

- Einleitung
- Grundbegriffe der Mechanik
- Schwingungen
- Wellen
- Akustik
- Geometrische Optik
- Wellenoptik
- Aufgaben
- Anhang

---

*Peter Junglas 03.11.2020*

# Inhaltsverzeichnis

## Übersicht

- Einleitung
  - Übersicht
  - Physikalische Einheiten
  - Messgenauigkeit
- Grundbegriffe der Mechanik
  - Bewegung in einer Dimension
  - Kraft und Impuls
  - Arbeit und Energie
- Schwingungen
  - Beschreibung von Schwingungen
  - Federpendel
  - Gedämpfte Schwingung
  - Erzwungene Schwingung
  - Überlagerung von Schwingungen
    - Zwei Schwingungen gleicher Frequenz
    - Zwei Schwingungen verschiedener Frequenz
    - Zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen
  - Gekoppelte Schwingungen
- Wellen
  - Grundlagen der Wellenausbreitung
  - Harmonische Wellen
  - Doppler-Effekt
  - Interferenz
    - Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz
    - Stehende Wellen
    - Beugung
    - Wellenpakete
- Akustik
  - Schallgeschwindigkeit
  - Schallkenngrößen
  - Schallempfinden
- Geometrische Optik
  - Einleitung
  - Reflexion
  - Brechung
  - Dispersion
  - Brechung an einer Kugelfläche
  - Abbildung durch Linsen
  - Optische Instrumente
- Wellenoptik
  - Einleitung
  - Interferenz an dünnen Schichten
  - Beugung am Spalt
  - Beugung am Gitter
- Aufgaben
  - Aufgabe 1
    - Lösung von Aufgabe 1
  - Aufgabe 2
    - Lösung von Aufgabe 2
  - Aufgabe 3
    - Lösung von Aufgabe 3
  - Aufgabe 4
    - Lösung von Aufgabe 4
  - Aufgabe 5
    - Lösung von Aufgabe 5

- Aufgabe 6
  - Lösung von Aufgabe 6
- Aufgabe 7
  - Lösung von Aufgabe 7
- Aufgabe 8
  - Lösung von Aufgabe 8
- Aufgabe 9
  - Lösung von Aufgabe 9
- Aufgabe 10
  - Lösung von Aufgabe 10
- Aufgabe 11
  - Lösung von Aufgabe 11
- Aufgabe 12
  - Lösung von Aufgabe 12
- Aufgabe 13
  - Lösung von Aufgabe 13
- Aufgabe 14
  - Lösung von Aufgabe 14
- Aufgabe 15
  - Lösung von Aufgabe 15
- Aufgabe 16
  - Lösung von Aufgabe 16
- Aufgabe 17
  - Lösung von Aufgabe 17
- Aufgabe 18
  - Lösung von Aufgabe 18
- Aufgabe 19
  - Lösung von Aufgabe 19
- Aufgabe 20
  - Lösung von Aufgabe 20
- Aufgabe 21
  - Lösung von Aufgabe 21
- Aufgabe 22
  - Lösung von Aufgabe 22
- Aufgabe 23
  - Lösung von Aufgabe 23
- Aufgabe 24
  - Lösung von Aufgabe 24
- Aufgabe 25
  - Lösung von Aufgabe 25
- Aufgabe 26
  - Lösung von Aufgabe 26
- Aufgabe 27
  - Lösung von Aufgabe 27
- Aufgabe 28
  - Lösung von Aufgabe 28
- Aufgabe 29
  - Lösung von Aufgabe 29
- Aufgabe 30
  - Lösung von Aufgabe 30
- Aufgabe 31
  - Lösung von Aufgabe 31
- Aufgabe 32
  - Lösung von Aufgabe 32
- Aufgabe 33
  - Lösung von Aufgabe 33
- Aufgabe 34
  - Lösung von Aufgabe 34
- Aufgabe 35

- Lösung von Aufgabe 35
- Anhang
  - Exkurs: Trigonometrie
  - Exkurs Differenzieren
  - Exkurs Integrieren
  - Herleitungen
  - Griechisches Alphabet
  - Applets
  - Literatur
  - Nachweise

- ☛ Übersicht
- ☛ Physikalische Einheiten
- ☛ Messgenauigkeit

- Physik:

Wissenschaft von den Erscheinungen der unbelebten Natur, die sich mit Hilfe von Messungen untersuchen lassen

- Gebiete der Physik:

klassisch (an den Sinneswahrnehmungen ausgerichtet)

- Mechanik
- Wärmelehre
- Akustik
- Optik
- Elektromagnetismus

moderne Gebiete (an übergreifenden Konzepten orientiert)

- Schwingungen und Wellen
- Quantenmechanik
- statistische Mechanik

Spezialisierungen

- Atom- und Molekülphysik
- Kernphysik
- Elementarteilchenphysik
- Festkörperphysik
- Laserphysik
- usw.

- Methodik der Physik:

Experiment

- Grundlage der Physik
- Physik = Erfahrungswissenschaft
- Rückkopplung: Überprüfen der Theorie

Theorie

- Zusammenfassen und Ordnen der Einzelercheinungen
- Erklären = Rückführen auf wenige "Grundprinzipien"
- Formalismus der Mathematik

Simulation

- Konsequenzen der Theorie im Rechner untersuchen
- ergänzt Theorie, wo Mathematik zu schwierig
- ergänzt Experiment durch Vereinfachung und Detailfülle

- Physikalische Größen:

Produkt aus Zahlenwert und Einheit

- $G = \{G\} \cdot [G]$

Beispiele:

- Masse von 5 kg
- Energie von 0.3 kWh

Beziehungen zwischen Größen ergeben Beziehungen zwischen Einheiten

- Grundgrößen:

Auswahl vom verwendeten Einheitensystem abhängig

in der Mechanik drei, z.B.

- Länge
- Zeit
- Masse

eine zusätzliche Grundgröße (etwa Temperatur) in der Thermodynamik

- abgeleitete Größen:

aus Formelbeziehungen auf Grundgrößen zurückführbar

Einheiten werden entsprechend auf die der Grundgrößen zurückgeführt

Beispiel Geschwindigkeit

- $\text{Geschwindigkeit} = \text{Länge} / \text{Zeit}$
- $\text{Einheit der Geschwindigkeit} = \text{Einheit der Länge} / \text{Einheit der Zeit}$

- Internationales Einheitensystem:

SI-System (**Système International d'Unités**)

international genormt, in Deutschland gesetzlich vorgeschrieben

Basisgrößen mit Einheiten:

Größe	Einheit	Abkürzung
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
Temperatur	Kelvin	K
elektr. Stromstärke	Ampere	A
Lichtstärke	Candela	cd
Stoffmenge	Mol	mol

- Beispiel Kraft als abgeleitete Größe:

physikalische Beziehungen:

- $\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung} (F = m \cdot a)$
- $\text{Beschleunigung} = \text{Geschwindigkeitsänderung} / \text{Zeit} (a = dv/dt)$
- $\text{Geschwindigkeit} = \text{Wegänderung} / \text{Zeit} (v = ds/dt)$

Zusammengefasst:

- $F = m \cdot d^2s/dt^2$

SI-Einheit:

$$\begin{aligned} [F] &= [m] \cdot [s] / [t]^2 \\ &= \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 \\ &=: \text{N (Newton)} \end{aligned}$$

- Umrechnung bei nicht-SI-Einheiten:

vor Gebrauch in physikalischen Formeln immer in SI-Einheiten umrechnen!

in der Regel einfache Multiplikation

Beispiel Kilopond (alte Krafteinheit):

- Beziehung:  $1 \text{ kp} = 9.80665 \text{ N}$
- $\Rightarrow 65 \text{ kp} = 65 * 1 \text{ kp} = 65 * 9.80665 \text{ N} = 637.43 \text{ N}$

- Aufgaben:

Aufgabe 1



- Systematische Messfehler:

Tendenzen in eine Richtung

Ursachen z.B.

- falsche Kalibrierung
- Ablesefehler
- nicht berücksichtigte externe Effekte
- Störung des Messobjekts durch Messung

- Statistische Messfehler:

symmetrische Streuung

Beschreibung durch statistische Verfahren

Ursachen z.B.

- Schwankungen der Maßstäbe
- Schwankungen der Umgebungsbedingungen
- Schätzen von Zwischenwerten

- Signifikante Stellen:

Genauigkeit des Zahlenwerts einer physikalischen Größe

führende Nullen sind nicht signifikant

- 0.000234 hat 3 signifikante Stellen

Signifikanz angehängter Stellen unklar

- Wieviele signifikante Stellen hat 2400 ?

- Wissenschaftliche Notation:

Darstellung mit Zehnerexponenten

$$2.3 \cdot 10^4 = 23000$$

$$6.18 \cdot 10^{-7} = 0.000000618$$

übersichtliche Darstellung sehr kleiner und sehr großer Zahlen

Eindeutigkeit bei signifikanten Stellen:

$$2400 = 2.4 \cdot 10^3 \quad 2 \text{ signifikante Stellen}$$

$$2400 = 2.400 \cdot 10^3 \quad 4 \text{ signifikante Stellen}$$

- Kurzübersicht:

- Kennenlernen der wichtigsten Begriffe

- beispielhaft einige Methoden

- ausführlich und mit vielen Anwendungen in Vorlesung "Technische Mechanik"

- 🔦 Bewegung in einer Dimension

- 🔦 Kraft und Impuls

- 🔦 Arbeit und Energie

# Bewegung in einer Dimension



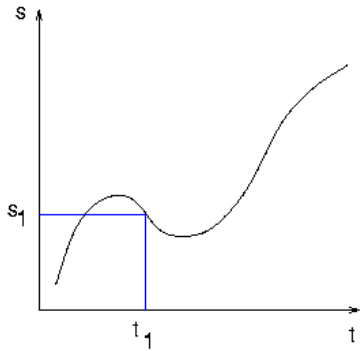
- Ort  $s$ :

bei Bewegung auf einer Geraden durch Koordinate  $x$  gegeben

beschreibt Abstand vom (willkürlichen) Ursprung

Vorzeichen gibt Richtung

zeitliche Änderung  $s = s(t)$  beschrieben im Weg-Zeit-Diagramm (s-t-Diagramm):



bei Bewegung im Raum

- Vektor ("Pfeil" mit Richtung und Länge)
- beschrieben durch drei Koordinaten  $(x, y, z)$

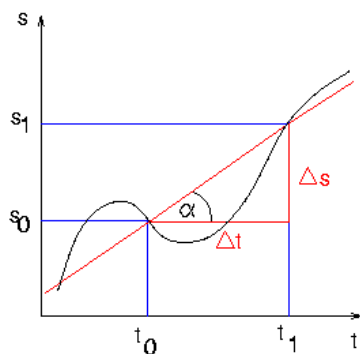
- Durchschnittsgeschwindigkeit  $\bar{v}$ :

zurückgelegter Weg dividiert durch benötigte Zeit

$$\bar{v} = (s_1 - s_0) / (t_1 - t_0)$$

$$=: \Delta s / \Delta t$$

im s-t-Diagramm durch Steigung der Sekante gegeben



Steigungswinkel  $\alpha$  mit

$$\tan \alpha = \Delta s / \Delta t$$

- Momentangeschwindigkeit  $v$ :

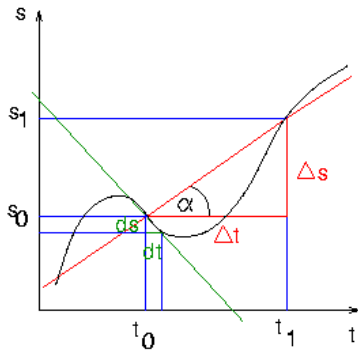
"was der Tacho anzeigt"

hängt vom betrachteten Zeitpunkt ab:  $v = v(t)$

Messung der Durchschnittsgeschwindigkeit für ganz kleines Zeitintervall  $dt$

$$v(t) = (s(t + dt) - s(t)) / dt$$

im s-t-Diagramm die Steigung der Tangente



mathematisch durch die Ableitung gegeben

$$v = ds/dt$$

- Exkurs: Differenzieren

- gleichförmige Bewegung:

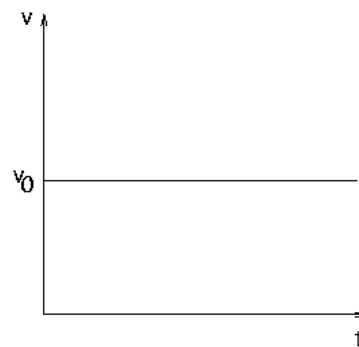
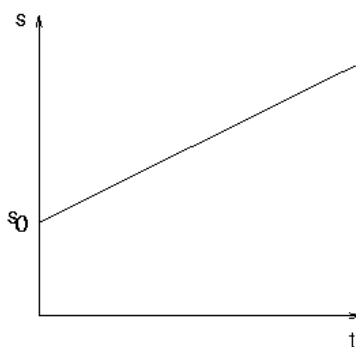
geradlinige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

bei Anfangsbedingungen  $s(0) = s_0$ ,  $v(0) = v_0$  gilt

$$v(t) = v_0$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t$$

im Bild:



- Beschleunigung a:

zeitliche Änderung der Geschwindigkeit

Durchschnittsbeschleunigung

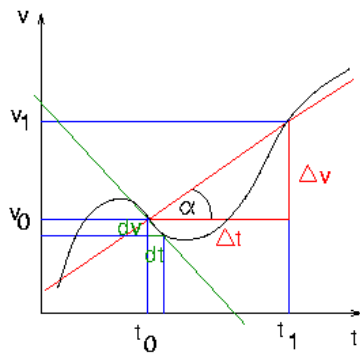
$$\bar{a} = (v_1 - v_0) / (t_1 - t_0)$$

$$=: \Delta v / \Delta t$$

Momentanbeschleunigung

$$a(t) = (v(t + dt) - v(t)) / dt$$

im v-t-Diagramm die Steigung der Tangente



mathematisch durch die Ableitung gegeben

$$a = dv/dt$$

a negativ  $\rightarrow$  v wird kleiner  $\rightarrow$  Abbremsen

- gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

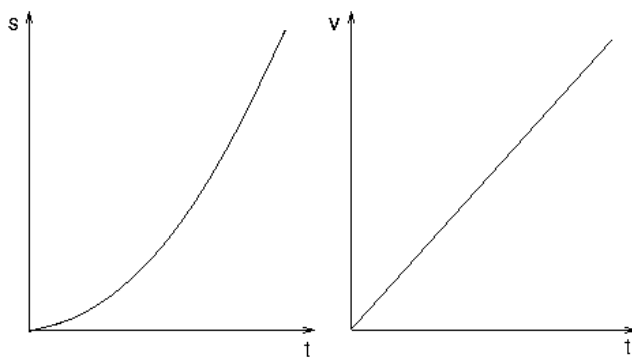
geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung

bei Anfangsbedingungen  $s(0) = s_0$ ,  $v(0) = v_0$  gilt

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t + 1/2 a t^2$$

im Bild:



- Aufgaben:

[Aufgabe 2](#)

[Aufgabe 3](#)

- Masse m

Widerstand eines Körpers gegen Beschleunigung (**Trägheit**)

Einheit kg

nicht dasselbe wie Gewicht, aber eng verknüpft

Messung z.B. mit einer Balkenwaage

konzeptionell verschieden: schwere Masse ↔ träge Masse

- Kraft F

beschreibt Einwirkung auf ein System

ändert Bewegungszustand

Vektorgröße

Einheit N (Newton)

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$$

- Beispiele für Kräfte:

- Erdanziehungskraft

- in der Nähe der Erdoberfläche gegeben durch

$$F = - m g$$

- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  (Erd- oder Fallbeschleunigung)
- negativ: wirkt nach unten (Konvention)

- Federkraft

- Kraft, um eine Feder um Strecke s auszudehnen

$$F = - c s \text{ (Hookesches Gesetz)}$$

- c: Federkonstante, "Steifigkeit" der Feder
- negativ: wirkt der Auslenkung entgegen
- bei großen Auslenkungen komplizierteres Kraftgesetz

- elektrostatische Kraft:

- Kraft zwischen geladenen Teilchen
- bei Abstand r der Ladungen  $q_1$  und  $q_2$ :

$$F = 1/(4\pi\epsilon_0) q_1 q_2 / r^2 \text{ (Coulombsches Gesetz)}$$

- Richtung der Kraft: längs der Verbindungslinie der Ladungen

- Newtons Grundgesetz:

grundlegende Beziehung: Kraft F auf Masse m ruft Beschleunigung a hervor mit

$$F = m a \text{ (2. Newtonsches Axiom)}$$

wegen  $a = dv/dt$ :

$$\begin{aligned} F &= m dv/dt \\ &= m d^2s/dt^2 \end{aligned}$$

ermöglicht die Bestimmung der Bewegung einer Masse unter Einfluss einer Kraft

- Impuls p:

"Bewegungsgröße", gegeben durch

$$p := m v$$

Vektorgröße (parallel zu  $v$ )

Newtons Grundgesetz damit:

$$F = dp/dt$$

bleibt so richtig auch bei veränderlicher Masse

Impulserhaltungssatz:

Wirkt auf ein System von Massenpunkten keine äußere Kraft, dann ist die Summe aller Impulse zeitlich konstant.

direkt sichtbar etwa bei Stoßprozessen

- Freier Fall:

- Bewegung unter Einfluss der Gewichtskraft

nach Newton gilt:

$$F = m a = -m g$$

$$\Rightarrow a = -g = \text{const.}$$

kann als (Differential-)Gleichung für den Ort  $s$  interpretiert werden:

$$d^2s/dt^2 = -g$$

- Fragestellung: Welche Funktion  $s(t)$  ergibt, zweimal abgeleitet, genau  $-g$ ?
- Antwort (durch gutes Raten):

$$s(t) = - 1/2 g t^2$$

$$\Rightarrow v(t) = ds/dt = - 2 * 1/2 g t = - g t$$

$$\Rightarrow a(t) = d^2s/dt^2 = -g$$

noch genauere Antwort:

$$s(t) = - 1/2 g t^2 + v_0 t + s_0$$

$$\Rightarrow v(t) = ds/dt = - g t + v_0$$

$$\Rightarrow a(t) = d^2s/dt^2 = -g$$

Bewegungsgesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung!

