

Peter Ebelsberger bacc.techn.

- Das 700 km Rohrleitungskonzept zur alternativen Energiegewinnung -

Konzeption und Kalkulation

Thema der Arbeit:
berechnen und kalkulieren einer neuen Energiequelle

17. August 2007

Peter Ebelsberger bacc.techn.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungs und Einheitenverzeichnis	4
1 Gegeben	5
2 Gesucht	5
3 Menge des austretenden Wassers	5
3.1 Lösung 1	5
3.1.1 Berechnungsweg und Kontrolle der Bedingungen	5
3.1.2 Schlussfolgerung	6
3.2 Lösung 2	6
3.2.1 Berechnungsweg und Kontrolle der Bedingungen	6
3.2.2 Schlussfolgerung	6
4 Druckverlust der Anlage	7
4.1 Beschreibung einzelner Komponenten	7
4.1.1 Reynoldszahl	7
4.1.2 Die Rohrreibungszahl	7
4.1.3 kinematische Viskosität	8
4.1.4 Was ist laminar, was ist turbulent?	9
4.1.5 Rechenweg	9
4.1.6 Rechnung Durchgang 1	10
4.1.7 Rechnung Durchgang 2	13
4.1.8 Rechnung Durchgang 3	16
5 Ergebnis	19
5.1 Lösung 1	19
5.2 Lösung 2	19
6 Anmerkungen	19
7 Dimensionierung einer Rohrleitung	20
8 Handskizze der Anlage	21
9 Kostenkalkulation der Anlage	22
9.1 Materialkosten	22
9.2 Lohnkosten	22
9.3 Wartungskosten	22
10 Urheberrecht	23

11 Version	23
11.1 Fehlerbehebung in Version 2.0 gegenüber 1.0	23
11.2 Fehlerbehebung in Version 2.1 gegenüber 2.0	23
12 noch anstehende Arbeiten	23
Literatur	25
Abbildungsverzeichnis	26

Abkürzungen und Einheitenverzeichnis

l_r :	Länge der Rohrleitung	Meter	m
d_r :	Durchmesser der Rohrleitung	Meter	m
l_d :	Länge der Düse	Meter	m
d_d :	(Durchmesser des Düsenausgangs	Meter	m
A_1 :	Fläche des Rohrdurchmessers	Quadratmeter	m^2
A_2 :	Fläche des Düsendurchmessers	Quadratmeter	m^2
A :	Fläche des Rohrdurchmessers	Quadratmeter	m^2
w_1 :	Geschwindigkeit im Rohr	Meter pro Sekunde	$\frac{m}{s}$
v :	Geschwindigkeit im Rohr	Meter pro Sekunde	$\frac{m}{s}$
w_2 :	Geschwindigkeit in der Düse	Meter pro Sekunde	$\frac{m}{s}$
ν :	kinematische Viskosität	Quadratmeter pro Sekunde	$\frac{m^2}{s}$
η :	dynamische Viskosität	Newton Sekunde pro Quadratmeter	$\frac{Ns}{m^2}$
ρ :	Dichte	Kilogramm pro Kubikmeter	$\frac{kg}{m^3}$
Re:	Reynoldszahl	-	-
λ :	Rohrreibungszahl	-	-
Pa :	Pascal (Einheit des Druckes)	Newton pro Quadratmeter	$\frac{N}{m^2}$
bar :	bar (Einheit des Druckes)	bar	<i>bar</i>
p_{vrohr} :	Durckverlust des Rohres	Newton pro Quadratmeter	$\frac{N}{m^2}$
p_{vduese} :	Druckverlust der Düse	Newton pro Quadratmeter	$\frac{N}{m^2}$
h_{vrohr} :	Durckverlust des Rohres	Meter (Wassersäule)	m
h_{vduese} :	Druckverlust der Düse	Meter (Wassersäule)	m
h_v :	gesamter Druckverlust	Meter (Wassersäule)	m
\dot{v} :	Volumenstrom	Kubikmeter pro Sekunde	$\frac{m^3}{s}$
Abb.:	Abbildung		
zB:	zum Beispiel		
©:	Copyright, Kopierrecht		
ca.:	cirka		

1 Gegeben

Die Rohrlänge beträgt 700000 m, der Rohrdurchmesser am Anfang des Rohres ist 3 m. Als Medium betrachten wir Wasser mit konstant 25 C. Der Anfangspunkt der Rohrleitung liegt auf einer Höhe von 3000 m. Der Endpunkt der Rohrleitung ist auf Meereshöhe, 0 m. Des weiteren ist am Ende der Rohrleitung eine Rohrverengung bzw eine Düse befestigt. Sie hat Anfangsdurchmesser 3m, Enddurchmesser 1,5 m, Düsenlänge ist 3 m. Die Rohrleitung ist aus Stahl. Wunschmenge an Wasser sind 500 m³ sie sind rechnerisch zu überprüfen. Für die Berechnung sind günstige Bedingungen anzunehmen.

2 Gesucht

1. Gesucht ist die Menge an Wasser und die dazugehörige Geschwindigkeit, welche am Rohrende (Düsenende) austritt
2. Druckverlust der Anlage
3. Eine Skizze ist beizulegen.

3 Menge des austretenden Wassers

3.1 Lösung 1

Da die Angabe widersprüchlich ist folgt aus Lösung 1 OHNE Berücksichtigung irgendwelcher Verluste, das heißt Verlust ist gleich Null folgenes.

$$\dot{v}_1 = \dot{v}_2 \quad (1)$$

\dot{v}_1 ... Volumenstrom am Anfang des Rohres.

\dot{v}_2 ... Volumenstrom am Ende des Rohres.

