Lindenmayer-Systeme (L-Systems)

von Georg Müller, 15.11.2011

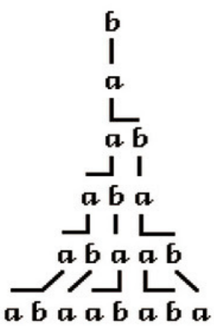
#1 Einleitung

- Termersetzungssysteme, Unterschiede zwischen:
    - *Chomsky Grammatiken
        - Linksableitung
    - *L-Systeme
        - parallele Anwendung aller Produktionen
- Grafische Umsetzung geeignet, um parallele Wachstumsprozesse der Natur darzustellen, außerdem: Objekte mit hohem Grad an Selbstähnlichkeit lassen sich durch L-Systeme gut beschreiben

#2 DOL-Systeme

- sind kontextfreie L-Systeme
- Σ = Alphabet; Σ^* = Alle Wörter über Σ; $\Sigma+$ = Alle nichtleeren Wörter über Σ
- OL-System ist geordnetes Tripel $G = \{ \Sigma, \omega, P\}$, wobei $\omega \in \Sigma+$ nichtleeres Wort („Axiom“ ↔ Startsymbol) und $P \leq \Sigma \times \Sigma^*$ (Teilmenge) endliche Anzahl von Produktionen, d.h.: sei α ein Wort und b ein Buchstabe (b, α), dann schreiben wir $p1: b \rightarrow \alpha$
- für jedes $b \in \Sigma$ muss ein $\alpha \in \Sigma^*$ existieren, sodass $b \rightarrow \alpha$. (wenn keine Produktion angegeben ist, wird von der Identitätsproduktion $b \rightarrow b$ ausgegangen)
- in jedem Schritt werden alle Produktionen <u>parallel</u> ausgeführt

- DOL-System (Deterministisches OL-System): $\forall\ b \in \Sigma\ \exists!\ \alpha \in \Sigma^*$ mit $b \rightarrow \alpha$
- Bsp.: $\Sigma = \{a,b\}$; $\omega = \{b\}$; $P = \{(a, ab), (b, a)\}$, also $p1: a \rightarrow ab$ und $p2: b \rightarrow a$



- Hier: Kein Unterschied zwischen Terminmal / Nichtterminal-Symbolen
- Produktionsstufen = Häufigkeit der Anwendung der Produktionen: („b“ Produktionsstufe 0, „abaababa“ Produktionsstufe 5)
- DOL-Systeme finden z.B. im Bereich der Analyse von Zellwachstum Anwendung

#3 Fraktale

- sind Gebilde, Objekte, Muster mit gebrochener (fraktaler) Dimension, d.h.: sie besitzen keine ganzzahlige Dimension
- außerdem: neigen zu hohem Grad an *Selbstähnlichkeit* (bestehen in der Regel aus vielen kleinen Kopien ihrer selbst)

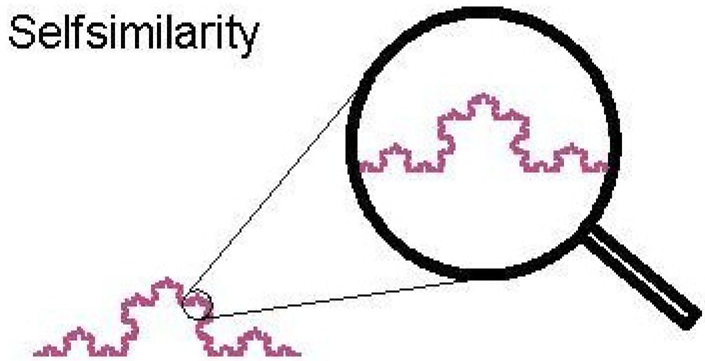


Abb.1 : Teil der Koch-Schneeflocke

- *Fraktale Dimension*
- eine Möglichkeit die Dimension eines Körpers festzustellen ist folgende Methode:
  Wenn man ein Objekt in k Teilobjekte mit Seitenlänge 1/p aufteilen kann, gilt
  Dimension (Objekt) = log k zur Basis p.
- Bsp.: Teile Strecke in 2 Objekte der Seitenlänge ½, somit gilt:
  dim(Strecke) = log 2 zur Basis 2 = 1 ; d.h.: Eine Strecke ist 1D
- Bsp2.: Teile Würfel in 8 Objekte mit Seitenlänge ½, somit gilt:
  dim(Würfel) = log 8 zur Basis 2 = 3 ; d.h.: Ein Würfel ist 3D
- Koch-Schneeflocke als Repräsentant der Fraktale:
  In Abb.1 zu sehen: 1 Figur im Körper lässt sich in 4 ähnliche Figuren mit
  1/3 Seitenlänge aufteilen, d.h.: <u>Dimension(Schneeflocke) = log 4 zur Basis 3 ≈ 1.26</u>

- „turtle interpretation“ = Endzeichenkette nach n Produktionsstufen Zeichen
  für Zeichen grafisch umsetzen (Schildkröte schaut zu Beginn nach oben)