# Arbeit und Energie



- Arbeit  $W$ :

bei Verschiebung eines Körpers um Weg  $s$  gegen konstante Kraft  $F$  gegeben durch

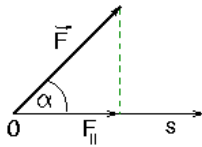
$$W = F s$$

Einheit 1 J (Joule) = 1 N m = 1 kg m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>

Beispiel: Arbeit, um Masse  $m$  einen Weg  $h$  hochzuheben:

$$W_{\text{Hub}} = F h = m g h$$

falls Kraft und Verschiebung nicht parallel: Anteil der Kraft längs des Wegs



in Formeln:

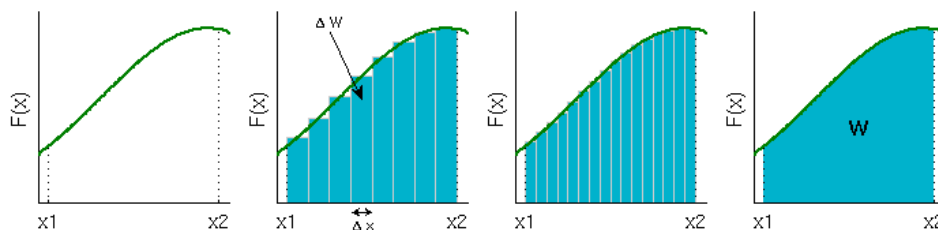
$$\begin{aligned} W &= F_{\parallel} s = F s \cos \alpha \\ &= \vec{F} \cdot \vec{s} \quad (\text{Skalarprodukt}) \end{aligned}$$

- Berechnung der Arbeit bei nicht-konstanter Kraft:

Aufteilen in kleine Einzelwege und Aufaddieren:

$$W = \sum F_i \Delta x_i$$

im Bild:



für immer kleinere  $\Delta x_i$ : Fläche unter der Kurve  $F(x)$

mathematisch ein Integral

$$W = \int_0^s F(x) dx$$

- Exkurs: [Integrieren](#)

- Dehnungsarbeit:

Arbeit  $W_{\text{dehn}}$ , um Feder um Strecke  $s$  auszudehnen

berechnet als Integral:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^s F(x) dx = \int_0^s c x dx \\ &= c \left( \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^s \\ &= \frac{1}{2} c s^2 \end{aligned}$$

- Beschleunigungsarbeit:

Arbeit, um Masse von Geschwindigkeit 0 auf  $v$  zu beschleunigen



Arbeit, um Masse von Geschwindigkeit 0 auf  $v$  zu beschleunigen

berechnet als

$$W = \frac{1}{2} m v^2$$

Herleitung im [Anhang](#)

- Energie E:

durch Arbeitsleistung in einem Körper gespeicherte Arbeit

je nach Art der Arbeit unterschieden:

- kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$
- Lageenergie  $E_{\text{Lage}} = m g h$
- elastische Energie  $E_{\text{elast}} = \frac{1}{2} c s^2$

Lage-Energie und elastische Energie zusammengefasst zur potentiellen Energie  $E_{\text{pot}}$

fundamental in der ganzen Physik: Energieerhaltungssatz

Summe aller Energien in einem abgeschlossenen System ist zeitlich konstant.

bei Einschluss von Reibungsvorgängen: Wärmeenergie berücksichtigen

- Energien beim freien Fall:

Ausgangslage: Masse  $m$  in Höhe  $h$  in Ruhe

nur potentielle Energie:

$$E_{\text{pot}} = m g h$$

Masse fällt, hat am Boden ( $s=0$ ) Geschwindigkeit  $v$

nur kinetische Energie am Boden

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

Energieerhaltung  $\rightarrow$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= E_{\text{pot}} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 &= m g h \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2 g h} \end{aligned}$$

- Aufgaben:

[Aufgabe 4](#)

[Aufgabe 5](#)

- Beschreibung von Schwingungen
- Federpendel
- Gedämpfte Schwingung
- Erzwungene Schwingung
- Überlagerung von Schwingungen
- Gekoppelte Schwingungen

# Beschreibung von Schwingungen



- Schwingende Systeme:

charakteristische Eigenschaft: Periodizität, d.h. Bewegungsform wiederholt sich nach der Schwingungsdauer  $T$

$$f(t + T) = f(t)$$

Ursache oft rücktreibende Kräfte in der Nähe stabiler Gleichgewichte

in vielen Bereichen der Physik, z.B. Mechanik, Elektrodynamik, Plasmaphysik etc.

oft ähnliche oder sogar identische zugrundeliegende mathematische Struktur

im folgenden beispielhaft einfache mechanische Systeme

- Harmonische Schwingung:

durch Sinus- oder Kosinus-Schwingung beschrieben

Exkurs: [Trigonometrie](#)

allgemeine Form

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

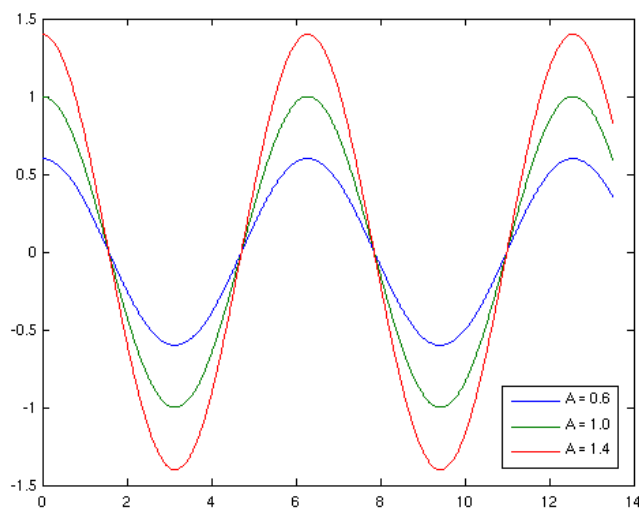
alternativ mit Sinus schreibbar

Simulation

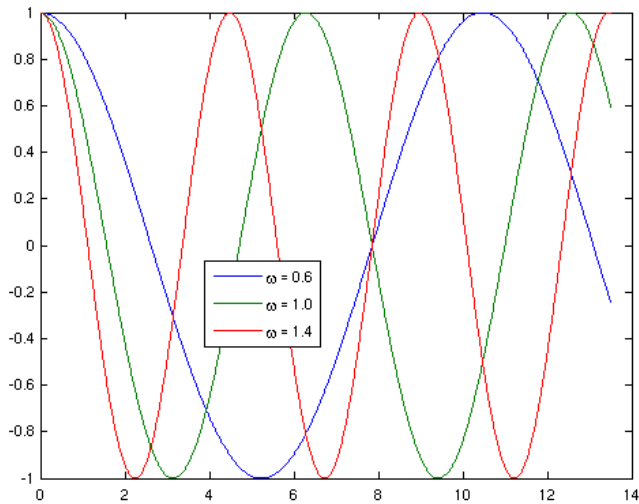


- Parameter der harmonischen Schwingung:

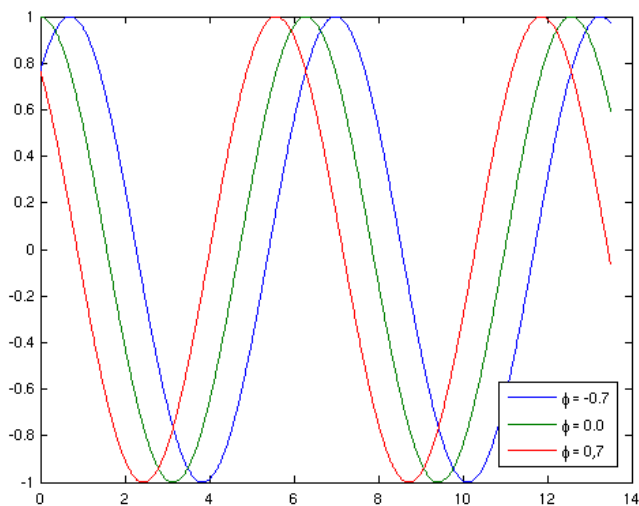
Amplitude  $A \triangleq$  Höhe des Maximums



Kreisfrequenz  $\omega \triangleq$  Frequenz der Schwingung



Phasenwinkel  $\phi \triangleq$  Anfangsstelle des Cosinus



- Periode:

$\cos(t)$  hat Periode  $2\pi \triangleq$  Zeit für eine Schwingung

$\cos(\omega t)$  hat Periode  $2\pi/\omega \rightarrow$  Schwingungsdauer T mit

$$T = 2\pi/\omega$$

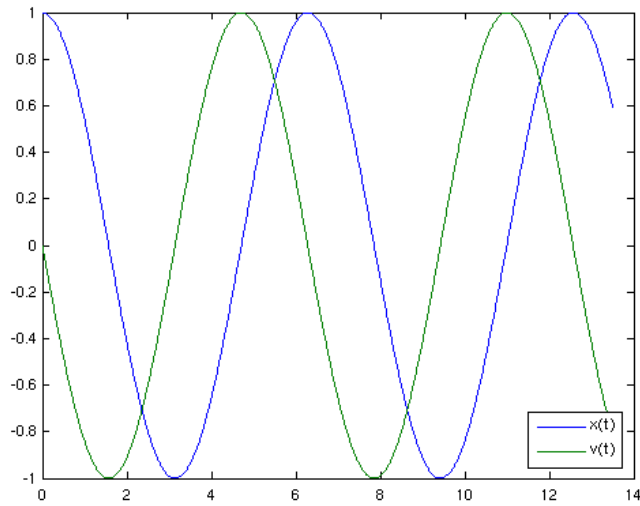
Frequenz f = Anzahl der Schwingungen pro Sekunde

$$f = 1/T = \omega/(2\pi)$$

- Geschwindigkeit eines harmonischen Schwingers:

durch Ableitung von  $x(t)$  gegeben

$$v(t) = \frac{dx}{dt}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$



noch einmal ableiten → Beschleunigung

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{dv}{dt}(t) \\
 &= -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \\
 &= -\omega^2 x(t)
 \end{aligned}$$

immer entgegengesetzt zur Bewegung

- Aufgaben:

[Aufgabe 6](#)

[Aufgabe 7](#)

- Federpendel:

Masse  $m$  an Feder mit Federkonstanten  $c$

Kraftgesetz bei der Feder

$$F = -cx \quad (\text{Hookesches Gesetz})$$

Bewegungsgleichung

$$F = m a$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c}{m} x = 0$$

beschreibt z.B. auch elektrischen Schwingkreis

Simulation



- Lösung der Bewegungsgleichung:

Experiment legt harmonische Schwingung nahe

Einsetzen von  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

steifere Feder (größeres  $c$ )  $\rightarrow$  schnellere Schwingungen

höhere Masse  $\rightarrow$  langsamere Schwingungen

Amplitude und Phase

- in Bewegungsgleichung beliebig
- durch Anfangsbedingungen (Auslenkung und Geschwindigkeit) vorgegeben

- Anfangsbedingungen

Auslenkung  $x_0$  und Geschwindigkeit  $v_0$  frei vorgebar

Beispiel ausgelenktes Pendel

- $x_0 \neq 0, v_0 = 0$
- reine Cosinus-Schwingung mit Amplitude  $x_0$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t)$$

- Geschwindigkeit reiner Sinus

$$v(t) = -x_0 \omega \sin(\omega t)$$

Beispiel angestoßenes Pendel

- $x_0 = 0, v_0 \neq 0$
- Geschwindigkeit reine Cosinus-Schwingung

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t)$$

- Bewegung reine Sinus-Schwingung mit Amplitude  $v_0/\omega$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \\ &= \frac{v_0}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Kombination beider Formen

- $x_0, v_0 \neq 0$
- Überlagerung beider Schwingungen  

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + (v_0/\omega) \sin(\omega t)$$
- kann geschrieben werden als harmonische Schwingung mit phasenverschobenem Cosinus

- Senkrechtes Federpendel:

zusätzliche Gewichtskraft  $mg$

zusätzliche Auslenkung  $x_g$  der Feder

Gewichtskraft und Federkraft im Gleichgewicht  $\rightarrow$

$$x_g = \frac{mg}{c} = \frac{g}{\omega^2}$$

harmonische Schwingung um diese Gleichgewichtslage

- Energiebilanz beim ausgelenkten Federpendel:

- elastische Energie

$$\begin{aligned} E_{\text{elast}} &= 1/2 c x^2 \\ &= 1/2 c x_0^2 \cos^2(\omega t) \end{aligned}$$

- maximal an den Umkehrpunkten (Phasen 0 und  $\pi$ )
- minimal bei den Nulldurchgängen (Phasen  $\pi/2$  und  $3\pi/2$ )

- kinetische Energie

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= 1/2 m v^2 \\ &= 1/2 m x_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) \end{aligned}$$

- maximal bei den Nulldurchgängen (Phasen  $\pi/2$  und  $3\pi/2$ )
- minimal an den Umkehrpunkten (Phasen 0 und  $\pi$ )

- Gesamtenergie

$$\begin{aligned} E &= E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \\ &= 1/2 x_0^2 (c \cos^2(\omega t) + m\omega^2 \sin^2(\omega t)) \\ &= 1/2 x_0^2 (c \cos^2(\omega t) + c \sin^2(\omega t)) \\ &= 1/2 c x_0^2 \\ &= 1/2 m\omega^2 x_0^2 \\ &= \text{const.} \end{aligned}$$

Energie schwingt immer zwischen kinetischer und potentieller Energie hinundher



- Aufgaben:

[Aufgabe 8](#)

[Aufgabe 9](#)

- Arten von Reibungskräften:

- Gleitreibung

- Betrag unabhängig von der Geschwindigkeit
    - Richtung entgegengesetzt zur Geschwindigkeit
    - proportional zur Auflagekraft  $F_N$

$$F_R = \mu F_N$$

- Reibung zwischen Körper und Auflagefläche

- viskose Reibung

- proportional zur Geschwindigkeit

$$F_R = -b v$$

- bei laminarer Strömung
    - Stoßdämpfer im Auto

- turbulente Reibung

- proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit

$$F_R = d v^2$$

- bei turbulenter Strömung
    - Luftwiderstand bei hoher Geschwindigkeit

- Schwingung mit viskoser Reibung

- Simulation



geringe Reibung ( $b/m = 0.15/s$ ,  $c/m = 0.5/s^2$ )

