### 1.5 Allgemeinere Überlegungen zu den Einteilcheneigenschaften:

#### 1.5.1 Symmetrien und Erhaltungssätze

Suche nach Eigenschaften (Größen, die ein System charakterisieren), unabhängig davon, ob diese zufällig für den Menschen anschaulich sind oder nicht. (Der Einfluß dieser u.u. unanaschaulichen Größen auf die Dynamik des Systems kann durchaus anschauliche (= für den Menschen relevante) Folgen haben, wie z.B. die Häufigkeit einer Reaktion vom Isospin des Systems abhängen kann etc.)

Wichtiges Prinzip bei der Suche nach Observablen: **Symmetrien**

Symmetrie = Invarianz einer Größe (z.B. die Hamiltonfunktion eines Systems) unter einer Transformation. Noether'sches Theorem : Invaranz $\doteq$ Erhaltungssatz (Z.B. Operator der Translation hat Impulsoperator als Erzeugende, dieser vertauscht also mit dem Operator der Translation $\Rightarrow$ Impulserhaltung etc. ... siehe Vorlesung Quantenmechanik)

Beobachtete Invarianzen sind dann natürlich auch für die Entwicklung eines Models oder einer Theorie sehr wichtig: Schränken Mannigfaltigkeit der denkbaren Formulierungen entsprechend ein, die dazugehörigen Erhaltungssätze schränken dementsprechend die erlaubten (beobachtbaren) Prozesse ein.

Veranschaulichung an der Lorentz-Transformation:

Unsere Welt scheint so beschaffen, daß beim Übergang von einem Bezugssystem auf ein anderes das skalare Produkt von 4-Vektoren unverändert bleibt. (Für den Menschen anschaulich: Produkt von 3-Vektoren invariant: z.B.Länge eines Maßstabes ist unabhängig vom Bezugssystem. Stimmt für$v \ll c$ und entspricht damit der Newton'schen Mechanik.)

Gesamtheit der Transformationen, die Quadrat eines 4-Vektors invariant lassen:

**Lorentz - Transformationen**:

1. Zeitliche und räumliche Translation
2. räumliche Drehung
3. spezielle Lorentztransformation ("boost"): $v \longrightarrow v\prime$
4. Spiegelung
5. Bewegungsumkehr

1. - 3. sind ein Beispiel für kontinuierliche Transformationen $U(\Lambda, \vec{a})$, deren Erzeugende, die Kasimiroperatoren, also mit U kommutieren und im wesentlichen der Masse und dem Eigendrehimpuls der Teilchen entsprechen. (aus Atomphysikvorlesung bekannt: klassisch nicht interpretierbar: $v > c$ bei Bild des rotierenden Kügelchens, Teilchen mit m = 0 haben auch J etc. ... es wird Drehimpuls übertragen, zirkular polarisiertes Licht $\doteq$ Photonen mit J etc.)

#### 1.5.2 Diskrete Transformationen:

Z.B. **Spiegelung und Parität P**: Spiegelung am Koordinatenursprung: $\vec{r} \to -\vec{r}$, entspricht Spiegelung an Ebene mit nachfolgender Drehung um $\pi$. (Zweimal angewendet, gibt Zustand wieder, formal: $P^2 = PP = 1$ )
P ist eine Operation, zu der eine Observable, die Parität, mit den möglichen Eigenwerten $\pm 1$ existiert (wird in QMech. abgeleitet).Falls die Natur also spiegelinvariant ist, ist diese Observable eine Erhaltungsgröße.Spiegelinvarianz bedeutet dann natürlich auch, daß die Energie (und damit die Hamiltonfunktion) eines Systems (das in der QM dann mit einer Wellenfunktion $\psi$ beschrieben wird), im gespiegelten System ("$P\psi$") gleich ist wie im ursprünglichen System ("$\psi$")

$$< H >_{\psi} =< H >_{P\psi>}$$

d.h. bei Spiegelinvarianz, (d.h.wenn H sich nicht ändern darf, weil das System ja vor und nach der Transformation -bezogen auf meßbare Größen- identisch sein soll, dürfen also in H keine Ausdrücke vorkommen, die sich unter Spiegelung ändern, wie z.B. ein Produkt der Art Drehimpuls mal Impuls. Solche Größen müssen bei einer Messung den Wert null ergeben. In der QM ist das statistisch zu interpretieren: der Erwartungswert ( $\simeq$ Mittelwert) bei der Messung muss null sein, Einzelmessungen können also durchaus von null verschiedene Resultate ergeben, diese müssen sich aber im Mittel aufheben.

