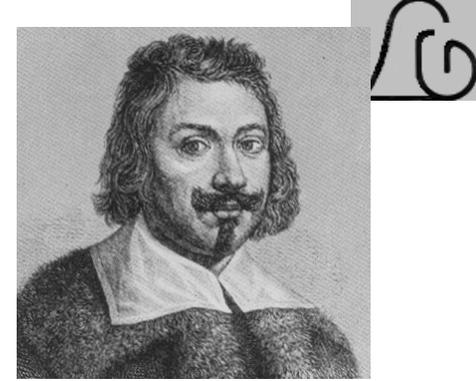


# Wehrformeln

## Grundlage: Energiesatz

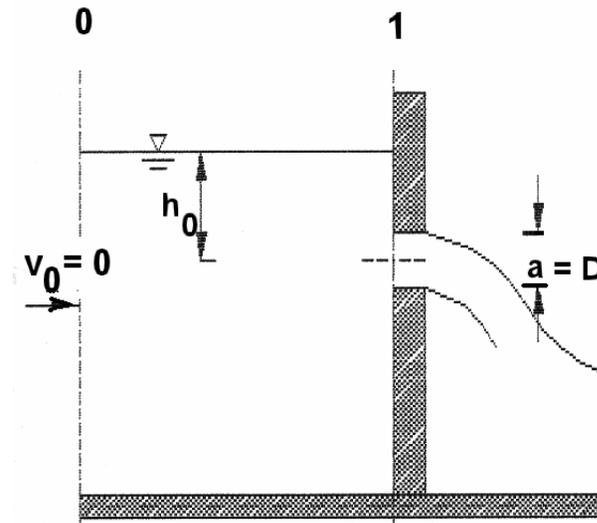
### Arten des Abflusses:

1. Ausfluss
2. Unterströmung
3. Überströmung



Torricelli (1608 - 1647)

### Ausfluss aus kleiner Öffnung



Ausfluss aus kleiner kreisförmiger Öffnung mit Berücksichtigung eines Auslaufverlustes:

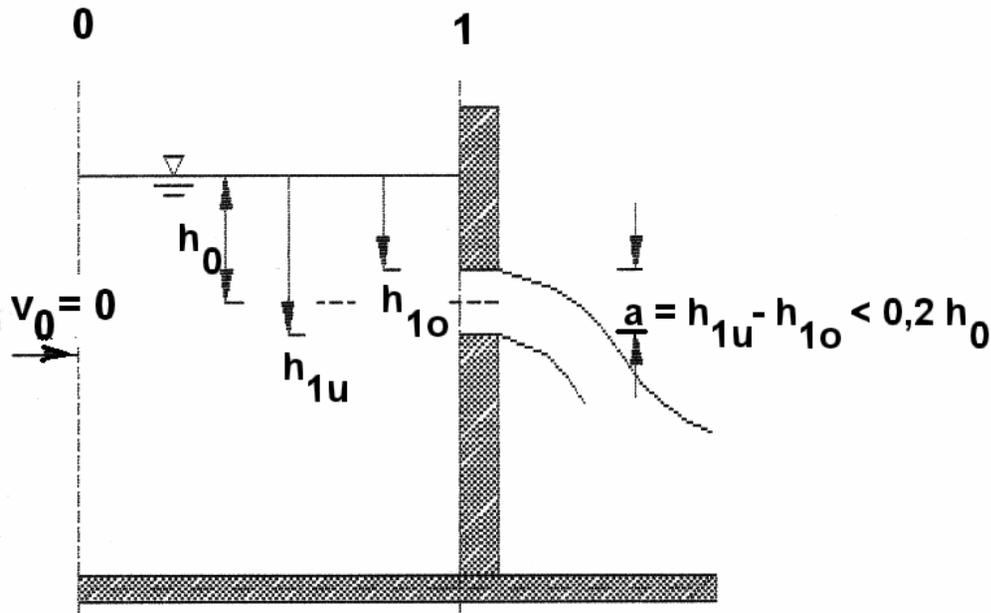
Energiesatz:

$$h_0 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot (1 + \zeta)$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}}{\sqrt{(1 + \zeta)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + \zeta)}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$$

$$Q = A \cdot v_1 = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$$

# Ausfluss aus kleiner Öffnung



$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$$

Näherung für den Fall, dass sich die Geschwindigkeit über der Höhe  $a$  einer Rechtecköffnung wenig ändert.

Anwendung für die Relation:

$$\frac{a}{h_0} < 0,2$$

Öffnung  $A = a \cdot b$

$b$  = Öffnungsweite senkrecht zur Tafalebene

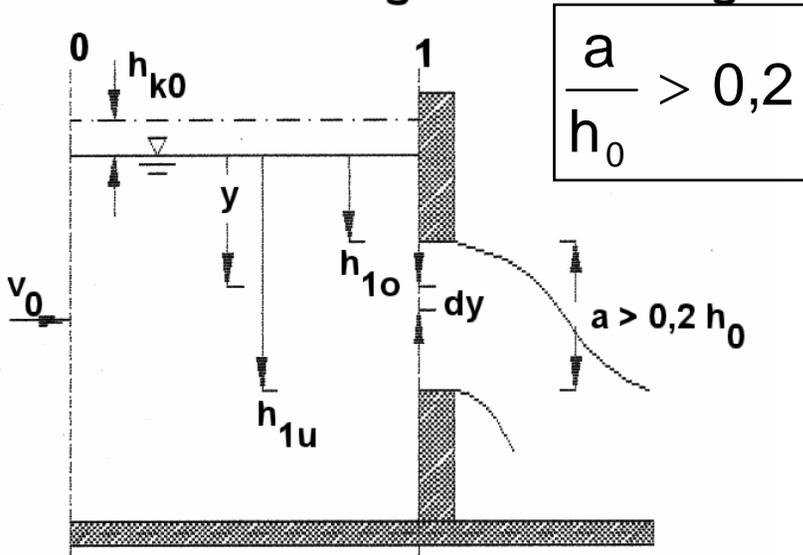
$\mu = f(a/b; \text{Öffnungsform})$

Verlustbeiwert  $\mu$  infolge von Ablösungserscheinungen an scharfen Kanten:

$a/b$	$\approx 0$	0,5	1	1,5	2
$\mu$	0,673	0,64	0,582	0,504	0,438

n. Kaufmann, W.: Technische Hydromechanik und Aerodynamik, 1963

## Ausfluss aus großer Öffnung



Hier ist die Anströmgeschwindigkeit und ihre Verteilung über der Öffnung zu berücksichtigen.

$$h_{ko} = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

Öffnung  $A = a \cdot b$   
 $b =$  Öffnungsweite senkrecht zur Tafalebene  
 $\mu = f(a/b; \text{Öffnungsform})$   
 (wie vor ?)