- Schwingungsamplitude nimmt ab
    - kommt schliesslich zur Ruhe

große Reibung ( $b/m = 1.5/s$ ,  $c/m = 0.5/s^2$ )

- keine Schwingung
    - Masse bewegt sich langsam in Ruhelage ("Kriechen")

Energieverlust durch Reibung: im Mittel exponentiell



Bewegungsgleichung mit Reibungsterm

$$d^2x/dt^2 + b/m dx/dt + c/m x = 0$$

beschreibt auch elektrischen Schwingkreis mit Widerstand

- Gedämpfte Schwingung:

- Schwingungsamplitude nimmt exponentiell mit der Zeit ab
  - Lösung der Bewegungsgleichung bei  $v_0 = 0$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega t)$$

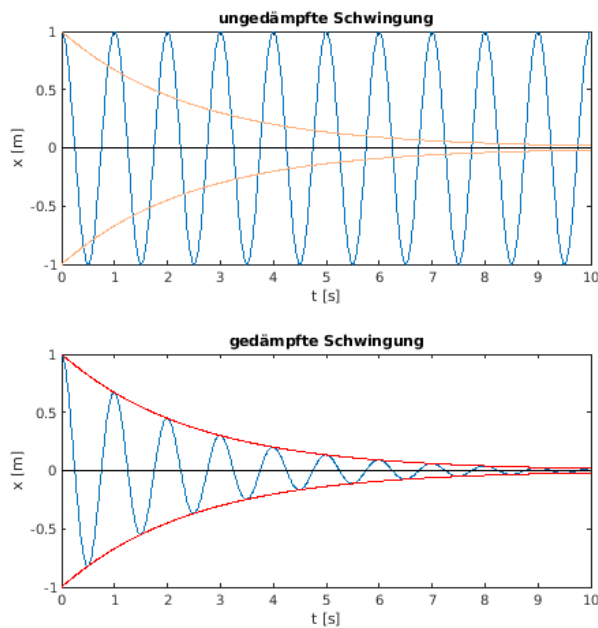
- mit



$$\delta = \frac{b}{2m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

- im Bild



- Vergleich mit reibungsloser Schwingung

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Frequenz des gedämpften Schwingers ist niedriger

- dimensionslose Kennzahl:

$$D := \delta/\omega_0 \quad (\text{Dämpfungsgrad})$$

- Lösung nur richtig für kleine Reibung:

$$\omega_0 > \delta \quad (D < 1)$$

- Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden

$$q := x_i/x_{i+1} = e^{\delta T}$$

Logarithmieren  $\rightarrow$

$$\ln(q) = \delta T$$

- Kriechfall:

starke Dämpfung

$$\omega_0 < \delta \quad (D > 1)$$

Lösung:

$$x(t) = x_1 e^{(-\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + x_2 e^{(-\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}$$

$x_1, x_2$  aus Anfangsbedingungen

exponentielles Abklingen

Term mit  $x_1$  dominiert bald

- Aperiodischer Grenzfall:

gegeben durch

$$\omega_0 = \delta \quad (D = 1)$$

Lösung:

$$x(t) = (x_1 + x_2 t) e^{-\delta t}$$

klingt am schnellsten ab

wichtig für Messgeräte

- Aufgaben:

[Aufgabe 10](#)

- Äußere Anregung:

periodische äußere Kraft mit

$$F_E = B \cos(\omega_{\text{ext}} t)$$

Beispiele:

- mechanische Vibrationen
- einfallende Schallwellen
- elektrische Schwingungen

- Federpendel mit Anregung:

Simulation



Verhalten bei  $b/m = 0.3/s$ ,  $c/m = 1/s^2$  und verschiedenen Anregungsfrequenzen

$$\omega_{\text{ext}} = 0.5/s$$

- erst Einschwingen, dann harmonische Schwingung
- folgt Anregung leicht phasenverschoben

$$\omega_{\text{ext}} = 1.0/s$$

- sehr große Amplitude (Resonanz)
- um  $\pi/2$  zur Anregung phasenverschoben

$$\omega_{\text{ext}} = 2.0/s$$

- kleine Amplitude
- Phasenverschiebung fast  $\pi$  (gegenläufig)

- Lösungen der Bewegungsgleichung:

Bewegungsgleichung enthält äußere Kraft

$$d^2x/dt^2 + b/m dx/dt + c/m x = B/m \cos(\omega_{\text{ext}} t)$$

Lösung besteht aus Überlagerung zweier Schwingungen:

$$x(t) = x_{\text{Einschwing}}(t) + x_{\text{Dauer}}(t)$$

$x_{\text{Einschwing}}(t)$

- Lösung der Gleichung ohne Anregung (homogene Gleichung)
- gedämpfte Schwingung oder (für  $D > 1$ ) Kriechen
- enthält Abhängigkeit von Anfangsbedingungen

$x_{\text{Dauer}}(t)$

- Schwingung mit der Frequenz der Anregung
- $x_{\text{Dauer}}(t) = A \cos(\omega_{\text{ext}} t + \varphi)$
- Amplitude  $A$  und Phasenverschiebung  $\varphi$  durch Bewegungsgleichung gegeben
- insbesondere Funktionen von der Anregungsfrequenz  $\omega_{\text{ext}}$
- Einsetzen liefert Beziehungen

- Amplituden-Funktion:

- Amplitude  $A(\omega_{\text{ext}})$  gegeben durch

$$A(\omega_{ext}) = \frac{B}{\sqrt{(m\omega_{ext}^2 - c)^2 + b^2\omega_{ext}^2}}$$

mit den alten Abkürzungen

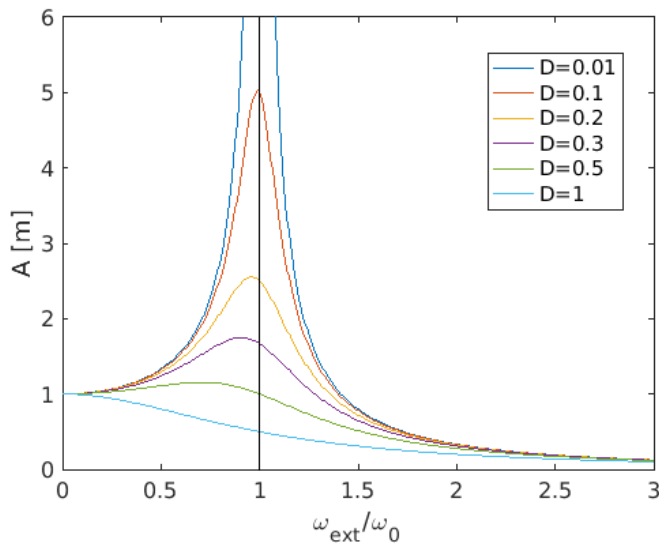
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$D = \frac{b}{2m\omega_0}$$

ist dies:

$$A(\omega_{ext}) = \frac{B/m}{\sqrt{(\omega_{ext}^2 - \omega_0^2)^2 + (2D\omega_0\omega_{ext})^2}}$$

◦ graphisch:



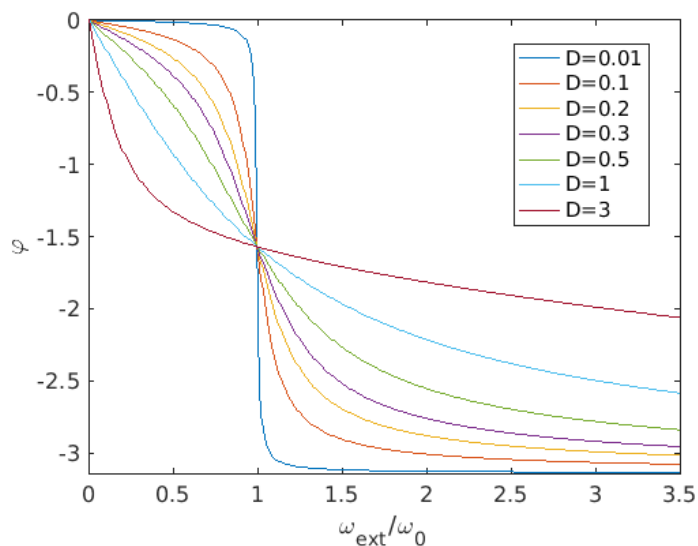
◦ bei geringer Dämpfung ( $D \ll 1$ ) sehr hohe Amplitude für  $\omega_{ext} = \omega_0$  (Resonanzkatastrophe)

• Phasenfunktion

Phasenfunktion  $\varphi(\omega_{ext})$  gegeben durch

$$\tan(\varphi) = -\frac{2D\omega_0\omega_{ext}}{\omega_0^2 - \omega_{ext}^2}$$

graphisch:



typische Fälle:

- niedrige Anregungsfrequenz → Masse folgt direkt
- Resonanz → Phasenverschiebung =  $\pi/2$
- hohe Anregungsfrequenz → gegenläufige Bewegung

• Aufgaben:

Aufgabe 11

# Überlagerung von Schwingungen



- Superpositionsprinzip:

harmonische Schwingungen überlagern sich, ohne sich zu stören

gilt aufgrund der Linearität der Bewegungsgleichungen:

$x_1(t)$  und  $x_2(t)$  Lösungen  $\Rightarrow x_1(t)+x_2(t)$  ist Lösung

Anwendungen z.B.

- mehrere Vibrationen einer Maschine
- Überlagerung von Geräuschen
- mehrere Radiosender

- Zwei Schwingungen gleicher Frequenz
- Zwei Schwingungen verschiedener Frequenz
- Zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen

# Zwei Schwingungen gleicher Frequenz



- Situation:

harmonische Schwingungen verschiedener Amplitude und Phase:

$$x_i(t) = A_i \cos(\omega t + \varphi_i) \quad i = 1, 2$$

Simulation



- Spezialfälle:

gleiche Phase  $\rightarrow$  einfach Amplituden addieren

Phasenverschiebung  $\pi \rightarrow$  teilweise Auslöschung (bei gleicher Amplitude sogar völlig)

- Allgemeiner Fall:

Summe ergibt wieder harmonische Schwingung gleicher Frequenz

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitude und Phasenverschiebung der Überlagerung aus Additionstheoremen:

$$A = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + A_2^2}$$
$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

obige Spezialfälle darin enthalten

Aufgaben:

[Aufgabe 12](#)

# Zwei Schwingungen verschiedener Frequenz



- Allgemeiner Fall:

zur Vereinfachung gleiche Phasen

$$x_i(t) = A_i \cos(\omega_i t) \quad i = 1, 2$$

Simulation



Überlagerung nicht mehr harmonisch

i.a. komplizierte Schwingungsformen, z.B. für:

- $A_1 = A_2 = 0.5, \omega_1 = 1.52, \omega_2 = 3.0$
- $A_1 = 1.0, A_2 = 0.2, \omega_1 = 0.5, \omega_2 = 5.0$

- Schwebung:

im Spezialfall  $A_1 = A_2$  mit Additionstheoremen:

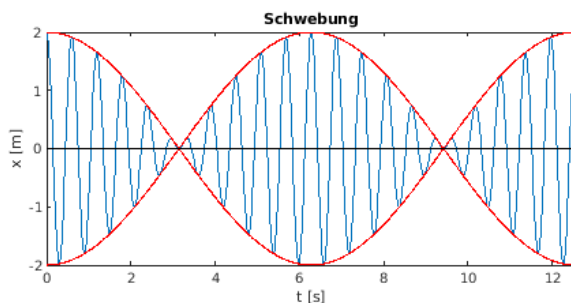
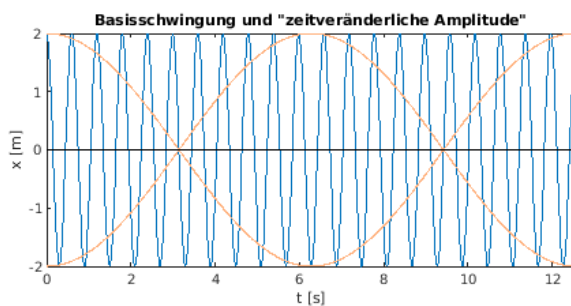
$$\begin{aligned} x(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\ &= 2 A \cos((\omega_1 - \omega_2)t/2) \cos((\omega_1 + \omega_2)t/2) \end{aligned}$$

Für annähernd gleiche Frequenzen  $\omega_1 \approx \omega_2$

$$(\omega_1 + \omega_2)/2 \approx \omega_1$$

$$(\omega_1 - \omega_2)/2 \text{ klein}$$

Interpretation: Schwingung mit alter Frequenz, Amplitude schwillt mit niedriger Differenzfrequenz (Schwebungsfrequenz) an und ab.



Schwebungskreisfrequenz  $\omega_S = 2 (\omega_1 - \omega_2)/2 = \omega_1 - \omega_2$  (aus der Einhüllenden der Amplitude)

hörbar als pulsierender Ton, bei höherer Schwebungsfrequenz auch als eigener tiefer Ton

Anwendung beim Stimmen von Instrumenten

- Aufgaben:

[Aufgabe 13](#)



# Zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen



- Allgemeiner Fall:

harmonische Schwingungen in x- und in y-Richtung:  
jeweils mit beliebiger Frequenz, Amplitude und Phase  
schöne Muster (**Lissajous-Figuren**)



- Gleiche Frequenz:

im allgemeinen Ellipse

bei gleicher Amplitude und Phasenverschiebung  $\pi/2$ : Kreis

bei Phasenverschiebung 0 oder  $\pi$  zur Strecke entartet

- Frequenzen im rationalen Verhältnis:

geschlossene Figuren

$m_x, m_y$ : Zahl der Maxima auf x- und y-Achse  $\rightarrow$

$$m_x / m_y = \omega_x / \omega_y = f_x / f_y$$

# Gekoppelte Schwingungen



- Gekoppelte Federpendel:

System aus zwei identischen Pendeln mit Feder dazwischen  
Federkonstante der Kopplungsfeder klein (schwache Kopplung)

Simulation



- Fundamentalschwingungen:

spezielle Lösungen bei bestimmten Anfangsbedingungen

1. Fundamentalschwingung

- beide Pendel schwingen in Phase
- Feder schwingt schlaff mit
- gleiche Frequenz wie ohne Kopplung

2. Fundamentalschwingung

- beide Pendel schwingen gegeneinander
- Federmitte in Ruhe → jeder sieht halbe Feder

keine Energieübertragung zwischen beiden Pendeln

- Spezielle Lösung:

am Anfang 1. Pendel ausgelenkt, 2. Pendel in Ruhelage

beide schwingen mit gleicher Frequenz, mit überlagerter Schwebung

schwache Kopplung → Frequenz fast wie ohne Kopplung

Schwebungen gegeneinander versetzt

- $m_1$  in Ruhe ↔  $m_2$  im Maximum
- $m_2$  in Ruhe ↔  $m_1$  im Maximum

Energie geht zwischen beiden Federn hinundher

- Allgemeiner Fall:

Schwingungen mit Schwebung

Schwebung geht i.a. nicht auf 0 herunter

Differenz zwischen größter und kleinster Amplitude

- aus Anfangsbedingungen bestimmt
- maximal bei obiger spezieller Lösung
- minimal (nämlich 0) bei Fundamentalschwingungen

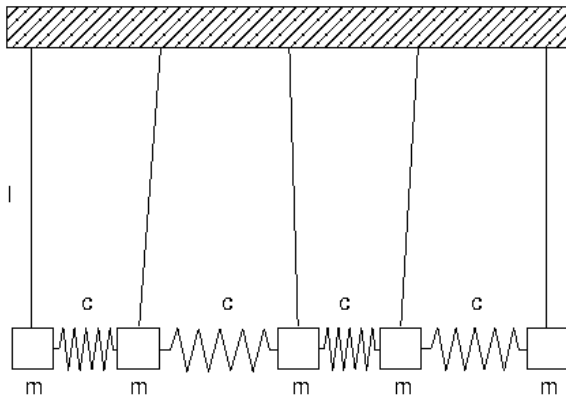
- Grundlagen der Wellenausbreitung
- Harmonische Wellen
- Doppler-Effekt
- Interferenz

# Grundlagen der Wellenausbreitung



- Schwingende Kette:

viele schwach gekoppelte Schwinger in einer Reihe



Anfangsbedingung: 1. Masse ausgelenkt, alle anderen in Ruheposition

Bewegung: Energie wird an 2. Masse übergeben, dann an dritte usw.