3.1.1 Berechnungsweg und Kontrolle der Bedingungen

Falls am oberen Ende der Leitung garantiert 500 Kubikmeter Wasser pro Sekunde reinfließen, dann fließen auch garantiert 500 Kubikmeter Wasser pro Sekunde raus. Damit einhergehend ist ein hoher Druckverlust. Ohne Pumpen werden keine Mengen in dieser Größenordnung durch die Rohrleitung fließen, was weiter unten bewiesen wird. (Kapitel 4)

3.1.2 Schlussfolgerung

Da wir allerdings nicht von gänzlich idealen Bedingungen ausgehen können, da in der realen Welt auf jeden Fall (noch zu ermittelnde) Verluste auftreten, muß Lösung 1 falsch sein, bzw. man benötigt eine Pumpenleistung welche in der Druckverlustberechnung das Resultat des ersten Rechenwegs ist.

3.2 Lösung 2

3.2.1 Berechnungsweg und Kontrolle der Bedingungen

Dies führt uns direkt zur Druckverlustrechnung. Der Druckverlust stellt sich entlang der Rohrleitung bei einem bestimmten Volumenstrom ein. Dieser gesuchte Volumenstrom wird im Kapitel 45 gelöst. Dabei gehe ich von folgenden Druckverhältnissen aus. Wir wollen KEINE Pumpe am Rohranfang haben, damit haben wir einen Druck von 1 bar. Ebenfalls 1 bar haben wir am Ausfluss, da sonst das Wasser nicht rausrinnt.

3.2.2 Schlussfolgerung

Nur unter der Annahme, daß der Volumenstrom frei variierbar ist führt das Beispiel zu einer Lösung, die OHNE Pumpen das Auslangen findet. Natürlich kann man auch berechnen, wieviel Pumpenleistung notwendig ist um die 500 m^3 Wasser pro Sekunde durch die Rohrleitung zu drücken. Das führt allerdings zu dem gegenteiligen Effekt den man zu erreichen wünscht - das Erzeugen von Energie.

4 Druckverlust der Anlage

Bei einer derart großen Anlage müssen gewisse Vereinfachung bei der Berechnung durchgeführt werden, es sei denn es werden mehrere Daten zur Verfügung gestellt. Beispielsweise wird angenommen, daß die Temperatur an der Aussenseite des Rohres sowie die Temperatur des Mediums Wasser konstant $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ über die gesamte Rohrleitungslänge hat. Üblicherweise sind Rohrleitungen nicht in diesem großen Ausmaß geführt (es sei denn es sind Pipelines) und damit ist die Temperatur natürlich ein Parameter, der die Viskosität als auch die Dichte des Mediums beeinflusst. Des weiteren vereinfachen wir, daß das Wasser absolut sauber ist. Diese Vereinfachung ist vor allem deswegen notwendig, weil sich die Rohreneigenschaften mit steigender Verschmutzung ändern würden. In Bezug auf die Kosten vereinfache ich ebenfalls, daß im Fall großen Bedarfs von Stahl in der Realität der Preis pro Tonne steigt, hier wird er allerdings aus Gründen der Vereinfachung konstant gehalten. Darüberhinaus verweise ich auf Kapitel 9.

4.1 Beschreibung einzelner Komponenten

4.1.1 Reynoldszahl

Die Reynoldszahl ist eine dimensionslose Kennziffer, die darüber Auskunft gibt, ob Strömungen laminar [Wikipedia.org (2007)e] oder turbulent [Wikipedia.org (2007)c] sind.

4.1.2 Die Rohrreibungszahl

Die folgenden Punkte sind nur für turbulente Strömungen gültig. Sämtliche Formeln habe ich von [Vogel Kamprath] bezogen.

4.1.2.1 Hydraulisch glatte Rohre $Re_d^k < 65$

4.1.2.1.1 Formel nach Blasius Diese Formel ist für Reynoldszahlen im Bereich zwischen 2320 und 10^5 gültig.

$$\lambda = 0,3164Re^{-\frac{1}{4}} \quad (2)$$

4.1.2.1.2 Formel nach Nikuradse Diese Formel ist für Reynoldszahlen im Bereich zwischen 10^5 bis $5 * 10^6$ gültig.

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 * Re^{-0,237} \quad (3)$$

4.1.2.1.3 Formel nach Prandtl und Kármán Diese Formel ist für Reynoldszahlen im Bereich größer 10^6

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 * \log(Re * \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (4)$$

Achtung, das ist eine rekursive Formel, die ist nicht leicht zu ermitteln, sie führt analog zum selben Verfahren wie die gesamte Druckverlustberechnung.

4.1.2.2 Hydraulisch rauhe Rohre $Re \frac{k}{d} > 1300$

4.1.2.2.1 Formel von Moody

$$\lambda = 0,0055 + 0,15 * \left(\frac{k}{d}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

4.1.2.3 Rohre im Übergangsbereich $65 < Re \frac{k}{d} < 1300$

4.1.2.3.1 Formel nach Brandtl Colebrook Diese Formel ist im Übergangsbereich allgemeingültig.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} - \frac{k}{d} 0,269 \right] \quad (6)$$

4.1.3 kinematische Viskosität

„Die Viskosität ist ein Maß für die Zähflüssigkeit eines Fluids. Der Kehrwert der Viskosität ist die Fluidität, ein Maß für die Fließfähigkeit eines Fluids. Je größer die Viskosität ist, desto dickflüssiger, d.h. weniger fließfähig ist das Fluid, je niedriger die Viskosität, desto dünnflüssiger ist es, und desto höher ist die Fluidität. Die Ursache ist, dass Teilchen zäher Flüssigkeiten stärker aneinander gebunden und damit unbeweglicher sind, man spricht daher auch von der inneren Reibung. Sie resultiert nicht nur aus den Anziehungskräften zwischen den Teilchen des Fluids (Kohäsion). Bei Feststoffen verwendet man stattdessen die Begriffe der Duktilität, Sprödigkeit und Plastizität. Gelegentlich wird Zähigkeit als Synonym für Viskosität verwendet. Der Begriff Viskosität geht auf den typisch zähflüssigen Saft der Beeren in der Pflanzengattung Misteln (*Viscum*) zurück, bedeutet also wörtlich „Misteligkeit“.“ [Wikipedia.org (2007)f]