Ansatz:  $dQ = \mu \cdot b \cdot dy \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (y + h_{ko})}$

Die Integration in den Grenzen  $h_{1u}$  bis  $h_{1o}$  liefert:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (h_{1u} + h_{ko})^{\frac{3}{2}} - (h_{1o} + h_{ko})^{\frac{3}{2}} \right]$$

Für  $v_0 = 0$  ist:

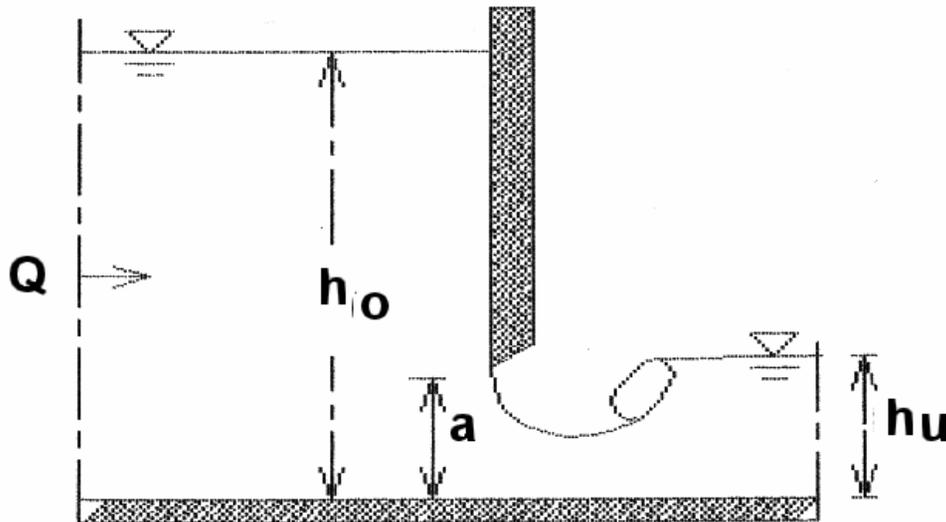
$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (h_{1u})^{\frac{3}{2}} - (h_{1o})^{\frac{3}{2}} \right]$$

Als Alternative zu:

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$$



# Vollkommener Ausfluss (Unterströmung)



Ablösung des Schussstrahles an scharfer Unterkante.

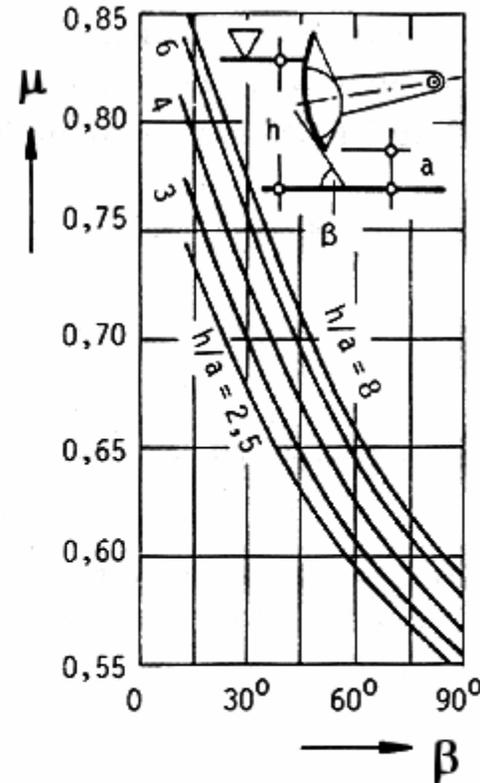
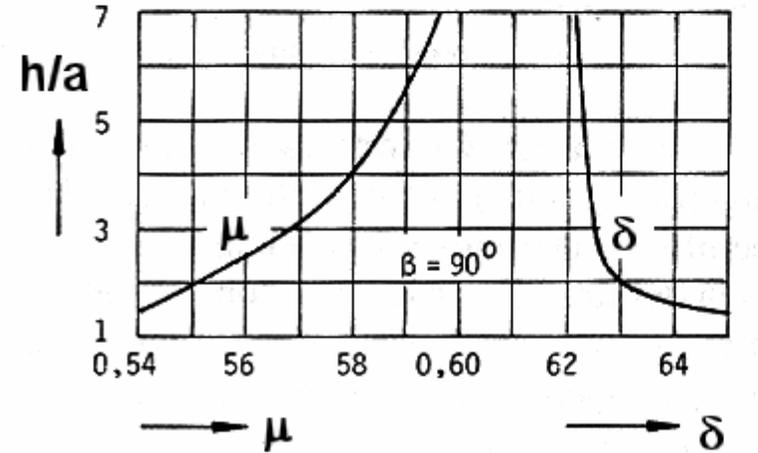
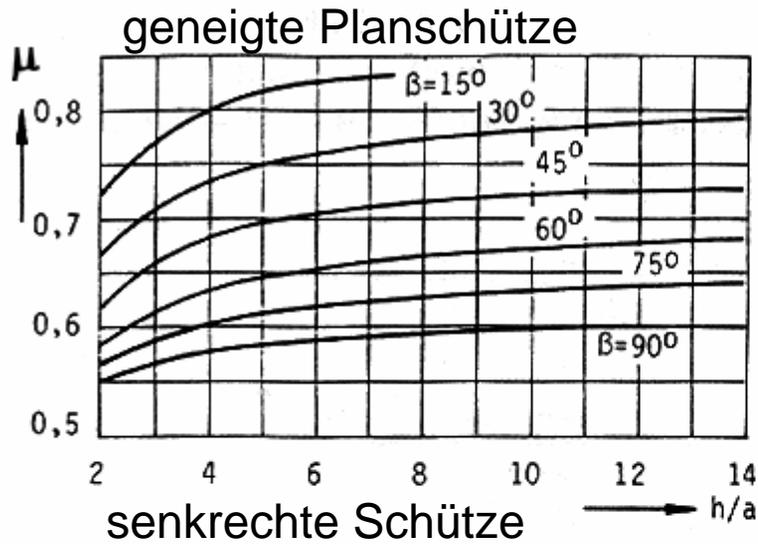
$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_o}$$