- Welle:

Ausbreitung einer Schwingung in einem System gekoppelter Schwinger

Verzögerung der Weitergabe ergibt Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$

transportiert Energie, keine Materie

- Welle im kontinuierlichen Medium:

als Grenzfall ganz vieler sehr kleiner Schwinger

Beispiele

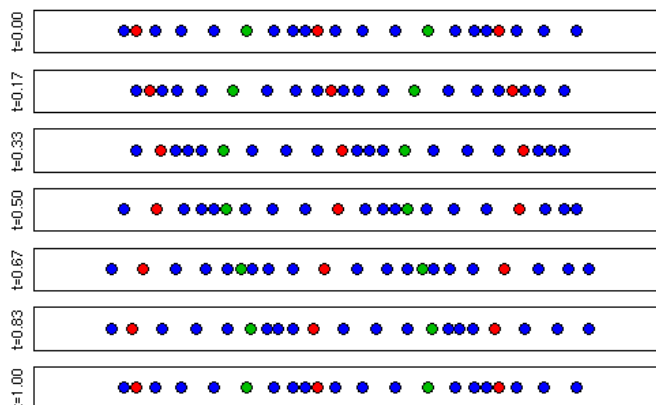
- Wellen auf einer Wasseroberfläche
- Dichtewellen in Gasen und Flüssigkeiten
- Scherungswellen in Festkörpern

auch ganz ohne Medium, z.B. elektromagnetische Wellen

- Longitudinalwelle:

Schwingungen parallel zur Ausbreitungsrichtung

zeitliche Entwicklung:



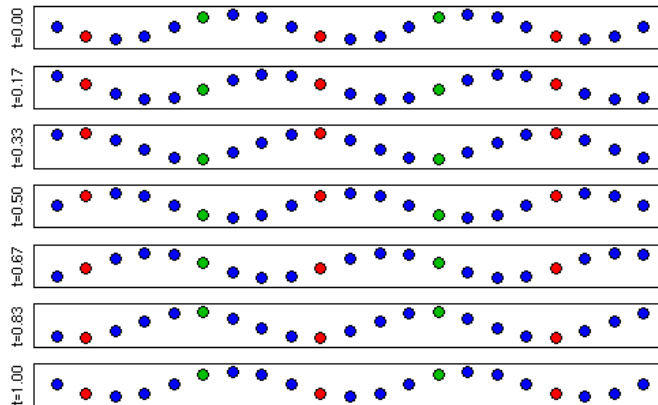
Beispiele:

- Gummiband bei Auslenkung längs Band
- Schallwellen in Gasen und Flüssigkeiten

- **Transversalwelle:**

Schwingungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

zeitliche Entwicklung:



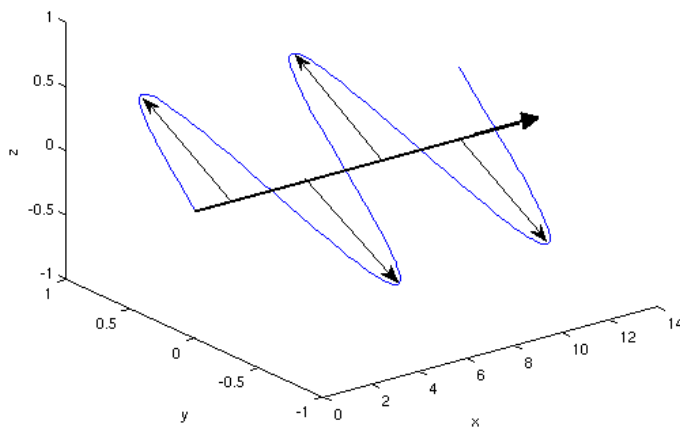
Beispiele:

- elastisches Seil bei Auslenkung senkrecht zum Seil
- Oberflächenwellen (etwa auf Wasser)
- BiegeWellen
- elektromagnetische Wellen

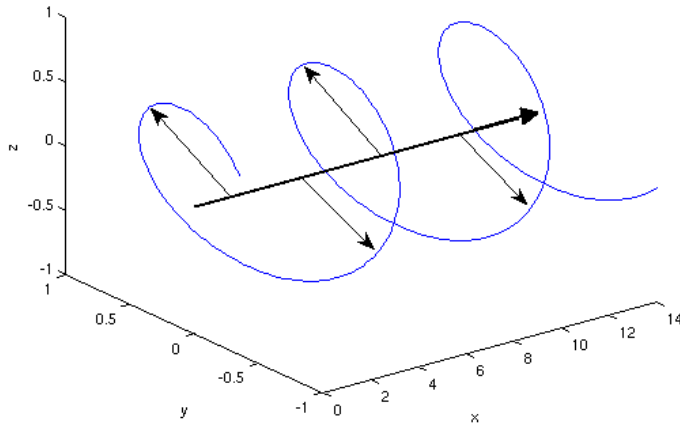
- **Polarisation bei Transversalwellen:**

Orientierung der Schwingungsrichtung in Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

Richtung konstant längs der Welle (**lineare Polarisation**)

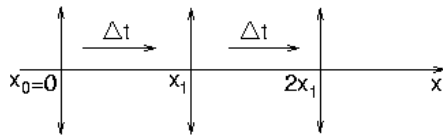


Richtung dreht sich regelmäßig längs der Welle (**zirkulare Polarisation**)



- Beschreibung einer Welle an verschiedenen Orten:

betrachten drei Punkte längs der Welle



am Ort  $x_0 = 0$  Schwingung gegeben durch Funktion mit Periode  $T$ , z.B.

$$\Phi(x=0, t) = A \cos(\omega t)$$

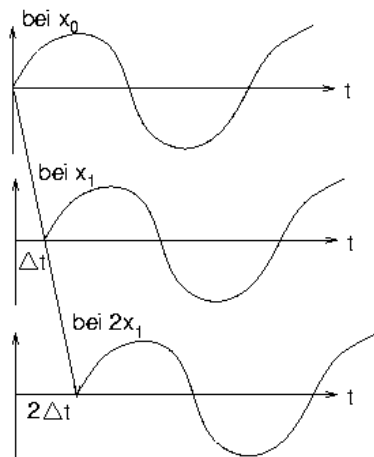
am Ort  $x_1$  gleiche Funktion, aber zeitverzögert:

$$\Phi(x=x_1, t) = A \cos(\omega(t - \Delta t))$$

am Ort  $2x_1$  ebenso, aber noch mehr zeitverzögert

$$\Phi(x=2x_1, t) = A \cos(\omega(t - 2\Delta t))$$

im Bild:



Zeitverzögerung  $\Delta t$  proportional zum Abstand  $\Delta x$ :

$$\Delta x = c \Delta t$$

Proportionalitätsfaktor  $c$ : Ausbreitungsgeschwindigkeit

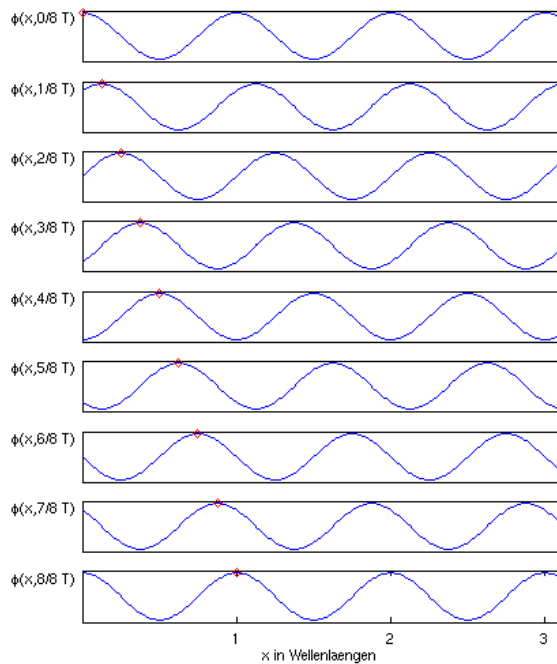
Schwingungsfunktion am beliebigen Ort  $x$ :

$$\phi(x, t) = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

beschreibt alle Schwingungen an allen Orten (**Wellenfunktion**)

- Beschreibung einer Welle im ganzen Raum:

räumliches Abbild der Schwingungsfunktion:



wiederholt sich nach der Schwingungsdauer  $T$

$$\begin{aligned}
 \phi(x, t + T) &= A \cos\left(\omega\left(t + T - \frac{x}{c}\right)\right) \\
 &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + 2\pi\right) \\
 &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \\
 &= \phi(x, t)
 \end{aligned}$$

wiederholt sich nach der Länge  $c T$

$$\begin{aligned}
 \phi(x + cT, t) &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x + cT}{c}\right)\right) \\
 &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c} - T\right)\right) \\
 &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \\
 &= \phi(x, t)
 \end{aligned}$$

Wiederholungslänge im Raum (**Wellenlänge**)

$$\lambda = c T$$

ausgedrückt mit der Schwingungsfrequenz  $f = 1/T$ :

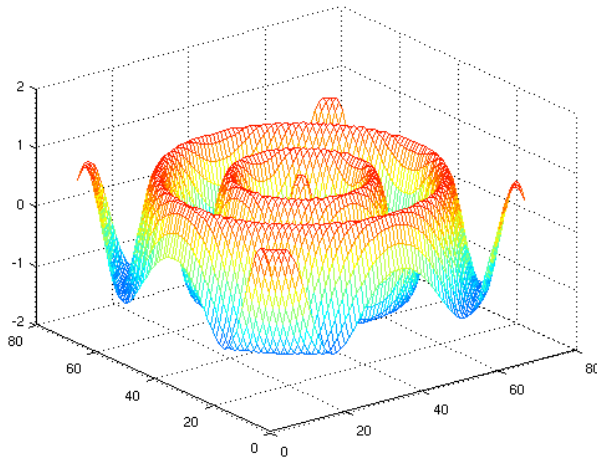
$$c = \lambda f$$

analog auch für nicht-harmonische Schwingungsformen

- Ausbreitung in mehreren Dimensionen:

von einem Punkt ausgehend

- auf einer Oberfläche: Kreiswellen

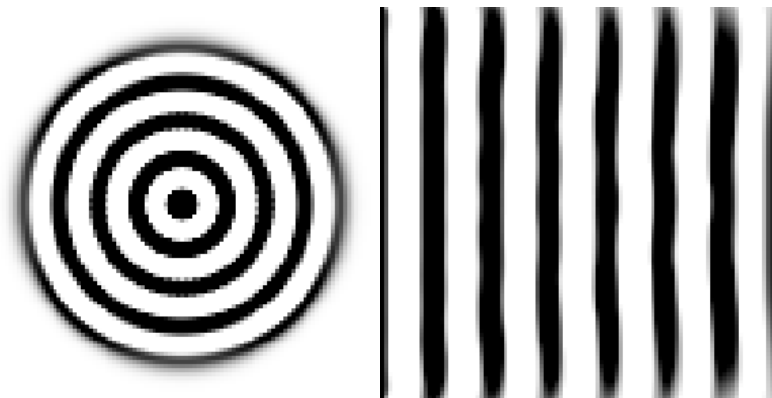


- im Raum: Kugelwellen

ebene Wellen

- an jeder Stelle gleiche Ausbreitungsrichtung
- von einer flächenartigen Quelle ausgehend
- als Näherung für Kugelwellen bei großem Abstand zur Quelle (z.B. Sonne)

graphische Darstellung durch Verbinden von Punkten gleicher Schwingungsphase (**Wellenfronten**), z.B. alle im Maximum





- Wellen mit harmonischer Schwingungsfunktion:

am Ort  $x = 0$

$$\Phi(x=0, t) = A \cos(\omega t)$$

am beliebigen Ort  $x$

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \\ &=: A \cos(\omega t - kx) \end{aligned}$$

im allgemeinen noch mit Phasenverschiebung

$$\phi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

**Wellenzahl  $k$ :**

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

zeitliches Verhalten  $T, \omega$

räumliches Verhalten  $\lambda, k$

bei Wellen im Raum:  $\vec{k}$ , zeigt in Richtung der Wellenausbreitung

- Energiedichte  $w$ :**

Energie der Schwingung einer Masse  $m$  mit Amplitude  $A$

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

kontinuierlich: für kleines Massestück  $dm$

$$\begin{aligned} dE &= \frac{1}{2} dm \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho dV \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

mit der Dichte  $\rho = dm/dV$

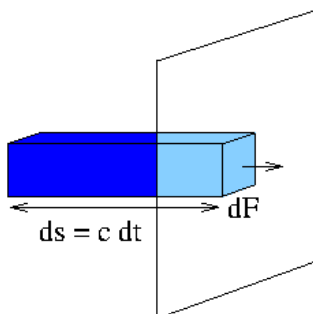
Energiedichte  $w$

$$w := dE/dV = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$$

- Energiestromdichte  $S$ :**

$S = \text{Energie}/(\text{Zeit Fläche})$

beschreibt Transport der Energie mit der Welle



in der Zeit  $dt$  verschiebt sich das Volumen  $dV$  um  $ds = c dt$ , damit

$$\begin{aligned} S &= dE/(dt dF) = dE/(ds/c dF) = c dE/dV \\ &= c w \\ &= \frac{1}{2} c \rho \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

- Wellengleichung:

verknüpft zeitliche und räumliche Änderung

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

taucht in vielen Bereichen auf, meistens als lineare Näherung

Lösungen sind alle Funktionen der Form

$$\Phi(x, t) = f(x \pm c t)$$

rechts- bzw. linkslaufende Wellen mit Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$

physikalischer Kontext gibt Zusammenhang zwischen  $c$  und anderen Größen

Beispiel Schallwellen in Gas:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

$\kappa$ : Adiabatenkoeffizient, = 1.40 in Luft bei Normalbedingungen

$p$ : Druck

$\rho$ : Dichte des Gases

Beispiel eingespannte Saite:

$$c = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$$

$F$ : Einspannkraft

$A$ : Querschnittsfläche der Saite

$\rho$ : Dichte des Saitenmaterials

- Aufgaben:

Aufgabe 14

Aufgabe 15

Aufgabe 16

Aufgabe 17

# Doppler-Effekt



- Doppler-Effekt:

Veränderung der Frequenz einer Welle, wenn sich Quelle und Beobachter zueinander bewegen

Beispiel: Schallwellen beim vorbeifahrenden hupenden Fahrzeug

Verhältnisse unterschiedlich bei Bewegung von Quelle oder Beobachter (wegen Medium)

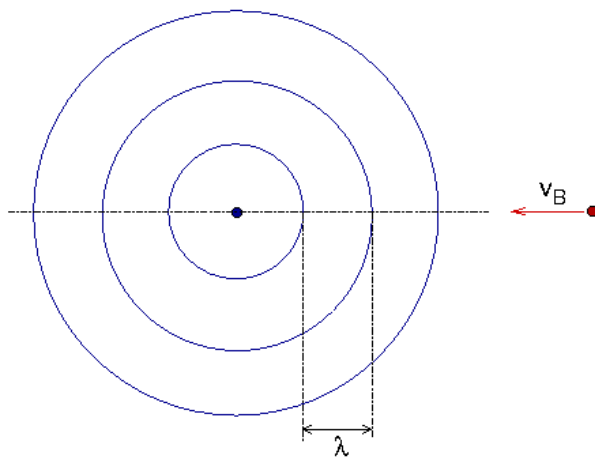
- Bewegter Beobachter:

Quelle in Ruhe

Simulation:



