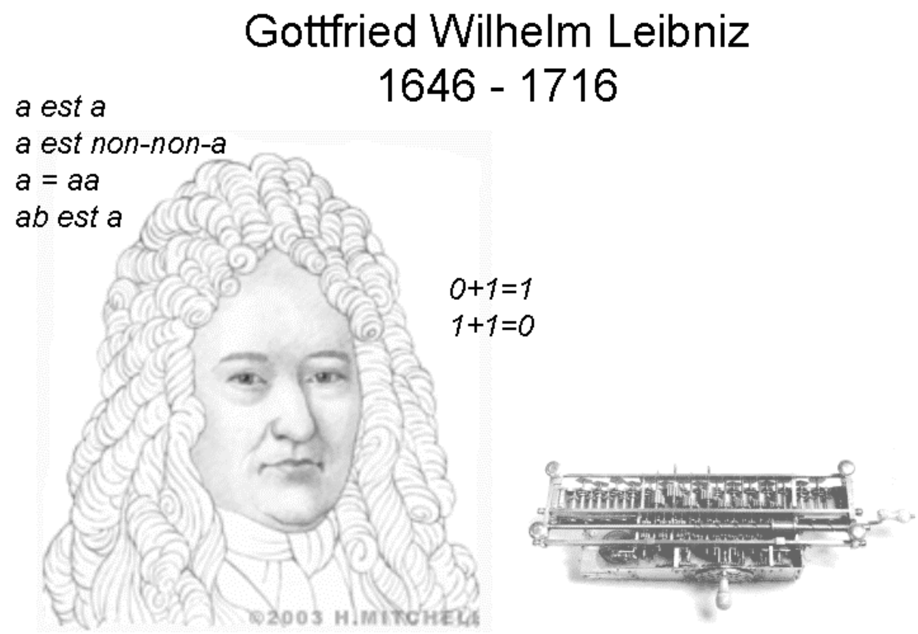
Gottfried Wilhelm Leibniz – die Utopie der Denkmaschine[1]

Klaus Glashoff, Hamburg

Zusammenfassung

In diesem Vortrag geht es um Leibniz' programmatische Arbeiten zur Logik und „Gedankenrechnung", die ihn als Vorläufer vieler moderner Vorstellungen der modernen Informatik, speziell der Künstlichen Intelligenz, ausweisen. Diese sehr allgemeinen zukunftsweisenden Ideen von einer Universalsprache für die Wissenschaften und von einem Kalkül zur Auffindung wahrer Aussagen werden an dem in der Geschichte der Logik ganz einzigartigem Kalkül der charakteristischen Zahlen verdeutlicht. Dieser Kalkül, den Leibniz im April 1679 in einigen Entwürfen entwickelte, dann aber nicht wieder anpackte, ist ein sehr konkreter Ansatz für das, was man als seine „Utopie der Denkmaschine" bezeichnen kann. Leibniz hat während der kurzen Zeit seiner Beschäftigung mit den charakteristischen Zahlen einige wichtige Teilprobleme unbeantwortet gelassen; u.a. die Frage, wie man zu einem vorgegebenen Begriffssystem diese charakteristischen Zahlen konkret berechnet – dieses für den Erfolg des gesamten Vorhabens bedeutsame Problem hat er sogar noch nicht einmal formuliert. In dem Vortrag werde ich versuchen, eine anschauliche Antwort auf diese Frage zu geben, indem ich zeige, wie man durch einen relativ einfachen Algorithmus von einem Begriffssystem zu den zugehörigen charakteristischen Zahlen kommt.

[1] Vortrag am 16.10.2003 im Rahmen der Veranstaltungsreihe „Leitfossilien der Logik und Informatik. Vom Abakus zum Quantencomputer: Entwicklungsgeschichte und die philosophisch-mathematischen Grundlagen der Rechentechnik", veranstaltet vom Cauchy-Forum-Nürnberg e.V. in Zusammenarbeit mit dem Institut für Philosophie der Universität Erlangen-Nürnberg und dem Bildungszentrum der Stadt Nürnberg.



Einleitung

Gottfried Wilhelm Leibniz hat sich von seiner frühen Jugend an sein gesamtes Leben lang mit Logik beschäftigt. Er ist der Erfinder – ca. 150 Jahre vor Boole und DeMorgan - der algebraischen formalen Logik, und er hat die philosophisch-ideologischen Grundlagen für ein Gebiet geschaffen, das wir heute als „Künstliche Intelligenz“ (KI) bezeichnen. Über diesen Komplex werde ich heute sprechen. Außerdem ist er der Entdecker des Dualsystems und einer mechanischen Rechenmaschine zum Multiplizieren und Dividieren. Jede dieser Tatsachen allein rechtfertigt es, einen Vortrag über diesen großen Gelehrten gleich an den Anfang einer Reihe von Vorträgen zu stellen, in denen die „Leitfossilien“ der Informatik gewürdigt werden. Leibniz’ *formallogische* Abhandlungen über die Algebraisierung der Logik haben, weil der größte Teil von ihnen erst 200 Jahre nach ihrer Entstehung veröffentlicht wurde, keinen Einfluss auf den Gang der Entwicklung der modernen Logik, Informatik und Computertechnologie gehabt. Im Gegensatz dazu sind seine *programmatischen* Überlegungen zur Rolle von *Zeichensystemen* und *Algorithmen* der Ausgangspunkt des Siegeszuges der modernen Logik, der mit *Frege* und *Peano* – zwei Kennern und Verehrern der Leibnizschen Schriften – beginnt.

Leibniz’ Vorstellung war es, *alle* Wissenschaften in einer einheitlichen noch zu erfindenden Universalsprache zu formalisieren, um so die Lösung *aller* wissenschaftlichen Probleme auf den mechanischen, algorithmischen Umgang mit Symbolen reduzieren zu können. Im April 1679 war er ganz sicher, dass er diese Idee verwirklichen könnte. In einem Brief an seinen Arbeitgeber, Herzog Johann Friedrich von Braunschweig, schreibt er:

> „Wenn Gott Eurer Hochfürstl. Durchlaucht noch den Gedanken eingäbe, mir lediglich zu bewilligen, daß die 1200 Taler, die festzusetzen Ihr die Güte hattet, zu einer Dauerrente würden, so wäre ich ebenso glücklich wie

Raymund Lull, und vielleicht mit größerem Recht. [....] Denn meine Erfindung umfasst den Gebrauch der gesamten Vernunft, einen Richter für alle Streitfälle, einen Erklärer der Begriffe, eine Waage für die Wahrscheinlichkeiten, einen Kompass, der uns über den Ozean der Erfahrungen leitet, ein Inventar der Dinge, eine Tabelle der Gedanken, ein Mikroskop zum Erforschen der vorliegenden Dinge, ein Teleskop zum Erraten der fernen, einen generellen Calculus, eine unschädliche Magie, eine nicht-chimärische Kabbala, eine Schrift, die jedermann in seiner Sprache liest; und sogar eine Sprache, die man in nur wenigen Wochen erlernen kann und die bald in der ganzen Welt Geltung haben wird. Und die überall, wo sie hinkommt, die wahre Religion mit sich bringt."

Wir leben in einer Zeit, in der das in diesem Brief so angepriesene „Leibniz-Programm" in vieler Hinsicht Realität geworden ist: Die Sprachen der modernen formalen Logiken, die Formeln der modernen Mathematik und die Programmiersprachen für moderne Computer können in manchen Aspekten als die Realisierung dieses Programms bezeichnet werden. Heinrich Scholz, einer der Begründer der modernen mathematischen Logik, schreibt 1942 über Leibniz' Idee einer Kalkülsprache, mit Hilfe derer sich die Methoden und die Ergebnisse aller Wissenschaften präzise formulieren lassen sollen:

„Der menschliche Geist auf der Genauigkeitsstufe, die Leibniz gefordert hat, ist nicht ein Phantom, sondern eine Gestalt dieses Geistes, die erkämpft werden kann; denn sie ist erkämpft worden ... Erkämpft ist die Leibniz'sche Gedankenrechnung. Erkämpft ist die *Mathesis universalis,* zu welcher Leibniz die Mathematik hat ausweiten wollen. Erkämpft ist die Herrschaft des mathematischen Denkens über die so genannte Grundlagenforschung, mit Einschließung der Metaphysik...[2]."

Weder aus diesem Zitat noch aus Leibniz' Brief an den Herzog wird klar, *wie* sich Leibniz einen solchen „generellen Calculus" vorgestellt hat[3]. Da Leibniz seine Arbeiten an einer Universalsprache und einem darauf beruhenden Kalkül nie abgeschlossen hat, ist es schwer, seine zum Teil recht abstrakten Gedanken zu diesem Thema zu verstehen.

