Vorlesungsergänzungen

des Lehrstuhls für Wasserbau und Küsteningenieurwesen FRANZIUS-INSTITUT, Universität Hannover

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken

mit

Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste

von S. Mai, C. Paesler und C. Zimmermann

Inhaltsverzeichnis

1	WELLEN UND SEEGANG	
1.1	Einleitung	1-6
1.2	Wellentheorien	1-7
1.3	Seegangstheorie	1-16
1.4	Seegangsentstehung	1-27
1.5	Grundlagen der numerischen Seegangssimulation	
1.6	Rechenhinweise	1-41
1.7	Schrifttum	1-43
2	SEEGANGSTRANSFORMATION	2-1
2.1	Einleitung	
2.2	Wassertiefenabhängige Veränderung der Wellenlänge und	
	Fortschrittsgeschwindigkeit nach der linearen Wellentheorie	
2.3	Shoaling	
2.4	Brechen der Wellen	
2.5	Refraktion	
2.6	Wellenreflektion	
2.7	Wellenauflauf	
2.8	Wellentransmission	
2.9	Wellendiffraktion	
2.10	Schrifttum	
3	SEEGANG UND KÜSTENSCHUTZ AN DER DEUTSCHEN	
	NORDSEEKÜSTE	
3.1	Seegangsberechnungen und Risikoanalyse als Grundlage für einen ausreichenden	
	Küstenschutz	
3.2	Küstenschutzelemente und ihre Wirkung im System	
3.3	Probabilistische Bemessungsverfahren und Risikoanalyse im Küstenschutz	
3.4	Zuverlässigkeit von Seedeichen gegen Überlauf	
3.5	Ermittlung des Seegangsverhaltens an der Deutschen Nordseeküste	
3.6	Ermittlung des Wasserstands durch Simulation der Tideverhältnisse mit dem	
	Modell MIKE 21 HD	3-29
3.7	Anwendung einer Seegangssimulation am Beispiel des Nordfriesischen	
	Wattenmeeres	
3.8	Schrifttum	
4	SEEGANGSATLAS FÜR DIE DEUTSCHE NORDSEEKÜSTE	
4.1	Bemessungsseegang	4-5
4.2	Berechnungsmethodik	
4.3	Seegangsatlas	4-7
4.4	Statistisch/probabilistische Analyse	
4.5	Schrifttum	

1 Wellen und Seegang

ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS			
SYMBO	OLVERZEICHNIS		
1.1	Einleitung		
1.2	Wellentheorien		
1.2.1	Allgemeines		
1.2.2	Lineare Wellentheorie		
1.2.3	Nichtlineare Wellentheorie	1-14	
1.3	Seegangstheorie	1-16	
1.3.1	Allgemeines	1-16	
1.3.2	Spektralanalyse	1-17	
1.3.3	Spektralformen		
1.4	Seegangsentstehung		
1.4.1	Entstehung der Wellen		
1.4.2	Anwachsen der Wellen im Seegang		
1.5	Grundlagen der numerischen Seegangssimulation	1-36	
1.5.1	Seegangssimulation mit dem "BOUSSINESQ"-Modell	1-36	
1.5.2	Seegangssimulation mit dem "ELLIPTIC MILD-SLOPE"-Modell		
1.5.3	Vergleich der Modelle		
1.6	Rechenhinweise	1-41	
1.6.1	Gradient eines Skalarfeldes	1-41	
1.6.2	Divergenz eines Verktorfeldes (Quellendichte)	1-41	
1.6.3	Rotation eines Vektorfeldes (Wirbeldichte)		
1.6.4	Der ∇ - Operator (Nabla-Operator)		
1.7	Schrifttum		

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abb. 1-1:	Schematische Darstellung der Veränderung der Orbitalbahnen von Wasserteilchen beim Einlaufen der Welle in flaches Wasser
Abb. 1-2:	Schematische Darstellung und Begriffsdefinition einer Einzelwelle: λ = Wellenlänge, H = Wellenhöhe, $\zeta(x,t)$ = Wasserspiegelauslenkung, h = Wassertiefe, $\Phi(x,z,t)$ = Geschwindigkeitspotential, u bzw. w = Horizontal- bzw. Vertikalgeschwindigkeit
Abb. 1-3:	Schematische Darstellung der Gruppengeschwindigkeit (≈Geschwindigkeit, mit der sich die Einhüllende einer Wellengruppe bewegt)
Abb. 1-4:	Darstellung der Wellenformen nach linearer (z.B. LAPLACE) und nichtlinearer (STOKES) Wellentheorie
Abb. 1-5:	Darstellung der verschiedenen Vereinfachungen des Seegangs. a) regelmäßiger Seegang, b) langkämmiger unregelmäßiger Seegang, c) kurzkämmiger unregelmäßiger Seegang [CERC, 1984]1-17
Abb. 1-6:	Simulation von unregelmäßigen Wellen durch Superposition mehrerer sinusförmiger Wellen [GODA, 1985]1-18
Abb. 1-7:	Frequenzspektrum, der in Abb. 1-6 dargestellten Wellenkomponenten [GODA, 1985]1-18
Abb. 1-8:	Beispiele von Wellenspektren auf Sylt1-19
Abb. 1-9:	Natürlicher Seegang, Überlagerungsmodell und resultierendes Richtungsseegangsspektrum1-21
Abb. 1-10:	Beispiel der Veränderung der Richtungsfunktion über die Frequenz [GODA, 1985] 1-21
Abb. 1-11:	PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum für $U_{10} = 5$ m/s [WALTER, 1997]1-22
Abb. 1-12:	Erläuterung der JONSWAP-Parameter aus Gl. 1-43 nach HASSELMANN et at. (1973) 1-23
Abb. 1-13:	Vergleich von JONSWAP- und PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum bei einer Windgeschwindigkeit von $U_{10} = 10$ m/s [WALTER, 1997]1-24
Abb. 1-14:	Der KITAIGORODSKII-Faktor als Funktion von ωh [WINKEL, 1995]1-26
Abb. 1-15:	Spektrum der Meereswellen [DIETRICH, 1975]1-27
Abb. 1-16:	Wellenlänge λ und Wellenhöhe H von maximal angefachten Initialwellen bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. [DIETRICH, 1975]
Abb. 1-17:	Seegang bei Windstärke 1 bis 2. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]1-30
Abb. 1-18:	Seegang bei Windstärke 3. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]1-30
Abb. 1-19:	Seegang bei Windstärke 5 bis 6. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]1-31

Abb. 1-20:	Seegang bei Windstärke 9. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Schnelldampfer "Europa" bei 26,5 m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]
Abb. 1-21:	Seegang bei Windstärke 11. Aufgenommen bei Kap Hoorn [DIETRICH, 1975]1-32
Abb. 1-22:	Schematische Darstellung der Wellenentstehung nach der KELVIN-HELMHOLZ- Theorie, u _a = Windgeschwindigkeit, u _w = Windgeschwindigkeit, c = induzierte Geschwindigkeit
Abb. 1-23:	Schematische Darstellung zur Wellenerzeugung nach der Sverdrup-Munk-Theorie, RT = Tangentialspannung, RN = Normalspannung
Abb. 1-24:	Fetch-Diagramm
Tab. 1-1:	Gleichungen zur Berechnung relevanter Größen nach der linearen Wellentheorie 1-14
Tab. 1-2:	Seegang und Wind (nach der Petersen-Skala der Deutschen Seewarte)

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

\vec{c}_{GR}	Gruppengeschwindigkeit	m/s
$F(\vec{k})$	Energiedichte pro Flächen- einheit im Wellenzahlraum	m4
Ĩ	dimensionslose Windwirk-	-
$\widetilde{f}_{_{m}}$	dimensionslose Frequenz des Energiedichte-	-
$(K_d)_{eff}$	maximums Diffraktionskoeffizient des einlaufenden Seegangs	-
a	Amplitude	m
a(f)	Wellenamplitude als Funk- tion der Frequenz	m
В	tiefenunabhängige Kon-	-
BKR	Kronenbreite des Wellen- brechers	m
b	Breite o. Abstand	m
b	Öffnungsbreite, Wellen- brecherbreite	m
b ₀	Breite o. Abstand im Tief- wasser	m
c	Phasengeschwindigkeit (bzw. Wellenschnelligkeit)	m/s
c ₀	Wellenschnelligkeit im Tiefwasser	m/s
c ₁ ,c ₂	Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Medien	m/s
c _{GR}	Gruppengeschwindigkeit	m/s
E	Wellenenergie	Nm/m²
E _K	Energiedichte des Kitai- grordskii-Spektrums	m² s
E_{PM}	Energiedichte des Pierson- Moskowitz-Spektrums	m² s
E _{TMA}	Energiedichte des TMA- Spektrums	m² s
f	Frequenz [Hz]	1/s
F _m	Energiefluss	N/s
fm	Frequenz im Maximum des	1/s
	Spektrums	
f _n	n-te Potenz der Frequenz f	(1/s)n]
f _P	Peak-Frequenz	1/s
f _{PM}	Pierson-Moskowitz-	1/s
	Frequenz	
g	Erdbeschleunigung	m/s^2

$G(f,\theta)$	Richtungsfunktion	-
G_0	Vorfaktor, damit das Inte-	-
	gral von G(f,0) über die	
	Richtung zu 1 wird	
Н	Wellenhöhe	m
h	Wassertiefe bzw. Lage des	m
	Ruhewasserspiegels	
H_0	Wellenhöhe im Tiefwasser	m
h_0	Wassertiefe im Tiefwasser	m
$H_{1/3}$	signifikante Wellenhöhe	m
H_b	Wellenhöhe im Brech-	m
	punkt der Welle	
$\mathbf{h}_{\mathbf{b}}$	Wassertiefe im Brechpunkt	m
	der Welle	
H_i	einlaufende Wellenhöhe	m
H_r	reflektierte Wellenhöhe	m
H_s	signifikante Wellenhöhe	m
H_t	transmittierte Wellenhöhe	m
i	$\sqrt{-1}$	
k	Wellenzahl	1/m
K'	kombinierter Diffrakti-	-
	onskoeffizient	
K'L	Diffraktionskoeffizient der	-
	Wellen von der linken	
	Wellenbrecherseite	
K' _R	Diffraktionskoeffizient der	-
	Wellen von der rechten	
	Wellenbrecherseite	
$K_d(f,\theta)$	Diffraktionskoeffizient der	-
	linearen Wellenkomponen-	
	ten mit der Frequenz f und	
	der Richtung θ	
K _r	Refraktionskoeffizient,	-
	Reflektionsgrad	
Ks	Shoaling-Faktor	-
K _t	Transmissionskoeffizient	-
m_0	"Fläche" des Spektrums	m²
M ₅₀	mittlere Masse	kg
m _n	n-tes Moment	m² (1/s)n
р	Druck	N/m²
r	Radius (Polarkoordinaten)	m
R _C	Wellengeschwindigkeit	m/s
	nach Energietransformati-	
	on	

$R_{\rm H}$	Wellenhöhe nach Energie-	m
	transformation	
R_N	Energieeintrag durch Nor-	
	malspannung	
R _T	Energieeintrag durch Tan-	
	gentialspannung	
S	frequenzabhängiger Band-	-
	breitenparameter	
S(f)	spektrale Dichte	m² s
S(f, 0)	Richtungswellenspektrum	m² s
S'	Gesamtquellterm der	
	Energietransportgleichung	
Sdis	Energiedissipationsterm	
\mathbf{S}_{in}	Quellterm des Energie-	
	transfers an der Wasser-	
	oberfläche	
s _{max}	Verteilungsfunktion der	-
	Energie über das Rich-	
	tungsspektrum	
S _{nl}	Quellterm des Energiean-	
	teils durch nichtlineare	
	Welle-Welle-	
	Wechselwirkung	
Т	Wellenperiode	S

Griechische Buchstaben

λ	Wellenlänge	m
λ0	Wellenlänge im Tiefwasser	m
Φ	Geschwindigkeitspotential	-
ζ	Wasserspiegelauslenkung	m
	(Wellenprofil)	
ω	Kreisfrequenz	1/s
φ	Phasenwinkel	-
$ ho_{\rm w}$	Dichte von Wasser	kg/m³
	(0,998 g/cm ³ bei 20°)	
π	Kreiszahl (3,14)	-
$\zeta_{\rm v}$	vertikale Orbitalbahn	m
ξ_h	horizontale Orbitalbahn	m
Δf	Frequenzabstand der Fourier-	1/s
	Komponenten	
θ	Richtung, bezogen auf die	-
	mittlere Richtung des See-	
	gangs	
θ_0	Winkel (Polarkoordinaten)	0
α_p	Phillips-Konstante =0,0081	-
γ	Vergrößerungsfaktor gegen-	-
	über dem Pierson-	
	Moskowitz-Spektrums	

t	Zeit	S
T_P	Peak-Periode	s
u	Geschw. in x-Richtung	m/s
U	Windgeschwindigkeit	m/s
u'	Beschl. in x-Richtung	m/s^2
U_{10}	Windgeschwindigkeit im	m/s
	10 m Höhe	
u _a	unterer Schwellwert des	cm/s
	Windes	
v	Geschwindigkeit in y-	m/s
	Richtung	
v'	Beschleunigung in y-	m/s^2
	Richtung	
v _{krit}	kritische Geschwindigkeit	m/s
W	Geschwindigkeit in z-	m/s
	Richtung	
w'	Beschleunigung in z-	m/s^2
	Richtung	
Х	Windeinwirklänge (fetch)	m
x,y,z	kartesische Koodinaten	-
z _B	geodätische Höhe der Soh-	m
	le	
ZS	Lage der freien Oberfläche	m

σ_a, σ_b	bestimmen die Breite des		
	Energiedichtemaximums		
$\phi_{\rm K}$	Kitaigorodskii-Faktor		
τ	Schubspannung	N/m²	
ρ_{a}	Dichte der Luft	kg/m³	
β	Strandneigung	-	
ξ	Brecherkennzahl	-	
ξ0	Brecherkennzahl im Tiefwas-	-	
-	ser		
ξ _b	Brecherkennzahl im Brecher-	-	
	punkt		
α_1, α_2	Winkel im Orthogonalenver-	0	
	fahren		
σ, σ'	Formelvereinfachungen in der		
	Diffraktionsberechnung		
$\Delta \theta$	Phasendifferenz, zweier über-	m	
	lagerter Wellen		

1.1 Einleitung

Die Frage nach der Entstehung, Beschreibung und Vorhersage der Meereswellen sowie deren Transformation vom Tiefwasser bis an die Küste gehört zum Aufgabenbereich des Küsteningenieurs. Der Seegang stellt neben Gezeiten, Sturmflutwasserständen und küstennahen Strömungen die wichtigsten Eingangsgröße für die Belastung der Küste mit ihren Bauwerken und die Abschätzung der Erosionsgefährdung der Küsten und Inseln dar. Darüber hinaus ist die Kenntnis der Seegangsverhältnisse am Planungsort maßgebend für die funktionelle und konstruktive Planung von Bauwerken und anderen Ingenieurmaßnahmen sowie für die Planung und Implementierung von numerischen und physikalisch, hydraulischen Modellen.

Der erste Studienbrief des Kurses "Seegang und Bemessung" befasst sich daher zunächst mit den theoretischen Grundlagen von Wellen und Seegang. Die Herleitung der Wellentheorien erfordert ein weit reichendes Verständnis der höheren Mathematik. Soweit möglich, wird versucht, die Zusammenhänge nachvollziehbar darzustellen. Allerdings würde eine eingehende Erläuterung der eigentlichen mathematischen Grundlagen über den Rahmen des Studienbriefes hinausgehen. Dennoch wurde versucht das Skript auf einem Niveau zu verfassen, das dem interessierten Studenten die Möglichkeit für tiefere Einblicke und den Einstieg in ein vertieftes Studium ermöglicht.

Kapitel 1.2 und 1.3 befassen sich mit der Theorie von Wellen und Seegang. Dabei werden die Grundlagen linearer und nichtlinearer Wellentheorie dargelegt und im folgenden die Superposition einzelner Wellen zum Seegang. Die Grundlagen der Wellenentstehung und im weiteren das Anwachsen der Wellen zum Seegang wird in Kapitel 1.4 erläutert. Abschließend wird in Kapitel 1.5 ein Überblick über zwei Modelle zur numerischen Seegangssimulation gegeben.

1.2 Wellentheorien

1.2.1 Allgemeines

Allgemein kann die räumliche und zeitliche Entwicklung des Seeganges auf der Basis der linearen oder der nichtlinearen Wellentheorie untersucht werden. In der linearen Wellentheorie wird von einer geringen Wellensteilheit ausgegangen. Die Wasserteilchen bewegen sich auf Orbitalbahnen und es findet nur ein Energietransport statt. Nichtlineare Effekte sind z.B. das Aufsteilen und Brechen der Wellen. Die Bewegung der Wasserteilchen erfolgt nicht mehr auf Orbitalbahnen, sondern geht in eine horizontale Bewegung über, wodurch ein Massentransport stattfindet. Deutlich wird dies, wie Abb. 1-1 veranschaulicht, beim Einlaufen von Wellen in flaches Wasser.



Abb. 1-1: Schematische Darstellung der Veränderung der Orbitalbahnen von Wasserteilchen beim Einlaufen der Welle in flaches Wasser

Grundlage ist dabei die mathematische und physikalische Beschreibung von Schwerewellen. Vertikalverlagerungen der Meeresoberfläche führen zu Oberflächenwellen, die in Form von Gezeiten, Tsunamis (Wellen infolge von Erdbeben), Schwerewellen und Kapillarwellen auftreten können. Die Schwere- und Kapillarwellen gehören zu den kurzen Oberflächenwellen. Bei den Kapillarwellen, den kürzesten Wellen an der Meeresoberfläche, ist die Oberflächenspannung die rücktreibende Kraft, während bei den Schwerewellen in Form von Dünung und Windwellen die Gravitationskraft rückstellend wirkt.

Zur Herleitung der mathematischen und physikalischen Beschreibung von Schwerewellen wird vereinfacht angenommen, dass sich eine monochromatische Welle mit der Amplitude *a* in θ -Richtung ausbreitet. Die Amplitude *a* bestimmt die Kammhöhe der Welle über dem Ruhewasserstand, die die Hälfte der Wellenhöhe *H* ausmacht. Die Wellenhöhe wird definiert als Differenz zwischen Wellenberg und Wellental. Die Wasserspiegelauslenkung ζ findet in der *z*-Koordinate statt, wobei diese positiv von der ungestörten Wasseroberfläche (x, y-Ebene) aus aufwärts gerichtet ist.



Abb. 1-2:Schematische Darstellung und Begriffsdefinition einer Einzelwelle: λ = Wellenlänge,
H = Wellenhöhe, $\zeta(x,t)$ = Wasserspiegelauslenkung, h = Wassertiefe,
 $\Phi(x,z,t)$ = Geschwindigkeitspotential, u bzw. w = Horizontal- bzw. Vertikalgeschwindigkeit

Die Strecke zwischen zwei benachbarten Wellenbergen oder -tälern in Ausbreitungsrichtung der Welle wird als Wellenlänge λ bezeichnet, die die Wellenzahl *k* bestimmt.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
mit:

$$k = Wellenzahl [1/m]$$

$$\lambda = Wellenlänge [m]$$
Gl. 1-1

Die Periode *T* einer Welle bezeichnet den Zeitraum, nach dem sich der Wellenvorgang an einem festen Ort $\vec{x} = (x, y)$ wiederholt. Das Inverse der Periode 1/T wird als Frequenz *f* definiert. Sie hängt mit der Kreisfrequenz ω zusammen, gemäß:

$$\omega = 2\pi \cdot f$$
mit:

$$\omega = \text{Kreisfrequenz [1/s]}$$

$$f = \text{Frequenz [1/s]}$$

Bezogen auf die ungestörte Wasseroberfläche beschreibt die Gleichung

$$\zeta = \zeta(\vec{x}, t) = a \cdot \cos(\vec{k}\vec{x} - \omega t + \varphi)$$
 Gl. 1-3

mit:

 $\zeta = Oberflächenauslenkung [m]$ $a = Amplitude = \frac{1}{2} Wellenhöhe [m]$ $\omega = Kreisfrequenz [1/s]$ t = Zeit [s] $\phi = Phasenwinkel$

eine räumliche und zeitliche Variation der Wasserspiegelauslenkung ζ in Metern. Der Phasenwinkel φ gibt die Verschiebung der Welle bezogen auf den Zeitpunkt t = 0 bzw. auf den Koordinatenursprung x = 0 und y = 0 an.

1.2.2 Lineare Wellentheorie

Zur Vereinfachung wird zunächst von einer langkämmigen, regelmäßigen Wellenbewegung in Richtung der *x*-Achse ausgegangen. Dabei findet keine Veränderung der Wellen in *y*-Richtung statt, so dass diese vernachlässigt wird.

Wellen werden im allgemeinen mit den Schwingungsgleichungen beschrieben, die durch Spezialisierung aus dem Gesamtsystem der hydrodynamischen Gleichungen gewonnen werden.

Unter der Voraussetzung, dass die Flüssigkeit reibungsfrei, inkompressibel und homogen ist, ergeben sich folgende Terme für die *x*- und *z*-Komponente der EULERSCHEN Bewegungsgleichungen:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{w}\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{w}}\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial x}$$
Gl. 1-4

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$
 Gl. 1-5

mit:

u	= Geschwindigkeit in x-Richtung [m/s]
W	= Geschwindigkeit in z-Richtung [m/s]
t	= Zeit [s]
$\rho_{\rm w}$	= Dichte von Wasser (0,998 g/cm ³ bei 20 °C) [kg/m ³]
р	= Druck [N/m ²]
g	= Erdbeschleunigung [m/s ²]

sowie für die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} = 0$$
 Gl. 1-6

Die rotationsfreie Bewegung eines Wasserteilchens kann vorausgesetzt werden, wenn die Flüssigkeit reibungsfrei ist und die Bewegung aus dem Ruhezustand nur durch gewöhnliche Kräfte (in diesem Fall die Schwerkraft) hervorgerufen wird. Bei Rotationsfreiheit des Vektorfeldes (rot $\vec{v} = 0$) kann für jeden Punkt, in dem durch Gl. 1-4, Gl. 1-5 und Gl. 1-6 beschriebenen Bewegungsfeld ein Skalar Φ definiert werden, für den gilt:

$$\vec{v} = \nabla \Phi$$

 $(u, w) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)$
Gl. 1-7

 Φ wird auch als Geschwindigkeitspotential bezeichnet. Die durch das Geschwindigkeitspotential beschriebene Kontinuitätsgleichung, LAPLACE-Gleichung, lautet:

$$\begin{split} &\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} &= 0 \\ &\nabla^2 \Phi &= 0 \quad \text{für} \quad -h \le z \le \zeta(x,t) \\ &\text{mit:} \\ &h &= \text{Wassertiefe [m]} \end{split}$$

Es wird hier ebener Meeresboden bzw. eine konstante Wassertiefe bei z = -h vorausgesetzt. Für die vollständige Beschreibung einer Welle ist es notwendig, die Bewegungsgleichungen (Gl. 1-4 und Gl. 1-5) und die Kontinuitätsgleichung (Gl. 1-6), die nur im Inneren einer stetigen Flüssigkeit gelten, an den Grenzflächen (freie Meeresoberfläche und Meeresboden) durch so genannte Randbedingungen zu ersetzen.

An die Stelle der Kontinuitätsgleichung tritt die kinematische Randbedingung, die bestimmt, dass die Vertikalgeschwindigkeit der Wasserteilchen der Bewegung der Meeresoberfläche entspricht. Mit anderen Worten: Kein Teilchen verlässt die freie Oberfläche.

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$
 für $z = \zeta$ Gl. 1-9

Ist die Oberflächenauslenkung ζ klein im Verhältnis zur Wellenlänge λ , kann die kinematische Randbedingung vereinfacht werden.

Am Meeresboden wird mit der Annäherung von z an die Wassertiefe -h eine gegen Null strebende Vertikalgeschwindigkeit gefordert, so dass kein Wasserteilchen in den Boden gelangt.

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$
 für $z = -h$ Gl. 1-11

Durch die kinematische Randbedingung ist die Massenerhaltung am Meeresboden sowie an der freien Oberfläche gewährleistet. Die Impulserhaltung an der freien Meeresoberfläche wird durch die dynamische Randbedingung ebenfalls sichergestellt.

Die EULERSCHEN Bewegungsgleichungen (Gl. 1-4 und Gl. 1-5) sind an der Meeresoberfläche mit der dynamischen Randbedingung äquivalent. Unter den betroffenen Einschränkungen wird aus den Eulerschen Bewegungsgleichungen die BERNOULLI Gleichung gewonnen. Die BERNOULLI Gleichung (Gl. 1-12) liefert die dynamische Randbedingung für ein rotationsfreies Bewegungsfeld in einer inkompressiblen Flüssigkeit.

$$g\zeta + \frac{p}{\rho_w} + \frac{1}{2}\left(u^2 + w^2\right) + \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$$
 Gl. 1-12

Bei dieser Randbedingung wird von der Annahme ausgegangen, dass der Druck p entlang sowie kurz unterhalb der Wasseroberfläche konstant und gleich dem atmosphärischen Druck p_a ist. Somit wirkt kein Druck an der Grenzfläche zwischen Luft und Wasser. Für die dynamische Randbedingung folgt daraus:

$$g\zeta + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$
 für $z = \zeta(x, t)$ Gl. 1-13

Diese Bedingung gilt sowohl für die lineare als auch für die nichtlineare Wellentheorie. In der linearen Theorie wird für kleine Wellenhöhen *H* im Vergleich mit der Wellenlänge λ (H/ λ < 1/50) Gl. 1-13 vereinfacht. In diesem Fall ist der nichtlineare Term, ein Term zweiter Ordnung, sehr klein im Verhältnis zum ersten Term und deshalb vernachlässigbar. Die vereinfachte linearisierte Bernoulli-Gleichung wird auch linearisierte dynamische Randbedingung genannt (LINEARE WELLENTHEORIE).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g \zeta = 0$$
 Gl. 1-14

$$\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$
 Gl. 1-15

Die kinematische und die dynamische Randbedingung können durch Ersetzen der Wasserspiegelauslenkung ζ in Gl. 1-10 mit Gl. 1-15 kombiniert werden. Die Verknüpfung der kinematischen und der dynamischen Randbedingung führt zur CAUCHY-POISSON-Bedingung:

$$\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$
 Gl. 1-16

Für die allgemeine Lösung der LAPLACE-Gleichung (Gl. 1-8) kann unter Berücksichtigung der Randbedingungen (Gl. 1-11 und Gl. 1-16) ein Geschwindigkeitspotential Φ bestimmt werden:

$$\Phi = \frac{\omega \cdot a \cdot \cos k(z+h)}{k \sinh kh} \sin(\vec{k}\vec{x} - \omega t + \varphi)$$
Gl. 1-17

Sie ist nur dann eine Lösung der LAPLACE-Gleichung, wenn für die Kreisfrequenz ω die Dispersionsrelation für Oberflächenwellen gilt:

$$\omega^2 = g k \tanh kh$$
 Gl. 1-18

Die Kreisfrequenz ω ist somit von der Wellenzahl k, beziehungsweise von der Wellenlänge λ abhängig. Die Fortschrittsgeschwindigkeit einer Einzelwelle wird auch Phasengeschwindigkeit c genannt:

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh}$$
 Gl. 1-19

mit:

c = Phasengeschwindigkeit der Welle [m/s]

 ω = Kreisfrequenz [1/s]

k = Wellenzahl [1/m]

g = Erdbeschleunigung [m/s²]

h = Wassertiefe [m]

Für alle Wellen wird die Phasengeschwindigkeit *c* durch die Dispersionsrelation bestimmt. Ist das Verhältnis der Wellenlänge zur Wassertiefe sehr klein (<< 1), handelt es sich um kurze Wellen. Dann wird kh = 2π h/ λ sehr groß, so dass tanh kh \approx 1 gilt. Die Gleichungen 1-18 und 1-19 vereinfachen sich zu

$$\omega^2 = g k$$
 Gl. 1-20

beziehungsweise zu

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$
Gl. 1-21

Diese Vereinfachungen werden auch Tiefwasserapproximationen genannt. Für Wassertiefen $h \ge 1/2\lambda$ ist die Phasengeschwindigkeit *c* nur von der Wellenlänge abhängig. Das bedeutet also lange Wellen wandern schneller als kürzere.

Für kleine Wassertiefen h im Verhältnis zur Wellenlänge λ (h/ λ < 1/20) geht tanh (kh) gegen kh. Bei Anwendung der Flachwasserapproximationen ergibt sich die Berechnung der Wellengeschwindigkeit zu

$$c = \sqrt{g \cdot h}$$
 Gl. 1-22

und die Wellenlänge zu

$$\lambda = T \sqrt{\frac{g}{h}}$$
. Gl. 1-23

Die Wellengeschwindigkeit ist somit außer von der Erdbeschleunigung nur von der Wassertiefe abhängig.

Im Rahmen der linearen Wellentheorie werden die Oberflächenwellen durch Superposition (Überlagerung, Addition) einzelner ebener, sinusförmiger Komponenten der Wasserspiegelauslenkung ζ beschrieben. Bei der Überlagerung von Wellen benachbarter Wellenlängen und Perioden können Wellengruppen entstehen, die wie Einzelwellen eine Fortschrittsgeschwindigkeit besitzen (Abb. 1-3). Die Fortschrittsgeschwindigkeit einer Wellengruppe (Gruppengeschwindigkeit) ist von großer Bedeutung, denn die Wellenenergie breitet sich mit dieser Geschwindigkeit aus.

Zur Ableitung wird eine solche Wellengruppe durch Überlagerung zweier Wellen gleicher Amplitude, aber geringfügig unterschiedlicher Kreisfrequenz erzeugt. Dabei gilt:

$$\Delta k = k_1 - k_2 \quad \text{und} \quad \Delta \omega = \omega_1 - \omega_2$$

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = a \cdot \cos(k_1 x - \omega_1 t) + a \cdot \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$= 2a \cdot \cos\left[\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right] \cdot \cos\left[\frac{k_1 - k_2}{2} x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right] \Rightarrow$$

$$= 2a \cdot \cos(kx - \omega t) \cdot \cos\left[\frac{\Delta k}{2} \left(x - \frac{\Delta \omega}{\Delta k} t\right)\right]$$
GI. 1-24

 $\Delta \omega / \Delta k$ ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Einhüllende bewegt (Abb. 1-3), also die Gruppengeschwindigkeit. Im Grenzübergang gilt:

$$\vec{c}_{GR} = \frac{d\omega}{dk}$$
 Gl. 1-25

Damit ist die Gruppengeschwindigkeit allgemein:

$$\vec{c}_{GR} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} \sqrt{g \cdot k \cdot \tanh(kh)}$$

$$= \frac{g \cdot \tanh(kh) + g \cdot k \cdot h \cdot \cosh^{-2}(kh)}{2\sqrt{g \cdot k \cdot \tanh(kh)}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k} \cdot \tanh(kh)} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right]$$

$$= \frac{c}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right]$$
Gl. 1-26

Für sehr große Tiefen wird $\frac{2kh}{\sinh(2kh)} = 0$, also $c_{GR} = c/2$,

für sehr flaches Wasser wird $\frac{2kh}{\sinh(2kh)} = 1$, also $c_{GR} = c$.



Abb. 1-3: Schematische Darstellung der Gruppengeschwindigkeit (*s*Geschwindigkeit, mit der sich die Einhüllende einer Wellengruppe bewegt)

	Flachwasser	Übergangsbereich	Tiefwasser
	$\frac{h}{\lambda} < \frac{1}{25}$	$\frac{1}{25} < \frac{h}{\lambda} < \frac{1}{2}$	$\frac{h}{\lambda} > \frac{1}{2}$
Wellenprofil	$\eta = \frac{H}{2} \cos \left[\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T} \right] = \frac{H}{2} \cos \left[\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T} \right]$	sθ	
Wellengeschwin- digkeit	$c = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{g \cdot h}$	$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{g \cdot T}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi \cdot h}{\lambda}\right)$	$c = c_0 = \frac{\lambda}{T} = \frac{g \cdot T}{2\pi}$
Wellenlänge	$\lambda = T \sqrt{g \cdot h} = c \cdot T$	$\lambda = \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{T}^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi \cdot \mathbf{h}}{\lambda}\right)$	$\lambda = \lambda_0 = \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{T}^2}{2\pi} = \mathbf{c}_0 \cdot \mathbf{T}$
Gruppengeschwin- digkeit	$c_{gr} = c = \sqrt{g \cdot h}$	$c_{gr} = n \cdot c = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi \cdot h / \lambda}{\sinh(4\pi \cdot h / \lambda)} \right] \cdot c$	$c_{gr} = \frac{1}{2}c = \frac{g \cdot T}{4\pi}$
Teilchengeschwin- digkeit (a) horizontal	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \cos \theta$	$u = \frac{H}{2} \frac{g \cdot T}{\lambda} \frac{\cosh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\cosh(2\pi \cdot h/\lambda)} \cos \theta$	$u = \frac{\pi \cdot H}{T} e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \cos \theta$
(b) vertikal			
	$w = \frac{H\pi}{T} \left(1 + \frac{z}{h} \right) \sin \theta$	$w = \frac{H}{2} \frac{g \cdot T}{\lambda} \frac{\sinh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\cosh(2\pi \cdot h/\lambda)} \sin \theta$	$w = \frac{\pi \cdot H}{T} e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \sin \theta$
Teilchenbeschleu- nigung (a) horizontal (b) vertikal	$a_{x} = \frac{H \cdot \pi}{T} \sqrt{\frac{g}{h}} \sin \theta$	$a_{x} = \frac{g \cdot \pi \cdot H}{\lambda} \frac{\cosh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\cosh(2\pi \cdot h/\lambda)} \sin \theta$	$a_x = 2H\left(\frac{\pi}{T}\right)^2 e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \sin \theta$
	$a_z = -2 \cdot H\left(\frac{\pi}{T}\right)^2 \left(1 + \frac{z}{h}\right) \cos \theta$	$a_{z} = -\frac{g \cdot \pi \cdot H}{\lambda} \frac{\sinh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\cosh(2\pi \cdot h/\lambda)} \cos \theta$	$a_z = -2H\left(\frac{\pi}{T}\right)^2 e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)}\cos\theta$
Teilchenbahn (a) horizontal (b) vertikal	$\xi = -\frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{T}}{4\pi} \sqrt{\frac{g}{h}} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\sinh(2\pi \cdot h/\lambda)} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \sin \theta$
	$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{h} \right) \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\sinh(2\pi \cdot h/\lambda)} \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \cos \theta$
Druck	$p = \rho \cdot g \cdot (\eta - z)$	$p = \rho \cdot g \cdot \eta \frac{\cosh[2\pi(z+h)/\lambda]}{\cosh(2\pi \cdot h/\lambda)} - \rho \cdot g \cdot z$	$p = \rho \cdot g \cdot \eta \cdot e^{\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} - \rho \cdot g \cdot z$

 Tab. 1-1:
 Gleichungen zur Berechnung relevanter Größen nach der linearen Wellentheorie

1.2.3 Nichtlineare Wellentheorie

Wellen mit einer sehr kleinen Steilheit ($\mu = ka$) lassen sich mit Hilfe der linearen Wellentheorie beschreiben. Diese Wellen folgen den linearisierten Bewegungsgleichungen, so dass die nichtlinearen Terme der

hydrodynamischen Bewegungsgleichungen vernachlässigt werden können. Ist das Verhältnis der Wellenhöhe *H* zur Wellenlänge λ größer als 1/50, verhalten sich Wellen endlicher Amplitude nichtlinear. Für diese endlichen Wellen entwickelte STOKES (1847) eine Näherungslösung. Danach werden alle hydrodynamischen Funktionen in Störungsreihen nach der Steilheit entwickelt. In Gl. 1-27 ist dies beispielhaft für das Geschwindigkeitspotential dargestellt.

$$\Phi = \Phi^{(0)} + \eta \Phi^{(1)} + \eta^2 \Phi^{(2)} + \eta^3 \Phi^{(3)} + \dots$$
 Gl. 1-27

Hierbei ist $\Phi^{(0)}$ das aus der linearen Theorie entwickelte Geschwindigkeitspotential. Die Steilheit wird als kleine Größe betrachtet, so dass die Terme höherer Ordnung durch η sehr klein werden.



Abb. 1-4: Darstellung der Wellenformen nach linearer (z.B. LAPLACE) und nichtlinearer (STOKES) Wellentheorie

Für große Wassertiefen und kleine Amplituden im Vergleich zur Wellenlänge hat STOKES (1847) in einer klassischen wellentheoretischen Untersuchung gezeigt, dass das Wellenprofil von Schwerewellen Trochoidenform annimmt (Abb. 1-4). Bei einer Trochoide sind die Wellenkämme spitzer und die Wellentäler flacher ausgebildet als bei einer sinusförmigen Welle. Wegen der nicht geschlossenen Orbitalbahnen der Wasserpartikel in der STOKESSCHEN Welle entsteht nahe der Meeresoberfläche ein horizontaler Massentransport in Ausbreitungsrichtung der Welle. Gegenüber der linearen Theorie bringt die Berücksichtigung von Störungstermen zweiter Ordnung nur unwesentliche Änderungen. Eine Energieübertragung zwischen den einzelnen Partialwellen setzt erst unter Hinzunahme von Störungstermen dritter Ordnung ein.

1.3 Seegangstheorie

1.3.1 Allgemeines

Die unregelmäßigen Oberflächenauslenkungen im Meer können als lineare Superposition von Wellenkomponenten verschiedenen Ursprungs aufgefasst werden. Gleichzeitig unterliegen diese Wellenkomponenten des Seegangs verschiedenen physikalischen Prozessen, wie z.B. dem Energieeintrag durch die Atmosphäre, der Energiedissipation durch das Brechen der Wellen oder der Wellen-Wellen-Wechselwirkung. Die mathematische Beschreibung dieser Prozesse sowie die räumliche und zeitliche Entwicklung des Seeganges erfolgen auf der Basis der linearen Wellentheorie unter Verwendung der Spektralanalyse.

Die unter natürlichen Bedingungen beobachteten Auslenkungen der Meeresoberfläche können als Signale eines Zufallsprozesses gedeutet und damit statistisch untersucht werden. Für kleine Zeiträume ist es möglich, diese Oberflächenauslenkungen als nahezu stationär zu betrachten, wobei die statistischen Eigenschaften dieser Signale für ein hinreichend großes Gebiet der Meeresoberfläche für denselben Zeitraum gleich und somit auch homogen sind. Für diesen Seezustand kann mit der Fouriertransformation ein Energiedichtespektrum im Wellenzahlraum bestimmt werden. Die von der Mittelungsfläche unabhängige Gesamtenergie ist gleich dem Integral über die Energiedichte im Wellenzahlraum:

 $F(\vec{k})$ ist die Energiedichte in m⁴ pro Flächeneinheit im Wellenzahlraum.

Die räumliche und zeitliche Entwicklung der Energiedichte im zweidimensionalen Wellenzahlraum unter Berücksichtigung von Quellen und Senken *S*' wird durch die Energietransportgleichung dargestellt:

$$\frac{d}{dt}F(\vec{k},\vec{x},t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{x}} + \frac{d\vec{k}}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{k}}\right)F(\vec{k},\vec{x},t) = S'$$
Gl. 1-29

Der Quellterm auf der rechten Seite der Energietransportgleichung kann als eine Summe von Einzelprozessen oder Quellfunktionen verstanden werden:

$$S' = S_{in} + S_{dis} + S_{nl}$$
 Gl. 1-30

mit:

S' = Gesamtquellterm der Energietransportgleichung (Gl. 2-29)

S_{in} = Quellterm des Energietransfers an der Wasseroberfläche

 S_{dis} = Energiedissipationsterm

 S_{nl} = Quellterm des Energieanteils durch nichtlineare Welle-Welle-Wechselwirkung

Der Quellterm S_{in} beschreibt den Transfer von Energie aus der unteren Grenzschicht der Atmosphäre in die Wasseroberfläche. Die Entwicklung des Dissipationsterms S_{dis} basiert im wesentlichen auf der Annahme, dass im Tiefwasser die Schaumkronenbildung von Wellen die entscheidende Ursache für den Verlust von Seegangsenergie an der Meeresoberfläche ist. Die Dissipation wird von der Steilheit der Wellen bestimmt, die wiederum von der Relation der mittleren Wellenhöhe zur Wellenlänge abhängt. Die Quellfunktion S_{nl} bestimmt den Energieanteil, der innerhalb des Seegangsspektrums durch die nichtlineare Wellen-Wellen-Wechselwirkung transferiert wird. Sie kann für den Seegang weder als Quelle noch als Senke angesehen werden. Die Wechselwirkung ist eine energieerhaltende Regelfunktion der Gesamtenergie des Spektrums.

1.3.2 Spektralanalyse

Natürlich vorkommender Seegang besteht immer aus einer Überlagerung von Elementarwellen. Um die Formvielfalt des natürlichen Seegangs der Berechnung zugänglich zu machen, wird er als Überlagerung einer sehr großen Anzahl sinusförmiger langkämmiger Wellenkomponenten mit unterschiedlichen Richtungen, Amplituden und Wellenlängen idealisiert (Abb. 1-5), die sich mit der entsprechenden Fortschrittsgeschwindigkeit vorwärts bewegen.



Abb. 1-5: Darstellung der verschiedenen Vereinfachungen des Seegangs. a) regelmäßiger Seegang, b) langkämmiger unregelmäßiger Seegang, c) kurzkämmiger unregelmäßiger Seegang [CERC, 1984]

Nur die Vereinfachung zu langkämmigen, regelmäßigen Wellen wird durch die lineare Wellentheorie erfasst (Abb. 1-5, a)). Dennoch liefern Verfahren auf der Grundlage der linearen Theorie, insbesondere für Simulationsverfahren, bei denen der Seegang als Überlagerung von sinusförmigen Einzelkomponenten angesehen wird, gute Ergebnisse.

Die Zerlegung in die sinusförmigen Komponenten wird durch eine FOURIER-Analyse vorgenommen. Aus den durch die FOURIER-Analyse berechneten Amplituden kann das Wellenspektrum S(f), welches präziser als "Spektrale Dichte" bezeichnet wird, berechnet werden.

$$\mathbf{S}(\mathbf{f}) = \frac{\mathbf{a}(\mathbf{f})^2}{2 \cdot \Delta \mathbf{f}}$$
Gl. 1-31

mit:

S(f) = spektrale Dichte [m² s]

- a(f) = Wellenamplitude als Funktion der Frequenz [m]
- Δf = Frequenzabstand der Fourier-Komponenten [1/s]



Abb. 1-6: Simulation von unregelmäßigen Wellen durch Superposition mehrerer sinusförmiger Wellen [GODA, 1985]

Abb. 1-6 zeigt beispielhaft die Überlagerung von sinusförmigen Einzelkomponenten zu einer unregelmäßigen Welle. Die oberen fünf Wellenfunktionen haben alle unterschiedliche Perioden und Wellenhöhen. Das Ergebnis der linearen Superposition ist in der unteren Funktion dargestellt. Die Darstellung des Frequenzspektrums in Abb. 1-7 veranschaulicht die Energieverteilung der Einzelkomponenten.