4.1.4 Was ist laminar, was ist turbulent?

Das ist nichts anders als ein Strömungsverhalten von Flüssigkeiten. Sie beeinflusst die maximal auftretende Geschwindigkeit im Rohr, sowie die Druckverluste und viele andere Parameter, die man sich leicht anschauen kann. Überall wo der Rohrreibungskoeffizient λ vorhanden ist wird das Fließverhalten der Flüssigkeit mitberücksichtigt. [Wikipedia.org (2007)e] [Wikipedia.org (2007)c]

4.1.5 Rechenweg

Hier in kurzen Worten der Rechenweg.

1. Berechnung der Reynoldszahl
2. Berechnung von Lambda
3. Berechnung des Druckverlusts bei Wassermenge (x,y,z) (da ist der Druckverlust mehrmals zu berechnen).
4. Berechnung der Fallgeschwindigkeit OHNE Verlust
5. Berechnung der Fallgeschwindigkeit MIT Verlust. Nur diese Energie kann noch umgewandelt werden, Verluste sind daher abzuziehen.
6. Berechnung der Geschwindigkeit am Düsenausgang (Durchmesser 1,5 m)
7. Prüfen, ob Punkte 5 und 6 übereinstimmen, falls nicht ist die Rechnung mit anderen Volumenströmen zu wiederholen.
8. jetzt sind Druckverlust der Rohrleitung bei berechneter Menge, Austrittsgeschwindigkeit und Austrittsmenge bekannt.

4.1.6 Rechnung Durchgang 1

4.1.6.1 Reynoldszahl Wir beginnen den Rechenweg wie im Kapitel 4.1.5 beschrieben mit dem ersten Punkt 1

Die Formel für die Reynoldszahl lautet. [Sass Bouché Leitner 1966]

$$Re = \frac{vd_r}{\nu} \quad (7)$$

Die Geschwindigkeit müssen wir allerdings jetzt aus der Kontinuitätsgleichung [?]druckabfall) [Wikipedia.org (2007)d] ermitteln. Dazu muß ein Volumenstrom angenommen werden.

Die Kontinuitätsgleichung sagt, daß der Volumenstrom konstant ist. [Wikipedia.org (2007

$$\dot{v} = A_n v_n \quad (8)$$

Wir nehmen als Volumenstrom mal $500 \frac{m^3}{s}$ an und rechnen damit die Geschwindigkeit, anschliessend die Reynoldszahl aus. [Sass Bouché Leitner 1966]

$$A = \frac{d_r^2 \pi}{4} = \frac{(3m)^2 \pi}{4} = 7,06m^2 \quad (9)$$

$$v = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{500 \frac{m^3}{s}}{7,06m^2} = 70,73 \frac{m}{s} \quad (10)$$

Die kinematische Viskosität von Wasser bei 25 C ermitteln wir über folgende Formel, wobei η die dynamische Viskosität und ρ die Dichte des Wassers bei 25 C ist. Um nicht sämtliche Zeit für Belege aufzuwenden, nehme ich hier als Quelle Wikipedia her. [Wikipedia.org (2007)a] [Wikipedia.org (2007)b] [unibayreuth.de (2007)a] [Sass Bouché Leitner 1966] Die Dichte von Wasser bei 25 C beträgt $997,200 \frac{kg}{m^3}$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{0,891 * 10^{-3} \frac{kg}{m*s}}{997,2 \frac{kg}{m^3}} = 8,933 * 10^{-7} \frac{m^2}{s} \quad (11)$$

$$Re = \frac{v * d_r}{\nu} = \frac{70,73 \frac{m}{s} * 3m}{8,933 * 10^{-7} \frac{m^2}{s}} = 237553224 \quad (12)$$

Die Reynoldszahl ist allerdings größer als 2320 woraus wir sehen, daß wir bei der Annahme des Volumenstromes von $500 \frac{m^3}{s}$ turbulente Strömungen erhalten. (im geraden glatten Rohr) [Wikipedia.org (2007)c] [Sass Bouché Leitner 1966]

Der erste Punkt des Rechenweges ist (vorläufig) beendet. Vorläufig deswegen, weil wir ja nicht wissen ob die über den Druckverlust zu ermittelnde Geschwindigkeit am Düsenausgang auch mit der Geschwindigkeit der Kontinuitätsrechnung übereinstimmt.

Der nächste Punkt in der Berechnung nämlich Punkt 2 des Rechenwegs von Kapitel 4.1.5 führt uns zur Ermittlung der Rohrreibungskennzahl Lambda

4.1.6.2 Die Rohrreibungskennzahl λ Für laminare Strömungen in glatten Rohren gilt folgende mathematische Beziehung. [Sass Bouché Leitner 1966]

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (13)$$

Die Rohrreibungskennzahl λ wird je nach dem in welchen Bereichen die Reynoldszahl ist und wie die Rauigkeit des Rohrs ist. Wir wählen ein übliches Rohr (kein gutes, ein normales) gut deswegen nicht, weil das Rohr ja nicht alle 6 Wochen gereinigt werden kann, also muß man wohl von einem üblichen Wert für die Rauigkeit annehmen. Ich wähle 0,2 für den Wert k . Die Bestätigung findet man im Wärmetlas oder aber auch [Sass Bouché Leitner 1966] [Vogel Kamprath] ¹

$$Re \frac{k}{d_r} = 237553224 * \frac{0,2mm}{3m1000 \frac{mm}{m}} = 15836,882 > 1300 \quad (14)$$

Daher sind wir hydraulisch Rau unterwegs, aus diesem Grund haben wir die Formel nach Moody zu verwenden. (siehe auch Kapitel 4.1.2.2.1)

$$\lambda = 0,0055 + 0,15 * \left(\frac{k}{d_r} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,0055 + 0,15 \left(\frac{0,2mm}{3m1000 \frac{mm}{m}} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,0115822 \quad (15)$$

Somit haben wir auch die Rohrreibungskennzahl ermittelt und können jetzt den Druckverlust ermitteln.