Leibniz war jedoch auch ein praktisch veranlagter Mensch, und er hat lange daran gearbeitet, eine ganz konkrete Universalsprache zu entwickeln. Es gab einen kurzen Zeitraum im Frühjahr 1679, als er sicher war, ein solches allgemein verwendbares Zeichensystem gefunden zu haben: die Zahlen! In einer Reihe von neun Arbeiten hat er eine auf dieser Idee aufbauende algorithmische Logik entwickelt, diese ganze Idee dann aber schnell wieder fallen gelassen und nicht wieder aufgenommen[4].

Diese Arbeiten über die von ihm so genannten „charakteristischen Zahlen" sind hervorragend dazu geeignet, die revolutionären und einflussreichen Leibnizschen Ideen zur Entwicklung einer „Denkmaschine" ganz handfest und deutlich zu illustrieren. Auch wenn diese in sich völlig abgeschlossene Theorie keinen Einfluss auf die Entwicklung der modernen Logik gehabt hat, bietet sie einen konkreten

[2] Abdruck in Heinekamp u. Schupp: 1988, S. 118-151. Der kämpferische Grundton dieser Arbeit ist wohl aus der Zeit der Entstehung dieser Arbeit erklärbar. - Inzwischen ist wieder ein halbes Jahrhundert vergangen, und heute würden viele Wissenschaftler in ihrer Beurteilung der Leibnizschen Utopien etwas skeptischer urteilen – und das sowohl, was die Realisierbarkeit als auch die Zweckmäßigkeit des Leibniz – Programms betrifft.

[3] Scholz hat sein Verständnis der Leibnizschen „Gedankenrechnung" im Gegensatz zu den meisten anderen Leibnizinterpreten zwar sehr präzise dargestellt, aber er weist selbst darauf hin, das diese Interpretation in den Schriften so nicht anzutreffen ist.

[4] Zu den möglichen Gründen hierfür s. Glashoff (2004) und die dort angegebene Literatur.

Zugang zu großen Teilen des logischen Werkes von Gottfried Wilhelm Leibniz, und deshalb habe ich sie in den Mittelpunkt dieses Vortrages gestellt.

Historische Einordnung der Leibnizschen Logik

In der abendländischen Logik werden seit Bochenskis Buch über die Geschichte der formalen Logik ganz grob drei große Epochen unterschieden[5]:

- die alte griechische Logik (ca. 350 – 200 v.u.Z.)
- die mittelalterliche scholastische Logik (ca 1100 – 1450)
- die moderne Logik (ca. 1850 - ?)

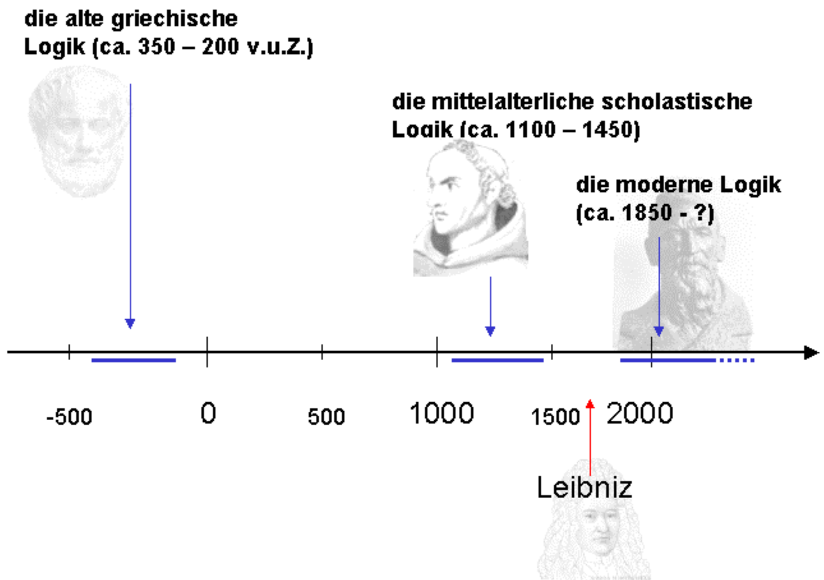


Abbildung 1

Leibniz, dessen logische Arbeiten um 1700 entstanden, steht zwischen der mittelalterlichen und der modernen Epoche, und er ist vom Logik-Historiker Witold Marciszewski deshalb als „letzter Scholastiker und gleichzeitig erster moderner Logiker“ bezeichnet worden.

Scholastiker ist Leibniz insofern, als er sich ganz auf die aristotelische Logik und auf die Lehren der großen Scholastiker bezieht, und *modern* insofern, als er der erste war, der algebraische Methoden zur Formulierung und Lösung logischer Probleme verwendete. Er hat damit die moderne mathematische Logik begründet, diese allerdings im klassischen, durch die aristotelische Logik festgelegten Rahmen eingesetzt. Hierdurch unterscheidet er sich von der modernen, maßgeblich von George

[5] Wenn man genauer fragt, was während der zwei riesigen „Lücken“ zwischen diesen Perioden passiert ist , sieht man schnell ein, dass die Bochenskische Einteilung ein auf der Unkenntnis der meisten mittelalterlichen Arbeiten zur Logik beruhender Notbehelf ist; Bochenski selbst hat das gewusst. Wie grob diese Einteilung ist, sieht man daran, dass noch nicht einmal die Leibniz’sche Logik darin auftaucht, und auch nicht die Logiker, auf die sich Leibniz bezieht (Jungius, Arnauld). Noch schlimmer steht es um die erste Lücke, in der so bedeutende Logiker wie Boethius verschluckt wurden ....

Boole (1815-1864) begründeten „Algebra der Logik", in der dieser enge Bezug zur aristotelischen Logik aufgegeben wurde.

Die chronologische Einordnung der Leibnizschen Arbeiten und auch deren Inhalt könnten den Eindruck erwecken, dass es Leibniz' gewesen sei, der – als Nachfolger der Scholastiker und als Vorläufer der Boole'schen Logik – den Übergang von der alten aristotelischen zur modernen algebraischen Logik bewirkt habe. Das lässt sich aber nicht ganz so einfach behaupten. Denn Leibniz' *formallogische* Arbeiten blieben ca. 200 Jahre lang unveröffentlicht und wurden erst im Jahre 1901 von Couturat herausgegeben – zu einem Zeitpunkt also, in dem die moderne mathematische Logik durch Boole, De Morgan, Schröder sowie durch Frege, Peano und dann durch Russell bereits zu einem gewissen Abschluss gekommen war. Allerdings haben gerade diese drei letztgenannten Begründer der modernen Logik die *programmatischen* Vorstellungen Leibniz' zur Notwendigkeit einer universellen symbolischen Sprache und einem zugehörigen Kalkül genau gekannt und sie als Basis für ihre eigenen Forschungen verwendet. Ich werde deshalb zunächst die Grundzüge dieses „Leibniz – Programm" skizzieren, dann einen interessanten Baustein, die charakteristischen Zahlen, im Detail erläutern und am Schluss noch einmal deren Bezug zu Leibniz' allgemeinen programmatischen Überlegungen herstellen.

Das Leibniz - Programm

Das vollständige „Leibniz-Programm" zur Formalisierung der Wissenschaften enthält unterschiedliche Bestandteile und Teilaufgaben, die Leibniz allesamt bewusst waren und denen allen er sich über viele Jahrzehnte seines Lebens widmete. Die wichtigsten zu bewältigenden Teilprobleme waren für ihn die folgenden:

- ***Die Erstellung einer Enzyklopädie*:** Dieses Projekt diente dazu, die für die Formalisierung einer Wissenschaft benötigten Begriffe aufzufinden und deren Zerlegung in Grundbestandteile zu ermöglichen. Leibniz hat hieran seit seiner Jugend gearbeitet und sein Leben lang andere angeregt, ihm hierbei behilflich zu sein. Das Problem hierbei war nicht – wie bei vielen anderen seiner Projekte - das Unverständnis seiner Zeitgenossen, sondern der gigantische Umfang des Vorhabens, der nur einem Menschen wie Leibniz, den man als Prototyp eines Optimisten bezeichnen kann, überhaupt machbar erscheinen konnte.
- ***Die Entwicklung einer geeigneten formalen Sprache,*** also eines Zeichensystems und der zugehörigen Syntax, mit der sich die wissenschaftlichen Tatsachen angemessen darstellen lassen: Leibniz hat genau diesem Problem, nämlich der Entwicklung einer *„lingua characteristica*", einer universalen Sprache, größte Bedeutung zugemessen. Es war ja gerade eine seiner zentralen Ideen, zwischen die wissenschaftliche Realität und den menschlichen Verstand eine Ebene der Zeichen zu schieben, die der Realität so perfekt angepasst sind, dass der rein formale Umgang mit den Zeichen Wahrheiten offenbart[6]. – Im Jahre1789 glaubte Leibniz, in den natürlichen Zahlen das am besten geeignete Zeichensystem für die Formulierung logischer Zusammenhänge gefunden zu haben. Diese Idee der „charakteristischen Zahlen" werde ich in den folgenden Abschnitten erläutern.

