Inhaltsverzeichnis:

Fortsetzung nächste Seite

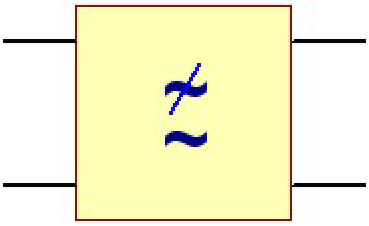
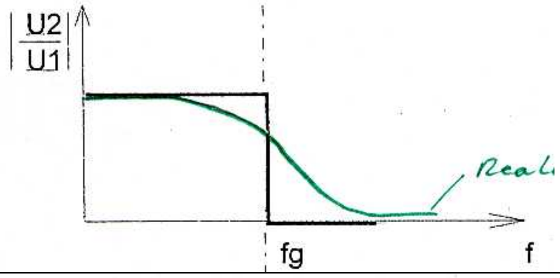
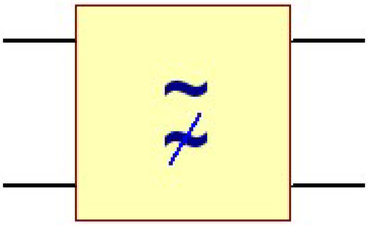
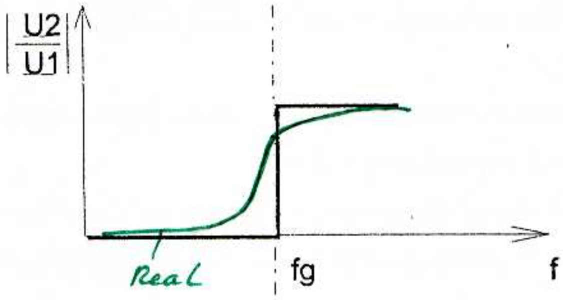
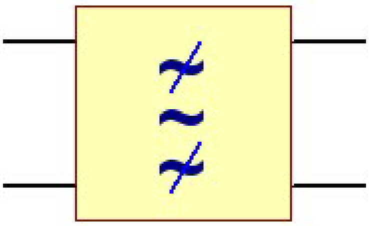
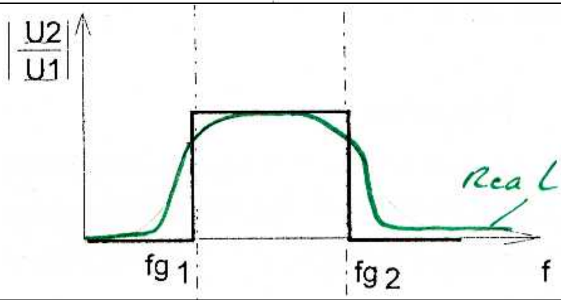
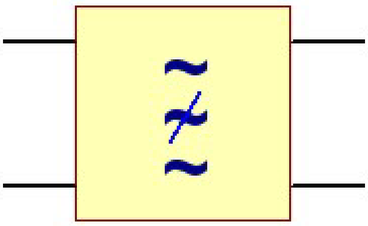
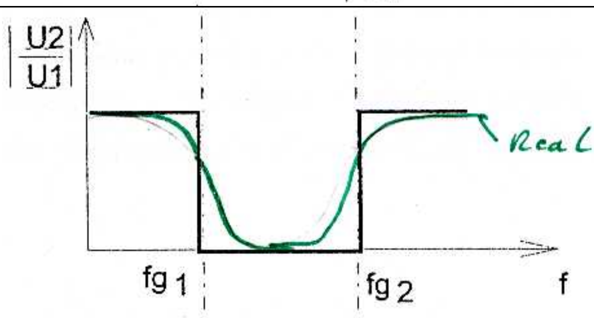
Filter allgemein:

Filter sind Vierpole, mit denen man einzelne Frequenzbereiche aus einem Signalgemisch trennen kann.

Je nach Aufbau unterscheidet man verschiedene Filterarten:

- passive Filter (RC, LC, RLC): Anwendung hauptsächlich im HF-Bereich
- aktive Filter (mit OP aufgebaut ⇒ Grundverstärkung): Anwendung im NF-Bereich
- SC-Filter (Filter mit geschalteten Kapazitäten): Grenzfrequenz wird mit der Taktfrequenz eingestellt, mit der die Kapazität geladen wird. Anwendung im NF-Bereich

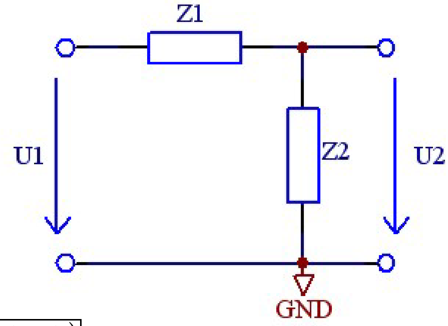
Symbole für Filterarten:

Filterart	Symbol	Diagramm
Tiefpass		
Hochpass		
Bandpass		
Bandsperre		

$\left|\frac{U2}{U1}\right| = \left|F(j\omega)\right|$ **= Übertragungsfunktion**

Eigenschaften der passiven Filter:

Die Eigenschaften eines Filters werden durch folgende Kennwerte beschrieben:



Komplexe Übertragungsfunktion:

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \qquad \underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \qquad \underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2}{\underline{Y}_2}$$

Amplitudengang (beinhaltet Steilheit und Überschwingen):

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right| = \frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{U}_2\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{U}_2\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{U}_1\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{U}_1\}^2}} \qquad \left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB} = 20 \bullet \log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right| = \frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Z}_2\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{Z}_2\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\}^2}} \qquad \left|\underline{F}(j\omega)\right| = \frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Y}_2\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{Y}_2\}^2}}$$

Grenzfrequenz:

Es gilt: $\left|\underline{F}(j\omega_g)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$ bzw. $\left|\underline{F}(j\omega_g)\right|_{dB} = -3dB$

Phasengang:

$$\varphi(j\omega) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\{\underline{F}(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{\underline{F}(j\omega)\}}\right)$$

RAD einstellen !!!

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °

$\underline{U}_1$ = Eingangsspannung in V
$\underline{U}_2$ = Ausgangsspannung in V
$\underline{Z}_1$ = komplexer Eingangswiderstand in V
$\underline{Z}_2$ = komplexer Ausgangswiderstand in V
$\underline{Y}_1$ = komplexer Eingangsleitwert in V
$\underline{Y}_2$ = komplexer Ausgangsleitwert in V

Re{$\underline{x}$} = Realteil der Größe
Im{$\underline{x}$} = Imaginärteil der Größe (ohne ` j ` !!!)

Allgemeine Gleichungen für Filter:

Allgemeine Tiefpass-Gleichung:

$$F(P) = A(P) = \frac{A_0}{\left(1 + a_1 \bullet P + b_1 \bullet P^2\right) \bullet \left(1 + a_2 \bullet P + b_2 \bullet P^2\right) \bullet \ldots \bullet \left(1 + a_n \bullet P + b_n \bullet P^2\right)}$$

Allgemeine Hochpass-Gleichung:

$$F(P) = A(P) = \frac{A_\infty}{\left(1 + \frac{a_1}{P} + \frac{b_1}{P^2}\right) \bullet \left(1 + \frac{a_2}{P} + \frac{b_2}{P^2}\right) \bullet \ldots \bullet \left(1 + \frac{a_n}{P} + \frac{b_n}{P^2}\right)}$$

Allgemeine Bandpass-Gleichung:

$$F(P) = A(P) = \frac{\frac{A_r}{Q} \bullet P}{\left(1 + \frac{1}{Q} \bullet P + P^2\right)} \qquad Q = \frac{f_r}{B}$$

Weiterhin gilt:

$p = j\omega + \sigma$ $\quad P = \frac{p}{\omega_g}$ $\quad$ mit σ = 0° folgt: $P = j\frac{\omega}{\omega_g}$ $\quad P^2 = -\frac{\omega^2}{{\omega_g}^2}$ $\quad P = j\frac{f}{f_g}$ $\quad P^2 = -\frac{f^2}{{f_g}^2}$

F(P) = A(P) = Allgemeine Übertragungsfunktion
A_0 = Grundverstärkung des Tiefpass bei ω = 0 Hz
A_∞ = Grundverstärkung des Hochpass bei $\omega \to \infty$ Hz
A_r = Grundverstärkung des Bandpass bei $\omega = \omega_r$

a_1 , b_1 = Allgemeine Filterkoeffizienten für Filter 1. Ordnung
a_2 , b_2 = Allgemeine Filterkoeffizienten für Filter 2. Ordnung
a_n , b_n = Allgemeine Filterkoeffizienten für Filter n. Ordnung

P = komplexe normierte Grenzfrequenz
p = komplexe Kreisfrequenz mit Phasenverschiebung σ
Q = Güte des Filters
f_r = Resonanzfrequenz des Bandpass in Hz
B = Bandbreite des Bandpass (Obere Grenzfrequenz – Untere Grenzfrequenz)