$$\mu = f\left(\frac{h_o}{a}\right)$$

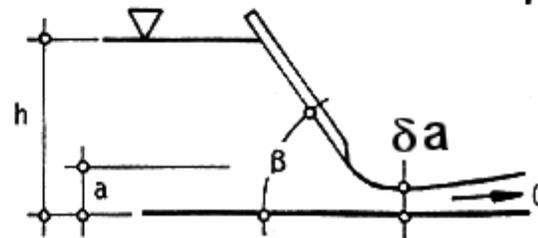
$b$  = Öffnungsweite senkrecht zur Tafelenebene.



# Abflussbeiwerte für unterströmte Wehre n. Schmidt, M.: Gerinnehydraulik, 1957, Bauverlag GmbH.



Segment-  
schütze

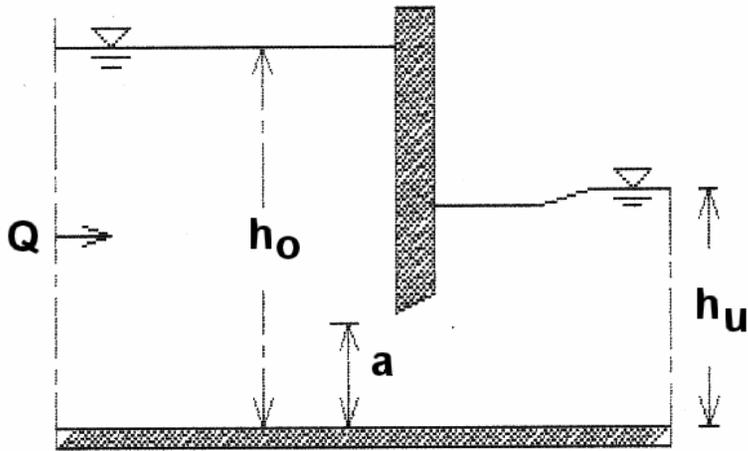


System und  
Bezeichnungen

Ablösung an scharfer Unterkante

nach: Schröder, R.:  
Technische Hydraulik  
Springer-Verlag 1994

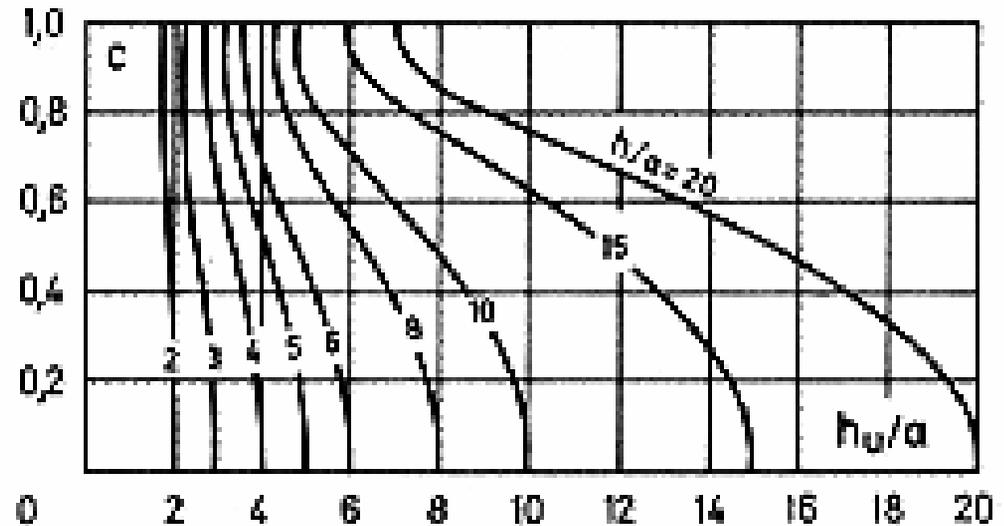
# Unvollkommener Ausfluss (Unterströmung rückgestaut)



$b$  = Öffnungsweite senkrecht zur Tafelebene.

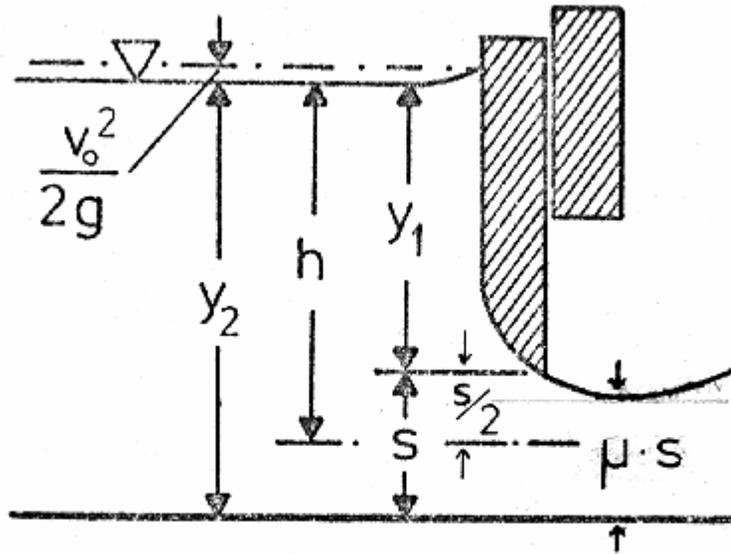
$$Q = \mu \cdot c \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_o}$$

$$\mu = f\left(\frac{h_o}{a}\right) \quad c = f\left(\frac{h_o}{a}; \frac{h_u}{a}\right)$$



Quelle: Schneider Bautabellen, 11. Auflage

# Vollkommene Unterströmung von Auslassschützen bei Talsperren u. Wehren:



Der Bezugshorizont wird auf der Höhe der Sohle des Auslasses oder in halber Höhe des Auslasses gewählt. Dementsprechend sind die experimentell ermittelten Einschnürungsbeiwerte (Ausflussbeiwerte)  $\mu$  nicht nur von der Form der Schützunterkante sondern auch vom Formelansatz abhängig. Für kleine Öffnungsweiten  $s$  ergeben sich jedoch nur geringe Unterschiede.