[6] Hier unterscheidet sich Leibniz radikal vom mainstream der heutigen Logik: Während unsere modernen Logikkalküle es nicht erlauben, aus einem Satz von Prämissen mit Hilfe logischer Folgerungen mehr an Information herauszuholen, als bereits in den Prämissen vorhanden ist, stand Leibniz noch ganz und gar im Rahmen der griechischen Tradition, für die die Konklusion eines logischen Schlusses etwas über die Wirklichkeit enthüllt, was die Kenntnis der Prämissen allein nicht aufzeigen konnten. An dieser Stelle muss jeder ganz vorsichtig sein, der Leibniz für die Moderne vereinnahmen will.

- ***Die Angabe eines Kalküls,*** d.h. von mechanisch zu befolgenden Regeln, mit denen sich die Wahrheit von Aussagen nachprüfen lässt: Das logische Schließen wird so auf eine Kette von einfachen Schlüssen reduziert, die wie ein Ariadnefaden (das Bild stammt von Leibniz) durch das komplexeste Labyrinth von logischen Argumenten hindurchführen, ohne dass dabei – wenn man nur jede einzelne Regel für sich korrekt anwendet – Fehler entstehen können. In einer so formalisierten Wissenschaft und dem richtigen System logischer Regeln kann dann jede präzise formulierte wissenschaftliche Behauptung durch „Rechnen" auf ihre Wahrheit hin geprüft und entschieden werden.
- ***Die Mechanisierung des Rechenprozesses:*** Leibniz hat gesehen, dass die zu seiner Zeit zur Verfügung stehenden rechentechnischen Hilfsmittel nicht ausreichen würden, die Richtigkeit von Aussagen in komplexen Systemen zu entscheiden. Er hat sich lange Jahrzehnte mit der Konstruktion einer mechanischen Rechenmaschine beschäftigt, mit der Multiplikationen und Divisionen vielstelliger Zahlen durchgeführt werden konnten. Ich weiss nicht, ob Leibniz selbst seine Rechenmaschine in den Zusammenhang mit den logischen Arbeiten gestellt hat; es steht aber fest, dass die Verwirklichung der Idee der charakteristischen Zahlen beträchtliche Rechenkapazitäten erfordert hätte.

Die Algebraisierung der Logik

Ich will mich im Folgenden speziell mit dem zweiten und dritten Punkt des oben skizzierten Leibniz – Programms beschäftigen, also der Entwicklung einer formalen Sprache und eines Algorithmus'. Leibniz hat im Laufe seines Lebens dafür verschiedene Lösungsansätze geliefert. Um diese zu erfassen, muss man einige Grundbegriffe der Aristotelisch- scholastischen Logik kennen.

Die Logik des Aristoteles ist eine *Begriffslogik*. Zentral für diese Logik ist das Gattungs – Art – Verhältnis von Begriffen untereinander. Leibniz hat das an dem folgenden Beispiel illustriert.

Man betrachte die Begriffe „Gold" und „Metall"; wir kürzen ab[7]:

A = „Gold", B = "Metall".

B ist der *Gattung*sbegriff, A der *Art*begriff. Dieses Art - Gattungsverhältnis zwischen zwei Begriffen schreibt Leibniz in der Form

A est B;

dies entspricht dem Aristotelischen Ausdruck „Alles A ist B" oder „B kommt jedem A zu"; moderne Schreibweisen sind AaB oder a(A,B).

Leibniz interpretiert das Verhältnis zwischen Gattung „Metall" und Art „Gold" nun meistens *inhaltslogisch*, d.h. er betrachtet die *Eigenschaften*, die in den einzelnen Begriffen enthalten sind (s. Abb. 2)[8].

---

[7] Schon Aristoteles hat Begriffe durch Buchstaben abgekürzt dargestellt.

[8] Leibniz hat in anderen Arbeiten zur Logik durchaus auch Umfangslogik betrieben. Er begründet auch ausführlich, warum er den inhaltslogischen Ansatz dem anderen vorzieht: "Und bei Anwendung dieser Beobachtung und Angleichung der Charaktere könnten alle logischen Regeln von uns in einem etwas anderen Kalkül bewiesen werden, als es an diesem Ort geschehen wird, nämlich nur durch eine gewisse Umkehrung unseres Kalküls. Ich habe es indessen vorgezogen, *auf die universalen Begriffe oder Ideen und deren Zusammenfassung* zu sehen, *weil sie nicht von der Existenz der Individuen abhängen*. Demnach nenne ich "Gold" *größer* als "Metall", weil zum Begriff des Goldes *mehr* erfordert wird als zu dem des Metalls und mehr

Man kann es auch so ausdrücken: Der Begriff „Gold“ beinhaltet mehr Eigenschaften als der Begriff „Metall“, weil „Gold“ ja ein Metall ist, das durch *zusätzliche* Eigenschaften (Gewicht, Farbe usw.) bestimmt ist. Insofern ist im Begriff „Gold“ also *mehr* enthalten als im Begriff „Metall“.

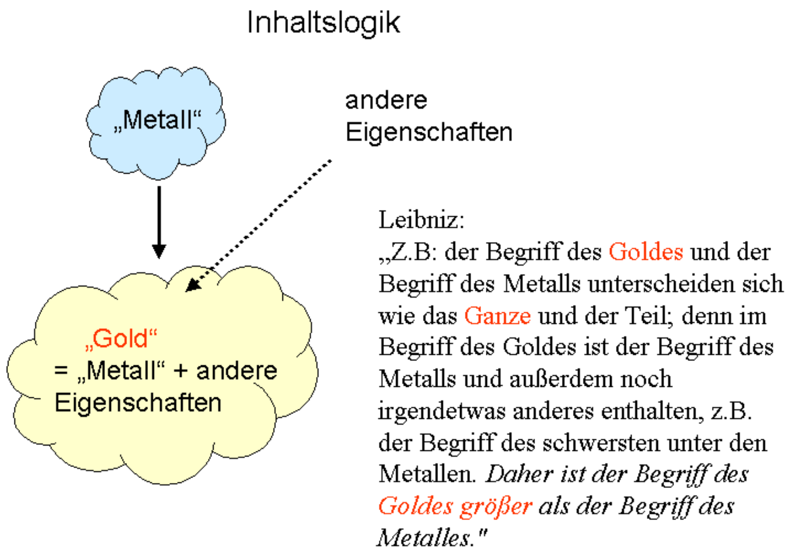


Abbildung 2: Inhaltslogik

Begriffe stellt man am einprägsamsten in einem Diagramm dar, bei dem jeweils ein Pfeil vom höheren (weiteren) Begriff zum niedrigeren (engeren) Begriff führt; ein typisches Beispiel gibt Abb. 3., bei dem man sich noch einmal klarmachen kann, dass die Anzahl der Eigenschaften zunimmt, wenn man vom Gattungs- zum Artbegriff „absteigt“[9].

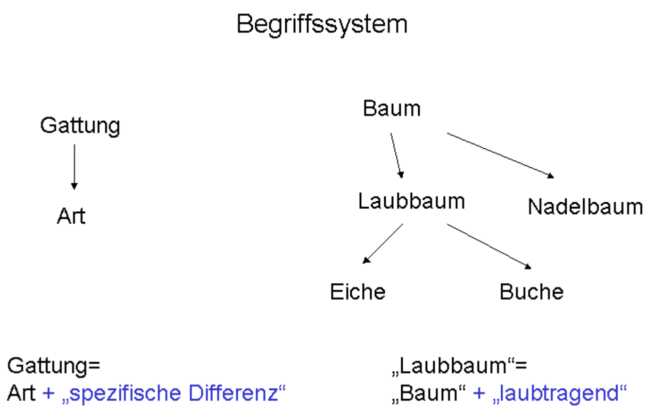


Abbildung 3: Begriffssysteme

nötig ist, um Gold hervorzubringen als irgendein anderes Metall. Unsere und der Schulen Ausdrucksweisen widersprechen sich also wenigstens in diesem Punkte nicht, müssen jedoch sorgfältig auseinandergehalten werden."

