

Was ist Sachrechnen und wozu soll es dienen?

Sachrechnen ist für viele Erwachsene und Kinder negativ besetzt und vielschichtig in der Bedeutung.

1) Warum stehen Schüler dem Sachrechnen eher negativ gegenüber bzw. lehnen es ab?

1. Die Sachen, die die Schule anbietet sind nicht interessant, sind nicht aus den Interessenbereichen der Schüler, sind nicht aus der Lebenswelt der Kinder.
2. Die Schüler sind auf rein technisches Rechnen (Fertigkeiten) trainiert. Der Text wird als gemeine Verschlüsselung gesehen.
3. Die Schüler sehen nicht die Lösung des Sachproblems, sondern nur die Ausrechnung als alleiniges Ziel.
4. Es ist den Schülern nicht bewusst, dass viele Situationen des normalen Lebens mit der Mathematik etwas zu tun haben.
5. Den Schülern ist nicht bewusst, dass sich manche Probleme mit Hilfe der Mathematik leichter lösen lassen.
6. Es werden den Kindern nur Textaufgaben angeboten.
7. Beim Aufspüren von Sachproblemen werden die Schüler zu wenig oder gar nicht herangezogen. Meist sind Sachaufgaben textlich genau vorformuliert, enthalten genau das richtige Zahlenmaterial. Offene Aufgaben sind zu selten.
8. Die Vorgangsweise beim Lösen von Sachaufgaben geschieht in immer gleicher Weise (Lesen - Rechnen - Antwort schreiben)

2) Was ist eigentlich Sachrechnen?

Beim Wort "Sachrechnen" könnte man davon ausgehen, dass es sich dabei um ein Rechnen mit "Sachen", um eine spezielle Art des Rechnens handelt.

Sachrechnen

mit Betonung auf dem Rechnen ist ein traditioneller Begriff und meint in diesem Sinne das bürgerliche Rechnen. Es ging um das Erlernen von Rechnungen wie Dreisatz, Zinsrechnung oder Prozentrechnung nach Rezept, wobei die einzelnen Lösungsschritten eingeschliffen wurden. Die Sache wurde vernachlässigt.

Heute ist beim **Sachrechnen**

die Sache von entscheidender Bedeutung. Kinder sollen sich mit Hilfe des Sachrechnen die Umwelt erschließen und ihren Alltag in einer Informations- und Kommunikationsgesellschaft bewältigen. Dabei müssen sie die Wirklichkeit durch eine mathematischen Brille sehen, Problemsituationen mathematisieren und deren Lösungen kritisch hinterfragen. Wichtig bei Sachrechnen ist eine Verbindung zwischen Alltagswelt und mathematischer Welt herzustellen.

Die traditionelle Didaktik versuchte den Kindern das Lösen von Sachaufgaben unter anderem mit Hilfe von Musterlösungen oder Frage-Rechnung-Antwort-Schemen zu erleichtern.

Aber das Lösen einer Sachaufgabe bei der die Sache gegenüber der Mathematik im Vordergrund steht, lässt sich nicht auf rechnerisch-algorithmische Momente reduzieren. Es kann keine Abfolge an „Lehrschritten“ für das Sachrechnen geben. Dieser Umstand macht das Sachrechnen für Lehrer und Schüler gleichermaßen schwierig und auch unbeliebt.

Warum ist das Lösen einer Sachaufgaben für viele Kinder so schwer?

Dafür gibt es unterschiedliche Ursachen. Ein Grund liegt oft beim Modellbildungsprozess.

Zum einen sind hierfür sind viele verschiedene Kompetenzen nötig, die nicht in kurzfristigen Sequenzen erlernt werden können und jede Phase des Modellierungsprozesses ist fehleranfällig.

Aber statt zu resignieren ist es sinnvoll den Kindern für jede Phase des Modellierungsprozesses Hilfestellungen anzubieten und die dafür nötigen Teilkompetenzen anzubahnen.

3) „Negativbeispiele“

Zwei Beispiele sollen zeigen, welche Probleme auftreten können, wenn das Rechnen und nicht die Sache (Mathematisieren) im Vordergrund steht.

