Kapitel 4: Beul-Analyse mit FEM-System MEANS V12

Eulerfälle:

Es können für 4 typische Lagerungsfälle die kritische Beullast und die Knicksicherheit mit den EULER-Formeln berechnet werden.

Typische Beulprobleme treten auf bei auf Druck belasteten Stäben oder bei Knicken und Beulen von dünnen Blechen, Platten oder Schalen.



wobei F_k die kritische Beullast oder Knicklast und I_k die kritische Knicklänge ist.

Für weitere Informationen zu Beulen und den Euler-Fällen siehe Internet oder Fachbücher.

Euler-Fall 1:

Es wird wieder der einseitig eingespannte IPB-Träger mit einem HE-B300 Profil nach DIN 1025 mit einer Länge von 5600 mm aus dem CAD/STEP-Verzeichnis eingeladen und mit MEANS V12 vernetzt. Die Axial-Druckkraft beträgt diesmal 500 kN. Als Werkstoff wird S235 verwendet. Wie groß ist die kritische Beullast und die Knicksicherheit?





| HE-B Profile nach DIN 1025-2, EURONORM | 53 - 62 |
|--|---------|
|--|---------|

| | | Ab | messungen | 0 | | Fläc | chen | | Biegur | ng um die y-# | chse | Biegung um die z-Achse | | |
|--------|---------|--------|-----------|-------|-------|-----------------|--------|--------|-----------------|---------------|-----------------|------------------------|-------|-----------------|
| Profil | h | b | ts | tg | r | Α | Asteg | G | ly | iy | Wy | Iz | iz | Wz |
| HE-B | mm | mm | mm | mm | mm | cm ² | cm² | kg/m | cm ⁴ | mm | cm ³ | cm ⁴ | mm | cm ³ |
| 100 | 100.00 | 100.00 | 6.00 | 10.00 | 12.00 | 26.00 | 4.80 | 20.41 | 450.00 | 41.60 | 89.90 | 167.00 | 25.30 | 33.50 |
| 120 | 120.00 | 120.00 | 6.50 | 11.00 | 12.00 | 34.00 | 6.37 | 26.69 | 864.00 | 50.40 | 144.00 | 318.00 | 30.60 | 52.90 |
| 140 | 140.00 | 140.00 | 7.00 | 12.00 | 12.00 | 43.00 | 8.12 | 33.76 | 1510.00 | 59.30 | 216.00 | 550.00 | 35.80 | 78.50 |
| 160 | 160.00 | 160.00 | 8.00 | 13.00 | 15.00 | 54.30 | 10.70 | 42.63 | 2490.00 | 67.80 | 311.00 | 889.00 | 40.50 | 111.00 |
| 180 | 180.00 | 180.00 | 8.50 | 14.00 | 15.00 | 65.30 | 12.90 | 51.26 | 3830.00 | 76.60 | 426.00 | 1360.00 | 45.70 | 151.00 |
| 200 | 200.00 | 200.00 | 9.00 | 15.00 | 18.00 | 78.10 | 15.30 | 61.31 | 5700.00 | 85.40 | 570.00 | 2000.00 | 50.70 | 200.00 |
| 220 | 220.00 | 220.00 | 9.50 | 16.00 | 18.00 | 91.00 | 17.90 | 71.44 | 8090.00 | 94.30 | 736.00 | 2840.00 | 55.90 | 258.00 |
| 240 | 240.00 | 240.00 | 10.00 | 17.00 | 21.00 | 106.00 | 20.60 | 83.21 | 11260.00 | 103.00 | 938.00 | 3920.00 | 60.80 | 327.00 |
| 260 | 260.00 | 260.00 | 10.00 | 17.50 | 24.00 | 118.00 | 22.50 | 92.63 | 14920.00 | 112.00 | 1150.00 | 5130.00 | 65.80 | 395.00 |
| 280 | 280.00 | 280.00 | 10.50 | 18.00 | 24.00 | 131.00 | 25.60 | 102.84 | 19270.00 | 121.00 | 1380.00 | 6590.00 | 70.90 | 471.00 |