Aus einem Seegangsspektrum kann also zunächst entnommen werden, in welchen Frequenzbereichen die Seegangsenergie auftritt. Nur so können z.B. langperiodische Wellen entdeckt werden, die zu großen Problemen für z.B. im Hafen liegende Schiffe führen können. Mit den Methoden der linearen Überlagerung, die Rechnungen im Frequenzraum voraussetzen, können viele Bemessungsprobleme im Zusammenhang mit Seegang sehr gut bearbeitet werden. Darüber hinaus lassen sich aber auch aus den "Momenten" des Spektrums Seegangsparameter, die spektralen Parameter, ermitteln. Ein Beispiel für natürliche Seegangsspektren zeigt Abb. 1-8 anhand einer Messung von Sylt.



Die Integration über alle Frequenzen (vgl. Abb. 1-8) ergibt das s.g. spektrale Moment m_n , aus dem Kenngrößen des Seegangs ermittelt werden können. Das spektrale Moment ist definiert als:

$$m_n = \int S(f) \cdot f^n df$$
 Gl. 1-32

mit:

 $\begin{array}{ll} m_n &= n \text{-tes Moment } [m^2 \, (1/s)n] \\ S(f) &= Spektrale \ Dichte \ [m^2 s] \\ f^n &= n \text{-te Potenz der Frequenz } f \left[(1/s)n \right] \end{array}$

Wichtige spektrale Kenngrößen sind:

Die **signifikante Wellenhöhe** H_s entspricht dem Mittelwert des Drittels der höchsten Wellen ($H_{1/3}$). Bei der Datenauswertung wird die signifikante Wellenhöhe nach Gl. 1-33 berechnet. S(f) ist die Energie pro Frequenzband d_f . In Verbindung mit Zeitreihenparametern gilt $H_{m0} \cong H_{1/3}$.

$$H_{m0} = 4 \cdot \sqrt{m_0}$$
 Gl. 1-33

mit:

 $m_0 = \int S(f) df =$ "Fläche" des Spektrums [m²]

Die **Peakperiode** T_P ist die Periode des absoluten spektralen Energiemaximums. Die mittlere Periode Tm ist die mittlere Periode aller Auslenkungen der Wasseroberfläche.

$$T_{\rm p} = 1/f_{\rm p}$$
 Gl. 1-34

$$T_{m} = m_{0}/m_{1}$$
 Gl. 1-35

mit: f_P = Peakfrequenz [1/s]

Die Seegangsrichtung bezieht sich auf die Richtung des absoluten Energiemaximums.

Der Seegang kann aber nicht hinreichend durch die alleinige Benutzung von Frequenzspektren beschrieben werden. Er besteht vielmehr aus vielen Wellenkomponenten mit unterschiedlichen Ausbreitungsrichtungen (Abb. 1-9). Zur Erfassung dieser Variationen muss neben dem Frequenzspektrum auch das Richtungswellenspektrum $S(f, \theta)$ bestimmt werden. In der allgemeinen Form ist es definiert als:

$$S(f,\theta) = S(f) \cdot G(f;\theta)$$
Gl. 1-36

mit: $S(f,\theta) = Richtungswellenspektrum [m² s]$ S(f) = Spektrale Dichte [m² s] $G(f,\theta) = Richtungsfunktion [-]$

 $G(f; \theta)$ wird dabei als Richtungsfunktion ("directional spreading function" oder "angular distribution function") bezeichnet. Die Funktion ist dimensionslos und ist normiert als:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(f;\theta) d\theta = 1$$
 Gl. 1-37

Das Ergebnis der Auswertung liefert für jede Frequenzstelle Informationen über die Richtungsverteilung der Energie in Form der Richtungsfunktion $G(f; \theta)$. Die Richtungsfunktion kann dabei nicht vollständig ermittelt werden, es werden jedoch die mittlere Richtung und ein Parameter, der die "Breite" der Richtungsfunktion angibt, berechnet. Eine theoretische Form der Richtungsverteilungsfunktion wurde von MITSUYA-SU (1975) entwickelt.

$$\mathbf{G}(\mathbf{f};\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{G}_0 \cos^{2s} \left(\frac{\boldsymbol{\theta}}{2}\right)$$
 Gl. 1-38

mit:

 G_0 = Vorfaktor, damit das Integral von $G(f,\theta)$ über die Richtung zu 1 wird [-]

 θ = Richtung, bezogen auf die mittlere Richtung des Seegangs [-]

s = frequenzabhängiger Bandbreitenparameter [-]

Entsprechend den meist vorliegenden Verhältnissen, dass die Energie im Peak des Spektrums am stärksten um die mittlere Richtung konzentriert ist (smax), wird von GODA (1985) die folgende Variation von s über die Frequenz vorgeschlagen.

$$s = \begin{cases} s_{max} \cdot (f / f_P)^5 & \text{für } f \le f_P \\ s_{max} \cdot (f / f_P)^{-2.5} & \text{für } f \ge f_P \end{cases}$$
Gl. 1-39

Der Wert der Verteilungsfunktion s_{max} ist abhängig vom Windfeld und von der Entstehungsgeschichte des Seeganges. Nach GODA (1985) wird folgende Unterscheidung angenommen:

 $s_{max} = 10$ für Windwellen

 $s_{max} = 25$ für Dünung geringen "Alters", Wellen mit vergleichsweise großer Steilheit

 $s_{max} = 75$ für alte Dünung mit langen Laufstrecken, Wellen mit vergleichsweise geringer Steilheit

Abb. 1-10 zeigt ein Beispiel für Richtungsfunktionen an verschiedenen Frequenzplätzen für $s_{max} = 20$.



Abb. 1-9: Natürlicher Seegang, Überlagerungsmodell und resultierendes Richtungsseegangsspektrum



Abb. 1-10: Beispiel der Veränderung der Richtungsfunktion über die Frequenz [GODA, 1985]

1.3.3 Spektralformen

Spektralformen sind Verteilungsfunktionen die anhand von empirischen Untersuchungen entwickelt wurden, um in Abhängigkeit bestimmter Eingangsparameter, wie z.B. der Windgeschwindigkeit, Aussagen über das resultierende Wellenspektrum machen zu können.

Von besonderer Bedeutung für die Off-Shore-Technik ist das PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum. Die Grundlage bilden Untersuchungen der Wissenschaftler PIERSON und MOSKOWITZ aus dem Jahr 1964 über das Spektrum von voll entwickelten Windseen (Windgeschwindigkeit > Wellengeschwindigkeit). Das Ergebnis ihrer Arbeit ist die so genannte PIERSON-MOSKOWITZ-Formel (Gl. 1-40). Sie beschreibt für eine konstante Windgeschwindigkeit die spektrale Energieverteilung der vollentwickelten Windsee, d.h. ihre Zusammensetzung aus Sinuswellen unterschiedlicher Frequenz [Walter, 1997].

$$E_{PM}(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp\left\{-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right\}$$

mit:

 α = PHILLIPS-Konstante = 0,0081 [-]

f_m = Frequenz des Maximums des Spektrums [1/s]



Abb. 1-11 zeigt die eindimensionale Energieverteilung für eine Windgeschwindigkeit von $U_{10} = 5$ m/s. Der Index an der Variablen *U* steht für die Messhöhe der Windgeschwindigkeit über dem Wasser, in diesem Fall 10 Meter. Deutlich ist zu sehen, dass der Großteil der Energie eng um eine Peakfrequenz von $f_m = f_{PM} = 0,255$ Hz angeordnet ist. Sie ergibt sich für das PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum aus der Windgeschwindigkeit und Gl. 1-41.

$$f_{PM} = \frac{0.13g}{U_{10}}$$
mit:

$$f_{PM} = PIERSON-MOSKOWITZ-Frequenz [1/s]$$

$$U_{10} = Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe [m/s]$$
Gl. 1-41

Mit Hilfe der Dispersionsrelation (Gl. 1-20) für Schwerewellen in tiefem Wasser kann der zugehörige Wellenlängenbereich berechnet werden. Für die Peakfrequenz von $f_{PM} = 0,255$ Hz beträgt die Wellenlänge $\lambda = 24$ m.

Als ein Ergebnis des Joint North Sea Wave Projekt (JONSWAP), das von mehreren Institutionen der Bundesrepublik, der Niederlande, USA und Großbritanniens durchgeführt wurde, ist das so genannte Jonswap-Spektrum aufgestellt worden, das heute vor allem in der Off-Shore-Technik häufig Anwendung findet. Zielsetzung des Vorhabens waren die Untersuchung des Anwachsens des Seeganges bei begrenzter Windwirklänge (fetch) sowie des Verhaltens des Seeganges im Bereich des Flachwassers. Die Messungen wurden vor Sylt durchgeführt. Im Rahmen des Projektes wurde vorwiegend die Energiebilanz unter Berück-

Gl. 1-40

sichtigung der Energiezufuhr von der Atmosphäre, der Wechselwirkung zwischen den einzelnen Wellen sowie der Dissipation untersucht.

Wichtigstes Ergebnis des Vorhabens war die Feststellung des maßgeblichen Einflusses des nichtlinearen Energietransports infolge der Wechselwirkung zwischen den Wellen. Nur unter Berücksichtigung dieses Effektes ist die Deutung der gemessenen Spektren möglich, die sich durch schmale und hohe Spitzen sowie durch einen fetch-abhängigen Hochfrequenzteil auszeichnen (WINKEL, 1995).

Allgemein wird beim Seegang zwischen der Dünung und der Windsee unterschieden. die Windkomponente U^{\parallel}_{10} in 10 m Höhe parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle bestimmt die PIERSON-MOSKOWITZ Frequenz, die Windsee und Dünung voneinander trennt.

$$f_{PM} = \frac{0.13 \cdot g}{U_{10}^{\parallel}}$$
Gl. 1-42

Als Windsee werden die vom lokalen Windfeld angetriebenen Wellen bezeichnet (Windgeschwindigkeit > Wellengeschwindigkeit). Als Dünung werden Wellen bezeichnet in ein Gebiet mit weniger starkem Wind einlaufen, wo sie nicht dem Einfluss der Atmosphäre unterliegt (Wellengeschwindigkeit > Windgeschwindigkeit) [WALTER, 1997].

Das JONSWAP-Spektrum wird durch folgende Funktion gegeben (HASSELMANN, 1973):

$$E_{J}(f) = \underbrace{\alpha g^{2} (2\pi)^{-4} f_{m}^{-5}}_{E_{P}(f)} \cdot \underbrace{exp\left(-\frac{4}{5}\left(\frac{f}{f_{m}}\right)^{-4}\right)}_{\phi_{PM}\left(\frac{f}{f_{m}}\right)} \cdot \underbrace{\gamma}_{\phi_{J}(f,f_{m},\gamma,\sigma_{a},\sigma_{b})}^{exp\frac{-(f-f_{m})^{2}}{2\sigma^{2}f_{m}^{2}}} Gl. 1-43$$

Wobei die fünf Parameter α , f_{m} , γ , σ_a und σ_b wie folgt definiert sind (Abb. 1-12): α ist die so genannte PHIL-LIPS-Konstante, die im PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum den festen Wert 0,0081 hat, f_m ist die Frequenz des Maximums des Spektrums, γ ist ein Vergrößerungsfaktor gegenüber dem PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum und σ_a bzw. σ_b bestimmen die Breite des Energiedichtemaximums, für die gilt:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{a} = 0.07 & \text{für} & \text{f} \leq f_{m} \\ \sigma_{b} = 0.09 & \text{für} & \text{f} > f_{m} \end{cases}$$



Abb. 1-12: Erläuterung der JONSWAP-Parameter aus Gl. 1-43 nach HASSELMANN et at. (1973)

Ist die Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe U_{10} und die Windwirklänge bzw. der Fetch X bekannt, kann mit der dimensionslosen Windwirklänge

 $\widetilde{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{U}_{10}^2}$ Gl. 1-44

mit:

 \tilde{X} = dimensionslose Windwirklänge [-]

X = Windeinwirklänge (fetch) [m]

der dimensionslosen Frequenz des Energiedichtemaximums

und dem von der Windwirklänge abhängigen PHILLIPS Parameter

$$\alpha = 0.076 \cdot \tilde{X}^{-0.22} = 0.033 \cdot \tilde{f}_{m}^{\frac{2}{3}}$$
Gl. 1-46

die Energie mit Hilfe der JONSWAP-Formel (Gl. 1-42) für jede Frequenz des Seegangsspektrums und somit das vollständige eindimensionale Spektrum berechnet werden. Abb. 1-13 zeigt den Unterschied zwischen JONSWAP- und PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum.



Abb. 1-13: Vergleich von JONSWAP- und PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum bei einer Windgeschwindigkeit von U₁₀ = 10 m/s [WALTER, 1997]

Die Veränderung des Seegangs beim Einlaufen in flache, küstennahe Bereiche kann nicht nur durch Quellfunktionen sondern auch parametrisch beschrieben werden. Gestützt auf die Auswertung von drei Datensätzen mit insgesamt 2800 Spektren entwickelten BOUWS et al. (1985 und 1987) die TMA-Form, eine tiefenabhängige universale Spektralform, die die Windsee im Flachwasser parametrisch beschreibt.

TMA steht dabei für die Herkunft der drei Datensätze. Der erste Datensatz wurde am 3. Januar 1976 in den Niederlanden während des Texelsturmes aufgenommen. 1979 wurden die Daten des zweiten Satzes während MARSEN (Marine Remote Sensing Experiment at the North Sea) in der südlichen Nordsee gesam-

melt. Die dritte Messkampagne wurde 1980 am Eingang der Chesapeake Bay (USA, North Carolina) unter dem Akronym ARSLOE (Atlantic Ocean Remote Sensing Land-Ocean-Experiment) durchgeführt.

Die Entwicklung der TMA-Form basiert auf der Arbeit von KITAIGORODSKII et al. (1975). Es konnte gezeigt werden, dass das Konzept für den Sättigungsbereich von PHILLIPS nicht nur unter Tiefwasserbedingungen, sondern auch unter Flachwasserbedingungen gilt. Das eindimensionale Spektrum für diesen Bereich

$$E_{K}(k,h) = B \cdot k^{-3}$$
 Gl. 1-47

mit der tiefenunabhängigen Konstante B wird in den Frequenzraum transformiert

$$E_{\kappa}(f,h) = \alpha \cdot g \cdot (2\pi)^{-4} \cdot f^{-5} \cdot \phi_{\kappa}(\omega_{h})$$
 Gl. 1-48

Hierbei ist

$$\phi_{\rm K} = \frac{1}{\chi^2} \cdot \frac{1}{1 + \omega_{\rm h}^2 (\chi^2 - 1)}$$
 Gl. 1-49

der KITAIGORODSKII-Faktor mit

$$\omega_{\rm h} = 2\pi \cdot f \sqrt{\frac{{\rm h}}{g}}$$
 Gl. 1-50

und

$$\chi \cdot \tanh(\omega_h^2 \cdot \chi) = 1$$
 Gl. 1-51

eine Funktion der Frequenz f und der Wassertiefe h.

Unter Tiefwasserbedingungen gilt Gl. 1-52. Die Idee von KITAIGORODSKII (1975), das Prinzip der Formgleichheit des Sättigungsbereiches beim Tiefwasser auf des Flachwasserfall zu übertragen, kann durch Ersetzen von $E_P(f)$ in $E_J(f)$ (Gl. 1-43) durch $E_K(f,h)$ erzielt werden.

$$E_{K}(f,h) = \alpha \cdot g^{2} (2\pi)^{-4} f^{-5} = E_{P}(f)$$
 Gl. 1-52

$$E_{TMA}(f,h) = E_J(f) \cdot \phi_K$$
 Gl. 1-53

Diese Funktion gilt nicht nur für jede Wassertiefe im spektralen Sättigungsbereich, sondern für das gesamte Windseespektrum, unabhängig von den Bodenparametern, wie z.B. Korngröße des Sediments (WINKEL, 1995).



Abb. 1-14: Der KITAIGORODSKII-Faktor als Funktion von oh [WINKEL, 1995]

1.4 Seegangsentstehung

1.4.1 Entstehung der Wellen

"Jedem ist die leichte Kräuselung vertraut, mit der sich eine vollkommen glatte Wasseroberfläche überzieht, wenn sie von einem Windstoß getroffen wird. Sie setzt sich aus kleinen Rippelwellen zusammen (vom Seemann "Katzenpfötchen" genannt), die das Anfangsstadium der Oberflächenwellen darstellen. So alltäglich die Beobachtung dieser Erscheinung ist, die nicht nur auf dem Meere, sondern auch auf jeder Regenpfütze zu sehen ist, so birgt doch die quantitative Klärung der Wellenentstehung aus dem Zusammenhang mit den wirkenden Kräften erhebliche Schwierigkeiten, von denen einzelne noch ungelöst sind." [DIETRICH, 1975]



Abb. 1-15: Spektrum der Meereswellen [DIETRICH, 1975]

Die erste Theorie, die sich mit der Wellenentstehung unter dem Einfluss des Windes befasste, geht auf KELVIN (1871) zurück. HELMHOLZ (1890) verallgemeinerte sie. Aus ihr folgt, dass selbst dann, wenn der Wind völlig reibungslos über das Wasser weht, oberhalb einer bestimmten Windgeschwindigkeit eine Wellenbildung einsetzt, lediglich infolge dynamischer Druckänderungen. Die gewellte Wasseroberfläche stellt dann einen stabilen, die glatte Oberfläche einen labilen Zustand dar. Quantitativ kann diese Theorie die Frage nach der Entstehung der Initialwellen nicht befriedigend beantworten; denn sie verlangt einen unteren Schwellenwert des Windes U = 670 cm/s, also wenigstens 3 bis 4 Beaufort, der gegenüber den Beobachtungen viel zu hoch ist.

Die Grenzflächenreibung zwischen Luft und Wasser sowie die Verschiedenheit des Winddruckes in Luv und Lee einer Wellenstörung machte JEFFREYS 1925 zum Ausgangspunkt zweier Theorien der Wellenentstehung. Die letzte ist die so genannte "Abschirmtheorie". Die erste folgt dem Satz von der Erhaltung der Energie, nach dem die zeitliche Änderung der in der Welle enthaltenen Gesamtenergie gleich der Differenz der vom Wind zugeführten und der von der Reibung dissipierten Energie sein muss. Vorraussetzung dabei ist die genaue Kenntnis der tangentialen Schubspannung τ , die der Wind an der Wasseroberfläche ausübt. JEFFREYS war sie 1925 noch unzureichend bekannt, und sein Ergebnis, dass zur Wellenentstehung mindestens eine Windgeschwindigkeit von 480 cm/s notwendig ist, steht mit den Beobachtungen in Widerspruch.



Abb. 1-16: Wellenlänge λ und Wellenhöhe H von maximal angefachten Initialwellen bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. [DIETRICH, 1975]

NEUMANN (1949) legt den von ihm abgeleiteten Wert $\tau = 0,009 \cdot W^{\frac{1}{2}}$ zugrunde und entwickelt eine Beziehung, die die Bedingungen für die Entstehung der Oberflächenwellen sowie die Zusammenhänge zwischen Wellenlängen λ und den Wellenhöhen *H* in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit *U* angibt. In Abb. 1-16 sind die berechneten Beziehungen zusammengefasst. Die untere Grenze der Windgeschwindigkeit, die für die Anregung von Oberflächenwellen überschritten werden muss, liegt bei U = 69,5 cm/s. Die Höhe der ersten Initialwellen, die zugleich die langsamsten Wellen darstellen, die überhaupt möglich sind (c = 23, 1 cm/s) und die eine Wellenlänge von $\lambda = 1,72 \text{ cm}$ besitzen, erreicht nach der Berechnung H = 0,022 cm. Bei stärkerem Wind ergeben sich durch das Zusammenwirken von Schwere und Oberflächenspannungen zwei verschiedene Wellen, nämlich die Kapillarwellen, deren Länge und Amplitude mit zunehmendem Wind abnehmen, und die Schwerewellen, deren Länge und Amplitude dagegen wachsen, wobei die Welle gleichzeitig steiler wird. Bei einer Windgeschwindigkeit von 1 m/s ist nach Abb. 1-16 die Länge der Schwerewellen $\lambda = 6,7 \text{ cm}$, die der Kapillarwellen $\lambda = 0,4 \text{ cm}$, die entsprechenden Höhen H = 0,49 cm und H = 0,002 cm. Die Kapillarwellen sind praktisch verschwunden.

Die energetische Betrachtungsweise konnte mehrere Erscheinungen, die mit dem Auftreten der Initialwellen verbunden sind, befriedigend deuten, aber die physikalischen Vorgänge, die zur Wellenentstehung führen, bleiben ungeklärt. In dieser Kernfrage äußert Roll eine Hypothese die plausibel erscheint. Sie bringt wandernde Druckstörungen an der Wasseroberfläche, die durch das Aufprallen von Luftquanten bei der turbulenten Luftbewegung zustande kommen, mit der Entstehung der Initialwellen in Form von Ringwellen in Verbindung.

Wird der Wind stärker, so erreichen die Wellen schnell eine kritische Steilheit, die nach den Beobachtungen 1:8 beträgt und damit der theoretisch zu erwartenden 1:7 nahe kommt. Die Kämme werden spitzer, bekommen ein glasiges Aussehen und zeigen Schaumbildung. Bei weiterer Energiezufuhr wächst die Wellenlänge stärker als die Höhe an die Wellen haben den eigentlichen Initialzustand durchlaufen und gehen in den Seegang über, für dessen Anwachsen andere Gesetze gelten.

Wind Bezeichnung	Bft	m/s	Seegang Stärke	Bezeichnung	Zustand der Wasseroberfläche in ausge- reiftem Seegang
Stille	0	0 - 0.2	0	spiegelglatt	Spiegelglatte See
		,_		-F88	Kleine schuppenförmig aussehende
leichter Zug	1	0,3 - 1,5	1	gekräuselt	Kräuselwellen ohne Schaumköpfe
leichte Brise		1,6 - 3,3		schwach bewegt	Kleine Wellen, noch kurz, aber ausge-
	2				prägter. Kämme sehen glasig aus, bere-
					chen sich nicht
schwache Briese	3	3,4 - 5,4			Kämme beginnen sich zu brechen.
					Schaum überwiegend glasig, ganz ver-
					einzelt können kleine weiße Schaumköp-
					fe auftreten
mäßige Brise	4	5,5 - 7,9	3	leicht bewegt	Wellen noch klein, werden aber länger.
					Weiße Schaumköpfe treten schon ziem-
					lich verbreitet auf
frische Brise	5	8,0 - 10,7	4	mäßig bewegt	Mäßige Wellen, die eine ausgeprägte
					lange Form annehmen. Überall weiße
					Schaumkämme. Ganz vereinzelt kann
					schon Gischt vorkommen.
starke Brise	6	10,8 - 13,8	5	grob	Bildung großer Wellen beginnt. Kämme
					brechen sich und hinterlassen größere
					weiße Schaumflächen. Etwas Gischt
steife Brise	7	13,9 - 17,1	6	sehr grob	See türmt sich. Der beim Brechen entste-
					hende weiße Schaum beginnt sich in
					Streifen in Windrichtung zu legen.
stürmisch	8	17,2 - 20,7	7	hoch	Mäßig hohe Wellenberge mit Kämmen
					von beträchtlicher Länge. Von den Kan-
					ten der Kamme beginnt Gischt abzuwe-
					hen. Schaum legt sich in gut ausgeprag-
Sturm	9	20,8 - 24,4			ten Streffen in die windrichtung.
					fon in Windrichtung "Pollon" der Soo
					beginnt. Gischt kann die Sicht schon be
					einträchtigen
					Sehr hohe Wellenberge mit langen über-
schwerer Sturm	10	24,5 - 28,4	8	sehr hoch	brechenden Kämmen. See weiß durch
					Schaum, Schweres stoßartiges "Rollen"
					der See. Sichtbeeinträchtigung durch
					Gischt.
	11	28,5 - 32,6	9	außergewöhnlich schwere See	Außergewöhnlich hohe Wellenberge.
orkanartiger Sturm					Kanten der Wellenkämme werden zu
					Schaum zerblasen. Durch Gischt herab-
					gesetzte Sicht.
Orkan	12	32,7 - 36,9			Luft mit Schaum und Gischt angefüllt.
					See vollständig weiß. Sicht sehr stark
					herabgesetzt. Jede Fernsicht hört auf.

Tab. 1-2:	Seegang und Wind (nach der Petersen-Skala der Deutschen Seewarte)
-----------	---



Abb. 1-17: Seegang bei Windstärke 1 bis 2. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]



Abb. 1-18: Seegang bei Windstärke 3. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]



Abb. 1-19: Seegang bei Windstärke 5 bis 6. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Fischereischutzboot "Meerkatze" bei 7,5m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]



Abb. 1-20: Seegang bei Windstärke 9. Aufgenommen im Nordatlantischen Ozean vom Schnelldampfer "Europa" bei 26,5 m Augenhöhe [DIETRICH, 1975]



Abb. 1-21: Seegang bei Windstärke 11. Aufgenommen bei Kap Hoorn [DIETRICH, 1975]

Umwandlung von Windenergie in Wellenenergie (z.B. KELVIN-HELMHOLZ-Theorie (1886)).



Abb. 1-22: Schematische Darstellung der Wellenentstehung nach der KELVIN-HELMHOLZ-Theorie, u_a = Windgeschwindigkeit, u_w = Windgeschwindigkeit, c = induzierte Geschwindigkeit

Fluide mit $\rho_a \neq \rho_w$ und $u_a \neq u_w$ führen zu Wellenbildung in Grenzfläche:

$$\rho_{a} \cdot (u_{a} - c)^{2} + \rho_{w} \cdot (u_{w} - c)^{2} = \frac{g}{k} \cdot (\rho_{w} - \rho_{a})$$
 Gl. 1-54

für
$$u_a = u_w = 0 \Rightarrow c_0^2 = \frac{g}{k} \left(\frac{1 - \rho_a / \rho_w}{1 + \rho_a / \rho_w} \right) \approx \frac{g}{k} \operatorname{mit} \frac{\rho_a}{\rho_w} = 1.3 \cdot 10^{-3}$$

Wellenentstehung / Instabilitätskriterium

$$u = u_{a} - u_{w} > \frac{1 + \rho_{a} / \rho_{w}}{\sqrt{\rho_{a} / \rho_{w}}} \cdot c_{0} > 28 \cdot c_{0}$$
 Gl. 1-55

KELVIN: $c_0 = 23 \text{ cm/s}$ (L = 1,7 cm; T = 0,07 sec)

 $v_{krit} > 6,5 \text{ m/s}$ (4,0 m/s)
Wellenentstehung nach der SVERDRUP-MUNK-Theorie (1944).



Abb. 1-23: Schematische Darstellung zur Wellenerzeugung nach der Sverdrup-Munk-Theorie, RT = Tangentialspannung, RN = Normalspannung

Energieeintrag durch Tangentialspannung:	$R_{T} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} \tau \cdot u_{0} \cdot dx$
--	--

horizontale Teilchengeschwindigkeit: $u_0 = \kappa_a \cdot c \cdot \sin(\kappa(x - c \cdot t))$

Schubspannung: $\tau = \varsigma \cdot \rho_a \cdot u^2$

Normalspannung:

 $\mathbf{R}_{\mathrm{N}} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{z}} \cdot \mathbf{w}_{0} \cdot \mathbf{dx}$

Energieeintrag durch Normalspannung: $p_z = p_z(u, c, Turbulenz,...)$

vertikale Teilchengeschwindigkeit: $W_0 = -\kappa \cdot c \cdot \cos(\kappa(x - c \cdot t))$

Energietransformation: $R_{H} + R_{C} = R_{T} \pm R_{N}$ mit:

 R_{H} = Wellenhöhe R_{C} = Wellengeschwindigkeit

1.4.2 Anwachsen der Wellen im Seegang

Wenn der Wind mit gleich bleibender Richtung und Geschwindigkeit auf ein großes Seegebiet hinreichend lange einwirkt, entwickelt sich ein bestimmter typischer Seegang. Er gibt der Meeresoberfläche ein charakteristisches Aussehen, das die Grundlage einer Seegangsskala darstellt. Dieser kommt gegenwärtig aber keine größere Bedeutung mehr zu, da die neuere Seegangsforschung über die Beschreibung des Erscheinungsbildes hinaus versucht, zu einer quantitativen Erfassung der charakteristischen Elemente der Wellen zu gelangen. Aus diesem Grunde wird die Seegangsstärke seit dem 01.01.1949 im internationalen Wettermeldedienst nicht mehr aufgenommen. Dennoch wird die Skala in Tab. 1-2 aufgeführt, weil sie in zweifacher Hinsicht wichtig geblieben ist. Erstens vermittelt sie dem Nichtseebefahrenden eine treffende Kurzbeschreibung vom Aussehen der Meeresoberfläche bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. Zweitens bildet dieses Aussehen die Stütze für die Schätzung der Windstärke auf See. Die zwölfteilige Windskala, die

Admiral BEAUFORT zur Segelschiffzeit aufstellte, ging ursprünglich von der Segelführung des Schiffes aus, die der jeweiligen Windstärke angemessen war. Sie hätte nach dem Aussterben der Segelschifffahrt ihren Sinn verloren, wenn sie nicht anderweitig festgelegt worden wäre. Der Zustand der Meeresoberfläche im ausgereiften Seegang wurde zum bewährten Maß bei der Schätzung der Windstärke auf See.

Mehr als die reine Beschreibung führt die Messung charakteristischer Größen der Wellen zum Verständnis des Anwachsens der Wellen mit dem Wind. Besonders wichtig ist die aus den Beobachtungen abgeleitete Beziehung zwischen der Steilheit der Wellen $\delta = H/\lambda$ und dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit *c* und der Geschwindigkeit *W* des Windes ($\beta = c/W$). Junger Seegang besitzt ein kleineres β als ausgereifter. Deshalb wird β als "Alter" des Seeganges bezeichnet.

Wenn die Wellen den Initialzustand durchlaufen haben, machen sie verschiedene Entwicklungsstadien durch. Es scheinen vier Wellentypen eine bevorzugte Stellung einzunehmen:

- Kurze, aber steile Wellen, deren Fortschrittsgeschwindigkeit c = 1/3 Wist. Sie gehen im großzügigen Wellenprofil als dessen aufgesetzte Rauhigkeit verloren. Für den Seefahrer spielen sie keine Rolle, aber bei der Energieübertragung kommt ihnen große Bedeutung zu.
- Längere und flachere Wellen, als die des ersten Typs, deren Steilheit δ mit dem Alter β abnimmt. Sie arbeiten sich bei anhaltendem Wind aus dem Wellengemisch des ersten Typs heraus. Es sind die "Seen", die den Seemann in erster Linie interessieren, da sie die Fahrt des Schiffes beeinflussen. Sie erreichen im ausgereiften Zustand eine bestimmte maximale Steilheit. Darüber werden sie instabil und bilden die Brecher, die kleineren Schiffen gefährlich werden können. In diesem Stadium der überbrechenden "Seen" entsteht ein dritter Wellentyp, nämlich:
- Lange, flache Wellen von konstanter Steilheit, in denen c = 1,37 W ist. Da ihnen die "Seen" überlagert sind, fallen sie dem wenig geübten Beobachter nicht immer auf. Da ihre Fortschrittsgeschwindigkeit größer als die Windgeschwindigkeit ist, eilen sie dem Windgebiet, in dem erzeugt werden, voraus. Als so genannte Dünungswellen können sie weite Seeräume durchlaufen und der Anlass zur Brandung an entfernten Küsten werden.
- NEUMANN (1952) beobachtete im Nordatlantischen Ozean einen vierten Wellentyp, dessen c = W ist, der somit eine "Zwischenwelle" zwischen den "Seen" und der "Dünung" darstellt.

Die Frage, ob es drei oder vier Wellentypen sind, die im ausgereiften Zustand des Seeganges zu einer bestimmten Windgeschwindigkeit gehören ist nicht immer eindeutig zu entscheiden, denn Höhe und Periode der Wellen hängen nicht nur von der Windgeschwindigkeit ab. Auch die Zeit, die der Wind wirkt – Wirkdauer t genannt – und die Strecke, auf welcher der Wind wirkt, die als Wirklänge X und im englischen Sprachgebrauch als "fetch" bezeichnet wird, spielen eine Rolle. Die Verhältnisse werden noch dadurch komplizierter, dass der Wind Schwankungen aufweist und dass vor Beginn des betrachteten Windes bereits Wellen vorhanden waren.



1.5 Grundlagen der numerischen Seegangssimulation

1.5.1 Seegangssimulation mit dem "BOUSSINESQ"-Modell

Die hydrostatische Druckapproximation in den Flachwassergleichungen verhindert eine explizite Modellierung von Wellen, da der Druck unter diesen nicht hydrostatisch ist. Es ist also das Ziel, eine verbesserte Approximation für den Druck zu finden, die auch für Wellen gültig ist. Die wichtigste Druckapproximation geht dabei auf BOUSSINESQ zurück. Die im folgenden nach MALCHEREK (2000) hergeleitete explizite Lösung für den Druck liegt den s.g. BOUSSINESQ-Wellenmodellen zugrunde. Da sie, wie viele Wellenmodelle, von einem idealen Fluid ausgeht, gilt zunächst die EULER-Gleichung für den vertikalen Fall

$$\frac{\partial w}{\partial t} - u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$
 Gl. 1-56

sowie die kinematische Randbedingung an der Sohle

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} - u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y}$$
 Gl. 1-57

In erster Näherung werden in beiden Gleichungen die nichtlinearen advektiven Terme vernachlässigt

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$
 Gl. 1-58

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t}$$
 Gl. 1-59

und für die Vertikalgeschwindigkeit eine lineare Lösung der folgenden Form angenommen:

$$w = \frac{z - z_{B}}{h} \frac{\partial h}{\partial t}$$
 Gl. 1-60

mit:

 z_B = geodätische Lage der Sohle [m]

Somit gilt für z = h die linearisierte kinematische Randbedingung und für $z = z_B$ eine undurchdringliche, horizontale Sohle. Durch Einsetzen dieser Lösung in die linearisierte vertikale EULER-Gleichung ergibt sich:

$$\frac{z - z_{B}}{h} \left(\frac{\partial^{2} h}{\partial t^{2}} - \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^{2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$
 Gl. 1-61

Im weiteren werden Produkte von Ableitungen vernachlässigt, so dass folgt:

$$\frac{z - z_{\rm B}}{h} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$
 Gl. 1-62

Um einen expliziten Ausdruck für den Druck in Abhängigkeit von z zu erhalten, wird Gl. 1-61 über z integriert:

$$\frac{p(z)}{\rho} = g(z_s - z) + \left(\frac{z_s^2 - z}{2h} - \frac{z_s - z}{h} z_B\right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$
Gl. 1-63

mit:

 z_s = Lage der freien Oberfläche [m]

 z_B = geodätische Höhe der Sohle [m]

h = Lage des Ruhewasserspiegels [m]

Der Druck in einem Oberflächengewässer besteht aus einem hydrostatischen und einem Wellenanteil. Dieser ist proportional zur Beschleunigung der freien Oberflache und nimmt zur Gewässersohle hin quadratisch zu. Dort erreicht er den Maximalwert:

$$p(z_{B}) = \rho h \left(g + \frac{1}{2} \frac{\partial^{2} h}{\partial t^{2}} \right)$$
 Gl. 1-64

Durch Einsetzen der gewonnenen Druckapproximation in die horizontalen tiefenintegrierten Impulsgleichungen folgt zunächst:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = -g\frac{\partial z_s}{\partial x} - \left(\frac{z_s^2 - z^2}{2h} - \frac{z_s - z}{h}z_B\right)\frac{\partial^3 h}{\partial t^2 \partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{z_s^2 - z^2}{2h} - \frac{z_s - z}{h}z_B\right)\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad \text{Gl. 1-65}$$

Der letzte Term auf der rechten Seite wird in erster Näherung vernachlässigt, da er das Produkt zweier Ableitungen enthält. Die Mittlung über die Vertikale reduziert den Ausdruck dann zu

$$-\frac{1}{\rho}\int_{z_{\rm B}}^{z_{\rm S}}\frac{\partial p}{\partial x}dz = -g\frac{\partial z_{\rm S}}{\partial x} - \frac{h}{3}\frac{\partial^3 h}{\partial t^2 \partial x}$$
 Gl. 1-66

In Gl. 1-64 erscheinen Zeitableitungen der zweiten Ordnung, die mathematisch den Wellencharakter der simulierten Strömung repräsentieren. Durch Integration der entstandenen Gleichungen über die Tiefe entstehen die sog. BOUSSINESQ-Wellenmodelle von denen es inzwischen eine Vielzahl von Varianten gibt. Allen Modellen ist aber gemeinsam, dass ihre Lösung, aufgrund des aufwendigen Algorithmus einen sehr großen numerischen Aufwand erfordert.

1.5.2 Seegangssimulation mit dem "ELLIPTIC MILD-SLOPE"-Modell

Das Berechnungsverfahren basiert auf der "mild-slope"-Gleichung, die 1972 von BERKHOFF aufgestellt wurde. Der Name der Gleichung leitet sich aus der Annahme ab, dass die Sohle sehr schwach geneigt ist. Spätere Untersuchungen haben aber ergeben, dass die Anwendbarkeit Neigungen bis 1:3 einschließt. Sogar für steilere Neigungen als 1:3 liefert die Berechnung eine qualitativ richtige Darstellung des Wellenfeldes.

Das Modellierungsziel der Mild-Slope-Modelle ist die Einbeziehung einer variablen Topographie, um die Transformation von Welleneigenschaften bei ihrer Ausbreitung über natürlichen Böden zu erfassen. Die korrekte Lösung wäre die Verwendung der exakten kinematischen Randbedingung an der Gewässersohle in den Grundgleichungen der linearen Wellentheorie. Bis heute wurde hierfür aber keine analytische Lösung gefunden. Bei Mild-Slope-Modellen wird angenommen, dass die Potentialgleichung auch für variable Topographien gültig ist, die Wassertiefe *h* also veränderlich ist und es wird eine hierzu passende Differentialgleichung gesucht. Das Ergebnis dabei wird umso richtiger, je geringer die Sohlneigungen sind.

Zur Herleitung wird der Einfachheit halber von einem zweidimensionalen Wellenproblem ausgegangen, die Welle breitet sich also nur in x-Richtung aus. Für diesen Fall lautet die LAPLACE-Gleichung:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$
 Gl. 1-67

Ferner wird das Geschwindigkeitspotential in der komplexen Form angesetzt:

$$\Phi = -\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{g}}{\omega} \cdot \frac{\cosh \mathbf{k} (\mathbf{h} + \mathbf{z})}{\cosh \mathbf{k} \cdot \mathbf{h}} \cdot \mathbf{e}^{i\omega t}$$
Gl. 1-68

Da die LAPLACE-Gleichung nicht zeitabhängig ist, werden zunächst die zeitabhängigen Anteile des Geschwindigkeitspotentials abgespalten:

 $\Phi = \varphi \ e^{i\omega t}$ Gl. 1-69

Die neue Funktion φ ist nicht zeitabhängig und erfüllt die LAPLACE-Gleichung ebenfalls. Das Geschwindigkeitspotential erfüllt die Gleichungen der linearen Wellentheorie, die wiederum voraussetzen, dass die Sohle keine Gradienten besitzt, also horizontal ebenerdig ist. Ziel ist es aber, die Gültigkeit der Potentialfunktion und der LAPLACE-Gleichung für eine ortsvariable Sohle zu erreichen. Also wird der Potentialfunktion ein Freiheitsgrad hinzugefügt. Hierzu wird der Term $a \cdot e^{ikx}$ durch eine willkürliche Funktion η ersetzt, für den eine Bestimmungsgleichung gefunden werden muss.

$$a \cdot e^{i\omega t} = \eta$$
 Gl. 1-70

Zur besseren Übersichtlichkeit gilt

$$f(x, z, t) = -\frac{\cosh k (h + z)}{\cosh k \cdot h}$$
 Gl. 1-71

wodurch das Geschwindigkeitspotential wie folgt geschrieben werden kann:

$$\varphi = \frac{g\eta}{\omega} f$$
 Gl. 1-72

Die Bestimmungsgleichung für η ergibt sich durch Einsetzen von φ in die LAPLACE-Gleichung. Dabei gilt für die zweiten Ableitungen von Φ :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{g}{\omega} \left(f \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \eta \frac{\partial f}{\partial h} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)$$
Gl. 1-73

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{g}{\omega} k^2 \eta f$$
 Gl. 1-74

Einsetzen in die LAPLACE-Gleichung führt insgesamt zu Gl. 1-75.

$$f\frac{\partial^{2}\eta}{\partial x^{2}} + 2\frac{\partial f}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \eta\frac{\partial^{2}f}{\partial h^{2}}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2} + \eta\frac{\partial f}{\partial h}\frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}} + \frac{g}{\omega}k^{2}\eta f = 0$$
Gl. 1-75

Da die Neigung der Sohle sehr gering ist, kann der dritte Term vernachlässigt werden. Ebenso soll die Steigungsänderung und somit der vierte Term vernachlässigbar sein:

$$f\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2\frac{\partial f}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{\omega}k^2\eta f = 0$$
Gl. 1-76

Nach Multiplikation der Gleichung mit f lassen sich die ersten beiden Terme mit Hilfe der Produktregel zu einem einzigen zusammenfassen:

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot f^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{\omega} k^2 \eta f^2 = 0$$
 Gl. 1-77

Durch Integration über die Vertikale wird erreicht, dass f nicht mehr von der Vertikalkomponente z abhängig ist.

$$\begin{aligned} \int_{z_B}^{z_S} \frac{\partial}{\partial x} \cdot f^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{\omega} k^2 \eta f^2 \, dz &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gl. 1-78} \\ \text{mit:} \\ z_B &= \text{geodätische Höhe der Sohle [m]} \\ z_S &= \text{Lage der freien Oberfläche [m]} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Integrationsformel Gl. 1-79 und der Dispersionsbeziehung folgt

$$\int_{z_{B}}^{z_{S}} \frac{\cosh^{2} k(z - z_{B})}{\sinh^{2} kh} dz = \frac{1}{2k} \frac{c_{GR}}{c} \frac{\sinh 2 kh}{\sinh^{2} kh} = \frac{c_{GR}}{c k} \coth kh = \frac{c_{GR}}{c} \frac{g}{\omega^{2}}$$
Gl. 1-79
Gl. 1-79
Gl. 1-79
Gl. 1-80

und kann schließlich gezeigt werden, dass gilt:

Mild-Slope-Gleichung

div
$$\mathbf{c} \cdot \mathbf{c}_{\text{GR}} \text{ grad } \eta + \omega^2 \frac{\mathbf{c}_{\text{GR}}}{c} \eta = 0$$
 Gl. 1-81

In der sog. Mild-Slope-Gleichung (Gl. 1-132) erscheint entweder die Frequenz ω oder die Wellenzahl *k* direkt oder indirekt in der Gruppengeschwindigkeit c_{GR} als zu spezifizierender Parameter. Einen dieser Werte muss der Benutzer also vorgeben, der andere wird dann mit Hilfe der Dispersionsbeziehung berechnet. Die Mild-Slope-Gleichung gilt jeweils für eine bestimmte Wellenperiode, die vom Benutzer vorgegeben werden muss. Um ein Spektrum von Wellen zu simulieren, wird das Mild-Slope-Modell für die verschiedenen Frequenzanteile gelöst und aus den einzelnen Lösungen zusammengesetzt.

$$\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{t}) = -\eta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{g}{\omega} \cdot \frac{\cosh \mathbf{k} (\mathbf{z} - \mathbf{z}_{\mathrm{B}})}{\cosh \mathbf{kh}} \cdot e^{i\omega t}$$
 Gl. 1-82

Die örtliche Verteilung der Wellenamplitude ist der Betrag von η . Aus dem, durch Rückwärtssubstitution erhältlichen Geschwindigkeitspotential (Gl. 1-133) können die dreidimensionalen Orbitalgeschwindigkeiten, der Druck und die freie Oberfläche bestimmt werden. Das Ergebnis der Mild-Slope-Modellierung ist die raum- und zeitauflösende Erfassung der Wellenbewegung.