F ↔ Laufanweisung, Laufe um Länge x in Blickrichtung und markiere den Weg
f ↔ unsichtbare Laufanweisung, wie F mit markiere den Weg nicht!
+ ↔ Blickrichtung nach rechts drehen um Winkel б (Uhrzeigersinn)
- ↔ Blickrichtung nach links drehen um Winkel б (- // -)

- Grammatiken vorerst: G = {Σ, ω, P} mit Σ = {F, f, +, -}, dazu werden
  Produktionsstufe mit „n“ und Winkel mit „б“ (normal 90°) angegeben
- Bsp.: Axiom = + F ; б = 90° ; P = {(F, F – F + F + F – F) = „p1“}
- Handout interaktiv: Platz zum Mitzeichnen

n = 1
String = + F – F + F + F – F

n = 2
String = +p1–p1+p1+p1-p1

- Winkeländerung, B-Spline interpolation, 3D-Interpretation (...) natürlich möglich

#4 Pflanzenmodelle

- Verzweigungen spielen wichtige Rolle, Lösung: Stack-Mechanik
[↔ aktuelle Position und Blickrichtung auf Stack
] ↔ hole letzte Position / Blickrichtung vom Stack

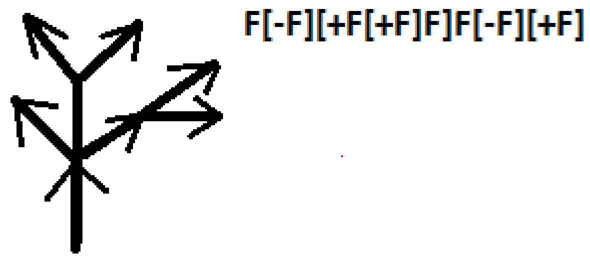


Abb. 1
(Abb1. Tafelbeispiel)

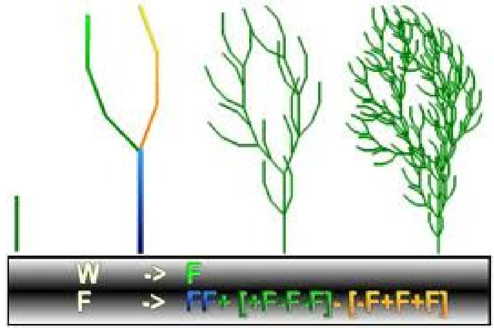


Abb. 2
(Abb2. hier: + und – vertauscht, p1: F → FF+[+F-F-F]-[-F+F+F])

- busch- & farnartige Darstellungen
- Faktoren bei Pflanzendarstellung ähnlich zu Fraktalen:
n ↔ Produktionsstufe
б ↔ Winkel
ω ↔ Axiom
P ↔ Produktionen
(p1, … , pm) mit m ≤ |Σ|, wobei Σ = {F, f, +, -, [,]}, kann beliebig um Variablen erweitert werden, die auf Σ+ abgebildet werden

- natürliche Faktoren: Vererbung (kontextfrei), Interaktion (kontextsensitiv)
  Beispiele: Erdanziehung & Wachstum zum Licht
- mehr Realismus: Früchte (inkl. Delays), Zufallsvariationen(, …)

- 3D Darstellungen genau wie bei Fraktalen, da Komplexität der Produktionen im dreidimensionalen Raum steigt, eignen sich selbstredende Variablen („wurzel“, „blatt“, ...)

Some determinstic 3D branching plants.

- realistische(!) Bäume schwer darstellbar wegen vielen Umgebungsfaktoren
- trotz dessen im heutigen Grafikdesign häufig umgesetzt, um naturgetreue Wachstumsprozesse darzustellen

- Lindenmayer-Systeme finden ebenfalls Anwendung in grafischer Darstellung von *selbstähnlichen* Objekten (z.B. Wolken, Felsformationen, Blitze, …)

<u>#5 Demonstration & Quellen</u>

- Experimenteller Umgang mit L-Systemen im 2-Dimensionalen Raum
- Software: LSE (L-System Explorer by James Matthews, 2002)
- an dieser Stelle sind Anregungen und Ideen sehr erwünscht !

Abb.1 (aus LSE/Examples/fern-leaf.lse)

- per maya script wird ein 3D-Interperter namens „L-system Generator" angeboten

- beeindruckende Bilder eines Studenten der DTU Dänemark, YouTube-Name „SimonBob2", Teil des Master-Projekts: L-System generierter Wald, siehe Quellen

- Lindenmayer-Systeme zu finden in den verschiedensten Anwendungsbereichen (untypische Variante: Musikclip von „BeastOfTraal", siehe Quellen)

<u>Quellen:</u>

Buch: „Lindenmayer Systems, Fractals, and Plants" by Prusinkiewicz & Hanan
2D Interpreter LSE: www.generation5.org/lse.shtml
Master-Projekt Video: www.youtube.com/watch?v=6TUAd5EpLEw
Musik Video: www.youtube.com/watch?v=ZwWHGD_7QNs
Bilder: en.alife.pl/files/lsyst/d/plant3d.png, static.flickr.com/52/128023932_db1307e33c_o.jpg, http://www.allenpike.com/461/project/3d-plants.png, http://www.allenpike.com/461/project/3d-plants.png, homepages.cs.ncl.ac.uk/jonathan.hook/lsystem.JPG
(uvm., Links auf Anfrage)