| 300 | 300.00 | 300.00 | 11.00 | 19.00 | 27.00 | 149.00 | 28.80 | 116.97 | 25170.00 | 130.00 | 1680.00 | 8560.00 | 75.80 | 571.00 |
| 320 | 320.00 | 300.00 | 11.50 | 20.50 | 27.00 | 161.00 | 32.10 | 126.39 | 30820.00 | 138.00 | 1930.00 | 9240.00 | 75.70 | 616.00 |
| 340 | 340.00 | 300.00 | 12.00 | 21.50 | 27.00 | 171.00 | 35.60 | 134.24 | 36660.00 | 146.00 | 2160.00 | 9690.00 | 75.30 | 646.00 |
| 360 | 360.00 | 300.00 | 12.50 | 22.50 | 27.00 | 181.00 | 39.40 | 142.09 | 43190.00 | 155.00 | 2400.00 | 10140.00 | 74.90 | 676.00 |
| 400 | 400.00 | 300.00 | 13.50 | 24.00 | 27.00 | 198.00 | 47.50 | 155.43 | 57680.00 | 171.00 | 2880.00 | 10820.00 | 74.00 | 721.00 |
| 450 | 450.00 | 300.00 | 14.00 | 26.00 | 27.00 | 218.00 | 55.70 | 171.13 | 79890.00 | 191.00 | 3550.00 | 11720.00 | 73.30 | 781.00 |
| 500 | 500.00 | 300.00 | 14.50 | 28.00 | 27.00 | 239.00 | 64.40 | 187.62 | 107200.00 | 212.00 | 4290.00 | 12620.00 | 72.70 | 842.00 |
| 550 | 550.00 | 300.00 | 15.00 | 29.00 | 27.00 | 254.00 | 73.80 | 199.39 | 136700.00 | 232.00 | 4970.00 | 13080.00 | 71.70 | 872.00 |
| 600 | 600.00 | 300.00 | 15.50 | 30.00 | 27.00 | 270.00 | 83.70 | 211.95 | 171000.00 | 252.00 | 5700.00 | 13530.00 | 70.80 | 902.00 |
| 650 | 650.00 | 300.00 | 16.00 | 31.00 | 27.00 | 286.00 | 94.10 | 224.51 | 210600.00 | 271.00 | 6480.00 | 13980.00 | 69.90 | 932.00 |
| 700 | 700.00 | 300.00 | 17.00 | 32.00 | 27.00 | 306.00 | 108.00 | 240.21 | 256900.00 | 290.00 | 7340.00 | 14440.00 | 68.70 | 963.00 |
| 800 | 800.00 | 300.00 | 17.50 | 33.00 | 30.00 | 334.00 | 128.00 | 262.19 | 359100.00 | 328.00 | 8980.00 | 14900.00 | 66.80 | 994.00 |
| 900 | 900.00 | 300.00 | 18.50 | 35.00 | 30.00 | 371.00 | 154.00 | 291.24 | 494100.00 | 365.00 | 10980.00 | 15820.00 | 65.30 | 1050.00 |
| 1000 | 1000.00 | 300.00 | 19.00 | 36.00 | 30.00 | 400.00 | 176.00 | 314.00 | 644700.00 | 401.00 | 12890.00 | 16280.00 | 63.80 | 1090.00 |

Berechnung der kritischen Beulast und Knicksicherheit nach Euler-Fall 1:

 $\begin{array}{l} \mathsf{E} = 210\;000\;N/mm^2 \\ \mathsf{I}_z = 8\;560\;cm^4 \\ \mathsf{I}_k = 2\;*\;5\;600\;mm \\ \mathsf{t}_g = 19\;mm \\ \mathsf{t}_s = 17\;mm \end{array}$

Kritische Beullast

Fk = 3.141 * 3.141 * 210 000 N/mm² * 8 560 * 10 000 mm⁴ / 4 * 5600 * 5600 mm²

Fk = 1413816 N

Knicksicherheit

 $S_k = F_k / F = 1413816 N / 500000 N = 2.823$

Ergebnisse mit dem FEM-System MEANS V12 und einem TET10-Tetraeder-Modell nach Euler-Lastfall 1:



Beulfaktor / Knicksicherheit S_k = 2.79

Euler-Fall 3:

Der vorige IPE-Träger wird oben zusätzlich in x- und y-Richtung festgehalten. Diese Lagerung entspricht Euler-Lastfall 3.