[9] Die moderne Leibniz- Interpretation, beginnend bei Couturat über Russell bis hin zu zeitgenössischen Interpreten hat wegen ihrer Fixierung auf die moderne Umfangslogik extreme Schwierigkeiten, Leibniz’ logische Arbeiten zu nachzuvollziehen. Es ist seit Couturat vielen Interpreten schwergefallen, zu verstehen, dass der Begriff mit dem größerem Umfang (hier: Metall) den kleineren Inhalt hat! Nicholas Rescher (Rescher, 1954) schreibt dazu: „Couturat war überzeugt, dass der extensionale Standpunkt in der Logik der einzig richtige sei, eine Ansicht, die heute ganz veraltet ist und von niemandem mehr geteilt wird.“

Im Gegensatz zu dieser Betrachtungsweise sind wir es gewohnt, die *Umfänge* von Begriffen zu betrachten; der Umfang des Begriffes „Gold“ ist die Menge aller Gegenstände, die aus Gold bestehen. Wenn man zwei Begriffe wie „Gold“ und „Metall“ hat, dann gehört zum Gattungsbegriff „Metall“ der *größere* Umfang (weil es mehr Metall- als Goldgegenstände gibt). Es verhält sich also genau anders herum als beim Inhalt , und das hat in der Geschichte der Leibniz – Interpretation für viele Missverständnisse gesorgt.

Ich habe schon erwähnt, dass Leibniz’ Logik insofern ganz klassisch war, als er sich an der aristotelisch – scholastischen Lehre der Begriffe, Urteile und syllogistischen Schlüsse orientiert hat. Er hat versucht, diese Lehre zu formalisieren, indem er das tat, was in der Mathematik bereits seit einigen Jahrhunderten vor seiner Zeit begonnen hatte, und was er nun als erster im Bereich der Logik ausprobierte: nämlich

- Variablen,
- Gleichungen
- Umformungsregeln

zu benutzen, um so die formale Logik auf eine algebraische Basis zu stellen.

Das fundamentale Bauelement der Leibniz’schen Logik ist die Subjekt-Prädikat-Beziehung, das ist die Beziehung zwischen Gattung und Art, ausgedrückt im „All-Urteil“: Wenn B die Gattung und A die Art ist, dann bezeichnet Leibniz dieses Verhältnis mit

A est B.

Die klassische Bezeichnung hierfür ist „Alle A sind B“; oder, wie Aristoteles schrieb, „B kommt allem A zu“. Leibniz schreibt manchmal auch „A continet B“ (A enthält B), woraus man erkennen kann, dass er A als den „größeren“ Begriff ansah; d.h. dass er intensionale Logik betrieb.

Die Algebraisierung der Logik ist *der* Teil der Leibnizschen Logik, der erst 200 Jahre nach seinem Tod veröffentlicht wurde und der daher nicht als Vorläufer der unabhängig davon um 1850 entstandenen „Algebra der Logik“ von Boole und De Morgan bezeichnet werden kann. Obwohl ich mich in diesem Vortrag mit diesen „algebraischen“ Arbeiten nicht beschäftigen werde, sondern Leibniz’ Idee der *Arithmetisierung* der Logik genauer darstellen werde, will ich doch der Vollständigkeit halber einige der Axiome und Regeln seiner algebraischen Logik aufführen, um zumindest einen kleinen Eindruck seiner Ideen zu vermitteln[10].

1. A est A
2. A = non-non A
3. A est B dann und nur dann, wenn non-B est non A
4. Wenn A est B und B est C, dann: A est C

...

Mit AB bezeichnet Leibniz die Zusammenfassung zweier Begriffe: Der Begriff AB beinhaltet also sowohl den Begriff A wie auch den Begriff B. Für diese Operation des „Produktes“ zweier Begriffe stellt er eine Anzahl von Gleichungen auf; u.a. die folgenden:

...

[10] Ich beziehe mich auf die Arbeit von N. Rescher (1954), in der alle seine Systeme aufgeführt sind.

10. A = AA

11. AB = BA

12. A est BC dann und nur dann, wenn: A est B und A est C

...

16. AB est A

17. AB est B

...

Die obigen Beziehungen lassen sich am einfachsten durch kleine Begriffsdiagramme veranschaulichen, so z.B. die Beziehung 12 durch das folgende Diagramm (Abb. 4):

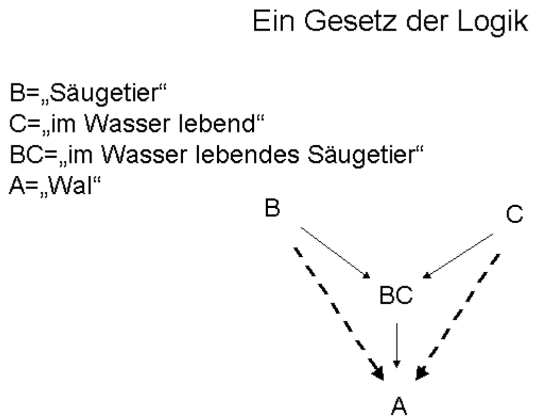


Abbildung 4: Ein Gesetz der Logik

Ganz zu Beginn seiner Beschäftigung mit der Algebra der Logik, im Frühjahr 1679, hat Leibniz allerdings eine andere originelle Idee verfolgt, nämlich die „Arithmetisierung“ der Logik, d.h. die Formulierung und Lösung logischer Probleme mit Hilfe des Rechnens mit Zahlen. Hierauf werde ich nun genauer eingehen.

Die Zahlen als „Charaktere“

Leibniz war fest davon überzeugt, dass die entscheidende Vorbedingung für die Formalisierung einer Wissenschaft der Entwurf eines geeigneten Zeichensystems ist. Der Erfolg seiner Entwicklung einer genialen Symbolik für die Differential- und Integralrechnung hat ihn in dieser Ansicht bestärkt. Was die Logik betrifft, so hat er Zeit seines Lebens nach einer geeigneten Symbolik gesucht; und im Frühjahr 1679 war er der Überzeugung, er hätte ein solches Zeichensystem gefunden. Seine Lösung war erstaunlich einfach. Er schreibt:

> „Zur Aufstellung eines allgemeinen Kalküls sind Charaktere für alle beliebigen Ausdrücke zu erfinden, aus denen, nachdem sie miteinander verbunden worden sind, die Wahrheit der aus den Ausdrücken zusammengesetzten Sätze sofort erkannt werden kann. Als die

bequemsten Charaktere habe ich bisher die Zahlen gefunden. Sie sind nämlich leicht zu handhaben und können sich allen Gegenständen anpassen, ferner geben sie Gewissheit.“[11]

Wenn man also ein System von Begriffen *A, B, C, ...* vorgegeben hat, dann werden diesen Begriffen Zahlen zugeordnet, und zwar auf solche Weise, dass man durch Rechnen nachprüfen kann, in welcher Relation diese Begriffe zueinander stehen.

Die Zuordnung von Zahlen zu Begriffen soll dabei so vorgenommen werden, dass immer dann, wenn für zwei Begriffe *A* (Subjekt) und *B* (Prädikat) das „universell positive“ Urteil *AaB* (Alle *A* sind *B*) gilt, die zu A gehörende charakteristische Zahl durch die zu B gehörende charakteristische Zahl geteilt werden kann:

> „Notwendig für das Zutreffen des allgemein positiven Urteils ist, dass die Subjektzahl exakt ohne Rest durch die Prädikatzahl geteilt werden kann.“[12]

Die Vorstellung bei dieser Definition ist die, dass sich durch die Teilbarkeitsrelation die aus der Inhaltslogik bekannten Verhältnisse zwischen weiteren und engeren Begriffen wiedergeben lassen[13]: Dem weiteren Begriff (*Prädikat)* entspricht der *Teil*, dem engeren Begriff *(Subjekt)* das *Ganze*; entsprechend gehört zum „weiteren“ Begriff die kleinere Zahl, nämlich der Teiler, der die zum engeren Begriff gehörige Zahl teilt[14].