1.5.3 Vergleich der Modelle

Die Verwendung beider Modelle liefert grundsätzlich gute Ergebnisse. Die Berechnung mit dem BOUSSI-NESQ-Modul ist allerdings mit einem größeren numerischen Aufwand verbunden, der in einer erheblich längeren Rechenzeit deutlich wird.

Da die Mild-Slope-Theorie aus der idealen, linearen, rotationsfreien Wellentheorie abgeleitet wird, erfasst sie weder viskose Impulsdiffusion und -dissipation, noch die Wirkung der Strömung auf die Wellenausbreitung. Der größte praktische Nachteil ist die sehr feine notwendige räumliche Diskretisierung. Der dadurch verbundene Rechenaufwand beschränkt die Anwendung der Mild-Slope Modellierung auf entsprechend kleine Gebiete.

Eine direkte Seegangssimulation, die eine Reduktion auf Einzelwellen vermeidet ist nur mit BOUSSINESQ-Modellen möglich. Diese modellieren aber auch die Strömung und sind daher für die wissenschaftliche Integration von Prozessen zur einfachen Modellierung von Geosystemen nicht geeignet. Ferner werden BOUSSINESQ-Modelle derzeit durch dreidimensionale nicht-hydrostatische Modelle verdrängt, die trotz ihrer höheren Dimensionalität algorithmisch mit einem geringern Rechenaufwand bei größerer Allgemeinheit verbunden sind.

1.6 Rechenhinweise

1.6.1 Gradient eines Skalarfeldes

grad f =
$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Der Gradientenvektor überführt ein Skalarfeld in ein Vektorfeld. Er steht senkrecht auf den Flächen gleichen Wertes. Dies ist gleichzeitig die Richtung der größten Änderung. Isoflächen sind dadurch gekennzeichnet, dass sich in ihnen der Wert nicht ändert, d.h. df = 0 gilt.

1.6.2 Divergenz eines Verktorfeldes (Quellendichte)

div
$$\vec{g} = \nabla \bullet \vec{g} = \frac{\partial g_x}{\partial x} + \frac{\partial g_y}{\partial y} + \frac{\partial g_z}{\partial z}$$

Die Divergenz kann auch als Quellendichte interpretiert werden. Der Operator überführt ein Vektorfeld in ein Skalarfeld. Ist div f > 0, so divergieren die Vektorpfeile. Der Operator wird bei der Formulierung des Kontinuitätsgesetzes benötigt.

1.6.3 Rotation eines Vektorfeldes (Wirbeldichte)

$$\operatorname{rot} \vec{g} = \nabla \times \vec{g} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ g_{x} & g_{y} & g_{z} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_{z}}{\partial y} - \frac{\partial g_{y}}{\partial z} \\ \frac{\partial g_{x}}{\partial z} - \frac{\partial g_{z}}{\partial x} \\ \frac{\partial g_{y}}{\partial x} - \frac{\partial g_{x}}{\partial y} \end{vmatrix}$$

Die Rotation kann auch als Wirbeldichte anschaulich interpretiert werden. Sie überführt ein Vektorfeld in ein anders Vektorfeld. Wirbelfreiheit ist erforderlich für die Existenz eines Potentials.

1.6.4 Der ∇ - Operator (Nabla-Operator)

Er wird folgendermaßen definiert:

$$\nabla = \sum_{k=1}^{n} \vec{e}_{k} \cdot \frac{\partial}{\partial x_{k}} \text{ im } \Re^{n} \sum_{k=1}^{n} \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_{x} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_{y} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_{z}$$

es gelten die folgenden Rechenregeln:

$$\nabla \mathbf{f} = \operatorname{grad} \mathbf{f}$$

$$\nabla \bullet \vec{\mathbf{v}} = \operatorname{div} \vec{\mathbf{v}}$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{v}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_{x} & \vec{\mathbf{e}}_{y} & \vec{\mathbf{e}}_{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \mathbf{v}_{x} & \mathbf{v}_{y} & \mathbf{v}_{z} \end{vmatrix} = \operatorname{rot} \vec{\mathbf{v}}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \mathbf{f}) = \Delta \mathbf{f}$$

$$(\nabla \cdot \nabla) \vec{\mathbf{v}} = \Delta \mathbf{v}_{x} \vec{\mathbf{e}}_{x} + \Delta \mathbf{v}_{y} \vec{\mathbf{e}}_{y} + \Delta \mathbf{v}_{z} \vec{\mathbf{e}}_{z} = \Delta \vec{\mathbf{v}}$$

Es handelt sich um einen Differentialoperator, es sind also die Regeln der Differentiation anzuwenden. Es handelt sich um einen Vektor, es sind also die Regeln der Vektorrechung anzuwenden.

1.7 Schrifttum

ALONSO, M.; FINN, E. J. (1967)

University Physics, Vol. II - Fields and Waves, London, 1967

BLUE, R. L.; JOHNSON, J. W. (1949)

Diffraction of Water Waves Passing through a Breakwater Gap, Transactions, Geophysical Union, 1949

BOUWS, W. U.A. [MITARB.] (1987)

Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water; GKSS-Forschungszentrum Geesthacht GmbH, 1987

CARR, J. H.; STELZENRIEDE, M. E. (1952)

Diffraction of Water Waves by Breakwaters, Proceedings, Symposium of Gravity Waves, NBS Circular521, 1952

CERC (1984)

Shore Protection Manual, Coastal Engineering Research Centre, Washington, 1984

DAEMRICH, K.-F. (1978)

Diffraktion gebeugter Wellen - Ein Beitrag zur Berechnung der Wellenunruhe in Häfen, Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen, Hannover, Heft 47, 1978

DAEMRICH, K.-F. (1996)

Diffraktion und Reflexion von Richtungsspektren mit linearen Überlagerungsmodellen, Festschrift Prof. Partenscky, Hannover, 1996

DHI (1996)

MIKE 21, Elliptic Mild-Slope Wave Module (Version 2.6), User Guide and Reference Manual, Danish Hydraulic Institute, 1996

DHI (1996)

MIKE 21, Wave Dynamics, Boussinesq Wave Module (Version 2.6), User Guide and Reference Manual, Danish Hydraulic Institute, 1996

DIETRICH, G. (1975)

Allgemeine Meereskunde - Eine Einführung in die Ozeanographie, Gebrüder Borntraeger, Berlin (1975)

EAK (1993)

Empfehlungen für die Ausführung von Küstenschutzwerken, "Die Küste", Heft 55, 1993

EGGERT, W.-D. (1983)

Diffraktion und Wellentransmission an Tauchwänden endlicher Länge, Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen, Hannover, Heft 56, 1983

GODA, Y. (1985)

Random Seas and Design of Maritime Structures, University of Tokyo Press, 1985

HASSELMANN, K. ET AL. (1973)

Measurements of Wind-Wave Groth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Projekt (JONSWAP), Dt. hydrogr. Z., Suppl. a, 1973

JEFFREYS, H. (1952)

The Earth, 3rd Edition Cambridge, 1952

KITAIGORODSKII, S.A.; KRASITZKII, V.P.; ZASLAVSKII, M.M. (1975)

On Phillips Theory of Equilibrium Range in the Spectra of the Wind Generated Gravity Wave; J. Fluid.Mech. 4, 426 - 434, 1975

LECHER, K.; LÜHR, H.-P.; ZANKE, U.C.E. (HRSG.)

Taschenbuch der Wasserwirtschaft, 8. völlig neubearbeitete Auflage, Parey Buchverlag Berlin, 2001

MALCHEREK, A. (2000)

Physik und Numerik der Oberflächengewässer, Bundesanstalt für Wasserbau, Außenstelle Küste, Hamburg, 2000

MITSUYASU, H. (1975)

Observation of the directional Spectrum of Ocean Waves using a Cloverleaf Buoy, Jour. Physical Oceanogr. Vol. 5, No. 4, 1975

MORSE, P. M.; RUBINSTEIN, P. J. (1938)

The Diffraktion of Waves by Ribbons and by Slits, Physical Review, 1938

NEUMANN, G. (1941)

Eigenschwingungen der Ostsee, Deutsche Seewarte 1941

OUMERACI, H. (2001)

Kapitel 12 - Küsteningenieurwesen, Taschenbuch der Wasserwirtschaft, Parey Buchverlag Berlin, 2001

PENNEY, W. G.; PRICE, A. T. (1952)

Part 1. The Diffraction Theory of Sea Waves and the Shelter Afforded by Breakwaters, Philosophical Transaction of the Royal Society, London, 1952

PERRIE, W. (1998)

Nonlinear Ocean Waves, Advances in Fluid Mechanics, Vol. 17, Computational Mechanics Publications, Southampton Boston, 1998

PHILLIPS, O.M. (1977)

The Dynamics of the Upper Ocean, 2nd ed., Cambridge University Press, 1977

PIERSON, W.J.; MOSKOWITZ, L. (1964)

A Proposed Spetral form for fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., Vol. 69, 1964

ROLL, U. (1952)

Neue Messungen zur Entstehung der Wasserwellen durch Wind, 1952

ROSEMEIER, G. (2000)

Sicherheit von Bauwerken unter Wind und Wellenbelastung, Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover, 2000

SCHADE, D. (1991)

Untersuchungen über das Wellenklima an einer Brandungsküste unter Einschluss der Richtungsstruktur des Seegangs, dargestellt am Beispiel der Insel Sylt, Mitteilungen des Franzius-Institut, Heft 71, 1991

SILVESTER, R. (1974)

Coastal Engineering I, Generation, Propagation and Influence of Waves, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1974

SILVESTER, R. (1974)

Coastal Engineering II, Sedimentation, Estuaries, Tides, Effluents and Modelling, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1974

SOBEY, R. J.; JOHNSON, T. L. (1986)

Diffraktion Patterns Near Narrow Breakwater Gaps, Journal of Waterway, Ports, Coastal and Ocean Engineering, Vol.112, No. 4, 1986

SOMMERFELD, A. (1896)

Mathematische Theorie der Diffraktion, Mathematische Annalen, 1896

STOKES, G. G. (1847)

On the Theory of Oscillatory Waves. Trans. Cambridge. Phil. Soc., 1847

VAN DER MEER, J.W. (1991)

Stability and Transmission at Low-Crested Structures, Waterloopkundig Lab. te Delft (Netherlands)

WALTER, B. (1997)

http://www.first.gmd.de/persons/bwalter/html/report/node6.html

WIEGEL, R. L. (1962)

Diffraction of Waves by a Semi-Infinite Breakwater, Journal of Hydraulics Div., ASCE 88, 1962

WINKEL, N. (1994)

Modellierung von Seegang in extremem Flachwasser, Hamburg, 1994

YOUNG, I. R. (1999)

Wind Generated Ocean Waves; University of Adelaide, Australia; Elsevier Ocean Engineering Book Vol. Series, 2, 1999

2 Seegangstransformation

ABBILI	DUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS	
SYMBO	DLVERZEICHNIS	
2.1	Einleitung	
2.2	Wassertiefenabhängige Veränderung der Wellenlänge und	
	Fortschrittsgeschwindigkeit nach der linearen Wellentheorie	
2.3	Shoaling	
2.4	Brechen der Wellen	
2.5	Refraktion	
2.5.1	Das Orthogonalenverfahren	
2.5.2	Vereinfachte Verfahren bei Annahme paralleler Tiefenlinien	
2.5.3	Refraktion von natürlichem Seegang	
2.6	Wellenreflektion	
2.6.1	Totalreflektion bei senkrechtem Wellenangriff (zweidimensionaler Fall)	
2.6.2	Teilreflektion	
2.6.3	Reflektion bei schrägem Wellenangriff und begrenzter Bauwerkslänge (MACH-	
	Reflektion)	
2.7	Wellenauflauf	
2.7.1	Bemessung für den Referenzfall	
2.7.2	Einfluss des naturnahen Seegangs	
2.7.3	Einfluss einer veränderlichen Deichneigung	
2.7.4	Einfluss der Oberflächenrauheit	
2.7.5	Einfluss der Wellenangriffsrichtung	
2.8	Wellentransmission	
2.8.1	Geschüttete (permeable) und undurchlässige (impermeable) trapezförmige	
	Bauwerke	
2.8.2	Tauchwände	
2.9	Wellendiffraktion	
2.9.1	Diffraktion nach der linearen Wellentheorie	
2.9.2	Diffraktion in natürlichem Seegang	
2.10	Schrifttum	

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abb. 2-1:	Wellenverformung bei abnehmender Wassertiefe Breite des Wellenkamms $b = b_0 = konstant$, Theorie der Wellen mit kleiner Amplitude, $H/\lambda < 0,142 \cdot tanh (K \cdot h), h_0/\lambda_0 > 0,50; C, L_0, H_0, h_0 = Wellencharakteristiken im$ Tiefwasser [nach CERC, 1984]
Abb. 2-2:	Arbeitsdiagram zur Ermittlung der Wellenlänge λ oder der Wellengeschwindigkeit c im Übergangsbereich
Abb. 2-3:	Shoaling-Diagramm für nichtlineare Wellen [GODA, 1985]2-12
Abb. 2-4:	Brechereigenschaften der Wellen: Wellenhöhe im Brechpunkt [CERC, 1984]2-13
Abb. 2-5:	Brechereigenschaften der Wellen: Wassertiefe im Brechpunkt [CERC, 1984]2-14
Abb. 2-6:	Schematische Darstellung typischer Brecherformen und Bezeichnungen [Fotos aus WIEGEL, 1964]
Abb. 2-7:	Diagramme zur Abschätzung der Wellenhöhen in der Brecherzone, Strandneigung 1:30 [GODA, 1985]2-16
Abb. 2-8:	Luftbild von Wellen an der Küste von Kalifornien [WIEGEL, 1964]2-17
Abb. 2-9:	Schematisches Wellenbild der Luftaufnahme von Abb. 2-8 [WIEGEL, 1964]2-17
Abb. 2-10:	Schematische Darstellung von Refraktionsvorgängen an unregelmäßigen Küsten (nach CERC, 1984)2-18
Abb. 2-11:	Erläuterung zum SNELLschen Gesetz
Abb. 2-12:	Refraktionskoeffizient K _r und Richtungsänderung bei parallelen Tiefenlinien (DEAN und DALRYMPLE, 1991 nach CERC, 1984)2-21
Abb. 2-13:	Veränderung der Wellenhöhe durch Refraktion und Shoaling ($K_r \cdot K_s$) und Richtungsänderung bei parallelen Tiefenlinien (DEAN und DALRYMPLE, 1991 nach CERC, 1984)
Abb. 2-14:	Refraktionskoeffizient von natürlichem Seegang an Küsten mit geraden, parallelen Tiefenlinien (GODA, 1985)2-22
Abb. 2-15:	Veränderung der mittleren Richtung des natürlichen Seegangs durch Refraktion an Küsten mit geraden, parallelen Tiefenlinien (GODA, 1985)2-23
Abb. 2-16:	Vergleich der Wasserteilchenbewegung in fortschreitenden und stehenden Wellen (nach SILVESTER, 1974)2-25
Abb. 2-17:	Schematische Darstellung einer stehenden Welle vor einer senkrechten Wand2-25
Abb. 2-18:	Wellenhöhenverteilung im Reflexionsbereich (Beispiel: Wellenanlaufrichtung 20°)2-27
Abb. 2-19:	Geometrische Randbedingungen der Wellenfelder (Beispiel: Wellenanlaufrichtung 20°)2-27
Abb. 2-20:	Wellenhöhen an der Bauwerksvorderseite bei verschiedenen Anlaufrichtungen
Abb. 2-21:	Schematische Darstellung der Wellenauflaufes2-30

Abb. 2-22:	Typische Wellenspektren an der Nordseeküste (NIEMEYER ET AL., 1995)	2-31
Abb. 2-23:	Definition der mittleren Deichneigung α für ein konvexes (links) und ein konkaves (rechts) Deichprofil [EAK, 2002]	2-32
Abb. 2-24:	Berücksichtigung einer Berme im Deichquerschnitt bei der Ermittlung der Deichneigung α (links) und der wirksamen Bermenlänge L _{Berme} (rechts) [EAK,	
	2002]	2-32
Abb. 2-25:	Definition des Wellenangriffswinkel θ	2-35
Abb. 2-26:	Definitionsskizze zur Wellentransmission an geschütteten und durchlässigen, trapezförmigen Bauwerken (aus EAK, 1993)	2-37
Abb. 2-27:	Vereinfachender Ansatz im Vergleich zu Versuchsergebnissen	2-37
Abb. 2-28:	Definitionsskizze zur Wellentransmission an Tauchwänden (aus Eggert, 1983)	2-39
Abb. 2-29:	Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit von Verbauungsgrad, Wellensteilheit und der relativen Wassertiefe für eine Tauchwand [EGGERT, 1983]	2-39
Abb. 2-30:	Diffraktion am "Channel Island Harbor"-Wellenbrecher in Kalifornien [CERC, 1984]	2-40
Abb. 2-31:	Schematische Darstellung zur Verdeutlichung der Wellenausbreitung hinter einem Hindernis und der damit notwendigen Berücksichtigung der Veränderung in y- Richtung	2-40
Abb. 2-32:	Schematische Anordnung von Wellenbrechern, die in den gebräuchlichen theoretischen Verfahren berücksichtigt werden können	2-42
Abb. 2-33:	Koordinatensystem und Bezeichnungen zur Lösung von SOMMERFELD und schematische Darstellung des Wellenkammverlaufes	2-43
Abb. 2-34:	Wellenkämme von der rechten und linken Seite eines freistehenden Wellenbrechers und Darstellung der Linien gleicher Phasendifferenz (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60°, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, $b/\lambda = 2$)	2-45
Abb. 2-35:	Schematische Darstellung zur Bestimmung der Phasendifferenz $\Delta \theta$ bei senkrechtem und schrägem Wellenangriff	2-45
Abb. 2-36:	Schematische Erläuterung der Phasendifferenz $\Delta \theta$ und der Wellenüberlagerung	2-46
Abb. 2-37:	Darstellung der Diffraktionsdiagramme für die linke und die rechte Seite des Wellenbrechers (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60 °, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, b/λ = 2)	2-46
Abb. 2-38:	Überlagertes Diffraktionsdiagramm (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60 °, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, $b/\lambda = 2$)	2-46
Abb. 2-39:	a) und b) Schwankungen der Wellenhöhe in Abhängigkeit von der relativen Öffnungsweite ($\theta = 90^{\circ}$); c) Verteilung der Abweichungen im Gesamtbereich für eine Öffnungsweite von b/ $\lambda = 3$ ($\theta = 90^{\circ}$ r/ $\lambda = 6$) [DAEMRICH 1978]	2-47
Abb 2 10.	Elliptische Zulinderkoordinaten [nach DAEMBICH 1079]	··· 2-41
1100. 2-40.	Emprisence Zymuerkoorumaten [naen DAEMKICH, 1770]	2-40

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken mit Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste **2. Seegangstransformation**

Abb. 2-41:	Diffraktions diagramm an einer Wellenbrecheröffnung für b/ λ = 2 und θ = 45° nach SOBEY und JOHNSON (1986)
Abb. 2-42:	Diffraktion an einem halbunendlichen, totalreflektierenden Wellenbrecher; Richtungsspektrum JONSWAP ($s_{max} = 10$), $\theta = 90^{\circ}$ [DAEMRICH, 2000]2-50
Abb. 2-43:	Diffraktion an einem halbunendlichen, totalreflektierenden Wellenbrecher; Richtungsspektrum JONSWAP ($s_{max} = 75$), $\theta = 90^{\circ}$ [DAEMRICH, 2000]2-51
Abb. 2-44:	Diffraktionsdiagramme an Wellenbrecheröffnungen für unregelmäßige Wellen: a) $s_{max} = 10$, $b/\lambda = 2$; b) $s_{max} = 75$, $b/\lambda = 2$; c) $s_{max} = 10$, $b/\lambda = 4$; d) $s_{max} = 75$, $b/\lambda = 4$ [CERC, 1984]
Tab. 2-1:	Definition von Tiefwasser, Übergangsbereich und Flachwasser anhand des Verhältnisses von Wassertiefe zu Wellenlänge h/λ2-9
Tab. 2-2:	Zuordnung der Brecherzahlen zu den in Abb. 2-6 dargestellten Brechertypen [GODA, 1985]2-16
Tab. 2-3:	Tabellarisches Schema zum zeichnerischen Ermitteln des Orthogonalenverlaufs
Tab. 2-4:	Charakteristische Werte bezogen auf die senkrechte Wand
Tab. 2-5:	Reduktionskoeffizienten für verschiedene Oberflächenrauheiten [EAK, 2002]2-34
Tab. 2-6:	Zusammenhang zwischen relativer Kronenhöhe R_c/H_i und Transmissionskoeffizient

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

\vec{c}_{GR}	Gruppengeschwindigkeit	m/s
$F(\vec{k})$	Energiedichte pro Flächen- einheit im Wellenzahlraum	m4
Ñ	dimensionslose Windwirk- länge	-
$\widetilde{f}_{\rm m}$	dimensionslose Frequenz des Energiedichte-	-
$(K_d)_{eff}$	maximums Diffraktionskoeffizient des einlaufenden Seegangs	-
а	Amplitude	m
a(f)	Wellenamplitude als Funk-	m
	tion der Frequenz	
В	tiefenunabhängige Kon-	-
BKR	Kronenbreite des Wellen- brechers	m
b	Breite o. Abstand	m
b	Öffnungsbreite. Wellen-	m
	brecherbreite	
b_0	Breite o. Abstand im Tief- wasser	m
с	Phasengeschwindigkeit (bzw. Wellenschnelligkeit)	m/s
c ₀	Wellenschnelligkeit im Tiefwasser	m/s
c ₁ ,c ₂	Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Medien	m/s
c _{GR}	Gruppengeschwindigkeit	m/s
Е	Wellenenergie	Nm/m ²
E _K	Energiedichte des Kitai- grordskii-Spektrums	m² s
E_{PM}	Energiedichte des Pierson- Moskowitz-Spektrums	m² s
E _{TMA}	Energiedichte des TMA- Spektrums	m² s
f	Frequenz [Hz]	1/s
F _m	Energiefluss	N/s
$\mathbf{f}_{\mathbf{m}}$	Frequenz im Maximum des	1/s
	Spektrums	
$\mathbf{f}_{\mathbf{n}}$	n-te Potenz der Frequenz f	(1/s)n]
\mathbf{f}_{P}	Peak-Frequenz	1/s
\mathbf{f}_{PM}	Pierson-Moskowitz-	1/s
	Frequenz	
g	Erdbeschleunigung	m/s^2

$G(f,\theta)$	Richtungsfunktion	-
\mathbf{G}_0	Vorfaktor, damit das Inte-	-
	gral von $G(f,\theta)$ über die	
	Richtung zu 1 wird	
Н	Wellenhöhe	m
h	Wassertiefe bzw. Lage des	m
	Ruhewasserspiegels	
H_0	Wellenhöhe im Tiefwasser	m
h_0	Wassertiefe im Tiefwasser	m
H _{1/3}	signifikante Wellenhöhe	m
H_b	Wellenhöhe im Brech-	m
	punkt der Welle	
h _b	Wassertiefe im Brechpunkt	m
	der Welle	
H_i	einlaufende Wellenhöhe	m
H_r	reflektierte Wellenhöhe	m
H _s	signifikante Wellenhöhe	m
H_t	transmittierte Wellenhöhe	m
i	$\sqrt{-1}$	
k	Wellenzahl	1/m
K'	kombinierter Diffrakti-	-
	onskoeffizient	
K'L	Diffraktionskoeffizient der	-
2	Wellen von der linken	
	Wellenbrecherseite	
K' _R	Diffraktionskoeffizient der	-
	Wellen von der rechten	
	Wellenbrecherseite	
$K_d(f,\theta)$	Diffraktionskoeffizient der	-
,	linearen Wellenkomponen-	
	ten mit der Frequenz f und	
	der Richtung θ	
K _r	Refraktionskoeffizient,	-
	Reflektionsgrad	
Ks	Shoaling-Faktor	-
K _t	Transmissionskoeffizient	-
m_0	"Fläche" des Spektrums	m²
M ₅₀	mittlere Masse	kg
m _n	n-tes Moment	m² (1/s)n
р	Druck	N/m²
r	Radius (Polarkoordinaten)	m
R _C	Wellengeschwindigkeit	m/s
	nach Energietransformati-	
	on	

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken mit Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste **2. Seegangstransformation**

R _H	Wellenhöhe nach Energie-	m	t	Zeit	s
	transformation		T_P	Peak-Periode	S
R_N	Energieeintrag durch Nor-		u	Geschw. in x-Richtung	m/s
	malspannung		U	Windgeschwindigkeit	m/s
R _T	Energieeintrag durch Tan-		u'	Beschl. in x-Richtung	m/s^2
	gentialspannung		U ₁₀	Windgeschwindigkeit im	m/s
S	frequenzabhängiger Band-	-		10 m Höhe	
	breitenparameter		ua	unterer Schwellwert des	cm/s
S(f)	spektrale Dichte	m² s		Windes	
S(f, 0)	Richtungswellenspektrum	m² s	v	Geschwindigkeit in y-	m/s
S'	Gesamtquellterm der			Richtung	
	Energietransportgleichung		v'	Beschleunigung in y-	m/s^2
S _{dis}	Energiedissipationsterm			Richtung	
\mathbf{S}_{in}	Quellterm des Energie-		V _{krit}	kritische Geschwindigkeit	m/s
	transfers an der Wasser-		W	Geschwindigkeit in z-	m/s
	oberfläche			Richtung	
Smax	Verteilungsfunktion der	-	w'	Beschleunigung in z-	m/s^2
	Energie über das Rich-			Richtung	
	tungsspektrum		Х	Windeinwirklänge (fetch)	m
\mathbf{S}_{nl}	Quellterm des Energiean-		x,y,z	kartesische Koodinaten	-
	teils durch nichtlineare		$\mathbf{Z}_{\mathbf{B}}$	geodätische Höhe der Soh-	m
	Welle-Welle-			le	
	Wechselwirkung		ZS	Lage der freien Oberfläche	m
Т	Wellenperiode	S			

Griechische Buchstaben

λ	Wellenlänge	m
λ0	Wellenlänge im Tiefwasser	m
Φ	Geschwindigkeitspotential	-
ζ	Wasserspiegelauslenkung	m
-	(Wellenprofil)	
ω	Kreisfrequenz	1/s
φ	Phasenwinkel	-
$\rho_{\rm w}$	Dichte von Wasser	kg/m³
	(0,998 g/cm ³ bei 20°)	
π	Kreiszahl (3,14)	-
ζv	vertikale Orbitalbahn	m
ξ_h	horizontale Orbitalbahn	m
Δf	Frequenzabstand der Fourier-	1/s
	Komponenten	
θ	Richtung, bezogen auf die	-
	mittlere Richtung des See-	
	gangs	
θ_0	Winkel (Polarkoordinaten)	0
α_{p}	Phillips-Konstante =0,0081	-
γ	Vergrößerungsfaktor gegen-	-
	über dem Pierson-	
	Moskowitz-Spektrums	

σ_a, σ_b	bestimmen die Breite des	
	Energiedichtemaximums	
$\phi_{\rm K}$	Kitaigorodskii-Faktor	
τ	Schubspannung	N/m²
$ ho_a$	Dichte der Luft	kg/m³
β	Strandneigung	-
ξ	Brecherkennzahl	-
ξ0	Brecherkennzahl im Tiefwas-	-
	ser	
ξ _b	Brecherkennzahl im Brecher-	-
	punkt	
α_1, α_2	Winkel im Orthogonalenver-	0
	fahren	
σ, σ'	Formelvereinfachungen in der	
	Diffraktionsberechnung	
$\Delta \theta$	Phasendifferenz, zweier über-	m
	lagerter Wellen	

2.1 Einleitung

Im Küsteningenieurwesen sind es weniger die Parameter der "ungestört" fortschreitenden Wellen im Tiefwasser, die für die funktionelle und konstruktive Planung maßgebend sind, sondern vielmehr die Parameter verformter Wellen. Diese Umformung erfolgt durch Grundberührung beim Einlaufen der Wellen in flacheres Wasser und durch Auftreffen auf künstliche oder natürliche Hindernisse. Je nach Art der Transformation können sich die Form der Welle, deren Geschwindigkeit, Höhe, Länge und Richtung sowie das Strömungsfeld unter der Welle ändern.

Unter dem Begriff Flachwassereffekte werden im allgemeinen die folgenden physikalischen Vorgänge zusammengefasst:

- Shoaling: Veränderung der Wellenlänge, Wellenhöhen und Fortschrittsgeschwindigkeit mit der Wassertiefe, durch Veränderung der Energietransportgeschwindigkeit
- Bodenreibung und Perkolation
- Refraktion: Tiefenparalleles Einschwenken der Wellenkämme
- Energieumwandlung durch Brechvorgänge als Folge der Überschreitung der Grenzsteilheit bzw. einer Wassertiefenbegrenzung
- außerdem
- Diffraktion: Beugung einer Welle an einem Hindernis nach dem Huygens'schen Prinzip unter Veränderung der Wellenhöhe. Diffraktion ist kein Fachwassereffekt, kann aber auch bei starken örtlichen Höhenänderungen, bei denen die Voraussetzungen zu der Berechnung der Refraktion nicht erfüllt sind, auftreten.

2.2 Wassertiefenabhängige Veränderung der Wellenlänge und Fortschrittsgeschwindigkeit nach der linearen Wellentheorie

Die tiefenabhängige Umformung der Wellen ist ein kontinuierlicher Prozess. Erreichen die Wellen, von See kommend, ein Gebiet, das flacher als die halbe Wellenlänge ist, werden sie umgeformt. Bei Wellenperioden von z.B. 5, 10, 15 bzw. 20 Sekunden setzt dieser Prozess bei Wassertiefen von 19,5, 78, 175,5 bzw. 312 m ein. Er drückt sich dadurch aus, dass die Orbitalbahn der Wasserteilchen von kreisförmigen in elliptische und schließlich, wenn die wassertiefe auf etwa 1/20 der Wellenlänge abnimmt, in überwiegend grad-linige Bahnen übergeht, Abb.2-1.

Die Oberflächenform der Welle bewegt sich mit der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c vorwärts. Während einer Wellenperiode T wird die Strecke einer Wellenlänge λ zurückgelegt:

$$\lambda = c \cdot T$$

Nach der linearen Wellentheorie gilt:

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi} \cdot \tanh\left(2\pi \frac{h}{\lambda}\right)}$$

Die Gleichung kann durch Einsetzen von $\lambda = c \cdot T$ in den ersten Term unter der Wurzel umgeformt werden zu:

$$c = \frac{g}{2\pi} \cdot T \cdot \tanh\left(2\pi \frac{h}{\lambda}\right)$$

Die Fortschrittsgeschwindigkeit c ist also abhängig von der Wellenlänge λ bzw. der Wellenperiode T und einem mit der Wassertiefe h veränderlichen Faktor *tanh* ($2\pi \cdot h/\lambda$). Die Größen c und λ werden kleiner mit abnehmender Wassertiefe. Die Periode T einer regelmäßigen Welle bleibt unverändert, auch beim Einlauf in das Flachwasser.

Für Werte $h/\lambda \ge 0.5$ kann *tanh* ($2\pi \cdot h/\lambda$) mit guter Näherung zu 1 gesetzt werden. Die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit ist dann nur noch von der Wellenlänge oder der Periode *T* abhängig: es liegen Tiefwasserbedingungen vor.

Um die Wellenparameter unter Tiefwasserbedingungen besonders hervorzuheben werden sie durch den Index tiefgestellte 0 gekennzeichnet, z. B. λ_0 , c_0 , Ho. Es gilt:

$$c_0 = \frac{g}{2\pi} \cdot T = 1,56 \cdot T$$
$$\lambda_0 = \frac{g}{2\pi} \cdot T^2 = 1,56 \cdot T^2$$

In sehr flachem Wasser $h/\lambda \le 0.5$ gilt: *tanh* $(2\pi \cdot h/\lambda) \approx 2\pi \cdot h/\lambda$. Damit ergibt sich die Formel für die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit näherungsweise zu:

$$c = \sqrt{g \cdot h}$$

In Anlehnung an die Grenzen der Anwendbarkeit vereinfachter Formeln werden die folgenden Bezeichnungen gewählt:

Tiefwasser	$h/\lambda \ge 0,5,$
Übergangsbereich	$0,5 \geq h/\lambda \geq 0,05$
Flachwasser	$h/\lambda \le 0,05$

Tab. 2-1:Definition von Tiefwasser, Übergangsbereich und Flachwasser anhand des Verhältnisses
von Wassertiefe zu Wellenlänge h/λ

Wellenlänge und Wellenfortschrittsgeschwindigkeit für den Übergangsbereich werden nach den vorher angegebenen Formeln berechnet. Wegen der implizit enthaltenen Wellenlänge müssen

- Tabellen (z.B. in SHORE PROTECTION MANUAL (CERC, 1984)),
- Diagramme (z.B. Abb. 2-1 oder Abb. 2-2),
- Iterationsprogramme, oder
- Näherungsformeln

benutzt werden. Eingangswerte aller Methoden sind die Tiefwasserkennwerte $c_{0, \lambda_{0, h_0}}$ einer Welle.



Abb. 2-1: Wellenverformung bei abnehmender Wassertiefe Breite des Wellenkamms b = b₀ = konstant, Theorie der Wellen mit kleiner Amplitude, $H/\lambda < 0,142$ ·tanh (K·h), h₀/ $\lambda_0 > 0,50$; C, L₀, H₀, h₀ = Wellencharakteristiken im Tiefwasser [nach CERC, 1984]



Abb. 2-2: Arbeitsdiagram zur Ermittlung der Wellenlänge λ oder der Wellengeschwindigkeit c im Übergangsbereich

2.3 Shoaling

Mit dem Einlaufen von Wellen aus dem Tiefwasser in flacheres Wasser ändert sich neben der Wellenlänge und der Fortschrittsgeschwindigkeit auch die Wellenhöhe(Abb. 2-1).

Nach der linearen Wellentheorie nimmt die Wellenhöhe zunächst bis auf 91 % der Tiefwasserwellenhöhe ab (bei $h/\lambda_o = 0,16$), steigt dann aber relativ schnell an. Der Anstieg wird durch das Brechen der Wellen begrenzt.

Die Veränderung der Wellenhöhe wird als "shoaling" bezeichnet und durch den Shoalingkoeffizienten $K_S = H/H_0$ beschrieben.

Die Gleichung für die Berechnung des Shoalingkoeffizienten K_S wird hergeleitet unter der Voraussetzung, dass der Energiefluss in unterschiedlichen Wassertiefen gleich bleibt. Der Energiefluss ist das Produkt aus der mittleren Gesamtenergie der Wellen E und der Gruppengeschwindigkeit c_{GR} , die deshalb auch als Energiegeschwindigkeit bezeichnet wird.

Für die lineare Wellentheorie ist

$$E \sim H^2$$
 und $c_{GR} = n \cdot c$ Gl. 2-1

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi \cdot h / \lambda}{\sinh(4\pi \cdot h / \lambda)} \right]$$
 Gl. 2-2

mit: Tiefwasser: n = 1/2

Flachwasser: n = 1

Der Unterschied zwischen der Gruppengeschwindigkeit c_{GR} und der Fortschrittsgeschwindigkeit c kann anschaulich gemacht werden anhand der Beobachtung einer Wellengruppe oder des Fortschreitens der Front eines Wellenfeldes.

Aus dem Vergleich des Energieflusses in unterschiedlichen Wassertiefen

$$H_1^2 \cdot c_1 \cdot n_1 = H_2^2 \cdot c_2 \cdot n_2$$
 Gl. 2-3

ergibt sich

$$\frac{\mathrm{H}_2}{\mathrm{H}_1} = \sqrt{\frac{\mathrm{n}_1 \cdot \mathrm{c}_1}{\mathrm{n}_2 \cdot \mathrm{c}_2}}$$
Gl. 2-4

Für die Veränderung der Wellenhöhe gegenüber Tiefwasserbedingungen wird mit $n_0 = 1/2$:

(Für c_0/c kann auch λ_0/λ oder $1/tanh(2\pi h/\lambda)$ eingesetzt werden).

In Abb. 2-1 ist der Shoalingkoeffizient K_S gemeinsam mit anderen Kennwerten von linearen Wellen als Funktion der relativen Wassertiefe h/λ_0 aufgetragen.

Nach Theorien höherer Ordnung und Modellversuchen mit regelmäßigen Wellen wird der Shoalingkoeffizient in sehr flachem Wasser für steilere Wellen höher als nach der linearen Wellentheorie. Abb. 2-3 zeigt ein Shoaling -Diagramm für nichtlineare regelmäßige Wellen nach SHUTO (aus GODA, 1985).



Abb. 2-3: Shoaling-Diagramm für nichtlineare Wellen [GODA, 1985]

2.4 Brechen der Wellen

Grundsätzlich kommt eine Welle dann zum Brechen, wenn die örtliche Geschwindigkeit an der Oberfläche (Orbitalgeschwindigkeit) größer wird als die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit. Für Tiefwasser ergibt sich die Grenzsteilheit, die eine Welle unter dieser Bedingung erreichen kann, zu (STOCKES 1847):

$$\frac{H}{\lambda} = \frac{1}{7} = 0,142$$
 Gl. 2-6

praktisch werden jedoch Steilheiten $H/\lambda \ge 1/10$ bis 1/15 kaum erreicht. Im Übergangsbereich wird gewöhnlich eine modifizierte Gleichung angegeben:

$$\frac{\mathrm{H}}{\lambda} = 0.142 \cdot \tanh(2\pi \cdot \mathrm{d}/\lambda)$$
 Gl. 2-7

d.h., dass die Wellen schon bei geringeren Steilheiten brechen.

Im Strandbereich, wo schließlich jede Welle bricht, wird üblicherweise ein Grenzwert der Wellenhöhe, bezogen auf die Wassertiefe angegeben. Der theoretisch, nach der Einzelwellentheorie für horizontale Sohle, ermittelt wurde zu:

$$\frac{H}{h} = 0,78$$
 Gl. 2-8

(Die weiter oben angegebene Gleichung für den Übergangsbereich konvergiert in sehr flachem Wasser gegen H/h = 0.89).



Abb. 2-4: Brechereigenschaften der Wellen: Wellenhöhe im Brechpunkt [CERC, 1984]



Abb. 2-5: Brechereigenschaften der Wellen: Wassertiefe im Brechpunkt [CERC, 1984]

An steileren Stränden und Böschungen können höhere Grenzwerte auftreten. Einen Anhalt zur Bestimmung der Wellenhöhen und Wassertiefen im Brechpunkt der Wellen (für regelmäßige Wellen) geben Abb. 2-4 und Abb. 2-5.

Das Verhältnis h_b/H_b (Abb. 2-5) kann auch nach der folgenden Gleichung bestimmt werden:

$$\frac{h_{b}}{H_{b}} = \frac{1}{b - (a \cdot H_{b} / g \cdot T^{2})}$$
Gl. 2-9
mit:
$$a = 43,75(1 - e^{-19 \cdot \beta})$$
$$b = \frac{1,56}{1 + e^{-19.5 \cdot \beta}}$$
$$\beta = Strandneigung$$

Abb. 2-6 zeigt die verschiedenen typischen Brecherformen, die sich unterscheiden hinsichtlich z.B. der Energieumwandlung (Linienbrandung – Flächenbrandung), oder der maximalen Orbitalgeschwindigkeit (Bauwerksbelastung).



Abb. 2-6: Schematische Darstellung typischer Brecherformen und Bezeichnungen [Fotos aus WIEGEL, 1964]

Grundsätzlich gilt, dass die vorgenannten Brecherkriterien für individuelle Wellen gelten. Bei der Berechnung der Kennwerte von natürlichem (unregelmäßigen) Seegang ist daher das jeweilige Verhältnis H/λ oder h/H auf die maximale Welle H_{max} , anzuwenden. Danach ergibt sich z.B. unter der Voraussetzung $H_{max}/H_{1/3} = 1,87$

für Tiefwasser: $H_{max}/\lambda = 1/7 \Longrightarrow H_{1/3}/\lambda \approx 1/13$

für Flachwasser: $H_{max}/h = 0,78 \Longrightarrow H_{1/3}/h \approx 0,42$.

Für das Brechen im Flachwasser kann ein Verhältnis $H_{max}/H_{1/3} = 1,87$ näherungsweise jedoch nur seewärts bis zum Beginn der Brecherzone angenommen werden. Im Bereich zwischen erster Brecherzone und Strand, insbesondere im strandnahen Bereich (h \rightarrow 0) können wesentlich höhere Verhältniswerte H/h gemessen werden, wobei die absoluten Wellenhöhen jedoch bereits entsprechend abgemindert sind.

Für genauere Abschätzungen sind z.B. die Diagramme aus GODA, 1985 geeignet (Beispiel Abb. 2-7 für Strandneigung 1:30), die die statistische Verteilung der Wellenparameter berücksichtigen und in die auch Informationen über die Energieumwandlung beim Wellenbrechen und Brandungsschwebungen eingehen.

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken mit Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste **2. Seegangstransformation**



Abb. 2-7: Diagramme zur Abschätzung der Wellenhöhen in der Brecherzone, Strandneigung 1:30 [GODA, 1985]

Auszug aus EAK, 1993:

Der Brechertyp regelmäßiger Wellen wird vielfach durch einen Brecherbeiwert ξ charakterisiert, der die Strandneigung β und die Wellensteilheit verknüpft. Der so genannte BATTJES-Parameter wird auch als IRI-BARREN-Zahl bezeichnet.

$$\xi = \frac{\tan\beta}{\sqrt{H/\lambda_0}}$$
 Gl. 2-10

Bezogen auf die Wellenhöhe im Tiefwasser H_0 bzw. im Brecherpunkt ergibt sich

$$\xi_0 = \frac{\tan\beta}{\sqrt{H_0/\lambda_0}} \text{ bzw. } \xi_b = \frac{\tan\beta}{\sqrt{H_b/\lambda_0}}$$
Gl. 2-11

Eine Zuordnung der Brecherzahlen zu den in Abb. 2-6 schematisch dargestellten Brecherformen ist in Tab. 2-2 angegeben.

Brechertyp	ξ0	ξ _b
Reflektionsbrecher	> 3,3	> 2,0
Sturzbrecher	0,5 bis 3,3	0,4 bis 2,0
Schwallbrecher	< 0,5	< 0,4

Tab. 2-2:Zuordnung der Brecherzahlen zu den in Abb. 2-6 dargestellten Brechertypen [GODA, 1985]

2.5 Refraktion

Mit Refraktion wird die Veränderung der Wellenanlaufrichtung (bzw. das Einschwenken der Wellenkämme) bezeichnet, wenn die Wellen schräg auf einen Küstenbereich zulaufen.