Wie groß ist jetzt die kritische Beullast und die Knicksicherheit?



Berechnung der kritischen Beulast und Knicksicherheit nach Euler-Fall 3:

 $\begin{array}{l} \mathsf{E} = 210\;000\;N/mm^2 \\ \mathsf{I}_z = 8560\;cm^4 \\ \mathsf{I}_k = \;0.6992\;^*\;5600\;mm \end{array}$

Kritische Beullast

 $Fk = 9.869 * 210\ 000\ N/mm^2 * 856000000\ mm^4 / (0.6992 * 0.6992 * 5600 ^2 m^2)$

Fk = 11 571 437.5 N

Knicksicherheit

 $S_k = F_k / F = 11571437.5 N / 500000 N = 23.14$

Ergebnisse mit dem FEM-System MEANS V12 und einem TET10-Tetraeder-Modell nach Euler-Lastfall 3:



Beulfaktor / Knicksicherheit S_k = 22.41

Lastfall 1 mit einer Knotenbelastung

Drehen Sie nun das Modell mit der linken und rechten Maustaste in die folgende Ansicht damit die vordere Stirnfläche in Y-Richtung belastet und die hintere festgehalten werden kann.



Wählen Sie die Registerkarte "FEM-Projekt bearbeiten" sowie das Dropdownmenü "1. Knotenbelastung" um Lastfall 1 mit einer Knotenlast von 500 000 N einzugeben.



In der nächsten Dialogbox geben Sie Lastfall 1 mit dem Proforma-Wert "-1" ein sowie dem Freiheitsgrad "in Y-Richtung" mit der Selektion "Flächenmodus" und klicken auf den Button "Belastung erzeugen".

| 🖳 Knotenlast erzeugen | - 🗆 × |
|--|--|
| Aktueller Lastfall: 1 Anzahl Lastwerte: 0 Wert der Knotenlast: -1 ungleich entlang Z-Achse W2= | Neu (Einheit z.B. in N) |
| Freiheitsgrad: O X-Richtung | O Z-Richtung |
| (Achsen-Farben: SCHWARZ: X-Achse; B | LAU: Y-Achse; ROT: Z-Achse) |
| Selektion: | |
| Flächenmodus | Rechteck aufspannen |
| 🔿 einzelne Knoten anklicken | 🔘 alle angezeigten Knoten |
| O Koordinatenbereich definieren | O alle angezeigten Surfaces |
| Knotenlasten darstellen: .001 Cancel Editor | nomal ✓ Belastung erzeugen Belastung löschen |
| | |

Klicken Sie mit einem Doppelklick auf die Seiten-Fläche 13. Diese wird in der Selektbox angezeigt und muß dort mit "Erzeugen" als Knotenlast erzeugt werden.



Belastungswert eingeben

Es wurde nun eine Knotenlast mit 86 Knotenkräften und dem Lastwert -1 erzeugt. Multiplizieren Sie nun mit Menü "8. Editor" und "Lastfall-Faktor" die Belastungen mit dem Wert 500000/86 = 5813.95.