4.1.6.3 Druckverlust Der Druckverlust ist von Volumenstrom abhängig. Das liegt daran, daß die Geschwindigkeit in den Druckverlust eingeht, die wir aus dem Volumenstrom ermittelt haben. Der Druckverlust berechnet sich aus dem Druckverlust der Rohrleitung plus dem Druckverlust der Düse. (Eine Verengung der Rohrleitung führt zu einem höheren Druckverlust), die Geschwindigkeit im Rohr steigt, der Statische Druck sinkt. [Wikipedia.org (2007)g] (Falls Klappen eingebaut werden in Rohrleitungen, dann kann eine Verengung des Rohrleitungsquerschnittes (Kreis - Ellipse) zu einem starken Ansteigen der Geschwindigkeit und zu einem Absinken des Druckes führen was vor allem beim Absinken des Druckes unter dem Dampfdruck problematisch ist)

Der Druckverlust kann aus Wikipedia bezogen werden oder man nimmt ein Dubbels Taschenbuch, ich nehme ein mir zur Verfügung gestelltes Buch für Maschinenbau.

¹selbst für günstige Fälle ergibt sich keine Änderung in den Berechnungen bei diesen Daten

[Sass Bouché Leitner 1966]

$$\Delta p_{vrohr} = \lambda \frac{l_r}{d_r} \frac{\rho}{2} v^2 = 0,0115822 \frac{700000m}{3m} \frac{997,2 \frac{kg}{m^3}}{2} \left(70,73 \frac{m}{s}\right)^2 = 67421035595 \frac{N}{m^2} \quad (16)$$

Der Druck erscheint schon sehr aberwitzig, wir werden sehen, daß er tatsächlich aberwitzig ist. Allerdings wollen wir uns nicht von Gefühlen leiten lassen, daher rechnen wir den Druck um in Meter Wassersäule. Später werden wir die Größe benötigen.

$$h_{vrohr} = \frac{p_{vrohr}}{\rho g} = \frac{67421035595 \frac{N}{m^2}}{997,2 \frac{kg}{m^3} 9,81 \frac{m}{s^2}} = 689,1982 km. \quad (17)$$

Den Druckverlust des Verengungsstückes/Düse vernachlässigen wir hier an dieser Stelle, ich begründe weiter unten warum. Prinzipiell sind jetzt die Summe der Verlusthöhen durch Addition zu ermitteln, einstweilen belassen wir die Höhe bei 689,1982 km.

4.1.6.4 Berechnung der Fallgeschwindigkeit Die sehr einfache Formel berechnet die Fallgeschwindigkeit eines freifallenden Körpers. Dabei werden keine Verluste berücksichtigt.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} 3000m} = 242,61 \frac{m}{s} \quad (18)$$

4.1.6.5 Berechnung der Fallgeschwindigkeit abzüglich der Verluste

$$v = \sqrt{2g(h - h_v)} \quad (19)$$

Was für ein Glück, wir haben ja h_v vorhin berechnet, alle anderen Parameter haben wir also los gehts.

$$v = \sqrt{2g(h - h_v)} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} (3000 - 6891982)m} \quad (20)$$

Aus der Tatsache, daß sich eine imaginäre Zahl ergibt folgt, daß irgendeinen Annahme nicht richtig sein kann, der Druckverlust ist zu groß. Da der Druckverlust direkt von der in der Rohrleitung zu transportierenden Wassermenge, genauer gesagt dem Volumenstrom abhängig ist, können wir den Druckverlust rechnerisch beeinflussen. Würde eine geringere Wassermenge durch die Rohrleitung fließen, dann wäre der Druckverlust geringer. Ist der Druckverlust geringer, bekomme ich eine geringere Druckverlust in Form einer Wassersäule. Es muß also definitiv ein

Druckverlust auftreten, der kleiner ist als 3000 m, da wir sonst imaginäre Werte erhalten.

Da schon OHNE Düse der Druckverlust in Meter (Kilometer) Wassersäule so groß ist und wir keine reellen Werte erhalten, habe ich mir in diesem Rechenschritt die Berücksichtigung der Düse gespart, beim nächsten mal aber kommt sie bestimmt dazu ;) Dieser Satz dient nur der Begründung, warum das Düsenstück in diesem ersten Berechnungsschritt unberücksichtigt bleibt, wer Spaß hat kanns allderings zusätzlich berechnen, an der imaginären Zahl ändert dieser Schritt allerdings nichts mehr.

Das hässliche an der Druckverlustberechnung ist eben, daß wenn man viel Pech hat, mehrmals iterativ rechnen muß. Einmal beim Rohrreibungskoeffizienten λ und einmal bei der gesamten Rechnung was die Fliessgeschwindigkeiten betrifft. Den eines ist klar; Die Geschwindigkeit die bei dem Druckverlust herrauskommt muß auch mit jener der Kontinuität ident sein. Ok, bevor wir lange um den heissen Brei rumreden, rechnen wir jetzt mit einer geringeren Fördermenge (normalerweise werden für diesen Vorgang eben Programme verwendet.