(Erinnerung an den Unterschied im Verhalten polarer/axialer Vektoren bei Spiegelung:

axial (Drehvektoren): M M, B B, ...
polar: $\vec{F} \to -\vec{F}$, $\vec{j} \to -\vec{j}$, $\vec{E} \to -\vec{E}$, $\vec{p} \to -\vec{p}$...

Da H ein skalar ist, kommen für die Terme in H auch nur skalare Gebilde in Betracht. In der klassischen Elektrodynamik (und natürlich erst recht in der klassischen Mechanik) sind die Formeln tatsächlich P-invariant, die Systeme können also durch eine P-Quantenzahl charakterisiert werden, die dann eine Erhaltungsgröße darstellt.

Experiment: polarisierte Elektronen aus (polarisierter) $Co_{60}$- Quelle, deren Spin $\vec{\sigma}$ also eine Vorzugsrichtung hat, müssen gleich häufig parallel wie antiparallel zu dieser Vorzugsrichtung ausgesendet werden, wenn P eine erhaltene Quantenzahl ist:

$$< \vec{\sigma} \cdot \vec{p} >= 0$$

Folie Wu-Exp.

Experiment (Wu 1957) zeigt Asymmetrie: die WW, die zum Auftreten der $e^-$ beim $Co_{60}$ - Zerfall führt, (schwache WW), verletzt die P - Erhaltung.

(Bemerkenswert: Die Verletzung der Parität war 1956 von Lee und Yang postuliert worden, um den Zerfall des sogenannten K-Mesons in Systeme von 2 und 3 Pionen zu erklären, die entgegengesetzte Parität haben.)

### 1.5.3 Innere Symmetrien

Neben den bisher erwähnten anschaulichen Raum-Zeit-Transformationen und den entsprechenden Invaranzen ("Symmetrien") gibt es noch die sogenannten **inneren Symmetrien**.

Die Wellenfunktion hängt neben Raum-und Zeitkoordinaten auch noch von "inneren" Variablen (wie z.B. Ladung ... ) ab. Die entsprechenden inneren Komponenten der Wellenfunktion spannen einen Raum auf. Bei Transformationen in diesen Räumen können nun auch wieder Symmetrien auftreten, die auf eine Obervable hinweisen.
Beispiel: Unter der starken WW verhalten sich Neutron und Proton praktisch gleich, entspricht einer Invarianz des Nukleons gegenüber Transformationen in einem Raum, dessen Achsen (entsprechend orthogonalen Komponenten der Wellenfunktion des Nukleons) durch die Ladungszustände des Nukleons charakterisiert sind. Es gibt also für das Nukleon eine Observable, ("**Isospin**", kommt später genauer), die mit der Ladung zu tun hat, und die unter der starken WW erhalten ist.

Klingt sehr abstrakt, hat aber sehr anschauliche Folgen: Reaktionen, die diesen Erhaltungssatz verletzen, werden nicht beobachtet, Häufigkeit, mit der gewisse Zerfälle auftreten, kann mit dem Isospin-Formalismus (der seinen Namen der formalen Übereinstimmung mit dem Spin-Formalismus verdankt), berechnet werden.

Analoge diskrete Transformationen sind die **Ladungskonjugation C** und die **Zeitumkehr T**.

Folien C

In diesem Zusammenhang auch zu erwähnen: Verhalten von Teilchensystemen unter der Operation des Vertauschens von zwei Teilchen:
Fermionen und Bosonen unterscheiden sich hier: Wellenfunktionen für Fermionsysteme ändern ihr Vorzeichen beim Vertausch zweier identischer Fermionen ("antisymmetrische Wellenfunktion"), bei Bosonen ist dies nicht der Fall (symmetrische Wellenfunktion"). Bei der Klassifizierung der Hadronen im Quarkmodell zeigt es sich, dass diese Vertauschungseigenschaften (z.B. ob ein Baryon symmetrisch oder unsymmetrisch bezueglich der Vertauschung zweier seiner drei Quark-Konstitutenten ist) eine wesentliche Rolle spielen.

Fragenkatalog zu Kap. 1