Steigung des Amplitudengangs und Phasenlage im Sperrbereich des Filters:

$$d = n \bullet \frac{-20dB}{Dekade} \qquad \varphi_n(\omega \to \infty) = n \bullet (-90°)$$

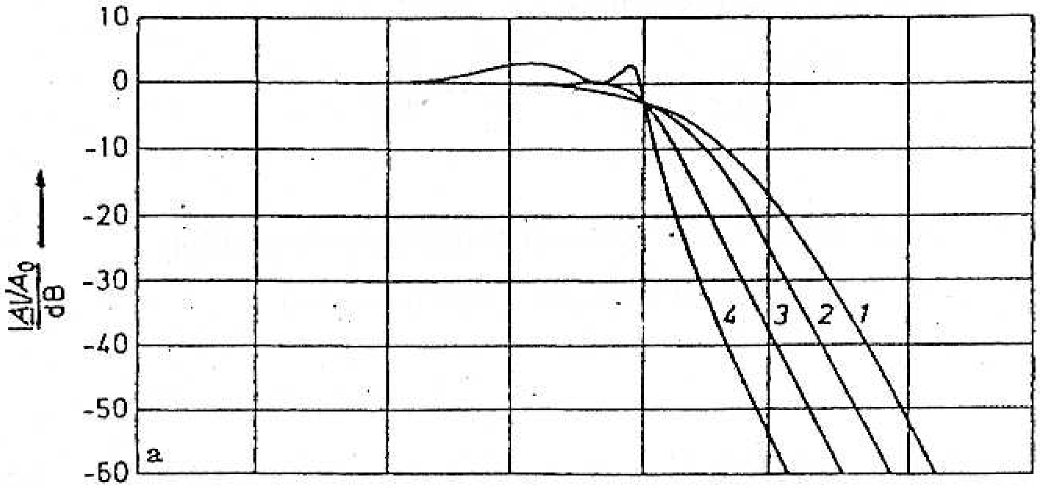
n = Ordnung des Filters
d = Steigung des Amplitudenverlaufs im Sperrbereich des Filters ($f > 10 \bullet f_g$)
φ_n = Phasenlage des Ausgangssignals bei $\omega \to \infty$

Allgemeine Filterkoeffizienten:

Charaktaristik	Ordnung n des Filters	Koeffizient a	Koeffizient b
kritische Dämpfung	1.Ordnung	$a_1 = 1.0000$	$b_1 = 0.0000$
	2.Ordnung	$a_1 = 1.2872$	$b_1 = 0.4142$
	3.Ordnung	$a_1 = 0.5098$ $a_2 = 1.0197$	$b_1 = 0.0000$ $b_2 = 0.2599$
	4.Ordnung	$a_1 = 0.8700$ $a_2 = 0.8700$	$b_1 = 0.1892$ $b_2 = 0.1892$
Bessel Filter	1.Ordnung	a1 = 1.0000	b1 = 0.0000
	2.Ordnung	a1 = 1.3617	b1 = 0.6180
	3.Ordnung	a1 = 0.7560 a2 = 0.9996	b1 = 0.0000 b2 = 0.4772
	4.Ordnung	a1 = 1.3397 a2 = 0.7743	b1 = 0.4889 b2 = 0.3890
Butterworth-Filter	1.Ordnung	a1 = 0.0000	b1 = 0.0000
	2.Ordnung	a1 = 1.4142	b1 = 1.0000
	3.Ordnung	a1 = 1.0000 a2 = 1.0000	b1 = 0.0000 b2 = 1.0000
	4.Ordnung	a1 = 1.8478 a2 = 0.7654	b1 = 1.0000 b2 = 1.0000
Tschebyscheff-Filter mit 1 db Welligkeit	1.Ordnung	a1 = 1.0000	b1 = 0.0000
	2.Ordnung	a1 = 1.3022	b1 = 1.5515
	3.Ordnung	a1 = 2.2156 a2 = 0.5442	b1 = 0.0000 b2 = 1.2057
	4.Ordnung	a1 = 2.5904 a2 = 0.3039	b1 = 4.1302 b2 = 2.2697
Tschebyscheff-Filter mit 2 db Welligkeit	1.Ordnung	a1 = 1.0000	b1 = 0.0000
	2.Ordnung	a1 = 1.1813	b1 = 1.7775
	3.Ordnung	a1 = 2.7994 a2 = 0.4300	b1 = 0.0000 b2 = 1.2036
	4.Ordnung	a1 = 2.4025 a2 = 0.2374	b1 = 4.9862 b2 = 1.1869
Tschebyscheff-Filter mit 3 db Welligkeit	1.Ordnung	a1 = 1.0000	b1 = 0.0000
	2.Ordnung	a1 = 1.0650	b1 = 1.9305
	3.Ordnung	a1 = 3.3496 a2 = 0.3559	b1 = 0.0000 b2 = 1.1923
	4.Ordnung	a1 = 2.1853 a2 = 0.1964	b1 = 5.5339 b2 = 1.2009

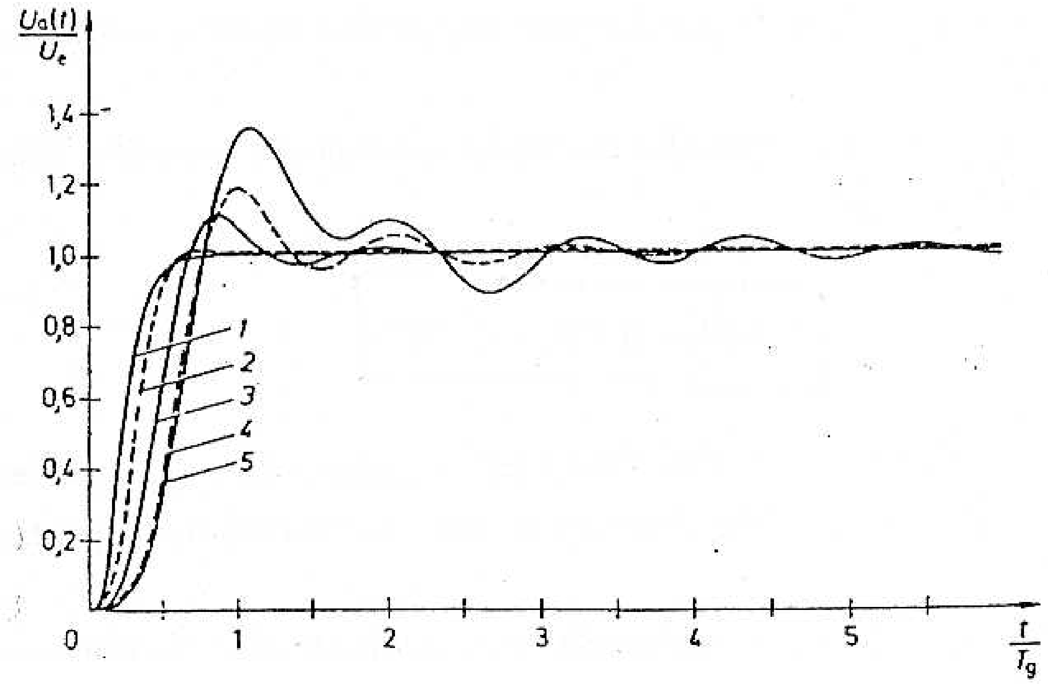
Vergleich der Kennlinien eines Tiefpasses mit verschiedenen Charaktaristika:

Amplitudengang:



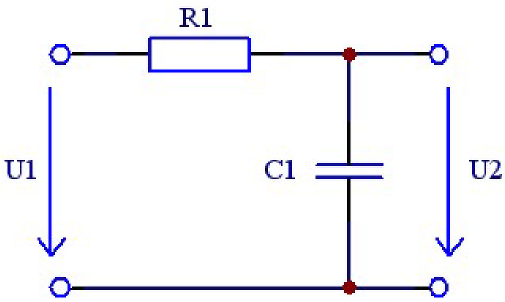
1 = Tiefpass 4. Ordnung mit **kritischer Dämpfung**
2 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Bessel-Charakteristik**
3 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Buttworth-Charakteristik**
4 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Tschebyscheff-Charakteristik mit 3dB Welligkeit** (Überhöhung max. 3dB)

Sprungantworten:



1 = Tiefpass 4. Ordnung mit **kritischer Dämpfung** (ohne Überschwingen)
2 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Bessel-Charakteristik** (wenig Überschwingen)
3 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Buttworth-Charakteristik** (mittleres Überschwingen)
4 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Tschebyscheff-Charakteristik mit 0,5dB Welligkeit** (großes Überschwingen)
5 = Tiefpass 4. Ordnung mit **Tschebyscheff-Charakteristik mit 3dB Welligkeit** (sehr großes Überschwingen)

RC-Tiefpass (1.Ordnung):



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_g}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\bullet R_1\bullet C_1)^2}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\frac{1}{R_1\bullet C_1}$$

$$f_g=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan(-\omega\bullet R_1\bullet C_1)$$

RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_g}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Tiefpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_0}{(1+a_1\bullet P)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$A_0=1$$

$$a_1=\omega_g\bullet R_1\bullet C_1$$

$$a_1=1$$

$$R_1=\frac{a_1}{\omega_g\bullet C_1}$$

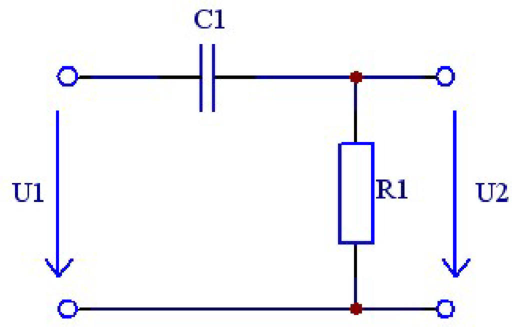
$$C_1=\frac{a_1}{\omega_g\bullet R_1}$$

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °

F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_0 = Grundverstärkung des Tiefpass bei ω = 0 Hz
a_1 = Allgemeiner Filterkoeffizient **<u>je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)</u>**

R_1 = Widerstand in Ω
C_1 = Kapazität in F

RC-Hochpass (1.Ordnung):



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega\bullet R_1\bullet C_1}}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{\omega_g}{j\omega}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(\omega\bullet R_1\bullet C_1)^2}}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\frac{1}{R_1\bullet C_1}$$

$$f_g=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{1}{\omega\bullet R_1\bullet C_1}\right)$$ **RAD einstellen !!!**

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)$$ **DEG einstellen !!!**

$$\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)=\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)}$$

Allgemeine Hochpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_\infty}{\left(1+\frac{a_1}{P}\right)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$A_\infty=1$$

$$a_1=\frac{1}{\omega_g\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$a_1=1$$

$$R_1=\frac{1}{a_1\bullet\omega_g\bullet C_1}$$

$$C_1=\frac{1}{a_1\bullet\omega_g\bullet R_1}$$

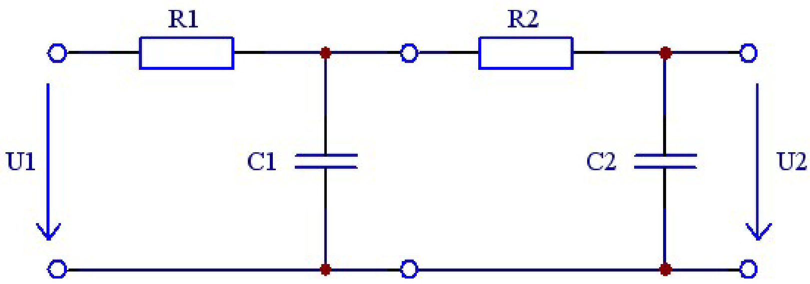
F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °

F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_∞ = Grundverstärkung des Hochpass bei $\omega \rightarrow \infty$ Hz
a_1 = Allgemeiner Filterkoeffizient **je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)**

R_1 = Widerstand in Ω
C_1 = Kapazität in F

<u>Kettenschaltung von 2 gleichen passiven RC-Filtern:</u>

Um einen besseren Dämpfungsverlauf (d.h. Steigung des Amplitudenganges im Sperrbereich) zu erhalten, kann man mehrere <u>gleiche RC-Filter hintereinander</u> schalten.



<u>Dabei stellt das zweite RC-Glied die Belastung des ersten RC-Gliedes dar.</u>
Für die Übertragungsfunktion muss nun die Gleichung eines belasteten Spannungsteilers aufgestellt werden, was bei mehreren hintereinander geschalteten RC-Glieders nur noch mit extremem mathematischen Aufwand zu realisieren ist.

Mit $\boxed{R_1 \bullet C_1 = R_2 \bullet C_2 = R \bullet C}$ und $\omega_{g1} = \dfrac{1}{R_1 \bullet C_1}$ folgt:

$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \bullet 3 \bullet R \bullet C - (\omega \bullet R \bullet C)^2}}$$

$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \bullet 3 \bullet \left(\dfrac{\omega}{\omega_{g1}}\right) - \left(\dfrac{\omega}{\omega_{g1}}\right)^2}}$$

$$\boxed{\left|\underline{F}(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - (\omega \bullet R \bullet C)^2\right)^2 + 9 \bullet (\omega \bullet R \bullet C)^2}}}$$

$$\boxed{\left|\underline{F}(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_{g1}}\right)^2\right)^2 + 9 \bullet \left(\dfrac{\omega}{\omega_{g1}}\right)^2}}}$$

$$\boxed{\omega_g = 0{,}374 \bullet \omega_{g1} = \frac{0{,}374}{R_1 \bullet C_1}}$$

$$\boxed{f_g = \frac{0{,}0595}{R_1 \bullet C_1}}$$

$$\boxed{\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB} = 20 \bullet \log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)}$$

$$\boxed{\varphi(j\omega) = \arctan\left(\frac{-3}{1 - (\omega \bullet R \bullet C)^2}\right)}$$

$$\boxed{\varphi(j\omega) = \arctan\left(\frac{-3}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_{g1}}\right)^2}\right)}$$

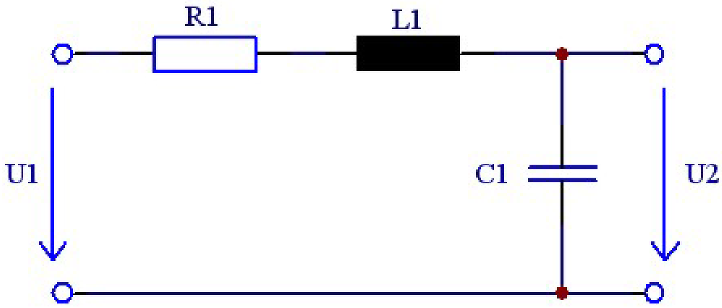
RAD einstellen !!!

DEG einstellen !!!

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °
$R_1 = R_2$ = Widerstand in Ω
$C_1 = C_2$ = Kapazität in F

Um eine bessere Steilheit des Amplitudenganges im Sperrbereich des Filters zu erreichen, können auch RLC-Filter verwendet werden, die weniger Aufwand erfordern.

RLC-Tiefpass (2.Ordnung):



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega\bullet R_1\bullet C_1-\omega^2\bullet L_1\bullet C_1}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+j\bullet a_1\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)-b_1\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\omega^2\bullet L_1\bullet C_1\right)^2+\left(\omega\bullet R_1\bullet C_1\right)^2}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(1-b_1\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right)^2+a_1\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\frac{a_1}{R_1\bullet C_1}$$

$$\omega_g{}^2=\frac{b_1}{L_1\bullet C_1}$$

$$f_g=\frac{\omega_g}{2\bullet\pi}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-\omega\bullet R_1\bullet C_1}{1-\left(\omega^2\bullet L_1\bullet C_1\right)}\right)$$

RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-a_1\bullet\frac{\omega}{\omega_g}}{1-b_1\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Tiefpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_0}{\left(1+a_1\bullet P+b_1\bullet P^2\right)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$P^2=-\frac{\omega^2}{\omega_g{}^2}$$

$$A_0=1$$

$$a_1=\omega_g\bullet R_1\bullet C_1$$

$$b_1=\omega_g{}^2\bullet L_1\bullet C_1$$

$$R_1=\frac{a_1}{C_1\bullet\omega_g}$$

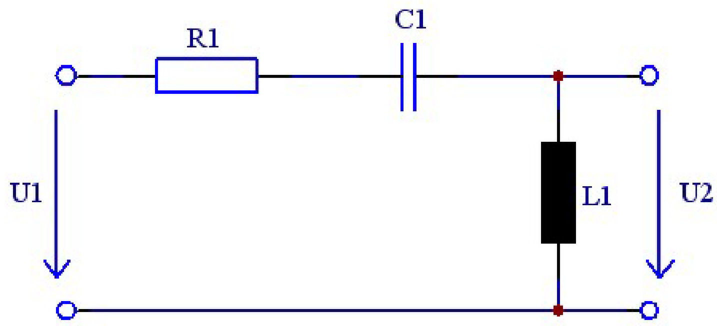
$$L_1=\frac{b_1}{C_1\bullet\omega_g{}^2}$$

$$C_1=\frac{a_1}{R_1\bullet\omega_g}$$

$$C_1=\frac{b_1}{L_1\bullet\omega_g{}^2}$$

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °
F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_0 = Grundverstärkung des Tiefpass bei ω = 0 Hz
a_1 , b_1 = Allgemeine Filterkoeffizienten **<u>je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)</u>**
R_1 = Widerstand in Ω
C_1 = Kapazität in F
L_1 = Induktivität in H

RLC-Hochpass (2.Ordnung):



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{R_1}{j\omega\bullet L_1}-\frac{1}{\omega^2\bullet L_1\bullet C_1}}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{1+j\bullet a_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)-b_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{\omega^2\bullet L_1\bullet C_1}\right)^2+\left(\frac{R_1}{\omega\bullet L_1}\right)^2}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(1-b_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2\right)^2+a_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\frac{R_1}{a_1\bullet L_1}$$

$$\omega_g{}^2=\frac{1}{b_1\bullet L_1\bullet C_1}$$

$$f_g=\frac{\omega_g}{2\bullet\pi}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{\frac{R_1}{\omega\bullet C_1}}{1-\frac{1}{\omega^2\bullet L_1\bullet C_1}}\right)$$