Abb. 2-8: Luftbild von Wellen an der Küste von Kalifornien [WIEGEL, 1964]



Abb. 2-9: Schematisches Wellenbild der Luftaufnahme von Abb. 2-8 [WIEGEL, 1964]

Schräg bedeutet dabei, dass die Wellenrichtungen graphisch dargestellt durch die Welnorthogonalen, nicht senkrecht zu den Tiefenlinien im Küstenbereich verlaufen, oder, betrachtet man die Wellenkämme, dass die Wellenkämme nicht parallel zu den Tiefenlinien verlaufen. (Die Wellenfortschrittsrichtung, dargestellt durch die Wellenorthogonalen, ist immer senkrecht zum örtlichen Wellenkammverlauf).

Das Einschwenken der Wellenkämme ist darauf zurückzuführen, dass der Bereich des Wellenkammes, der zuerst flacheres Wasser erreicht, wegen der mit der Wassertiefe abnehmenden Fortschrittsgeschwindigkeit gegenüber dem Bereich des Wellenkammes im tieferen Wasser zurückbleibt.

Abb. 2-9 zeigt die Refraktion von regelmäßigen Wellen an einem ebenen Unterwasserstrand. Die Abb. 2-10 zeigen schematisch Beispiele für Refraktion an unregelmäßigen Küsten.



Abb. 2-10: Schematische Darstellung von Refraktionsvorgängen an unregelmäßigen Küsten (nach CERC, 1984)

Mit der Refraktion ist nicht nur eine Richtungsänderung sondern auch eine Veränderung der Wellenhöhen verbunden. Die Abschätzung der Veränderung der Wellenhöhen durch Refraktion erfolgt unter der Annahme, dass der Energiefluss zwischen zwei benachbarten Orthogonalen gleich bleibt.

Für einen örtlichen Abstand *b* zweier Orthogonalen, die im Tiefwasser den Abstand b_0 haben, und unter den Voraussetzungen, dass $E \sim H^2$ ist und der Shoalingeinfluss gesondert betrachtet wird, kann der Refraktionskoeffizient K_r bestimmt werden:

$$H^2 \cdot b = H_0^2 \cdot b_0$$
 Gl. 2-12

$$K_{r} = \frac{H}{H_{0}} = \sqrt{\frac{b_{0}}{b}}$$
Gl. 2-13

Eine Konzentration von Orthogonalen bedeutet daher eine Vergrößerung von Wellenhöhen, eine Aufweitung entsprechend eine Abminderung.

Bei der graphischen oder rechnerischen Behandlung des Refraktionsproblems können die Gesetzmäßigkeiten aus der Optik (entsprechend linearer Wellentheorie) herangezogen werden.

2.5.1 Das Orthogonalenverfahren

Dem Orthogonalenverfahren liegt das SNELLsche Gesetz zur Lichtbrechung zugrunde:

$$\sin \alpha_2 = \frac{c_2}{c_1} \cdot \sin \alpha_1$$
 Gl. 2-14

Die Vorgänge an der Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlicher Fortschrittsgeschwindigkeit des Lichtes c_1 und c_2 (mit $c_2 < c_1$) können wie folgt beschrieben werden (Abb. 2-11):



Abb. 2-11: Erläuterung zum SNELLschen Gesetz

Bei der Refraktion von Wasserwellen ist entsprechend von den Fortschrittsgeschwindigkeiten c der Welle als Funktion der Wassertiefe auszugehen. Die Wellenorthogonalen entsprechen den Lichtstrahlen.

Die in einem Küstenbereich vorhandene kontinuierliche Änderung der Wassertiefe wird durch die Einführung von Stufen diskretisiert. Ausgehend von einem Tiefenlinienplan wird eine Stufe jeweils sinnvoll etwa mittig zwischen zwei Tiefenlinien eingeordnet. Diese Vorgehensweise erlaubt auch eine gewisse Glättung, da nicht jeder kleine "Schlenker" in einer Tiefenlinie, auf den vielleicht zufällig (oder nicht) eine Orthogonale auftrifft, charakteristisch für das Wellenverhalten ist.

Ausgehend von der Wellenrichtung im Tiefwasser werden fortlaufend die Winkeländerungen der Orthogonalen von Tiefenstufe zu Tiefenstufe gezeichnet. Die Winkel sind jeweils auf die Senkrechte zur jeweiligen Mittellinie bezogen.

Zur Durchführung der graphischen Lösung für einen konkreten Fall kann mit dem folgenden tabellarischen Schema gearbeitet werden, das insbesondere auch dann rationell ist, wenn mehrere Wellenanlaufrichtungen bei gleich bleibender Periode bearbeitet werden müssen:

h	H1X	$\frac{c}{c} = \tanh 2\pi \frac{h}{\lambda}$	e ella o elle	α	4.6
50	0,5	0,9964	0.001a		
40	6.4	0,9877			
30	0,3	0.9651	C,973I		
20	0,2	0,8884	0,9044		
5	0,15	0,8183	0,401		
ń	0.0	0.7093	0,8668		
~	0.05	0.530	0,7486		
5		0.030	0.7069		
2,5	0,025	0,3860	0,1201		

 Tab. 2-3:
 Tabellarisches Schema zum zeichnerischen Ermitteln des Orthogonalenverlaufs

Bei der Interpretation der Ergebnisse treten immer dann Schwierigkeiten auf, wenn eine starke Konzentration von Orthogonalen oder sich kreuzende Orthogonalen vorliegen. In solchen Fällen ist die Voraussetzung für die Berechnung des Refraktionskoeffizienten K_r - kein Energietransport in Kammrichtung - meist nicht erfüllt. Ähnliche Probleme können bei sehr starken Aufweitungen eintreten; im Randbereich von Inseln oder Landvorsprüngen können Diffraktionseffekte gegenüber der Refraktion überwiegen. Bei z.B. hinter Inseln auftretenden sich kreuzenden Orthogonalensystemen müssen die Wellenfelder u.U. unabhängig voneinander behandelt werden.

2.5.2 Vereinfachte Verfahren bei Annahme paralleler Tiefenlinien

• bei Ausgangspunkt im Tiefwasser:

• bei Ausgangspunkt in flacherem Wasser (der Wert Kr gibt dann die relative Veränderung zwischen dem Ausgangspunkt 1, der ja dann ggf. schon eine Refraktion erfahren hat, und dem zu untersuchenden aktuellen Punkt 2 an):

$$\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1 \cdot \frac{c_2}{c_1} = \sin \alpha_1 \cdot \frac{\tanh \frac{2\pi \cdot h_2}{\lambda}}{\tanh \frac{2\pi \cdot h_1}{\gamma \lambda}} \qquad \qquad \mathbf{K}_r = \sqrt{\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}} \qquad \qquad \mathbf{Gl. 2-16}$$



Abb. 2-12: Refraktionskoeffizient *K_r* und Richtungsänderung bei parallelen Tiefenlinien (DEAN und DAL-RYMPLE, 1991 nach CERC, 1984)



Abb. 2-13: Veränderung der Wellenhöhe durch Refraktion und Shoaling (*K*_r·*K*_s) und Richtungsänderung bei parallelen Tiefenlinien (DEAN und DALRYMPLE, 1991 nach CERC, 1984)

2.5.3 Refraktion von natürlichem Seegang

Natürlicher (unregelmäßiger) Seegang kann auf der Grundlage der linearen Überlagerung nach dem Superpositionsverfahren berechnet werden. Für parallele Tiefenlinien sind in Goda (1985) entsprechende Diagramme für Refraktionskoeffizienten K_r und Richtungsänderungen gegeben.



Abb. 2-14: Refraktionskoeffizient von natürlichem Seegang an Küsten mit geraden, parallelen Tiefenlinien (GODA, 1985)


Abb. 2-15: Veränderung der mittleren Richtung des natürlichen Seegangs durch Refraktion an Küsten mit geraden, parallelen Tiefenlinien (GODA, 1985)

2.6 Wellenreflektion

Reflektion von Wellen findet ganz allgemein statt wenn ein Wellenfeld auf ein Hindernis trifft und damit der freie Schwingungsvorgang in den Wellen gestört wird.

Ein typischer extremer Fall von Reflektion tritt an einer starren senkrechten Wand auf. Theoretisch findet eine Totalreflektion statt, d.h. dass der gesamte Schwingungsvorgang an der Reflektionsstelle ungedämpft eine Richtungsänderung nach dem Gesetz Einfallswinkel = Ausfallswinkel erfährt. Dem einlaufenden Wellenfeld wird das reflektierte Wellenfeld überlagert. Bei senkrechtem Wellenangriff entsteht ein stehendes Wellensystem (Clapotis), bei schrägem Wellenangriff eine Kreuzsee. Die Überlagerung (linear) führt bei Totalreflektion an charakteristischen Stellen zur Verdoppelung der Wasserspiegelauslenkungen (Schwingungsbäuche), an anderen Stellen zur Auslöschung (Schwingungsknoten).

2.6.1 Totalreflektion bei senkrechtem Wellenangriff (zweidimensionaler Fall)

In stehenden Wellen ist keine Fortschrittsgeschwindigkeit von Wellen wahrzunehmen, obwohl es sich um eine Überlagerung von zwei Wellenfeldern mit entgegengesetzter Fortschrittsgeschwindigkeit handelt.

Statt der Orbitalbewegung auf Kreis- oder Ellipsenbahnen schwingen die Wasserteilchen auf gekrümmten Bahnen hin und her. In Abb. 2-16 ist die Wasserteilchenbewegung in einem stehenden Wellenfeld der Orbitalbewegung in fortschreitenden Wellen gegenübergestellt.

An jeder Stelle eines Schwingungsbauches in einem stehenden Wellenfeld finden, wie an der Reflektionsstelle "senkrechte Wand", nur vertikale Wasserbewegungen statt.

Max. Wasserspiegelunterschied 2·H (Schwin-	bei:
gungsbauch)	$x = 0, \lambda/2, \lambda, \dots, n \cdot \lambda/2$
min. horizontale Geschwindigkeit	
Min. Wasserspiegelunterschied	bei:
(Schwingungsknoten)	$x = \lambda/4, 3 \cdot \lambda/4, \dots, \lambda/4 + n \cdot \lambda/2$
max. horizontale Geschwindigkeit	

Tab. 2-4: Charakteristische Werte bezogen auf die senkrechte Wand



Abb. 2-16: Vergleich der Wasserteilchenbewegung in fortschreitenden und stehenden Wellen (nach SILVESTER, 1974)



Abb. 2-17: Schematische Darstellung einer stehenden Welle vor einer senkrechten Wand

Formeln für die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in stehenden Wellen (Clapotis) nach DEAN und DALRYMPLE:

$$\Phi = \frac{H \cdot g}{2 \cdot \omega} \cdot \frac{\cosh k \cdot (h + z)}{\cosh kh} \cdot \cos kx \cdot \sin \omega t$$
Gl. 2-17

$$u = \frac{H}{2} \cdot \frac{g \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\cosh k \cdot (h + z)}{\cosh kh} \cdot \sin kx \cdot \sin \omega t$$

$$H \quad g \cdot k \quad \sinh k \cdot (h + z)$$

$$Gl. 2-18$$

$$Gl. 2-19$$

$$w = \frac{H}{2} \cdot \frac{g \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\sinh k \cdot (h + z)}{\cosh kh} \cdot \cos kx \cdot \sin \omega t$$
Gl. 2

oder:

$$u = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot \frac{\cosh k \cdot (h + z)}{\sinh kh} \cdot \sin kx \cdot \sin \omega t$$
Gl. 2-20

$$w = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot \frac{\sinh k \cdot (h + z)}{\sinh kh} \cdot \cos kx \cdot \sin \omega t$$
 Gl. 2-21

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\mathbf{H}}{2} \cdot \omega^2 \cdot \frac{\cosh \mathbf{k} \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{z})}{\sinh \mathbf{kh}} \cdot \sin \mathbf{kx} \cdot \cos \omega t$$
 Gl. 2-22

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{H}{2} \cdot \omega^2 \cdot \frac{\sinh k \cdot (h+z)}{\sinh kh} \cdot \cos kx \cdot \cos \omega t$$
 Gl. 2-23

2.6.2 Teilreflektion

An geneigten, porösen oder rauhen Bauwerken tritt Teilreflektion auf, weil ein Teil der Wellenenergie durch Wellenbrechen, Reibung, Turbulenz etc. abgegeben wird und für den Schwingungsvorgang nicht mehr zur Verfügung steht. Der Reflektionsgrad K_r wird als Verhältnis von reflektierter Wellenhöhe H_r zur anlaufenden Wellenhöhe H_i angegeben:

$$K_{r} = \frac{H_{r}}{H_{i}}$$
Gl. 2-24

In Abhängigkeit vom Reflektionsgrad K_r ergeben sich die maximalen Wasserspiegelunterschiede im Schwingungsbauch zu $(1+K_r)\cdot H_i$, die minimalen im Schwingungsknoten zu $(1-K_r)\cdot H_i$.

2.6.3 Reflektion bei schrägem Wellenangriff und begrenzter Bauwerkslänge (MACH-Reflektion)

An den Grenzen von reflektierenden Bauwerken werden wie bei der Diffraktion Streuungswellen erzeugt. Die Überlagerung von einfallenden und reflektierten Wellen (nach den Gesetzen der geometrischen Optik) mit den Streuungswellenfeldern führt insbesondere an der Reflektionsstelle (Bauwerksaußenseite) zu Wellenhöhen, die über den Wert $(1+K_r)\cdot H_i$ anwachsen.



Bei kleinen Winkeln zwischen Wellenanlaufrichtung und Richtung der Bauwerksvorderseite (etwa im Bereich von 10° bis 40°) wird dieser Effekt besonders deutlich.



Abb. 2-19: Geometrische Randbedingungen der Wellenfelder (Beispiel: Wellenanlaufrichtung 20°)

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken mit Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste **2. Seegangstransformation**



Abb. 2-20: Wellenhöhen an der Bauwerksvorderseite bei verschiedenen Anlaufrichtungen

Der Anstieg der Wellenhöhen auf Werte von mehr als dem Doppelten der Höhe der einlaufenden Wellen (bei Totalreflektion) wird auch heute noch als MACH-Reflektion bezeichnet, obwohl dieses Verhalten durch die lineare Diffraktionstheorie erklärt werden kann. Abb. 2-19 zeigt die Wellenkammsysteme die zur MACH-Reflektion führen, Abb. 2-18 die relativen Wellenhöhen in Schnitten senkrecht zur Wandachse und Abb. 2-20 den Wellenhöhenverlauf an der Bauwerksvorderseite bei unterschiedlichen Wellenanlaufrichtungen.

2.7 Wellenauflauf

Für die Ermittlung der Kronenhöhe von Deichen ist neben dem maßgebenden Bemessungswasserstand auch der Wellenauflauf z_A von Bedeutung. Die Wellenauflaufhöhe ist definiert als der senkrechte Abstand zwischen dem höchsten Punkt der Wellenauflaufzunge und dem Ruhewasserspiegel BW. Im Wellenauflauf ist der Brandungsstau als welleninduzierte Anhebung des Ruhewasserspiegels enthalten. Eine eingehende mathematische Beschreibung des Wellenauflaufvorgangs ist aufgrund der physikalischen Prozesse bei der Energieumwandlung der brechenden Wellen deterministisch nicht möglich, da Zufallsprozesse, z.B. infolge von Lufteintrag, maßgeblich am Auflaufvorgang beteiligt sind.

Für die Ermittlung der maßgebenden Wellenauflaufhöhe liegen verschiedene Berechnungsverfahren vor. Diese Verfahren bauen größtenteils auf experimentellen Untersuchungen in Wellenkanälen auf und berücksichtigen die verschiedenen, den Wellenauflauf beeinflussende Faktoren, wie:

- Bauwerksparameter Deichneigung, Vorstrandgeometrie, Oberflächenrauheit, Berme
- Seegangsparameter und Wasserstand Wellenhöhe, Wellenperiode, Richtungsstruktur des Seegangs, spektrale Eigenschaften des Seegangs, Wassertiefe vor dem Bauwerk
- Windparameter Windgeschwindigkeit, -richtung, -dauer

Bislang gibt es kein Berechungsverfahren, das in der Lage ist, alle beschriebenen Parameter zu berücksichtigen. Das zur Zeit "universellste" Verfahren, das alle genannten Parameter mit Ausnahme des Windeinflusses berücksichtigt und das im folgenden beschrieben werden soll, wurde auf der Grundlage zahlreicher Modellversuche im In- und Ausland zusammengestellt.

2.7.1 Bemessung für den Referenzfall

Das genannte Verfahren geht von folgender Auflaufformel aus, die eine Erweiterung der HUNT-Formel (HUNT, 1959) darstellt und für unregelmäßige Wellen gilt:

$$\frac{Z_{98}}{H_s} = 1.6 \cdot \xi_{0p}$$
 Gl. 2-25

mit:

 z_{98} = Auflaufhöhe, die von 2% aller Wellenaufläufe überschritten wird [m]

$$H_S$$
 = Signifikante Wellenhöhe am Deichfuß [m]

$$\xi_{0p} = \text{Brecherkennzahl} [-] \xi_{0p} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{H_S / \lambda_0}}$$

 α = Winkel der Deichaußenböschung [°]

g = Erdbeschleunigung $[m/s^2]$

- λ_0 = Wellenlänge im Tiefwasser [m]
- T_p = Wellenperiode, Peakperiode des Wellenspektrums [s]



Abb. 2-21: Schematische Darstellung der Wellenauflaufes

Gl. 2-25 stellt den Referenzfall dar, weil sie für küstennormalen Wellenangriff sowie für eine konstante undurchlässige und glatte Deichaußenböschung ohne Vorstrand und ohne Berme gilt. Durch die Umformung der Brecherkennzahl ξ_{0p} ergibt sich:

$$\xi_{0p} = \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \cdot \frac{T_p}{\sqrt{H_s}} \cdot \tan \alpha$$
 Gl. 2-26

eingesetzt in Gl. 2-25 folgt:

$$z_{98} = 1.6 \cdot \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \cdot T_{p} \cdot \tan \alpha \cdot \sqrt{H_{s}}$$
 Gl. 2-27

Gl. 2-25 wurde in den vergangenen Jahrzehnten mehrfach erweitert und führte schließlich zu folgender Wellenauflaufgleichung für Deichböschungen:

$$z_{98} = 1,6 \cdot \gamma_{f} \cdot \gamma_{\theta} \cdot \gamma_{b} \cdot \xi_{0p}$$
 Gl. 2-28

die mit Hilfe von Gl. 2-26 zu folgender Beziehung führt:

$$z_{98} = 1.6 \cdot \gamma_{f} \cdot \gamma_{\theta} \cdot \gamma_{b} \cdot \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \cdot \sqrt{H_{s}} \cdot T_{p} \cdot \tan \alpha$$
 Gl. 2-29

mit:

$$\gamma_{\rm f}$$
 = Empirischer Beiwert für den Einfluss der Böschungsrauheit [-]

 γ_{θ} = Empirischer Beiwert für den Einfluss der Wellenangriffsrichtung [-]

 $\gamma_{\rm b}$ = Empirischer Beiwert für den Einfluss einer Berme bzw. eines Knickprofiles [-]

Überschreitet die Wellenauflaufhöhe z_{98} nach Gl. 2-27 einen Wert von $(3, 2 \cdot \gamma_f \cdot \gamma_\theta \cdot \gamma_b \cdot H_s)$, so ist die Wellenauflaufhöhe z_{98} :

$$z_{98} = 3, 2 \cdot \gamma_f \cdot \gamma_\theta \cdot H_s$$
 Gl. 2-30

Dies bedeutet das der Einfluss der Wellenperiode und der Deichneigung entfallen. Die Reduktion der Wellenauflaufhöhe infolge der verschiedenen empirischen Beiwerte sollte einen Wert von 0,5 nicht unterschreiten, d.h. $\gamma_f \cdot \gamma_\theta \cdot \gamma_b \ge 0,5$. Bei Anwendung dieses Verfahrens zur Ermittlung der Wellenauflaufhöhe z_{98} ist die Abhängigkeit vom Brechertyp zu berücksichtigen. VAN DER MEER und JANSSEN (1995) empfehlen die Anwendung von Gl. 2-40 bzw. Gl. 2-41 für 0,5 < ξ_{0p} < 5,0.

Gl. 2-40 kann nur für spektralen Seegang mit einer Peakperiode verwendet werden. Häufig kommt es in der Praxis zu Überlagerungen mehrerer Windfelder bzw. infolge Wellenbrechens zu Spektren mit mehreren ausgeprägten Peaks.

2.7.2 Einfluss des naturnahen Seegangs

Gl. 2-26 wurde zur Ermittlung der Wellenauflaufhöhe für parametrisierten Seegang mit einem Peak (JONSWAP-Spektren, TMA-Spektren, PM-Spektren) ermittelt. Aufgrund der komplexen Wechselwirkungen des einlaufenden Seegangs mit der Unterwassertopographie und aufgrund von Überlagerungen verschiedener Windseen liegt Seegang mit einem Peak auf Watt- und Vorlandgebieten für Sturmflutbedingungen nicht vor, wie zahlreiche Naturmessungen zeigen (Abb. 2-22). VAN GENT (1999) und SCHÜTTRUMPF (2001) raten daher bei Wellenspektren mit mehreren Peaks von der Verwendung der Peakperiode ab und empfehlen die Verwendung von Periodenparametern ($T_{0,1}$, $T_{-1,0}$, T_m), die ein Maß für die Form des Wellenspektrums sind. Die nachfolgende Tabelle gibt Faktoren an, die bei der Wellenauflaufberechnung unter Berücksichtigung das Wellenspektrum bezeichnender Perioden- und Höhenparameter zu verwenden sind.





2.7.3 Einfluss einer veränderlichen Deichneigung

Gl. 2-25 bzw. Gl. 2-27 gelten für eine Deichböschung mit konstanter Neigung. Zahlreiche Deiche an der Küste haben eine veränderliche Deichneigung, die bei der Ermittlung der Wellenauflaufhöhe zu berücksichtigen ist. Diese Deiche können wie folgt klassifiziert werden:

- Knickdeiche mit einer oberen und einer unteren Deichneigung. Beim konkaven Deichprofil ist die steilere Deichböschung oberhalb des Knickpunktes und beim konvexen Deichprofil befindet sich die steilere Deichneigung unterhalb des Knickpunktes (Abb. 2-23).
- Deiche mit Berme (Abb. 2-24)

2.7.3.1 Definition der mittleren Deichneigung

Um den Einfluss eines Knickes auf den Wellenauflauf zu berücksichtigen, ist mit einer mittleren Deichneigung zu rechnen, die sich aus der Neigung einer Geraden durch zwei Punkte auf dem Deich ergibt, die um den Betrag $1,5 \cdot H_S$ ober- oder unterhalb des Bemessungswasserstandes auf der Böschung liegen (Abb. 2-23).



Abb. 2-23: Definition der mittleren Deichneigung α für ein konvexes (links) und ein konkaves (rechts) Deichprofil [EAK, 2002]

Eine Berme ist eine flache Neigung im Deichquerschnitt, die nicht steiler als 1:m = 1:15 ist. Zwei Bermenparameter haben Einfluss auf die Wellenauflaufhöhe z_{98} (Abb. 2-24):

- der Abstand dh zwischen Bemessungswasserstand und Bermenmitte. Für dh = 0 liegt die Berme auf der Höhe des BW.
- die Breite der Berme

Die mittlere Deichneigung α ergibt sich zu:

$$\tan \alpha = \frac{3 \cdot H_s}{L_{\text{Böschung}} - B}$$
 Gl. 2-31



Abb. 2-24: Berücksichtigung einer Berme im Deichquerschnitt bei der Ermittlung der Deichneigung α (links) und der wirksamen Bermenlänge L_{Berme} (rechts) [EAK, 2002]

2.7.3.2 Bestimmung des Reduktionsfaktors y_b

Eine Berme kann sowohl unterhalb als auch oberhalb des BW liegen. Die Reduktionswirkung auf den Wellenauflauf z_{98} ist am stärksten, wenn die Berme auf Höhe des BW ($d_h = 0$)liegt. Befindet sich die Berme um 2 H_S unterhalb oder um z_{98} oberhalb des BW, so ist der Einfluss der Berme auf den Wellenauflauf nicht mehr vorhanden und der Reduktionsfaktor $\gamma_b = 1, 0$.

Die Bermenbreite B wirkt ebenfalls reduzierend auf den Wellenauflauf. Je breiter die Berme ist, umso geringer ist der Wellenauflauf. Ist keine Berme vorhanden (B = 0), so ist der Reduktionsfaktor $\gamma_b = 1,0$.

Der Einfluss der Berme ist entsprechend folgender Beziehung zu berücksichtigen

$$\gamma_{b} = 1 - \frac{B}{L_{Berme}} \left(1 - 0.5 \left(\frac{d_{h}}{H_{S}} \right)^{2} \right)$$
Gl. 2-32

gültig für: $0.6 \le \gamma_b \le 1.0$ $-1.0 \le \frac{d_h}{H_s} \le 1.0$

Die Einflusslänge der Berme L_{Berme} folgt aus dem Abstand der beiden Punkte, die $1, 0 \cdot H_S$ ober- bzw. unterhalb der Bermenmitte auf dem Deich liegen (Kein Bezug zum Bemessungswasserstand!!!).

Liegt die Berme um mehr als $1, 0 \cdot H_S$ oberhalb des BW auf dem Deich, so wird der Reduktionsfaktor γ_b linear bis zur Höhenlage z_{98} auf $\gamma_b = 1, 0$ erhöht.

$$\gamma_{b} = 1 - 0.5 \frac{B}{L_{Berme}} \left(\frac{z_{98} - d_{h}}{z_{98} - H_{S}} \right)$$

gültig für:

$$\frac{d_{h}}{H_{S}} > 1.0$$
Gl. 2-33

Liegt die Berme um mehr als $1, 0 \cdot H_S$ unterhalb des BW, so wird die lineare Zunahme des Reduktionsfaktors bis zum zweifachen der Wellenhöhe H_S vorgenommen.

$$\gamma_{\rm b} = 1 - 0.5 \frac{\rm B}{\rm L_{Berme}} \left(2 + \frac{\rm d_{\rm h}}{\rm H_{\rm S}}\right)$$
Gl. 2-34

gültig für:

$$\frac{\mathrm{d}_{\mathrm{h}}}{\mathrm{H}_{\mathrm{S}}} < -1.0$$

Die optimale Bermenbreite folgt aus Gl. 2-32 für $d_h = 0$ und $\gamma_b = 0.6$ zu

$$\mathbf{B} = 0, 4 \cdot \mathbf{L}_{\text{Berme}}$$
 Gl. 2-35

Anmerkung:

Für den Fall, dass ein Deichprofil n Bermen enthält, muss γ_b getrennt für jede einzelne Berme nach Gl. 2-32 bestimmt werden ($\gamma_{b,i}$). Den gesamten Reduktionsfaktor erhält man als Produkt $\prod_{i=1}^{n} \gamma_{b,i}$ der einzelnen Faktoren $\gamma_{b,i}$, wobei $0,6 < \prod_{i=1}^{n} \gamma_{b,i} < 1,0$ ist. In diesem fall ist das Verhältnis (*B/L_{Berme}*) leicht zu modifizieren:

$$\frac{B}{L_{\text{Berme}}} = \frac{B_{\text{i}}}{L_{\text{Berme}} - \sum L_{\text{der anderen Berme}}}$$
Gl. 2-36

2.7.4 Einfluss der Oberflächenrauheit

Die Gl. 2-25 bzw. Gl. 2-27 gelten nur für hydraulisch glatte Böschungsoberflächen (z.B. Asphaltbeton). Zusätzliche Böschungsrauheiten (z.B. Blocksteine, Schüttsteine, etc.) vermindern infolge der erhöhten Reibung den Wellenauflauf. Hierzu liegen zahlreiche Untersuchungen vor, deren Reduktionskoeffizienten als Übersicht in Tab. 2-5 wiedergegeben sind.

Oberfläche	Reduktionskoeffizient γ_f	Referenz
Asphaltbeton	1.0	SCHULZ (1992), VAN DER
	1,0	MEER (1995, 1998)
Gras	0.9 1.0	Schulz (1992), Führböter
	0,9 - 1,0	(1991)
Vergossenes Steinschüttwerk	0,75	Pilarczyk (1998)
Pflasterung, glatt und geschlos-	1.0	Van der Meer (1998)
sen	1,0	van der Meer (1996)
Deckwerk (Basalt)	0,9	Van der Meer (1998)
Blöcke (14 cm, Breite und		
Länge a = 16 cm, Kantenab-	0,75	SCHULZ (1992)
stand 4a)		
Schüttsteine $(H_S/D_{50}) = 1,5-3$		
mit: $D_{50} = Schüttsteindurch-$	0,60	Van der Meer (1998)
messer		

 Tab. 2-5:
 Reduktionskoeffizienten f
 ür verschiedene Oberfl
 ächenrauheiten [EAK, 2002]

Die Reduktionskoeffizienten dürfen nur für $(\gamma_b \cdot \xi_{0p} \le 3,0)$ verwendet werden. Für $(\gamma_b \cdot \xi_{0p} > 3,0)$ nimmt der Einfluss der Oberflächenrauheit infolge des veränderten Brechverhaltens der Welle (Reflexionsbrecher) ab. Für $3,0 < (\gamma_b \cdot \xi_{0p}) < 0,5$ kann mit

$$\gamma_{f,\text{Reflexionsbrecher}} = \gamma_f + (1 - \gamma_f) \cdot \frac{(\xi_{0p} - 3, 0)}{2, 0}$$
 Gl. 2-37

gerechnet werden.

Über die Reduktionswirkung von Gras bestehen noch unterschiedliche Auffassungen. Frühere Untersuchungen (z.B. FÜHRBÖTER, 1991, SCHULZ, 1992)haben der auflaufreduzierenden Wirkung von Gras eine höhere Bedeutung beigemessen als in Tab. 2-5 aufgeführt. Dies kann im wesentlichen durch die verwendete künstliche Grasrauheit bei früheren Modellversuchen erklärt werden. Für Bemessungszwecke sollte eher mit dem oberen Wert in Tab. 2-5 gerechnet werden ($\gamma_f = 1,0$).

Häufig finden sich an Deichen wechselnde Rauhigkeiten (z.B. Blocksteine und Asphaltböschungen). Der resultierende Reduktionsfaktor γ_f ist über folgende Wichtungsfunktion zu bestimmen

$$\gamma_{f} = \frac{\sum \gamma_{f,i} \cdot l_{i}}{\sum l_{i}}$$
mit:

$$\gamma_{f,i} = \text{Reduktionsfaktor für die Rauheit auf der Auflaufstrecke l_{i}}$$
Gl. 2-38

Die Wichtung nach Gl. 2-38 ist über die Strecke $0,25 \cdot z_{98,glatt}$ unterhalb und $0,5 \cdot z_{98,glatt}$ oberhalb des BW durchzuführen.

2.7.5 Einfluss der Wellenangriffsrichtung

Die Wellenangriffsrichtung θ ist definiert als der Winkel zwischen der Küstennormalen und der Wellenorthogonalen und stellt einen weiteren, den Wellenauflauf beeinflussenden Faktor dar. Während frühere Untersuchungen von einer Erhöhung der Wellenauflaufhöhe (TAUTENHAIN ET AL., 1982) für kleine Wellenangriffswinkel ($\theta = 15^{\circ}$) gegenüber küstennormalem Wellenangriff ($\theta = 0^{\circ}$) ausgingen, belegen neueste Untersuchungen diese Tatsache nicht mehr (MÖLLER ET AL., 2001). Modellversuche mit kurzkämmigem Richtungsseegang und langkämmigem Seegang haben zu einer Abminderung der Wellenauflaufhöhe bei schrägem Wellenangriff geführt:

$$\gamma_{\theta} = 0.35 + 0.65 \cos \theta$$
 Gl. 2-39

mit:

 θ = Wellenangriffsrichtung [°]



Abb. 2-25: Definition des Wellenangriffswinkel θ

2.8 Wellentransmission

An teildurchlässigen oder überströmten Bauwerken (z.B. geschütteten oder massiven Wellenbrechern mit niedrig liegender Krone, Tauchwandkonstruktionen, schwimmenden Wellenbrechern) wird ein Teil der Wellenenergie transmittiert, d.h. in den "geschützten Bereich" weitergeleitet.

Im folgenden wird nur auf die Transmission an geschütteten Wellenbrechern, trapezförmigen undurchlässigen Wellenbrechern (mit dem Sonderfall Sommerdeich) und Tauchwände eingegangen.

Der Transmissionsgrad von Bauwerken wird durch den Transmissionskoeffizienten

$$\mathbf{K}_{t} = \frac{\mathbf{H}_{t}}{\mathbf{H}_{i}}$$
 Gl. 2-40

mit:

= Wellenhöhe der transmittierten Welle H

= Wellenhöhe der anlaufenden Welle Hi

beschrieben. Bei unregelmäßigem Seegang werden die entsprechenden signifikanten Wellenhöhen $H_{1/3}$ oder H_{m0} verwendet. Teilweise wird der Transmissionskoeffizient in der Literatur auch mit C_T oder κ_T bezeichnet.

2.8.1 Geschüttete (permeable) und undurchlässige (impermeable) trapezförmige **Bauwerke**

Die folgenden Ergebnisse sind den Veröffentlichungen von VAN DER MEER und D'ANGREMONT, 1991 und D'ANGREMONT et al., 1996 entnommen, die Abbildungen aus der EAK 1993, die auf der Veröffentlichung VAN DER MEER und D'ANGREMONT, 1991 aufbaut.

Ein vereinfachender Ansatz, der nur eine Abhängigkeit des Transmissionskoeffizienten K_t vom relativen Freibord R_o/H_i (Definitionsskizze Abb. 2-26) angibt ist in beiden Schrifttumsquellen gegeben:

	Relative Kronenhöhe R _c /H _i	Transmissionskoeffizient K _t
	$-2,0 < R_c/H_i$	0,8
	$-1,13 < R_c/H_i < 1,2$	$0,\!46-0,\!3\cdot R_c\!/H_i$
	$1,2 < R_c/H_i$	0,1
ah 2 6.	7usammanhang zwisahan ralatiyar	Krononhäho P /H und Tronsmissionskooffizion

Tab. 2-6: Zusammenhang zwischen relativer Kronenhöhe R_c/H_i und Transmissionskoeffizient K_t



Abb. 2-26: Definitionsskizze zur Wellentransmission an geschütteten und durchlässigen, trapezförmigen Bauwerken (aus EAK, 1993)

Der Vergleich dieses Ansatzes mit Messdaten aus hydraulischen Modellversuchen macht jedoch die mit einem solch vereinfachenden Ansatz verbundenen Unsicherheiten deutlich (Abb. 2-27).



Abb. 2-27: Vereinfachender Ansatz im Vergleich zu Versuchsergebnissen

In der Veröffentlichung von VAN DER MEER und D'ANGREMONT, 1991 wird zunächst eine verbesserte Gleichung angegeben, in der die Kronenbreite des Wellenbrechers B_{KR} und die Wellensteilheit

$$s_{0p} = \frac{2\pi \cdot H_s}{g \cdot T_p^2} = \frac{H_s}{\lambda_{0p}}$$
 Gl. 2-41

eingeht, weiterhin der nominale Steindurchmesser

$$D_{n50} = M_{50} / \rho_a$$
 Gl. 2-42

mit:

 M_{50} = mittlere Masse

 ρ_a = Wichte des Steinmaterials

Der nominale Durchmesser wurde im wesentlichen in die Gleichung eingebunden, um den besonders um $R_c/H_i = 0$ herum auftretenden Einfluss der Durchlässigkeit im Kronenbereich zu berücksichtigen. Die Formel für einen sich nicht unter Sturmbedingungen verformenden geschütteten Wellenbrecher ist wie folgt gegeben:

$$K_{t} = a \cdot R_{c} / D_{n50} + b$$
 Gl. 2-43

mit den empirischen Gleichungen für die Koeffizienten a und b:

$$a = 0,031 \cdot \frac{H_i}{D_{n50}} - 0,24$$
 Gl. 2-44

$$b = -5,42 \cdot s_{0p} + 0,0323 \cdot \frac{H_i}{D_{n50}} - 0,0017 \cdot \left(\frac{B_{KR}}{D_{n50}}\right)^{1,84} + 0,51$$
Gl. 2-45

$$\begin{split} & \text{Gültigkeitsbereich:} \\ & 1 < H_S/D_{n50} < 6 \\ & 0,01 < s_{0p} < 0,05 \\ & K_t \max = 0,75 \\ & K_t \min = 0,075 \end{split}$$

In der Veröffentlichung D'ANGREMONT et al., 1996 haben die Autoren, im wesentlichen aufbauend auf den gleichen Daten, verbesserte Gleichungen angegeben, die ohne Bezug zu D_{n50} auskommen. Damit kann die Transmission an Bauwerken mit glatter undurchlässiger Oberfläche (impermeable) und geschüttete Bauwerke (permeable) berechnet werden. Statt der Wellensteilheit s_{0p} wird in den Gleichungen der Brecherbeiwert

$$\xi = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\frac{2\pi \cdot H}{g \cdot T_{p}^{2}}}}$$
Gl. 2-46

verwendet, der auch die Böschungsneigung $tan \alpha$ enthält.

Geschüttete Wellenbrecher (permeable)

$$K_{t} = -0.4 \frac{R_{c}}{H_{si}} + \left(\frac{B_{KR}}{H_{si}}\right)^{-0.31} \cdot \left(1 - e^{-0.5\xi}\right) \cdot 0.64$$
Gl. 2-47

Undurchlässige Wellenbrecher (impermeable)

$$\mathbf{K}_{t} = -0.4 \frac{\mathbf{R}_{c}}{\mathbf{H}_{si}} + \left(\frac{\mathbf{B}_{KR}}{\mathbf{H}_{si}}\right)^{-0.31} \cdot \left(1 - e^{-0.5\xi}\right) \cdot 0.80$$
Gl. 2-48

Gültigkeitsbereich: $0,075 < K_t < 0,80$

Spezielle Untersuchungen für Sommerdeiche (sehr flach geneigte Böschungen) nach MAI et al. (1998) ergaben bei gleichem Aufbau der Gleichungen den folgenden Zusammenhang:

$$K_{t} = -0.41 \frac{R_{c}}{H_{si}} + \left(\frac{B_{KR}}{H_{si}}\right)^{-0.48} \cdot \left(1 - e^{-2.59\xi}\right) \cdot 0.58$$
Gl. 2-49

2.8.2 Tauchwände

Zur Transmission an Tauchwänden wird auf die Arbeit von EGGERT, 1983 verwiesen. Es wird hier lediglich eine Definitionsskizze (Abb. 2-28) und ein Diagramm der Transmissionskoeffizienten für regelmäßige Wellen gegeben ().

Aussagen zur Transmission von unregelmäßigen Wellen können nach der Übertragungsfunktionsmethode (Superposition) aus den in Abb. 2-29 dargestellten Ergebnissen ermittelt werden.



Abb. 2-28: Definitionsskizze zur Wellentransmission an Tauchwänden (aus Eggert, 1983)



Abb. 2-29: Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit von Verbauungsgrad, Wellensteilheit und der relativen Wassertiefe für eine Tauchwand [EGGERT, 1983]

2.9 Wellendiffraktion

2.9.1 Diffraktion nach der linearen Wellentheorie

Diffraktion bezeichnet die Ausbreitung von Wellen hinter Hindernissen wie Bauwerken (Abb. 2-30) oder Landvorsprüngen, die eigentlich nicht direkt dem Seegang ausgesetzt sind.



Abb. 2-30: Diffraktion am "Channel Island Harbor"-Wellenbrecher in Kalifornien [CERC, 1984]

Dabei ändern sich die Eigenschaften entlang der *y*-Achse, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht. Zur Berücksichtigung dieser Effekte muss die Potentialgleichung um die *y*-Dimension erweitert werden. Die Grenze zwischen dem beeinflussten und unbeeinflussten Bereich wird als geometrische Schattengrenze bezeichnet (Abb. 2-31).



Abb. 2-31: Schematische Darstellung zur Verdeutlichung der Wellenausbreitung hinter einem Hindernis und der damit notwendigen Berücksichtigung der Veränderung in y-Richtung

Unter der Annahme, dass die Lösung für $\Phi(x,y,z,t)$ durch ein Produkt von Funktionen einzelner Veränderlicher beschrieben wird,

$$\Phi(t, x, y, z) = F(x, y) \cdot P(z) \cdot f(t)$$
 Gl. 2-50

kann durch Trennung der Veränderlichen eine harmonische Lösung formuliert werden, die nur noch einen unbestimmten Anteil F(x,y) enthält.

$$\Phi = -\frac{a \cdot g}{\omega} \cdot \frac{\cosh k (h + z)}{\cosh k \cdot h} \cdot e^{i\omega t} F(x, y)$$

$$(I. 2-51)$$

Durch einsetzen von Gl. 2-49 in die LAPLACE-Gleichung folgt als Bestimmungsgleichung für F(x,y) die Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + k^2 \cdot F = 0$$
Gl. 2-52

Als Beispiel sei die Lösung für ein in Richtung der *x*-Achse fortschreitendes, unbegrenztes Wellenfeld mit geraden Wellenkämmen (zweidimensionaler Fall) der Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$, der Periode $T = 2\pi/\sigma$ und der Höhe H = 2a gegeben:

$$F(x, y) = e^{-ikx}$$
 Gl. 2-53

Da F(x,y) eine Amplituden- und Phaseninformation enthält, bietet sich die komplexe Schreibweise an. Der Betrag der komplexen Funktion F(x,y) oder der maximale Wert des Realteils gibt den relativen Wert der örtlichen Wellenhöhe in Bezug auf die Ausgangswellenhöhe an.

Die LAPLACEsche Differentialgleichung und Gl. 2-50 werden oft in Polarkoordinatenschreibweise benutzt. Sie lauten dann entsprechend:

LAPLACEsche Differentialgleichung

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \left(r \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$
Gl. 2-54

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + k^2 \cdot F = 0$$
Gl. 2-55

Bei Diffraktionsproblemen sind weitere Randbedingungen zu berücksichtigen. Die Randbedingung "Wellenbrecher" wird unter der Voraussetzung formuliert, dass der Wellenbrecher eine senkrechte und undurchlässige, starre Wand ist. Wenn *n* in der *x*-*y*-Ebene die Normale auf diese Wand mit, muss die Potentialfunktion Φ und damit auch die Funktion *F* (*x*,*y*) am Wellenbrecher die Bedingung

$$\frac{\partial F}{\partial n} = 0$$
 Gl. 2-56

erfüllen.

SOMMERFELD (1896) formulierte noch eine weitere Randbedingung über das Verhalten der Lösung im Unendlichen, die SOMMERFELDsche Ausstrahlungsbedingung. Sie besagt, dass die bei der Diffraktion entstehenden Streuungswellen im Unendlichen gegen Null gehen müssen. Durch diese Randbedingung wird verhindert, dass die Lösung physikalisch unmögliche, aber mit den Randbedingungen verträgliche Anteile enthält (z.B. ein unbegrenztes System gradliniger, stehender Wellen mit einer Schwingungsbauchlinie am Wellenbrecher). Zusammenfassend kann gesagt werden, dass zur theoretischen Berechung der Differentialgleichung eine komplexe Lösungsfunktion F gefunden werden muss, die

- der Wellengleichung genügt
- die Randbedingung am Wellenbrecher und die Sommerfeldsche Ausstrahlungsbedingung erfüllt.

Die Wahl eines geeigneten Koordinatensystems ist dabei von großer Bedeutung. Es muss erreicht werden, dass sich die Randbedingung "Wellenbrecher" leicht in diesem Koordinatennetz ausdrücken lässt und dass es eine Trennung der Veränderlichen erlaubt.