Torricelli:

$$Q = \mu \cdot b \cdot s \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (1)$$

Bei bekannter Anströmgeschwindigkeit  $v_0$ :

$$Q = \mu \cdot b \cdot s \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2} \quad (2)$$



# Vollständige Abflussformel:

Diese berücksichtigt die ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung über dem Ausflussquerschnitt.

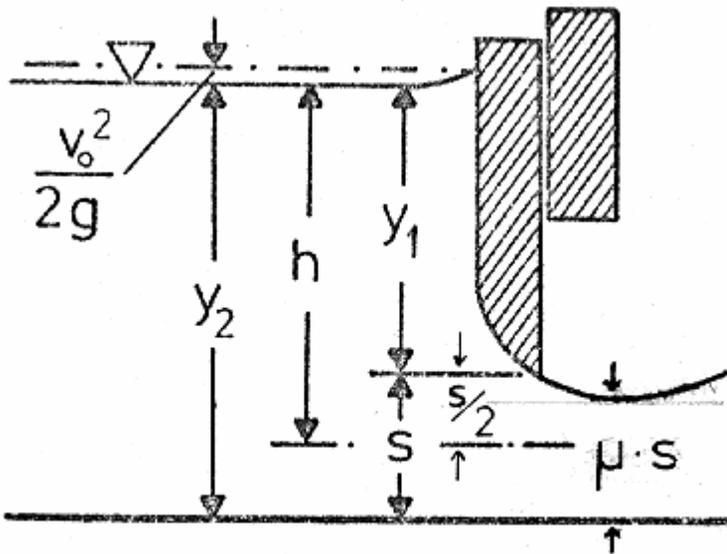
Ansatz:  $dQ = v \cdot dA$

$$dA = b \cdot dy$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot y + v_0^2}$$

$$dQ = \mu \cdot b \cdot dy \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot y + v_0^2}$$

$$Q = \mu \cdot b \cdot \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{2 \cdot g \cdot y + v_0^2} \cdot dy$$



Die Integration ergibt:

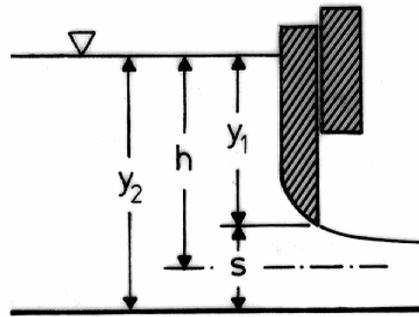
$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( y_2 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( y_1 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (3)$$

Wird die Anströmgeschwindigkeit vernachlässigt, ist:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (y_2)^{\frac{3}{2}} - (y_1)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (4)$$



# Vergleich Torricelli-Formel (1) und Vollständige Abflussformel (4)



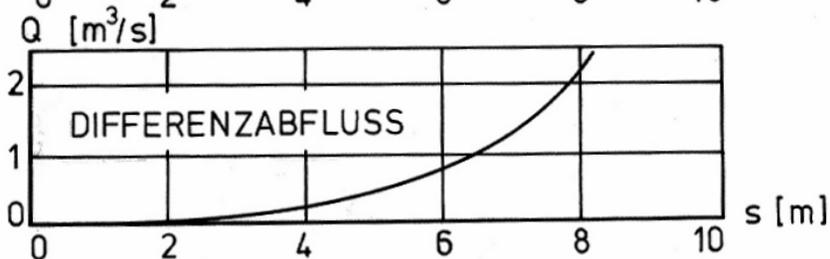
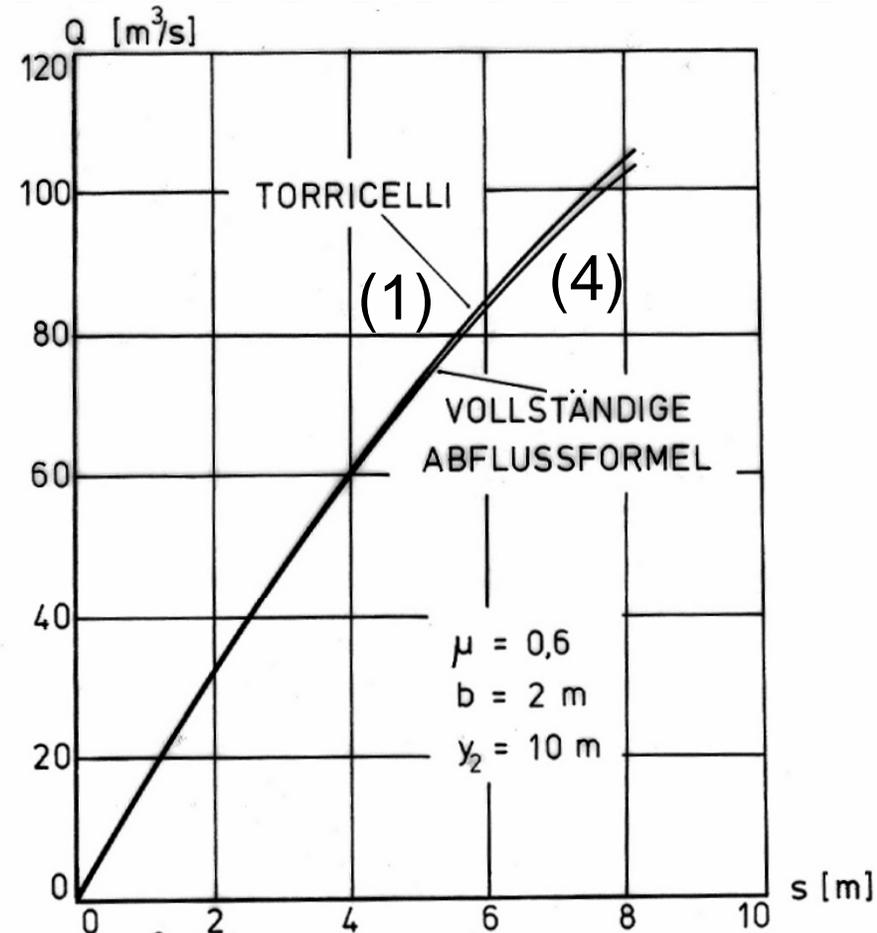
$$Q = \mu \cdot b \cdot s \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (1)$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (y_2)^{\frac{3}{2}} - (y_1)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (4)$$