Geschwindigkeit  $v_B$  des Beobachters auf die Quelle zu



Zeit zwischen zwei Wellenbergen beim Beobachter:

$$T_B = \frac{\lambda}{c + v_B}$$

mit  $c = \lambda f_Q$  folgt

$$f_B = \left(1 + \frac{v_B}{c}\right) f_Q$$

bei Bewegung von der Quelle weg:  $v_B$  negativ

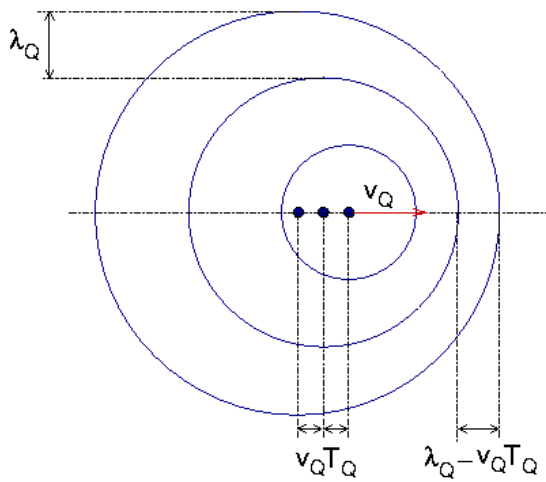
- Bewegte Quelle:

Beobachter in Ruhe

Simulation:



Geschwindigkeit  $v_Q$  der Quelle auf den Beobachter zu



in Zeit  $T_Q$  hat sich Quelle um  $v_Q T_Q$  auf Beobachter zubewegt  $\rightarrow$  Wellenlänge ist kürzer:

$$\begin{aligned} \lambda_B &= \lambda_Q - v_Q T_Q \\ \Rightarrow T_B &= \frac{\lambda_B}{c} = \left(1 - \frac{v_Q}{c}\right) T_Q \\ \Rightarrow f_B &= \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}} f_Q \end{aligned}$$

bei Bewegung vom Beobachter weg:  $v_Q$  negativ

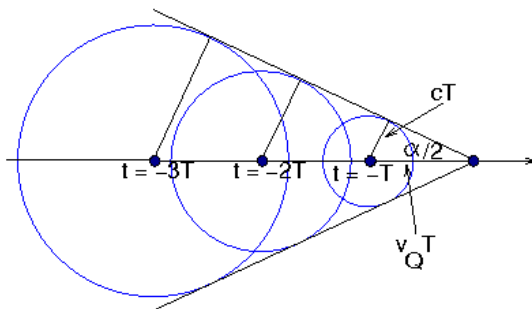
- Überschallkegel:

Quelle bewege sich mit  $v_Q > c$

Simulation:



Schallwellen treten nur auf innerhalb eines Kegels (**Machscher Kegel**):



Öffnungswinkel  $\alpha$  des Kegels

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{v_Q}$$

außerhalb des Kegels nichts zu hören

bei Überschreiten des Kegelmantels hoher Lautstärke-Unterschied (Überschallknall)

- Doppler-Effekt des Lichts:

Ausbreitung elektromagnetischer Wellen *ohne* Medium

nur Relativgeschwindigkeit  $v$  zwischen Quelle und Beobachter relevant

Beziehung (folgt aus der speziellen Relativitätstheorie):

$$f_B = f_Q \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

Anwendung: Radarkontrolle

- Aufgaben:

[Aufgabe 18](#)

[Aufgabe 19](#)

# Interferenz



- Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz
- Stehende Wellen
- Beugung
- Wellenpakete

# Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz



- Zwei Wellen in gleicher Richtung:

Simulation:



beide mit gleicher Amplitude und Frequenz, aber unterschiedlicher Phase:

$$\phi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

$$\phi_2(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_2)$$

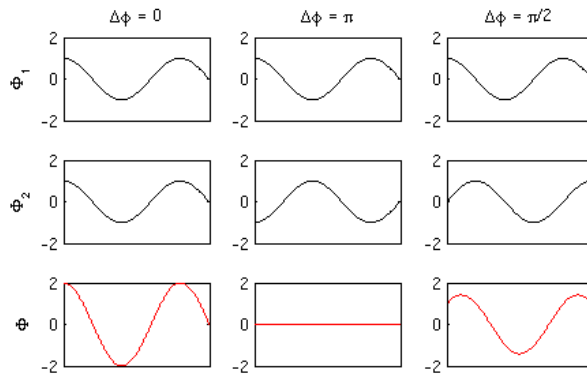
Summe nach dem Additionstheorem:

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &= \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t) \\ &= 2A \cos\left(\omega t - kx + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

mit Phasendifferenz

$$\Delta\varphi := \varphi_1 - \varphi_2$$

im Bild:



Verstärkung bei gleicher Phase (**konstruktive Interferenz**) :

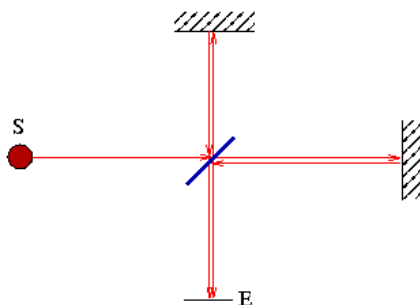
$$\Delta\varphi = 2n \pi \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Auslöschung bei entgegengesetzter Phase (**destruktive Interferenz**):

$$\Delta\varphi = (2n - 1) \pi \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

- Michelson-Interferometer:

Gerät zur Messung von Gangunterschieden



Bewegung von Spiegel  $S_1$  um  $\lambda/4$

- → Gangunterschied  $\lambda/2$  bei E
- Übergang z.B. von konstruktiver zu destruktiver Interferenz

erlaubt hochgenaue Ortsauflösung ( $< \lambda/2$ )

Anwendung mit Laserlicht z.B. in der Werkstoffprüfung zur Untersuchung kleiner Verformungen

- Kohärenz:

obige Überlegung setzt "endlosen" Wellenzug voraus

natürliche Lichtquellen (meistens): viele kleine Wellenzüge

keine feste Phase → keine Interferenzmuster

für Interferometer feste Phasenbeziehung (**Kohärenz**) wichtig

**Kohärenzlänge:** größter Abstand, über den Welle feste Phasenbeziehung hat

Beispiele

Lichtquelle	Kohärenzlänge
-------------	---------------

Sonnenlicht	2 $\mu\text{m}$
-------------	-----------------

Spektrallampe	20 cm
---------------	-------

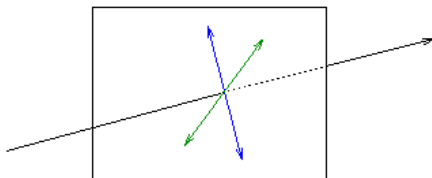
HeNe-Laser	2 km
------------	------

- Überlagerung von Transversalwellen:

zwei Wellen gleicher Frequenz mit fester Schwingungsrichtung (linear polarisiert)

an fester Stelle in Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung:

- zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen
- ergibt Bewegung in einer Ellipse (s.o.)



bei Phasenunterschied 0 oder  $\pi$ :

- Summe ist ebenfalls linear polarisiert
- Richtung aus Vektoraddition

bei Phasenunterschied  $\pi/2$  und gleicher Amplitude:

- Summe ist zirkular polarisiert

- Aufgaben:

[Aufgabe 20](#)



# Stehende Wellen



- Überlagerung zweier Wellen entgegengesetzter Laufrichtung:

Simulation:



gleiche Amplitude und Frequenz, unterschiedliche Phase

$$\phi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

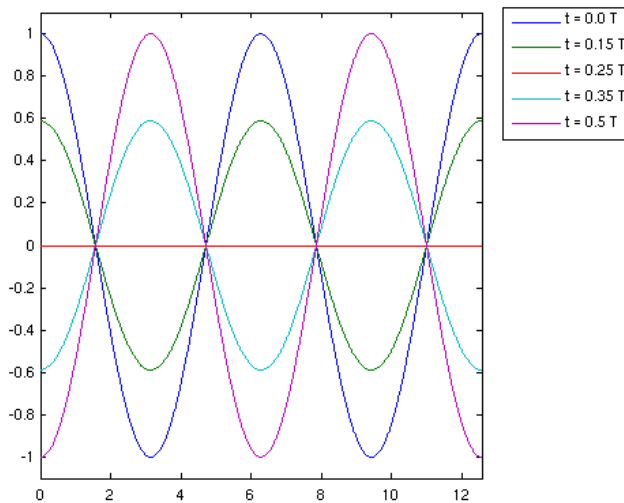
$$\phi_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

Summe nach dem Additionstheorem:

$$\phi(x, t) = \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t)$$

$$= 2A \cos(\omega t + \varphi/2) \cos(kx + \varphi/2)$$

im Bild:



Schwingungsknoten im Abstand  $\lambda/2$ : keine Bewegung

Schwingungsbäuche im Abstand  $\lambda/2$ : Vollausschlag

kein Energietransport

- Reflexion am Ende

rücklaufende Welle z.B. durch Reflexion an einem Ende

Simulation:



am losen Ende: Welle wird reflektiert



am festen Ende: Welle wird mit Phasensprung  $\pi$  reflektiert



- letzte Masse wird von zwei Federn zurückgetrieben
- → schwingt nach unten durch

• Stehende Wellen auf einer Saite

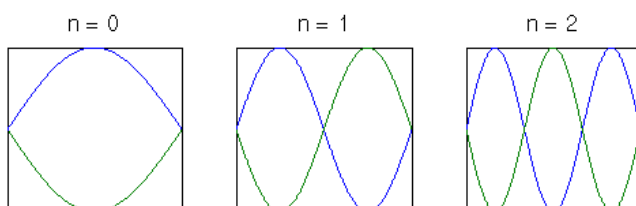
Saite mit Querschnittsfläche  $A$  und Länge  $l$  an beiden Enden eingespannt durch Spannkraft  $F$   
 Wellenausbreitungsgeschwindigkeit auf der Saite

$$c = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$$

Simulation:



geeignete Anregung → stehende Wellen



Schwingungsknoten an beiden Enden →

$$l = (n+1) \lambda/2 \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

$$\Rightarrow f = c/\lambda = (n+1) c/(2 l)$$

Grundschwingung  $f_0 = c/(2 l)$

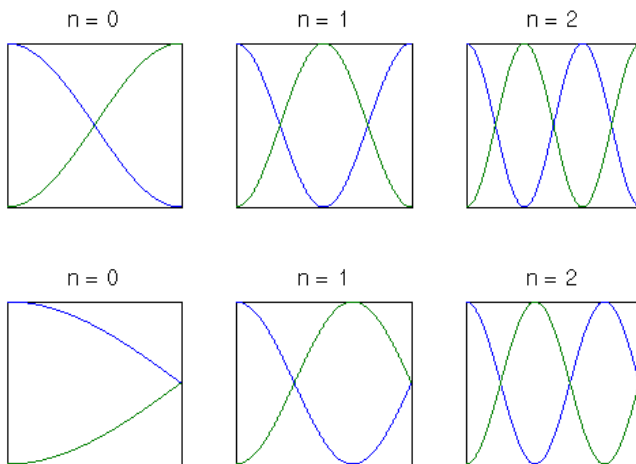
n-te Oberschwingung  $f_n = (n+1) f_0$

- Stehende Wellen in einer Luftsäule

Dichteschwingungen (Schallwellen)

an einem Ende angeregt → Schwingungsbauch

am anderen Ende offen oder geschlossen (gedackte Pfeife)



Simulation:



Eigenschwingungen der offenen Pfeife der Länge  $l$ :

Bauch an beiden Enden →

$$l = (n+1) \lambda/2 \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

$$\Rightarrow f = (n+1) c/(2 l)$$

Eigenschwingungen der gedackten Pfeife der Länge  $l$ :

Bauch an einem Ende, Knoten am anderen →

$$l = n \lambda/2 + \lambda/4 \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow f = (2n + 1) c/(4 l)$$

gedackte Pfeife:

halbe Frequenz (eine Oktave tiefer)

nur ungerade Obertöne → spezifischer Klang

- Aufgaben:

[Aufgabe 21](#)

- Kugelwellen:

Wellenfunktion im Abstand  $r$  vom Erreger:

$$\phi(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr)$$

Wellenfronten sind Kreise

Amplitude nimmt mit dem Abstand ab

Simulation:



- Überlegung:

alle Punkte einer Wellenfront schwingen in Phase

haben gleiche Frequenz wie der Erreger der Welle

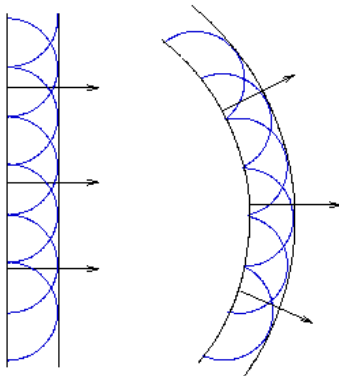
können zusammen als Erreger der weitergehenden Wellenfronten angesehen werden

- Huygenssches Prinzip:

jeder Punkt einer Wellenfront kann als Erreger einer Elementarwelle (Kugelwelle) aufgefasst werden.

Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt ist Einhüllende aller Elementarwellen

Beispiel:



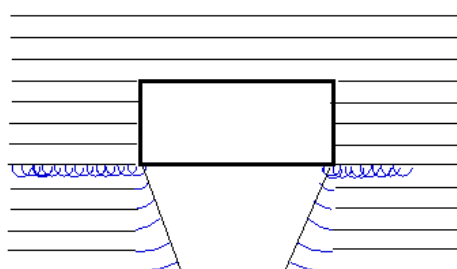
Simulation:



- Beugung am Hindernis:

ebene Wellenfront fällt auf Hindernis

Ausbreitung nach Huygens-Prinzip



Welle auch im Schatten!

Simulation:

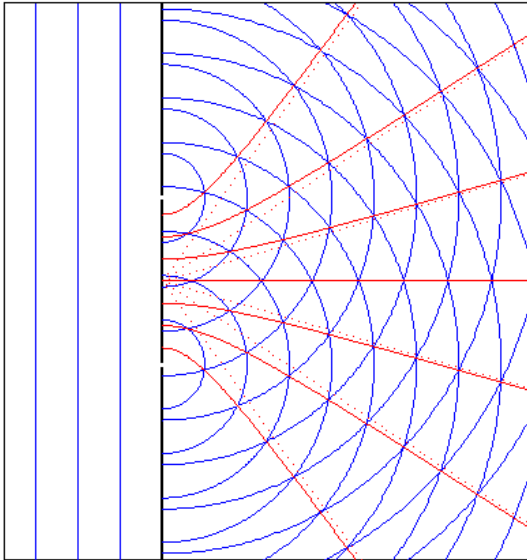


- Doppelspalt:

Welle fällt auf Blende mit zwei (sehr dünnen) Löchern

Feld dahinter Überlagerung zweier Elementarwellen

Rechnung mit zwei Kugelwellen ergibt:



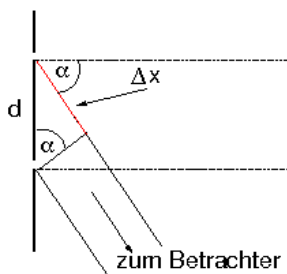
rote Hyperbeln: Linien mit konstruktiver Interferenz

Simulation:



- Näherungsbetrachtung für großen Beobachtungsabstand:

Beobachtung im Winkel  $\alpha$



Gangunterschied  $\Delta x = d \sin \alpha$

Helligkeitsmaxima bei konstruktiver Interferenz

$$\Delta x = n \lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_n = n \lambda / d$$

immer ein Maximum bei  $\alpha = 0$

Anzahl der Maxima beschränkt:

$$n \leq d / \lambda$$

- Aufgaben:

Aufgabe 22

# Wellenpakete

- Überlagerung zweier Wellen unterschiedlicher Frequenz:

Simulation:



beide mit gleicher Amplitude:

$$\phi_1(x, t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$\phi_2(x, t) = A \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

