Substitutions- og indkomsteffekt ved prisændringer

Erik Bennike

14. november 2009

Denne note giver en beskrivelse af de relevante begreber omkring substitutions- og indkomsteffekter i mikroøkonomi.

1 Introduktion

Forbrugerteorien i mikroøkonomi beskæftiger sig med forbrugerens valg af varer i forhold til hinanden. Normalt beskriver vi forbrugeren vha. præferencer, der repræsenteres via en nyttefunktion. Ved hjælp af nyttefunktionen og forbrugerens budgetbetingelse kan vi finde udtryk for forbrugerens efterspørgsel efter de varer, der eksisterer i økonomien. Generelt vil forbrugerens efterspørgsel efter hver af vare afhænge af priserne på alle varer i økonomien og forbrugerens indkomst. I denne note vil vi beskæftige os nærmere med de effekter, der opstår på efterspørgslen efter en vare, når vi ændrer på prisen på den samme vare.[1]

2 Effekterne af prisændringer

Når prisen på en vare ændres, er det naturligt at antage, at forbrugerens optimale valg påvirkes. Normalt vil man have, at når prisen på en vare falder, så stiger efterspørgslen efter varen, eller analogt at når prisen på en vare stiger, så falder efterspørgslen efter varen.

[1]Det er selvfølgelig også interessant at se hvad der sker med efterspørgslen, når man ændrer på priser på andre varer i økonomien, hvilket dog ikke behandles i denne note. Teknikken er dog ganske analog, og ikke væsentligt mere kompliceret. For en beskrivelse, se fx Varian (1992) s. 119-122 eller Mas-Collel, Whinston & Green (1995), s. 71-72.

Sådanne varer kaldes for *ordinære*. Det modsatte kan dog også i helt særlige tilfælde gøre sig gældende, altså at når prisen på en vare falder, så falder forbruget af varen, eller analogt at når prisen på en vare stiger, så stiger forbruget af varen. Sådanne varer (eller goder) kaldes for *Giffen-goder*. Det vil sige, at

- **Ordinære goder**: $x'_{p_x}(p_x, p_y, I) = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x} < 0$,
  altså at forbruget falder, når prisen på varen stiger.

- **Giffen-goder**: $x'_{p_x}(p_x, p_y, I) = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x} > 0$,
  altså at forbruget stiger, når prisen på varen stiger.

I det specialtilfælde, hvor $\frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x} = 0$ er godet således hverken et ordinært gode eller et Giffen-gode. Ofte bliver sådanne varer dog også kaldt for ordinære goder.

Giffen-goder er opkaldt efter økonomen Sir Robert Giffen (1837–1910), der var den første til at bemærke den teoretiske mulighed for en positiv sammenhæng mellem prisen på en vare og efterspørgslen efter varen. Bemærk dog, at Giffen-goder primært skal opfattes som et teoretisk kuriosum. Giffen-goder optræder kun i ekstremt sjældne tilfælde, og det er også årsagen til, at de eksempler der som oftest findes i lærebøgerne kan synes noget perifere. Varian (2003) bruger et eksempel med en forbruger, der kun har de to varer vælling og mælk at vælge imellem. Betragt da en situation med en forbruger, der initialt vælger at forbruge lige mange enheder af vælling og mælk. Antag derefter at prisen på vælling falder. Hvis forbrugeren vælger at fastholde antallet af enheder vælling efter prisændringen, så har han flere penge til at købe mælk for, og kan derfor købe mere mælk end før. Det *kan* også være sådan, at forbrugeren nu vælger at reducere forbruget af vælling for at kunne købe endnu mere mælk, da forbrugeren relativt set er blevet rigere, og derfor kan vælge at øge sit forbrug af mælk på bekostning af vælling. Bemærk, at det vigtige for eksemplet er, at vi har at gøre med varer, der som regel opfattes som varer af lav kvalitet, og hvor en real indkomststigning vil sænke forbruget af varen. Det vender vi tilbage til senere.