z.B. für  $s = 4\text{m}$  ist  
 $h = 8\text{m}$  und  $y_1 = 6\text{m}$ :

$$Q_{(1)} = 60,14 \text{ m}^3/\text{s}$$

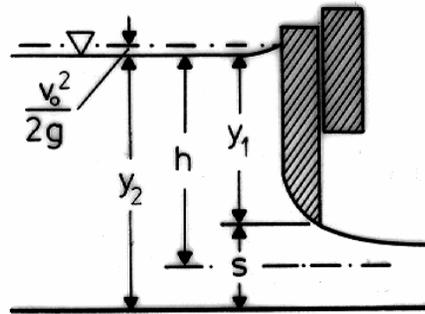
$$Q_{(4)} = 59,98 \text{ m}^3/\text{s}$$





# Vollständige Abflussformel

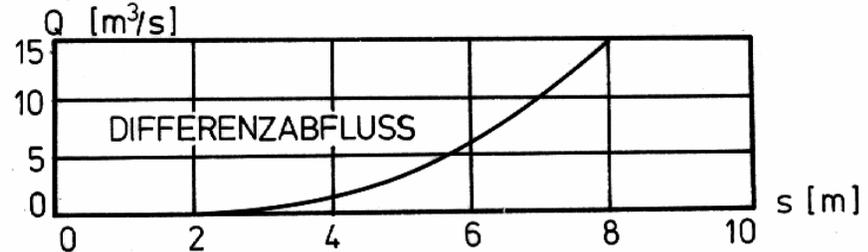
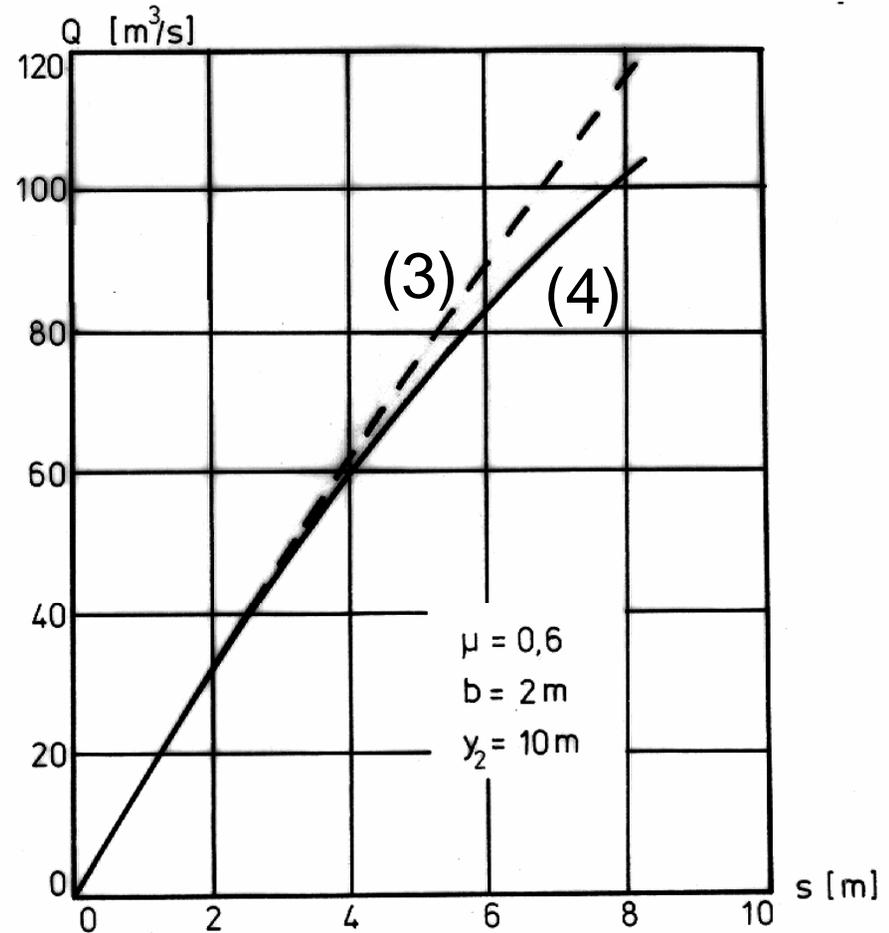
## Einfluss der Zuströmgeschwindigkeit



$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( y_2 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( y_1 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (3)$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ y_2^{\frac{3}{2}} - y_1^{\frac{3}{2}} \right] \quad (4)$$

Wird  $v_0$  berücksichtigt, ist auch  $Q = y_2 \cdot b \cdot v_0$ , d.h., Lösung muss durch Iteration erfolgen!





Beispiel:  $b = 2\text{m}$ ,  $\mu = 0,6$

Für  $y_2 = 10\text{m}$  und  $s = 4\text{m}$  ergibt sich  $y_1 = 10 - 4 = 6\text{m}$ .

$$Q = y_2 \cdot b \cdot v_0 = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( y_2 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( y_1 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$q = \frac{Q}{b} = y_2 \cdot v_0 = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( y_2 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( y_1 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$q = \frac{Q}{b} = 10 \cdot v_0 = \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( 10 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( 6 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\frac{10}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot v_0 = 5,644 \cdot v_0 = \left[ \left( 10 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( 6 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

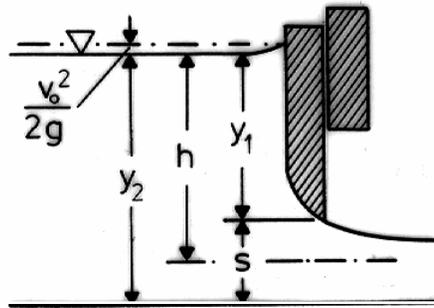
Für  $v_0 = 3,09 \text{ m/s}$  ergibt sich  $Q_{(3)} = 61,74 \text{ m}^3/\text{s}$   $> Q_{(4)}$ .

