Rainer Hempel, Institut *Computational Mathematics*, TU Braunschweig

Spektral- und Streutheorie, WS 2017/18

Inhalt: Spektral- und Streutheorie mit Anwendungen auf Schrödingeroperatoren.

Begriff des *Spektrums*: Eigenwerte bei Matrizen, Eigenfrequenzen einer schwingenden Membran; gebundene Zustände beim Wasserstoffatom (Energie*differenzen* ergeben das sichtbare Farbspektrum von Atomen).

Kapitel I. Anwendungen des Spektralsatzes.

1. Der Spektralsatz.

2. Das Spektrum selbstadjungierter Operatoren.

3. Spektrum von Schrödingeroperatoren.

4. Der Satz von Stone und die Lösung der Schrödingergleichung.

5. Absolutstetiges Spektrum.

Kapitel II. Streutheorie.

Man betrachtet hier die unitäre Gruppe $(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}tH};\, t \in \mathbb{R})$, für H s.a.

Gesucht sind Asymptoten für $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}tH} f$, $t \to \pm\infty$, wenn f aus dem a.c. Teilraum bzgl. H stammt. Genauer sucht man $f_\pm \in \mathcal{H}$ mit

$$\left\| \mathrm{e}^{-\mathrm{i}tH} f - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}tH_0} f_\pm \right\| \to 0, \qquad t \to \pm\infty;$$

dabei ist H "kompliziert", H_0 "einfach", etwa $H = -\Delta + V(x)$ und $H_0 = -\Delta$. Dies führt auf die sog. *Wellenoperatoren*

$$W_\pm = s - \lim_{t \to \pm\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}tH} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}tH_0} P_{ac}(H_0),$$

sofern der starke Limes existiert.

"Streumatrix" $S = W_+^* W_-$ ist experimentell zugänglich.

1. Existenz der Wellenoperatoren, Lemma von Cook

2. Vollständigkeit der Wellenoperatoren, Theorem von Pearson

3. Kato-Birman-Theorie

4. Die Methode von Enß.

2 Zwischenspiele: (a) Selbstadjungierte Operatoren in der QM. (b) Einführung in die Streutheorie.