En vigtig bemærkning: Man hører ofte argumentet om, at mærkevarer er Giffen-goder fordi at en høj pris er en kvalitet i sig selv, og derfor stimulerer efterspørgslen efter varen. Det er ikke korrekt. Mærkevarer er ikke et eksempel på en Giffen-gode. Det er i stedet et udtryk for det, der i økonomiske termer kaldes for *pengeillusion*. Pengeillusion er det fænomen, at folk antager, at en vare er mere værd simpelthen fordi prisen er høj. Dette er imidlertid antaget væk ved at præferencerne (og dermed nyttefunktionen) ikke afhænger af priser og indkomst.

Med begreberne på plads vil vi nu gå i gang med at se nærmere på substitutions- og indkomsteffekter.

3 Substitutions- og indkomsteffekt

Vi har nu indset, at ændringer i prisen på en vare kan påvirke efterspørgslen efter varen. Det vi nu er interesseret i, er om vi kan sige noget mere om det der sker, når efterspørgslen ændres ved en ændring i prisen. Effekten af en prisændring kan opdeles i to effekter:[2]

- **Substitutionseffekt.** Substitutionseffekten angiver effekten på efterspørgslen af at det relative prisforhold har ændret sig. Dvs. at vi vil isolere effekten af en ændring i de relative priser, ved at udelade effekten på den reale indkomst af prisændringen.
- **Indkomsteffekt.** Indkomsteffekten angiver effekten på efterspørgslen af den reale indkomstændring, som prisændringen har givet anledning til. Hvis prisen på en vare falder, giver det anledning til en højere real indkomst, mens en *stigning* i prisen på en vare giver anledning til en *lavere* real indkomst. Denne effekt vil selvfølgelig påvirke efterspørgslen i sig selv.

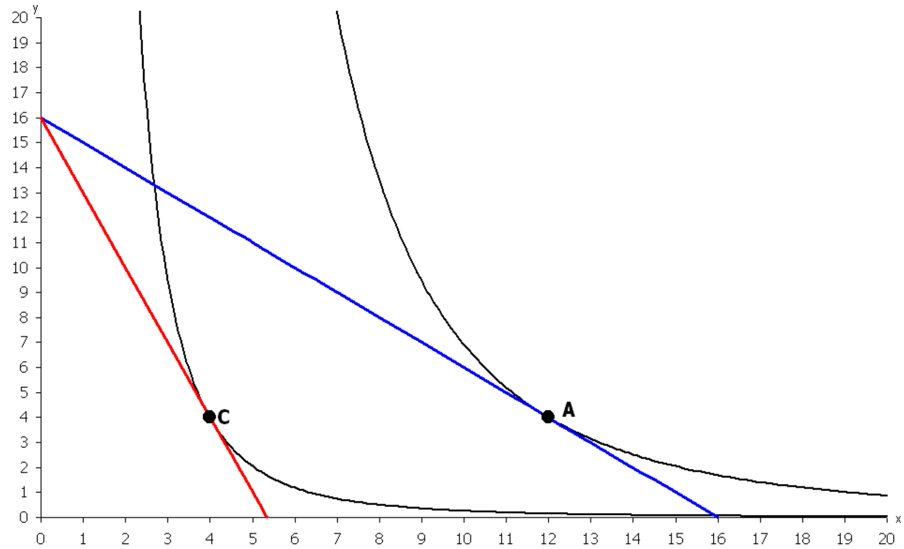
Situationen er illustreret i Figur 1. Her er der tale om en prisstigning på vare x, der gør at budgetlinien rykker sig fra den blå i udgangspunktet til den røde. Vi ser, at der er tale om, at forbruget af vare x falder, mens forbruget af vare y i dette konkrete tilfælde er uændret. Vi vil gerne have dekomponeret bevægelsen fra punktet $A = (12, 4)$ til punktet $C = (4, 4)$ (vektoren $\overrightarrow{AC}$)[3] i Figur 1 i en substitutions- og en indkomsteffekt ved at indføre et nyt punkt B, således at bevægelsen fra A til B (vektoren $\overrightarrow{AB}$) angiver substitutionseffekten, mens effekten fra B til C (vektoren $\overrightarrow{BC}$) angiver indkomsteffekten.