| 1 7 2 | • 🕑 🗧 | | | | | | FE | M-System MEAN | S V11 - St | rukturdatei | i C:\ |
|---------------------------|---|--|---|--------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|---------------|------------|-------------|-------|
| Datei | Ansichten | Netzgenerier | ung FEM-Projel | ct bearbeiten | FEM-A | nalyse | Ergebnisauswertu | ng Training | | | |
| Elastungen | Knotenbela Knotenbe Linienbela Flächenbe Gravitatio | astung R lastung elastung nsbelastung | andbedingungen | 1. Randbeding Randbeding Fläch | gungen ungen dar en-Modu: | • stellen s aktiviert | Elementgruppen : - Fläche= 12 | Materialdaten | Editor | 6. Belas | stun |
| | Fliehkrafti Temperatu Lastfall eir Editor | belastung urbelastung nstellen | | | | | | | | | |
| 🖳 Belastu | ungen bearbeite | en | | - 🗆 | × | | | | | | |
| Nr. | | Knoten | FHG | Wert | ^ | 🔛 La | astfall eingeben | | _ | | < |
| ▶ 1 | | 9 | 2 | -5813.95 | | | | | | | |
| 2 | | 10 | 2 | -5813.95 | | | Aktueller I attfall: | 1 | < | > | |
| 3 | | 13 | 2 | -5813.95 | _ | | Actueller Lastrali. | | | · | |
| 4 | | 15 | 2 | -5813.95 | _ | | Faktor= | 5813.95 | | | |
| 5 | | 17 | 2 | -5813.95 | _ | | | | | | |
| 6 | | 19 | 2 | -5813.95 | _ | | multipli: | zieren O | dividieren | | |
| 7 | | 21 | 2 | -5813.95 | _ | | addiene | en O | ersetzen | | |
| 8 | | 23 | 2 | -5813.95 | _ | | | | | | |
| 9 | | 25 | 2 | -5813.95 | _ | | CANCE | LOI | к | | |
| 10 | | 27 | 2 | -5813.95 | _ | | | | | | |
| 11 | | 29 | 2 | -5813.95 | _ | | | | | | |
| 12 | | 31 | 2 | -5813.95 | - v | | | | | | |
| Aktueller L Anzahl Las | .astfall: 1 sten/pro Lastfall: Veuer Lastfall erze | 86 La | Anzahl Lastfäl sttyp: 1 Knote Lastfälle | le: 1 enlast überlagem | | | | | | | |
| | Lastfall lösche | in | Lastfälle addie | ren und kopieren | | | | | | | |
| | Lastfall-Fakto | or | Temperatu | rlast einlesen | | | | | | | |
| | Jackanlast v K | anlast | | | | | | | | | |
| F | iacrieniast->Khôt | | (| | | | | | | | |

Randbedingungen erzeugen

Um das Modell einzuspannen drehen Sie zuerst mit der Maus das Modell (bei DX9 mit der rechten Maustaste) um die Z-Achse auf die andere Stirnfläche und wählen die Registerkarte "FEM-Projekt bearbeiten" und klicken auf "Randbedingungen". Wählen Sie "Einspannung" und die Selektion "Flächenmodus" und wählen den Button "RBs erzeugen" und klicken mit einem Doppelklick auf die Fläche 10 und bestätigen in der Selectbox die Eingabe mit "Erzeugen".

| 🖳 Randbedingungen erzeugen | | - | - | o x |
|---------------------------------|----------------|-----------------|----------|------|
| Anzahl Randbedingungen aktuell: | 0 | Neu | | |
| Wert der Randbedingung: 1E-1 | 0 | | | |
| Freiheitsgrad sperren: | | | | |
| 🗌 in X- | Richtung | in Z-Rich | ntung | |
| in Y- | Richtung | Einspan | nung | |
| (Achsen-Farben: SCHWARZ: X-Achs | e; BLAU: Y-Ach | se; ROT: Z-Achs | e) | |
| Selectieren | | | | |
| Flächenmodus | O Recht | eck aufspanner | ı | |
| 🔿 einzelne Knoten anklicken | 🔵 alle an | gezeigten Knot | en wähle | en |
| O Koordinatenbereich definieren | 🔘 alle an | gezeigten Surfa | ices wäh | nlen |
| Randbedingungen darstellen: | 0.068 | normal | | ~ |
| Cancel Editor | | RBs erze | Jgen | |
| | | RBs lõso | hen | |
| | | | | |



Materialdaten eingeben

Wählen Sie das Register "FEM-Projekt bearbeiten" und das Icon Materialdaten um die Materialdaten wie das Elastizitätsmodul und Poisson-Zahl einzugeben wobei Stahl immer voreingestellt ist.