Bei konstanter Gerinnebreite darf die Zuströmgeschwindigkeit mit zunehmender Öffnung s nicht vernachlässigt werden !



# Vollständige Abflussformel

Einfluss der Zuströmgeschwindigkeit bei größerem OW-Querschnitt (z. B.:  $b_0 = 10\text{m} > b = 2\text{m}$ ).

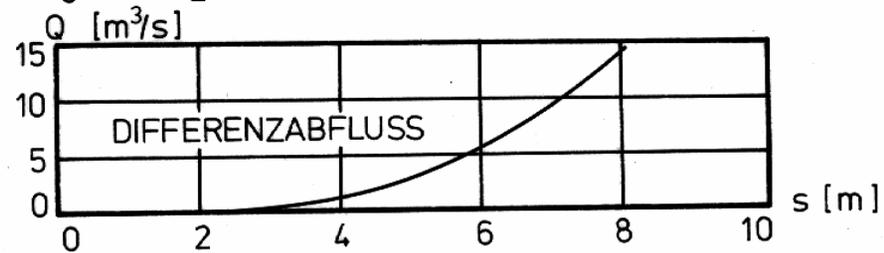
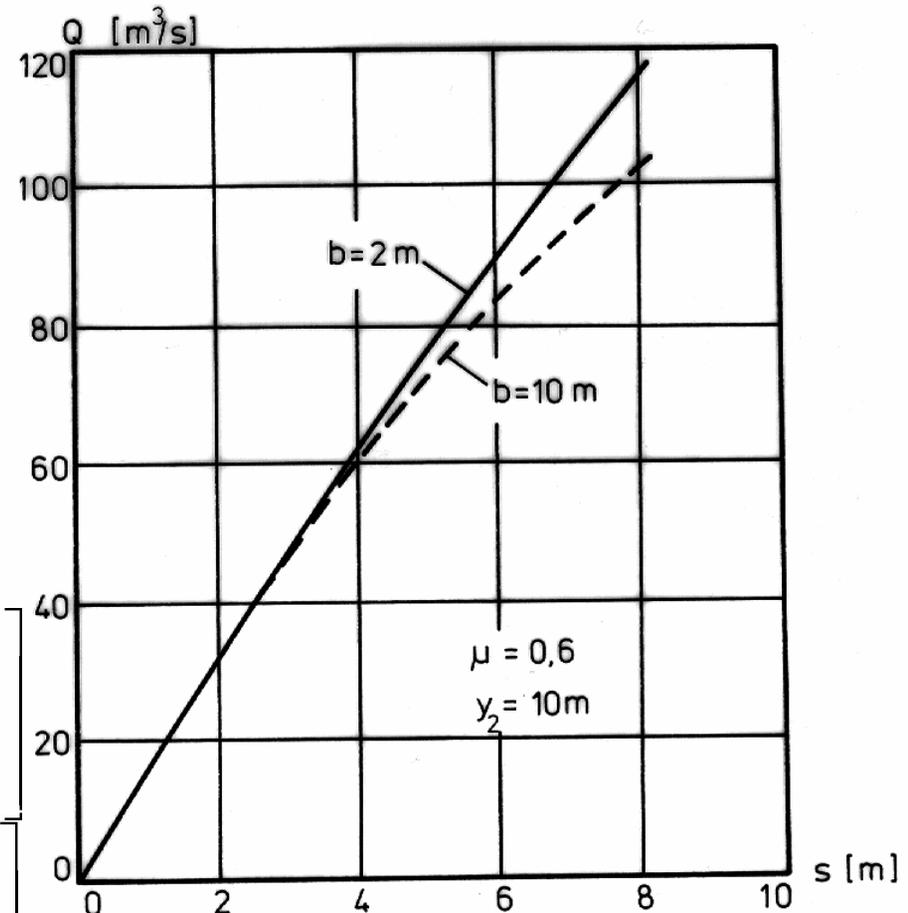


$$Q = y_2 \cdot b_0 \cdot v_0 = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( y_2 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( y_1 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$10 \cdot 10 \cdot v_0 = \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \left( 10 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( 6 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

Für  $v_0 = 0,6 \text{ m/s}$  ergibt sich

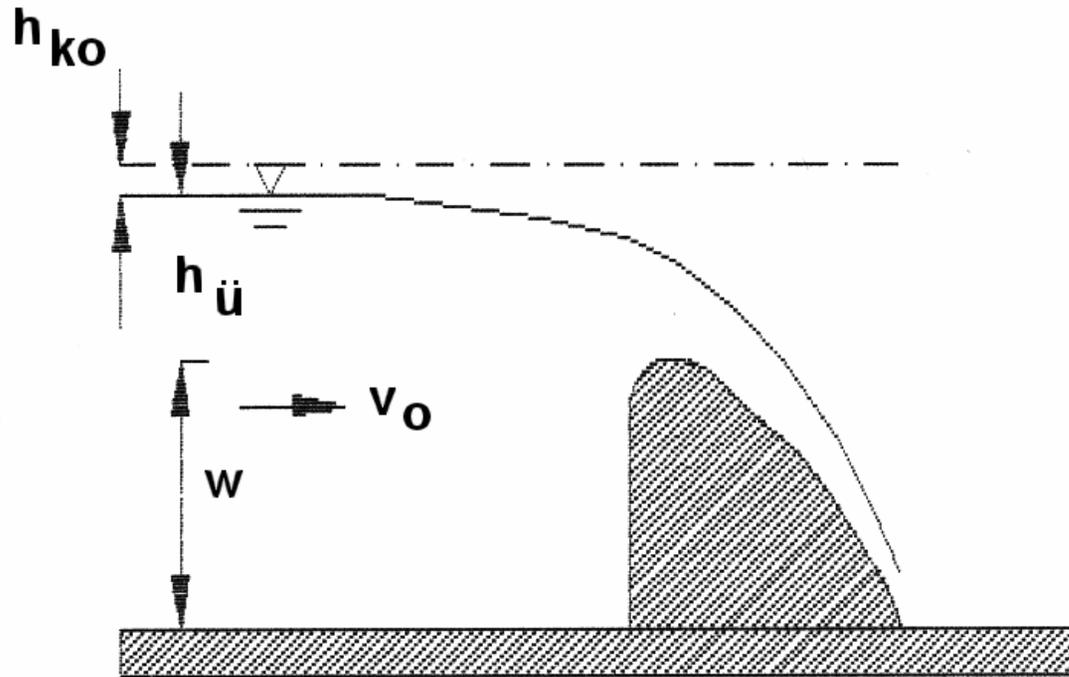
$$\underline{Q_{(3a)} = 60,07} < \underline{Q_{(3)} = 61,74 \text{ m}^3/\text{s}}$$