Hm, nehmen wir mal weniger Volumen an, beispielsweise 20 m^3

Dann können wir jetzt alles mit 20 m^3 durchrechnen, damit wir sehen daß es hier auch nicht paßt...;)

4.1.7 Rechnung Durchgang 2

4.1.7.1 Reynoldszahl Wir beginnen den Rechenweg wie im Kapitel 4.1.5 beschrieben mit dem ersten Punkt 1 Die Formel für die Reynoldszahl lautet. [Sass Bouché Leitner

$$Re = \frac{v d_r}{\nu} \quad (21)$$

$$\dot{v} = A_n v_n \quad (22)$$

Wir nehmen als Volumenstrom mal $20 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ an und rechnen damit die Geschwindigkeit, anschliessend die Reynoldszahl aus. [Sass Bouché Leitner 1966]

$$A = \frac{d_r^2 \pi}{4} = \frac{(3\text{m})^2 \pi}{4} = 7,06\text{m}^2 \quad (23)$$

$$v = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{20 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{7,06\text{m}^2} = 2,82 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (24)$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{0,891 * 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m*s}}}{997,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 8,933 * 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (25)$$

$$Re = \frac{v * d_r}{\nu} = \frac{2,82 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 3\text{m}}{8,933 * 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 9502128,97 \quad (26)$$

4.1.7.2 Die Rohrreibungskennzahl λ

$$Re \frac{k}{d_r} = 9502128,97 * \frac{0,2mm}{3m1000 \frac{mm}{m}} = 633,475 \quad (27)$$

$$65 \leq 633,475 \leq 1300 \quad (28)$$

Daher sind wir im Übergangsbereich zwischen rauh und glatt unterwegs, aus diesem Grund haben wir die Formel nach Brandt zu verwenden. (siehe auch Kapitel 4.1.2.3.1)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} - \frac{k}{d_r} 0,269 \right] \quad (29)$$

Jetzt muß eine rekursive Lösung gefunden werden, jeder kann das leicht mit Excel und der Zielwertsuche durchführen. Sollte irgendjemand genaue Beschreibungen haben wollen, wie das genau zu Rechnen ist, dann reiche ich das selbstverständlich in Bildern und einer Step by Step Anleitung nach.

$$\lambda = 0,011365 \quad (30)$$

4.1.7.3 Druckverlust

$$\Delta p_{vrohr} = \lambda \frac{l_r}{d_r} \frac{\rho}{2} v^2 = 0,011365 \frac{7000000m}{3m} \frac{997,2 \frac{kg}{m^3}}{2} \left(2,82 \frac{m}{s}\right)^2 = 10585069,39 \frac{N}{m^2} \quad (31)$$

$$10585069,39 \frac{N}{m^2} = 105,85 bar \quad (32)$$

Schon viel besser, nur noch 106 bar Verlust...

Wir rechnen wieder um, damit wir auf Verlusthöhe umrechnen können....

$$h_{vrohr} = \frac{p_{vrohr}}{\rho g} = \frac{10585069,39 \frac{N}{m^2}}{997,2 \frac{kg}{m^3} 9,81 \frac{m}{s^2}} = 1082,0378m \quad (33)$$

Der Druckverlust eines Verengungsstückes berechnen wir jetzt ebenfalls. Jetzt zahlt es sich aus, wenn wir nämlich eine Verlusthöhe kleiner 3000 Meter haben, kommen jetzt reale Werte raus, was für ein Glück, puh...

$$\Delta P_{vduese} = \frac{\xi_2 \rho w_2^2}{2} \quad (34)$$

Wir müssen prüfen, ob wir überhaupt zulässige verengungen haben. Es kann ja sein, daß die Düse nicht zu schnell innerhalb kurzen Weges zusammengehen darf. Beispiel: 3 Meter für Durchmesser und 1 Meter für die Länge und 20 cm

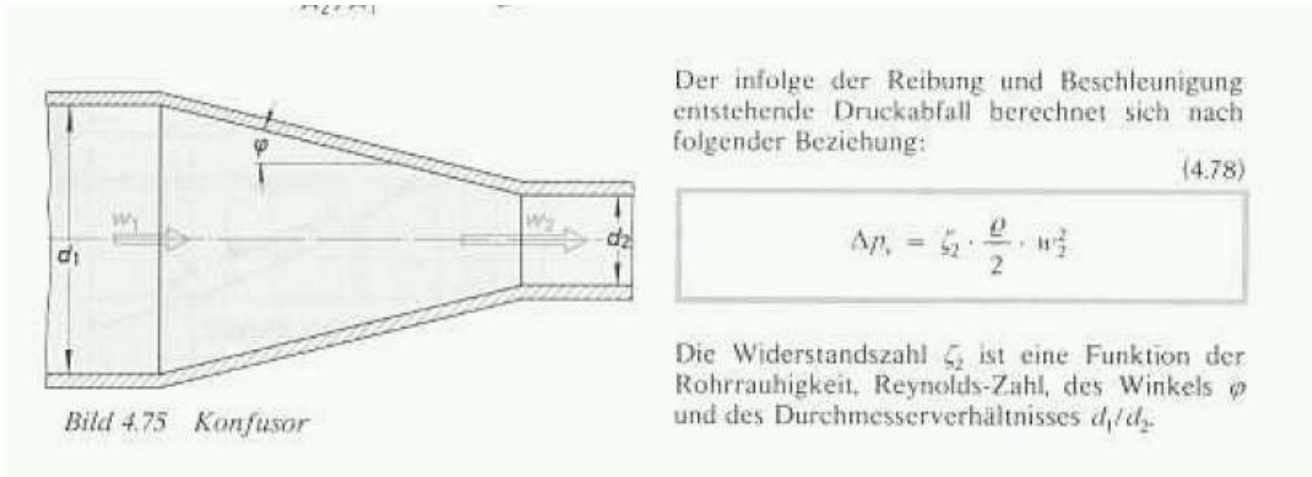


Abb. 1: Konfusor [Vogel Kamprath]

Rohrdurchmesser für Durchmesser 2 wäre beispielsweise ja nicht zulässig, vergleiche auch [Sass Bouché Leitner 1966] Der maximale Kegelwinkel beträgt 40 deg. [Sass Bouché Leitner 1966] (Im Wärmeatlas ist das auch vorhanden)

$$\alpha = 2 \arctan \frac{\frac{d_1}{2} - \frac{d_2}{2}}{l} = 2 \arctan \frac{\frac{3m}{2} - \frac{1,5m}{2}}{3m} = 28,1 \quad (35)$$

Paßt, kein Problem also.