| | Vlaterialdaten | | | | |
|-----|--|--------------------------------|---------|-----|---|
| | Bezeichnung | Materialwerte | | | |
| • | E-Modul | 210000 | | | |
| | Poisson-Zahl | .3 | | | |
| | Dichte | 7.8E-06 | | | |
| | Waermekoeffizient | 1.2E-05 | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| El | ementgruppe: 1 | Elementtyp: TET4 | | < | > |
| Ele | ementgruppe: 1 | Elementtyp: TET4 | | < | > |
| Ele | ementgruppe: 1 | Elementtyp: TET4 | | < | > |
| Ele | ementgruppe: 1 | Elementtyp: TET4 O Anisotro | p | ٢ | > |
| E | ementgruppe: 1 | Elementtyp: TET4 O Anisotro | p | ٢ | > |
| Ek | ementgruppe: 1 Isotrop Material-Datenbar | Elementtyp: TET4 O Anisotro | P Oł | < . | > |
| Ek | ementgruppe: 1 Isotrop Material-Datenbar | Elementtyp: TET4 O Anisotro | р ОР | < . | > |

Eine Material-Datenbank rufen Sie mit dem Menü "Material-Datenbank" auf.

| ies | | | | | | | |
|------------------------|-----------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------|--------------------|--|---|
| stoff: | | Dicht | :e (kg / mm³): | | | | |
| dul (N/mm²): | | Wärn | nekoeffizient: | | | | |
| an 7abl | | Win | nalaitfähickait (W/mmK) | | | | |
| orr-zani: | | Wall | neierranigker (w/mink/ | | | | |
| mand Buttons | | | | | | | |
| dd Edit Dele | te Cancel Save | Material ibernehmen Beend | SI-Einheite | en 🖲 Millimeter 🔿 |) Meter | | |
| rial-Datenbank | | | | | | | ī |
| Werkstoff | E-Modul | Poisson-Zahl | Dichte | Wärmekoeffizient | Wärmeleitfähigkeit | | |
| Eisen | 211000 | 0.28 | 0.0000078 | 0.000012 | 0.074 | | |
| Glas Quarz | 75000 | 0.17 | 0.0000022 | 0.0000045 | 0.00136 | | |
| Grauguss | 108000 | 0.22 | 0.0000072 | 0.0000118 | 0.05 | | |
| Holz | 18000 | 0.22 | 0.0000004 | 0.000008 | 0.00015 | | |
| Kupfer | 123000 | 0.35 | 0.000008933 | 0.0000168 | 0.384 | | |
| Marmor | 72000 | 0.3 | 0.0000026 | 0.000011 | 0.028 | | |
| Messing | 103000 | 0.35 | 0.0000081 | 0.000018 | 0.111 | | |
| Neu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| Plexiglas | 3200 | 0.35 | 0.0000012 | 0.000077 | 0.00017 | | |
| Polystyrol | 3200 | 0.35 | 0.00000105 | 0.00006 | 0.00017 | | |
| Porzellan | 58000 | 0.23 | 0.0000023 | 0.000004 | 0.001 | | |
| Silicium | 130000 | 0.42 0.00000233 0.000002 0.148 | | 0.148 | | | |
| Silicium Anisotrop E11 | , E22, E 165640 | 165640 | 165640 | 63940 | 63940 | | |
| Silicium Anisotrop E23 | , E44, E 63940 | 79510 | 79510 | 79510 | | | |
| Stahl | 210000 | 0.3 | 0.0000078 | 0.000012 | 0.015 | | |
| Stahl veredelt | 210000 | 0.3 | 0.0000078 | 0.000016 | 0.015 | | |
| Stahlbeton | 30000 | 0.2 | 0.0000024 | 0.000015 | 0.0025 | | |

Beul-Analyse

Es folgt eine FEM-Analyse wählen Sie die Registerkarte "FEM-Analyse" und wählen aus dem Dropdownmenü "4. Beulen" und starten die Beul-Analyse.

| | 0 💟 |) = | | | | | | | |
|-------|----------------------|---------------------------|-------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------|--|------------------------------------|---------------|
| Da Da | tei An: | sichten | Netzger | nerierung | FEM-Proj | ekt bea | rbeiten | FEM-An | alyse |
| | 4. Beuler FEM-Ana | n lyse | * | FEM-Solve Ergebnisg FEM | er wählen rößen wählei I-Ablauf | n N | nfos zum F Aodell-Abi Infos Stru | EM-Mode messunger kturmodell | II Fig FEN |
| | 🖳 Beule | n | | | | _ | | × | |
| | Anz Ger | ahl der unt nauigkeit: | ersten Beul | lfomen: | 2 | | | | |
| | | | Sch | ritt 1: FEM-S | olver starten | | | | |
| | | | Schrit | tt 2: Beulform | en auswerten | | | | |
| | | | | | | | | | |