$$\boxed{Q_{(3a)} \approx Q_{(1)}} \quad (\text{Torricelli})$$

# Vollkommener Überfall

Näherungsformel n. Poleni:



$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h_{\ddot{u}}^{\frac{3}{2}}$$

Auch hierfür ist die Grundlage die für den Fall des Ausflusses aus großer Öffnung bzw. Unterströmung abgeleitete Formel:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (h_{1u} + h_{ko})^{\frac{3}{2}} - (h_{1o} + h_{ko})^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{mit } h_{ko} = \frac{v_o^2}{2 \cdot g}$$

Hier ist:  $h_{1u} = h_{\ddot{u}}$  = Überfallhöhe und  $h_{1o} = 0$  = Wasserspiegel.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ (h_{\ddot{u}} + h_{ko})^{\frac{3}{2}} - (h_{ko})^{\frac{3}{2}} \right] = v_o \cdot (h_{\ddot{u}} + w) \cdot b$$

wird durch Näherungsrechnung, vergl. oben, gefunden.

Für  $v_o = 0$  wird die Poleni-Formel erhalten, s.o.



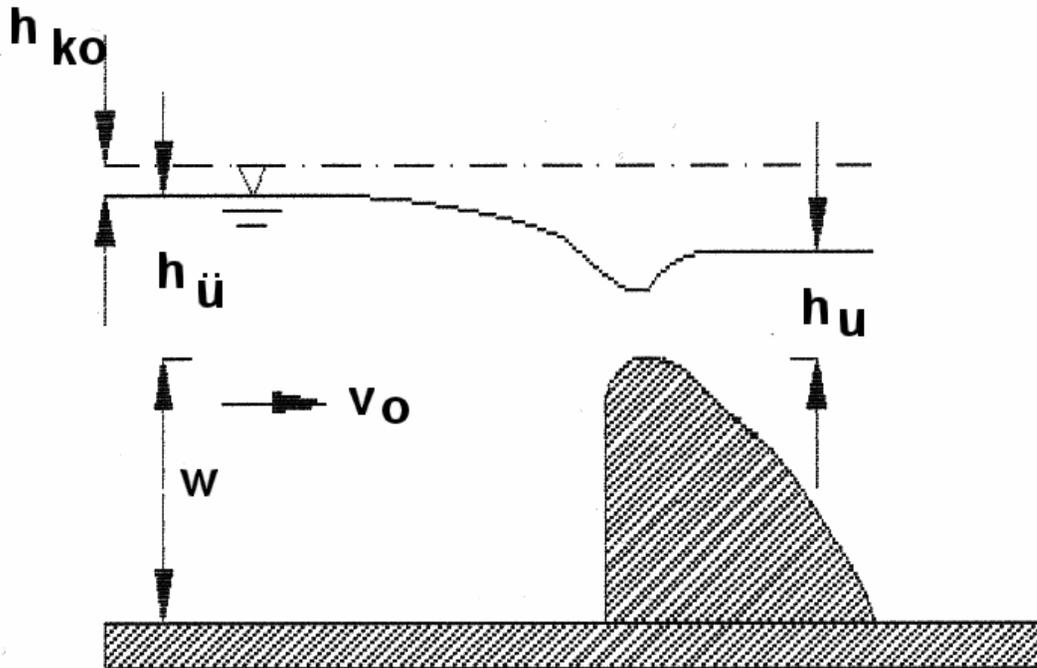
# Überfallbeiwerte $\mu$ für Wehre:

Skizze	Ausbildung der Wehrkrone	$\mu$
	breit, scharfkantig, waagerecht	0,49 bis 0,51
	breit, gut abgerundete Kanten, waagerecht	0,50 bis 0,55
	breit, vollständig abgerundete Wehrkrone, erreicht z. B. durch eine umgelegte Stauklappe	0,65 bis 0,73
	scharfkantig, Überfallstrahl belüftet	$\approx 0,64$
	rundkronig, lotrechte Oberwasser- und geneigte Unterwasserseite	0,73 bis 0,75
	dachförmig, abgerundete Wehrkrone	$\approx 0,79$
	Kelchüberfall mit parabelförmiger Kronenausrundung	0,74
	scharfkantiger, zylindrischer Überfall	0,64

nach Preß, H., Schröder, R.: Hydromechanik im Wasserbau, 1966  
Quelle: Schneider Bautabellen, 11. Auflage.