Ich wähle einen günstigen Widerstandsbeiwert von 0,04 mit geringen Druckverlust, auch wenn die Annahme nicht ganz mit der Realität übereinstimmt. Laut [Schmidt 1965] hat die Düse einen Wert der zwischen 0,06 und 0,005 liegt.

Somit können wir jetzt den Druckverlust berechnen.

$$w_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} = \frac{\dot{v}}{A_2} = \frac{20 \frac{m^3}{s}}{\frac{(1,5m)^2 \Pi}{4}} = 11,31 \frac{m}{s} \quad (36)$$

$$\Delta P_{vduese} = \frac{\xi_2 \rho w_2^2}{2} = \frac{0,04997 \cdot 2 \frac{kg}{m^3} 11,31 \frac{m}{s}}{2} = 2554,6367 \frac{N}{m^2} \quad (37)$$

$$h_{vduese} = \frac{p}{\rho g} = \frac{2554,6367 \frac{N}{m^2}}{997,2 \frac{kg}{m^3} 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,26114167m = 26,1cm \quad (38)$$

Jetzt errechnen wir die Summe der Verlusthöhen durch Addition, wir erhalten jetzt eine gesamte Wassersäule. (Aus Gleichung 33 und Gleichung 38)

$$h_v = h_{vrohr} + h_{vduese} = 1082,0378m + 0,26114167m = 1082,29894m \quad (39)$$

4.1.7.4 Berechnung der Fallgeschwindigkeit Die sehr einfache Formel berechnet die Fallgeschwindigkeit eines freifallenden Körpers. Dabei werden keine Verluste berücksichtigt.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} 3000m} = 242,61 \frac{m}{s} \quad (40)$$

4.1.7.5 Berechnung der Fallgeschwindigkeit abzüglich der Verluste

$$v = \sqrt{2g(h - hv)} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} (3000 - 1082,29894)m} = 193,972407 \frac{m}{s} \quad (41)$$

Jetzt können wir ja weitermachen, da keine imaginäre Zahl herausgekommen ist. Puh, Schwein gehabt.

Ok, aber muß die Geschwindigkeit nicht genau jene Geschwindigkeit sein, die jetzt am Düsenausgang herrscht? Aber die war doch sehr viel geringer? $2,82 \frac{m}{s}$ haben wir berechnet, das steht doch im Widerspruch zu jenen Geschwindigkeiten, die wir gerade eben ermittelt haben. Mit anderen Worten, wir brauchen größere Verluste, das führt uns zu Runde 3. Zurück an den Start....

4.1.8 Rechnung Durchgang 3

4.1.8.1 Reynoldszahl

$$Re = \frac{vd_r}{\nu} \quad (42)$$

$$\dot{v} = A_n v_n \quad (43)$$

Wir nehmen als Volumenstrom mal $33,6734831 \frac{m^3}{s}$ an und rechnen damit die Geschwindigkeit, anschliessend die Reynoldszahl aus. [Sass Bouché Leitner 1966]

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{(3m)^2 \pi}{4} = 7,06m^2 \quad (44)$$

$$v = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{33,6734831 \frac{m^3}{s}}{7,06m^2} = 4,764 \frac{m}{s} \quad (45)$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{0,891 * 10^{-3} \frac{kg}{m*s}}{997,2 \frac{kg}{m^3}} = 8,933 * 10^{-7} \frac{m^2}{s} \quad (46)$$

$$Re = \frac{v * d_r}{\nu} = \frac{4,764 \frac{m}{s} * 3m}{8,933 * 10^{-7} \frac{m^2}{s}} = 15998488,98 \quad (47)$$

4.1.8.2 Die Rohrreibungskennzahl λ Wir prüfen wieder nach, in welchen Bereich wir uns befinden.

$$Re \frac{k}{d_r} = 15998488,98 * \frac{0,2mm}{3m1000 \frac{mm}{m}} = 1066,5659 \quad (48)$$

Also wieder im Bereich zwischen rauh und glatt. (siehe auch Kapitel 4.1.2.3.1)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} - \frac{k}{d} 0,269 \right] \quad (49)$$

$$\lambda = 0,0111088 \quad (50)$$

4.1.8.3 Druckverlust

$$\Delta p_{vrohr} = \lambda \frac{l_r}{d_r} \frac{\rho}{2} v^2 = 0,01110885 \frac{700000m}{3m} \frac{996,5 \frac{kg}{m^3}}{2} \left(4,764 \frac{m}{s}\right)^2 = 29329032,02 \frac{N}{m^2} \quad (51)$$

$$29329032,02 \frac{N}{m^2} = 293,290bar \quad (52)$$

Puh, verdammt viel, naja sollte eben so sein.

$$h_{vrohr} = \frac{p_{vrohr}}{\rho g} = \frac{29329032,02 \frac{N}{m^2}}{997,2 \frac{kg}{m^3} 9,81 \frac{m}{s^2}} = 2998,102m \quad (53)$$

Jetzt schau wir uns noch den Druckverlust der Düse an. Die kommt logischerweise noch dazu.