RAD einstellen !!!

$$\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)=\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)}$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{a_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)}{1-b_1\bullet\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Hochpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_\infty}{\left(1+\frac{a_1}{P}+\frac{b_1}{P^2}\right)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$P^2=-\frac{\omega^2}{\omega_g{}^2}$$

$$A_\infty=1$$

$$a_1=\frac{R_1}{\omega_g\bullet L_1}$$

$$b_1=\frac{1}{\omega_g{}^2\bullet L_1\bullet C_1}$$

$$R_1=a_1\bullet\omega_g\bullet L_1$$

$$L_1=\frac{R_1}{a_1\bullet\omega_g}$$

$$L_1=\frac{1}{b_1\bullet\omega_g{}^2\bullet C_1}$$

$$C_1=\frac{1}{b_1\bullet\omega_g{}^2\bullet L_1}$$

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °
F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_∞ = Grundverstärkung des Hochpass bei $\omega \rightarrow \infty$ Hz
a_1 , b_1 = Allgemeine Filterkoeffizienten **<u>je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)</u>**
R_1 = Widerstand in Ω
C_1 = Kapazität in F
L_1 = Induktivität in H

Kettenschaltung aus gleichen passiven RLC-Filtern:

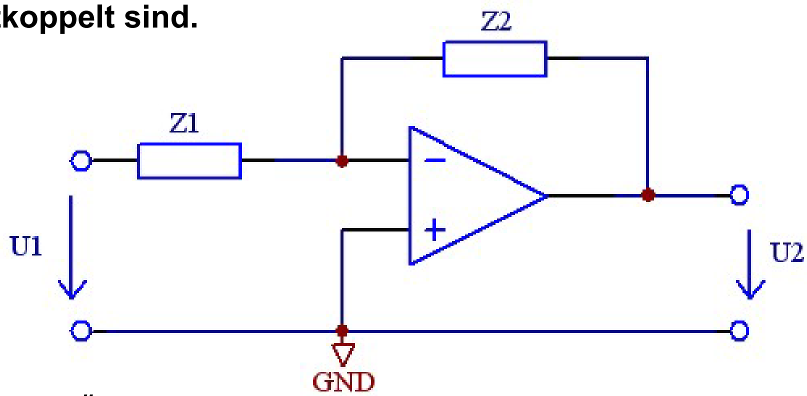
Wie auch bei der Kettenschaltung von gleichen passiven RC-Filtern kann mit einer Kettenschaltung aus gleichen passiven RLC-Filtern eine Verbesserung der Steigung des Amplitudenganges im Sperrbereich des Filters erreicht werden.

Um allerdings die Allgemeinen Filterkoeffizienten von Seite 6-5 verwenden zu können, sollten die Filter „entkoppelt" werden, indem z.B. ein Impedanzwandler zwischen Ausgang des ersten Filters und Eingang des zweiten Filters geschaltet wird.

Allgemeines zu aktiven Filtern:

Als aktive Filter werden solche Filter bezeichnet, die eine bestimmte Grundverstärkung A_0 haben.

Diese Filter werden meist mit OP-Schaltungen realisiert, die den Vorteil haben, dass nun keine Induktivitäten mehr benötigt werden und dass bei Kettenschaltungen die einzelnen Filter untereinander entkoppelt sind.



Übertragungsfunktion:

$$\boxed{\underline{F}(j\omega)=\frac{-\underline{U}_2}{\underline{U}_1}}$$

$$\boxed{\underline{F}(j\omega)=\frac{-\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}} \qquad \boxed{\underline{F}(j\omega)=\frac{\underline{Y}_1}{-\underline{Y}_2}}$$

Amplitudengang (beinhaltet Steilheit und Überschwingen):

$$\boxed{|\underline{F}(j\omega)|=\frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{U}_2\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{U}_2\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{U}_1\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{U}_1\}^2}}} \qquad \boxed{|\underline{F}(j\omega)|_{dB}=20\bullet\log(|\underline{F}(j\omega)|)}$$

$$\boxed{|\underline{F}(j\omega)|=\frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Z}_2\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{Z}_2\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{Z}_1\}^2}}} \qquad \boxed{|\underline{F}(j\omega)|=\frac{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Y}_1\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{Y}_1\}^2}}{\sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{Y}_2\}^2+\mathrm{Im}\{\underline{Y}_2\}^2}}}$$

Für die Grenzfrequenz:

Es gilt: $\boxed{|\underline{F}(j\omega_g)|=\frac{A_0}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{-R_2}{R_1}}{\sqrt{2}}=0{,}707\bullet\left(\frac{-R_2}{R_1}\right)}$ bzw. $\boxed{|\underline{F}(j\omega_g)|_{dB}=A_0-3dB}$

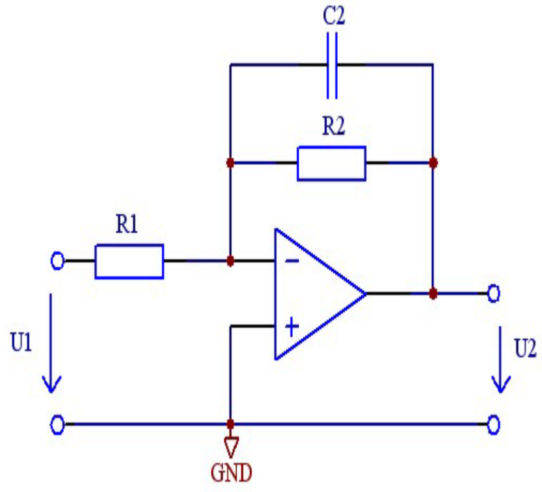
Phasengang:

$$\boxed{\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\{\underline{F}(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{\underline{F}(j\omega)\}}\right)}$$

RAD einstellen !!!

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °
$\underline{U}_1$ = Eingangsspannung in V
$\underline{U}_2$ = Ausgangsspannung in V
$\underline{Z}_1$ = komplexer Eingangswiderstand in V
$\underline{Z}_2$ = komplexer Ausgangswiderstand in V
$\underline{Y}_1$ = komplexer Eingangsleitwert in V
$\underline{Y}_2$ = komplexer Ausgangsleitwert in V
Re{$\underline{x}$} = Realteil der Größe
Im{$\underline{x}$} = Imaginärteil der Größe (ohne ´ j ´ !!!)

Aktiver Tiefpass 1. Ordnung:



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1+j\omega\bullet R_2\bullet C_2}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega\bullet R_2\bullet C_2)^2}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\frac{1}{R_2\bullet C_2}$$

$$f_g=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_2\bullet C_2}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan(-\omega\bullet R_2\bullet C_2)$$

RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_g}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Tiefpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_0}{(1+a_1\bullet P)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$A_0(\omega=0)=-\frac{R_2}{R_1}$$

$$a_1=\omega_g\bullet R_1\bullet C_1$$

$$a_1=1$$

$$R_1=\frac{a_1}{\omega_g\bullet C_1}$$

$$C_1=\frac{a_1}{\omega_g\bullet R_1}$$

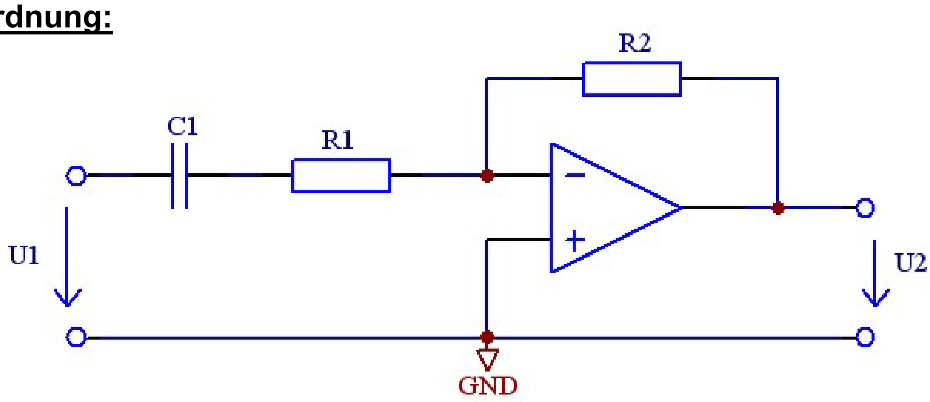
F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °

F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_0 = Grundverstärkung des aktiven Tiefpass bei ω = 0 Hz
a_1 = Allgemeiner Filterkoeffizient **je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)**

R_1 = Widerstand in Ω
R_2 = Rückkopplungswiderstand in Ω
C_2 = Kapazität in F

Aktiver Hochpass 1. Ordnung:

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{\frac{-R_2}{R_1}}{1+\frac{1}{j\omega\bullet R_1\bullet C_1}}$$