Für das Leibniz’sche Standardbeispiel „Gold/Metall“ haben wir eine mögliche Zuordnung von Zahlen angegeben, die die Teilbarkeitsbedingung erfüllt (Abb. 5, links). Ein weiteres Beispiel: Wenn man von dem allgemeinsten Begriff „Ding“ über mehrere Unterbegriffe zu „Engländer“ herabsteigt, kann man charakteristische Zahlen gewinnen, indem man die übergeordnete Gattung jeweils mit einer bisher nicht vorkommenden Primzahl multipliziert (Abb.5, rechts):

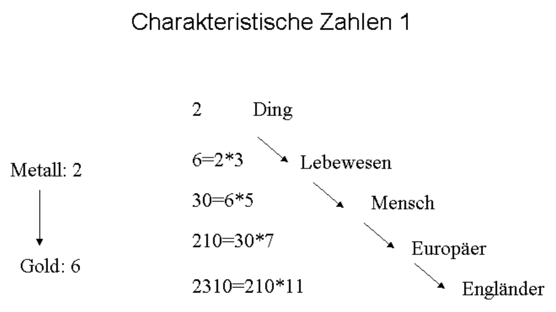


Abbildung 5: Das Beispiel links stammt von Leibniz

Nicht ganz so einfach ist es, charakteristische Zahlen zu gewinnen, wenn die Begriffe *nicht* linear in einer Kette angeordnet sind, sondern einen komplizierteren gerichteten Graphen bilden. Leibniz hat einige ganz einfache Beispiele angegeben (z. B. das Tier/Mensch – Beispiel aus Abb. 6). Von ihm stammt die Idee, die Grundbegriffe einer

[11] **A**, N. 59, S. 217; Übersetzung: FS, S. 203

[12] **A,** N. 56, S. 182 „U.A.: Si Propositio Universalis Affirmativa est vera, necesse est ut numerus subjecti dividi possit exacte seu sine residuo, per numerum praedicati

[13] **A**, N. 57, S. 199 –200.

[14] „...; ita ut generis notio sit pars, speciei notio sit totum, componitur enim ex genere et differentia.“ (**A**, N. 57, 11), S 199).

Theorie durch Primzahlen darzustellen, aus denen sich dann die spezielleren Begriffe zusammensetzen lassen.

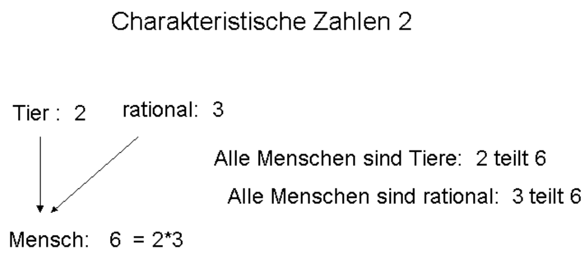


Abbildung 6

Leibniz schreibt: „Wenn zum Beispiel angenommen wird, dass der Begriff ‚Tier' durch die Zahl 2 (oder allgemein a) ausgedrückt wird, der Begriff ‚rational' durch die Zahl 3 (oder allgemein r), dann wird der Begriff ‚Mensch' durch die Zahl 2·3 ausgedrückt, d.h. 6 als Ergebnis der Multiplikation von 2 und 3 (oder allgemein durch die Zahl a·r)"[15].

Leibniz hat an keiner mir bekannten Stelle die Frage aufgeworfen, wie man ganz allgemein zu einem vorgegebenen „Begriffsbaum" charakteristische Zahlen berechnen kann. Von der Beantwortung dieser Frage hängt es aber offensichtlich ab, ob sich das „Leibniz – Programm" mit Hilfe der speziellen Methode der charakteristischen Zahlen verwirklichen lassen könnte – abgesehen von dem auch heute noch ungelösten Problem der Erstellung von Enzyklopädien, die als die Grundlage von Begriffssystemen dienen könnten.

Ich werde Ihnen im folgenden meine Idee dazu skizzieren, wie man diese Lücke in Leibniz' System schließen kann.

Als Beispiel wähle ich einen einfachen „Begriffsbaum", der in Abb. 7 links oben steht[16].

[15] „Exempli causa, si fingeretur terminus animalis exprimi per numerum aliquem 2 (vel generalis a) terminus rationalis per numerum 3 (vel generalis r) terminus hominus exprimetur per numerum 23, id est 6, seu productum ex multiplicatis in vicem 2 et 3 (vel generalius per numerum ar)".

[16] Diese Beispiel stammt aus der Dissertation von Claus Brillowski, Hamburg

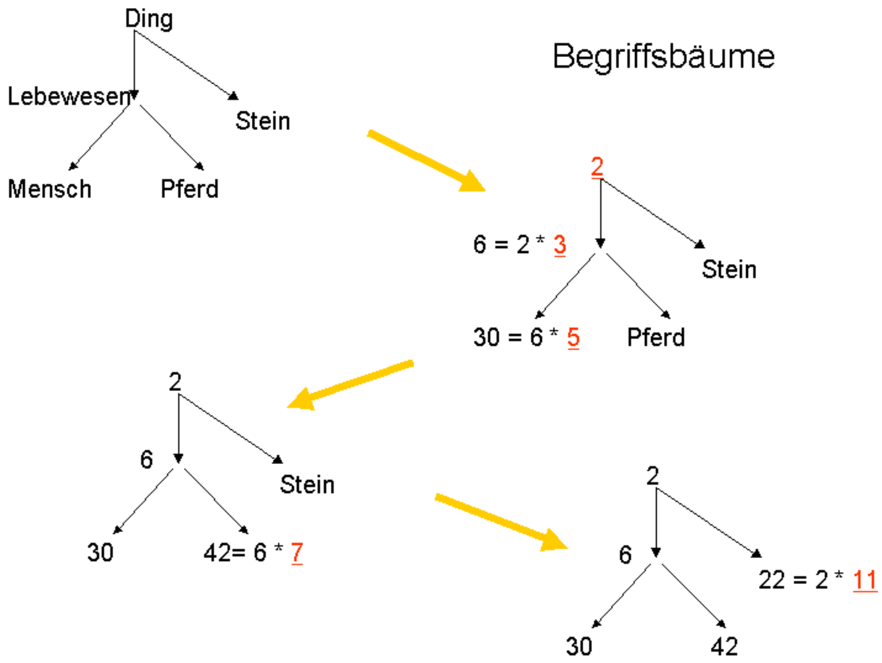


Abbildung 7

In diesem übersichtlichen Fall ist es wieder einfach, charakteristische Zahlen zu berechnen: Man behandelt die drei von „oben“ ausgehenden linearen Teilketten, die von „Ding“ zu „Mensch“, „Pferd“ und „Stein“ führen, jede für sich durch durch Multiplikation mit unterschiedlichen Primzahlen (die jeweils hinzukommenden Faktoren sind durch Unterstreichung gekennzeichnet).

Ein allgemeines Verfahren

Das in Abb. 7 gezeigte Beispiel ist ein Spezialfall in sofern, als es sich bei dem gezeigten Graphen um einen Begriffsbaum handelt, bei dem in jeden Knoten (Begriff) nur ein Pfeil „ankommt“. Die Situation wird komplizierter, wenn diese unnatürliche Bedingung fallengelassen wird; nehmen wir z.B. an, dass wir im Rahmen des obigen Beispiels auch einen Begriff wie „Zentaur“ zulassen wollen, also ein Lebewesen, das sowohl Pferd als auch Mensch ist (Abb. 8). Zum Begriff „Zentaur“ kommt man auf zwei verschiedenen Wegen (ausgehend von „Ding“), und daher muss die charakteristische Zahl von „Zentaur“ sowohl durch diejenige von „Mensch“ als auch durch die von „Pferd“ teilbar sein. Auch dies kann man einfach mit Hilfe der Primzahlidee bewerkstelligen.

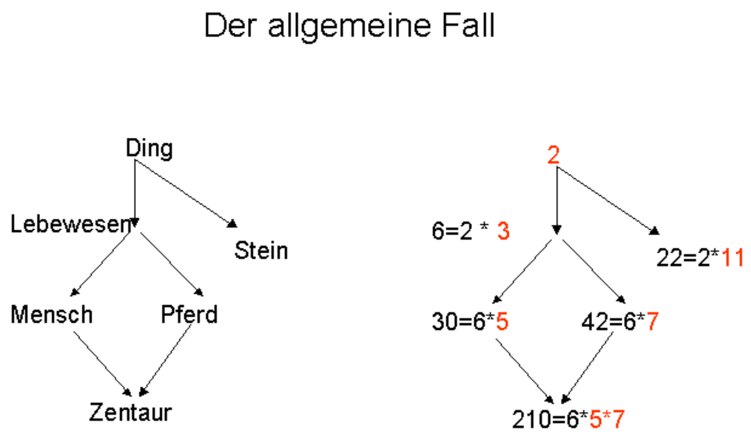


Abbildung 8

Es ist nun möglich, diese Idee der Berechnung charakteristischer Zahlen mit Hilfe von Primzahlen in einen Computeralgorithmus umzusetzen; ich habe das mit *Mathematica* durchgeführt (s. Abb. 9).