3.1 Et første forslag

Et umiddelbart forslag kunne være, at indføre punktet B, der skal isolere effekten af ændringen i de relative priser, ved at holde forbrugerens købekraft uændret. Det vil altså

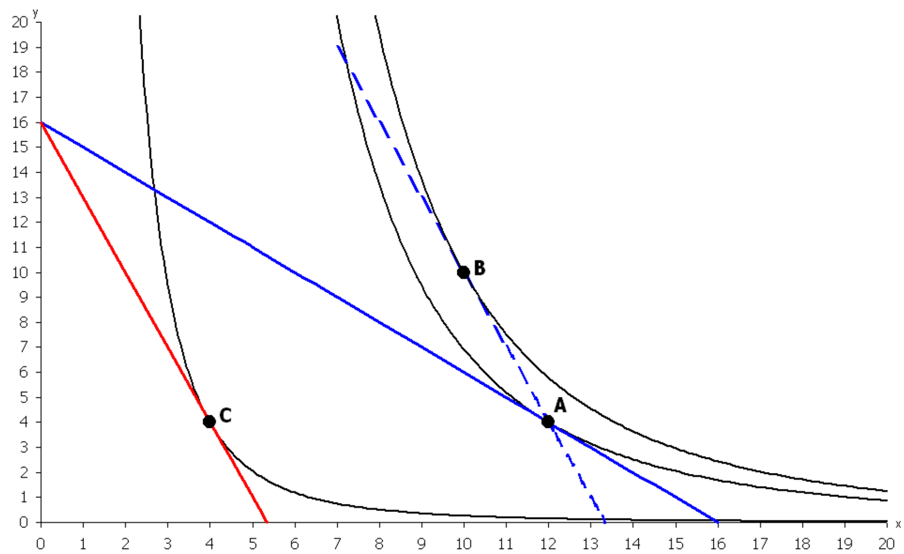
[2] Uddybende beskrivelse i fx Pindyck & Rubinfeld (2005), s. 116-118 eller Varian (2003), s. 137-142.

[3] Man kan vælge at indføre vektorer til at angive effekter og beregninger, men det er ikke nødvendigt.



Figur 1: Udgangssituationen med efterspørgslen før og efter prisændringen

sige, at vi isolerer effekten af prisændringen ved at betragte forbrugerens valg under de nye priser, men med en indkomst, der sikrer at han stadig kan opnå sit gamle varebundt. Det gøres ved at pivotere (dreje) budgetlinien omkring det gamle optimum A, således at budgetlinien har samme hældning som den nye budgetlinie, men går igennem det gamle punkt. Det er illustreret i Figur 2 ved den stiplede blå linie. I Figur 2 har punktet B koordinaterne $B = (10, 10)$. Denne dekomponering af effekten af en prisændring i en



Figur 2: Slutsky substitutions- og indkomsteffekt

substitutions- og en indkomsteffekt kaldes for *Slutsky*-substitutions- og indkomsteffekt, opkaldt efter den ukrainske matematiker, statistiker og økonom Eugen E. Slutsky (1880–

1948). Her kan substitutionseffekten fra Figur 2 på vare x findes som $\Delta x_{A\to B} = x_B - x_A = 10 - 12 = -2$, mens substitutionseffekten på vare y kan findes som $\Delta y_{A\to B} = y_B - y_A = 10 - 4 = 6$. Isoleret set giver substitutionseffekten altså et fald i forbruget af vare x på 2 enheder, og en stigning i forbruget af vare y på 6 enheder i denne situation, hvor prisen på vare x stiger. Skrevet op på vektorform er notationen:

$$\text{Substitutionseffekt} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \Delta x_{A\to B} \\ \Delta y_{A\to B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-12 \\ 10-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Indkomsteffekten på vare x findes derefter som $\Delta x_{B\to C} = x_C - x_B = 4 - 10 = -6$, mens indkomsteffekten på vare y bliver $\Delta y_{B\to C} = y_C - y_B = 4 - 10 = -6$. I dette tilfælde bliver indkomsteffekten på efterspørgslen efter begge varer således negativ. Det fald i den reale indkomst, som den højere pris på vare x giver anledning til, giver altså i dette konkrete tilfælde en negativ effekt på efterspørgslen efter både vare x og vare y. Opskrevet med vektornotation:

$$\text{Indkomsteffekt} = \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \Delta x_{B\to C} \\ \Delta y_{B\to C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-10 \\ 4-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Den totale effekt $\begin{pmatrix} 4-12 \\ 4-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix}$ skal selvfølgelig svare til summen af substitutions- og indkomsteffekten, hvilken heldigvis også viser sig at være tilfældet:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}$$