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{\frac{-R_2}{R_1}}{1+\frac{\omega_g}{j\omega}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\frac{1}{(\omega\bullet R_1\bullet C_1)^2}}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$$

$$\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)=\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)}$$

$$\omega_g=\frac{1}{R_1\bullet C_1}$$

$$f_g=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{1}{\omega\bullet R_1\bullet C_1}\right)$$

RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Hochpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_\infty}{\left(1+\frac{a_1}{P}\right)}$$

$$P=j\frac{\omega}{\omega_g}$$

$$A_\infty(\omega\rightarrow\infty)=-\frac{R_2}{R_1}$$

$$a_1=\frac{1}{\omega_g\bullet R_1\bullet C_1}$$

$$a_1=1$$

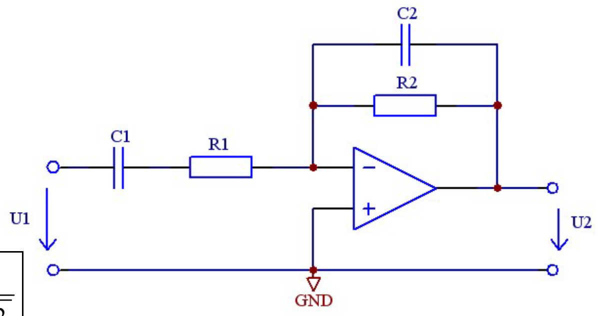
$$R_1=\frac{1}{a_1\bullet\omega_g\bullet C_1}$$

$$C_1=\frac{1}{a_1\bullet\omega_g\bullet R_1}$$

Bei $\omega \geq \omega_g$ folgt: $r_e = R_1$

F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
φ(jω) = Phasengang in °
F(P) = allgemeine Übertragungsfunktion
A_∞ = Grundverstärkung des Hochpass bei $\omega \rightarrow \infty$ Hz
a_1 = Allgemeiner Filterkoeffizient **je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)**
R_1 = Widerstand in Ω
R_2 = Rückkopplungswiderstand in Ω
C_1 = Kapazität in F
r_e = dynamischer Eingangswiderstand

Aktiver Bandpass 1.Ordnung:



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{1}{\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}+j\left(\omega\bullet R_1\bullet C_2-\frac{1}{\omega\bullet R_2\bullet C_1}\right)}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}\right)^2+\left(\omega\bullet R_1\bullet C_2-\frac{1}{\omega\bullet R_2\bullet C_1}\right)^2}}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|_{dB}=20\bullet\log\left(\left|\underline{F}(j\omega)\right|\right)$$

$$\omega_{gu}=\frac{1}{R_1\bullet C_1}\qquad f_{gu}=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_1\bullet C_1}\qquad \omega_{go}=\frac{1}{R_2\bullet C_2}\qquad f_{go}=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R_2\bullet C_2}$$

$$b=f_{go}-f_{gu}\qquad f_0=\sqrt{f_{gu}\bullet f_{go}}\qquad \omega_0=\sqrt{\omega_{gu}\bullet\omega_{go}}$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-\left(\omega^2\bullet R_1\bullet R_2\bullet C_1\bullet C_2\right)-1}{\omega\bullet R_1\bullet C_1+\omega\bullet R_2\bullet C_2}\right)$$

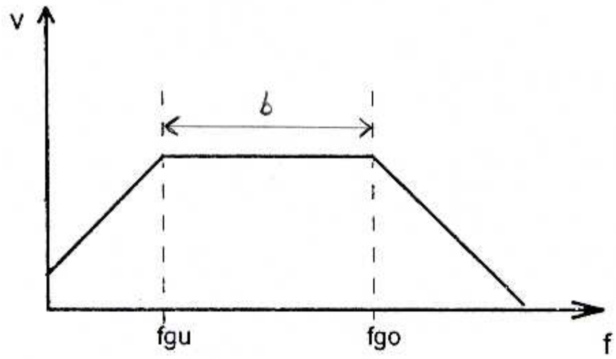
RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-\left(\frac{\omega^2}{\omega_{gu}\bullet\omega_{go}}\right)-1}{\frac{\omega}{\omega_{gu}}+\frac{\omega}{\omega_{go}}}\right)$$

DEG einstellen !!!

$$A_0(\omega=\omega_0)=\frac{1}{\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}}$$

Idealisierter Bandpass:



F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion
|F(jω)| = Amplitudengang
$|F(j\omega)|_{dB}$ = Amplitudengang in dB
ω_{gu} = Untere Grenzkreisfrequenz in Hz
f_{gu} = Untere Grenzfrequenz in Hz
ω_{go} = Obere Grenzkreisfrequenz in Hz
f_{go} = Obere Grenzfrequenz in Hz
b = Bandbreite in Hz
f_0 = Bandmittenfrequenz in Hz (Geometrisches Mittel auf f_{gu} und f_{go})
ω_0 = Bandmittenkreisfrequenz in Hz
φ(jω) = Phasengang in °
A_0 = Grundverstärkung des Bandpass bei $\omega = \omega_0$

R_1 = Widerstand in Ω
R_2 = Rückkopplungswiderstand in Ω
C_1 = Kapazität in F
C_2 = Kapazität in F

Aktive Filter 2. Ordnung:

Ebenso wie bei den passiven Filtern, lassen sich aktive Filter 2. und höherer Ordnung durch eine Kettenschaltung von aktiven Filtern erzielen.

Dabei werden, bedingt durch die Entkopplung, die Übertragungsfunktionen bzw. die Amplitudengängen der einzelnen Filter multipliziert.

$$\boxed{F(j\omega) = F(j\omega)_1 \bullet F(j\omega)_2 \bullet \ldots \bullet F(j\omega)_n} \qquad \boxed{|F(j\omega)| = |F(j\omega)|_1 \bullet |F(j\omega)|_2 \bullet \ldots \bullet |F(j\omega)|_n}$$

Um eine größere Steilheit bzw. Steigung beim Amplitudengang zu erreichen, wählt man folgende Dimensionierung:

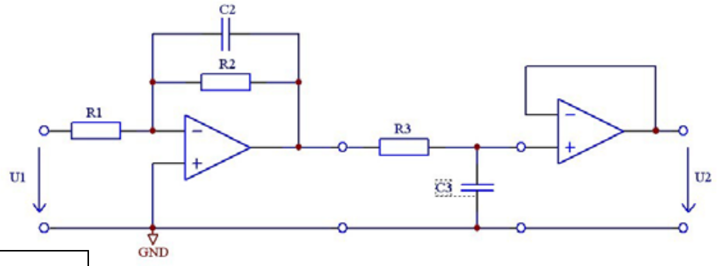
$$\boxed{R \bullet C = \frac{1}{\omega_g} = \frac{1}{\omega_{g1}} = \frac{1}{\omega_{g2}} = \frac{1}{\omega_{gn}}} \quad \text{und} \quad \boxed{A_0 = A_{01} \bullet A_{02} \bullet \ldots \bullet A_{0n}}$$

$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Gesamtübertragungsfunktion der Kettenschaltung
$\underline{F}(j\omega)_1$, $\underline{F}(j\omega)_2$, $\underline{F}(j\omega)_n$ = komplexe Einzelübertragungsfunktionen der Filter

$|\underline{F}(j\omega)|$ = Gesamtamplitudengang der Kettenschaltung
$|\underline{F}(j\omega)|_1$, $|\underline{F}(j\omega)|_2$, $|\underline{F}(j\omega)|_n$ = Einzelamplitudengänge der Filter

A_0 = Gesamtverstärkung der Kettenschaltung
A_{01} , A_{02} , A_{0n} = Einzelverstärkungen der Filter

Aktiver Tiefpass 2. Ordnung:



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1+j\omega\bullet R_2\bullet C_2}\bullet\frac{1}{1+j\omega\bullet R_3\bullet C_3}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega\bullet R_2\bullet C_2)^2}}\bullet\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\bullet R_3\bullet C_3)^2}}$$

mit folgender Dimensionierung für bessere Steilheit folgt:

$R_2\bullet C_2=R_3\bullet C_3=R\bullet C$ und $A_{0ges}=A_{01}\bullet A_{02}$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{-\frac{R_2}{R_1}}{(1+j\bullet\omega\bullet R\bullet C)^2}$$

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1+j\bullet 2\bullet\frac{\omega}{\omega_g}+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+(\omega\bullet R\bullet C)^2}$$

$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{\left(1+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right)^2+4\bullet\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$$

$$\omega_g=\sqrt{\sqrt{2}-1}\bullet\omega_{g1}=\sqrt{\sqrt{2}-1}\bullet\omega_{g2}$$

$$\omega_{g1}=\frac{1}{R_2\bullet C_2}\qquad\omega_{g2}=\frac{1}{R_3\bullet C_3}\qquad f_g=\frac{\omega_g}{2\bullet\pi}$$

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-2\bullet\omega\bullet R_2\bullet C_2}{1+(\omega\bullet R_2\bullet C_2)^2}\right)$$

RAD einstellen !!!

$$\varphi(j\omega)=\arctan\left(\frac{-2\bullet\frac{\omega}{\omega_g}}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}\right)$$

DEG einstellen !!!