Beispiel 1

Schriftlicher Test zum Sachrechnen

1120 Viertklässler, Juni 1978

Die letzten Weihnachtsferien begannen am 23.12.77, das war der erste Ferientag. Die Weihnachtsferien endeten am 8.1.1978, das war der letzte Ferientag. Wie viele Tage dauerten die Weihnachtsferien?

Resultate eines Sachrechnenunterrichts, bei dem die Betonung auf dem Rechnen und nicht auf dem Mathematisieren liegt:

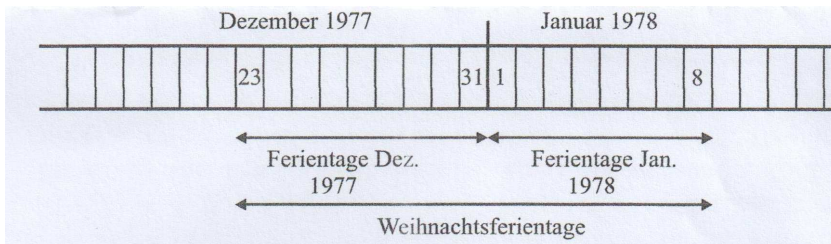
- Nur 16% der Schüler lösten die Aufgabe korrekt
- Häufige Rechnung: $31 - 23 = 8$, $8 + 8 = 16$ (also nicht beachtet, dass der 23.12. bereits ein Ferientag war)
- Einige Schüler rechneten „einfach“: $23 - 8 = 15$ (Die 23 steht doch da, also muss ich mit ihr rechnen)
- Erschreckendes Ergebnis von 65 Schülern (6 %):

$$\begin{array}{r} 23.12 \\ - 8.1 \\ \hline 15.11 \end{array}$$

Antwort: Die Ferien dauerten 15 Tage und 11 Stunden

Die Kalendersituation haben viel Kinder nicht gesehen!

Diese lässt sich leicht in einer Skizze darstellen. (Dazu müssen die Schüler diese aber auch „lesen“ können!)



Beispiel 2

Gegeben ist das Foto eines Paares von Riesenschuhen.



Florentino poliert in einem Sportzentrum auf den Philippinen laut Guinness-Buch der Rekorde weltgrößte Paar Schuhe. Ein Schuh ist 2,37 m breit und 5,29 m lang

Aufgabe:

Wie groß wäre der Riesenmensch, dem diese Schuhe passen würden?

Zwei Hauptschüler (9. Klasse) haben die Aufgabe so gelöst:

$$2,37\text{ m} \cdot 5,29\text{ m} = 12,5373\text{ m}$$

Antwort: Der Mensch wäre 12,53 m groß.

Diese Lösung folgt der bekannten Schülerstrategie:

Entnimm dem Aufgabentext die gegebenen Größen und rechne mit ihnen nach einem vertrauten Schema (und denk dabei nicht über den Kontext nach).

„Riesenschuhe“ ist ein Beispiel für eine realitätsbezogene Aufgabe mit einer Modellierungsanforderung (Welche Annahmen über den Zusammenhang Fußgröße – Körpergröße kann ich sinnvoll treffen?). Das Beispiel zeigt exemplarisch, dass Modellieren schwer sein kann.

4) Welche didaktischen Funktionen hat Sachrechnen?

Eine genauere Begriffsbestimmung von Sachrechnen geht aus der Beschreibung der didaktischen Funktionen von Sachrechnen hervor.

Heinrich Winter hat bereits 1985 drei Funktionen des Sachrechnens formuliert, die immer noch gültig sind.

