Numerische Mathematik II
für Haupt- und Realschullehrer – Sommersemester 2006
an der Universität Rostock, FB Mathematik

Vorlesung: Prof. G. Mayer **Übung: Dr. A. Straßburg**

Aufgabe 9.1

Gleichungssysteme-17

Sind die Matrizen A und B streng diagonaldominant?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 3 & 2 \\ 5 & -1 & -1 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 9 \\ 3 & -3 & 8 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 6 & -3 & 3 \\ 2 & -3 & 9 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9.2

Gleichungssysteme-15

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem LGS

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & & & + & 4x_4 & = & 9 \\ & & 4x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 3 \\ 8x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 7 \\ x_1 & & & + & 8x_3 & + & 3x_4 & = & -1 \end{array}$$

a) Vertauschen Sie die Reihenfolge der Gleichungen des Systems so, dass ein lineares Gleichungssystem LGS' entsteht, welches das starke Zeilensummenkriterium erfüllt.

b) Bestimmen Sie mit 3 Iterationsschritten des Jacobi-Verfahrens (Gesamtschritt-Verfahren) eine Näherungslösung für LGS'. Starten Sie mit $x := 0$.

Aufgabe 9.3

Gleichungssysteme-24

Liefert die nachfolgende Maple-Syntax stets streng diagonaldominante Matrizen B? Begründen Sie Ihre Aussage, ändern Sie gegebenenfalls die Syntax.

```
...
 A:=RandomMatrix(n,n);
 for i from 1 to n do
     s:=0:
     for j from 1 to n do
     s:=s+A[i,j];
     A[i,i]:=s
     end do:
 end do;
B:=A;
...
```

Aufgabe 9.4

Gleichungssysteme-28

Gegeben sind

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$ nach der Methode der kleinsten Quadrate. Verwenden Sie hierbei für das Lösen des Systems $A^T Ax = A^T b$ 3 Schritte des Gauß-Seidel-Verfahrens (Startvektor $x = \underline{0}$). Werten Sie das Ergebnis.(vgl. Aufgabe 1.2).