Allgemeine Tiefpass-Gleichung:

$$F(P)=\frac{A_0}{(1+a_1\bullet P+b_1\bullet P^2)}\qquad P=j\frac{\omega}{\omega_g}\qquad P^2=-\frac{\omega^2}{\omega_g{}^2}$$

$$A_0(\omega\to 0)=-\frac{R_2}{R_1}\qquad a_1=2\bullet\omega_g\bullet R\bullet C\qquad b_1=(\omega_g\bullet R\bullet C)^2$$

$$R_2=\frac{a_1}{2\bullet\omega_g\bullet C_2}\qquad C_2=\frac{a_1}{2\bullet\omega_g\bullet R_2}\qquad R_2=\sqrt{\frac{b_1}{\omega_2{}^2\bullet C_g{}^2}}\qquad C_2=\sqrt{\frac{b_1}{\omega_2{}^2\bullet R_g{}^2}}$$

Switched-Capacitor-Filter (SC-Filter)

Grundprinzip:

Durch ersetzen Eingangswiderstandes einer Intergratorschaltung durch einen geschalteten Kondensator kann eine lineare Abhängigkeit zwischen der Schaltfrequenz f_s und dem simulierten Widerstandswert $R_{Äquiv}$ erzeugt werden.

$\boxed{R_{Äquiv} = \frac{1}{f_s \bullet C_s}}$ mit $U_2 = -\frac{1}{\tau} \bullet \int U_1 \bullet dt \Rightarrow \boxed{\tau = R_{Äquiv} \bullet C}$ $\boxed{\tau = \frac{C}{C_s \bullet f_s}}$ $\boxed{\tau = \frac{\eta}{2 \bullet \pi \bullet f_s}}$

Das Kapazitätsverhältnis $\frac{C}{C_s}$ bzw. $\frac{\eta}{2 \bullet \pi}$ wird vom Hersteller des SC-Filters vorgegeben.

Den Parameter η findet man in den Datenblättern des SC-Filters.
Er liegt zwischen 50 und 200.

Invertierender SC-Filter:

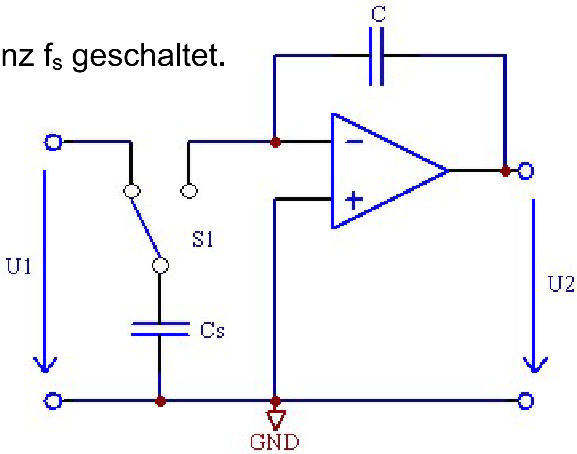
Der Schalter S1 wird mit der Schaltfrequenz f_s geschaltet.

Bei rein Sinusförmigen Signalen gilt:

$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = -\frac{1}{\tau \bullet j\omega}}$$

allgemein mit $p = j\omega + \sigma$ und σ = 0:

$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = -\frac{1}{\tau \bullet p}}$$



Nicht-Invertierender SC-Filter:

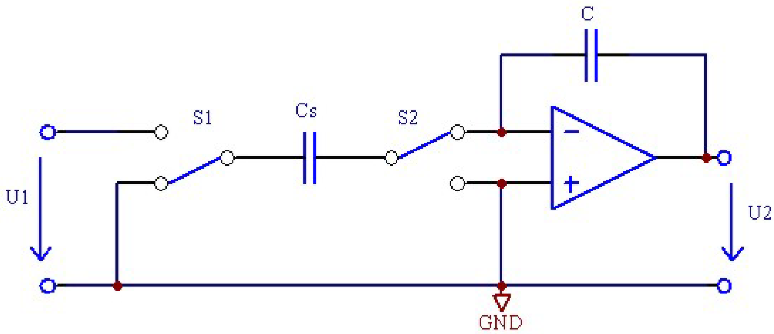
Die beiden Schalter S_1 und S_2 werden beide gleichzeitig mit der Schaltfrequenz f_s betätigt.

Bei rein Sinusförmigen Signalen gilt:

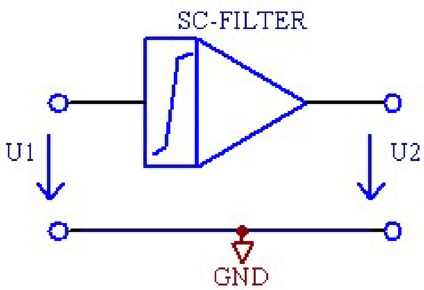
$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = \frac{1}{\tau \bullet j\omega}}$$

allgemein mit $p = j\omega + \sigma$ und σ = 0:

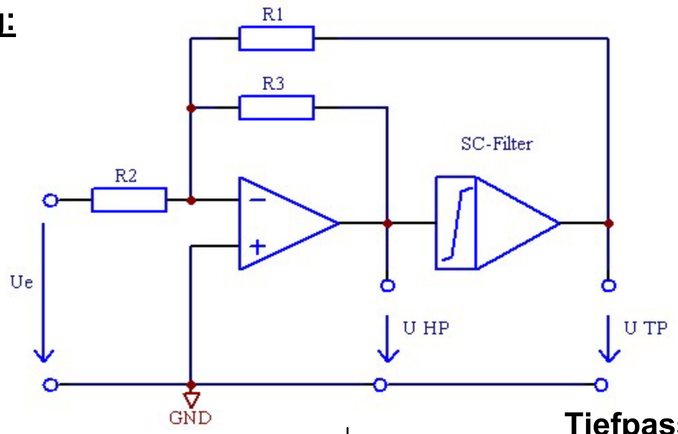
$$\boxed{\underline{F}(j\omega) = \frac{1}{\tau \bullet p}}$$



$R_{Äquiv}$ = simulierter Widerstandswert in Ω
τ = Integrationskonstante
C = Rückkopplungs-Kapazität in F
C_s = geschaltete Kapazität in F
f_s = Schaltfrequenz in Hz
F(jω) = komplexe Übertragungsfunktion



SC-Filter 1.Ordnung:



Hochpass

$$\boxed{U_{HP}=-\frac{R_3}{R_2}\bullet U_e+\left(-\frac{R_3}{R_1}\right)\bullet U_{TP}}$$

$$\Rightarrow \underline{F}(j\omega)_{HP}=\frac{\underline{U}_{HP}}{\underline{U}_e}=\frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1+\frac{R_3}{\tau\bullet R_1}\bullet\frac{1}{p}}$$

mit $p=P\bullet\omega_g$ folgt:

$$\boxed{\underline{F}(P)_{HP}=\frac{\underline{U}_{HP}}{\underline{U}_e}=\frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1+\frac{R_3}{\tau\bullet R_1\bullet\omega_g}\bullet\frac{1}{P}}}$$

mit $\boxed{\frac{f_s}{f_g}=\eta}$ folgt (*gilt nicht zwingend !!*):

$$\boxed{\tau=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet f_g}=\frac{1}{\omega_g}}\Rightarrow\boxed{\tau\bullet\omega_g=1}$$

mit $\boxed{a_1=1=\frac{R_3}{\tau\bullet R_1\bullet\omega_g}}\Rightarrow\boxed{R_1=R_3}$

$$\boxed{A_\infty=-\frac{R_3}{R_2}\quad R_2=\frac{R_3}{|A_\infty|}\quad R_3=R_2\bullet|A_\infty|}$$

Tiefpass

$$\boxed{U_{TP}=\frac{1}{\tau\bullet p}\bullet U_{HP}}$$

$$\Rightarrow \underline{F}(j\omega)_{TP}=\frac{\underline{U}_{TP}}{\underline{U}_e}=\frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1+\frac{R_1}{R_3}\bullet\tau\bullet p}$$

mit $p=P\bullet\omega_g$ folgt:

$$\boxed{\underline{F}(P)_{TP}=\frac{\underline{U}_{TP}}{\underline{U}_e}=\frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1+\frac{R_1\bullet\tau\bullet\omega_g}{R_3}\bullet P}}$$

mit $\boxed{\frac{f_s}{f_g}=\eta}$ folgt (*gilt nicht zwingend !!*):