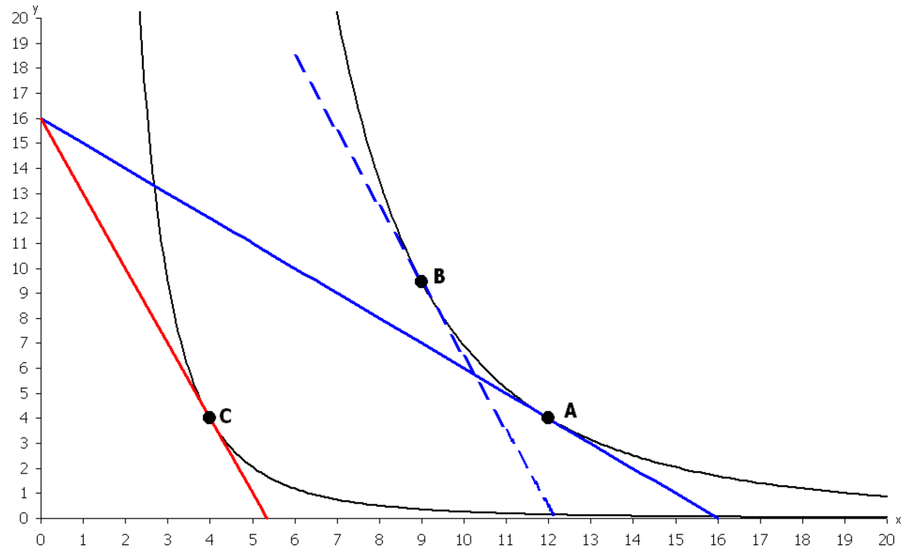
Problemet med Slutsky-metoden til at dekomponere effekten af en prisændring på, er imidlertid at metoden ikke tager højde for forbrugerens mulighed for at substituere mellem de to varer. Der tages udgangspunkt i det gamle optimum, når man skal isolere effekten af ændringen i de relative priser. Det er ikke rimeligt, da det gamle optimum kun i ganske specielle tilfælde vil være lig med det optimale valg under de nye priser og en indkomst, der sikrer at det gamle optimum lige akkurat kan opnås.[4] Derfor anvendes ofte en anden metode til at dekomponere effekten af en prisændring på efterspørgslen efter

[4]Det gør sig fx gældende for tilfældet med perfekte komplementer, hvor punkterne A og B vil være sammenfaldende, svarende til at der ikke er nogen substitutionseffekt. For en række gode eksempler med figurer kan kapitel 8 i Varian (2003) anbefales.

varen. Det ser vi på i det næste afsnit.

3.2 Hicks-dekomponering

For at sikre, at vi stiller forbrugeren lige så godt som før, når vi indfører prisændringen og vil isolere effekten af ændringen i de relative priser, er det logisk at fastholde forbrugerens nytte i forhold til det gamle optimum frem for at fastholde punktet, som under Slutsky-dekomponering. Denne type dekomponering, hvor vi fastholder nytteniveauet i stedet for den indkomst, der sikrer at den gamle punkt kan opnås, kaldes for Hicks-dekomponering, opkaldt efter en af det 20. århundredes mest berømte økonomer Sir John Hicks (1904–1989).[5] Fordelen ved Hicks-dekomponering i forhold til Slutsky-dekomponering er, at vi undgår den *overkompensation* af forbrugeren, som er illustreret i Figur 2 ved, at forbrugeren her opnår en højere nytte i punktet B end i det oprindelige punkt A. I Figur 3 er Hicks-dekomponering anvendt til at finde substitutions- og indkomsteffekter ved den samme prisændring (stigning i prisen på vare x), som vi så på under Slutsky-dekomponering. Punktet B har nu koordinaterne $B = (9.1, 9.1)$.