# Unvollkommener Überfall (mit Rückstauwirkung des UW)



$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot c \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h_{\ddot{u}}^{\frac{3}{2}}$$

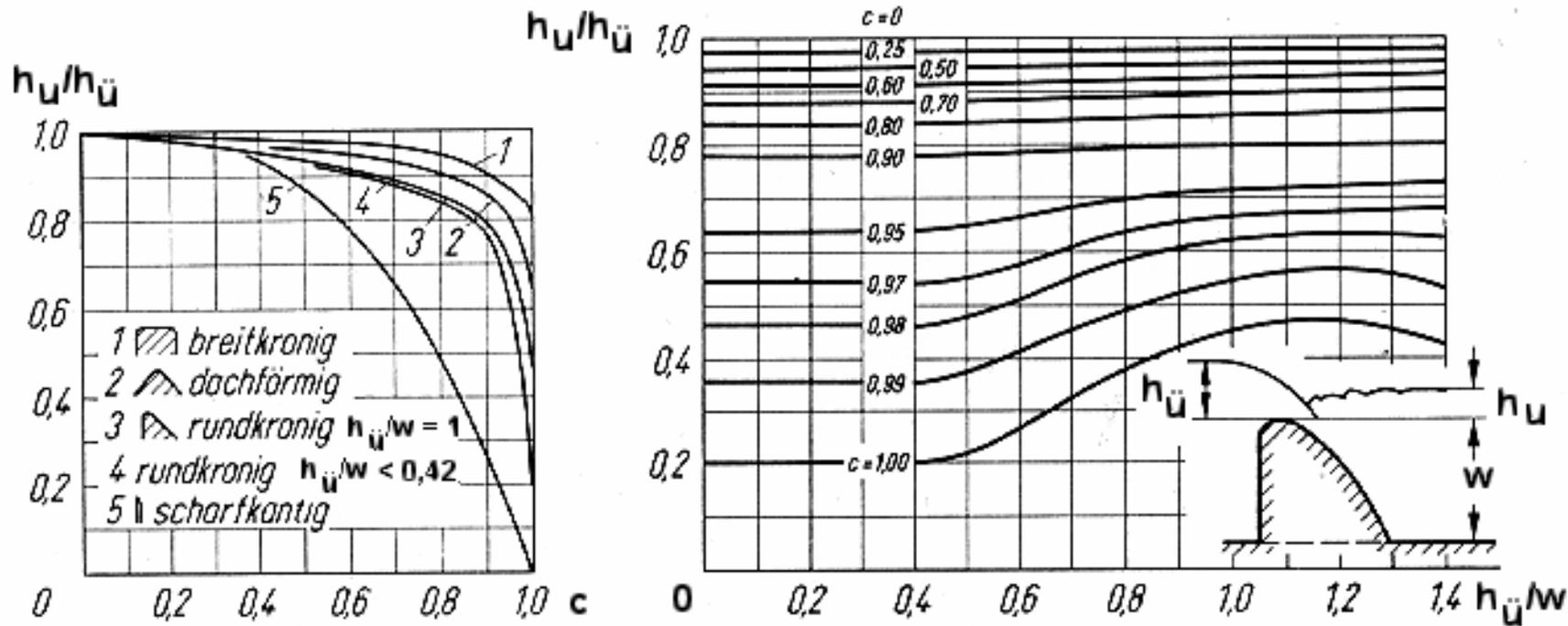
$$\mu = f(\text{Wehrform}) \text{ (wie vor)}$$

$$c = f\left(\text{Wehrform}; \frac{h_u}{h_{\ddot{u}}}\right)$$

$$b = \text{Kronenbreite}$$



# C - Werte für unvollkommene Überfälle



nach Schmidt, M.: Die Berechnung unvollkommener Überfälle.  
Die Wasserwirtschaft 1954/55, H.4, S. 96-100.



# Grundaufgaben

## Aufgabe 01a:

Gegeben: scharfkantige Ausflussöffnung in ebener vertikaler Wand mit Mittelpunkt  $h_0 = 10$  m unter dem Wasserspiegel;

Höhe  $a = 1$  m

Breite  $b = 2$  m

$0,2 \cdot h = 2$  m  $>$   $a \rightarrow$  kleine Öffnung;

$a/b = 0,5 \rightarrow \mu = 0,640$

$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 17,93 \text{ m}^3/\text{s}$$



## Aufgabe 01b:

Welche Breite  $b$  ist erforderlich für den Ausfluss  $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\rightarrow 10 = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$\mu$  und  $b$  sind unbekannt.

Lösung:  $Q$  für zwei geschätzte Werte

z.B.  $b_1 = 1 \text{ m}$  und  $b_2 = 2 \text{ m}$  berechnen.

$\rightarrow Q_1 = 8,15 \text{ m}^3/\text{s}; Q_2 = 17,93 \text{ m}^3/\text{s}; Q_0 = 0$

$\rightarrow$  Kurve  $Q = f(b)$ ;

$\rightarrow$  Für  $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$  ist  $b \approx 1,3 \text{ m}$



## Aufgabe 02a:

Rückstaufreier Abfluss unter einem Segmentschütz mit großem Krümmungsradius.

gegeben:  $h = 6 \text{ m}$ ;  $a = 1 \text{ m}$ ;  $b = 1,5 \text{ m}$

$$h/a = 6 \rightarrow \mu = 0,592$$

$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 9,63 \text{ m}^3/\text{s}$$

## Aufgabe 02b:

UW-Stand  $h_u = 4 \text{ m}$

$$h_u/a = 4/1 = 4 \rightarrow c = 0,7 \text{ (0,69)}$$

$$h/a = 6/1 = 6$$

$$\mu = 0,592 \text{ (s.o)}$$

$$Q = 0,7 \cdot 9,63 = 6,74 \text{ m}^3/\text{s}$$



## Aufgabe 03a:

Vollkommener Überfall über ein rundkroniges Wehr

gegeben: Wehrhöhe  $w = 6 \text{ m}$

Kronenbreite  $b = 10 \text{ m}$

Überfallhöhe  $h_{\ddot{u}} = 2 \text{ m}$

Lösung:  $\mu = 0,74$ ;  $w$  geht hier nicht in die Berechnung ein !!

$v_0 = 0 \rightarrow$  Poleni-Formel

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h^{3/2}} = 61,81 \text{ m}^3/\text{s}$$



## Aufgabe 03b:

Unvollkommener Überfall

$$h_u = 1 \text{ m} < h_{\ddot{u}}$$

$$h_{\ddot{u}}/w = 2/6 = 0,33 < 0,42$$

$$h_u/h_{\ddot{u}} = 1/2 = 0,5$$

$$\rightarrow c = 0,96 \text{ bzw. } 0,975$$

$$Q = 0,96 \cdot 61,81 = 59,34 < 61,81 \text{ m}^3/\text{s}$$