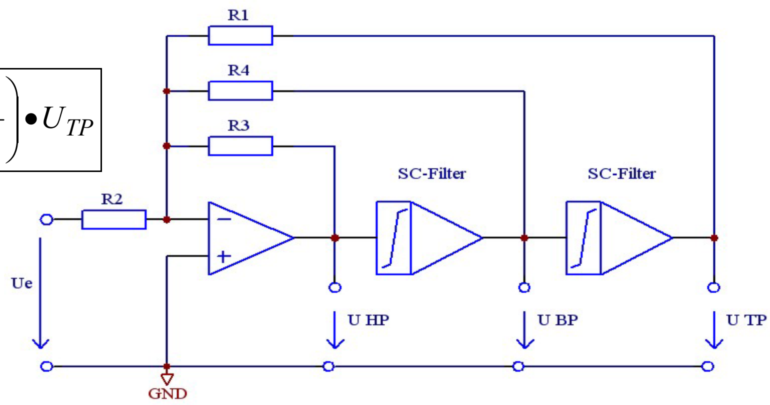
$$\boxed{\tau=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet f_g}=\frac{1}{\omega_g}}\Rightarrow\boxed{\tau\bullet\omega_g=1}$$

mit $\boxed{a_1=1=\frac{R_1\bullet\tau\bullet\omega_g}{R_3}}\Rightarrow\boxed{R_1=R_3}$

$$\boxed{A_0=-\frac{R_1}{R_2}\quad R_2=\frac{R_1}{|A_0|}\quad R_1=R_2\bullet|A_0|}$$

U_e = Eingangsspannung in V
U_{HP} = Hochpass-Ausgang in V
U_{TP} = Tiefpass-Ausgang in V
R_1, R_2 , R_3 = Widerstände in Ω
$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Übertragungsfunktionen
F(p) = allgemeine Übertragungsfunktion
a_1 = Allgemeiner Filterkoeffizient **je nach Filtercharakteristik (siehe Seite 6 – 6)**
τ = Integrationskonstante
f_s = Schaltfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
A_∞ = Grundverstärkung bei $\omega\rightarrow\infty$ Hz
A_0 = Grundverstärkung bei ω = 0 Hz

SC-Filter 2.Ordnung:



$$U_{HP} = -\frac{R_3}{R_2} \bullet U_e + \left(-\frac{R_3}{R_4}\right) \bullet U_{BP} + \left(-\frac{R_3}{R_1}\right) \bullet U_{TP}$$

$$U_{BP} = \frac{1}{\tau \bullet p} \bullet U_{HP}$$

$$U_{TP} = \frac{1}{\tau \bullet p} \bullet U_{BP}$$

$$\underline{F}(P)_{HP} = \frac{\underline{U}_{HP}}{\underline{U}_e} = \frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4 \bullet \tau \bullet \omega_g} \bullet \frac{1}{P} + \frac{R_3}{R_1 \bullet (\tau \bullet \omega_g)^2} \bullet \frac{1}{P^2}}$$

$$\underline{F}(P)_{BP} = \frac{\underline{U}_{BP}}{\underline{U}_e} = \frac{-P \bullet \tau \bullet \omega_r \bullet \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_1 \bullet \tau \bullet \omega_r}{R_4} \bullet P + \frac{R_1 \bullet (\tau \bullet \omega_r)^2}{R_3} \bullet P^2}$$

$$\underline{F}(P)_{TP} = \frac{\underline{U}_{TP}}{\underline{U}_e} = \frac{-\frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_1 \bullet \tau \bullet \omega_g}{R_4} \bullet P + \frac{R_1 \bullet (\tau \bullet \omega_g)^2}{R_3} \bullet P^2}$$

mit $\frac{f_s}{f_g} = \eta$ folgt (gilt nicht immer !!!): $\tau = \frac{1}{2 \bullet \pi \bullet f_g} = \frac{1}{\omega_g}$ $\Rightarrow$ $\tau \bullet \omega_g = 1$

Hochpass:

$$a_1 = \frac{R_3}{R_4 \bullet \tau \bullet \omega_g} \qquad b_1 = \frac{R_3}{R_1 \bullet (\tau \bullet \omega_g)^2}$$

$$A_\infty = -\frac{R_3}{R_2} \qquad R_2 = \frac{R_3}{|A_\infty|} \qquad R_3 = R_2 \bullet |A_\infty|$$

Tiefpass:

$$a_1 = \frac{R_1 \bullet \tau \bullet \omega_g}{R_4} \qquad b_1 = \frac{R_1 \bullet (\tau \bullet \omega_g)^2}{R_3}$$

$$A_0 = -\frac{R_1}{R_2} \qquad R_2 = \frac{R_1}{|A_0|} \qquad R_1 = R_2 \bullet |A_0|$$

Bandpass:

$$R_1 = R_3$$

$$Q = \frac{R_4}{R_1} \qquad R_1 = \frac{R_4}{Q} \qquad R_4 = R_1 \bullet Q$$

$$\frac{A_r}{Q} = -\frac{R_1}{R_2} \qquad R_2 = R_1 \bullet \frac{Q}{|A_r|} \qquad R_1 = \frac{R_2 \bullet |A_r|}{Q}$$

U_e = Eingangsspannung in V
U_{HP} = Hochpass-Ausgang in V
U_{TP} = Tiefpass-Ausgang in V
U_{BP} = Bandpass-Ausgang in V

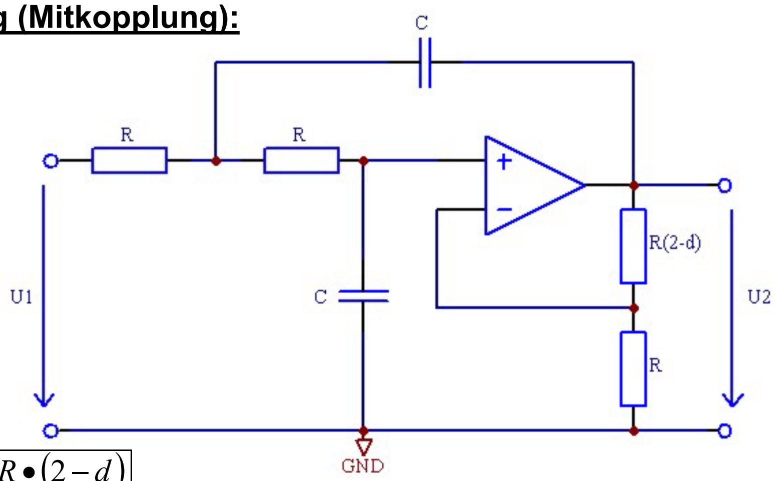
R_1, R_2 , R_3 , R_4 = Widerstände in Ω
F(p) = allgemeine Übertragungsfunkt.
a_1 , b_1 = allgemeine Filterkoeffizienten
(je nach Charakteristik (siehe S. 6 – 6)
A_∞ = Grundverstärkung bei $\omega \rightarrow \infty$ Hz
A_0 = Grundverstärkung bei ω = 0 Hz
A_r = Grundverstärkung bei $\omega = \omega_r$
τ = Integrationskonstante
f_s = Schaltfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_r = Resonanzfrequenz in Hz
Q = Unterdrückungsgüte

Parameter für Sallen-Key-Schaltungen:

Charakteristik	d – Parameter	k – Parameter	Sprungantwort
kritische Dämpfung	2		stark verzögert
Bessel	$\sqrt{3}$ =1,732	1.274	gerade, ohne Überschwinger
Butterworth	$\sqrt{2} = 1.414$	1	leichter Überschwinger
Tschebyscheff mit +1 dB Welligkeit	1.045	0.863	gedämpfte Schwingung
Tschebyscheff mit +2 dB Welligkeit	0.895	0.852	
Tschebyscheff mit +3 dB Welligkeit	0.767	0.861	

d = Dämpfungsfaktor
k = Korrekturfaktor

Tiefpass in Sallen-Key-Schaltung (Mitkopplung):



$$\underline{F}(j\omega) = \frac{3-d}{1 + j \bullet \frac{\omega}{\omega_E} \bullet d - \left(\frac{\omega}{\omega_E}\right)^2}$$

$$\omega_E = \frac{1}{R \bullet C} \qquad \omega_g = \frac{\omega_E}{k}$$

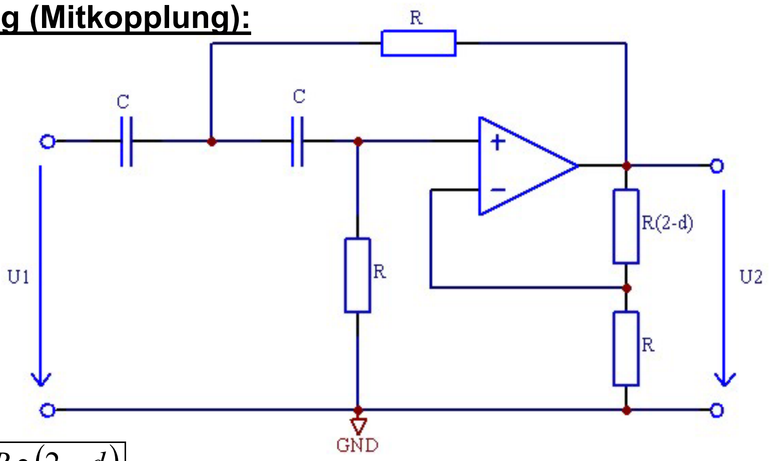
$$f_E = \frac{1}{2 \bullet \pi \bullet R \bullet C} \qquad f_g = \frac{f_E}{k}$$

$$A_0 = 3 - d \qquad d = 3 - A_0 \qquad A_0 = 1 + \frac{R \bullet (2-d)}{R}$$

$$\omega_H = \omega_E \bullet \sqrt{1 - \frac{d^2}{2}} \qquad f_H = f_g \bullet k \bullet \sqrt{1 - \frac{d^2}{2}} \qquad A_H = \frac{3-d}{d \bullet \sqrt{1 - \frac{d^2}{4}}}$$