Im Folgenden und wird für die dargestellten Wellenbrecheranordnungen die analytische Lösung nach der linearen Wellentheorie erläutert. Da die Näherungslösungen für den freistehenden Wellenbrecher und die einfache Wellenbrecheröffnung auf Überlagerungen von Lösungen am halbunendlichen Wellenbrecher basieren, wird die Lösung der SOMMERFELDSCHEN Gleichung nur für den halbunendlichen Fall ausführlich beschrieben.





2.9.1.1 Diffraktion an einem halbunendlichen Wellenbrecher - Lösung nach SOMMERFELD -

Bei der Diffraktion von Wasserwellen an einem halbunendlichen Wellenbrecher liegt das gleiche mathematische Randwertproblem vor wie bei der Diffraktion von polarisiertem Licht an einem halbunendlichen idealen Schirm. Vorausgesetzt ist, dass der Wellenbrecher unendlich dünn und starr ist und die Wellen durch die lineare Wellentheorie beschrieben werden können. SOMMERFELD (1896) hat für diese Randbedingungen eine mathematisch exakte Lösungsfunktion $F(r, \theta)$ angegeben:

$$F(\mathbf{r}, \theta_0) = f(\sigma) \cdot e^{-ikr \cdot (\theta_0 - \theta)} + f(\sigma') \cdot e^{-ikr \cdot (\theta_0 + \theta)}$$
Gl. 2-57

$$\sigma = 2 \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\theta_0 - \theta}{2}\right)$$
 Gl. 2-58

$$\sigma' = -2 \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\theta_0 + \theta}{2}\right)$$
 Gl. 2-59

mit:

r,
$$\theta_0$$
 = Polarkoordinaten (Radius [m], Winkel [°] (siehe Abb. 2-33)
 θ = Wellenanlaufrichtung [°]

f (
$$\sigma$$
) = $\frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-i\pi t^2/2} dt$ Gl. 2-60

$$f(\sigma') = \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma'} e^{-i\pi t^2/2} dt$$
 Gl. 2-61



Abb. 2-33: Koordinatensystem und Bezeichnungen zur Lösung von SOMMERFELD und schematische Darstellung des Wellenkammverlaufes

Die Lösungsgleichung kann über die Beziehung

 $f(\sigma) + f(-\sigma) = 1$

so umgeformt werden, dass eine Summe von Lösungsgleichungen entsteht, die die einfallenden und reflektierten ebenen Wellen und die Streuungswellen repräsentieren. Es wird unterschieden zwischen (Abb. 2-33):

- Diffraktionsbereich
- Reflektionsbereich
- übriger Bereich

Im Diffraktionsbereich bleibt die ursprüngliche Form der Lösung bestehen, im Reflektionsbereich werden $f(\sigma)$ und $f(\sigma')$ durch $1 - f(-\sigma)$ und $1 - f(-\sigma')$ ersetzt und im übrigen Bereich wird $f(\sigma)$ durch $1 - f(-\sigma)$

Gl. 2-62

ersetzt. Die sich in den verschieden Bereichen ergebenden Lösungsformeln können wie folgt interpretiert werden:

Diffraktionsbereich

$$\begin{split} F(\mathbf{r}, \theta) &= e^{-ikr \cdot \cos(\theta_0 - \theta)} \cdot \mathbf{f}(\sigma) \quad \text{Streuungswelle aus einfallender Welle} \\ &+ e^{-ikr \cdot \cos(\theta_0 + \theta)} \cdot \mathbf{f}(\sigma') \quad \text{Streuungswelle aus reflektierter Welle} \end{split}$$

Reflektionsbereich

 $F(\mathbf{r}, \theta) = e^{-ik\mathbf{r} \cdot \cos(\theta_0 - \theta)}$ einfallende Welle

 $+ e^{-ikr \cdot cos(\theta_0 + \theta)}$ reflektierte Welle

 $-e^{-ikr \cdot cos(\theta_0 - \theta)} \cdot f(-\sigma)$ Streuungswelle aus einfallender Welle

 $-e^{-ikr \cdot cos(\theta_0 + \theta)} \cdot f(-\sigma')$ Streuungswelle aus reflektierter Welle

übriger Bereich

 $F(r, \theta) = e^{-ikr \cdot \cos(\theta_0 - \theta)}$ einfallende Welle

 $-e^{-ikr\cdot cos(\theta_0-\theta)}\cdot f$ $(-\sigma)$ Streuungswelle aus einfallender Welle

 $+ \, e^{-i k r \cdot cos(\theta_0 + \theta)} \cdot f \, (\sigma') \,$ Streuungswelle aus reflektierter Welle

2.9.1.2 Diffraktion an einem freistehenden Wellenbrecher

Für einen freistehenden Wellenbrecher können Näherungslösungen durch Überlagerung der Lösung für halbunendliche Wellenbrecher angegeben werden (Abb. 2-34). Grundsätzlich gilt dabei, dass die Ergebnisse genauer sind, je länger der Wellenbrecher ist. Für $b/\lambda \ge 2$ (Verhältnis: Wellenbrecherbreite zu Wellenlänge) können die Näherungslösungen als ausreichend angesehen werden. Die approximierte Lösung ist im Bereich von über zwei Wellenlängen gültig. Im Nahbereich sollten die exakten Lösungen (SOBEY und JOHNSON, 1986) bevorzugt werden, auf deren Herleitung und genaue Beschreibung aber verzichtet wird. Hier soll lediglich das Näherungsverfahren erläutert werden. Das Verfahren von PENNY und PRICE (1952) basiert auf der Superposition von Einzellösungen. Anschaulich wird an jedem Ende des Wellenbrechers ein Diffraktionsdiagramm für die entsprechende Wellenanlaufrichtung berechnet (Abb. 2-37). Der Diffraktionskoeffizient wird aus den Komponenten beider Seiten nach der folgenden Formel überlagert (CERC, 1984).

$$\mathbf{K}' = \sqrt{\mathbf{K}'_{\mathrm{L}}^{2} + \mathbf{K}'_{\mathrm{R}}^{2} + 2 \cdot \mathbf{K}'_{\mathrm{L}} \cdot \mathbf{K}'_{\mathrm{R}} \cdot \cos \Delta \theta} \qquad \mathbf{Gl. 2-63}$$

mit:

K' = kombinierter Diffraktionskoeffizient

K'_L = Diffraktionskoeffizient der Wellen die von der linken Wellenbrecherseite ausgehen

- K'_R = Diffraktionskoeffizient der Wellen die von der rechten Wellenbrecherseite ausgehen
- $\Delta \theta$ = Phasendifferenz zwischen beiden Wellen am Untersuchungspunkt



Abb. 2-34: Wellenkämme von der rechten und linken Seite eines freistehenden Wellenbrechers und Darstellung der Linien gleicher Phasendifferenz (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60°, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, b/λ = 2)

Die Phasendifferenz $\Delta\theta$ gibt dabei an mit welcher Phasenverschiebung die zwei, zu überlagernden Wellen aufeinander treffen (Abb. 2-36). Zur Vereinfachung wird zunächst von senkrechtem Wellenangriff ausgegangen (Abb. 2-35). Da die kreisförmigen Wellen (vgl. Abb. 2-34), die von der rechten und der linken Wellenbrecherspitze ausgehen, anschaulich ausgedrückt von der gleichen einlaufenden Wellen erzeugt werden, wird davon ausgegangen, dass beide Wellen die gleiche Wellenlänge haben. Die Phasendifferenz wird gebildet, indem der Abstand zwischen der rechten bzw. linken Spitze des Wellenbrechers zum jeweiligen Berechungspunkt als ein Vielfaches der Wellenlänge ausgedrückt wird. Ausgehend von einer sinusförmigen Welle entspricht eine Wellenlänge 2π . Da laut Gl. 2-63 der Kosinus der Phasendifferenz gebildet wird, haben ganzzahlige Vielfache von 2π keinen Einfluss, lediglich der Rest stellt die Phasendifferenz dar.



Abb. 2-35: Schematische Darstellung zur Bestimmung der Phasendifferenz Δθ bei senkrechtem und schrägem Wellenangriff



Abb. 2-36: Schematische Erläuterung der Phasendifferenz $\Delta \theta$ und der Wellenüberlagerung



Abb. 2-37: Darstellung der Diffraktionsdiagramme für die linke und die rechte Seite des Wellenbrechers (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60 °, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, $b/\lambda = 2$)



Abb. 2-38: Überlagertes Diffraktionsdiagramm (Bsp.: Wellenangriffsrichtung = 60 °, Wellenbrecherbreite = 40 m, Wellenlänge = 20 m, $b/\lambda = 2$)

2.9.1.3 Diffraktion an einer Wellenbrecheröffnung

PENNY und PRICE (1952) überlagerten die SOMMERFELDschen Lösungsfunktionen von zwei halbunendlichen Wellenbrechern zu einer Näherungslösung für die Diffraktion hinter einer Öffnung bei senkrechtem Wellenanlauf. Zur Überlagerung wurde die Gesamtlösung in einfallende und reflektierte Wellen nach der geometrischen Optik und in Diffraktions- und Streuungswellen getrennt. Obwohl die nahezu kreisförmigen Streuungswellen von der Spitze des Wellenbrechers bzgl. ihrer Ausbreitungsrichtung am anderen Wellenbrecher keine Behinderung erfahren, ist die Bedingung $\partial F/\partial n = 0$ nicht exakt eingehalten. Da der Fehler mit zunehmender Entfernung von der Wellenbrecherspitze immer kleiner wird, ist dieser Lösungsansatz besonders für relativ große Öffnungsweiten ($b/\lambda > 1$) geeignet (DAEMRICH, 1978).

DAEMRICH (1978) weist zudem noch auf eine charakteristische Eigenschaft des Verfahrens von PENNY und PRICE (1952) hin, für den Fall, dass mit vereinfachten Lösungen von SOMMERFELD gearbeitet wird. Durch Vernachlässigung des zweiten Terms der SOMMERFELDschen Lösungsfunktion (Gl. 2-55) hat die Höhe der Streuungswelle in der Verlängerung des Wellenbrechers die gleiche Größenordnung wie die Welle auf der Innenseite des Wellenbrechers im Diffraktionsbereich. Da beide Anteile phasengerecht überlagert werden, schwankt die Wellenhöhe besonders im Bereich unmittelbar hinter dem Wellenbrecher sehr stark in Abhängigkeit von der Öffnungsbreite b/ λ (Abb. 2-39). Die Abweichungen zwischen beiden Lösungen sind im Bereich direkt hinter dem Wellenbrecher am stärksten und werden mit zunehmender Entfernung geringer.



Abb. 2-39: a) und b) Schwankungen der Wellenhöhe in Abhängigkeit von der relativen Öffnungsweite $(\theta = 90^\circ)$; c) Verteilung der Abweichungen im Gesamtbereich für eine Öffnungsweite von b/ $\lambda = 3$ $(\theta = 90^\circ, r/\lambda = 6)$ [DAEMRICH, 1978]

Eine exakte Lösung der Wellengleichung hinter einer Öffnung in einem Wellenbrecher wurde erst durch die Einführung von elliptischen Zylinderkoordinaten (Abb. 2-40) möglich, in denen sich der geometrische Ort "Wellenbrecher mit Öffnung" an dem die Randbedingung $\partial F/\partial n = 0$ eingehalten werden muss, leicht beschreiben lässt. Die Hyperbeln für $\eta = 0$ und $\pm \pi$ fallen zu Geraden zusammen, deren Spitzen den Brennpunktabstand *d* haben, der in diesem Fall als Öffnungsbreite *b* interpretiert werden kann. Durch Trennung der Veränderlichen ergeben sich so MATHIEU-Funktionen als Lösung, auf die hier nicht näher eingegangen wird.



MORSE und RUBINSTEIN (1938) erarbeiteten Tafeln der notwendigen MATHIEU-Funktionen und konnten erstmals numerische Ergebnisse angeben. Da jedoch für einen Teil der Funktionen Näherungswerte für große Radien benutzt werden, ist die Lösung nur in großen Entfernungen exakt. CARR und STELZENRIEDE (1951) griffen das Verfahren wieder auf, nachdem Computerrechnungen für Öffnungsweiten von 1/2, 1, 2 und 3 Wellenlängen für Wellenanlaufrichtungen von 0° bis 90° im Abstand von 15° vorlagen. Auch in diesen Rechnungen wurden die Näherungsformeln für große Entfernungen benutzt. Bei einem Vergleich der Näherungslösung von PENNY und PRICE (1952) mit den exakten Ergebnissen von CARR und STELZENRIE-DE (1952) ergab sich, dass sich die Ergebnisse sowohl tendenziell als auch quantitativ mit zunehmender Entfernung sehr gut annähern. Da die Werten nach CARR und STELZENRIEDE (1952) nur in größeren Entfernungen exakt sind, scheint die Lösung nach dem Überlagerungsverfahren im Gesamtbereich sogar aussagekräftiger [DAEMRICH,1978]. Erst SOBEY und JOHNSON (1986) ist es gelungen, die entsprechenden Rechnungen ohne Näherungsannahmen durchzuführen (Abb. 2-41). Auf die Lösung wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Als zu lösende Gleichung ergibt sich aber für die einfallende Welle Gl. 2-64, für die reflektierte Welle Gl. 2-65 und für die Streuungswellen Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.

$$\begin{split} F_{i} &(\xi,\eta) = \exp[ika(\cosh\xi\cdot\cos\eta\cdot\cos\theta + \sinh\xi\cdot\sin\eta\cdot\sin\theta)] & \text{Gl. 2-64} \\ &= 2\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{p_{2n}} \operatorname{Ce}_{2n}(\xi) \operatorname{ce}_{2n}(\eta) \operatorname{ce}_{2n}(\theta) + \frac{i}{p_{2n+1}} \operatorname{Ce}_{2n+1}(\xi) \operatorname{ce}_{2n+1}(\eta) \operatorname{ce}_{2n+1}(\theta) \\ &\quad + \frac{1}{s_{2n+2}} \operatorname{Se}_{2n+2}(\xi) \operatorname{se}_{2n+2}(\eta) \operatorname{se}_{2n+2}(\theta) + \frac{i}{s_{2n+1}} \operatorname{Se}_{2n+1}(\xi) \operatorname{se}_{2n+1}(\eta) \operatorname{se}_{2n+1}(\theta) \right] \\ F_{i} &(\xi,\eta) + F_{r} &(\xi,\eta) = 4\sum \left[\frac{1}{p_{2n}} \operatorname{Ce}_{2n}(\xi) \operatorname{ce}_{2n}(\eta) \operatorname{ce}_{2n}(\theta) \\ &\quad + \frac{i}{p_{2n+1}} \operatorname{Ce}_{2n+1}(\xi) \operatorname{ce}_{2n+1}(\eta) \operatorname{ce}_{2n+1}(\theta) \right] \end{split}$$

$$F_{s}(\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[Ce_{2n} Me_{2n}^{(1)}(\xi) ce_{2n}(\eta) ce_{2n}(\theta) + Ce_{2n+1} Me_{2n+1}^{(1)}(\xi) ce_{2n+1}(\eta) ce_{2n+1}(\theta) + Se_{2n+2} Ne_{2n+2}^{(1)}(\xi) se_{2n+2}(\eta) se_{2n+2}(\theta) + Se_{2n+1} Ne_{2n+1}^{(1)}(\xi) se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}(\theta) \right]$$

$$GI. 2-66$$



Abb. 2-41: Diffraktionsdiagramm an einer Wellenbrecheröffnung für b/ $\lambda = 2$ und $\theta = 45^{\circ}$ nach SOBEY und JOHNSON (1986)

2.9.2 Diffraktion in natürlichem Seegang

Die lineare Frequenzanalyse sieht den Seegang als Überlagerung von sinusförmigen, langkämmigen Wellenkomponenten unterschiedlicher Amplituden, Frequenzen und Richtungen, die sich mit entsprechenden Fortschrittsgeschwindigkeiten vorwärtsbewegen. Das Ergebnis einer Seegangsmessung kann somit als Richtungsspektrum dargestellt werden.

Für Berechnungsverfahren wird das Richtungsspektrum in eine ausreichend große Anzahl von linearen Wellen zerlegt. Die Veränderungen jeder Komponente können so unabhängig, z.B. mit der linearen Wellentheorie oder nach anderen theoretischen oder empirischen Verfahren, berechnet und das Gesamtergebnis durch lineare Überlagerung ermittelt werden. Die Vorgehensweise entspricht dem Arbeiten mit Überlagerungsfunktionen.

Der resultierende Diffraktionskoeffizient folgendermaßen ausgedrückt:

m_o Integral des Richtungsspektrums

Für die in Abb. 2-42 und Abb. 2-43 dargestellten Ergebnisse wurden Berechnungen von DAEMRICH (1996) mit Richtungsseegang für ein JONSWAP-Tiefwasserspektrum durchgeführt. Hierzu wurden insgesamt 208 Komponenten (13 Richtungsstützstellen, 16 Frequenzstützstellen) überlagert.

Aus dem in Abb. 2-42 dargestellten Diffraktionsdiagramm für $s_{max} = 10$ wird deutlich, dass die in den eigentlichen Diffraktionsbereich eingetragene Wellenenergie erheblich gegenüber den Rechnungen mit regelmäßigen Wellen erhöht wird. In der geometrischen Schattengrenze steigt der Diffraktionskoeffizient auf $\approx 0,7$. Die Abnahme der Wellenhöhe auf z.B. K' = 0,2 erfolgt auch erst in sehr viel größerem Abstand von der geometrischen Schattenlinie. Im Bereich der einlaufenden Wellen dagegen $(x/\lambda < 0)$ ist der Bereich der abgeminderten Wellenhöhen deutlich größer.

In Abb. 2-43 ist die Berechnung für ein JONSWAP-Spektrum mit $s_{max} = 75$ ("alte Dünung") dargestellt, das sich, entsprechend der stärkeren Konzentration der Wellenenergie um die mittlere Richtung, den Ergebnissen der Berechnung mit regelmäßigen Wellen annähert.

Die Ergebnisse vereinfachter Berechungen mit mehreren Richtungskomponenten der gleichen Wellenperiode können gute Näherungen liefern. Dies kann aus Gründen z.B. des Rechenaufwandes genutzt werden, wenn aufwendigere lineare Modelle als Grundlage der Simulation mit dem Überlagerungsverfahren eingesetzt werden.



Abb. 2-42: Diffraktion an einem halbunendlichen, totalreflektierenden Wellenbrecher; Richtungsspektrum JONSWAP ($s_{max} = 10$), $\theta = 90^{\circ}$ [DAEMRICH, 2000]



Abb. 2-43: Diffraktion an einem halbunendlichen, totalreflektierenden Wellenbrecher; Richtungsspektrum JONSWAP ($s_{max} = 75$), $\theta = 90^{\circ}$ [DAEMRICH, 2000]

Abb. 2-44 zeigt Diffraktionsdiagramme für unregelmäßigen Seegang an Wellenbrecheröffnungen verschiedener Breite (CERC, 1984).



Abb. 2-44: Diffraktionsdiagramme an Wellenbrecheröffnungen für unregelmäßige Wellen: a) $s_{max} = 10$, b/ $\lambda = 2$; b) $s_{max} = 75$, b/ $\lambda = 2$; c) $s_{max} = 10$, b/ $\lambda = 4$; d) $s_{max} = 75$, b/ $\lambda = 4$ [CERC, 1984]

2.10 Schrifttum

ALONSO, M.; FINN, E. J. (1967)

University Physics, Vol. II - Fields and Waves, London, 1967

BATTJES, J.A. (1974)

Surf Similarity. Proceedings of the 14th Conference on Coastal Engineering, Kopenhagen, Dänemark, 1974

BLUE, R. L.; JOHNSON, J. W. (1949)

Diffraction of Water Waves Passing through a Breakwater Gap, Transactions, Geophysical Union, 1949

BOUWS, W. U.A. [MITARB.] (1987)

Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water; GKSS-Forschungszentrum Geesthacht GmbH, 1987

CARR, J. H.; STELZENRIEDE, M. E. (1952)

Diffraction of Water Waves by Breakwaters, Proceedings, Symposium of Gravity Waves, NBS Circular521, 1952

CERC (1984)

Shore Protection Manual, Coastal Engineering Research Centre, Washington, 1984

DAEMRICH, K.-F. (1978)

Diffraktion gebeugter Wellen – Ein Beitrag zur Berechnung der Wellenunruhe in Häfen, Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen, Hannover, Heft 47, 1978

DHI (1996)

MIKE 21, Elliptic Mild-Slope Wave Module (Version 2.6), User Guide and Reference Manual, Danish Hydraulic Institute, 1996

DHI (1996)

MIKE 21, Wave Dynamics, Boussinesq Wave Module (Version 2.6), User Guide and Reference Manual, Danish Hydraulic Institute, 1996

DIETRICH, G. (1975)

Allgemeine Meereskunde – Eine Einführung in die Ozeanographie, Gebrüder Borntraeger, Berlin (1975)

EAK (1993)

Empfehlungen für die Ausführung von Küstenschutzwerken, "Die Küste", Heft 55, 1993

EAK (2002)

Die Küste, Archiv für Forschung und Technik an der Nord- und Ostsee, Empfehlungen für die Ausführungen von Küstenschutzwerken, Heft 65, 2002

EGGERT, W.-D. (1983)

Diffraktion und Wellentransmission an Tauchwänden endlicher Länge, Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen, Hannover, Heft 56, 1983

FÜHRBÖTER, A. (1991)

Wellenbelastung von Deich- und Deckwerksböschungen. Jahrbuch der Hafenbautechnischen Gesellschaft, Bd. 46, 1991

GODA, Y. (1985)

Random Seas and Design of Maritime Structures, University of Tokyo Press, 1985

HASSELMANN, K. ET AL. (1973)

Measurements of Wind-Wave Groth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Projekt (JONSWAP), Dt. hydrogr. Z., Suppl. a, 1973

HUNT, I.A. (1959)

Design of Seawalls and Breakwaters. Journal of the Waterways and Harbour Division. ASCE, Vol. 85, No. WW3, 1959

JEFFREYS, H. (1952)

The earth, 3rd edition Cambridge, 1952

KITAIGORODSKII, S.A.; KRASITZKII, V.P.; ZASLAVSKII, M.M. (1975)

On Phillips Theory of Equilibrium Range in the Spectra of the Wind Generated Gravity Wave; J. Fluid.Mech. 4, 426 – 434, 1975

LECHER, K.; LÜHR, H.-P.; ZANKE, U.C.E. (HRSG.)

Taschenbuch der Wasserwirtschaft, 8. völlig neubearbeitete Auflage, Parey Buchverlag Berlin, 2001

MAI, S., DAEMRICH, K.-F., ZIMMERMANN, C. (1998)

Wellentransmission an Sommerdeichen, Wasser + Boden, Heft 9, 1998

MALCHEREK, A. (2000)

Physik und Numerik der Oberflächengewässer, Bundesanstalt für Wasserbau, Außenstelle Küste, Hamburg, 2000

MITSUYASU, H. (1975)

Observation of the directional Spectrum of Ocean Waves using a Cloverleaf Buoy, Jour. Physical Oceanogr. Vol. 5, No. 4, 1975

MÖLLER, J.; OHLE, N.; SCHÜTTRUMPF, H.; DAEMRICH, K.-F.; OUMERACI, H.; ZIMMERMANN, C. (2001)

Schräger Wellenauflauf an Seedeichen, Tagungsband des 3. FZK-Kolloquiums (29.03.2001), Hannover, 2001

MORSE, P. M.; RUBINSTEIN, P. J. (1938)

The Diffraktion of Waves by Ribbons and by Slits, Physical Review, 1938

NEUMANN, G. (1941)

Eigenschwingungen der Ostsee, Deutsche Seewarte 1941

NIEMEYER, H.D.; BRANDT, G.; GLASER, D.; GRÜNE, J.; JENSEN, F.; KAISER, R. (1995)

Naturuntersuchungen von Wattseegang an der deutschen Nordseeküste, Berichte der Forschungsstelle Küste, Bd. 40, 1995

OUMERACI, H. (2001)

Kapitel 12 - Küsteningenieurwesen, Taschenbuch der Wasserwirtschaft, Parey Buchverlag Berlin, 2001

PENNEY, W. G.; PRICE, A. T. (1952)

Part 1. The Diffraction Theory of Sea Waves and the Shelter Afforded by Breakwaters, Philosophical Transaction of the Royal Society, London, 1952

PERRIE, W. (1998)

Nonlinear Ocean Waves, Advances in Fluid Mechanics, Vol. 17, Computational Mechanics Publications, Southampton Boston, 1998

PHILLIPS, O.M. (1977)

The Dynamics of the Upper Ocean, 2nd ed., Cambridge University Press, 1977

PIERSON, W.J.; MOSKOWITZ, L. (1964)

A Proposed Spetral form for fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., Vol. 69, 1964

PILARCZYK, K.W. (1998)

Other Design Considerations, in: Dikes and Revetments, Editor: Pilarczyk, Balkema, 1998

ROLL, U. (1952)

Neue Messungen zur Entstehung der Wasserwellen durch Wind, 1952

ROSEMEIER, G. (2000)

Sicherheit von Bauwerken unter Wind und Wellenbelastung, Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover, 2000

SCHADE, D. (1991)

Untersuchungen über das Wellenklima an einer Brandungsküste unter Einschluss der Richtungsstruktur des Seegangs, dargestellt am Beispiel der Insel Sylt, Mitteilungen des FRANZIUS-INSTITUT, Heft 71, 1991

SCHÜTTRUMPF, H. (2001)

Wellenüberlaufströmungen bei Seedeichen – Experimentelle und theoretische Untersuchungen, Dissertation am Leichtweiß-Institut für Wasserbau der Technischen Universität Braunschweig, 2001

SCHULZ, K.-P. (1991)

Maßstabseffekte beim Wellenauflauf auf glatten und rauhen Böschungen, Mitteilungen des Leichtweiß-Instituts für Wasserbau der Technischen Universität Braunschweig, Heft 120, 1992

SILVESTER, R. (1974)

Coastal Engineering I, Generation, Propagation and Influence of Waves, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1974

SILVESTER, R. (1974)

Coastal Engineering II, Sedimentation, Estuaries, Tides, Effluents and Modelling, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1974

SOBEY, R. J.; JOHNSON, T. L. (1986)

Diffraktion Patterns Near Narrow Breakwater Gaps, Journal of Waterway, Ports, Coastal and Ocean Engineering, Vol.112, No. 4, 1986

SOMMERFELD, A. (1896)

Mathematische Theorie der Diffraktion, Mathematische Annalen, 1896

STOKES, G. G. (1847)

On the Theory of Oscillatory Waves. Trans. Cambridge. Phil. Soc., 1847

SZMYTKIEWICZ, M.; ZEIDLER, R. U. PILARCZYK, K (1994)

Irregular Wave Run-Up on Composite Rough Slopes, Coastal Dynamics, 1994

TAUTENHAIN, E.; KOHLHASE, S. U. PARTENSCKY, H.W. (1982)

Wave Run-Up at Dikes under Oblique Wave Approach, Proceedings 18th International Conference on Coastal Engineering, Kapstadt, Südafrika, 1982

VAN DER MEER, J.W. (1991)

Stability and Transmission at Low-Crested Structures, Waterloopkundig Lab. te Delft (Netherlands)

VAN DER MEER, J.W. U. JANSSEN, P.F.M.(1995)

Wave Run-up and Wave Overtopping at Dikes. ASCE book on "Wave Forces on inclined and vertical wall structures", Ed. Z. Demirbilek, 1995

VAN DER MEER, J.W.; TÖNJES, P. U. DE WAAL, J.P. (1998)

A code for dike height design and examination. Proceedings Int. Conf. on Coastlines, Structures and Breakwaters, (Ed. N.W.H. Allsop) Thomas Telford, London, 1998

VAN GENT, M. (1999)

Physical Model Investigations on Coastal Structures with shallow foreshores – 2D model tests with single and double peaked wave energy spectra, Delft Hydraulics. Report H. 3608, 1999

WALTER, B. (1997)

http://www.first.gmd.de/persons/bwalter/html/report/node6.html

WIEGEL, R. L. (1962)

Diffraction of Waves by a Semi-Infinite Breakwater, Journal of Hydraulics Div., ASCE 88, 1962

WINKEL, N. (1994)

Modellierung von Seegang in extremem Flachwasser, Hamburg, 1994

YOUNG, I. R. (1999)

Wind Generated Ocean Waves; University of Adelaide, Australia; Elsevier Ocean Engineering Book Series, Vol. 2, 1999

3 Seegang und Küstenschutz an der Deutschen Nordseeküste

ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS		
SYMBC	DLVERZEICHNIS	
3.1	Seegangsberechnungen und Risikoanalyse als Grundlage für einen ausreichenden	
	Küstenschutz	
3.2	Küstenschutzelemente und ihre Wirkung im System	
3.3	Probabilistische Bemessungsverfahren und Risikoanalyse im Küstenschutz	3-11
3.3.1	Definitionen und Vorgehensweise	3-11
3.3.2	Mathematische Grundlagen	3-12
3.4	Zuverlässigkeit von Seedeichen gegen Überlauf	3-14
3.5	Ermittlung des Seegangsverhaltens an der Deutschen Nordseeküste	3-18
3.5.1	Vorgehensweise	3-18
3.5.2	Topographie	3-18
3.5.3	Modelle zur Seegangssimulation	3-19
3.5.4	Windenergieeintrag	3-22
3.5.5	Dissipation von Seegangsenergie	3-23
3.5.6	Nichtlineare Seegangswechselwirkungen	3-25
3.5.7	Einfluss der Strömung auf Seegang	3-28
3.6	Ermittlung des Wasserstands durch Simulation der Tideverhältnisse mit dem	
	Modell MIKE 21 HD	3-29
3.6.1	Grundlagen	3-29
3.6.2	Bodenreibung	3-30
3.6.3	Turbulenzansatz	3-30
3.7	Anwendung einer Seegangssimulation am Beispiel des Nordfriesischen	
	Wattenmeeres	3-32
3.7.1	Allgemeines	3-32
3.7.2	Seegang ohne Strömungswechselwirkung	3-32
3.7.3	Simulation von Tideströmungen	3-39
3.7.4	Simulation von Seegang mit Strömungswechselwirkung	3-40
3.7.5	Naturmessung und Simulation des Seegangs im Vergleich	3-45
3.8	Schrifttum	3-53

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abb. 3-1:	Küstenschutz als System (nach ZIMMERMANN & MAI, 1998)	3-10
Abb. 3-2:	Elemente der Risikoanalyse (ZIMMERMANN & MAI, 1998)	3-11
Abb. 3-3:	Vorgehen bei der Zuverlässigkeitsanalyse (ZIMMERMANN & MAI, 1998)	3-12
Abb. 3-4:	Wellenauflauf am Hauptdeich	3-15
Abb. 3-5:	Modellkette	3-16
Abb. 3-6:	Lage eines Deichabschnitts (Beispiel Krummhörn/Knock)	3-18
Abb. 3-7:	Topographie eines Untersuchungsgebietes (Beispiel Außenems)	3-19
Abb. 3-8:	Grundlegende Wechselwirkungen der Quadruplet-Interaction (HASSELMANN und HASSELMANN, 1985)	3-26
Abb. 3-9:	Parametrisierung des Eingangsseegangs an der westlichen Begrenzung des numerischen Modells SWAN und Vergleich mit Bojenmessungen des ALR und mit Ergebnissen des Nordsee-Seegangsmodells des BSH	3-33
Abb. 3-10:	Internet-basierte Visualisierung der Ergebnisse der Seegangssimulation signifikante Wellenhöhe (oben), mittlere Wellenperiode (unten)	3-33
Abb. 3-11:	Seegangsparameter am Messpunkt Heversteert bei nordwestlichen (oben), westlichen (Mitte) und südwestlichen (unten) Winden als Ergebnis der numerischen Simulation	3-35
Abb. 3-12:	Einfluss der Windstärke auf die Seegansparameter am Messpunkt Norderhever (B2) bei nord- bis westlichen Winden als Ergebnis der numerischen Simulation	3-37
Abb. 3-13:	Einfluss der Windstärke auf die Seegansparameter am Messpunkt Norderhever (B2) bei südwestlichen Winden	3-38
Abb. 3-14:	Einfluss der Windrichtung auf die Seegansparameter am Messpunkt Norderhever (B2) als Ergebnis der numerischen Simulation	3-38
Abb. 3-15:	Wasserstandsrandbedingung zur Abschätzung der Tideströmungen mit dem numerischen Modell MIKE 21 HD (LANDESAMT FÜR NATUR UND UMWELT SCHLESWIG-HOLSTEIN, 1988)	3-39
Abb. 3-16:	Geschwindigkeit der Tideströmung an den Lokationen der Seegangsbojen - Messzeitraum 1995 bis 1997 (oben + Mitte), 1979 (unten)	3-40
Abb. 3-17:	Tidewasserstände und -strömungen in Hever und Heverstrom bei maximalen Flutstrom (oben) und maximalem Ebbstrom (unten) als Ergebnis der numerischen Simulation	3-42
Abb. 3-18:	Veränderung der signifikanten Wellenhöhe bei Berücksichtigung der Tideströmungen zur Zeit des maximalen Flutstroms (oben) bzw. des maximalen Ebbstroms (unten) bei Westwind einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft)	3-43
Abb. 3-19:	Veränderung der mittleren Wellenperiode bei Berücksichtigung der Tideströmungen zur Zeit des maximalen Flutstroms (oben) bzw. des maximalen Ebbstroms (unten) bei Westwind einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 B ft)	.4
------------	--	----
Abb. 3-20:	Zeitliche Veränderung der Seegangsparameter an der Position B1 mit und ohne Berücksichtigung der Tideströmung	.5
Abb. 3-21:	Gegenüberstellung der Seegangsparameter an der Position BSFB gewonnen aus Naturmessung und numerischer Simulation	.8
Abb. 3-22:	Signifikante Wellenhöhe im Modell unter Berücksichtigung der lokalen Windsee (oben), des Eingangsseegangs (Mitte) bzw. beider (unten)	.9
Abb. 3-23:	Vergleich der signifikanten Wellenhöhen (links) und mittleren Wellenperioden (rechts) an der Lokation B1 aus Bojenmessungen mit den Ergebnissen der numerischen Simulation	0
Abb. 3-24:	Vergleich der signifikanten Wellenhöhen (links) und mittleren Wellenperioden (rechts) an der Lokation B2 aus Bojenmessungen mit den Ergebnissen der numerischen Simulation	1
Tab. 3-1:	Elemente des Küstenschutzes entsprechend ihrer Wirkung	.8
Tab. 3-2:	Funktionen und Elemente im Küstenschutz	.9
Tab. 3-3:	Relative Änderung der Seegangsparameter an den Positionen der Seegangsbojen bei maximalem Flut- und Ebbstrom	.5

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

А	Parameter des Windener- gieeintrags in das Wellen- feld nach Phillips	J/m ²
A _h	Wirbelviskosität	-
В	Parameter des Windener-	1/s
	gieeintrags in das Wellen-	
	feld nach Miles	
С	Chezy-Parameter	$m^{0.5}/s$
\vec{c}_{GR}	Gruppengeschwindigkeit	m/s
Chu	Reibungskoeffizient an der	m^2/s^3
bot	Grenzschicht Meer und	
	Boden	
C _D	Reibungskoeffizient	-
Ср. м21	Reibungskoeffizient der	_
0,0121	Bodenreibung	
Cda	Miles-Parameter	-
C	Collins-Parameter	_
O _{fw}	Venetente	
C _{nl4}	Konstante	-
C()	Folgeschäden	
С	Phasengeschwindigkeit der	m/s
	Wellen	
cg	Gruppengeschwindigkeit der Wellen	m/s
Car	Gruppengeschwindigkeit	m/s
- y,o	von Wellen mit der Fre-	
	quenz σ	
Cs	Smagorinsky-Parameter	-
Cv	Ausbreitungsgschwindig-	m/s
*	keit im geographischen	
	Raum entlang der Rechts-	
	koordinate	
cy	Ausbreitungsgeschwindig-	m/s
	keit im geographischen	
	Raum entlang der Hoch-	
	koordinate	
C_{σ}	Ausbreitungsgeschwindig-	1/s
	keit im spektralen Raum	
	der relativen Frequenz	1/2
c_{θ}	Ausbreitungsgeschwindig-	1/S ⁻
	dor Ausbreitungerichtung	
	Gesemtenergieverlust	$I/(m^2 s)$
D _{tot}	durch tiofoninduziertes	J/(III S)
	Brachan	
	Dicclicit	

d	Wassertiefe	m
$E\!\left(\!\sigma\!,\theta\right)$	Energiedichte des See- gangs (Richtungsspek-	Js/m ²
	trum)	
E _{tot}	Energieinhalt des See-	J/m ²
	gangsspektrums	
F _x	Kraft (x-Komponente)	Ν
F_y	Kraft (y-Komponente)	Ν
f_{γ_w}	Transferfunktion für die Wellenrichtung	-
$f_{H_s}(\ldots)$	Transferfunktion für signi-	-
115 ()	fikante Wellenhöhe	
f_R	Transferfunktion für den	-
	Wellenauflauf	
f_{Tm}	Transferfunktion für die	-
	mittlere Wellenperiode	
f_Z	Transferfunktion für die	-
	Zuverlässigkeit	
g	Erdbeschleunigung	m/s ²
H _s	signifikante Wellenhöhe	m
$H(\sigma, \sigma_{PM}^{\star})$	Tolman-Filter	-
h _D	Deichhöhe	m
J	Wechselwirkungskoeffi-	$1/m^2$
	zient bei Triad-Interaction	
k	zweidimensionaler Wel-	1/m
	lenzahlvektor	
k()	windrichtungsabhängiger	-
	Parameter der Weibull-	
	Verteilung der	
	Windgeschwindigkeit	
k _p	Wellenzahl des Peaks im	1/m
	Wellenspektrum	
k _σ	Wellenzahl bei einer Fre-	1/m
	quenz σ	
L ₀	Wellenlänge im Tiefwas-	m
	ser	
1	Mischungsweglänge	m
m	Raumkoordinate senkrecht	m
	zur Ausbreitungsrichtung	10
М	Manning-Zahl zur Parame-	$m^{1/3}/s$
	trisierung der Bodenrei-	
	bung	
1/n	Deichneigung	-

$N(\sigma, \theta)$	Impulsdichte	Js^2/m^2	$S_{in}(\sigma, \theta)$	Gewinn an Impulsdichte
D _a	atmosphärischer Druck	N/m²		durch Windenergieeintrag
$p_R(\ldots)$	Wahrscheinlichkeitsdichte	-	$S_{nl}(\sigma, \theta)$	Änderung der Impulsdich-
T K(***)	der Belastbarkeit			te infolge nicht-linearer
$p_s(\ldots)$	Wahrscheinlichkeitsdichte	-		Welle-Welle-
F3()	der Belastung			Wechselwirkungen
n	Wahrscheinlichkeitsdichte-	-	$S_{nl3}(\sigma, \theta)$	Änderung der Impulsdich-
PThw,R ₉₈	funktion von Wasserstand			te infolge Triad-Interaction
	und Wellenauflauf		$S_{\mu}^{+}(\sigma,\theta)$	Anstieg der Impulsdichte
$p_7()$	Wahrscheinlichkeitsdichte	-	nis X /	infolge Triad-Interaction
F7()	der Zuverlässigkeit		S ⁻ _ (σ,θ)	Verlust der Impulsdichte
D 7<0	Wahrscheinlichkeit des	-	nis	infolge Triad-Interaction
L T Z Z	Versagens		$S_{nl4}(\sigma, \theta)$	Änderung der Impulsdich-
0	Anteil der brechenden	-		te infolge Quadruplet-
G b	Wellen			Interaction
ā	tiefenintegrierte	m/s	S [*] (σ,θ)	Impulstransport zum ersten
Ч	Strömungsgeschwindigkeit		ni4 X	Quadruplet
	(x-Komponente)		S ^{**} . (σ,θ)	Impulstransport zum zwei-
0	tiefenintegrierte	m/s	nl4 \ /	ten Quadruplet
Чx	Strömungsgeschwindigkeit	11, 5	S	Strecke
	(x-Komponente)		S _{PM}	mittlere Wellensteilheit für
a	tiefenintegrierte	m/s		ein Pierson-Moskowitz-
Чу	Strömungsgeschwindigkeit			Spektrum
	(v-Komponente)		s	mittlere Wellensteilheit
Quark	vorhandene Überlaufmen-	m ³	T _{Z<0}	Wiederkehrzeit eines
Trout	ge			Versagens
(J _{zul}	zulässige Überlaufmenge	m ³	T_{m}	mittlere Wellenperiode
R	Belastbarkeit	-	Thw	Tidehochwasserstand
$R(k_{r}d)$	Parameter zur Beschrei-	-	t	Zeit
(p.)	bung des Flachwasserein-		Ur	Ursell-Zahl
	fluss auf den Impulstrans-			quadratisches Mittel der
	port (Quadruplet-		Orms	Orbitalgeschwindigkeit am
	Interaction)			Boden
R ₉₈	Wellenauflauf	m	ü	Vektor der horizontalen
S	Belastung	-	u	Strömungsgeschwindigkeit
S(σ.θ)	Summe aller Quellen und	J/m^2	u(z)	Windgeschwindigkeit in
	Senken von Impulsdichte			der Höhe z
S ₄₀ (σ,θ)	Verlustrate von Impuls-	J/m^2	u,	Strömungsgeschwindigkeit
- us (-/-/	dichte durch Dissipation			(x-Komponente)
S _{dab} (σ,θ)	Verlustrate von Impuls-	J/m^2	u,	Strömungsgeschwindigkeit
- us,b (- , -)	dichte durch Dissipation		y	(x-Komponente)
	infolge Bodenreibung		Ц	Windgeschwindigkeit in
$S_{debr}(\sigma,\theta)$	Verlustrate von Impuls-	J/m^2	u ₁₀	10 m Höhe über dem Was-
us,01 (/ /	dichte durch Dissipation			serspiegel
	infolge tiefeninduziertem			Windgeschwindigkeit in
	Brechen		u _{10,x}	10 m Höhe über dem Was-
S _{dew} (σ.θ)	Verlustrate von Impuls-	J/m^2		serspiegel
uo,w (-,~/	dichte durch Dissipation			(x-Komponente)
	infolge Schaumkronenbre-			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	chen			
			1	

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

 J/m^2

m

-

a

s mNN s m/s

m/s

m/s

m/s

m/s

m/s

m/s

Wellen und Seegang an Küsten und Küstenbauwerken mit Seegangsatlas der Deutschen Nordseeküste 3. Seegang und Küstenschutz an der Deutschen Nordseeküste

u _{10,y}	Windgeschwindigkeit in	m/s	У	Kompon
	10 m Hohe uber dem Was-			tors
	serspiegel		Z	Zuverläs
	(x-Komponente)		Z	Höhe
U.∗	Schubspannungsge-	m/s	Ζ _e	Effektive
	schwindigkeit des Windes		7.	lokale Ra
U(σ,θ)	Komponente des Rich- tungsspektrums der Orbi- talgeschwindigkeit	m	-0	
Х	Komponente des Ortsvek- tors	m		

7	Komponente des Ortsvek-	m
	tors	
2	Zuverlässigkeit	-
	Höhe	m
z _e	Effektive Rauhigkeitslänge	m
z _o	lokale Rauhigkeitslänge	m

Griechische Buchstaben

α	Beiwert nach Charnock	-	σ	relative Frequenz	s ⁻¹
α_{EB}	Eldeberky-Battjes Parame- ter (Triad-Interaction)	-	$\overline{\sigma}$	Mittelwert der relativen Frequenz	s ⁻¹
α_{BJ}	Battjes-Janssen Parameter	-	σ_{p}	Peak-Frequenz	s ⁻¹
α_{DTA}	(weitenbrechen) Parameter zur Festlegung	-	$\sigma_{\text{PM}}^{\star}$	Pierson-Moskowitz- Frequenz	s ⁻¹
	des Anwendungsbereichs der DTA		τ	Schubspannung des Win-	N/m ²
α_1, α_2	Parameter zur Beschrei- bung des Frequenzverhält-	-	τ_{s}	Tensor der Schubspannung	N/m ²
	nisses der an der Quadru- plet-Interaction beteiligten		$\tau_{s,xx}$	Komponente des Schubspannungstensors	N/m ²
β	Komponenten Miles-Janssen Parameter	-	$\tau_{s,xy}$	Komponente des Schubspannungstensors	N/m ²
β_{DTA}	Parameter in der Discrete- Triad-Approximation DTA	-	$\tau_{s,yy}$	Komponente desr Schubspannungstensors	N/m ²
Γ	Dämpfungsfaktor bei Schaumkronenbrechern	-	τ_W	welleninduzierte Schub-	N/m ²
γ	Beiwert zur Berücksichti- gung der Oberflächenbe-	-	ځ	Brecherparameter	-
	schaffenheit, des Einflus-		ξ٥	Brecherparameter im Tiefwasser	-
	ses der Wassertiefe und des Einflusses der Berme		Ω	Coriolis-Parameter	s ⁻¹
γ_{w}	Windrichtung	0		absolute l'requenz	3
η	Wasserspiegelauslenkung	m			
к	von-Karman Konstante ($\kappa = 0,41$)	-			
λ	kritische Höhe	m			
θ	Wellenrichtung im Flachwasser	-			
θ_w	Windrichtung	-			
ρ_{L}	Dichte der Luft	kg m ⁻³			
ρ,ρ_W	Dichte des Meerwassers	kg m ⁻³			

3.1 Seegangsberechnungen und Risikoanalyse als Grundlage für einen ausreichenden Küstenschutz

Der Schutz der Küsten gegen verändernde und zerstörende Einwirkungen des Meeres - wie großflächige Umlegungen, Überflutungen bei Sturmfluten, Abbrüche an Inseln und an der Festlandküste durch Einwirkungen von Seegang und Strömungen - ist eine Voraussetzung, dass diese Gebiete vom Menschen auch in Zukunft als Lebensraum genutzt werden können. Die Anpassung bestehender Schutzsysteme an die mit möglichen Klimaänderungen sich verändernden hydrographischen Einflussgrößen (Wasserstände, Seegang, Strömungen usw.) und die damit in Wechselwirkung stehenden morphologischen Veränderungen erfordern entsprechende Vorhersageverfahren für Strategien, Maßnahmen und Techniken zum Schutz der Küstengebiete und die Beurteilung der Wechselwirkungen zwischen Küstenschutzbauwerken, Wasserstand und Seegang einschließlich der Vorländer, Watten und Inseln. Sie sind zugleich Grundlage für mögliche neue Ansätze und Entwicklungen im Küstenschutz und damit für ein Küstenzonenmanagement (Coastal Zone Management CZM).