Summe wieder mit Additionstheorem:

$$\begin{aligned}\phi(x, t) &= \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t) \\ &= 2A \cos(\omega t - kx) \cos(\Delta\omega t - \Delta k x)\end{aligned}$$

mit

$$\omega := (\omega_1 + \omega_2)/2, \quad k := (k_1 + k_2)/2$$

$$\Delta\omega := (\omega_1 - \omega_2)/2, \quad \Delta k := (k_1 - k_2)/2$$

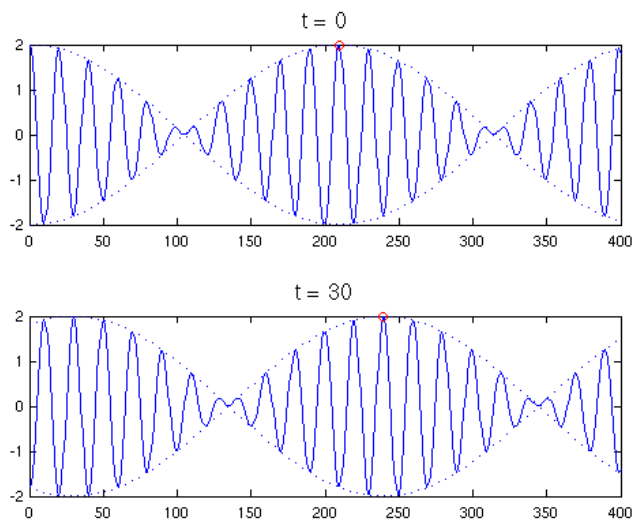
Frequenzen und Wellenzahlen seien dicht beieinander  $\rightarrow$

$$\omega \approx \omega_1 \approx \omega_2, \quad k \approx k_1 \approx k_2$$

$\Delta\omega, \Delta k$  klein

Schwingungsform:

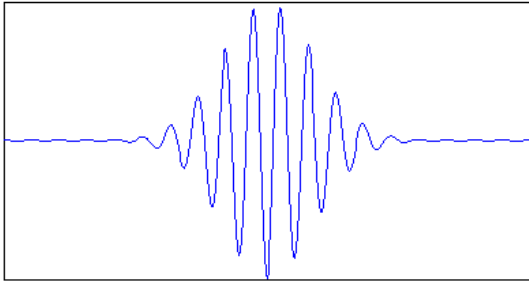
- Welle aus vielen Wellengruppen
- Gruppen bewegen sich als Welle mit  $\Delta\omega, \Delta k$



Geschwindigkeit der Wellengruppen:

$$c_{gr} = \Delta\omega/\Delta k$$

- Wellenpaket:  
endlich ausgedehnte Welle



beschreibbar als Überlagerung unendliche vieler Wellen, alle mit  $\omega$  und  $k$   
Geschwindigkeit des Pakets (**Gruppengeschwindigkeit**):

$$c_{gr} = d\omega/dk$$

- Dispersion:

Formel für Gruppengeschwindigkeit mit  $c$  und  $\lambda$  ausdrücken  $\rightarrow$

$$c_{gr} = c - \lambda dc/d\lambda$$

i.a.  $c$  von  $\lambda$  abhängig (**Dispersion**)

falls  $c$  unabhängig von  $\lambda \rightarrow c_{gr} = c$

$c_{gr}$  ist Geschwindigkeit des Energietransports

Beispiel: Lichtausbreitung in Wasser oder Glas



- Schallgeschwindigkeit
- Schallkenngößen
- Schallempfinden

- Schall:

Druckwellen in elastischen Medien

in Gasen und Flüssigkeiten immer longitudinal

in Festkörpern auch transversale Anteile

beschrieben durch Wellengleichung (für nicht zu große Auslenkungen)

Lösungen z.B. harmonische Wellen

- Schall in Gasen:

Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

$\kappa$  = Adiabatenkoeffizient, = 1.40 in Luft bei Normalbedingungen

$p$  Druck

$\rho$ : Dichte des Gases

stark temperaturabhängig

für Luft bei Normaldruck und 0°C

$$c \approx 331 \text{ m/s}$$

z.B. Wellenlänge bei  $f = 440 \text{ Hz}$

$$\lambda = c / f \approx 75 \text{ cm}$$

- Schall in Flüssigkeiten:

Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Kompressionsmodul  $K$ :

benötigter Druck für relative Volumenänderung

$$K = \frac{\Delta p}{-\Delta V/V}$$

für Wasser bei 20 °C

$$c \approx 1480 \text{ m/s}$$

- Schall in Festkörpern:

Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Elastizitätsmodul  $E$ :

benötigte Spannung (Kraft pro Fläche) für relative Längenänderung

$$E = \frac{\sigma}{-\Delta l/l}$$

$c$  kann von der Ausbreitungsrichtung abhängen

Schallwellen können auch transversal sein  
einige Werte

<b>Material</b>	<b>c [m/s]</b>
Eisen	5000
Blei	1200
Beton	3100
Buchenholz	3300
Kork	500

# Schallkenngrößen



- Schalldruck  $p$ :

für harmonische Wellen

$$p = p_0 + \hat{p} \cos(\omega t - k x)$$

$p_0$  statischer Druck

Druckamplitude  $\hat{p}$

typische Werte

$2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$	Norm-Minimaldruck
20 Pa	Schmerzgrenze beim Hören

- Elongation  $y$ :

Auslenkung der Moleküle

um  $\pi/2$  gegen Druck phasenverschoben

Amplitude

$$\hat{y} = \hat{p}/(\omega \rho c)$$

- Schallschnelle  $v$ :

Geschwindigkeit der Moleküle

proportional zum Druck

Amplitude

$$\hat{v} = \hat{p}/(\rho c) := \hat{p}/Z$$

**Wellenwiderstand** oder **Schallkennimpedanz**  $Z = \rho c$

Material	Z [kg/(m <sup>2</sup> s)]
Luft (Normalbedingungen)	427
Wasser	$1.4 \cdot 10^6$
Holz	$2.7 \cdot 10^6$
Stahl	$3.9 \cdot 10^7$

- Energiedichte  $w$ :

Energie pro Volumen in einer Schallwelle

gegeben durch

$$\begin{aligned} w &= dE/dV \\ &= 1/2 \rho \hat{v}^2 \\ &= 1/2 \hat{p}^2/(\rho c^2) \end{aligned}$$

- Schallintensität oder Schallstärke  $I$ :

transportierte Energie pro Zeit und Fläche

gegeben durch

$$\begin{aligned} I &= 1/A dE/dt \\ &= c w \\ &= 1/2 \hat{p}^2/(\rho c) \\ &= 1/2 \hat{p}^2/Z \end{aligned}$$

- Schalleistung P:

gesamte von einer Schallquelle abgegebene Leistung

Integral der Schallstärke über eine geschlossene Fläche

z.B. bei Kugelwellen:

- Energie pro Kugelschale konstant →
- Intensität I im Abstand r:

$$I = P / (4 \pi r^2)$$

typische Werte

Schallquelle	P [W]
Unterhaltung	$10^{-5}$
Schrei	$10^{-3}$
Trompete	0.1
Orgel	bis zu 10

# Schallempfinden



- **Schallpegel L:**

logarithmisches Mass für Schallstärke

entspricht etwa menschlichem Höreindruck

Einheit **Dezibel** (dB)

definiert durch

$$L := 10 \text{ dB } \lg \frac{I}{I_0}$$

Bezugsschallpegel an der Hörgrenze (Normwert)

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Schmerzgrenze 120 dB

- Addition von Schallpegeln:

mehrere Schallquellen → Schallstärken (Energien) werden addiert

Beispiel

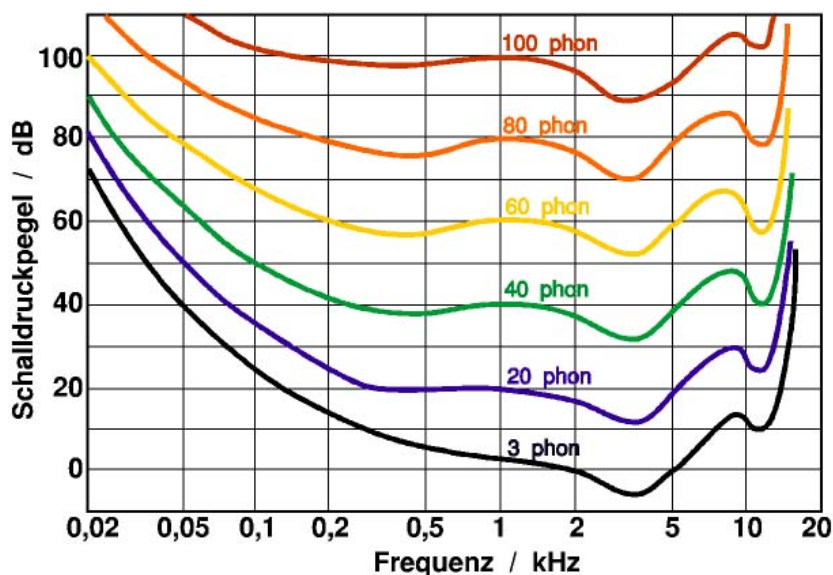
- 2 Quellen mit je 60 dB
- → Intensitäten jeweils  $10^{-6} \text{ W/m}^2$
- → Gesamtintensität  $2 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$
- → Gesamtpegel 63 dB

Verdoppelung der Schallstärke → Pegelerhöhung um 3 dB

- Lautstärke  $L_S$ :

berücksichtigt Frequenzabhängigkeit der Hörempfindung

Kurven gleicher Lautstärke beim Menschen



$L_S$  bei 1 kHz definiert als entsprechender Schallpegel

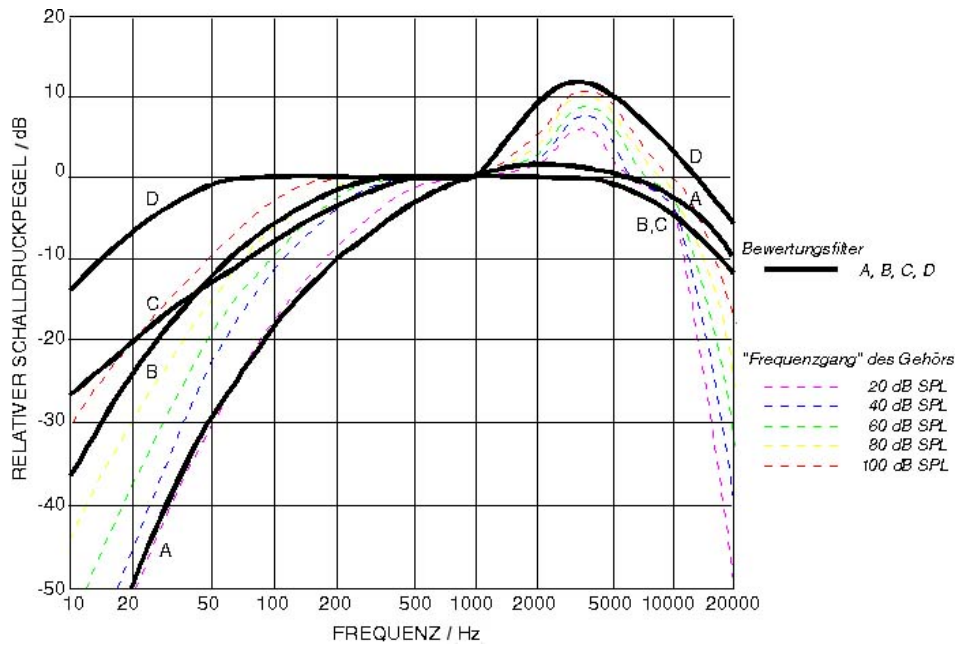
Einheit **Phon**

menschliche Hörschwelle: 4 Phon

Messung aufwändig (Fourieranalyse des Geräusches)

- Bewertete Schallpegel:

DIN-Bewertungskurven zur Erfassung der Frequenzabhängigkeit



Kurve A für Lautstärken bis 90 Phon, C für große Lautstärken  
Einheiten dB(A) bzw. dB(C)

- **Praktische Messung:**

Schallpegel  $L_i$  bei verschiedenen Frequenzen aufnehmen

jeweils Wert der Bewertungskurve an der Frequenz addieren

$$L_i^* = L_i + \Delta_i$$

Pegelwerte  $L_i^*$  aufaddieren

- **Aufgaben:**

[Aufgabe 23](#)

[Aufgabe 24](#)

[Aufgabe 25](#)

- Einleitung
- Reflexion
- Brechung
- Dispersion
- Brechung an einer Kugelfläche
- Abbildung durch Linsen
- Optische Instrumente



# Einleitung



- Licht: Welle oder Teilchen ?

Reflexion: Teilchen

Beugung: Wellen

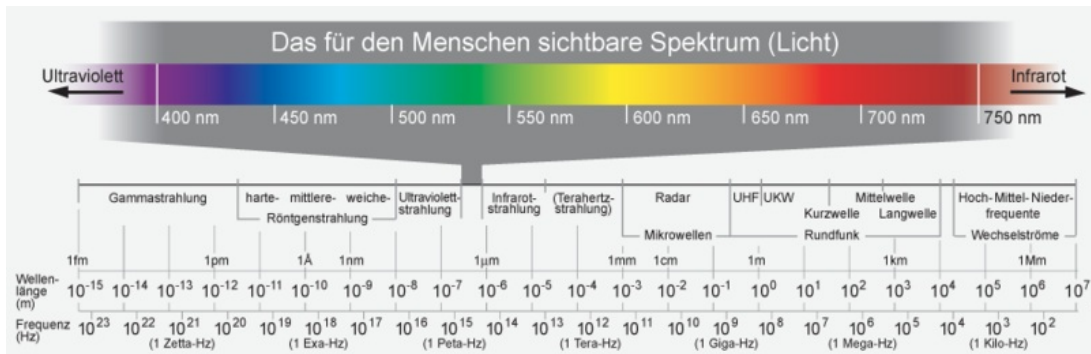
Photoelektrischer Effekt: Teilchen + Wellen!

- Elektromagnetische Wellen:

Wellen aus sich ändernden elektrischen und magnetischen Feldern

breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus

kommen in sehr großem Frequenzbereich vor



sichtbares Licht (menschliches Auge): 380 nm - 780 nm

Farbe = Resultat von Physik, Physiologie, Sprache und Psychologie (vgl. mailab: "So habt ihr Farben noch nie gesehen")!

- Näherung der geometrischen Optik:

Licht breitet sich (im homogenen Medium) geradlinig aus

Welleneffekte vernachlässigbar

gut, wenn Gegenstände  $\gg$  Wellenlänge

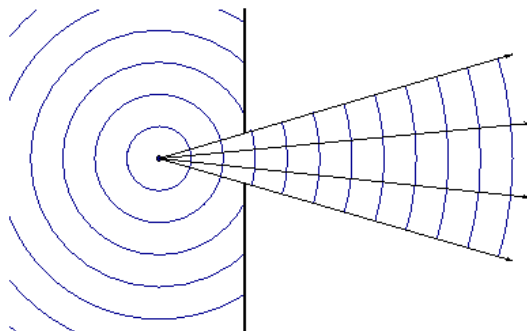
- Lichtstrahlen:

senkrecht auf den Wellenfronten

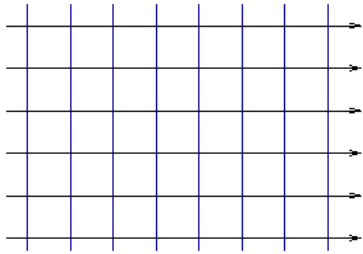
stören sich nicht

sind umkehrbar

praktisch häufig homozentrisch (Punktquelle)



oder parallel (Punktquelle in großer Entfernung)

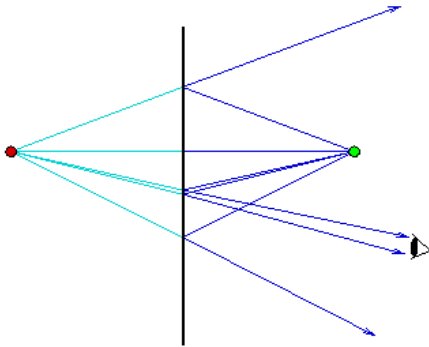


- Reflexion an ebenen Flächen:

Einfalls- und Ausfallswinkel gegen das Einfallslot  
einfallender, reflektierter Strahl und Lot in einer Ebene  
Einfallswinkel = Ausfallswinkel  
leicht ableitbar aus dem Huygensschen Prinzip

- Bildentstehung beim Spiegel

Bild einer punktförmigen Lichtquelle



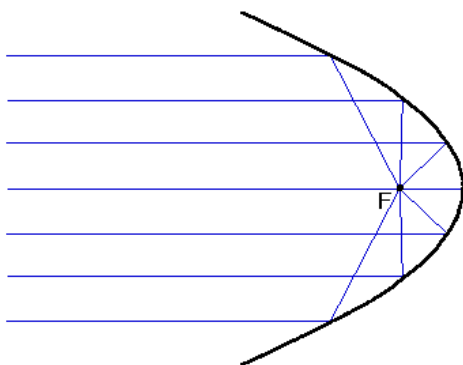
Gehirn hält Lichtstrahlen für gerade  
"verlängert" einkommende Strahlen nach hinten  
rekonstruiert "Spiegelbild"  
virtuelles Bild