Funktionen des Sachrechnens (nach Winter)

<i>Sachrechnen als Lernstoff</i>	<i>Sachrechnen als Lernprinzip</i>	<i>Sachrechnen als Lernziel (als Beitrag zur Umwelterschließung)</i>
<p>* Aufbau des Wissens über „bürgerlichen Größen“ (physikalische Größen und Stückzahlen und Geld) und Fertigkeiten im Umgang mit Größen</p> <p>* Statistik und Kombinatorik</p> <ul style="list-style-type: none"> - Methoden zum Gewinnen von Daten (Zählen, Messen, Schätzen) - Kenntnisse der Maßsysteme, Einheiten und Repräsentanten für Einheiten und Zahlen (Aufbau von Stützpunktvorstellungen) - Methoden zum Darstellen von Daten (Modellieren, Symbolisieren, Zeichnen) - Formen der Verarbeitung von Daten (Sortieren, Vergleichen, Anordnen, Rechnen, Umwandeln) 	<p>Bezug zur realen Umwelt wobei der Bezug auf die Sachsituation Folgendem dient:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sachsituationen als Ausgangspunkt (Einstieg) von Lernprozessen/ für neues mathematisches Wissen - Verlebendigung, Verdeutlichung, Veranschaulichung mathematischer Begriffe durch ihre Verkörperung in Sachsituationen - Sachaufgaben als Feld für Anwendung bereits erworbenen mathematischen Wissens (Begriffe, Verfahren) <p>➔ Bezüge zur Realität werden gesetzt um SS für Stoff zu interessieren, Verständnis zu fördern und mathematischen Stoff zu üben</p>	<p>Umfassendste und wichtigste Funktion aber unterrichtspraktisch am schwierigsten zu realisieren! SS sollen lernen umweltliche Phänomene durch mathematisches Modellieren besser zu verstehen, bewusster zu erleben und kritischer zu sehen (-> Problemlösefähigkeiten erwerben)</p> <p>Entscheidend ist Primat der Sache, Sachsituationen sind Stoff den es zu bearbeiten gilt, Sachrechnen ist damit ein Stück Sachkunde!</p> <p>➔ Entscheidende Rolle bei Bewältigung von Sachsituationen: Mathematisierung/ Modellbildung = Übersetzung zwischen Sachsituation und Mathematik (Dies ist nicht so leicht wie es auf den ersten Blick erscheint!)</p> <p>➔ Mathematisieren gehört zu den allgemeinen Lernzielen (vgl. LP, Fachprofil Mathematik): „Das Mathematisieren von Sachsituationen aus der kindlichen Lebens- und Erfahrungswelt stellt ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts der Grundschule dar.“ -> Referat 1</p>
<p><i>Beispiele</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Aufbau von Stützpunktvorstellungen, z.B. 1 cm entspricht Daumenbreite - Leistungen beim Sportfest (z.B. Weitsprung) 	<p><i>Beispiele</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Stellenwertsystem als Verpackungssituation darstellen - Division als Aufteilen und Verteilen von Lebensmitteln - „Rechenaufgabe“ von Otto - Erichson, E.: Aufgaben aus dem Ärmel. In: Grundschule 9/ 2008, S. 16 -19 	<p><i>Beispiele</i></p> <p>Wasserverbrauch -> Beschaffen und Verarbeiten von Daten, Aufbau von Größenvorstellungen, Entwickeln von Handlungsalternativen (vgl. Winter, H.: Sachrechnen in der Grundschule, 1992, S: 59-63)</p>

Beispiele zu den didaktischen Funktionen:

Sachrechnen als Lernstoff

Längen vergleichen

1  Bin ich jetzt größer?

a) Wer ist das größte Kind? Wo steht der kleinste Schüler? Kannst du dich entscheiden?
 b) Stefan sagt: „Ich bin größer als ihr alle.“ Stimmt das?
 c) Thomas ist größer als Eva. Was sagst du dazu?

2 Das sind verschiedene Körpermaße:



a) Sind diese Maße bei allen Menschen gleich?
 b) Was bedeutet „Armspanne“? Vergleiche eure Armspannen.

3 Welches Körpermaß eignet sich am besten zum Messen? Wähle aus und miss selbstständig damit ab. Schätze zuerst.

a) Länge und Breite deines Klassenzimmers
 c) Länge und Breite deines Mathematikbuchs
 b) Höhe und Länge deiner Schulbank
 d) Länge deines Geobretts

Vergleiche die Ergebnisse untereinander.