Algorithmus

1. Ordne den Knoten einer „Begriffpyramide“ unterschiedliche Primzahlen als vorläufige charakteristische Zahlen zu.

2 Führe für jede Kante der Begriffspyramide die folgende Operation durch:

a) Ersetze $a \downarrow b$ durch $a \downarrow b*a$

b) Wenn bei der Operation a) ein Faktor p*p entsteht (p eine Primzahl), ersetze ihn durch p.

3. Wiederhole 2) so lange, bis sich die charakteristischen Zahlen nicht mehr ändern.

Abbildung 6

In Abb. 10 habe ich ein Beispiel durchgerechnet; es ist das bekannte Beispiel aus Abb. 8. Im ersten Schritt (oben links) wird jedem Knoten eine Primzahl zugeordnet (egal, welche und in welcher Reihenfolge). Um den Schritt 2 ausführen zu können, muss eine Reihenfolge von Kanten gewählt werden; in der Skizze oben links ist die hier gewählte Reihenfolge mit grünen Zahlen bezeichnet.

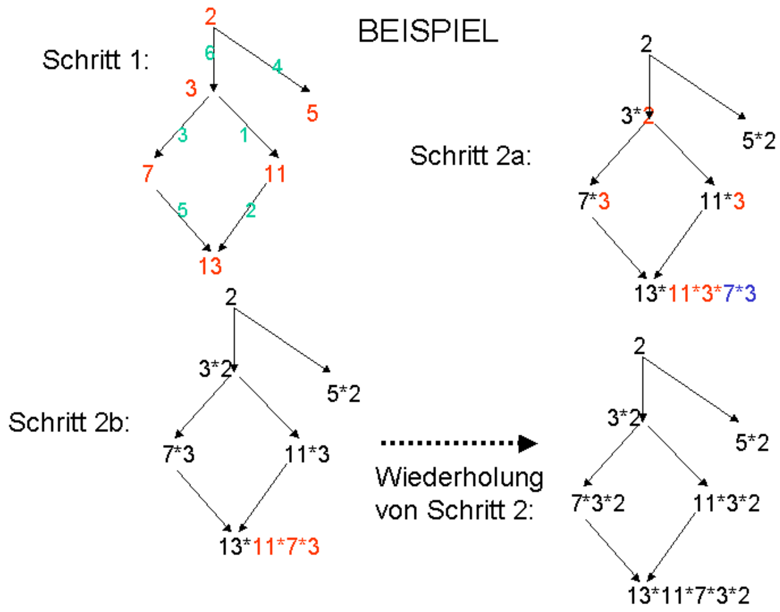


Abbildung 7

Dass die Skizze in der rechten unteren Ecke von Abb. 10 den Endzustand wiedergibt, sieht man daran, dass bei jedem der Pfeile die Zahl am *Anfangsknoten* die Zahl am *Endknoten* des Pfeiles teilt. Als Endprodukt des Algorithmus erhalten wir also die charakteristischen Zahlen[17]

Ding:	2
Lebewesen:	6
Stein:	10
Mensch:	42
Pferd:	66
Zentaur[18]:	6006

Man kann nun an den Zahlen ablesen, dass das Urteil „Alle Zentaure sind Steine“ falsch ist: denn 6006 ist nicht durch 10 teilbar. Dies illustriert an einem einfachen Beispiel die Leibnizsche Idee, dass – wenn nur die „Charaktere“ richtig gewählt sind, man durch einfaches Nachrechnen wahre Aussagen über das Begriffssystem gewinnen kann!

[17] Die vom Programm berechneten charakteristischen Zahlen hängen durchaus davon ab, in welcher Reihenfolge die Primzahlen in Schritt 1 vergeben werden. Alle auf diese Weise gewonnenen unterschiedlichen Systeme von charakteristischen Zahlen sind aber isomorph.

[18] Man sieht, dass man auf den Faktor 13 verzichten kann; der Algorithmus lässt sich so modifizieren, dass solche „überflüssigen“ Faktoren nicht auftreten.

Zahlenpaare

Leibniz hat schnell festgestellt, dass seine eben dargestellte erste Idee, nämlich natürliche Zahlen als Charaktere zu verwenden, nicht ausreicht, um die komplette Aristotelische Logik zu erfassen. Das Problem, auf das er stieß, war das folgende:

Mit Hilfe der Teilbarkeitsrelation lässt sich das „a-Urteil" (Alle A sind B) perfekt im Bereich der Zahlen ausdrücken (und damit auch dessen Negation, das o-Urteil, „Nicht alle A sind B"). Was ist aber mit dem anderen Urteilspaar der Logik des Aristoteles, dem e-Urteil „Kein A ist B" und dessen Negation „Einige A sind B" (i- Urteil)? Leibniz hat zwei Versuche gemacht, diese beiden Urteile auch durch arithmetische Beziehungen zwischen den charakteristischen Zahlen zu beschreiben, aber beide Versuche schlugen fehl[19].

Leibniz hat dann eine originelle Erweiterung seiner Grundidee angegeben: Statt natürlicher Zahlen schlägt er vor, *Paare* solcher Zahlen zu verwenden, um den vorgegebenen Begriffen Charaktere zuzuordnen.

Den Begriffen *A, B, ...* eines vorgegebenen Begriffsystems denkt man sich also Paare (s,?), (p,?), ... teilerfremder natürlicher Zahlen zugeordnet[20]; also z.B. im „Gold-Beispiel" von vorhin „Metall": (2,3), „Gold": (10,21)[21]. Die in einem Begriffssystem vorhandenen Beziehungen zwischen den Begriffen, die sich im Rahmen der Aristotelischen Logik durch die vier Urteile *a, i, e* und *o* ausdrücken lassen, werden durch gewisse Teilbarkeitseigenschaften der charakteristischen Zahlenpaare ausgedrückt, und zwar nach Leibniz wie folgt:

Alle A sind B: **a**$((s,\sigma), (p,\pi))$ genau dann, wenn: p teilt s und π teilt σ.

Kein A ist B: **e**$((s,\sigma), (p,\pi))$ genau dann, wenn: s teilt π oder σ teilt p (oder beides)

Die beiden anderen Urteile, **o** bzw. **i**, werden, wie in der Aristotelischen Logik üblich, durch Negation der ersten beiden definiert:

Nicht alle A sind B: **o**$((s,\sigma), (p,\pi))$ genau dann, wenn: p ist kein Teiler von s oder π ist kein Teiler von σ.

Einige A sind B: **i**$((s,\sigma), (p,\pi))$ genau dann, wenn: s und π sowie σ und p sind jeweils teilerfremd.

Bei unserem „Gold-Beispiel" prüfen wir leicht nach, dass sowohl die erste als auch die zweite der beiden obigen angegebenen algebraischen Bedingungen erfüllt ist; die Urteile „Alles Gold ist Metall" und „Einiges Gold ist Metall" ist also durch die angegebene Wahl der charakteristischen Zahlen korrekt dargestellt.

---

[19] In meiner schon erwähnten Arbeit habe ich sehr ausführlich dargestellt, woran das lag und warum es nicht klappen konnte!

[20] Leibniz geht auch hier bei allen seinen Ausführungen immer davon aus, dass diese Zuordnung von Zahlenpaaren zu Begriffen schon irgendwie vorhanden ist; die Frage, *wie* man diese Zuordnung vornimmt, hat er nie behandelt – das ist eine Lücke in seinem System, von der ich weiter unten zeigen werde, wie man sie schließen kann.

[21] Leibniz hat eine andere Notation verwendet, die einige seiner Kommentatoren in die Irre geführt hat: Statt (s,σ) schreibt er $+s-\sigma$ und spricht vom positiven bzw. negativen Teil der charakteristischen Zahlen. In meiner Arbeit in den Studia Leibnitiana habe ich gezeigt, dass – wenn man überhaupt eine andere Darstellung als die durch Zahlenpaare verwenden will- man die Quotientenschreibweise s/σ verwenden sollte; nur diese Notation ist kompatibel zu der von Leibniz gewählten Arithmetisierung der Aristotelischen Urteile.