- Reflexion an gekrümmten Flächen

ersetze Fläche am Auftreffpunkt durch Tangentialebene

- Parabolspiegel:

Strahlen parallel zur optischen Achse → gehen durch Brennpunkt



praktisch für Scheinwerfer

- Sphärischer Spiegel:

achsenparallele Strahlen gehen nicht durch einen Punkt

Simulation:



achsenparallele Strahlen dicht an der Achse (paraxial) schneiden sich bei  $f = r/2$  (**Brennpunkt**)

"Parallelstrahl → Brennstrahl"

- Aufgaben:

Aufgabe 26

# Brechung



- Lichtstrahl trifft auf anderes Medium:

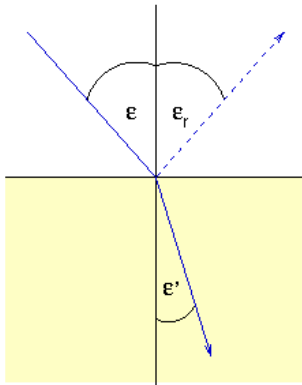
Simulation:



Grenzfläche eben

ein Teil wird reflektiert

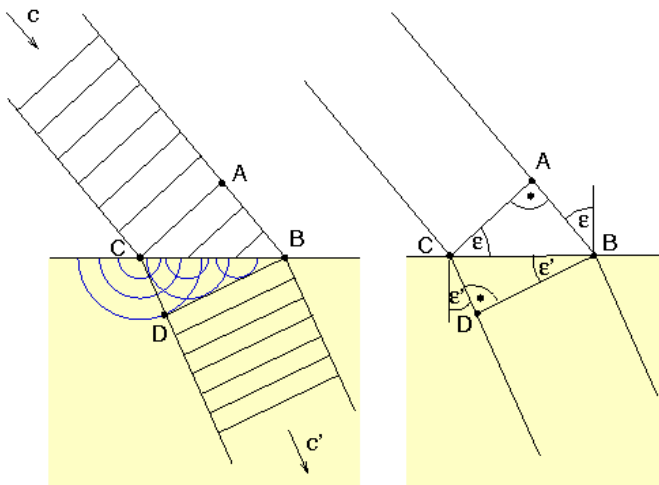
ein Teil dringt mit geänderter Richtung ein (**Brechung**)



- Erklärung mit Huygens-Prinzip:

verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $c$ ,  $c'$  in beiden Medien

zeitliche Abfolge:



- Wellenfront kommt bei C an
- Elementarwellen breiten sich dort mit  $c'$  aus
- Wellenfront kommt bei B an nach  $t = AB/c$
- Kugelwelle von C inzwischen bei D mit  $CD = c't$

Vergleich der Dreiecke:

$$\sin \varepsilon = AB/CB = c t/CB$$

$$\sin \varepsilon' = CD/CB = c't/CB$$

Division  $\Rightarrow$  **Brechungsgesetz**

$$\sin \varepsilon / \sin \varepsilon' = c / c'$$

- Brechungsindex

$$n := c_{\text{Vakuum}} / c \geq 1$$

damit Brechungsgesetz:

$$\sin \varepsilon / \sin \varepsilon' = n' / n$$

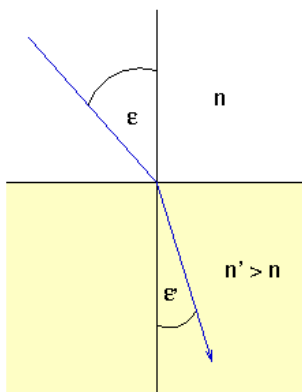
typische Werte von n

Material	Brechungsindex
Luft	1.0003
Wasser	1.333
Quarzglas	1.459
Flintglas	1.613
Diamant	2.417

- Übergang ins optisch dichtere Medium ( $n' > n$ ):

$$\varepsilon' < \varepsilon$$

Brechung zum Lot hin



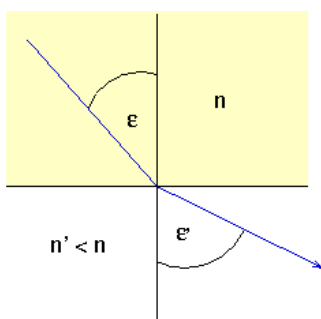
- Übergang ins optisch dünnere Medium ( $n' < n$ ):

Simulation:



$$\varepsilon' > \varepsilon$$

Brechung vom Lot weg



Grenzwinkel  $\varepsilon_g$

- $\sin \varepsilon_g := n'/n < 1$
- $\varepsilon' = 90^\circ$
- gebrochener Strahl tangential

$\varepsilon > \varepsilon_g \rightarrow$  Strahl dringt nicht ein (**Totalreflexion**)

Anwendung beim Lichtwellenleiter



- Lichtweg bei kontinuierlicher Änderung der Brechkraft:

"ständig kleine Änderungen machen "

Differentialgleichung

Lichtstrahl ist gekrümmt

Simulation:



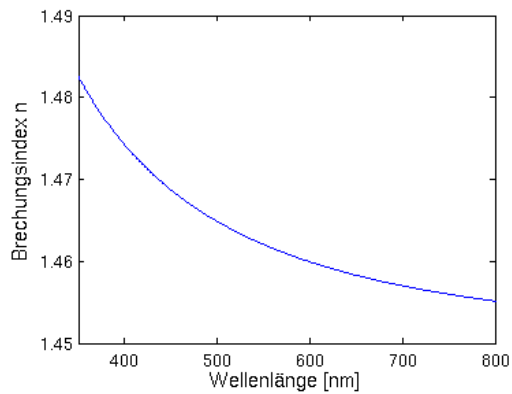
Luftspiegelung, Fata Morgana

# Dispersion



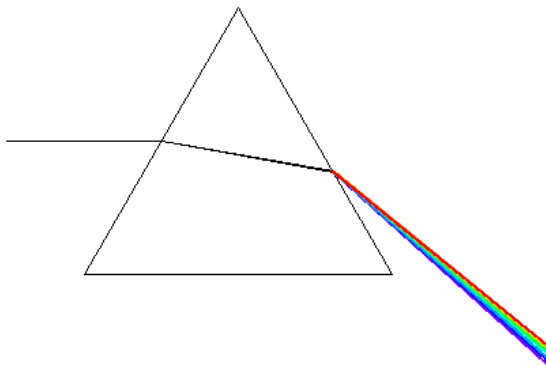
- Brechung von weißem Licht:

Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge



meistens Abnahme von  $n$  mit der Wellenlänge (**normale Dispersion**)  
→ blaues Licht wird stärker gebrochen als rotes

Anwendung im Prisma: Spektralzerlegung des Lichts



in der Natur: Reflektion und Brechung am Regentropfen → Regenbogen

- Aufgaben:

[Aufgabe 27](#)

[Aufgabe 28](#)



# Brechung an einer Kugelfläche

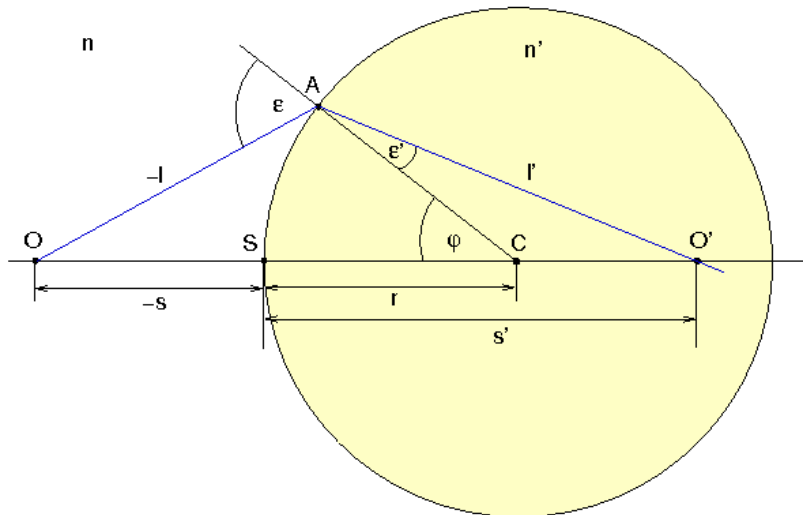


- Grenzfläche = Teil einer Kugeloberfläche:

Simulation:



Brechungsindex: außen  $n$ , innen  $n'$



- Bestimmung der Schnittweite  $s'$

mit Sinussatz, Größen von S aus nach links negativ:

$$OC/OA = \sin(180^\circ - \epsilon) / \sin \varphi$$

$$\Rightarrow (-s+r)/(-l) = \sin \epsilon / \sin \varphi$$

$$CO'/AO' = \sin \epsilon' / \sin(180^\circ - \varphi)$$

$$\Rightarrow (s' - r)/l' = \sin \epsilon' / \sin \varphi$$

Division beider Gleichungen  $\rightarrow$

$$(s-r)/l / (s'-r)/l' = \sin \epsilon / \sin \epsilon' = n'/n$$

$$\Rightarrow n (s-r)/l = n' (s'-r)/l'$$

- paraxiale Strahlen ( $\epsilon$  klein):

$$l \approx s, l' \approx s' \Rightarrow$$

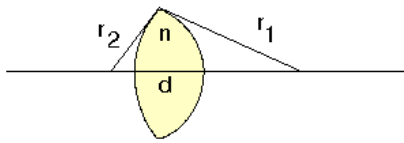
$$n (1/r - 1/s) = n' (1/r - 1/s')$$

# Abbildung durch Linsen



- Linse:

Glaskörper, gegeben durch zwei sich schneidende Kugeln



Vorzeichen der Radien positiv bzw. negativ bei Krümmung nach rechts bzw. links

bei Konvexlinse (im Bild) also  $r_1 > 0$ ,  $r_2 < 0$

bei Konkavlinse  $r_1 < 0$ ,  $r_2 > 0$

Abbildung für paraxiale Strahlen mit obigen Gleichungen

Terme mit  $d$  (Dicke der Linse) vernachlässigen (dünne Linse)

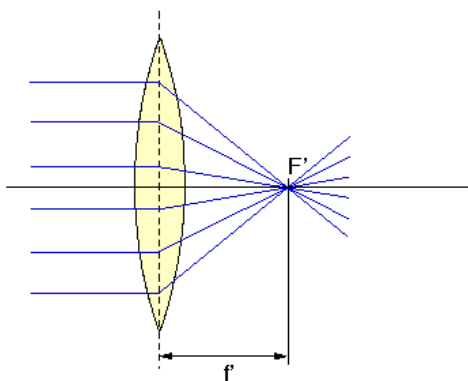
Abstände  $s$ ,  $s'$  zur Kugelfläche  $\rightarrow$  Abstände  $a$ ,  $a'$  von der Linsenmitte

damit

$$1/a' - 1/a = (n - 1) (1/r_1 - 1/r_2)$$

- Brennpunkt:

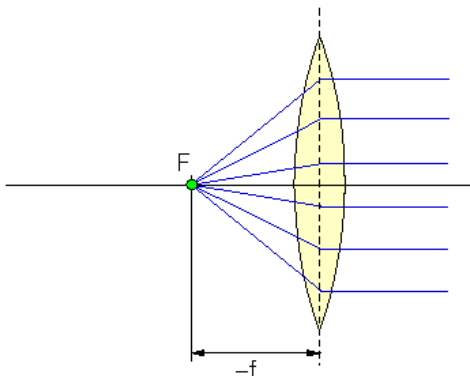
- Ort des Objekts  $a \rightarrow -\infty$



- paralleles Strahlenbündel
- schneiden sich alle bei Abstand  $f'$  (**Brennpunkt**) mit

$$1/f' := 1/a' = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2)$$

- umgekehrt: Gegenstand bei  $-f'$



- $1/a' = 0$
- paralleles Strahlenbündel
- Brennpunkt auf der Gegenstandsseite im gleichen Abstand

$$f = -f'$$

◦ **Brechkraft**  $D := 1/f'$ , Einheit **Dioptrie** = 1/m

• Ermittlung des Bildes:

Simulation:

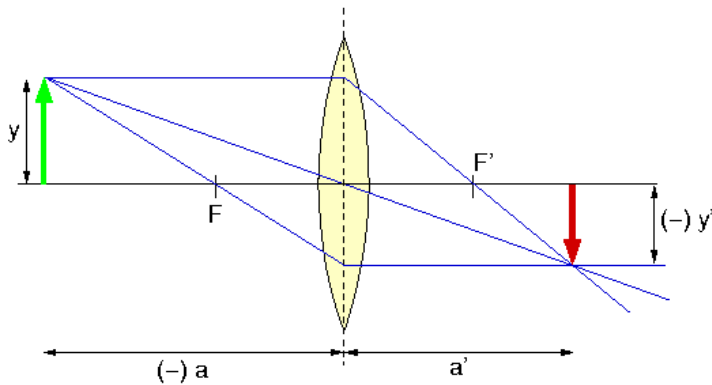


Abbildungsmaßstab

$$\beta' = y'/y$$

zeichnerisch mit

- Brennstrahl wird Parallelstrahl
- Parallelstrahl wird Brennstrahl



rechnerisch mit

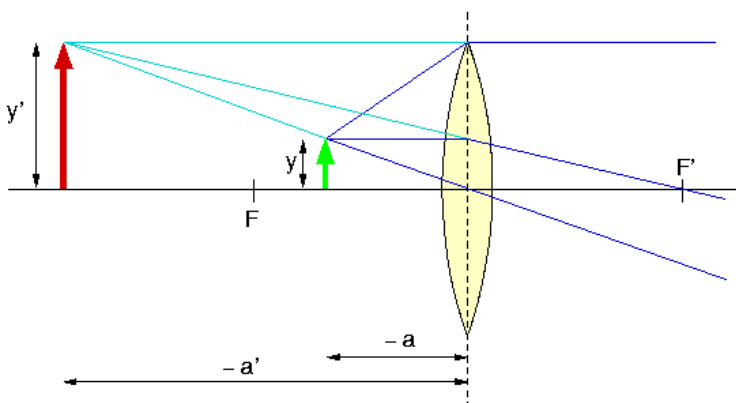
$$1/a' - 1/a = 1/f'$$

$$\beta' = a'/a$$

reelles Bild für  $|a| > |f|$

$|a| < |f| \rightarrow$

- $a' < 0$
- $a'$  auf der Gegenstandsseite
- virtuelles Bild

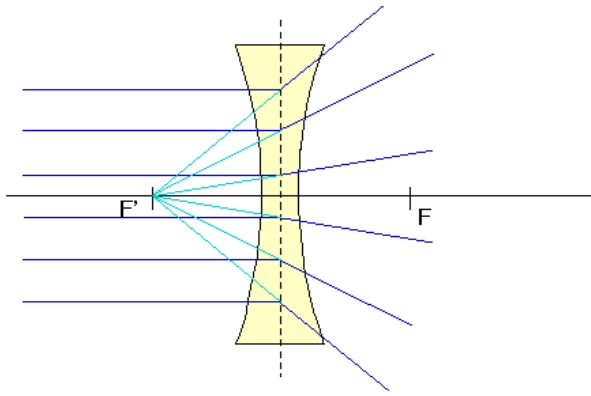


• Konkavlinse:

andere Vorzeichen der Radien:  $r_1 < 0, r_2 > 0$

Brennweite negativ:  $f' < 0$

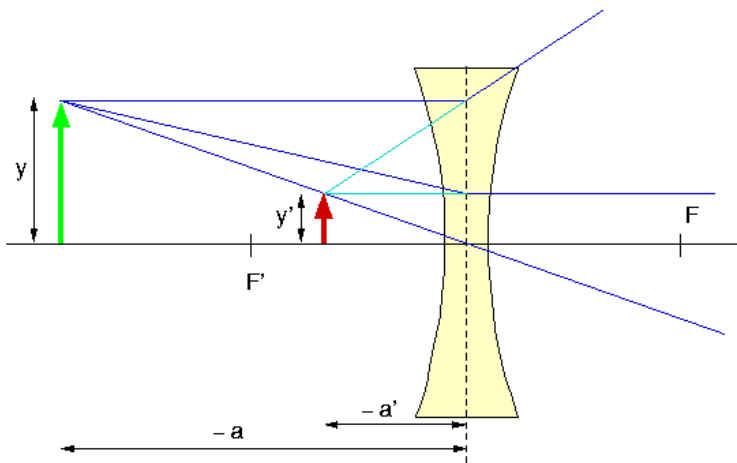
damit Zerstreung paralleler Strahlen



Simulation



Bildkonstruktion zeigt: nur virtuelle Bilder



- System zweier Linsen:

zwei dünne Linsen, Brennweiten  $f_1, f_2$

direkt nebeneinander, Abstände zwischen den Linsen vernachlässigbar

Simulation



Objekt bei  $a$ , durch Linse abgebildet nach  $a'$

$$1/a' - 1/a = 1/f_1$$

Bild  $a'$  durch Linse 2 abgebildet nach  $a''$

$$1/a'' - 1/a' = 1/f_2$$

Addition ergibt

$$1/a'' - 1/a = 1/f_1 + 1/f_2 =: 1/f_{\text{gesamt}}$$

wie eine Linse mit Brennweite  $f_{\text{gesamt}}$

ausgedrückt mit Brechkraft  $D = 1/f$

$$D_{\text{gesamt}} = D_1 + D_2$$

- Abbildungsfehler:

bisher immer paraxiale Strahlen vorausgesetzt

genau besehen: parallele Strahlen treffen sich nicht im Brennpunkt (**sphärische Abberation**)