Figur 3: Hicks substitutions- og indkomsteffekt

Det er denne dekomponering (Hicks), der som hovedregel anvendes i mikroøkonomi,

[5]Sir John Hicks har tilført væsentlige bidrag til den økonomiske videnskab, både inden for mikro- og makroøkonomi. Mest berømt er han nok for sin fortolkning af Keynes' teorier i form af IS/LM modellen og for sine bidrag til efterspørgselsteorien i mikroøkonomi samt generel ligevægtsteori. Sir John Hicks modtog sammen med Kenneth Arrow Nobel-prisen i økonomi i 1972 netop for sit arbejde inden for generel ligevægtsteori.

da det er den klart mest konsistente måde at foretage dekomponeringen på. Substitutions- og indkomsteffekterne er beregnet som:

$$\text{Substitutionseffekt} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \Delta x_{A\to B} \\ \Delta y_{A\to B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.1 - 12 \\ 9.1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.9 \\ 5.1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Indkomsteffekt} = \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \Delta x_{B\to C} \\ \Delta y_{B\to C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 9.1 \\ 4 - 9.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.1 \\ -5.1 \end{pmatrix}$$

Den totale effekt $\begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix}$ svarer naturligvis også her til summen af substitutions- og indkomsteffekten, og den totale effekt er selvfølgelig også den samme som når der anvendes Slutsky-dekomponering, idet dekomponeringsmetoden alene påvirker placeringen af indskudspunktet B.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2.9 \\ 5.1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5.1 \\ -5.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}$$

3.3 Den praktiske tilgang

Som tidligere nævnt anvendes som hovedregel Hicks-dekomponeringen af effekten af prisændring med mindre andet eksplicit er angivet. Det betyder, at den hovedregel, man skal bruge, når man rent grafisk skal indtegne punktet B i sit diagram er som følger:

> *Når man skal dekomponere effekten af en prisændring i en substitutions- og en indkomsteffekt skal man parallelforskyde den* ***nye budgetlinie*** *indtil den præcis rører (tangerer)* ***den gamle indifferenskurve****. I dette punkt findes punktet B og effekten fra det gamle optimum A til B er substitutionseffekten, mens effekten fra punktet B til det nye optimum C er indkomsteffekten.*

Hvis man i stedet vil beregne substitutions- og indkomsteffekten kan dette gøres ved følgende procedure:

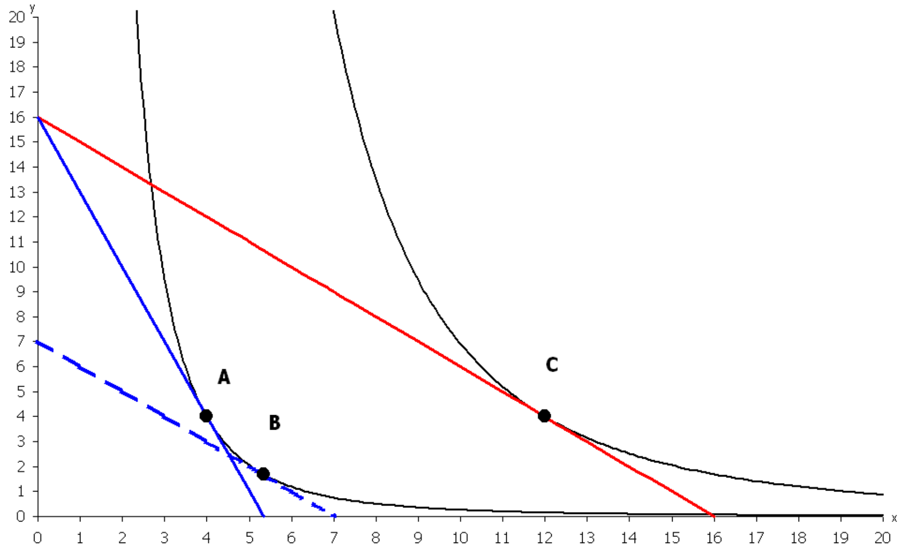
1. *Beregn nytten i det gamle optimum ved at indsætte koordinaterne til punktet A i nyttefunktionen*

2. *Beregn hvilken indkomst der skal til at opnå dette nytteniveau ved at indsætte de generelle udtryk for den optimale efterspørgsel efter de to varer i nyttefunktionen, indsætte de nye (!) priser og sætte dette lig med det fundne nytteniveau.*