$$w_2 = \frac{A_1 w_1}{A_2} = \frac{\dot{v}}{A_2} = \frac{33,67 \frac{m^3}{s}}{\frac{(1,5m)^2 \Pi}{4}} = 19,055 \frac{m}{s} \quad (54)$$

$$\Delta P_{vduese} = \frac{\xi_2 \rho w_2^2}{2} = \frac{0,04997,2 \frac{kg}{m^3} 19,055 \frac{m}{s}}{2} = 7241,75034 \frac{N}{m^2} \quad (55)$$

$$h_{vduese} = \frac{p}{\rho g} = \frac{7241,75034 \frac{N}{m^2}}{997,2 \frac{kg}{m^3} 9,81 \frac{m}{s^2}} = 0,74072362m = 74,07cm \quad (56)$$

$$h_{vduese} = 0,74072362m \quad (57)$$

Jetzt errechnen wir die Summe der Verlusthöhen durch Addition, wir erhalten jetzt eine gesamte Wassersäule. (Gleichung 53 und 56)

$$h_v = h_{vrohr} + h_{vduese} = 2998,102m + 0,026114167m = 2988,91m \quad (58)$$

(exakte Rechnung (da ich ja nicht alle Kommastellen mitgenommen habe) führt zu einem Wert von 2998,843 m)

4.1.8.4 Berechnung der Fallgeschwindigkeit Die sehr einfache Formel berechnet die Fallgeschwindigkeit eines freifallenden Körpers. Dabei werden keine Verluste berücksichtigt.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} 3000m} = 299,843 \frac{m}{s} \quad (59)$$

4.1.8.5 Berechnung der Fallgeschwindigkeit abzüglich der Verluste

$$v = \sqrt{2g(h - hv)} = \sqrt{29,81 \frac{m}{s^2} (3000 - 2998,843)m} = 4,767 \frac{m}{s} \quad (60)$$

Hey, cool, das ist doch der selbe Wert den wir aus der Kontinuitätsgleichung eingegeben haben?!?

Prüfen wir das nach.

$$\dot{v} = 33,6734831 \frac{m^3}{s} = A_1 w_1 = 7,068m^2 4,72 \frac{m}{s} \quad (61)$$

Paßt auch. Also scheint sich in der Rohrleitung dieser Druckverlust einzustellen. Ich weise darauf hin, daß hier der Eingangsdruck von 1 bar genommen worden ist (da wir ja keine Pumpe genommen haben um das Wasser in die Rohrleitung zu pressen, der Ausgangsdruck muß ebenfalls 1 bar sein, da sonst kein Wasser aus der Rohrleitung fließt).

Paßt. Jetzt können wir noch nach Konti die Geschwindigkeit am Düsenausgang berechnen.

$$\dot{v} = A_1 * w_1 = A_2 * v_2 \quad (62)$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{(1,5m)^2 \pi}{4} = 1,767m^2 \quad (63)$$

$$\dot{v} = A_1 w_1 = A_2 w_2 \rightarrow \frac{\dot{v}}{A} = \frac{33,6734831 \frac{m^3}{s}}{1,767m^2} = 19,055 \frac{m}{s} \quad (64)$$

Hier haben wir jetzt die wirkliche Geschwindigkeit am Düsenausgang zum Zeitpunkt der Inbetriebnahme der Anlage. Weites gibts aber im Laufe der Zeit Ablagerungen an den Rohrwänden, wodurch der Durchmesser sinkt und das kann dann bei Projekten dieser Dimension zu Veränderungen der Rohrleitungskennlinie kommen. Ablagerungen gibt es immer, das ist unvermeidlich. Die Rechnung basiert darauf,

daß wir ein 700 km langes GERADES Rohr haben. Wir haben KEINE Kurve berücksichtigt, würden wir das tun, erhöht sich der Druckverlust NOCH mehr. Des weiteren gibt es ein paar Hinweise zu den Quellenangaben. Normalerweise lehne ich Wikipediaquellen als wenig serioös ab, allerdings habe ich mich dazu entschlossen, Inhalte von Büchern mit jene von den Wikipedia Seiten zu überprüfen und denn Wikipedia (falls die Inhalte ident waren) den Vorzug zu geben. Der Grund liegt in der leichteren Verifizierbarkeit der Quellen (jede kann eine Internetseite aufrufen aber nicht jeder kann sich ein bestimmtes Buch ausleihen)

Zitat Roller von www.politikforum.de „Ohne Rechnung laeuft hier sowieso nichts, damit der Bauch als Denkapparat ausgeschlossen wird.“ Das habe ich mit diesem Dokument unter Beweis gestellt.

5 Ergebnis

5.1 Lösung 1

In Bezug auf Lösung 1 muß mitgeteilt werden, daß diese $500 m^3$ nicht ohne Pumpe durch das Rohr fließen.

5.2 Lösung 2

Folgende Eckdaten beinhalten die Anlage Möglicher Druck: 300 bar (3000 Meter)
Druckverlust inklusive Verengung: 293,6 bar (2998,8)

Volumenstrom pro Sekunde, welche aus dem Rohr kommt: $33,67 \frac{m^3}{s}$ oder ca $33600 \frac{l}{s}$

Geschwindigkeit ohne Düse: $4,73 \frac{m}{s}$

Geschwindigkeit mit Düse: $19,55 \frac{m}{s}$

Von den 3000 Metern Fallhöhe werden 99,96 % in Verluste umgesetzt.

0,04 % bleiben für die Energiegewinnung übrig.

6 Anmerkungen

Die Berechnungen erfolgten sowohl per Hand, sie wurden allerdings auch maschinell überprüft. Eine weitere Überprüfung und Verifizierung fand durch einen Maschinenbauingenieur der eine langjährige Erfahrung in diesem Bereich aufweist durchgeführt. 3 Unterschiedliche Personen mit der entsprechenden Ausbildung in diesem Bereich kommen zu ein und dem selben Ergebnis.

7 Dimensionierung einer Rohrleitung

Die Formel ist unter dem Volksmund „Würstelgleichung“ bekannt, da nach dieser Gesetzmäßigkeit kochende Würstel aufspringen. Axial.

$$\sigma = \frac{pd}{2s} \quad (65)$$

(Derzeit unvollständig)

8 Handskizze der Anlage

Handskizze fehlt noch.

9 Kostenkalkulation der Anlage

Ob dieser Abschnitt des Dokuments fertig gestellt wird hängt von meiner Lust und Laune ab.

(Derzeit unvollständig)

9.1 Materialkosten

Dafür ist eine Materialmäßige Dimensionierung notwendig. Viel gravierender werden die Aushubarbeiten sein.

(Derzeit unvollständig)

9.2 Lohnkosten

Diese Kosten können nur Geschätzt werden. Wartungspersonal sowie Anlagenpersonal muß in nicht unerheblichen Mengen berücksichtigt werden.

(Derzeit unvollständig)

9.3 Wartungskosten

Sie sind auf jeden Fall zu berücksichtigen, da wir ja davon ausgehen daß wir reines Wasser mit 25 Grad Celsius in Mengen von ca 35 m^3 reinbringen. Das ist eine ganz ordnetliche Menge, wenn wir bedenken, daß wir Pro Stunden eine Menge von 120885110 Liter Wasser, die müssen allerdings (falls es Regenwasser oder eben unreines Wasser ist) gefiltert werden. Diese laufenden Wartungsarbeiten schlagen sich negativ in der Kosten Nutzen rechnung zu Buche.

(Derzeit unvollständig)

10 Urheberrecht

Das Dokument unterliegt dem Urheberrecht. ©Die Rechte das Bild auf der Hauptseite zu verwenden liegen vor.

11 Version

Dieses Dokument hat die Versionsnummer 2.1

11.1 Fehlerbehebung in Version 2.0 gegenüber 1.0

- In der Formel nach Moody (Formel 5 und auch Formel 15 wurde der Bruch vertauscht, Ursprünglich war der Bruch als $\frac{d}{k}$ dargestellt, korrekt muß es aber $\frac{k}{d}$ heissen, die Zahlenwerte wurden allerdings richtig berechnet. Dieser Fehler ist ein Dokumentationsfehler.
- In Formel 16 wurde ein Zahlenfehler begangen, dies war wieder ein Dokumentationsfehler. Statt 7000000 m muß es natürlich 700000m heissen.
- der in Formel 30 berechnete Wert von λ wurde nicht dokumentarisch in die Formel 31 übertragen. Eine neuerliche rechnerische Überprüfung hat allerdings den korrekten Rechengang bestätigt. Somit wird der Fehler in Formel 30 und 31 korrigiert.
- Formel 51 hat ebenfalls wieder die falsche Länge in der Rohrleitung angegeben. Wir korrigieren den Wert von 7000000 m auf 700000m. Die Werte wurden rechnerisch überprüft und sind korrekt. Es handelt sich auch hier um einen Dokumentationsfehler.

Das Korrekturlesen erfolgte durch den User Flexipac. Er rechnete den Rechengang mit den im Dokument beschriebenen Formeln nach und dabei viel ihm die Fehler auf.

11.2 Fehlerbehebung in Version 2.1 gegenüber 2.0

- In der Formel 4 nach Prandtl-Karman ist ein Fehler: im Logarithmus muß $Re * \sqrt{\lambda}$ stehen, nicht $Re * \sqrt{Re}$.

12 noch anstehende Arbeiten

- Berechnung der Kosten OFFEN

- Überarbeitung möglicher Rechtschreibfehler OFFEN
- Einheitenverzeichnis OFFEN
- Abbildungsverzeichnis ERLEDIGT
- Zeichnung der Anlage OFFEN

Literatur

[Sass Bouché Leitner 1966] Sass F., Bouché Ch., Leitner A, „Dubbels Taschenbuch für den Maschinenbau“; Julius Springer Verlag, Berlin (1966) Zwölfte Auflage Neudruck 1966, 291-302

[Wikipedia.org (2007)a] <http://de.wikipedia.org/wiki/Viskosit%C3%A4t> (05.08.2007, Wikipedia.org)

[Wikipedia.org (2007)b] <http://de.wikipedia.org/wiki/Dichte> (05.08.2007, Wikipedia.org)

[unibayreuth.de (2007)a] http://www.uni-bayreuth.de/departments/ddchemie/experimente/GS_tintenvulkan.htm (05.08.2007, uni-bayreuth.de)

[Wikipedia.org (2007)c] http://de.wikipedia.org/wiki/Turbulente_Str%C3%B6mung (05.08.2007, Wikipedia.org)

[Wikipedia.org (2007)d] <http://de.wikipedia.org/wiki/Volumenstrom> (05.08.2007, Wikipedia.org)

[Wikipedia.org (2007)e] http://de.wikipedia.org/wiki/Laminare_Str%C3%B6mung (06.08.2007, Wikipedia.org)

[Vogel Kamprath] Vogel Kamprath Technische Strömungslehre 114-316

[Schmidt 1965] Vrana Eemmerich, Schmidt's technisches Handbuch, 8. Auflage, Reinhold Schmidt-Verlag, Wien 1965 422

[Wikipedia.org (2007)f] <http://de.wikipedia.org/wiki/Viskosit%C3%A4t> (07.08.2007, Wikipedia.org)

[Wikipedia.org (2007)g] http://de.wikipedia.org/wiki/Bernoullische_Energiegleichung (08.08.3007, Wikipedia.org)

Abbildungsverzeichnis

1	Konfusor [Vogel Kamprath]	15
---	-------------------------------------	----