Ein wichtiges Instrument für diese Aufgabe ist die Risikoanalyse, die eine Systembetrachtung voraussetzt. Grundlage einer solchen Risiko-Untersuchung ist die Bestimmung von Versagenswahrscheinlichkeiten der Schutzfunktion der verschiedenen Küstenschutzsysteme und die einzelner Küstenschutzelemente wie Deiche, Vorländer und Inseln. Die Wirkung und Schutzfunktion der jeweiligen Systeme kann auf dieser Basis auf den gleichen Sicherheitsstandard hin für alle Küstenschutzsysteme einer Küste überprüft werden.

Ausgehend von der Hydrologie (Wasserstände, Seegang, Abfluss), der Meteorologie (Windgeschwindigkeit, - richtung) und dem regional verschiedenen Systemaufbau der Küstenschutzanlagen kann das Versagen von Küstenschutzsystemen definiert und ein probabilistisches Bewertungsverfahren dargestellt werden.

Dieses Vorgehen ermöglicht einen regionalen Vergleich der erreichten Sicherheit von Küstenabschnitten und damit eine Bewertung bestehender Strategien und Techniken im Küstenschutz. Mögliche Folgen von klimaänderungsbedingt veränderter Hydrologie (Wasserstandsanstieg) und Meteorologie (erhöhte Windgeschwindigkeiten) können in Form von Szenarien des Wasserstandsanstiegs untersucht werden.

3.2 Küstenschutzelemente und ihre Wirkung im System

Küstenschutzelemente bezeichnen Schutzbauten an den Küsten und ihren Ästuaren, die Siedlungen, landwirtschaftliche Flächen, Verkehrswege sowie Industrie- und Hafenanlagen dem Zugriff des Wassers entziehen. Die eingesetzten Bauwerke sollen hierbei einerseits funktionell die Naturvorgänge beeinflussen, andererseits konstruktiv den äußeren Belastungen durch Wasserstände, Seegang und Strömung standhalten. So wird nach DIN 4072-2 (NAW im DIN, 1988) Küstenschutz als die "Maßnahmen zur Sicherung der Küsten des Festlandes und der Inseln gegen die zerstörerischen Einwirkungen des Meeres" definiert.

Die Küsten- und Ästuarlandschaften Deutschlands sind heute Kulturlandschaften, die insbesondere von der Technik geprägt wurden. Nur sehr wenige Abschnitte können noch als natürliche Küstenformen, wie z. B. die südöstlichen Strände der ostfriesischen Inseln, betrachtet werden. Die heutige Küstenlinie ist durch Deichbau und Entwässerung entstanden. Sogar Wattlandschaften, die als besonders natürlich eingestuft werden, sind überwiegend anthropogen geprägt. Aus Erfahrungen mit den örtlichen Gegebenheiten, mit dem Fortschritt der technischen Möglichkeiten sowie mit wissenschaftlichen Erkenntnissen über den wirksamen Schutz der Küsten gegen die zerstörende Einwirkung des Meeres sind mit dem Bau erster Wurten vor rd. 2.300 Jahren bis heute zahlreiche, sich in ihrer Schutzwirkung ergänzende Küstenschutztechniken entwickelt worden, Tab. 3-1.

Bezeichnung	Elemente
Flächige Küstenschutz-	Strandauffüllungen
elemente	Lahnungen
	Inseln
	Halligen
	Außensände
	Wattflächen
	Vorländer
	Dünen
Lineare Küstenschutz-	Längs- und Querwerke (Buhnen)
elemente	Standauffüllungen
	Deiche
	Dünen
	Riffe
Punktuelle Küstenschutz-	Sperrwerke
elemente	Siele
	(Schöpfwerke)

Tab. 3-1: Elemente des Küstenschutzes entsprechend ihrer Wirkung

Die einzelnen Elemente des Küstenschutzes können entweder entsprechend ihrer Ausprägung in flächige, lineare oder punktuelle Küstenschutzelemente (Tab. 3-1) oder gemäß ihrer Funktion in Küstenschutzelemente des Erosionsschutzes, des Hochwasserschutzes, der Binnenentwässerung oder in natürliche Elemente (Tab. 3-2) unterteilt werden.

Funktionen im Küstenschutz	Elemente zum Küstenschutz
Küstenvorfeld	Inseln/Halligen
	Außensände/Platen
flächenhafte Sicherung	Watten
gegen Wellen, Wind und	Vorländer
Strömungen	Dünen
	Riffe
Erosionsschutz	Längs- und Querwerke
Sicherung des Vorlands	Standauffüllungen
	Lahnungen
Binnenentwässerung	Siele
Sicherung des Hinterlands	Schöpfwerke

Tab. 3-2: Funktionen und Elemente im Küstenschutz

Wirken einzelne Elemente des Küstenschutzes in Kombination miteinander, werden sie als Küstenschutzsysteme bzw. tiefengestaffelter Küstenschutz bezeichnet. So ist beispielsweise die flächenhafte Wirkung der vorgelagerten Wattgebiete an der deutschen Nordseeküste für den Schutz der Deichlinie von großer Bedeutung. Das Wattenmeer mit seinen Außensänden, Wattfläche, Inseln und Halligen wirkt als mehrfach gestaffelte Energieumwandlungszone zwischen dem seeseitigen Wattsockelrand und den Festlandsdeichen mit ihren Vorländern. Die geringen Wassertiefen über dem Watt erzwingen das Brechen des von der Nordsee einlaufenden Seegangs, der somit durch flächenhafte Brandung einen Teil seiner Energie abgibt und die Haupt- bzw. Landesschutzdeiche nur noch mit reduzierter Wellenhöhe erreicht. Die Verminderung der Seegangsbelastung ist in Abb. 3-1 schematisch für ein ausgewähltes Schutzsystem dargestellt. Die quantitative Erfassung dieser Seegangsdämpfung erfolgt durch die im rechten Teil der Abb. dargestellten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Wellenhöhe. Mit fortschreitender Wellen im Küstenschutzsystem nimmt die Eintrittswahrscheinlichkeit größerer Wellenhöhen, wie in dem Schema angedeutet, ab.



Abb. 3-1: Küstenschutz als System (nach ZIMMERMANN & MAI, 1998)

Dieses Prinzip kann auch auf das "System Ästuar" übertragen werden. Hier sind Elemente des Erosionsschutzes in Form von Uferbefestigungsmaßnahmen (Steinschüttungen, Spundwände) und Auffüllungen zu finden. Da der Schutz gegen hohe Wasserstände bei Sturmfluten die Hauptaufgabe des Küstenschutzes in einem Ästuar darstellt, bilden Vorländer und Deiche in ihrer Kombination das wesentliche Küstenschutzsystem. In vielen Fällen wirken Deiche bzw. andere Ufersicherungsmaßnahmen, z. B. in Form von Spundwänden, als einzelnes lineares Schutzelement. In allen Fällen mit Deichen sind Siele und Schöpfwerke zur Entwässerung der niedriger gelegenen Marschen erforderlich und daher als Element des Küstenschutzes zu betrachten. Als natürliche Schutzelemente sind im Ästuar Vorländer und Sände zu finden.

3.3 Probabilistische Bemessungsverfahren und Risikoanalyse im Küstenschutz

3.3.1 Definitionen und Vorgehensweise

Die "traditionellen Bemessungsverfahren" können unter Berücksichtigung der Eintrittswahrscheinlichkeiten der hydrologischen und meteorologischen Randbedingungen zu einem probabilistischen Bemessungsschema erweitert werden. So kann die Wahrscheinlichkeit eines Versagens des Küstenschutzelements "Deich" bestimmt werden (CUR, 1990).

Die Risikoanalyse beinhaltet einerseits die Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten von Schutzsystemen (engl. *failure probability*), andererseits die Quantifizierung der bei Versagen (engl. *failure*) auftretenden Folgeschäden. Das Produkt von Versagenswahrscheinlichkeit und Folgeschäden beschreibt dann das Risiko (engl. *risk*) als Maß der pro Jahr infolge des Versagens von Schutzsystemen zu erwartenden Kosten (Abb. 3-2).



Abb. 3-2: Elemente der Risikoanalyse (ZIMMERMANN & MAI, 1998)

Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit ist zunächst eine Darstellung der Belastungen (Gefahrenquellen) sowie eine Beschreibung der Versagensmechanismen der Schutzelemente erforderlich.

Aus den natürlichen Randbedingungen - Wasserstand, Strömung, Seegang und Wind - resultieren die Belastungen von Küstenschutzelementen. Diese lassen sich unter Anwendung von numerischen Modellen, z. B. für Seegang und Strömungen, bzw. von analytischen Übertragungsfunktionen ermitteln. Die Belastbarkeit wird durch die charakteristischen Eigenschaften der Küstenschutzelemente, wie Bauweise und Baumaterial, bestimmt. Aus dem Vergleich der Größen von Belastung und Belastbarkeit kann eine Prüfung des Küstenschutzsystems auf Versagen erfolgen. Mathematisch wird der Be-griff der Zuverlässigkeit (engl. *reliability/limit state function*) als Differenz von Belastbarkeit und Belastung eingeführt. Bei negativen Werten der Zuverlässigkeit erfolgt dann Versagen. Das Ausmaß des Versagens und damit die Auswirkungen auf das Schutzsystem ergibt sich aus dem Betrag der Zuverlässigkeitsfunktion (Abb. 3-3).



Abb. 3-3: Vorgehen bei der Zuverlässigkeitsanalyse (ZIMMERMANN & MAI, 1998)

3.3.2 Mathematische Grundlagen

Ausgangspunkt der probabilistischen Bemessung ist die Definition der Zuverlässigkeitsfunktion Z als Differenz von Belastbarkeit R und Belastung S, d. h.

Überschreitet die Belastung die Belastbarkeit, wird Z negativ (Z < 0) und ein Versagen des Küstenschutzelements tritt ein. Die Belastung R und die Belastbarkeit S sind i. d. R. wahrscheinlichkeitsverteilte Größen mit den Wahrscheinlichkeitsdichten $p_{R(R)}$ und $p_{S(S)}$. Somit ist auch die Zuverlässigkeit Z eine Wahrscheinlichkeitsdichte $p_{Z(Z)}$. Die Wahrscheinlichkeit des Versagens $p_{Z<0}$, d. h. negativer Zuverlässigkeiten, ergibt sich dann durch Integration der Wahrscheinlichkeitsdichten

$$\frac{1}{T_{Z<0}} = p_{Z<0} = \int_{-\infty}^{0} p_{Z(Z)} dZ = \int_{-\infty}^{\infty} p_{R(R)} \int_{R}^{\infty} p_{S(S)} dS dR = \iint_{R-S<0} p_{R(R)} p_{S(S)} dR dS$$
Gl. 3-2

Der Versagenswahrscheinlichkeit entspricht der Kehrwert der Wiederkehrzeit eines Versagens $T_{z<0}$. Bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit werden verschiedene Stufen (engl. *level*) unterschieden (CUR, 1990):

- Stufe III: Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit werden die vollständigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der wahrscheinlichkeitsverteilten Variablen eingeführt und der unter Umständen nicht-lineare Charakter der Zuverlässsigkeitsfunktion berücksichtigt.
- Stufe II: Im Vergleich zur Stufe III werden einige Näherungen eingeführt, so werden die Zuverlässigkeitsfunktionen linearisiert und alle Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen als normalverteilt angenommen.
- Stufe I: Hier wird vollständig auf die Einführung von Wahrscheinlichkeitsdichten verzichtet. Statt dessen wird der Mittelwert mit einem Sicherheitsfaktor beaufschlagt. Eine Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten ist auf Stufe I nicht möglich.

Die nach Gl. 3-2 zu berechnende Versagenswahrscheinlichkeit ist eine Komponente des Risikos. Neben ihr ist eine Quantifizierung der Folgeschäden $C_{(Z)}$ in Abhängigkeit von dem Grad der Funktionseinschränkung des Küstenschutzsystems erforderlich. Das Risiko ergibt sich dann mit

$$Risiko = \int_{-\infty}^{0} p_{Z(Z)} \cdot C_{(Z)} dZ$$
 Gl. 3-3

Die Nutzung des Risikos als Bemessungsgröße bezeichnet eine Bemessung der Stufe IV.

3.4 Zuverlässigkeit von Seedeichen gegen Überlauf

Als bedeutendster Versagensmechanismus von Küstenschutzsystemen mit Seedeichen gilt der Wellenüberlauf am Hauptdeich. Für diesen Versagensmechanismus entspricht die Belastbarkeit R der Deichhöhe h_D

$$\mathbf{R} = \mathbf{h}_{\mathrm{D}}$$
 Gl. 3-4

und die Belastung der Summe aus Tidehochwasserstand Thw und Wellenauflauf R_{98}

$$S = Thw + R_{98}$$
 Gl. 3-5

Die Zuverlässigkeit ergibt sich dementsprechend zu

$$Z = h_D - Thw - R_{98}$$
 Gl. 3-6

Diese Definition ist in Abb. 3-4 zur Erläuterung dargestellt.

Die Wahrscheinlichkeit $p_{Z<0}$.eines Wellenüberlauf am Hauptdeich, d. h. Z < 0, berechnet sich aus der Wahrscheinlichkeitsdichte der Zuverlässigkeit $p_{z(z)}$ nach

$$p_{z<0} = \int_{\infty}^{0} p_{z(z)} dZ$$
 Gl. 3-7

und entspricht dem Kehrwert der Wiederkehrzeit $T_{z,0}$

$$p_{z<0} = \frac{1}{T_{z<0}}$$
 Gl. 3-8

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zuverlässigkeit $p_{z(z)}$ ergibt sich aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{Thw,R_{os}}(Thw,R_{os})$ von Wasserstand Thw und Wellenauflauf R:

$$p_{z(z)} = \int_{-\infty}^{\infty} p_{Thw,R_{98}} (Thw, h_d - Thw - Z) dThw$$
Gl. 3-9

Da die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion $p_{Thw,R_{98}(Thw,R_{98})}$ aufgrund des Fehlens langjähriger kontinuierlicher Messungen nicht bekannt ist, ist es nötig, diese aus dem Seegang vor dem Deichfuß zu berechnen.

Soll für verschiedene Deichabschnitte die zulässige Überlaufmenge q_{zul} festgelegt werden, so ist anstelle der Definition nach Gleichung Gl. 3-3 die Zuverlässigkeitsfunktion als Differenz von zulässige Überlaufmenge q_{zul} und vorhander Überlaufmenge q_{vor} zu berechnen:

$$Z = q_{zul} - q_{vor}$$
 Gl. 3-10

Die zulässige Überlaufmenge ist z. B. für Grasdeiche nach TAUTENHAIN (1981) mit 2,0 - 3,0 m³/(m \cdot h), für Sanddeiche mit schlechter Grasnarbe mit 0,36 m³/(m \cdot h) und für mit einer Kleischicht gesicherte Deiche mit guter Grasnarbe 36 m³/(m \cdot h) (VAN DER MEER & JANSSEN; 1994) festzulegen.

Im Rahmen dieser Ausarbeitung erfolgte die Definition der Zuverlässigkeit nach Gl. 3-3. Nach BATTJES (1971) bzw. DE WAAL & VAN DER MEER (1992) gilt für den Wellenauflauf R₉₈:

$$\mathbf{R}_{98} = \gamma \cdot \mathbf{0}, 75 \cdot \frac{1}{n} \cdot \mathbf{T}_{m} \cdot \sqrt{\mathbf{g} \cdot \mathbf{H}_{s}}$$
Gl. 3-11

mit:





Die Eintrittswahrscheinlichkeit der Seegangsparameter vor dem Hauptdeich ist, wegen des Fehlens langjähriger Messreihen aus Messungen nicht ermittelbar. Diese wird daher aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte $p_{Thw, Wind(Th, FF, DD)}$ der Tidehochwasserstände sowie der Wingeschwindigkeit FF in m/s und richtung DD in ⁰ berechnet.

Dazu können den einzelnen Randbedingungskombinationen von Thw, FF und DD mit Hilfe numerischer Seegangsmodelle, z. B. Shallow Waves Nearshore SWAN (1997) oder Hindcast Shallow Waves HISWA (BOOIJ, 1993), Seegangsparameter am Fuße des Hauptdeihes und damit der Wellenauflauf zugeordnet werden. Abb. 3-5 verdeutlicht das Vorgehen mit Hilfe eines Flussdiagramms.



Abb. 3-5: Modellkette

Die Gesamtheit der Zuordnungen der Randbedingungen zu Seegangsparametern am Deichfuß bzw. zum Wellenauflauf führt auf Transferfunktionen für die signifikante Wellenhöhe f_{H_s} , die mittlere Wellenperiode f_{T_m} , die Hautseegangsrichtung $f_{\gamma w}$, sowie den Wellenauflauf am Deich f_R , welche abhängig sind vom Tidehochwasser Thw, Windgeschwindigkeit FF und Windrichtung DD. Mit diesen Transferfunktionen gilt dann:

$$H_{S}^{\text{Deichfuß}} = f_{H_{S} \text{ (Thw, FF, DD)}}$$
Gl. 3-12

$$T_{m}^{\text{Deichfuß}} = f_{T_{m} \text{ (Thw, FF, DD)}}$$
Gl. 3-13

$$\gamma_{w}^{\text{Deichfuß}} = f_{\gamma_{w} (\text{Thw}, \text{FF}, \text{DD})}$$
 Gl. 3-14

$$R_{98} = f_{R_{98} (Thw, FF, DD)}$$
 Gl. 3-15

mit:

 $\begin{array}{ll} H^{\text{Deichfuß}}_{\text{S}}, & \text{Seegangsparameter am Deichfuß} \\ T^{\text{Deichfuß}}_{\text{m}}, & (\text{signifikante Wellenhöhe, mittlere Wellenperiode, Wellenrichtung}) \\ \gamma^{\text{Deichfuß}}_{\text{W}} & \\ R & & \text{Wellenauflauf (98\%)} \\ f_{\text{H}_{\text{S}}}, f_{\text{T}_{\text{m}}}, & \text{Transferfunktion für signifikante Wellenhöhe, mittlere Wellenperiode,} \\ f_{\gamma w}, f_{\text{R}} & & \text{Wellenrichtung und Wellenlauf} \end{array}$

Auch die Zuverlässigkeit (nach 0-3) kann so mit Hilfe einer Transferfunktion f_z ausgedrückt werden:

$$Z = f_{Z(Thw,FF,DD)}$$
 Gl. 3-16

Unter Verwendung der Gleichungen Gl. 3-13, Gl. 3-4 und Gl. 3-6 folgt so für die Wahrscheinlichkeit eines Wellenüberlaufs:

$$\frac{1}{T_{Z<0}} = p_{Z<0} = \iiint_{Z<0} p_{\text{Thw,Wind}(\text{Thw,FF,DD})} d\text{Thw dFF dDD}$$
Gl. 3-17

mit

p_{Thw, Wind} gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte von Tidehochwasserstand, Windgeschwindigkeit und -richtung.

3.5 Ermittlung des Seegangsverhaltens an der Deutschen Nordseeküste

3.5.1 Vorgehensweise

Die Ermittlung der Transferfunktionen f_{H_s} , f_{T_m} , $f_{\gamma w}$ und f_Z , für die Übertragung der Randbedingungen von Wasserstand und Wind zum hieraus resultierenden sich kontinuierlich verändernden Seegang nach Höhe und Richtung bis hin zur Tidehochwasserlinie eines Küstenabschnittes bzw. bis zum Deichfuß, dem Wellenauflauf und der Zuverlässigkeit des Hauptdeiches erfolgt nach der in Abb. 3-5 dargestellten Modellkette. Grundlage für die Modellierung bilden die Topographien der einzelnen Untersuchungsgebiete, welche in unmittelbarer Nähe des Hauptdeiches durch Profilaufnahmen ergänzt wurden.

Die Seegangssimulation in den Untersuchungsgebieten berücksichtigt einerseits die lokale Anregung des Seegangs durch Wind, andererseits den über die Gebietsränder einlaufenden Eingangsseegang.

Das Ergebnis der Seegangssimulation, die Seegangsparameter am Deichfuß, werden in Kapitel 3.4.2 als Funktion der Randbedingungen Wasserstand und Wind dargestellt. Aus diesen leitet sich der Wellenauflauf ab und es ergeben sich schließlich die Transferfunktionen zur Bestimmung der Zuverlässigkeit.

3.5.2 Topographie

Die Grundlage für die Erstellung des zur Anwendung von Seegangsmodellen erforderlichen Geländemodells bilden z. B. Peilungen des Seegrundes, z. B. der Jahre 1990 - 2000. Bei Fehlen ausreichender Peilungen, speziell im küstennahen Bereich der Untersuchungsgebiete, sind ergänzende Küstenkarten, z. B. des Kuratoriums für Forschung im Küsteningenieurwesen KFKI sowie Kartenwerke der Landesvermessung und Geobasisinformation Niedersachsen LGN heranzuziehen worden. Die ergänzenden Profilaufmaße vor den Hauptdeichen können z. B. vom Niedersächsischen Landesbetrieb für Wasserwirtschaft und Küstenschutz NLWK bzw. seinen Vorgängerorganisationen bereitgestellt werden.



Abb. 3-6: Lage eines Deichabschnitts (Beispiel Krummhörn/Knock)



Abb. 3-7: Topographie eines Untersuchungsgebietes (Beispiel Außenems)

3.5.3 Modelle zur Seegangssimulation

Modelle zur Beschreibung und Vorhersage von Seegang müssen die Teilprozesse des Windenergieeintrags, der Dissipation von Seegangsenergie, der nichtlinearen Seegangswechselwirkung und er Seegang-Strömungs-Wechselwirkung berücksichtigen.

Hierbei werden zwei Modelltypen unterschieden:

Phasenauflösende Seegangsmodelle

Seegangsmodelle dieses Typs bilden die Meeresoberfläche in Zeit und Raum nach. Sie basieren auf dem Hamilton'schen Ansatz (MILES, 1981), dem Ansatz nach Boussinesq (MADSEN und SORENSEN, 1992) oder der Mild-Slope Gleichung (BERKHOFF, 1972). Vorteil dieser Modelle ist die Berücksichtigung von Diffraktion (und Refraktion) sowie nicht linearer schwacher Wechselwirkungen zwischen Partialwellen (d. h. Wellen, deren Wellenzahlenvektoren k_1 , k_2 und k_3 sind, stehen mit Wellen, deren Wellenzahlvektor $k_4 = k_1 \pm k_2 \pm k_3$ ist, in Resonanz und es erfolgt ein Energiefluss von den ersten drei Wellen zur vierten, so dass deren Amplitude mit der Zeit anwächst (DIETRICH ET AL., 1992)). Nachteilig ist, dass nicht-lineare dissipative Prozesse und der Windeinfluss auf den Seegang nicht oder nur schwer in dieses Modellkonzept einzubauen ist. Für praktische Anwendungen zur Seegangsvorhersage in weit ausgedehnten (d. h. größer als 1 km²) Küstengebieten und ihre computergestützte Lösung ist die erforderliche hohe räumliche Auflösung von etwa 1/10 der Wellenlänge der zu modellierenden Wellen, welche größenordnungsmäßig 50 m beträgt, nachteilig, da diese einen sehr hohen Arbeitsspeicherbedarf und lange Rechenzeiten mit sich bringt. Beispiele dieser Seegangsmodelle sind die numerischen Modelle MIKE 21 BSQ sowie TELEMAC ARTEMIS (COURIVAUD und SAUVAGET, 1996) und MIKE 21 EMS (DHI, 1996 (c)).

Phasengemittelte Seegangsmodelle

Seegangsmodelle dieses Typs beschreiben die Auslenkungen der Meeresoberfläche mit Hilfe einer spektralen Energiedichtefunktion oder in Anwesenheit von Strömungen mit Hilfe einer Impulsdichtefunktion unter der Näherung im Vergleich mit der Wellenlänge nur schwach veränderlicher Seegangsparameter. Die Gleichungssysteme zur Beschreibung der Seegangsausbreitung lassen sich entweder in LAGRANGE- Formulierung für sog. Wellenstrahlen (ORR und HERBICH, 1969) oder in Euler-Formulierung für ein gegebenes Koordinatennetz (HOLTHUIJSEN und BOOIJ, 1986) lösen.

Die bei Modellen vom LAGRANGE-Typ erfolgende Berechnung der Seegangsenergie entlang von Wellenstrahlen für die verschiedenen Anteile des Seegangsspektrums kann in Vorwärts- bzw. Rückwärtsverfolgung der strahlen durchgeführt werden, Dabei kann es zu sehr komplizierten Strahlenkonfigurationen kommen, welche eine Interpretation stark erschweren, da Informationen Wellenparametern nur entlang der Strahlen zur Verfügung stehen (HOLTHUIJSEN ET AL., 1989). Dies erschwert außerdem die Berücksichtigung nicht-linearer Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Komponenten des Seegangsspektrums. Ein Beispiel für ein phasengemitteltes Seegangsmodell vom LAGRANGE-Typ ist das Modell REFRAC-ORTHO (ORR und HERBICH, 1969; WILKENING, 1995).

Modelle vom Euler-Typ weisen wegen ihrer Definition auf einem Koordinatengitter gegenüber denen vom LAGRANGE-Typ keine schwer interpretierbaren Wellenstrahlenanordnungen auf und bieten die Möglichkeit Seegangsausbreitung, -erzeugung, -dissipation und nicht-lineare Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Beispiele für phasengemittelte Modelle vom EULER-Typ sind die für diese Arbeit verwendeten Modelle <u>HINDCAST SHALLOW WAVES HISWA</u> (BOOIJ und HOLTHUIJSEN, 1965) - ein stationäres Modell mit Beschränkung der Seegangsausbreitung auf einen Richtungssektor von 180° - und <u>SIMULATION WAVES</u> <u>NEARSHORE SWAN</u> (RIS ET AL., 1998) - ein instationäres Modell ohne Richtungsbeschränkung der Seegangsausbreitung.

Modell zur Seegangssimulation SWAN

Zur Seegangssimulation wird hier das phasengemittelte Modell SWAN verwendet. Dieses Modell wird auch aufgrund der bezüglich der Richtung unbeschränkten Modellierung der Seegangsausbreitung, welche in einem mit zahlreichen Prielen und Wattströmen stark strukturierten Modellgebiet von entscheidender Bedeutung ist, gewählt. Auf eine Modellierung der zeitlichen Entwicklung des Seegangs wird aufgrund des nicht in ausreichender zeitlicher Auflösung vorhandenen Datenmaterials zu Wind und Eingangsseegang in dieser Arbeit verzichtet und das Modell SWAN nur stationär betrieben. Die mathematische Grundlage des Modells SWAN ist die spektrale Impulserhaltungsgleichung nach HASSELMANN (1960, 1961, 1963 (a + b)):

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{(\sigma,\theta)} + \frac{\partial}{\partial x} c_x N_{(\sigma,\theta)} + \frac{\partial}{\partial y} c_y N_{(\sigma,\theta)} + \frac{\partial}{\partial \sigma} c_{\sigma} N_{(\sigma,\theta)} + \frac{\partial}{\partial \theta} c_{\theta} N_{(\sigma,\theta)} = \frac{S_{(\sigma,\theta)}}{\sigma}$$
Gl. 3-18

wobei σ die Frequenz, θ die Ausbreitungsrichtung, $N_{(\sigma;\theta)}$ die Impulsdichte, c_x sowie c_y die Ausbreitungsgeschwindigkeit im geographischen Raum, c_{θ} sowie c_{σ} die Ausbreitungsgeschwindigkeiten im spektralen Raum der relativen Frequenz und der Ausbreitungsrichtung und $S_{(\sigma,\theta)}$ der Summe der Quellen und Senken von Impulsdichte bezeichnet. Im stationären Fall entfällt die Zeitabhängigkeit der Impulsdichte. Die relative Frequenz beschreibt dabei die um den Einfluss von (Tideströmungen) veränderte Frequenz:

$$\sigma = \omega - \vec{k} \cdot \vec{u}$$
 Gl. 3-19

wobei ϖ die absolute Frequenz, \bar{k} den zweidimensionalen Wellenzahlvektor und \bar{u} den Vektor der horizontalen Strömungsgeschwindigkeit bezeichnet.

Für Schwerewellen gilt unter der Näherung unendlich kleiner Amplituden zwischen Wellenzahl und relativer Frequenz die wassertiefenabhängige nicht-linerare Dispersionsrelation:

$$\sigma^2 = g | \vec{k} | \cdot \tanh(|\vec{k}| d)$$
 Gl. 3-20

wobei g die Erdbeschleunigung und d die Wassertiefe bezeichnet. Die Impulsdichte ergibt sich aus der Energiedichte $E_{(\sigma,\theta)}$ und der relativen Frequenz:

$$N_{(\sigma,\theta)} = \frac{E_{(\sigma,\theta)}}{\sigma}$$
Gl. 3-21

Durch Integration der Energiedichte über die Spektralbereiche erhält man unter Berücksichtigung der Dichte des Wassers ρ_W die signifikante Wellenhöhe H_s:

$$\overline{\eta^2} = \frac{1}{4} H_s^2 = \frac{E_{tot}}{\rho_w \cdot g}$$
Gl. 3-22

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten c_x und c_y im Raum entsprechen der um die Strömungsgeschwindigkeit \overline{u} korrigierten Gruppengeschwindigkeit und ergeben sich aus der Dispersionsrelation:

$$\begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \vec{c}_g + \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial k_x} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial k_y} \end{pmatrix} + \vec{u} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \, k \, d}{\sinh(2kd)} \right) \frac{\sigma \vec{k}}{\left| \vec{k} \right|^2} + \vec{u}$$
 Gl. 3-24

Die Geschwindigkeit C_{σ} ist:

$$\mathbf{c}_{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{d}} \left(\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{t}} + \vec{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{d} \right) - \left| \vec{\mathbf{c}}_{g} \right| \vec{\mathbf{k}} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{s}}$$
Gl. 3-25

wobei s die Richtungskoordinate in Ausbreitungsrichtung θ bezeichnet. Im stationären Fall verschwindet die Wassertiefenänderung. Die Geschwindigkeit c_{θ} im Raum der Seegansrichtung ergibt sich zu

$$\mathbf{c}_{\theta} = \frac{1}{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial \, \sigma}{\partial \, \mathbf{d}} \frac{\partial \, \mathbf{d}}{\partial \, \mathbf{m}} + \mathbf{\vec{k}} \cdot \frac{\partial \, \mathbf{\vec{u}}}{\partial \, \mathbf{m}} \right)$$
Gl. 3-26

mit m als Raumkoordinate senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Eine Quelle von Impulsdichte $S_{(\sigma,\theta)}$ ist der Windenergieeintrag $S_{in(\sigma,\theta)}$ an der atmosphärischen Grenzschicht in das Meer. Eine Senke von Impulsdichte $S_{ds(\sigma,\theta)}$ ist die Dissipation infolge von Schaumkronen, Welle-Boden-Wechselwirkung und tiefeninduziertem Wellenbrechen. Daneben tritt durch nicht-lineare schwache Wechselwirkungen von drei (engl. Triad-Interaction) (YOUNG und ELDEBERKY, 1998) bzw. vier Partialwellen (engl. Quadruplet-Interaction) ein Impulstransport (Verlagerung von Impulsdichte) $S_{nl(\sigma,\theta)}$ innerhalb des Seegansspektrums auf. Für die Summe von Quellen und Senken von Impulsdichte gilt dementsprechend:

$$\mathbf{S}_{(\sigma,\theta)} = \mathbf{S}_{\mathrm{in}(\sigma,\theta)} + \mathbf{S}_{\mathrm{ds}(\sigma,\theta)} + \mathbf{S}_{\mathrm{nl}(\sigma,\theta)}$$
Gl. 3-27

Die Quell- und Senkenterme $S_{in(\sigma,\theta)}, S_{ds(\sigma,\theta)}$ und $S_{nl(\sigma,\theta)}$ werden nachfolgend näher darstellt.

3.5.4 Windenergieeintrag

Der Impulstransport von der atmosphärischen Grenzschicht in das Wellenfeld ergibt sich einerseits durch Wechselwirkungen von mit der Windgeschwindigkeit parametrisierbaren, turbulenten Druckschwankungen in der atmosphärischen Grenzschicht mit der freien Meeresoberfläche (PHILLIPS, 1957) und andererseits durch die Wechselwirkung von durch Meereswellen induzierten Luftdruckschwankungen mit der freien Meeresoberfläche (MILES, 1957). Der Prozess nach PHILLIPS ist nur vom Turbulenzzustand der Atmosphäre abhängig und daher unabhängig von der Energiedichte des Seegangs, während der Impulseintrag nach MILES mit der Energiedichte des Seegangs linear anwächst. Es gilt

$$S_{in(\sigma,\theta)} = \rho_W \cdot g \cdot A + B \cdot E_{(\sigma,\theta)}$$
 Gl. 3-28

mit den windgeschwindigkeitsabhängigen Parametern A (PHILIPS) und B (MILES) des Energieeintrags. Für den PHILLIPS-Parameter A gilt nach CAVALERI und MALANOTTE-RIZZOLI (1981) mit einem Hochpassfilter H zur Vermeidung von Energieeinträgen in das Impulsspektrum unter der PIERSON-MOSKOWITZ Frequenz σ_{PM}^{*} (TOLMAN, 1992):

$$A = \frac{1.5 \cdot 10^{-3}}{2 \pi \cdot g^2} \left(u_* \max\left(0, \cos\left(\theta - \theta_{\omega}\right)\right) \right)^4 \cdot H_{(\sigma, \sigma^*_{PM})}$$
Gl. 3-29

$$H_{(\sigma,\sigma_{PM}^{*})} = \exp\left(-\left(\sigma/\sigma_{PM}^{*}\right)^{-4}\right)$$
Gl. 3-30

$$\sigma_{\rm PM}^{\star} = 2 \pi \frac{0.13 \, {\rm g}}{28 \, {\rm u}_{\star}}$$
 Gl. 3-31

wobei u* die Schubspannungsgeschwindigkeit des Windes in der Prandtl-Schicht und θ_W die Windrichtung bezeichnet. Die Schubspannungsgeschwindigkeit berechnet sich aus der Windgeschwindigkeit u₁₀ in 10 m Höhe über der Meeresoberfläche und dem Reibungskoeffizienten C_D:

$$u_*^2 = \tau / \rho_L = C_D u_{10}^2$$
 Gl. 3-32

Der Reibungskoeffizient C_D ist abhängig von der Struktur der Meeresoberfläche, d. h. dem herrschenden Seegang, und damit eine Funktion von der Windgeschwindigkeit selbst. In dem Modell SWAN wird folgender Ansatz von WU (1982) verwendet (mit u_{10} in m/s):

$$C_{\rm D} = \begin{cases} 1,2875 \cdot 10^{-3} & , u_{10} < 7,5 \text{ m/s} \\ (0,8+0,065 \cdot u_{10}) \cdot 10^{-3}, u_{10} \ge 7,5 \text{ m/s} \end{cases}$$
 Gl. 3-33

Andere Ansätze der Parametrisierung sind in GARRAT (1977) zusammengefasst. Für den MILES-Parameter B wird nach KOMEN (1984) der Ansatz

$$\mathbf{B} = \max\left(0; 0, 25 \frac{\rho_{\rm L}}{\rho_{\rm w}} \left(28 \frac{u_*}{c} \cos(\theta - \theta_{\rm w}) - 1\right) \sigma\right)$$
Gl. 3-34

verwendet, wobei ρ_W die Dichte von Meerwasser und $c = \sigma / \left| \vec{k} \right|$ die Phasengeschwindigkeit des Seegangs ist.

Hier wird ein impliziter Ansatz zur Berechnung des MILES-Parameter B verwendet, welcher eine verbesserte Berücksichtigung der Rückkopplung von Windenergieeintrag und Seegangserzeugung bietet (JAN-SEN, 1991). Es gilt:

$$\mathsf{B} = \beta \frac{\rho_{\mathsf{L}}}{\rho_{\mathsf{W}}} \left(\frac{\mathsf{u}_{\star}}{\mathsf{c}}\right)^2 \max\left(0, \cos(\theta - \theta_{\mathsf{W}})\right)^2 \sigma$$
 Gl. 3-35

$$\beta = \begin{cases} \frac{1,2}{\kappa^2} \lambda \cdot (\ln \lambda)^4 & ,\lambda \le 1 \\ 0 & ,\lambda > 1 \end{cases}$$
 Gl. 3-36

$$\lambda = \frac{g z_{e}}{c^{2}} \exp\left(\kappa c / \left| u_{*} \cos\left(\theta - \theta_{w}\right) \right| \right)$$
 Gl. 3-37

wobei κ die VON-KARMAN-Konstante ($\kappa = 0,4$), λ die dimensionslose kritische Höhe, β der MILES-JANSEN Parameter und z_e die effektive Rauhigkeitslänge ist. Unter der Voraussetzung eines logarithmischen Windprofils $u_{(z)} = u_* / \kappa \ln(z+z_e-z_0) / (z_e)$ ergibt sich die effektive Rauhigkeitslänge zu

$$z_{e} = \frac{z_{0}}{\sqrt{1 - \tau_{w} / \tau}}$$
Gl. 3-38

wobei z_0 die lokale Rauhigkeitslänge und τ_w die welleninduzierte Schubspannung ist. Die lokale Rauhigkeitslänge z_0 ergibt sich nach CHARNOCK (1955):

$$z_0 = \alpha \frac{u_*^2}{g}$$
 Gl. 3-39

wobei für den Beiwert α gilt: $\alpha = 0,01$.

Die welleninduzierte Schubspannung ergibt sich auch aus dem Energiedichtespektrum:

$$\vec{\tau}_{w} = \rho_{w} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} \sigma B \frac{E_{(\sigma,\theta)}}{\rho_{W} \cdot g} \frac{\vec{k}}{\left| \vec{k} \right|} d\sigma d\theta$$
Gl. 3-40

3.5.5 Dissipation von Seegangsenergie

Bei der Dissipation von Energie des Seegangs sind drei Teilprozesse zu unterscheiden:

Überschreitung der Grenzsteilheit:

Im Tiefwasser kommt es bei Überschreitung der Wellensteilheit, d. h. dem Verhältnis von Wellenhöhe zu Wellenlänge, von H/L = 1/7 zur Entstehung von Schaumkronenbrechern.

Überschreitung der wassertiefenabhängigen maximalen Wellenhöhe:

Im Flachwasser ist die maximale Wellenhöhe H_{max} durch die vorhandene Wassertiefe d auf etwa $H_{max} = \gamma d$ begrenzt, wobei γ eine Proportionalitätskonstante bezeichnet. In flache Gebiete einlaufender Seegang mit teilweise größeren Wellenhöhen beginnt daher zu brechen.

Bodenreibung

Die sich auf der Wasseroberfläche ausbreitenden Wellen sind mit Orbitalbewegungen des Wassers verbunden. Die Form der Orbitalbahnen sowie die Orbitalgeschwindigkeit ist dabei wassertiefenabhängig. Bei geringen Wassertiefen tritt eine erhebliche Reibung an dem Meeresboden auf, welche dem Seegang Energie entzieht. Zur Ermittlung der Gesamtdissipation $S_{ds(\sigma,\theta)}$ sind die Dissipationsraten aus den Teilprozessen zu addieren:

$$\mathbf{S}_{ds(\sigma,\theta)} = \mathbf{S}_{ds,w(\sigma,\theta)} + \mathbf{S}_{ds,br(\sigma,\theta)} + \mathbf{S}_{ds,b(\sigma,\theta)}$$
Gl. 3-41

wobei $S_{ds,w(\sigma,\theta)}$ die Dissipationsrate durch Überschreitung der Grenzsteilheit und damit den Energieverlust durch Schaumkronenbrecher (engl. whitecapping), $S_{ds,br(\sigma,\theta)}$ die Dissipationsrate infolge Wellenbrechen im Flachwasser (engl. breaking) und $S_{ds,b(\sigma,\theta)}$ die Dissipationsrate durch Bodenreibung (engl. bottom friction) bezeichnet.