3. *Når denne indkomst er fundet findes punktet B blot ved at indsætte den fundne indkomst i udtrykkene for efterspørgslen.*

3.4 Ny og gammel?

En lille bemærkning er, at dekomponeringen i substitutions- og indkomsteffekt naturligvis afhænger af hvad der er det nye og hvad der er det gamle optimum. Det er altså bestemt ikke ligegyldigt om man bytter rundt på punkterne A og C. Det kan illustreres ved at betragte den omvendte situation end før, altså hvor vi bytter rundt på nyt og gammelt optimum i Figur 3. Betragt eksemplet i Figur 4, hvor det klart fremgår, at punktet B kommer til at ligge et helt andet sted, når vi bytter rundt på nyt og gammelt optimum og dermed ser på et prisfald frem for en prisstigning på vare x.



Figur 4: Hicks substitutions- og indkomsteffekt ved pris**fald**

4 Giffen-goder og inferiøre goder

Ved hjælp af de udviklede værktøjer til at dekomponere effekten af en prisændring i en substitutions- og en indkomsteffekt kan vi nu sige lidt mere om hvordan disse effekter kan anvendes til at give nogle kvalitative udsagn om et gode.

Vi har allerede set nærmere på hvad man skal gøre, når man skal afgøre hvorvidt et gode er et ordinært gode eller et Giffen-gode. Her ser man nærmere på den totale effekt af prisændringen på varen, som vi beskrev det i afsnit 2 på side 2. Det er med andre ord et spørgsmål om at afgøre fortegnet på $x'_{p_x}(p_x, p_y, I) = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x}$. Hvis den er positiv, så er varen et Giffen-gode, ellers er der tale om et ordinært gode.

Opdelingen i normale goder og inferiøre goder relaterer sig ikke til priser, men til indkomst. Det smarte er imidlertid, at vi kan bruge dekomponeringen i substitutions- og indkomsteffekt til at afgøre om en vare er et normalt gode eller et inferiørt gode. For at gøre dette ses nærmere på indkomsteffekten. Indkomsteffekten beskriver netop effekten på efterspørgslen af at den reale indkomst er ændret som følge af prisændringen. Vi kan sige følgende:

- Et **normalt gode** er defineret som et gode, hvor $\frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial I} > 0$, altså er et normalt gode det tilfælde, hvor en stigning i indkomsten resulterer i en stigning i efterspørgslen efter varen. Hvis indkomsteffekten er negativ ved en prisstigning er eller hvis indkomsteffekten er positiv ved et prisfald, er der tale om et normalt gode.

- Et **inferiørt gode** er defineret som et gode, hvor $\frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial I} < 0$, altså er et inferiørt gode det tilfælde, hvor en stigning i indkomsten resulterer i et fald i efterspørgslen efter varen. Hvis indkomsteffekten er positiv ved en prisstigning er eller hvis indkomsteffekten er negativ ved et prisfald, er der tale om et inferiørt gode.

Således kan man anvende dekomponeringen i substitutions- og indkomsteffekt til at afgøre ikke alene om et gode er et ordinært gode eller et Giffen-gode, men også til at afgøre om et gode er et normalt gode eller et inferiørt gode.

4.1 Lidt mere om Giffen-goder

I det eksempel vi har kigget på i denne note, har det generelt været sådan, at substitutionseffekten har trukket entydigt i retning af mere forbrug af den vare, der blev relativt billigere, og mindre forbrug af den vare, der blev relativt dyrere. Det er ikke tilfældigt. Sådan er det helt generelt. Substitutionseffekten trækker entydigt i retning af mere forbrug af den vare, der bliver relativt billigere og mindre forbrug af den vare, der bliver relativt dyrere. Betragt vores situation fra Figur 3. Her bliver vare x dyrere. Substitutionseffekten

(effekten fra punktet A til punktet B) giver lavere forbrug af vare x og højere forbrug af vare y.