Wählen Sie im Quick-Solver "convert C3D4->C3D10 …" um die Beul-Analyse mit den sehr genauen quadratischen TET10-Tetraederelementen durchzuführen.

| 🖳 INP-Interface for FE-S | Solvers | | o x | |
|--------------------------|--|-------------|------|--|
| High Precision | show and solve with C3D4 (4-node linear tetrahedral elements) show C3D4 and solve intern with a refining mesh of 8 x C3D4 convert C3D4 -> C3D10 and show and solve with C3D10 | , , , | | |
| Path for INP-Solver: | $\label{eq:c:Program Files} C: \end{tabular} FEM-System_MEANS_V11 \below inpsolver \below $ | Bro | wser | |
| Path for INP Files: | C:\projekte\300x300_IPE-Profil\tet4.INP | | | |
| | Select Solver In-Core-Solver Out-of-Core-Solver | | | |
| | Start FEM-Solver with INP-Interface | | | |
| | Settings Help + Infos Cancel | | | |



Nach einer Rechenzeit von 11.6 Minuten ist ein kurzes Ton-Signal zu hören, jetzt ist das Menü "Postprocessing MEANS V11 wieder starten" wieder freigeschaltet und man kann den Postprocessor für die Ergebnisauswertung starten.

Ergebnisauswertung

Es wird automatisch der Postprocessor für die Ergebnisauswertung gestartet, wählen Sie die Registerkarte "Ergebnisauswertung".

| |) 🚺 = | | | | | | | | FEM-S | ystem MEANS |
|----------|-------------------|-------|-----------------------------------|------------|-------------------------------|-----------------------|----------|------------------|----------------------|--------------------------|
| Datei | Ansichten | Net | zgenerierung | FEM-Pr | ojekt bearbeiten | FEM | -Analys | e Ergebnisaus | wertung | Training |
| R | Ergebnisse darste | ellen | Verformungsfak Knotenwerte pio | tor ken | Ergebnisse in Legende: Leg | Tabellenfo gende 1 | erm • | Intern Extern | FEM-Stru STA-Erge | ukturdatei ebnisdatei |
| Ergebr | isauswertung | E. | Skalieren/Anzei | igen 🕞 | Legende | e/Tabelle | E. | Animationen 🖓 | Dateie | n listen 🖓 |
| | | | | | | | | | | |

Es stehen für die Beul-Analyse folgende Ergebnisgrößen zur Verfügung:

- Beulformen und Beulfaktor mit den normierten Verformungen
- Knotenspannungen (wie bei der Dynamik, keine realen Werte da die Beulformen aus der Eigenwertgleichung berechnet werden)

Für die Flächenauswertung können 3 Rasterstufen gewählt werden, je höher die Rasterstufe desto genauer aber auch aufwendiger wird die Ergebnisdarstellung.

Mit DirectX11 ist es nun möglich eine Verformungs- oder Spannungsverteilung mit über 50 Millionen Dreiecke ruckelfrei darzustellen, dies war mit der früheren DirectX9-Version bei weitem nicht möglich.

| 💀 Postprocessing | - 🗆 X | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| Ergebnisse einladen | | | | | | | | |
| Beulformen auswerten | Beulform: 2 🗸 | | | | | | | |
| 🔘 Knotenspannungen gemittelt | O Auflagerkräfte auswerten | | | | | | | |
| O Elementspannungen ungemittelt | O Knotenkräfte auswerten | | | | | | | |
| Legende Raster-Genauigkeit: 1 3 4 | Verformungsfaktor/Wertebereich Legende und Farben einstellen Knotenwerte picken, suchen, sichem | | | | | | | |
| Ergebnis-Komponente wählen Verfomung in X-,Y-,Z-Richtung ~ Cancel Modell mit Ergebnisauswertung | | | | | | | | |

Lastfall 2: Verformungen in X-, Y- und Z-Richtung mit Beulfaktor Nr. 1 = 2.79