Die Dissipationsrate durch die Bildung von Schaumkronenbrechern bei Überschreitung der Grenzsteilheit $S_{ds,w(\sigma,\theta)}$ lässt sich nach HASSELMANN (1974) linear zur spektralen Energiedichte $E_{(\sigma,\theta)}$ ansetzen:

$$\mathbf{S}_{\mathrm{ds},\mathrm{w}(\sigma,\theta)} = -\Gamma\overline{\sigma} \frac{\left|\vec{k}\right|}{\left|\vec{k}\right|} \mathbf{E}_{\sigma,\theta}$$
Gl. 3-42

In Gleichung Gl. 3-39 bezeichnet $\overline{\sigma}$ die mittlere relative Frequenz

$$\overline{\sigma} = E_{tot} \left(\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\sigma} E_{(\sigma,\theta)} d\sigma d\theta \right)^{-1}$$
 Gl. 3-43

und $|\vec{k}|$ den Mittelwert der Wellenzahl

$$\overline{\left|\vec{k}\right|} = E_{tot}^{2} \left(\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{E_{(\sigma,\theta)}}{\rho_{w} \cdot g \cdot \sqrt{\left|\vec{k}\right|}} d\sigma \, d\theta \right)^{-2}$$
Gl. 3-44

Der Dämpfungsfaktor Γ berechnet sich nach

$$\Gamma = C_{ds} \frac{\left|\vec{k}\right|}{\left|\vec{k}\right|} \left(\frac{\vec{s}}{\vec{s}_{PM}}\right)^{m}$$
Gl. 3-45

aus der mittleren Wellensteilheit $\bar{s} = |\bar{k}| \sqrt{E_{tot} / (\rho_w \cdot g)}$, der Steilheit für ein Spektrum nach PIERSON und MOSKOWITZ (1964) $\bar{s}_{PM} = (3,2 \cdot 10^{-3})^{1/2}$ sowie dem aus Naturversuchen ermittelten MILES-Parameter $C_{ds} = 2,36 \cdot 10^{-5}$ (WAMDI, 1988; JANSSEN, 1991).

Die Dissipationsrate $S_{ds,br(\sigma,\theta)}$ durch Wellenbrechen nach Unterschreitung der Grenzwassertiefe ergibt sich durch Wichtung des Gesamtenergieverlustes D_{tot} mit dem relativen Energiegehalt des Spektrums:

$$S_{ds,br(\sigma,\theta)} = -D_{tot} \frac{E_{(\sigma,\theta)}}{E_{tot}}$$
 Gl. 3-46

Der Gesamtenergieverlust ergibt sich nach dem Modell von BATTJES und JANSSEN (1978) zu:

$$D_{tot} = -\frac{1}{4} \alpha_{BJ} Q_b \frac{\overline{\sigma}}{2\pi} \rho \cdot g \cdot H_{max}^2$$
 Gl. 3-47

In Gleichung Gl. 3-47 ist α_{BJ} der BATTJES-JANSSEN-Parameter, $\overline{\sigma}$ die nach Gleichung Gl. 3-40 berechnete mittlere relative Frequenz, H_{max} die nach dem Brecherkriterium maximal zulässige Wellenhöhe und Q_b der Anteil der brechenden Wellen. Das Brecherkriterium (Kriterium nach MICHE) lautet:

$$H_{max} = \gamma d Gl. 3-48$$

wobei d die Wassertiefe bezeichnet. Die Proportionalitätskonstante γ wird mit $\gamma = 0.78$ (BATTJES und JANSSEN, 1978) angesetzt, wobei speziell für große Brecherkennzahlen $\xi_0 = \tan \alpha / \sqrt{H/L_0} > 0.5$ in der Literatur für den Parameter γ Werte bis zu $\gamma = 1$ (FÜHRBÖTER, 1974) genannt werden. In Untersuchungen im Wellenkanal zur Kalibrierung des Modells SWAN konnten diese jedoch nicht bestätigt werden (MAI ET AL., 1999 (a)). Der Anteil der brechenden Wellen folgt mit der impliziten Beziehung aus der maximalen Wellenhöhe H_{max} und der Gesamtenergie E_{tot}

$$\frac{1-Q_{b}}{\ln Q_{b}} = -8 \frac{E_{tot}}{\rho_{w} \cdot g \cdot H_{max}^{2}}$$
Gl. 3-49

Die Dissipationsrate infolge Bodenreibung $S_{ds,b(\sigma,\theta)}$ ergibt sich nach dem Reibungsgesetz von COLLINS (1972) proportional zum spektralen Quadrat der Orbitalgeschwindigkeit $U^2_{(\sigma,\theta)}$ am Boden:

$$S_{ds,b(\sigma,\theta)} = -C_{bot} \frac{U_{(\sigma,\theta)}^2}{g^2}$$
 Gl. 3-50

$$U_{(\sigma,\theta)} = \frac{\sigma}{\sinh(|\bar{k}|d)}$$
 Gl. 3-51

Für den Bodenreibungskoeffizient C_{bot} gilt mit einem Bodenreibungsparameter C_{fw} nach TOLMAN (1990)

$$C_{bot} = C_{fw} \cdot g \cdot U_{rms}$$
 Gl. 3-52

Das quadratische Mittel der Orbitalgeschwindigkeit U_{rms} berechnet sich nach

$$U_{\rm rms} = \left(\int_0^{2\pi} \int_0^\infty U_{(\sigma,\theta)}^2 \frac{\mathsf{E}_{(\sigma,\theta)}}{\rho_w g} \, \mathrm{d}\sigma \, \mathrm{d}\theta\right)^{-\frac{1}{2}}$$
Gl. 3-53

Der in Gleichung Gl. 3-52 Bodenreibungsparameter wird von TOLMAN (1990) mit $C_{fw} = 0,015$ bzw. von MAI ET AL. (1999 (b)) mit $C_{fw} = 0,01$ angegeben.

3.5.6 Nichtlineare Seegangswechselwirkungen

Die nichtlinearen Seegangswechselwirkung bezeichnet einen Energietransfer innerhalb des Seegangsspektrums $E_{(\sigma,\theta)}$, d. h. die Gesamtenergie des Seegangsspektrums E_{tot} bleibt konstant. Neben der Energieerhal-

tung ist für den Energieaustausch zwischen einzelnen Komponenten – (σ,θ) bzw. \vec{k} –

die Impulserhaltung erforderlich. Im Tiefwasser erfordert dies die Wechselwirkung von 4 Komponenten des Seegangsspektrums (Quadruplet-Interaction), im Flachwasser ist wegen der veränderten Dispersionsrelation die Wechselwirkung von 3 Komponenten (Triad-Interaction) ausreichend. Eine schematische Darstellung möglicher Wechselwirkungen der Quadruplet-Interaction findet sich in Abb. 3-8.



Abb. 3-8: Grundlegende Wechselwirkungen der Quadruplet-Interaction (HASSELMANN und HASSEL-MANN, 1985)

Mathematisch lassen sich die Erhaltungssätze für die Quadruplet-Interaction folgendermaßen formulieren (HASSELMANN, 1961 + 1963 (a) - (b))

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4$$
 Gl. 3-55

Für die Triad-Interaction gilt analog (YOUNG und ELDEBERKY, 1988)

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$$
 Gl. 3-57

Der Term der Energieumverteilung $S_{nl(\sigma,\theta)}$ durch nichtlineare Welle-Welle-Wechselwirkungen setzt sich entsprechend aus einem Term für die Quadruplet-Interaction $S_{nl4(\sigma,\theta)}$ und einem für die Triad-Interaction $S_{nl3(\sigma,\theta)}$ zusammen (RIS, 1997)

$$\mathbf{S}_{\mathrm{nl}(\sigma,\theta)} = \mathbf{S}_{\mathrm{nl}3(\sigma,\theta)} + \mathbf{S}_{\mathrm{nl}4(\sigma,\theta)}$$
Gl. 3-58

Die Quadruplet-Interaction wird unter Voraussetzung einer von HASSELMANN ET AL. (1985) vorgeschlagenen Approximation, der sog. Discrete Interaction Approximation DIA, berechnet:

$$\mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\sigma,\theta)} = \mathbf{R}_{(k_{\mathrm{p}}\mathrm{d})} \left(\mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\sigma,\theta)}^* + \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\sigma,\theta)}^{**} \right)$$
Gl. 3-59

$$\mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\sigma,\theta)}^{*} = 2 \cdot \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_{1}\sigma,\theta)} - \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_{2}\sigma,\theta)} - \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_{3}\sigma,\theta)}$$
Gl. 3-60

$$\mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\sigma,\theta)}^{**} = 2 \cdot \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_1 \sigma, -\theta)} - \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_2 \sigma, -\theta)} - \delta \mathbf{S}_{\mathrm{nl4}(\alpha_3 \sigma, -\theta)}$$
Gl. 3-61

$$R_{(k_{p}d)} = 1 + \frac{5.5}{k_{p} \cdot d} \left(1 - \frac{5 \cdot k_{p}d}{6} \right) \cdot \exp(-1.25 \cdot k_{p}d)$$
Gl. 3-62

In den Gleichungen Gl. 3-59 bis Gl. 3-62 beschreibt $R_{(k_pd)}$ den Flachwassereinfluss auf den Impulstransfer bei Quadruplet-Interaction, d. h. im Tiefwasser gilt $R_{(k_pd)} = 1$.

Die Parameter α_i beschreiben das Frequenzverhältnis der an der Quadruplet-Interaction beteiligten spektralen Komponenten. Sie werden im Rahmen der DIA zu $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 1,25$, $\alpha_3 = 0,75$ gesetzt (HASSELMANN ET AL., 1985). Die Terme $S_{nl4(\sigma,\theta)}^*$, $S_{nl4(\sigma,\theta)}^{**}$ und $\delta S_{nl4(\sigma,\theta)}$ stellen Teilprozesse der Quadruplet-Interaction dar. HASSELMANN ET AL. (1985) stellt folgenden Bezug zur spektralen Energiedichte $E_{(\sigma,\theta)}$

$$\delta S_{nl4(\alpha_{i}\sigma,\theta)} = C_{nl4} (2 \cdot \pi)^{2} g^{-4} \left(\frac{\sigma}{2 \cdot \pi}\right)^{11} \cdot \rho_{w}^{-2} \cdot \left(\frac{E_{(\alpha_{i}\sigma,\theta)} \left(\frac{E_{(1,25 \cdot \alpha_{i}\sigma,\theta)}}{1,25^{4}} + \frac{E_{(0,75 \cdot \alpha_{i}\sigma,\theta)}}{0,75^{4}}\right)}{-2 \frac{E_{(\alpha_{i}\sigma,\theta)} E_{(1,25 \cdot \alpha_{i}\sigma,\theta)} E_{(0,75 \cdot \alpha_{i}\sigma,\theta)}}{\left(1 - 0,25^{2}\right)^{4}} \right)$$
Gl. 3-63

Der Koeffizient C_{nl4} stellt darin eine dimensionslose Konstante dar, die im Rahmen dieser Arbeit entsprechend der Voreinstellungen zu 3,0⁺ 10⁷ gewählt worden ist.

Die Triad-Interaction wird unter Voraussetzung einer von ELDEBERKY und BATTJES (1995) vorgeschlagenen Approximation, der sog. Discrete Triad Approximation DTA, berechnet:

$$S_{nl3(\sigma,\theta)} = S_{nl3(\sigma,\theta)}^{+} + S_{nl3(\sigma,\theta)}^{-}$$
Gl. 3-64

$$\mathbf{S}_{\mathrm{nl3}(\sigma,\theta)}^{+} = \max \begin{pmatrix} 0; 2 \cdot \pi \cdot \alpha_{\mathrm{EB}} \cdot \mathbf{J}^{2} \cdot \mathbf{c}_{\mathrm{g},\sigma} \cdot \rho_{\mathrm{w}}^{-1} \\ |\sin(\beta_{\mathrm{DTA}})| \cdot \frac{\sigma}{k_{\sigma}} \mathbf{E}_{(\sigma/2,\theta)} - 2 \\ \frac{0; 5 \cdot \sigma}{k_{\sigma/2}} \mathbf{E}_{(\sigma/2,\theta)} \mathbf{E}_{(\sigma,\theta)} \end{pmatrix}$$
GI. 3-65

Der Term $S^+_{nl3(\sigma,\theta)}$ fasst darin Wechselwirkungen, welche eine Zunahme der Impulsdichte bewirken, zusammen, während $S^-_{nl3(\sigma,\theta)}$ die Wechselwirkung, welche eine Abnahme an Impulsdichte bewirkt, beschreibt. Die Intensität der Wechselwirkung wird von der Gruppengeschwindigkeit $c_{g\sigma}$ der Wellen der Frequenz σ , dem Wechselwirkungskoeffizienten J, dem Phasenwinkel β_{DTA} und dem anzupassenden Parameter α_{EB} beeinflusst. Weitere Parameter sind die Wellenzahl k_{σ} bzw. $k_{\sigma/2}$ der Wellen der Frequenz σ bzw. $\sigma/2$. Für den Wechselwirkungskoeffizienten J gilt nach BOOIJ ET AL. (1999):

$$J = \begin{cases} \frac{k_{\sigma/2}^{2} \left(g \cdot d + 2 \cdot c_{\sigma/2}^{2}\right)}{k_{\sigma} d \cdot \left(g \cdot d + \frac{2}{15} g \cdot d^{3} \cdot k_{\sigma}^{2} - \frac{2}{5} \sigma^{2} d^{2}\right)} & \text{für } Ur \ge 0,1 \\ 0 & \text{für } Ur < 0,1 \end{cases}$$
Gl. 3-67

wobei $c_{\sigma/2}$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Frequenzraum bei der Frequenz $\sigma/2$ bezeichnet. Der Phasenwinkel β berechnet sich unter Verwendung der URSELL-Zahl Ur

$$\beta_{\text{DTA}} = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{0,2}{\text{Ur}}\right)$$
Gl. 3-68

Für die URSELL-Zahl gilt:

$$Ur = \frac{g}{8 \cdot \sqrt{2}\pi^2} \frac{H_s}{d^2 \sigma_p^2}$$
Gl. 3-69

Für den ELDEBERKY-BATTJES-Parameter α_{EB} geben ELDEBERKY und BATTJES (1995) den Wert $\alpha_{EB} = 1,0$ an. RIS (1997) empfiehlt nach Kalibrierung an physikalischen Untersuchungen im Wellenkanal

 $\alpha_{EB} = 0,50$, RIS et al. (1998) $\alpha_{EB} = 0,25$, sowie V. LIEBERMAN und MAI (2000) $\alpha_{EB} = 0,10$. Der letztgenannte Wert findet hier Verwendung. Die Berechnung der Energieumverteilung durch Triad-Interaction nach Gleichung Gl. 3-64 erfolgt nur für Frequenzen σ , die ein Vielfaches α_{DTA} der mittleren Frequenz $\overline{\sigma}$ nicht überschreiten, d. h. $\sigma \le \alpha_{DTA} \cdot \overline{\sigma}$. RIS (1997), RIS ET AL. (1998) geben für $\alpha_{DTA} = 2,5$ an, was auch in dieser Arbeit Verwendung findet.

3.5.7 Einfluss der Strömung auf Seegang

Welle-Strömung-Wechselwirkungen umfassen die Wechselwirkungen des Seegangs mit Tideströmungen, Ozeanströmungen und lokalen winderzeugten Strömungen (RIS, 1997). Für einige Küstengebiete kommt den Tideströmungen erhebliche Bedeutung zu. Die Wirkung von Strömungen auf den Seegang ist in den Gleichungen, Gl. 3-19, Gl. 3-24, Gl. 3-25 und Gl. 3-26 enthalten. Für eine qualitative Analyse bietet sich eine Unterscheidung der Fälle:

- a) Seegangsrichtung antiparallel zur Strömungsrichtung
- b) Seegangsrichtung parallel zur Strömungsrichtung

Laufen Wellen gegen eine stationäre gegenläufige Strömung wachsender Geschwindigkeit, so steigt die relative Frequenz σ . Damit sinkt bei konstanter absoluter Frequenz die Wellenlänge und die Gruppengeschwindigkeit, so dass es zum Wellenbrechen infolge einer Überschreitung der Grenzsteilheit der Welle kommen kann. Bei weiterem Absinken der Gruppengeschwindigkeit breitet sich die Welle schließlich in entgegen gesetzte, d. h. strömungsparallele, Richtung aus (Wellenblocken). Laufen Wellen mit einer parallelen Strömung, so sinkt die relative Frequenz σ . Damit steigt bei konstanter absoluter Frequenz die Wellenlänge und die Gruppengeschwindigkeit, so dass die Wellensteilheit und damit die Wahrscheinlichkeit des Brechens infolge einer Überschreitung der Grenzsteilheit herabgesetzt wird. Untersuchungen haben gezeigt, dass sich dort Strömungen die Wellenperioden um bis zu 1,5 s (20 %) und die Wellenhöhen um bis zu 0,40 m (10 %) ändern.

3.6 Ermittlung des Wasserstands durch Simulation der Tideverhältnisse mit dem Modell MIKE 21 HD

3.6.1 Grundlagen

Bei dem Programm MIKE 21 HD des DANISH HYDRAULIC INSTITUTE DHI handelt es ich um zweidimensionales hydronumerisches Model zur Berechnung der tiefengemittelten Strömungsgeschwindigkeiten \bar{u} (DANISH HYDRAULIC INSTITUTE, 1996 (a)). Das grundlegende Gleichungssystem solcher Modelle basiert auf der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$
 Gl. 3-70

und auf der NAVIER-STOKES-Gleichung, hier in ihrer komponentenweisen Formulierung,

$$\frac{\partial q_{x}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{x}^{2}}{d} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_{x} \cdot q_{y}}{d} \right) = -\underbrace{g \cdot d}_{Gradient des} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$
Gradient des

$$-\frac{F_{x,Boden}}{\rho_{w}} + \frac{F_{x,Turb}}{P_{w}} + \underbrace{\Omega \cdot q_{y}}_{Coriolis-} + \frac{F_{x,Wind}}{\rho_{w}} - \frac{d}{\rho_{w}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} p_{a}$$
Luftdruckgradient
$$\frac{\partial q_{y}}{\partial t}}{\frac{\partial t}{Anderung}} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_{y}^{2}}{d} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{x} \cdot q_{y}}{d} \right) = -\underbrace{g \cdot d}_{Windschub} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} p_{a}$$
Gl. 3-71
Gl. 3-71
Gl. 3-71
Gl. 3-71
Gl. 3-71
Gl. 3-71
Gl. 3-72
Gl. 3-71
Gl. 3-72
Gl. 3-71
Gl. 3-72

wobei ζ den Wasserstand (ohne Seegangseinfluss), p_A den atmosphärischen Druck, \overline{F}_{Wind} den strömungsanfachenden Windschub, \overline{F}_{Boden} die Bodenreibung, \overline{F}_{Turb} den Impulstransport durch Turbulenz, \overline{q} die tiefenintegrierte Strömungsgeschwindigkeit und Ω den Coriolis-Parameter bezeichnet (ABBOTT ET AL., 1981; Abbott, 1997).

Die tiefenintegrierte Strömungsgeschwindigkeit bzw. der breitenbezogene Durchfluss \bar{q} folgt aus der tiefengemittelten Strömungsgeschwindigkeit \bar{u} nach

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \end{pmatrix} = d \cdot \vec{u} = d \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$
Gl. 3-73

Der Coriolis-Parameter Ω , die Proportionalitätskonstante zwischen der Coriolis-Kraft, einer Scheinkraft im bewegten Koordinatensystem, und der Geschwindigkeit eines Mediums bzgl. des bewegten Koordinatensystems, ist eine Funktion von Sterntag t_{Sterntag} (= 86164 s) und geographischer Breite φ (DIETRICH ET AL., 1992). Für zweidimensionale, horizontale Strömungen gilt:

$$\Omega = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{t_{\text{Sterntag}}} \cdot \sin \phi$$
 Gl. 3-74

Der Impulseintrag aus der Atmosphäre, sowohl durch Windschub \overline{F}_{Wind} als auch durch einen Luftdruckgradienten ∇p_A , wird im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Abschätzung der Tideströmungen vernachlässigt. Die Berücksichtigung ist jedoch grundsätzlich im Modell MIKE 21 möglich. Die Parametrisierung des Windschubs erfolgt dann, ähnlich der Parametrisierung des Windenergieeintrages in SWAN (vgl. Gleichung Gl. 3-32) nach

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_{x,Wind} \\ F_{y,Wind} \end{pmatrix} = c_{D,M21} \cdot u_{10} \cdot \vec{u}_{10} = c_{D,M21} \cdot u_{10} \cdot \begin{pmatrix} u_{10,x} \\ u_{10,y} \end{pmatrix}$$
Gl. 3-75

mit der Windgeschwindigkeit $u_{10} = \sqrt{u_{10,x}^2 + u_{10,y}^2}$ und dem Reibungskoeffizienten $c_{D,M21}$ nach Smith und Banke (1975).

3.6.2 Bodenreibung

Der Impulsverlust der Strömung durch Reibung am Meeresboden wird, ähnlich dem Verlust an Impulsdichte des Seegangs bei Bodenreibung (vgl. Gleichung Gl. 3-50), proportional zum Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u} = 1/d \cdot \bar{q}$ angesetzt

$$\vec{F}_{Boden} = \frac{g \cdot |\vec{q}|}{C^2 \cdot d^2} \cdot \vec{q}$$
Gl. 3-76

Der als CHEZY-Konstante bezeichnete Parameter C wird i. d. R. in Abhängigkeit von der Wasserteife d mit dem MANNING-Beiwert M parametrisiert:

$$C = M \cdot d^{1/6}$$
 Gl. 3-77

Der MANNING-Beiwert beträgt i. d. R. zwischen 20 m^{1/3}/s bis 40 m^{1/3}/s (DANISH HYDRAULIC INSTI-TUTE; 1996). Im Rahmen dieser Arbeit wird ein für Ästuare typischer MANNING-Beiwert von 25 m^{1/3}/s verwendet. Dies entspricht dem bei der Kalibrierung des Modells MIKE 21 HD für das Jade-Weser-Ästuar ermittelten Wert.

3.6.3 Turbulenzansatz

Der Impulstransport \overline{F}_{Turb} in einer Strömung ist porportional zum Gradienten des Schubspannungstensors $\overline{\tau}_s$. Es gilt (BOOIJ, 1991):

$$\vec{F}_{Turb} = \begin{pmatrix} F_{x,Turb} \\ F_{x,Turb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(d \cdot \tau_{s,xx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(d \cdot \tau_{s,xy} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(d \cdot \tau_{s,xy} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(d \cdot \tau_{s,yy} \right) \end{pmatrix}$$
Gl. 3-78

Für die Komponenten des Schubspannungstensors gilt nach LEONARD (1974):

$$\tau_{s,xx} = A_h \cdot \rho_w \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x}$$
Gl. 3-79

$$\tau_{s,xy} = \frac{1}{2} \cdot A_{h} \cdot \rho_{w} \cdot \left(\frac{\partial u_{x}}{\partial y} + \frac{\partial u_{y}}{\partial x} \right)$$
Gl. 3-80

$$\tau_{s,yy} = A_h \cdot \rho_w \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y}$$
 Gl. 3-81

Der Parameter A_h wird als Wirbelviskosität bezeichnet und berechnet sich unter Verwendung der Mischungsweglänge I gemäß (SMAGORINSKY, 1963)

$$\mathbf{A}_{\mathrm{h}} = \mathbf{l}^{2} \cdot \left(\left(\frac{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{x}}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{x}}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{y}}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{y}}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{2} \right)^{0.5}$$
Gl. 3-82

Für die Mischungsweglänge 1 gilt (MADSEN ET AL., 1988)

wobei Δx und Δy die räumliche Auflösung des numerischen Modells und C_s die SMAGORINSKY-Konstante bezeichnet. Für dreidimensionale Modelle hängt die SMAGORINSKY-Konstante C_S nur von der die Turbulenzstruktur beschreibenden KOMOGOROV-Konstante α_{K} ab (MADSEN ET AL., 1988) Die SMAGORINSKY-Konstante beträgt C_s = 0,1825 bei α_{K} = 1,6. Für zweidimensionale Modelle ist diese eindeutige Festlegung der SMAGORINSKY-Konstante nicht mehr gegeben, da die vertikale Turbulenzstruktur ebenso Einfluss hat. MADSEN et al. (1988) empfehlen SMAGORINSKY-Konstanten C_S von 0,40 bis 0,80. Auf der Grundlage einer Kalibrierung des Modells MIKE 21 HD anhand von Ergebnissen physikalischer Modellversuche ergab sich eine Konstante von C_S =0,50 und ist daher im Rahmen dieser Ausarbeitung angesetzt worden.

3.7 Anwendung einer Seegangssimulation am Beispiel des Nordfriesischen Wattenmeeres

3.7.1 Allgemeines

Zur Prüfung des beschriebenen numerischen Modells SWAN werden zunächst die Seegansparameter im Untersuchungsgebiet HEVER und HEVERSTROM im Nordfriesischen Wattenmeer bei variierenden Bedingungen von Wasserstand und Wind unter Vernachlässigung der Wechselwirkung von Strömung und Seegang bestimmt. Zur Abschätzung des Einflusses der Tide auf den Seegang erfolgt die Berechnung der Strömungen bei typischen Tideverhältnissen mit dem Modell MIKE 21. Die so berechnete Gezeitenströmung wird für eine Seegangssimulation bei mittlerem Tidegeschehen verwendet. Eine Prüfung der Abhängigkeiten der Seegangsparameter von den Randbedingungen erfolgt durch einen Vergleich mit Ergebnissen von Naturmessungen.

3.7.2 Seegang ohne Strömungswechselwirkung

Die numerische Simulation des Seegangs mit dem Modell SWAN erfordert neben der Vorgabe der Topographie des Seegrundes und der Modellparameter eine Vorgabe von Randbedingungen. Dies sind Wasserstand, Wind sowie Eingangsseegang an den offenen bzw. seeseitigen Rändern des Untersuchungsgebiets. Für die Simulation des Seegangs ohne Strömungswechselwirkung werden der Wasserstand sowie Windgeschwindigkeit und -richtung näherungsweise als konstant über das Untersuchungsgebiet angenommen. Die genannten Parameter werden in folgenden Grenzen variiert:

Wasserstand:	0 mNN, 1 mNN, 2 mNN, 3 mNN, 4 mNN, 5 mNN
Windgeschwindigkeit:	8 m/s, 12 m/s, 16 m/s, 20 m/s, 24 m/s, 28 m/s, 32 m/s
Windrichtung:	210°, 240°, 270°, 300°, 330°

Der Eingangsseegang am westlichen Rand und den westlichen Teilen der nördlichen und südlichen Berandung des Modellgebiets wird durch ein JONSWAP-Spektrum charakterisiert. Die signifikante Wellenhöhe und Peak-Periode werden durch die Windgeschwindigkeit unter der Annahme voll ausgereiften Seegangs parametrisiert (MAI und ZIMMERMANN, 2000). Abb. 3-9 zeigt den Zusammenhang der Seegangskenngrößen und der Windgeschwindigkeit, so steigt die signifikante Wellenhöhe von 1,4 m bei einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s auf 4,2 m bei einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s an. Die Peak-Periode des Seegangs steigt von etwa 6 s bei einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s auf 11 s bei einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s an.



Abb. 3-9: Parametrisierung des Eingangsseegangs an der westlichen Begrenzung des numerischen Modells SWAN und Vergleich mit Bojenmessungen des ALR und mit Ergebnissen des Nordsee-Seegangsmodells des BSH

Beispielhaft für verschiedene Seegangssimulationen bei unterschiedlichen Kombinationen von Randbedingungen (s. o.) ist für einen Wasserstand von 4 mNN und Westwind der Geschwindigkeit von 28 m/s in Abb. 3-10 die Seegangsausbreitung in Hever und Heverstrom dargestellt. Es zeigt sich deutlich die Abnahme der Wellenhöhe über den Sänden (speziell Norderoogsand und Süderoogsand) infolge Brechen und vermehrter Bodenreibung. In der tiefen Rinne der Süderhever dringt der Seegang mit großer Wellenhöhe weiter - bis etwa zum Heversteert - vor. Ein ähnliches Bild ergibt sich auch für die mittlere Wellenperiode. Die Ergebnisse aller Seegangssimulationen sind, in den am FRANZIUS-INSTITUT für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hannover aufgebauten Internet-basierten Seegangsatlas (MAI, 1999) eingebaut worden und stehen im Anhang diese Buches zur Verfügung.

Die Nutzung des in HTML, JAVASCRIPT und JAVA programmierten Seegangsatlas bietet die Möglichkeit, an beliebigen Positionen des Untersuchungsgebiets Hever und Heverstrom die Seegangsparameter signifikante Wellenhöhe und mittlere Wellenperiode - entweder direkt über Eingabe der Gauss-Krüger-Koordinaten (Rechtswert/Hochwert) oder indirekt über Mausklick (auf die gewünschte Position) zu ermitteln (Abb. 3-10).



Abb. 3-10: Internet-basierte Visualisierung der Ergebnisse der Seegangssimulation signifikante Wellenhöhe (oben), mittlere Wellenperiode (unten)

An den in Abb. 3-9 bezeichneten Positionen von Seegangsbojen sind unter Nutzung dieser Funktionalität die signifikante Wellenhöhe und die mittlere Wellenperiode für die verschiedenen Randbedingungen von Wasserstand und Wind ausgelesen worden. Die Abhängigkeit der Seegangsparameter von den Randbedingungen ist, ähnlich wie in Abb. 3-10 für die Naturmessungen, in Abb. 3-11 für die Lokation Heversteert (Pos. SFB 79) sowie in Abb. 3-12 bis Abb. 3-14 für die Lokation Norderhever (Pos. B2) dargestellt. Am Heversteert zeigt sich ein Zunahme der signifikanten Wellenhöhe mit der Windgeschwindigkeit, so beträgt die Wellenhöhe bei einem Wasserstand von 4 mNN (= MThw + 2,50 m) und Westwind mit einer Geschwindigkeit von 8 m/s (= 4 Bft (siehe DIETRICH ET AL., 1992)) etwa 0,70 m und bei Windgeschwindigkeiten von 32 m/s (=12 Bft) etwa 1,90 m. Daneben zeigt Abb. 3-10 einen Anstieg der Wellenhöhe mit dem Wasserstand, was auf vermindertes Wellenbrechen bei größeren Wassertiefen zurückzuführen ist (vgl. MI-CHE-KITERIUM, Gl. 3-48). Bei Westwind mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s(=8 Bft) beträgt die signifikante Wellenhöhe 1,00 m für eine Wasserstand von 0 mNN und 1,50 m für einen Wasserstand von 4 mNN. Die im numerischen Modell ermittelten Wellenhöhen weisen eine deutliche Richtungsabhängigkeit auf. Die größten Wellenhöhen ergeben sich bei Wind aus Südwest. So nimmt z. B. bei einem Wasserstand von 4 mNN und Wind mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft) die signifikante Wellenhöhe von 1,20 m bei Nordwestwind auf 1,80 m bei Südwestwind zu. Die aus der numerischen Simulation bestimmte mittlere Wellenperiode am Heversteert weist eine starke Korrelation mit der signifikanten Wellenhöhe auf. Für westliche und südwestliche Winde steigt die mittlere Wellenperiode annähernd linear von 2,9 s bei einer signifikanten Wellenhöhe H_s von 0,5 m auf 4,9 s bei einer Wellenhöhe von 2,0 m an. Für nordwestliche Winde ergibt sich ein Anstieg der Wellenperiode von etwa 2,7 s bei $H_s = 0,5$ m auf 4,0 s bei $H_s = 1,5$ m. Die Abhängigkeit des Zusammenhangs zwischen Wellenperiode und Wellenhöhe vom Wasserrand ist nicht eindeutig, i. d. R. treten jedoch bei höheren Wasserständen höhere Wellenperioden auf. Bei Nordwestwind und einer signifikanten Wellenhöhe von 0,50 m beträgt die mittlere Wellenperiode für einen Wasserstand von 0 mNN beispielsweise 2,5 s und für einen Wasserstand von 4 mNN 3,0 s.



Abb. 3-11: Seegangsparameter am Messpunkt Heversteert bei nordwestlichen (oben), westlichen (Mitte) und südwestlichen (unten) Winden als Ergebnis der numerischen Simulation

In Nordhever (Pos. B2) zeigen sich ähnliche Abhängigkeiten der Seegangsparameter von den Randedingungen wie am Heversteert. Wegen der geschützten Lage im Lee der Insel Pellworm sind die in Nordhever gemessenen signifikanten Wellenhöhen und, wegen der Korrelation der Wellenperiode mit der Wellenhöhe, auch die mittleren Wellenperioden geringer als am Heversteert. Bei Westwind (270°) und einem Wasserstand von 4 mNN steigt die signifikante Wellenhöhe von 0,5 m bei einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s (= 4 Bft) auf 1,4 bei Windgeschwindigkeit von 32 m/s (= 12 Bft) an (Abb. 3-12). Die Wellenhöhen in der Nordhever betragen damit nur etwa 75 % der Wellenhöhen am Heversteert. Bei Westwind mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft) steigt die signifikante Wellenhöhe von 0,8 bei einem Wasserstand von 0 mNN auf 1,1 m bei einem Wasserstand vn 4 mNN bzw. auf 1,3 m bei 6 mNN an (Abb. 3-12). Bei einem Wasserstandsanstieg von 4 m nimmt an der Norderhever die Wellenhöhe um 37,5 % zu, während diese Zunahme am Heversteert 50 % beträgt. Wie für den Heversteert zeigt sich auch in der Norderhever eine deutliche Richtungsabhängigkeit, so steigt - im Vergleich zu den Wellenhöhen bei westlichen Winden - die signifikante Wellenhöhe bei südwestlichen Windrichtungen (210° bzw. 240°) und einem Wasserstand von 4 mNN von 0,6 m bei einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s (= 4 Bft) auf 1,7 mNN bei einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s (= 12 Bft) an. Abb. 3-13 und Abb. 3-14 verdeutlichen diese Richtungsabhängigkeit der Seegangsparameter bei einem Wasserstand von 4 mNN. Bei einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s beträgt die signifikante Wellenhöhe 1,7 m für Südwestwind und 1,3 m für Nordwestwind. In der Norderhever ist die Richtungsabhängigkeit der signifikanten Wellenhöhe mit einem Unterschied von 25 % weniger ausgeprägt als am Heversteert, wo der Unterschied zwischen den Wellenhöhen bei Nordwestwind und Südwestwind 50 % beträgt. Die mittlere Wellenperiode weist ebenso eine deutliche Richtungsabhängigkeit auf. Bei einem Wasserstand von 4 mNN und einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s beträgt die mittlere Wellenperiode 4.4 s für Südwestwind und 3,7 s für Nordwestwind (Abb. 3-14). Wie die Wellenhöhe steigt auch die Wellenperiode mit der Windgeschwindigkeit und dem Wasserstand an (Abb. 3-12 und Abb. 3-13).Bei einem Wasserstand von 4 mNN und Westwind (270°) nimmt die mittlere Wellenperiode von 2,8 s bei einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s (= 4 Bft) auf 4,0 s bei einer Windgeschwindigkeit von 32 m/s (= 12 Bft) zu. Bei Westwind mit einer Windgeschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft) nimmt die mittlere Wellenperiode von 3,4 s bei einem Wasserstand von 0 mNN auf 3,7 s bzw. 4,0 s bei einem Wasserstand von 4 mNN bzw. 6 mNN zu.







Abb. 3-13: Einfluss der Windstärke auf die Seegansparameter am Messpunkt Norderhever (B2) bei südwestlichen Winden



Abb. 3-14: Einfluss der Windrichtung auf die Seegansparameter am Messpunkt Norderhever (B2) als Ergebnis der numerischen Simulation
3.7.3 Simulation von Tideströmungen

Bei den dargestellten Seegangsparametern ist der Einfluss der Interaktion des Seegangs mit den Tideströmungen, nicht berücksichtigt worden. Um die Größenordnung der im Untersuchungsgebiet Hever und Hegewinnen, Modell verstrom vorliegenden Tideströmungen zu ist das hydronumerische MIKE 21 HD eingesetzt worden. Neben Modellparametern, wie MANNING-Zahl und SMAGORINSKY-Konstante, sind, wie für das Seegangsmodell SWAN die Topographie des Seegrundes und die Randbedingungen vorzugeben. Für die Abschätzung der Tideströmungen ist an dem in Abb. 3-15 dargestellten westlichen Rand des Modellgebiets eine Tidekurve vorgegeben worden. Die übrigen Ränder, d. h. die Fiegenplate und Linnenplate im Süden und das Sandshörn im Norden sind als undurchlässig angenommen worden. Als Annäherung an die Tidekurve am westlichen Rand ist die mittlere Tide am Pegel Büsum verwendet worden. Eine Darstellung der Zeitreihe des Tidewasserstands findet sich in Abb. 3-15. Als Ergebnis der numerischen Simulation sind in Abb. 3-19 beispielhaft die Tidewassesrstände und -strömungen für maximalen Flut- und Ebbstrom dargestellt.



Abb. 3-15: Wasserstandsrandbedingung zur Abschätzung der Tideströmungen mit dem numerischen Modell MIKE 21 HD (LANDESAMT FÜR NATUR UND UMWELT SCHLESWIG-HOLSTEIN, 1988)

Es zeigt sich deutlich das Einlaufen bzw. das Auslaufen der Tidewelle in die Wattströme Hever und den Heverstrom. Die Strömungsgeschwindigkeit in der Norderhever ergibt sich nach der numerischen Simulation zu 1,0 m/s bei maximalem Flutstrom und 0,8 m/s bei maximalem Ebbstrom die entspricht etwa 85 % der im physikalischen Modell ermittelten Geschwindigkeiten.

Eine Darstellung der Strömungsgeschwindigkeiten an den Positionen B1, B2 und SFB der Seegangsbojen ist für den Zeitraum vom maximalem Flutstrom bis zum maximalem Ebbstrom in Abb. 3-12 gegeben. An der Seegansboje in der Süderhever beträgt der maximale Flut- bzw. Ebbstrom etwa 0,3 m/s. Aufgrund der im Vergleich zur Süderhever stark verringerten Breite der Norderhever bzw. des Heverstroms nimmt die Strömungsgeschwindigkeit in den letztgenannten Wattströmen zu. Am Heversteert beträgt die Strömungsgeschwindigkeit maximal etwa 0,7 m/s und am Ort der Boje B1 etwa 0,6 m/s.



Abb. 3-16: Geschwindigkeit der Tideströmung an den Lokationen der Seegangsbojen - Messzeitraum 1995 bis 1997 (oben + Mitte), 1979 (unten)

3.7.4 Simulation von Seegang mit Strömungswechselwirkung

Die zuvor berechneten Tidewasserstände und -strömungen sind zur Ergänzung der Randbedingungen des dargestellten Seegangsmodells verwendet worden. zu vier verschiedenen Tidephasen - Tideniedrigwasser, maximalem Flutstrom, Tidehochwasser, maximalem Ebbstrom - ist die Seegangsausbreitung in der Hever und dem Heverstrom einerseits unter Berücksichtigung der Räumlichen Wasserstands- und Strömungsverteilung und andererseits unter ausschließlicher Berücksichtigung der räumlichen Wasserstandsverteilung, d. h. ohne Strömungseinfluss, mit dem Modell SWAN berechnet worden. Die Randbedingungen des Windes sind für diese Untersuchung in folgenden Grenzen variiert worden:

Windgeschwindigkeit:	8 m/s, 12 m/s, 16 m/s, 20 m/s
Windrichtung:	240°, 270°, 300°

Die Berücksichtigung der Strömungsverteilung führt zu einer Veränderung der Seegangsparameter - signifikante Wellenhöhe, mittlere Wellenperiode. Exemplarisch zeigt Abb. 3-18 die Änderung der signifikanten Wellenhöhe und Abb. 3-19 die der mittleren Wellenperiode bei Berücksichtigung der Strömungsverteilung zur Zeit des maximalen Flutstroms und des maximalen Ebbstroms für Westwind der Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft). Die Änderung der Wellenhöhe beträgt bis zu 0,2 m, die der Wellenperiode bis zu 0,2 s. Für den maximalen Flutstrom zeigt sich bei Berücksichtigung der Tideströmungen in der Norderhever eine leichte Abnahme der signifikanten Wellenhöhe um bis zu 0,05 m, während die mittlere Wellenperiode nahezu konstant bleibt. Für den maximalen Ebbstrom nimmt in der Norderhever die signifikante Wellenhöhe um etwa 0,2 m und die mittlere Wellenperiode um 0,2 s zu. In Gebieten tieferen Wassers, wie der Mittelhever hat die Strömung i. d. R. den entgegen gesetzten Einfluss auf die signifikante Wellenhöhe und die mittlere Wellenperiode wie in der Norderhever. Einen Vergleich der mit und ohne Strömungseinfluss berechneten signifikanten Wellenhöhen und mittleren Perioden im Zeitraum zwischen maximalem Flut- und Ebbstrom zeigt Abb. 3-20 für die Lokation B1. Es zeigt sich, dass bei Kenterung, d. h. Umkehr der Strömungsrichtung, der Einfluss der Strömung auf die Seegansparameter sich ebenfalls umkehrt. Für die Lokationen am Heversteert (SFB), in der Süderhever (B1) und in der Norderhever (B2) sind die relativen Änderungen der Seegangsparameter bei Berücksichtigung des Strömungseinflusses den für die o. g. Windbedingungen berechneten Seegangsparametern zugeordnet. Die mittleren Wellenperioden nehmen bei Berücksichtigung der Strömungen an allen genannten Lokationen während des Flutstroms ab und während des Ebbstroms zu.

Die relative Änderung der Wellenperiode steigt während des Flutstroms am Heversteert und in der Norderhever mit dem absoluten Wert der mittleren Wellenperiode an. Maximale relative Abweichungen liegen bei ca. 11 %. In der Süderhever beträgt die relative Änderung der mittleren Wellenperiode bei Flutstrom bis zu 4%. Bei Ebbstrom nimmt die relative Änderung der mittleren Wellenperiode mit dem absoluten Wert ab. Der Strömungseinfluss ist, wie beim Flutstrom, am Heversteert und in der Norderhever viel stärker ausgeprägt als in der Süderhever. Die relative Änderung der mittleren Wellenperiode beträgt an den Lokationen SFB und B2 bis zu 30 %.

Im Gegensatz zu den Verhältnissen bei mittleren Wellenperioden zeigt sich an den Lokationen der Seegangsbojen ein Anstieg der signifikanten Wellenhöhen bei Berücksichtigung des Strömungseinflusses sowohl während des maximalen Flutstroms als auch während des maximalen Ebbstroms. Die Änderung der signifikanten Wellenhöhe ist, wie die Änderung der mittleren Wellenperiode, in der Süderhever viel geringer als am Heversteert bzw. in der Norderhever, was auf die geringeren Strömungsgeschwindigkeiten im tieferen Wasser (Abb. 3-17) und die Lage am seeseitigen Rand des Wattstroms Hever zurückzuführen ist. Während die relative Änderung der Wellenhöhe an den Positionen SFB und B2 bei Flutstrom bis zu 15 % beträgt, kann sie bei geringen Wellenhöhen auf bis zu 45 % anwachsen. Eine Zusammenstellung der relativen Änderungen von signifikanter Welenhöhe und mittlerer Wellenperiode bei verschiedenen Tidephasen findet sich in Tab. 3-3.