Hvis en vare skal være et Giffen-gode skal den samlede effekt indebære, at efterspørgslen efter varen stiger når prisen stiger. Hvis vi igen sammenligner med eksemplet fra før, så betyder det altså at da substitutionseffekten entydigt trækker i retning af mindre forbrug af varen, når denne stiger, da skal det være på grund af indkomsteffekten, at Giffen-gode situationen opstår. Det betyder med andre ord, at indkomsteffekten skal trække tilstrækkeligt meget i retning af mere forbrug af varen, når prisen stiger, og den reale indkomst dermed er blevet mindre. Sådanne varer har vi netop identificeret som inferiøre. Derfor gælder det altså, at for et gode skal være et Giffen-gode, skal det være inferiørt. Ikke alene skal det være inferiørt – det skal være tilstrækkeligt inferiørt. Giffen-goder er altså goder, der er meget inferiøre.

En anden måde at formulere det på er, at alle Giffen-goder er inferiøre. Bemærk dog, at ikke alle inferiøre goder er Giffen goder:

$$\text{Giffen-gode} \quad \Rightarrow \quad \text{Inferiørt gode} \tag{4.1}$$

men

$$\text{inferiørt gode} \quad \not\Rightarrow \quad \text{Giffen-gode} \tag{4.2}$$

A Appendiks

I dette matematiske appendiks tages en stringent matematisk tilgang til substitutions- og indkomsteffekter. Vi behandler såvel Slutsky-dekomponering som Hicks-dekomponering efter tur. I begge tilfælde benyttes den såkaldte *Slutsky-ligning*, der anvendes både for Slutsky-dekomponering og for Hicks-dekomponering, hvilket ind i mellem kan give anledning til lidt forvirring.

A.1 Slutsky-dekomponering

Vi tager her udgangspunkt i Slutsky-dekomponeringen, hvilket vil sige, at vi holder det oprindelige punkt fast, og fastsætter substitutionseffekten ud fra, at forbrugeren skal kunne opnå det oprindelige optimum, som vi benævner $(\bar{x}, \bar{y})$. Dette optimum er fundet under priserne $(\bar{p}_x, \bar{p}_y)$ og indkomsten $\bar{I} = \bar{p}_x \cdot \bar{x} + \bar{p}_y \cdot \bar{y}$.

Sætning A.1 *Ændringen i efterspørgslen efter en vare x ved en ændring i prisen på varen kan dekomponeres i en substitutions- og en indkomsteffekt vha. følgende ligning:*

$$\frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial p_x} = \frac{\partial x^s\left(p_x, p_y, \bar{x}, \bar{y}\right)}{\partial p_x} - \frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial I} \cdot \bar{x}$$

hvor $x^s\left(p_x, p_y, \bar{x}, \bar{y}\right)$ er den såkaldte Slutsky-efterspørgselsfunktion, der angiver forbrugerens efterspørgsel efter vare x ved priserne $(\bar{p}_x, \bar{p}_y)$ og indkomst, der sikrer at forbrugeren kan opnå det oprindelige punkt $(\bar{x}, \bar{y})$.

Bevis:[6]

Tag udgangspunkt i definitionen af Slutsky-efterspørgselsfunktionen:

$$x^s\left(p_x, p_y, \bar{x}, \bar{y}\right) \equiv x^s\left(p_x, p_y, p_x \cdot \bar{x} + p_y \cdot \bar{y}\right) \tag{A.1}$$

Hvis vi differentierer (A.1) fås ved anvendelse af kædereglen for differentiation af funktioner af flere variable[7]

$$\frac{\partial x^s\left(p_x, p_y, \bar{x}, \bar{y}\right)}{\partial p_x} = \frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial p_x} + \frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial I} \cdot \bar{x} \tag{A.2}$$

[6] Beviset kan genfindes i omskrevet form i Varian (2003), s. 157-158 eller et mere generelt bevis i Mas-Collel, Whinston & Green (1995), p. 33-34.

[7] Se fx Sydsæter (2000), s. 402.
Hvis $z = F(x, y)$, hvor $x = f(t)$ og $y = g(t)$, gælder at $\frac{dz}{dt} = F'_x(x,y)\frac{dx}{dt} + F'_y(x,y)\frac{dy}{dt}$.