Eine einigermaßen sorgfältige Darstellung der charakteristischen Zahlen würde einen eigenen Vortrag erfordern. Insbesondere der Sinn hinter den auf den ersten Blick kompliziert erscheinenden Teilbarkeitsbedingungen im e- bzw. i – Urteil ist nicht offensichtlich. Da ich an dieser Stelle nicht genauer darauf eingehen kann, verweise ich auf meine Arbeit in den *Studia Leibnitiana*, wo alles sehr ausführlich dargestellt ist. Damit Sie aber dennoch ein deutliches Bild von dem erhalten, was Leibniz sich vorstellte, werde ich die Idee an dem kleinen Beispiel erläutern, das ich schon in den vorigen Abschnitten verwendet habe..

Die Begriffe unseres kleinen Begriffssystems seien wieder „Ding“, „Lebewesen“ , „Stein“, „Mensch“ und „Pferd“. Die Struktur dieses Systems sei wie folgt definiert:

a- Urteile:

- Alle Lebewesen sind Dinge
- Alle Steine sind Dinge
- Alle Menschen sind Lebewesen
- Alle Pferde sind Lebewesen

e- Urteile:

- Kein Stein ist Lebewesen
- Kein Pferd ist Mensch.

Es sind nun also ganz explizit zwei „allgemein negative“ e- Urteile (Kein ...) vorhanden; ich zeige, wie sich die Gesamtheit dieser Urteile mit Hilfe charakteristischer Zahlenpaare ausdrücken lassen; d.h. ich werde die Lücke schließen, die Leibniz in seinem System gelassen hat.

Der gesamte Algorithmus läuft wie folgt (s. Abb. 14):

1. **Schritt**. Den Begriffen werden vorläufige Zahlenpaare zugeordnet; und zwar jedem Begriff nun ein Paar (p,1); dabei ist p eine Primzahl. Wieder müssen alle Primzahlen unterschiedlich sein.

Nun werden die e- Urteile eingebaut. Die Idee ist dabei die, die zweiten Komponenten der vorläufigen charakteristischen Zahlen, die bisher noch auf 1 gesetzt sind, so zu verändern, dass die von Leibniz angegebene Bedingungen für das i- Urteil verletzt sind (denn das e- Urteil ist die Negation des i- Urteils).

Nehmen wir an, die vorläufigen charakteristischen Zahlenpaare für „Lebewesen“ bzw. „Stein“ seien (a,1) bzw. (b,1). Dann modifizieren wir diese Zahlenpaare zu (a,b) bzw. (b,a); die Bedingung für das e- Urteil (s.o.) ist damit erfüllt! Das ist die Idee beim

2. **Schritt.** Für jedes e- Urteil A**e**B modifiziere die vorläufigen charakteristischen Zahlen (a,1) von A bzw. (b,1) von B: ersetze (a,1) durch (a,b) und (b,1) durch (b,a).

Diese Methode spiegelt die Leibnizsche Grundidee wieder, dass in der zweiten Komponente des charakteristischen Zahlenpaares eines Begriffes A diejenigen Begriffe (bzw. die dazugehörigen Zahlen) auftauchen, die mit dem vorgegebenen Begriff A unverträglich sind.

3. **Schritt.** Nun wird der Algorithmus durchgeführt, den wir im vorigen Abschnitt für die „einfachen“ charakteristischen Zahlen beschrieben haben; die beiden Komponenten werden dabei gleichzeitig, aber unabhängig voneinander modifiziert.

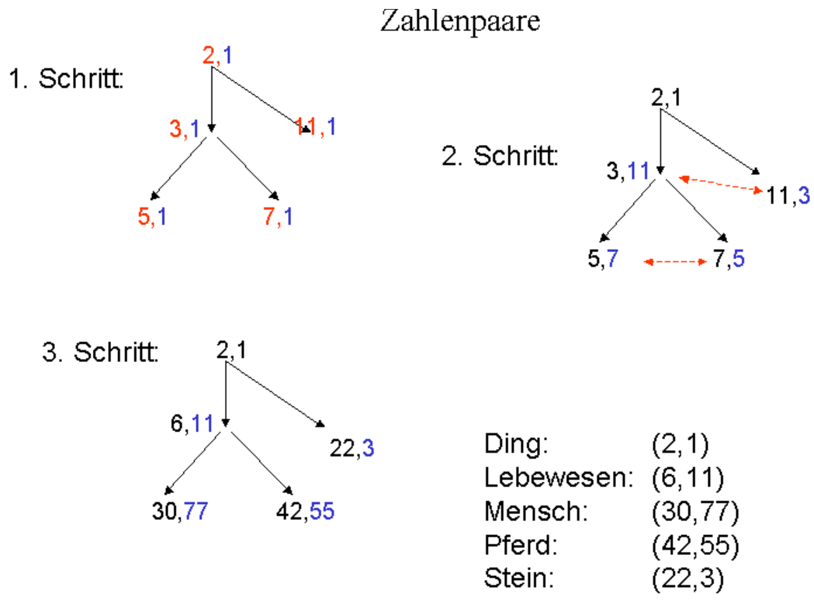


Abbildung 8

Der oben beschriebene, in *Mathematica* programmierte Algorithmus, erlaubt es, solche Zahlenpaare direkt aus den angegebenen Urteilen zu berechnen; er liefert das folgende Ergebnis:

- „Ding“: (2,1)
- „Lebewesen“: (6,11)
- „Stein“: (22,3)
- „Mensch“: (30,77)
- „Pferd“: (42,55).

Zunächst kann man sich davon überzeugen, dass die charakteristischen Zahlen so gewählt sind, dass sie die vorgegebenen Urteile erfüllen. So sieht man leicht, dass die All – Urteile korrekt in Zahlen abgebildet sind: Z.B ist „Alle Pferde sind Lebewesen“ deshalb richtig, weil die Zahl 6 die Zahl 42 und die Zahl 11 die Zahl 55 teilt. Auch „Kein Stein ist Lebewesen“ ist korrekt in Zahlen umgesetzt worden; es war ja oben definiert worden:

Kein A ist B: **e**$((s,\sigma), (p,\pi))$ genau dann, wenn: (s und π) oder (σ und p) besitzen einen gemeinsamen Teiler.

Im Falle „Kein Stein ist Lebewesen“ hat man s = 22, ? = 3, p = 6, ? = 11; man sieht, dass s und ? den gemeinsamen Teiler 11 haben – daher ist das zwischen „Stein“ und „Lebewesen“ vorgeschriebene e – Urteil offenbar in die charakteristischen Zahlen richtig „eingebaut“ worden. Analog kann man auch das zweite der vorgeschriebenen e- Urteile (Kein Pferd ist Mensch) nachrechnen. Die fünf charakteristischen Zahlenpaare, die für die fünf gegebenen Begriffe stehen, „verkörpern“ also auch die sechs Urteile zwischen diesen Begriffen, durch die wir unser kleines aristotelisches Begriffssystem definiert haben!

Die Großartigkeit der Leibniz’schen Idee der charakteristischen Zahlen, die bis heute kaum gewürdigt wurde[22], liegt aber nicht in der Möglichkeit, sie konkret so berechnen zu können, dass alle *vorgegebenen* Urteile in dem Zahlensystem enthalten sind, sondern in einer viel weitergehenden Eigenschaft dieser Zahlen, die Leibniz im Sinne

[22] Zur den Auseinandersetzungen in der Sekundärliteratur über die charakt. Zahlen s. Henrich (2002)

hatte, als er dieses Zahlenmodell der aristotelischen Logik entwickelte: In den charakteristischen Zahlen sind nicht nur die bewusst „eingebauten“ ursprünglichen Urteile enthalten (im obigen Beispiel die sechs aufgeführten Urteile), sondern auch *alle Folgerungen* daraus, die sich mit Hilfe der Aristotelischen Theorie der Syllogismen aus der *Analytica Priora* ergeben!

Ein Beispiel: Eine der syllogistischen Folgerungen aus den obigen sechs Urteilen ist das Urteil (das nicht zu den ursprünglichen sechs gehört):

„Kein Pferd ist Stein“.

Man prüft leicht nach, dass auch dieses Urteil durch die charakteristischen Zahlen wiedergegeben wird; denn 22 und 55 haben den gemeinsamen Teiler 11.

Und wenn jemand behauptet: „Einige Menschen sind Steine“, dann nimmt man die charakteristischen Zahlenpaare (30,11) bzw. (22,3) und rechnet ganz einfach nach, dass dieses *keine* Konsequenz aus den vorgegebenen Urteilen ist – weil nämlich 22 durch 11 teilbar ist, was die Definition des i-Urteils verletzt!