Abb. 3-17: Tidewasserstände und -strömungen in Hever und Heverstrom bei maximalen Flutstrom (oben) und maximalem Ebbstrom (unten) als Ergebnis der numerischen Simulation



Abb. 3-18: Veränderung der signifikanten Wellenhöhe bei Berücksichtigung der Tideströmungen zur Zeit des maximalen Flutstroms (oben) bzw. des maximalen Ebbstroms (unten) bei Westwind einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 Bft)



Abb. 3-19: Veränderung der mittleren Wellenperiode bei Berücksichtigung der Tideströmungen zur Zeit des maximalen Flutstroms (oben) bzw. des maximalen Ebbstroms (unten) bei Westwind einer Geschwindigkeit von 20 m/s (= 8 B ft)

Seegangs-	Min/Max	Tidephase	Pos. B1	Pos. B2	Pos. SFB
parameter					
Hs	Min	Ebbstrom	-0,3 %	2,0 %	5,0 %
Hs	Min	Flutstrom	0,4 %	-12,0 %	-1,5 %
H _S	Max	Ebbstrom	1,3 %	52,0 %	40,0 %
H _S	Max	Flutstrom	3,0 %	3,0 %	14,0 %
T _m	Min	Ebbstrom	-0,8 %	0,1 %	-0,5 %
T _m	Min	Flutstrom	-4,1 %	11,5 %	-10,4 %
T _m	Max	Ebbstrom	3,5 %	32,0 %	-20,1 %
T _m	Max	Flutstrom	0,1 %	-1,0 %	0,2 %

Tab. 3-3:Relative Änderung der Seegangsparameter an den Positionen der Seegangsbojen bei maximalemFlut- und Ebbstrom



Abb. 3-20: Zeitliche Veränderung der Seegangsparameter an der Position B1 mit und ohne Berücksichtigung der Tideströmung

3.7.5 Naturmessung und Simulation des Seegangs im Vergleich

Die Prüfung der mit dem Seegangsmodell SWAN abgeleiteten Seegangsparameter im Untersuchungsgebiet erfolgt getrennt für die drei Messkampagnen der Jahre 1978 bzw. 1995 bis 1997. Am Heversteert ist nur der direkte Vergleich der im Jahre 1978 ermittelten Seegangsparameter mit den in Abb. 3-11 dargestellten Ergebnissen der numerischen Simulationen möglich. Abb. 3-21 zeigt diesen Vergleich. Bei der Darstellung sind lediglich die Ergebnisse der Simulationen der Seegangsausbreitung berücksichtigt, bei denen der Wasserstand 3 mNN nicht überschreitet. Dieses entspricht dem maximal während des Messzeitraums 1978 auf-

getretenen Tidehochwasser. Die numerischen Simulationen spiegeln für westliche und nordwestliche Winde gut den im Rahmen der Messungen ermittelten Wertebereich der signifikanten Wellenhöhen wieder. Bei südwestlichen Winden scheinen die mit SWAN bestimmten Wellenhöhen etwas über den gemessenen zu liegen. Im Vergleich zu den signifikanten Wellenhöhen wird die mittlere Wellenperiode in ihrer Bandbreite nicht durch die numerischen Simulationen wiedergegeben, vielmehr scheinen die durch Simulationen berechneten mittleren Wellenperioden eine untere Grenze darzustellen. Eine mögliche Ursache für diese Abweichungen stellt die Parametrisierung des Eingangsseegangs durch die Windbedingungen unter Vernachlässigung der Dünung dar.

Allerdings hat eine ähnliche Untersuchung für den Seegang in der Außenweser gezeigt, dass die mit SWAN ermittelten mittleren Wellenperioden eher eine obere Grenze darstellen (MAI et al., 2000). Neben der reinen Prüfung der Ergebnisse des Modells SWAN verdeutlicht Abb. 3-21 den Vorteil numerischer Simulationen zur Ermittlung des Bemessungsseegangs, so liefern Messungen i. d. R. keine Informationen bei extremen Randbedingungen, während diese problemlos durch numerische Simulationen abgeschätzt werden können. Für die Messungen der Jahre 1995 bis 1997 steht eine eindeutige Zuordnung der Randbedingungen von Wasserstand und Wind zu den an zwei Bojenpositionen gemessenen Seegangsparametern für einen Test des Modells SWAN zur Verfügung. Für den dargestellten homogenisierten Datensatz sind daher ergänzende Simulationen mit dem Modell SWAN durchgeführt worden, welche die exakten Randbedingungen - Wasserstand und Wind – einer Messung berücksichtigen. Der Modelltest untersucht folgende Teilprozesse:

- a) nur Windsee ohne Eingangseegang
- b) nur Eingangsseegang ohne Windsee
- c) Eingangsseegang und Windsee

Bei den Untersuchungen mit Eingangsseegang ist am westlichen Rand der an der Position B1 gemessene Seegang eingesteuert worden. Die Richtung des Eingangsseegangs ist parallel zur Windrichtung angesetzt worden. Abb. 3-22 zeigt exemplarisch die signifikante Wellenhöhe als Ergebnis der Simulation der Seegangsausbreitung in der Hever und dem Heverstrom bei Berücksichtigung verschiedener Teilprozesse. An den Lokationen der Seegangsbojen sind den mit SWAN ermittelten Seegangsparametern die gemessenen Seegangsparameter zugeordnet. Wird nur die lokale Windsee berücksichtigt, so ergeben sich erwartungsgemäß an der Position der Seegangsboje in der Süderhever sowohl zu geringe Wellenhöhen als auch zu geringe Wellenperioden. In der Norderhever werden jedoch die Seegangsparameter annähernd richtig wiedergegeben. Die signifikante Wellenhöhe wird dabei exakt durch das Modell SWAN berechnet, während die mittlere Wellenperiode um etwa 8 % überschätzt wird. Bei ausschließlicher Berücksichtigung des Eingangsseegangs werden die Seegangsparameter an der Boje B1 durch das Modell SWAN exakt berechnet, während in dem Wattstrom Norderhever die Seegangparameter stark unterschätzt werden. Zu den starken Abweichungen kommt es, obwohl der Eingangsseegang mit 230° parallel zur Norderhever einläuft. Berücksichtigt man sowohl Eingangsseegang als auch lokale Windsee, so werden die Seegangsparameter an beiden Bojenpositionen korrekt wiedergegeben. Stellt man die durch numerische Simulation berechneten Seegangsparameter den Ergebnissen sämtlicher Naturmessungen gegenüber, so ergeben sich ähnliche Zusammenhänge. Für die Position B1 werden diese Zusammenhänge in Abb. 3-23 wiedergegeben und für die Position B2 in Abb. 3-24. An der Position B1 in der Süderhever führt die Vernachlässigung des Eingangsseegangs zu einer erheblichen Unterschätzung der signifikanten Wellenhöhe. So beträgt die im Mittel berechnete signifikante Wellenhöhe nur 65,7 % der gemessenen Wellenhöhe. Die Wellenperiode wird bei Vernachlässigung des Eingangsseegangs ebenfalls stark unterschätzt. An der Position B2 in der Norderhever ergebt sich bei Vernachlässigung des Eingangsseegangs eine deutlich bessere Korrelation zwischen numerischer Simulation und Messung, so entspricht die mit SWAN ermittelte signifikante Wellenperiode etwa 88 % der gemessenen Wellenhöhe und die Wellenperiode aus dem Modell SWAN etwa 83 % der gemessenen. Bei Vernachlässigung des lokalen Windenergieeintrags wird die Wellenhöhe in der Norderhever (B2) um 74 % unterschätzt, während die Wellenperiode um 40 % überschätzt wird. In der Süderhever (B1) kommt es trotz der Nähe zum westlichen Rand des Untersuchungsgebiets, zu einer Unterschätzung der signifikanten Wellenhöhe um 15 % während die Wellenperiode um 4 % überschätzt wird.

Bei Berücksichtigung des Eingangsseegangs sowie des lokalen Windenergieeintrages ergibt sich, wie für das in Abb. 3-22 dargestellte Beispiel, für beide Positionen der Seegangsbojen die beste Übereinstimmung zwischen Model und Naturmessung. Im Mittel betragen die mit dem numerischen Modell ermittelten signifikanten Wellenhöhen 94 % bzw. 95 % der gemessenen Werte. Die mit SWAN berechnete mittlere Wellenperiode beträgt in der Süderhever (B1) etwa 92 % und in der Norderhever etwa 87 % der gemessenen Werte. Dennoch ergeben sich zum Teil erhebliche Abweichungen zwischen numerischem Modell und Naturmessung. Diese Abweichungen sind in der Norderhever erheblich größer als in der Süderhever, was sich u. a. in dem mit $r^2 = 0,90$ im Vergleich zu $r^2 = 0,97$ erheblich geringeren Korrelationskoeffizienten zeigt. In der Norderhever betragen die maximalen Abweichungen der signifikanten Wellenhöhe bis zu 200 % und die der mittleren Wellenperiode bis zu 100 %. In der Süderhever ergeben sich Abweichungen der signifikanten Wellenhöhe von bis 25 % und der mittleren Wellenperiode von bis zu 50 %.



Abb. 3-21: Gegenüberstellung der Seegangsparameter an der Position BSFB gewonnen aus Naturmessung und numerischer Simulation



Datum: 16.11.95 , 20 Uhr, Wasserstand: 1.57 mNN, Wind: 14.3 m/s, 230° , Modell: SWAN, nur lokale Windsee ohne Eingangsseegang



Datum: 16.11.95 , 20 Uhr, Wasserstand: 1.57 mNN, Wind: 14.3 m/s, 230° , Modell: SWAN, nur Eingangsseegang ohne lokale Windsee



Abb. 3-22: Signifikante Wellenhöhe im Modell unter Berücksichtigung der lokalen Windsee (oben), des Eingangsseegangs (Mitte) bzw. beider (unten)



Abb. 3-23: Vergleich der signifikanten Wellenhöhen (links) und mittleren Wellenperioden (rechts) an der Lokation B1 aus Bojenmessungen mit den Ergebnissen der numerischen Simulation



Abb. 3-24: Vergleich der signifikanten Wellenhöhen (links) und mittleren Wellenperioden (rechts) an der Lokation B2 aus Bojenmessungen mit den Ergebnissen der numerischen Simulation

Mögliche Erklärungen für die Abweichungen sind die Vernachlässigung der Seegang-Strömung Wechselwirkung, die Voraussetzung eines gleichmäßigen, an den Pegel Strucklahnungshörn angelehnten Wasserstand im Untersuchungsgebiet und der Ansatz eines JONSWAP-Spektrums für den Eingangsseegang. Nach Kapitel 3.6 4 kann der Einfluss der Seegang-Strömung-Interaktion bei Normaltide in der Norderhever (B2) bis zu 50 % der signifikanten Wellenhöhe und 30 % der mittleren Wellenperiode betragen. In der Süderhever (B1) beträgt der Einfluss bis zu 3 % der signifikanten Wellenperiode. Der in der Süderhever (B1) sehr viel geringere Einfluss der Seegang-Strömung-Wechselwirkung spiegelt sich auch in den dort geringeren maximalen Abweichungen wieder, was allerdings zum Teil auch auf die geringere Entfernung zum Rand zurückzuführen ist.

Die Annahme eines konstanten Wasserstands stellt eine Näherung dar, da selbst bei Normaltide während des maximalen Flut- bzw. Ebbstroms mit einer Wasserstandsdifferenz zwischen Süderhever (B1) und Norderhever (B2) von etwa 1 m zu rechnen ist. Beschränkt sich die Analyse der Seegangsmessungen auf Tideniedrigwasser bzw. Tidehochwasser, d. h. bei erheblich geringerem Wasserstandsgradienten so ergibt sich eine Verbesserung der Übereinstimmung zwischen dem Modell SWAN und den Naturmessungen (MAI et al., 1999 (a)). Dennoch erscheinen die Abweichungen zwischen dem numerischen Seegangsmodell und den Naturmessungen erheblich, wobei Abweichungen dieser Größenordnung beim Vergleich von Naturmessungen mit Modellresultaten kein Einzelfall sind, wie Untersuchungen von RIS et al. (1999) für den Haringvliet, das Friesische Zeegat und das Norderneyer Seegat zeigen.

3.8 Schrifttum

AUSSCHUSS FÜR KÜSTENSCHUTZWERKE (2003)

Empfehlungen für Küstenschutzwerke EAK, Die Küste, Heft 55

BERKHOFF, J. C. W. (1972)

Computation of Combined Refraction-Diffraction, Conference on Coastal Engineering, Vancover

BOOIJ, N., HOLTHULJSEN, L. H. (1995)

HISWA ver. 110.43, User Manual, Delft University of Technology

BOOIJ, N., RIS, R. C., HOLTHUIJSEN, L. H. (1999)

A Third-Generation Wave Model for Coastal Regions, 1. Model Description and Validation, Journal of Geophysical Research, 104

DANISH HYDRAULIC INSTITUTE (1996)

MIKE 21, Coastal Hydraulics and Oceanography, Hydrodynamic Module, Release 2.6, User Guide and Reference Manual, DHI, 1996 (a)

DANISH HYDRAULIC INSTITUTE (1996)

MIKE 21, Wave Dynamics, Boussinesq Wave Module, Release 2.6, User Guide and Reference Manual, DHI, 1996 (b)

DANISH HYDRAULIC INSTITUTE (1996)

MIKE 21, Wave Dynamics, Elliptic Mild Slope Wave Module, Release 2.6, User Guide and Reference Manual, DHI, 1996 (c)

DEUTSCHE LANDESVERMESSUNG (1998)

Amtliche Topographische Karten TOP 50: Schleswig-Holstein

HASSELMANN, K. (1960)

Grundgleichungen der Seegangsvorhersage, Schiffstechnik, 7

HASSELMANN, K. (1961)

On the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum, Part 1: General Therory, Journal of Fluid Mechanics, 12

HASSELMANN, K. (1963)

On the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum, Part 2: Conservation Theorems, Wave-Particle Analogy, Irreversibility, Journal of Fluid Mechanics, 15, 1963 (a)

HASSELMANN, K. (1974)

On the Spectral Dissipation of Ocean Waves due to Whitecapping, Boundary-Layer Meteorology, 6

HASSELMANN, K. (1985)

Computations and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum. Part I: A New Method for Efficient Computations of the Exacat Nonlinear Transfer Integral, Journal of Physical Oceanography, 15

HOLTHUIJSEN, L. H. BOOIJ, N., HERBERS, T. H. C. (1989)

Prediction Model for Stationary, Short-Crested Waves in Shallow Water with Ambient Currents, Coastal Engineering, 13

JANSSEN, P. A. E. M. (1991)

Quasi-Linear Theorory of Wind-Wave Generation Applied to Wave Forecasting, Journal of Physical Oceanography, 21

MADSEN, A., SORENSEN, O. (1992)

A New Form of the Boussinesq Equations with Improved Linear Dispersion Characteristics - A Slowly-Varying Bathymetry, Coastal Engineering, 18 1992

PIERSON, W.J.; MOSKOWITZ, L. (1964)

A Proposed Spectral form for fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., Vol. 69

RIS, R. C. (1997)

Spectral Modelling of Wind Waves in Coastal Areas, Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Delft University of Technology, Report No. 97-4

RIS, R. C., HOLTHUIJSEN, L. H., PADILLA-HERNANDEZ, R., HAAGSMA, J. G. (1998)

Swan Cycle 2 ver. 30.74 User Manual, Delft University of Technology

SMAGORINSKY, J. (1963)

General Circulation Experiments with the Primitive Equation, I. The Basic Experiment, Monthly Weather Rev., 91

4 Seegangsatlas für die Deutsche Nordseeküste

ABBILI	DUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS	
SYMBO	OLVERZEICHNIS	
4.1	Bemessungsseegang	
4.2	Berechnungsmethodik	
4.3	Seegangsatlas	
4.3.1	Modellsystem	
4.3.2	Topographie des Seegrundes	
4.3.3	Randbedingungen	
4.3.4	Funktionalität des Seegangsatlas	
4.4	Statistisch/probabilistische Analyse	
4.4.1	Statistik des Tidehochwasserstands	
4.4.2	Statistik des Windes	
4.4.3	Statistik des Seegangs	
4.5	Schrifttum	

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abb. 4-1:	Modellkette [MAI, 2004]	4-5
Abb. 4-2:	Übersicht über die Teilgebiete des Seegangsatlas	4-7
Abb. 4-3:	Bathymetrie des Ems-Dollart-Gebiets (Datenbasis: Peilungen des BSH, Wattkarten des RIJKSWATERSTAAT und Küstenkarten des KFKI)	4-8
Abb. 4-4:	Bathymetrie um die ostfriesischen Inseln Norderney und Langeoog (Datenbasis: Peilungen des BSH und Küstenkarten des KFKI)	4-8
Abb. 4-5:	Bathymetrie des Jade-Weser-Ästuars (Datenbasis: Peilungen des BSH und Küstenkarten des KFKI)	4-9
Abb. 4-6:	Bathymetrie der Unterweser (Datenbasis: Peilungen des BSH und des WSÄ Bremerhaven und Bremen und Küstenkarten des KFKI)	4-9
Abb. 4-7:	Bathymetrie der Außen- und Unterelbe (Datenbasis: Peilungen des BSH und des WSA Cuxhaven sowie Küstenkarten des KFKI)	4-10
Abb. 4-9:	Parametrisierung des Eingangsseegangs [MAI ET AL., 2003]	4-11
Abb. 4-10:	Übersicht über die Funktionalität des Seegangsatlas	4-12
Abb. 4-11:	Seegang im Ems-Dollart-Gebiet (signifikante Wellenhöhe und mittlere Wellenperiode)	4-12
Abb. 4-12:	Seegang im Bereich der ostfriesischen Inseln Norderney und Langeoog	4-13
Abb. 4-13:	Seegang im Jade-Weser-Ästuar	4-13
Abb. 4-14:	Seegang in der Außen- und Unterelbe	4-13
Abb. 4-15:	Seegang im nordfriesischen Wattgebiet	4-14
Abb. 4-16:	Seegang im Unterweser	4-14
Abb. 4-17:	Überschreitungswahrscheinlichkeit des Tidehochwasserstands am Pegel Cuxhaven Steubenhöft	4-15
Abb. 4-18:	Windstatistik an der Station Helgoland für die Zeitreihe von 1970 - 1980 (entnommen dem EUROPÄISCHEN WINDATLAS) [ZIMMERMANN und MAI, 1998]	4-16
Abb. 4-19:	Beispiel einer Seegangsstatistik [MAI ET AL., 2000]	4-17
Tab. 4-1:	Häufigkeiten der Windrichtung und die Weibull-Verteilung der Windgeschwindigkeitcharakterisierende Parameter A _{Wind} , k _{Wind} ; gültig für die Deutsche Bucht; basierend auf der Zeitreihe von 1970 - 1980 (entnommen dem EUROPÄISCHEN WINDATLAS)	4-16

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

A ()	Parameter der Weibull-	[-]
	Verteilung (Windstati-	
	stik)	
d	Wassertiefe	[m]
f _H ()	Transferfunktion zur	[m]
s	Übertragung von Thw,	
	u_w, γ_w in H _s	
f _T ()	Transferfunktion zur	[s]
-1 _m ()	Übertragung von Thw.	[~]
	$v_{\rm m}$ $v_{\rm m}$ in $T_{\rm m}$	
f ()	Transferfunktion zur	٢٥٦
$\gamma_{s}()$	Übertragung von Thw	LJ
	u v in v	
a	$u_w, \gamma_w m \gamma_s$	[m/s2]
g u	signifikanta Wallanhöha	[11]/8-]
Π_s	Signifikante wenennone	
К ()	Vortailung (Windstati	[-]
	vertenung (windstati-	
	Stik)	F 1
р _{Н_s} ()	Statistik der signifikan-	[-]
	ten Wellenhohe	
p _{Thw} ()	Eintrittswahrscheinlich-	[-]
	keit des Wasserstands	
$p_{Thw,u_{w},\gamma_{w}}(\ldots)$	gemeinsame Eintritts-	[-]
	wahrscheinlichkeit von	
	Wasserstand und Wind	
р _{т_m} ()	Statistik der mittleren	[-]
	Wellenperiode	
$p_{u_{w},\gamma_{w}}(\ldots)$	Eintrittswahrscheinlich-	[-]
	keit von Windgeschwin-	
	digkeit und Windrich-	
	tung	
p_{u_w,γ_w} ()	gemeinsame Eintritts-	[-]
	wahrscheinlichkeit von	
	Windgeschwindigkeit	
	und Windrichtung	

$p_{u_{} _{\gamma_{}}}()$	bedingte Eintrittswahr-	[-]
witw	scheinlichkeit der Wind-	
	geschwindigkeit in Ab-	
	hängigkeit von der	
	Windrichtung	
$p_{u_{} \gamma_{} Thw}()$	bedingte Eintrittswahr-	[-]
	scheinlichkeit der Wind-	
	geschwindigkeit in Ab-	
	hängigkeit von Wasser-	
	stand und Windrichtung	
$p_{u_{\ldots},\gamma_{\ldots} _{Thw}}(\ldots)$	bedingte Eintrittswahr-	[-]
- w//w1	scheinlichkeit von	
	Windgeschwindigkeit	
	und Windrichtung in	
	Abhängigkeit vom Was-	
	serstand	
$p_{\gamma_{c}}()$	Statistik der mittleren	[-]
.\$	Wellenrichtung	
p _γ ()	Eintrittswahrscheinlich-	[-]
·w	keit der Windrichtung	
$p_{\gamma_{} Thw}()$	bedingte Eintrittswahr-	[-]
· w ·	scheinlichkeit der Wind-	
	richtung in Abhängigkeit	
	vom Wasserstand	
Thw	Tidehochwasserstand	[mNN]
T _m	mittlere Wellenperiode	[s]
T _p	Peak – Wellenperiode	[s]
uw	Windgeschwindigkeit	[m/s]
x ()	Streichlänge	[m]

Griechische Buchstaben

δ ()	Diracsche δ - Funktion	[-]
γ_s	Seegangsrichtung	[°]
$\gamma_{\rm w}$	Windrichtung	[°]

4.1 Bemessungsseegang

Grundlage aller Maßnahmen und Überlegungen für einen wirksamen Schutz gegen Einwirkungen des Meeres, Sturmfluten, Abbrüche an Inseln und an der Festlandküste ist die Kenntnis über Einwirkungen von Seegang und Strömungen, die sich aufgrund der verschiedenen meteorologischen Situationen und den morphologischen Verhältnissen im Küstennahfeld ergeben. Für charakteristische Küstenabschnitte der deutschen Nordsee sollen in diesem Seegangsatlas die Seegangsverhältnisse bei verschiedenen hydrologischen, meteorologischen und morphologisch/topographischen Randbedingungen unter Berücksichtigung ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit und einer probabilistischen Betrachtung dargestellt werden.

4.2 Berechnungsmethodik

Die Analyse des Seegangs und der Seegangsstatistik erfolgt nach dem in Abb. 4-1 dargestellten Ablaufschema. Die Berechnungsmethode läßt sich in einen deterministischen und einen statistisch/ probabilistischen Teil untergliedern [MAI UND ZIMMERMANN, 2003]. Der deterministische Teil umfaßt die Berechnung der Seegangsausbreitung im Küstengebiet für verschiedenste Randbedingungen von Tidewasserstand (Thw) sowie Windgeschwindigkeit (u_W) und –richtung (γ_W). Dabei werden diesen Randbedingungen entsprechend dem in Kap. 4.3 dargestellten Vorgehen die Seegangsparameter – signifikante Wellenhöhe (H_s), mittlere Wellenperiode (T_m) und mittlere Seegangsrichtung (γ_S) – zugeordnet:

$$H_{s} = f_{H_{s}} (Thw, u_{W}, \gamma_{W})$$
Gl. 4-1

$$T_{m} = f_{T_{m}} (Thw, u_{W}, \gamma_{W})$$
Gl. 4-2

$$\gamma_{\rm S} = f_{\gamma_{\rm S}}(\text{Thw}, u_{\rm W}, \gamma_{\rm W})$$
 Gl. 4-3



Abb. 4-1: Modellkette [MAI, 2004]

Der statistisch/ probabilistische Teil ordnet diesen Randbedingungen ihre Eintrittswahrscheinlichkeit $(p_{Thw,u_w,r_w}(...))$ zu und ermöglicht so im Küstengebiet die Berechnung der Seegangsstatistik, d.h. der Stati-

stik von signifikanter Wellenhöhe ($p_{H_s}(...)$), von mittlerer Wellenperiode ($p_{T_m}(...)$) und mittlerer Wellenrichtung ($p_{\gamma_s}(...)$) [MAI ET AL., 1997]:

$$p_{H_s}(H_s) = \iiint p_{Thw, u_W, \gamma_W}(Thw, u_W, \gamma_W) \,\delta(H_s - f_{H_s}(Thw, u_W, \gamma_W)) \,dThw \,du_W \,d\gamma_W \qquad \textbf{Gl. 4-4}$$

$$p_{T_{m}}(T_{m}) = \iiint p_{Thw, u_{W}, \gamma_{W}} (Thw, u_{W}, \gamma_{W}) \,\delta(T_{m} - f_{T_{m}}(Thw, u_{W}, \gamma_{W})) \,dThw \,du_{W} \,d\gamma_{W}$$
Gl. 4-5

$$p_{\gamma_{s}}(\gamma_{s}) = \iiint p_{\text{Thw}, u_{W}, \gamma_{W}} (\text{Thw}, u_{W}, \gamma_{W}) \,\delta(\gamma_{s} - f_{\gamma_{s}}(\text{Thw}, u_{W}, \gamma_{W})) \,d\text{Thw} \,du_{W} \,d\gamma_{W} \qquad \text{Gl. 4-6}$$

Die in die Gln. 4-4 bis 4-6 eingehende, gemeinsame Eintrittswahrscheinlichkeit von Wasserstand und Wind (pThw,uw, γ w(...)) wird typischerweise in die Eintrittswahrscheinlichkeit des Wasserstandstands (p_{Thw}(...)) sowie die bedingte Eintrittswahrscheinlichkeit von Windgeschwindigkeit und –richtung (p_{uw}, γ _w|Thw</sub>(...)) se-pariert [MAI und ZIMMERMANN, 2004]:

$$p_{\text{Thw},u_{W},\gamma_{W}}(\text{Thw},u_{W},\gamma_{W}) = p_{\text{Thw}}(\text{Thw}) \cdot p_{u_{W},\gamma_{W}|\text{Thw}}(u_{W},\gamma_{W}|\text{Thw})$$
Gl. 4-7

Die gemeinsame Eintrittswahrscheinlichkeit von Windgeschwindigkeit und –richtung wird schließlich in die bedingte Eintrittswahrscheinlichkeit von Windrichtung ($p_{\gamma_w|Thw}(...)$) und die von Windgeschwindigkeit ($p_{u_w|\gamma_w|Thw}(...)$) zerlegt:

$$p_{u_{w},\gamma_{W}|Thw}(u_{W},\gamma_{W}|Thw) = p_{u_{W}|\gamma_{W}|Thw}(u_{W}|\gamma_{W}|Thw) \cdot p_{\gamma_{W}|Thw}(\gamma_{W}|Thw)$$
Gl. 4-8

Nähere Erläuterungen zur Statistik/ Probabilistik des Seegangs werden in Kap. 4.4 erläutert.

4.3 Seegangsatlas

4.3.1 Modellsystem

Die Ermittlung der in den Gl. 4-1 bis Gl. 4-3 dargestellten Funktionen zum Transfer von Wasserstand und Wind in die zugeordneten Seegangsbedingungen im Küstengebieten erfolgt mit dem in Kapitel 3 erläuterten numerischen Seegangsmodelle SWAN. Bei der Seegangsvorhersage mit SWAN werden die Winderzeugung von Seegang, die Refraktion, das Wellenbrechen, die Bodenreibung sowie nicht-lineare Welle-Welle-Wechselwirkungen berücksichtigt. Unberücksichtigt bleiben die Reflexion und die Diffraktion. Zur Parametrisierung der in SWAN integrierten Teilprozesse sind (in Bezug auf Bodenreibung und nichtlineare Welle-Welle-Wechselwirkung) leicht abgewandelte Standardeinstellungen eingesetzt worden [MAI UND ZIMMERMANN, 2002]. Die für die Simulation erforderliche Topographie des Seegrundes sowie die Randbedingungen werden im Kap. 4.3.2 bzw. Kap. 4.3.3 erläutert. Beispiele der Simulationsergebnisse sind in Kap. 4.3.4 dargestellt. Dieses Kapitel erläutert außerdem die Funktionalität des zur Ergebniszusammenstellung genutzten Seegangsatlasses.

4.3.2 Topographie des Seegrundes

Eine Voraussetzung für die Analyse der Seegangssituation ist eine digitale Topographie des Seegrundes (Bathymetrie). Diese ist für überlappende Teilgebiete entlang der deutschen Nordseeküste (siehe Abb. 4-2) aus Datensätzen der schiffsgestützten Seevermessung der Wasser- und Schifffahrtsämter bzw. des Bundesamtes für Seeschifffahrt und Hydrographie in den Jahren 1995 bis 2002 sowie der flugzeuggestützten Vermessung von Watt und Vorländern in den Jahren 1999 bis 2003 erstellt worden. Bei nicht vollständiger Datenabdeckung, wie z.B. über dem holländischen Watt westlich Borkum, sind die Fehlflächen durch die Digitalisierung von Watt- und Küstenkarten ergänzt worden.



Abb. 4-2: Übersicht über die Teilgebiete des Seegangsatlas



Abb. 4-3: Bathymetrie des Ems-Dollart-Gebiets (Datenbasis: Peilungen des BSH, Wattkarten des RIJKSWA-TERSTAAT und Küstenkarten des KFKI)

Abb. 4-3 bis Abb. 4-8 gibt eine Übersicht über die verwendete Topographie des Seegrundes in den im Seegangsatlas behandelten Küsten(teil-)gebieten. Dies sind:

- Ems-Dollart mit den Inseln Borkum und Juist (Abb. 4-3)
- Ostfriesche Inseln Norderney, Langeoog und Spiekeroog (Abb. 4-4)
- Jade-Außenweser (Abb. 4-5)
- Unterweser (Bremen Gr. Weserbrücke Stahlwerke Bremen, Stahlwerke Bremen Bremen-Blumenthal, Bremen-Blumenthal – Bremerhaven) (Abb. 4-6)
- Außen- und Unterelbe mit Dithmarscher Küste (Abb. 4-7)
- Hever und Heverstrom mit der Insel Pellworm sowie der Halbinsel Eiderstedt bzw. Norderaue und Süderaue mit den Inseln Amrum, Föhr und Sylt (Abb. 4-8)

Die räumliche Auflösung der Topographien und der auf diesen aufbauenden Seegangsimulationen beträgt in Abhängigkeit zu der Größe der Teilgebiete zwischen 10 m und 100 m.



Abb. 4-4: Bathymetrie um die ostfriesischen Inseln Norderney und Langeoog (Datenbasis: Peilungen des BSH und Küstenkarten des KFKI)



Abb. 4-5: Bathymetrie des Jade-Weser-Ästuars (Datenbasis: Peilungen des BSH und Küstenkarten des KFKI)



Abb. 4-6: Bathymetrie der Unterweser (Datenbasis: Peilungen des BSH und des WSÄ Bremerhaven und Bremen und Küstenkarten des KFKI)



Abb. 4-7: Bathymetrie der Außen- und Unterelbe (Datenbasis: Peilungen des BSH und des WSA Cuxhaven sowie Küstenkarten des KFKI)



Abb. 4-8: Bathymetrie nordfriesischer Wattgebiete (Datenbasis: Peilungen des BSH und Küstenkarten des KFKI)

4.3.3 Randbedingungen

An den Modellrändern (Dies ist für den niedersächsischen Küstenabschnitt speziell der nördliche Modellrand und für den schleswig-holsteinischen der westliche) ist, sofern keine Situation bei ablandigen Wind untersucht wird, außerdem der von der Nordsee einlaufende Seegang als Randbedingung vorzugeben. Die Ermittlung des Eingangsseegang kann z.B. mit Hilfe der Beziehung von Windgeschwindigkeit, Streichlänge x(...) und Seegang (engl. fetch diagram) erfolgen [CERC, 1984]. Formelmäßig gelten folgende Beziehungen:

$$\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{H}_{\mathrm{s}}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}} = 0,283 \cdot \tanh\left(0,530 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,75}\right) \cdot \tanh\left(\frac{0,00565 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}(\gamma_{\mathrm{W}})}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,5}}{\tanh\left(0,530 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,75}\right)}\right) \right)$$

$$\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{T}_{\mathrm{P}}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}} = 7,54 \cdot \tanh\left(0,833 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,375}\right) \cdot \tanh\left(\frac{0,0379 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}(\gamma_{\mathrm{W}})}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,333}}{\tanh\left(0,833 \cdot \left(\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{u}_{\mathrm{W}}^{2}}\right)^{0,375}\right)}\right) \right)$$

$$\mathbf{GI. 4-9}$$

 $\gamma_{S} = \gamma_{W}$

Gl. 4-11

In den Gl. 4-9 und Gl. 4-10 bezeichnet g die Erdbeschleunigung, d die Wassertiefe und T_p die Peak-Wellenperiode. Als geeignete Parameterkombination hat sich eine Streichlänge von 250 km bei Vorgabe einer Wassertiefe von 20 m ergeben.

Neben der Verwendung der Gl. 4-9 bis Gl. 4-11 ist alternativ auch der Betrieb großräumiger Seegangsmodelle zur Ermittlung des Eingangsseegangs kleinräumiger Modelle möglich. Abb. 4-9 zeigt einen Vergleich zwischen den mit dem empirischen Verfahren ermittelten Seegangsparametern südlich Helgoland und den mit dem BSH-Modell berechneten.



Abb. 4-9: Parametrisierung des Eingangsseegangs [MAI ET AL., 2003]

4.3.4 Funktionalität des Seegangsatlas

Die Visualisierung und Archivierung der Ergebnisse des Seegangsmodells SWAN ist für die in Kap. 4.3.2 dargestellten Teilgebiete in einem internet- und intranetfähigen Seegangsatlas erfolgt, was eine Verwendung unabhängig vom Betriebssystem innerhalb beliebiger Browser-Programme ermöglicht. Die Realisierung ist in HTML (engl. Hypertext mark-up language) unter Nutzung der Programmiersprachen JavaScript und Java erfolgt.



Abb. 4-10: Übersicht über die Funktionalität des Seegangsatlas



Abb. 4-11: Seegang im Ems-Dollart-Gebiet (signifikante Wellenhöhe und mittlere Wellenperiode)

Die Funktionalität des Seegangsatlas ist in Abb. 4-10 verdeutlicht. Es sind Roll-Up-Menüs zur Auswahl des Teilgebiets an der deutschen Küste und der gewünschten Wasserstands- und Windbedingungen vorhanden. Bei der Ergebnisdarstellung ist eine Wahl zwischen den Größen "signifikante Wellenhöhe" und "mittlere Wellenperiode" möglich. Neben der flächenhaften Darstellung als Isoflächen ist außerdem eine numerische Ausgabe der Ergebnisse für einzelne Berechnungspunkte möglich. Diese können durch Eingabe der Gaus-Krüger-Koordinaten (Rechts- und Hochwert) direkt oder durch Mausklick in der Isoflächen-darstellung indirekt ausgewählt werden.

Für die in Kap. 4.3.2 dargestellten Teilgebiete sind in Abb. 4-12 bis Abb. 4-15 beispielhaft Ergebnisse der Seegangssimulationen dargestellt. Die dargestellte Seegangsausbreitung ist für einen Wasserstand von NN + 3 m sowie einen Wind der Geschwindigkeit von 16 m/s aus der Richtung von 300° gültig.



Abb. 4-12: Seegang im Bereich der ostfriesischen Inseln Norderney und Langeoog



Abb. 4-13: Seegang im Jade-Weser-Ästuar



Abb. 4-14: Seegang in der Außen- und Unterelbe



Abb. 4-15: Seegang im nordfriesischen Wattgebiet



Abb. 4-16: Seegang im Unterweser

4.4 Statistisch/probabilistische Analyse

4.4.1 Statistik des Tidehochwasserstands

Die Ermittlung der Seegangsstatistik entsprechend der Gln. 4-1 bis 4-8 erfordert die Kenntnis der Statistik des Tidehochwasserstandes. Für die langjährig registrierenden Pegelstandorte, wie Bensersiel, Wilhelmshaven, Bremerhaven und Cuxhaven, ergibt sich diese Statistik durch Anpassung einer Modellverteilung, wie der Log-Pearson-3 Verteilung (Alternative Verfahren werden durch Jensen et al. [2003] diskutiert), an die hinsichtlich des Meeresspiegelanstiegs korrigierten jährlichen Tidehöchstwasserstände. Die Abb. 4-17 stellt am Beispiel des Pegels Cuxhaven Steubenhöft die jährliche Überschreitungswahrscheinlichkeit der Tidehochwasserstände dar. Vergleichbare Darstellungen sind für jedes in Kap. 4.3.2 gegebene Teilgebiet als Ergänzung des Seegangsatlas verfügbar.



Abb. 4-17: Überschreitungswahrscheinlichkeit des Tidehochwasserstands am Pegel Cuxhaven Steubenhöft

4.4.2 Statistik des Windes

Die ebenfalls in die Gln. 4-4 bis 4-8 eingehende Statistik des Windes kann analog zu der Statistik der Tidehochwasser ebenfalls aus Messungen, z.B. an der Station Helgoland, ermittelt werden. Als statistisches Modell findet die Weibull-Verteilung Verwendung:

$$p_{u_{W},\gamma_{W}}(u_{W},\gamma_{W}) = p_{u_{W}|\gamma_{W}}(u_{W} | \gamma_{W}) \cdot p_{\gamma_{W}}(\gamma_{W})$$
Gl. 4-12

$$p_{u_{W}|\gamma_{W}}(u_{W} | \gamma_{W}) = \frac{k(\gamma_{W})}{A(\gamma_{W})} \cdot \left(\frac{u_{W}}{A(\gamma_{W})}\right)^{k(\gamma_{W})-1} \cdot \exp\left(-\left(\frac{u_{W}}{A(\gamma_{W})}\right)^{k(\gamma_{W})}\right)$$
Gl. 4-13

Sofern in einer ersten Analyse die Korrelation von Tidehochwasserstand und Wind vernachlässigt wird, sind die Parameter $A(\gamma_w)$ und $k(\gamma_w)$ der Weibull-Verteilung z.B. im Europäischen Windatlas [TROEN UND PETERSEN, 1990], wie in Tab. 4-1 dargestellt, tabelliert. Die Abb. 4-18 zeigt die so ermittelte Wahrschein-

Sektor	Häufigkeit	A _{Wind}	k _{Wind}
[°]	[-]	[m/s]	[-]
-15 - 15	0,086	6,0	2,15
15 - 45	0,044	6,2	1,76
45 - 75	0,078	7,9	1,94
75 - 105	0,076	7,9	2,26
105 - 135	0,082	8,0	2,34
135 - 165	0,057	7,7	2,12
165 - 195	0,076	8,4	2,00
195 - 225	0,094	9,3	2,35
225 - 255	0,127	9,4	2,55
255 - 285	0,095	8,9	2,26
285 - 315	0,111	8,2	2,17
315 - 345	0,073	7,0	2,33

lichkeitsdichte von Windgeschwindigkeit und –richtung. Vergleichbare Darstellungen sind für jedes in Kap. 4.3.2 gegebene Teilgebiet als Ergänzung des Seegangsatlas verfügbar.

Tab. 4-1:Häufigkeiten der Windrichtung und die Weibull-Verteilung der Windgeschwindigkeitcharakterisierende Parameter AWind, kWind; gültig für die Deutsche Bucht; basierend auf der Zeitreihe von 1970 - 1980 (entnommen dem EUROPÄISCHEN WINDATLAS)



Abb. 4-18: Windstatistik an der Station Helgoland für die Zeitreihe von 1970 - 1980 (entnommen dem EURO-PÄISCHEN WINDATLAS) [ZIMMERMANN und MAI, 1998]

4.4.3 Statistik des Seegangs

Mit den in Kap. 4.4.1 und 4.4.2 dargestellten Statistiken von Wasserstand und Wind sowie den in Kap. 4.3.4 als Seegangsatlas zusammengestellten Transferfunktionen erfolgt über die Gln. 4-4 bis 4-6 eine Berechnung der Seegangsstatistik für beliebige Positionen innerhalb der Teilgebiete der Küste, so dass insbe-

sondere die Wirkung einzelner Küstenschutzelemente, wie Watt und Vorland, auf den Seegang untersucht werden kann. Abb. 4-19 verdeutlicht Ergebnisse dieser Untersuchungen beispielhaft für das Teilgebiet des Jade-Weser-Ästuars (entlang eines Schnittes vom Leuchtturm Alte Weser über das Hohe Weg Watt zur Küste Butjadingen). Die signifikante Wellenhöhe einer jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeit von 1/100 beträgt beispielsweise am Leuchtturm Alte Weser über 3 m, über dem Watt (Höhenlage: NN + 0 m) etwa 1,4 m und am Deichfuß etwa 0,8 m. Für die anderen in Kap. 4.3.2 gegebene Teilgebiete steht diese statistisch/ probabilistische Auswertung des Seegangs ebenfalls zur Verfügung.



Abb. 4-19: Beispiel einer Seegangsstatistik [MAI ET AL., 2000]

4.5 Schrifttum

COASTAL ENGINEERING RESEARCH CENTER (CERC) (1984)

Shore Protection Manual. Vol. 1 u. 2, Vicksburg, Mississippi, USA, 1984.

JENSEN, J., FRANK, T., ZIMMERMANN, C., MAI, S., ROSENHAUER, W., MEISWINKEL, R., BARG, G. (2003)

Neue Verfahren zur Abschätzung von seltenen Sturmflutwasserständen. HANSA-Schiffahrt-Schiffbau-Hafen, H. 11, S.68-78, 2003.

MAI, S. (2004)

Klimafolgenanalyse und Risiko für eine Küstenzone. 2004 (in Vorbereitung)

MAI, S., DAEMRICH, K.-F., ZIMMERMANN, C. (2003)

Wahrscheinlichkeit des Wellenüberlaufs an der Kaje eines geplanten Containerterminals. Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hannover, H. 89, S. 84 - 104, 2003.

MAI, S., V. LIEBERMAN, N. (2000)

Belastung der Seedeiche durch Wasserstände und Wellen. Mitteilungen des Franzius-Institutes für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hannover, H. 85, S. 27 - 38, 2000.

MAI, S., SCHWARZE, H., ZIMMERMANN, C. (1997)

Safety Variation of Coastal Defense Systems. Proc. of the 2nd Indian National Conference on Harbour and Ocean Engineering (INCHOE), Thiruvananthapuram, India, S. 1226 - 1235, 1997.

MAI, S., ZIMMERMANN, C. (2002)

Seegangsausbreitung in Hever und Heverstrom. Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hannover, H. 87, S. 98 - 141, 2002.

MAI, S., ZIMMERMANN, C. (2003)

Risk Analysis - Tool for Integrated Coastal Planning. Proc. of the 6th Int. Conf. on Coastal and Port Engineering in Developing Countries COPEDEC, CD-ROM, Colombo, Sri Lanka, 2003.

TROEN, I., PETERSEN, E. L. (1990)

Europäischer Windatlas. Hrsg. Kommission der Europäischen Gemeinschaften, Bericht des Risø National Laboratorium, Roskilde, Denmark, 1990.

ZIMMERMANN, C., MAI, S. (1998)

Analyse von Küstenschutzsystemen unter Risikoaspekten. HANSA-Schifffahrt-Schiffbau-Hafen, Nr. 6, S. 67 - 70, 1998.