Ved at rearrangere (A.2) fås

$$\frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial p_x} = \underbrace{\frac{\partial x^s\left(p_x, p_y, \bar{x}, \bar{y}\right)}{\partial p_x}}_{\text{substitutionseffekt}} - \underbrace{\frac{\partial x\left(p_x, p_y, \bar{I}\right)}{\partial I} \cdot \bar{x}}_{\text{indkomsteffekt}} \tag{A.3}$$

hvilket fuldender beviset. ■

A.2 Hicks-dekomponering

Vi tager nu udgangspunkt i Hicks-dekomponeringen, hvilket vil sige, at vi holder *nytten* fra det oprindelige punkt fast, og fastsætter substitutionseffekten ud fra, at forbrugeren skal kunne opnå den samme nytte som i det oprindelige optimum. Dette nytteniveau benævner vi $\bar{u}$. Dette optimum er fundet under priserne $(\bar{p}_x, \bar{p}_y)$ og indkomsten $\bar{I}$.

Sætning A.2 *Ændringen i efterspørgslen efter en vare x ved en ændring i prisen på varen kan dekomponeres i en substitutions- og en indkomsteffekt vha. følgende ligning:*

$$\frac{\partial x\left(p_x, p_y, I\right)}{\partial p_x} = \frac{\partial x^h\left(p_x, p_y, \bar{u}\right)}{\partial p_x} - \frac{\partial x\left(p_x, p_y, I\right)}{\partial I} \cdot \bar{x}$$

hvor $x^h\left(p_x, p_y, \bar{u}\right)$ er den såkaldte Hicks-efterspørgselsfunktion[8], der angiver forbrugerens efterspørsel efter vare x ved priserne $(\bar{p}_x, \bar{p}_y)$ og en krævet nytte på $\bar{u}$.

Bevis:[9]

Vi indfører nu endnu en funktion, nemlig udgiftsfunktionen, der er et udtryk for den minimale indkomst der skal til for at opnå nytten $\bar{u}$ ved priserne (p_x, p_y), og vi benævner den ved

$$e(p_x, p_y, \bar{u}) \tag{A.4}$$

Bemærk dernæst, at vi definitorisk kan skrive

$$x^h\left(p_x, p_y, \bar{u}\right) = x\left(p_x, p_y, e(p_x, p_y, \bar{u})\right) \tag{A.5}$$

[8]eller kompenserede efterspørgselsfunktion

[9]Beviset kan genfindes i omskrevet form i Varian (1992), s. 120

Ved at differentiere (A.5) med hensyn til p_x fås ved anvendelse af kædereglen[10]

$$\frac{\partial x^h(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x} = \frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} + \frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{\partial e(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x} \tag{A.6}$$

Ved at rearrangere (A.6) fås

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} = \frac{\partial x^h(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x} - \frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{\partial e(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x} \tag{A.7}$$

For at fuldende beviset mangler vi blot at $\frac{\partial e(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x} = \bar{x}$, hvilket er sandt for små ændringer evalueret under (p_x, p_y),[11] idet ændringen i den minimale udgift, der skal til at opnå nytten $\bar{u}$ ved en stigning i p_x netop svarer til antallet af købte enheder af varen $\bar{x}$. Dermed fås samlet set, at

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} = \underbrace{\frac{\partial x^h(p_x, p_y, \bar{u})}{\partial p_x}}_{\text{substitutionseffekt}} - \underbrace{\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \bar{x}}_{\text{indkomsteffekt}} \tag{A.8}$$

hvilket fuldender beviset. ■

[10] Se fodnoten til beviset i Slutsky-dekomponeringstilfældet på s. 11.

[11] Antagelsen om at evaluere i (p_x, p_y) bør faktisk gøres eksplicit her for at fuldende beviset.

References

Mas-Collel, A., Whinston, M. D. & Green, J. R. (1995), *Microeconomic Theoru*, 1st edn, Oxford University Press.

Pindyck, R. S. & Rubinfeld, D. L. (2005), *Microeconomics*, 6th edn, Pearson Prentice Hall.

Sydsæter, K. (2000), *Matematisk Analyse, Bind 1*, 7th edn, Gyldendal Akademisk.

Varian, H. R. (1992), *Microeconomic Analysis*, 3rd edn, W. W. Norton and Company.

Varian, H. R. (2003), *Intermediate Microeconomics*, 6th edn, W. W. Norton & Company.