Genau diese Eigenschaft der charakteristischen Zahlen ist es, die Leibniz im Sinne hatte, wenn er davon sprach, dass sich wissenschaftliche Auseinandersetzungen zukünftig durch Rechnen lösen ließen: *Jede* Behauptung in Form eines beliebigen Urteils über die fünf obigen Begriffe lässt sich durch einfaches Nachrechnen lösen, denn jede beliebige Konsequenz aus den sechs vorgegebenen Urteilen ist in die fünf Zahlenpaaren bereits fest „eingebaut“.

Schlussbemerkungen

Ich komme zum Schluss noch einmal auf Leibniz’ Brief an seinen Herzog zurück, den ich in der Einleitung zitiert habe. Wenn man das System der charakteristischen Zahlen kennen gelernt hat, kann man Leibniz’ Begeisterung über seine eigenen Gedanken vielleicht nun besser nachempfinden. Ich wiederhole einige seiner Visionen, und Sie mögen selbst prüfen, ob in seinen Behauptungen über die Vorzüge seines Systems nur geschicktes Marketing zu sehen ist. Leibniz erklärt, dass seine Erfindung

- den Gebrauch der gesamten Vernunft erfasst
- ein Richter für Streitfälle ist
- die Begriffe erklärt

Er ist weiter der Ansicht, dass sein System alles folgende gleichzeitig ist:

- ein Inventar der Dinge
- eine Tabelle der Gedanken
- ein genereller Calculus
- eine Schrift, die jedermann in seiner Sprache liest
- eine Sprache, die man in wenigen Wochen lernen kann

Ich glaube, dass deutlich wird, wie nahe die Leibnizsche Idee einer universalen Zeichensprache und deren Verwendung im Rahmen von Algorithmen dem kommt, was wir heute zum engeren Bereich der künstlichen Intelligenz (KI) rechnen würden. Leibniz war ganz sicher, dass sich *alle* sinnvoll gestellten Fragen durch Rechnen lösen ließen; dies hängt auch mit seinen metaphysischen Vorstellungen einer Natur zusammen, deren Wirken in ihrer Gesamtheit durch Rechnen erfassbar ist – allerdings nur durch ein göttliches Wesen, das zu unendlich viel komplexeren Berechnungen fähig ist als wir Menschen.

Leibniz' moderne Vorstellungen vom Denken als Rechnen und von der Möglichkeit der Formalisierbarkeit der Wissenschaften haben außerordentlich große Auswirkungen gehabt und bestimmen noch heute und wohl auch in Zukunft die Methodik vieler Einzelwissenschaften; zunehmend besonders der Biowissenschaft und Medizin. Dennoch weckt sein optimistischer Entwurf heute meinem Eindruck nach nicht bei allen Wissenschaftlern die Euphorie, die wir noch in den zu Anfang zitierten Bemerkungen des Logikers Heinrich Scholz erkennen konnten. Ist dieser Leibnizsche Optimismus heute wirklich seltener anzutreffen als noch in der Mitte des vergangenen Jahrhunderts, weil inzwischen negative Erfahrungen bezüglich der Realisierbarkeit und der Folgen des Leibniz-Programms gemacht worden sind? Kann es sein, dass wir dennoch - wegen der rasanten Fortschritte der Informationstechnologien - gerade erst am Anfang der Umsetzung dieses Programms stehen? Vielleicht befinden wir uns in einer Übergangszeit, in der die Formalisierung und Algorithmisierung aller Lebensbereiche zwar in einigen Bereichen schon an deutliche Grenzen stoßen und auch unerwünschte Nebenwirkungen mit sich bringen, in anderen Gebieten der Wissenschaft und Technik aber durchaus noch dazu beitragen, die menschlichen Lebensbedingungen zu verbessern.

Der Triumph von Wissenschaft und Technik, der die Neuzeit geprägt hat, war in dem Umfang, wie er eingetreten ist, selbst von einem Optimisten wie Leibniz nicht vorauszusehen. Und er hatte erst recht keine Vorstellung von den problematischen Erscheinungen, die dieser Entwicklung mit sich brachte. Es gibt daher gute Gründe, heute, 300 Jahre später, seine Utopie auf dem Hintergrund des Siegeszug der „Denkmaschinen" erneut zu betrachten und zu erwägen, in wie weit wir uns heute noch mit den Visionen eines Philosophen identifizieren können, der seine Logik zum Nachweis der Behauptung benutzte, dass wir in der besten aller möglichen Welten leben.

Literatur[23]

[23] Leibniz' Logik wird ausführlich im Sammelband „Leibniz Logik und Metaphysik", herausgegeben von Albert Heinekamp und Franz Schupp, behandelt; hierin sind insbesondere die Arbeiten von Nicholas Rescher, G. H. R. Parkinson und Heinrich Scholz von Interesse, die Leibniz' logische Systeme betreffen. Die historische Einordnung der Leibnizschen Logik ist ausführlich in dem Buch von Witold Marciszewski herausgearbeitet. Die charakteristischen Zahlen kommen in den meisten Abhandlungen zur Leibnizschen Logik nicht vor, weil ihr Verständnis ein gewisses Maß an Bereitschaft zum Rechnen (ich sage ganz bewusst nicht: zur Mathematik) erfordert. Die einschlägige Literatur zu diesem Thema sowie eine neue Interpretation der charakteristischen Zahlen habe ich in der Arbeit „Über Leibniz' charakteristische Zahlen" behandelt. –

Leibniz, Gottfried Wilhelm:

A *Sämtliche Schriften und Briefe*. Reihe 6 „Philosophische Schriften“, Bd. 4, 1677- Juni 1690, Teil A. Akademie-Verlag, Berlin 1999; hieraus die Stücke N.1, N. 56 bis N. 64 und N. 72)

Übersetzungen:

G. W.Leibniz, Philosopical Essays. R. Ariew and D. Garber (Ed.), Indianapolis 1989

Opuscules et Fragments inédits de Leibniz. Herausg. von Louis Couturat. Paris 1903. Unveränderter Nachdruck: Hildesheim 1961

*Fragmente zur Logik***.** Ausgewählt, übersetzt und erläutert von Dr. phil. habil Franz Schmidt. Akademie-Verlag, Berlin 1960

Leibniz: Logical Papers. A Selection Translated and Edited with an Introduction. Parkinson, G.H.R. Oxford University Press, Oxford, 1966

Weitere Literatur:

Aristoteles *Lehre vom Schluß oder Erste Analytik (Organon 3).* Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1922

Brillowski, Claus *Grundlagen offener Sprachen.* Dissertation Univ. Hamburg. Frankfurt am Main 1993

Couturat, Louis *La logique de Leibniz d'après des documents inédits.* Paris : Alcan 1901

Glashoff, Klaus *Über Leibniz' charakteristische Zahlen.* Erscheint demnächst in: Studia Leibnitiana , 2004

Henrich, Jörn *Zur Edition und Rezeption von Leibnizens Arithmetischem Kalkül.* In: *Nihil Sine Ratione.* Nachtragsband zum VII. Internationalen Leibniz-Kongreß in Berlin. Hannover 2002.

Kauppi, Raili *Über die Leibnizsche Logik mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension.* Acta Philosophica Fennica, Fasc. XII, Helsinki 1960

Lukasiewicz, Jan *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*. Ox ford 1951

Marciszewski, Witold *Logic from a Rhetorical Point of View.* Walter de Gruyter, Berlin – New York 1994

Parkinson, G. H. R. *Einleitung zu einer Auswahl logischer Schriften von Leibniz.* In: Albrecht Heinekamp, Franz Schupp (Hrsg.): *Leibniz' Logik und Metaphysik.* Darmstadt 1988

Rescher, Nicholas *Leibniz' Interpretation seiner logischen Kalküle.* In: Albrecht Heinekamp, Franz Schupp (Hrsg.): *Leibniz' Logik und Metaphysik.* Darmstadt 1988. Originalarbeit: The Journal of Symbolic Logic 19 (1954)

Scholz, Heinrich *Leibniz.* . In: Albrecht Heinekamp, Franz Schupp (Hrsg.): *Leibniz' Logik und Metaphysik.* Darmstadt 1988. Die Originalarbeit erschien im „Jahrbuch der Kaiser-Wilhelm-Ges. zur Förderung der Wiss.“, 1942, S. 205-249

Thiel, Christian *Leibnizens Definition der logischen Allgemeingültigkeit und der „arithmetische Kalkül“.* In: Studia Leibnitiana, Supplementa, Vol XXI, Band III, S. 17. Wiesbaden 1980