4 Schätzen und messen auf dem Schulhof:


	Schätzung	Messung
a) Wie viele Schritte brauchst du, um den Schulhof abzuschreiten?	Schritt	
b) Wie viele Fußlängen ist der Schulhof lang?	Fuß	

⇒ Wissen über Größen, Fertigkeit im Umgang mit Größen aufbauen

Sachrechnen als Lernprinzip

Verteilen

1 15 Eier werden an 5 Kinder verteilt. Wie viele Eier bekommt jedes Kind?



$15 : 5 = \square$ Jedes Kind bekommt \square Eier.

Ergänze die Zeichnung im Heft. Schreibe die Aufgabe dazu.

2 Verteile gerecht. Zeichne. Dann schreibe die Geteilt Aufgabe.

a) 8 Äpfel auf 4 Kinder
 b) 18 Schokoeier auf 6 Kinder
 c) 9 Bananen auf 3 Kinder
 d) 20 Bonbons auf 5 Kinder
 e) Überlege dir selbst weitere Verteilungsaufgaben. Spiele nach.

Tauschaufgaben finden und rechnen

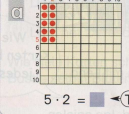
1 Wer hat mehr?

In meiner Schachtel sind 6 Reihen mit je 3 Keksen.
 In meiner Schachtel sind 3 Reihen mit je 6 Keksen.

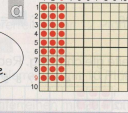
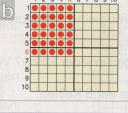
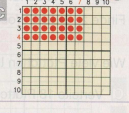
Sascha rechnet: $6 \cdot 3 = \square$
 Anna rechnet: $3 \cdot 6 = \square$

Zu jeder Malaufgabe gibt es eine Tauschaufgabe. Sie hat das gleiche Ergebnis.

2 Lege am Hunderterquadrat.

a)  $6 \cdot 3 = \square$
 b) $7 \cdot 2 = \square$ \leftarrow Tauschaufgabe $2 \cdot 7 = \square$
 c) $5 \cdot 8 = \square$ \leftarrow Tauschaufgabe $8 \cdot 5 = \square$
 d) $8 \cdot 1 = \square$ \leftarrow Tauschaufgabe $1 \cdot 8 = \square$
 e) $10 \cdot 0 = \square$ \leftarrow Tauschaufgabe $0 \cdot 10 = \square$

3 Reche die Aufgabe und Tauschaufgabe.

a)  $3 \cdot 6 = \square$
 b)  $2 \cdot 7 = \square$
 c)  $8 \cdot 5 = \square$

4 a) Frau Puchner möchte 3 Sechserpacks Trinkjoghurt kaufen. Im Supermarkt sind aber nur noch Dreierpackungen vorrätig. Wie viele kleine Packungen soll sie kaufen? Schreibe Aufgabe und Tauschaufgabe auf.
 b) Denke dir eine andere Rechengeschichte mit Tauschaufgabe aus.

⇒ Einstieg in die Division

⇒ Veranschaulichung des mathematischen Begriffs „Tauschaufgabe“ (Nr. 1)
 ⇒ Sachaufgabe als Feld der Einübung math. Begriffe (Nr. 4)

Franke, M/ Ruwisch, S.: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, Spektrum, 2010
 Pfaller, M.: Sachrechnen im 3. Schuljahr;: Anknüpfen und Vertiefen – Manege frei für Lösungsschritte, Lösungshilfen und Größen, In: Häring, G. (Hrsg.): Start in den Unterricht, Mathematik, Klasse 3, Friedrich Verlag 2010, S. S. 56-61
 Schulbuch 1001, Klasse 2
 Winter, H.: Sachrechnen in der Grundschule, Cornelsen, Frankfurt a. Main 1992

Übung:

Untersuchen Sie ein Mathematikbuch Ihrer Wahl im Hinblick auf die drei Funktionen des Sachrechnens nach Winter .

1. Schulbuch: _____

2. Aufgaben

<i>Sachrechnen als Lernstoff</i>	<i>Sachrechnen als Lernprinzip</i>	<i>Sachrechnen als Lernziel (als Beitrag zur Umwelterschließung)</i>