$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Übertragungsfunktion
ω_E = Entwurfskreisfrequenz in Hz , f_E = Entwurfsfrequenz in Hz
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz , f_g = Grenzfrequenz in Hz
A_0 = Grundverstärkung bei ω = 0 Hz
d = Dämpfungsfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
k = Korrekturfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
ω_H = Überhöhungskreisfrequenz in Hz (Höchstes Überschwingen bei dieser Frequenz)
f_H = Überhöhungsfrequenz in Hz
A_H = Verstärkung bei Resonanzüberhöhung

Hochpass in Sallen-Key-Schaltung (Mitkopplung):



$$\underline{F}(j\omega) = \frac{3-d}{1+\frac{\omega_E}{j\omega}\bullet d-\left(\frac{\omega_E}{\omega}\right)^2}$$

$$\omega_E = \frac{1}{R\bullet C} \qquad \omega_g = \omega_E \bullet k$$

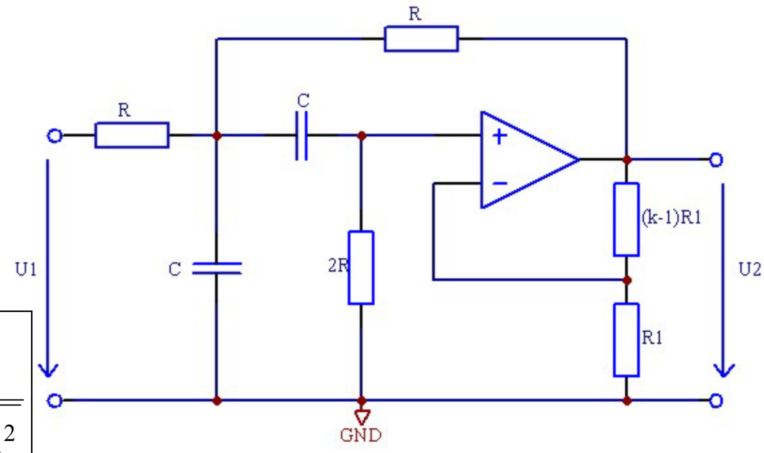
$$f_E = \frac{1}{2\bullet\pi\bullet R\bullet C} \qquad f_g = f_E \bullet k$$

$$A_\infty = 3-d \qquad d = 3-A_\infty \qquad A_\infty = 1+\frac{R\bullet(2-d)}{R}$$

$$\omega_H = \frac{\omega_E}{\sqrt{1-\frac{d^2}{2}}} \qquad f_H = \frac{f_E}{\sqrt{1-\frac{d^2}{2}}} \qquad A_H = \frac{3-d}{d\bullet\sqrt{1-\frac{d^2}{4}}}$$

$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Übertragungsfunktion
ω_E = Entwurfskreisfrequenz in Hz
f_E = Entwurfsfrequenz in Hz
ω_g = Grenzkreisfrequenz in Hz
f_g = Grenzfrequenz in Hz
A_∞ = Grundverstärkung bei $\omega \to \infty$ Hz
d = Dämpfungsfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
k = Korrekturfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
ω_H = Überhöhungskreisfrequenz in Hz (Höchstes Überschwingen bei dieser Frequenz)
f_H = Überhöhungsfrequenz in Hz
A_H = Verstärkung bei Resonanzüberhöhung

Aktiver Bandpass 2. Ordnung



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{k\bullet j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1+j\bullet(3-k)\bullet\dfrac{\omega}{\omega_0}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

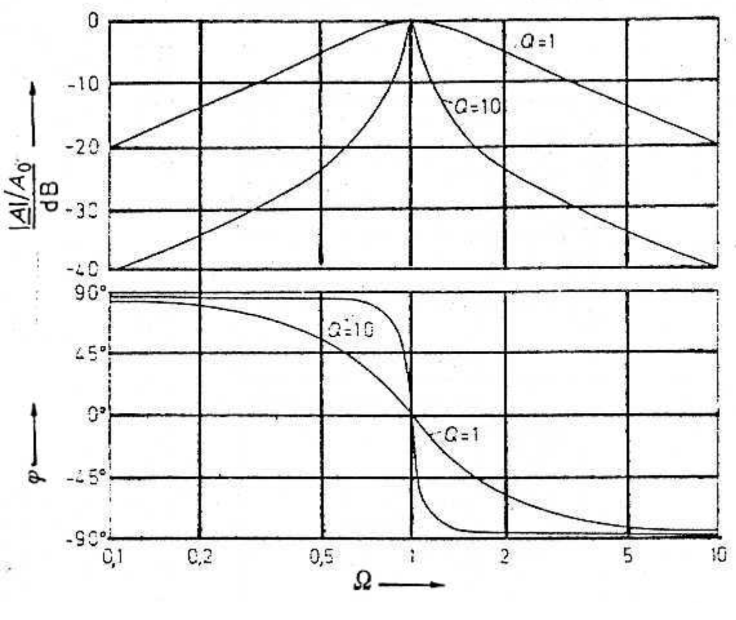
$$\left|\underline{F}(j\omega)\right|=\frac{k\bullet\dfrac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{\left(1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left((3-k)\bullet\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\omega_0=\omega_r=\frac{1}{R\bullet C}\qquad f_0=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R\bullet C}\qquad A_0(\omega=\omega_0)=\frac{k}{3-k}\qquad k=\frac{3\bullet A_0(\omega=\omega_0)}{1+A_0(\omega=\omega_0)}$$

$$Q=\frac{f_0}{b}\qquad Q=\frac{1}{3-k}\qquad k=3-\frac{1}{Q}\qquad b=f_{go}-f_{gu}$$

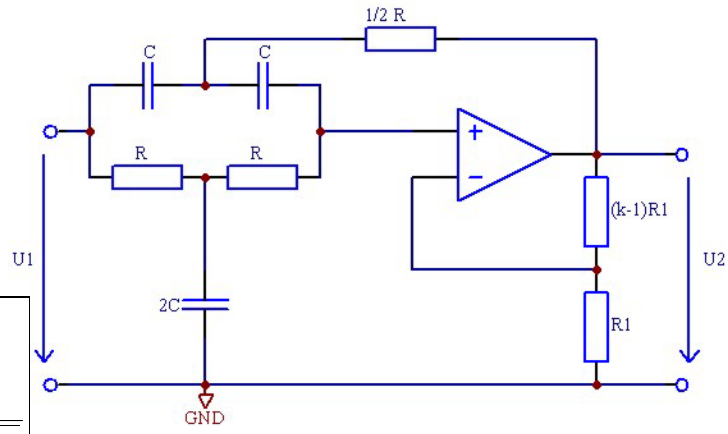
$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Übertragungsfunktion
$|\underline{F}(j\omega)|$ = komplexe Übertragungsfunktion
$\omega_0 = \omega_r$ = Bandmitten bzw. Resonanzkreisfrequenz in Hz
$f_0 = f_r$ = Resonanzfrequenz in Hz
$A_0(\omega=\omega_0)$ = Grundverstärkung bei $\omega = \omega_0$
k = Korrekturfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
Q = Güte des Filter
b = Bandbreite des Filter
f_{gu} = untere Grenzfrequenz
f_{go} = obere Grenzfrequenz

Diagramm von Amplitudengang (oben) und Phasengang (unten) des Bandpass:



Aktive Doppel-T-Bandsperre 2. Ordnung

$$\underline{F}(j\omega)=\frac{k\bullet\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}{1+j\bullet(4-2\bullet k)\bullet\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



$$\underline{F}(j\omega)=\frac{k\bullet\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left((4-2\bullet k)\bullet\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\omega_0=\omega_r=\frac{1}{R\bullet C}\qquad f_0=\frac{1}{2\bullet\pi\bullet R\bullet C}\qquad A_0(\omega=\omega_0)=k\qquad Q=\frac{1}{4-2\bullet k}\qquad k=2-\frac{1}{2\bullet Q}$$

$\underline{F}(j\omega)$ = komplexe Übertragungsfunktion
$|\underline{F}(j\omega)|$ = komplexe Übertragungsfunktion
$\omega_0 = \omega_r$ = Bandmitten bzw. Resonanzkreisfrequenz in Hz
$f_0 = f_r$ = Resonanzfrequenz in Hz
$A_0(\omega=\omega_0)$ = Grundverstärkung bei $\omega = \omega_0$
k = Korrekturfaktor **(siehe Tabelle Seite 6-22)**
Q = Güte des Filter

Diagramm von Amplitudengang (oben) und Phasengang (unten) der Bandsperre: