

Tutorium Logik 1



Im Folgenden werden wir uns mit **syntaktischen** und **semantischen** Fragen zur **Aussagenlogik** beschäftigen. Der Foliensatz wird jeweils im Anschluss an das Tutorium auf www.etti.de/gg veröffentlicht, so dass sie das Gehörte und Mitgeschriebene anhand der Folien nachbereiten können.

Dem Vorschlag bezüglich Veröffentlichung der Folien im Vorhinein werde ich nicht nachkommen, da sie hier ja Neues beigebracht bekommen sollen! Das kommt u.a. auch ihrer Aufmerksamkeitsbereitschaft entgegen :)

Hinweis:

Es wäre hilfreich, wenn sie sich das Buch mit dem wir die nächsten 2 Semester über arbeiten besorgen:

Spies, M.: „*Einführung in die Logik*“, Spektrum, Heidelberg, 2004

Zentrale Themen

* Syntax

- Formelaufbau (wf)
- Kalkül

* Semantik

- Wahrheitswerte
- Logische Folgerung (LF)

Syntax

Semantik

Formelaufbau
im Kalkül

Logische Folgerung
(wahrheitserhaltend)

Konventionen (Tutorium)

Wir werden in diesem Semester mit einigen Zeichen operieren. Es ist also notwendig über Definitionen derselben zu verfügen, damit ihnen eine klare Bedeutung zugeordnet werden kann.

Für das Tutorium gelten die in diesen Folien festgelegten **Definitionen!**

Auf den folgenden Seiten finden sie die ersten grundlegenden **Definitionen** (abgekürzt: **Def**)!

- ◆ Unser Definitionszeichen ist: ' \triangleq '
(das Zeichen „'“ markiert die Erwähnung)
- ◆ Wichtig: unterscheiden sie bitte sorgfältig zwischen Verwendung und Erwähnung von Zeichen

Einführung AL

Syntax

- ◆ **Aussagen**-Alphabet [Symbolmenge: $\{A, B, \dots, \top, \perp\}$]
- ◆ **Negations**-Alphabet [Symbolmenge: $\{\neg\}$]
- ◆ **(Bi-)Junktoren**-Alphabet [Symbolmenge: $\{\rightarrow, \wedge, \vee, \dots\}$]
- ◆ Klammersymbole als Hilfszeichen: '(' , ')'
- ◆ **Junktoren** verknüpfen je 2 **Formeln** wahrheitsfunktional!

Semantik

- ◆ Wahrheitswerte (klassisch): $\{0, 1\}$ oder $\{f, w\}$
- ◆ Interpretation (I_1, \dots, I_n)
- ◆ Bewertung **möglicher Welten** (M_1, \dots, M_n)
- ◆ Zustandsbeschreibung: Auswertung aller **mW**

Syntax

Def: Formel

- ◆ Der Formelaufbau (**wf**) per Induktion!
 1. Jede **Aussage** ist eine **Formel**
 2. Ist 'A' eine **Formel** so ist ' $\neg A$ ' eine **Formel**
 3. Sind 'A' und 'B' **Formeln** so sind auch ' $A \rightarrow B$ ', ' $A \wedge B$ ', ' $A \vee B$ ' **Formeln**
 4. Alles was nicht aus endlicher Anwendung der Schritte 1 bis 3 hervorgeht ist **keine Formel!**

Semantik

Def: Wahrheitswerte $\{0,1\}$ sind „logische Bedeutungen“

Def: Interpretationen sind Wahrheitswertzuordnungen

Def: mögliche Welt \triangleq fixierte Interpretation;

Anzahl der **möglichen Welten** einer **Formel**:

$2^{\text{„Anzahl der vorkommenden (atomaren) Aussagen“}}$

Def: Anzahl der möglichen Bewertungen aller

möglichen Welten (Zustandsbeschreibung):

$2^{\text{„Anzahl aller möglichen Welten“}}$

Semantik

Def: 'g' sei unsere semantische Bewertungsfunktion für **Formeln**

$$\text{Def: } g(\neg A) = 1 \hat{=} g(A) = 0$$

$$\text{Def: } g(A \wedge B) = 1 \hat{=} g(A) = 1 \text{ und } g(B) = 1$$

$$\text{Def: } g(A \rightarrow B) = 1 \hat{=} g(A) = 0 \text{ oder } g(B) = 1$$

$$\text{Def: } g(A \vee B) = 1 \hat{=} g(A) = 1 \text{ oder } g(B) = 1$$

◆ Erinnerung:

Ein **Junktor** verknüpft je 2 **Formeln** wahrheitsfunktional!

Wahrheitstafel für Formeln, Negation und Junktoren

Mögliche Welten	Formeln		Negation	junktorenverknüpfte Formeln		
	A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \vee B$
1.	1	1	0	1	1	1
2.	1	0	0	0	0	1
3.	0	1	1	0	1	1
4.	0	0	1	0	1	0

Semantik

Def: Verum (\top) & Falsum (\perp)

	\top	...	A	...	\perp
1.	1		.		0
2.	1		.		0
3.	1		.		0
4.	1		.		0
5.	1		.		0
6.	1		.		0
7.	1		.		0
8.	1		.		0
9.	1		.		0
10.	1		.		0
11.	1		.		0
12.	1		.		0
13.	1		.		0
14.	1		.		0
15.	1		.		0
16.	1		.		0
...	1		.		0

Wahr in allen
möglichen Welten

Falsch in allen
möglichen Welten

Semantik

- ◆ Die Lexikographische Anordnung für 3 atomare Aussagen

	T	A	B	C	\perp
1.	1	1	1	1	0
2.	1	1	1	0	0
3.	1	1	0	1	0
4.	1	1	0	0	0
5.	1	0	1	1	0
6.	1	0	1	0	0
7.	1	0	0	1	0
8.	1	0	0	0	0

Zusammenfassung

- ◆ Formelaufbau
- ◆ Bewertung von Formeln
- ◆ Wahrheitswerte
- ◆ Interpretationen
- ◆ mögliche Welten
- ◆ Zustandsbeschreibung
- ◆ Wahrheitstafeln
- ◆ Verum und Falsum
- ◆ Lexikographische Anordnung