Simulation:



Strahlen verschiedener Wellenlänge haben verschiedene Brennpunkte (**chromatische Abberation**)

→ Bilder haben farbige Ränder

Fehler verringert durch geschickte Kombination mehrerer Linsen

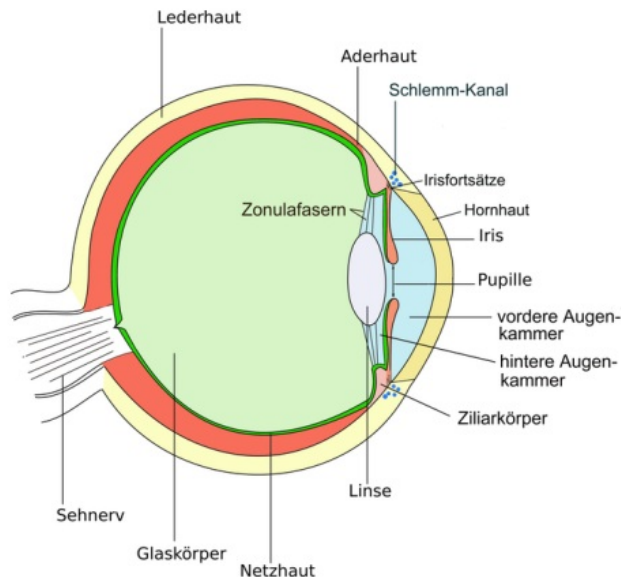
- Aufgaben:

[Aufgabe 29](#)

[Aufgabe 30](#)

- Auge

Abbildung hauptsächlich durch Hornhaut



Linse verändert Brechkraft (**Akkommodation**)

entspanntes Auge

- auf unendlich eingestellt
- parallele Strahlen treffen sich auf der Netzhaut

angespanntes Auge

- maximale Brechkraft
- auf geringste Entfernung eingestellt (Nahpunkt)
- altersabhängig: 10 cm bei Kindern, 20 cm - 30 cm "normalerweise"
- Normwert (**Bezugssehweite**)

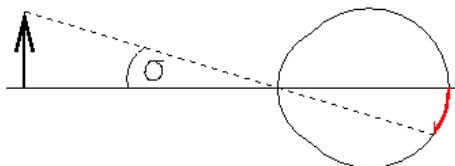
$$a_B = -25 \text{ cm}$$

Auflösung begrenzt durch Abstand der Zäpfchen

$$\alpha_{\text{Grenz}} > 1'$$

- Prinzip optischer Instrumente:

Größe eines Bildes auf der Netzhaut proportional zum Sehwinkel  $\sigma$



Instrument vergrößert Winkel auf  $\sigma'$

Vergrößerung  $\Gamma'$

$$\Gamma' = \frac{\tan \sigma'}{\tan \sigma} \approx \frac{\sigma'}{\sigma}$$

- Lupe:

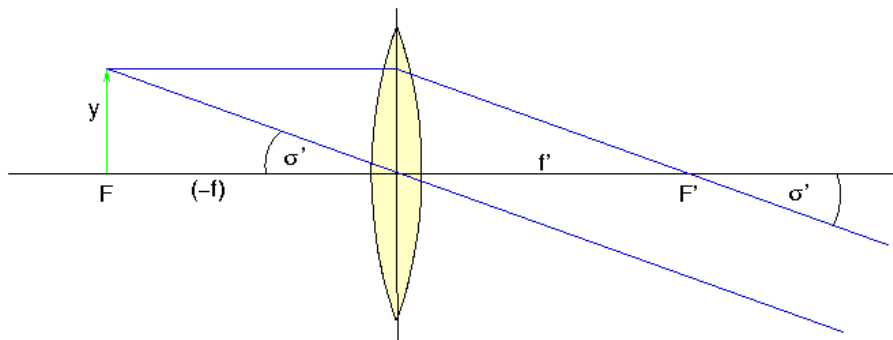
Sammellinse kurzer Brennweite

Vergrößerung hängt ab von der Gegenstandsweite und dem Augenabstand

normale Verwendung:

- Objekt in der Brennebene
- Auge auf unendlich eingestellt

Sichtwinkel  $\sigma'$



$$\tan \sigma' = y/f'$$

Vergleichswinkel  $\sigma$  bei Bezugssehweite

$$\tan \sigma = y/(-a_B)$$

Vergrößerung somit

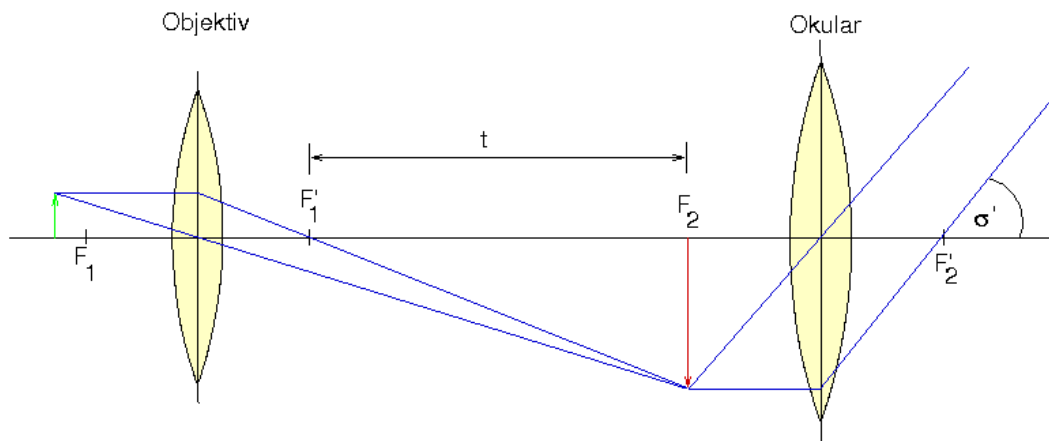
$$\Gamma' = -a_B/f'$$

• Mikroskop:

Ziel: hohe Vergrößerung kleiner, naher Objekte

Prinzip:

- Objektiv → vergrößertes reelles Bild
- Okular → Lupe zur Betrachtung des reellen Bildes



Simulation



Objekt dicht am Brennpunkt des Objektivs, daher

$$\Gamma'_{Obj} = \beta'_{Obj} = \frac{a'}{a} \approx -\frac{t}{f'_{Obj}} \quad (\text{tatsächlich sogar exakt!})$$

Vergrößerung des Mikroskops

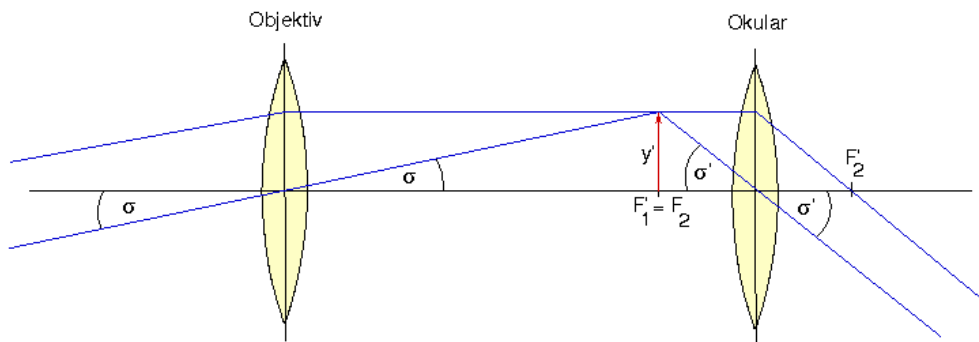
$$\Gamma' = \Gamma'_{Obj} \Gamma'_{Ok} \approx \frac{t a_B}{f'_{Obj} f'_{Ok}}$$

• Keplersches Fernrohr:

Ziel: Vergrößerung weit entfernter Objekte

Prinzip:

- Objektiv → reelles Bild in seiner Brennebene
- Okular → Lupe zur Betrachtung des reellen Bildes



Simulation



Brennpunkte von Objektiv und Okular fallen zusammen

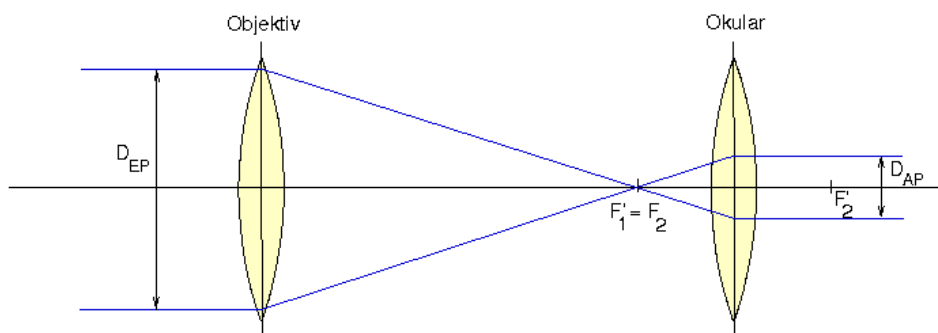
Vergrößerung des Keplerschen Fernrohrs

$$\Gamma' = \frac{\tan \sigma'}{\tan \sigma} = \frac{y'/f'_{Ok}}{-y'/f'_{Obj}} = -\frac{f'_{Obj}}{f'_{Ok}}$$

- Verstärkung der Helligkeit:

möglichst großer Durchmesser des unverdeckten Objektivs (**Eintrittspupille**  $D_{EP}$ )

Abbildung auf Strahl geringeren Durchmessers  $D_{AP}$  (**Austrittspupille**)



Größe der Austrittspupille

$$\frac{D_{EP}}{D_{AP}} = \frac{f'_{Obj}}{f'_{Ok}} = |\Gamma'|$$

einfallendes Licht verteilt sich auf kleinere Fläche

- → Helligkeit nimmt proportional zur Fläche zu

$$H = \Gamma^2 H_{in}$$

- Aufgaben:

[Aufgabe 31](#)

[Aufgabe 32](#)



- Einleitung
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Spalt
- Beugung am Gitter

- Licht als elektromagnetische Welle:
  - Interferenzeffekte (Überlagerung der Wellen)
  - Polarisationseffekte (Transversalität der Wellen)
- oft schwierig zu untersuchen:
  - bei natürlichen Lichtquellen
    - viele kurze Wellenzüge
    - verschiedene Frequenzen durch Dopplereffekt (Stöße, Schwingungen)
  - Abhilfe durch Aufspaltung eines Strahls zur Interferenz
  - ideal: Licht mit langen Wellenzügen und engem Frequenzbereich (Laser)

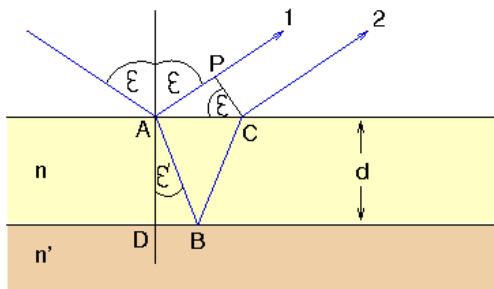
# Interferenz an dünnen Schichten



- Versuchsaufbau:

Licht fällt auf dünne Platte

Strahl teilweise reflektiert, teilweise gebrochen und reflektiert



Interferenz zwischen beiden Strahlen

- Bestimmung des Gangunterschieds:

parallele Wellenfront bei C und P

Gangunterschied  $\Delta$ :

$$\Delta = n (AB + BC) - AP$$

rechtwinklige Dreiecke  $\rightarrow$

$$AB = d / \cos \varepsilon'$$

$$AP = AC \sin \varepsilon$$

$$AC/2 = DB = d \tan \varepsilon'$$

$$\Rightarrow \Delta = 2d (n/\cos \varepsilon' - \sin \varepsilon \tan \varepsilon')$$

Brechungsgesetz  $\sin \varepsilon / \sin \varepsilon' = n$  und etwas Trigonometrie (vgl. Anhang)  $\rightarrow$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}$$

Reflexion am dichteren Medium

- $\rightarrow$  zusätzlicher Phasensprung von  $\pi$
- entspricht zusätzlichem Gangunterschied  $\lambda/2$
- tritt auf bei Strahl 1 wegen  $n > 1$
- tritt auf bei Strahl 2 nur bei  $n' > n$

insgesamt:

- für  $n' < n$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - \lambda/2$$

- für  $n' > n$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}$$

- Interferenzbedingung (für  $n' < n$ ):

Verstärkung (Helligkeit) für  $\Delta = m \lambda \rightarrow$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 0, 1, 2$$

Auslöschung (Dunkelheit) für  $\Delta = (m + 1/2) \lambda \rightarrow$

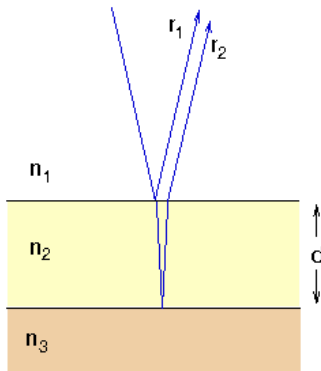
$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon} = (m + 1)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

- Farben dünner Blättchen:

Helligkeit (für feste Blickrichtung) bei bestimmten Wellenlängen  
 bei einfallendem weißen Licht: Plättchen hat bestimmte Farbe  
 z.B. Ölfilm, Seifenhaut, Schmetterlingsflügel

- Entspiegeln von Linsen:

Anwendung der destruktiven Interferenz zur Verringerung von Reflexionen



betrachten  $n_1 < n_2 < n_3 \rightarrow$  Phasensprung für  $r_1$  und  $r_2$

Gangunterschied bei senkrechtem Einfall

$$\Delta = 2 d n_2/n_1$$

Auslöschung bei  $\Delta = (2m+1) \lambda/2$

dünnsste Schicht bei  $m = 0$

$$d = \lambda/(4 n_2/n_1)$$

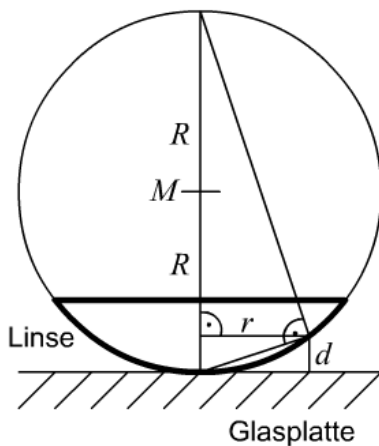
Effekt abhängig von Wellenlänge

entspiegelte Linse leicht farbig (rötlich oder violett)

Verbesserung durch mehrere Schichten

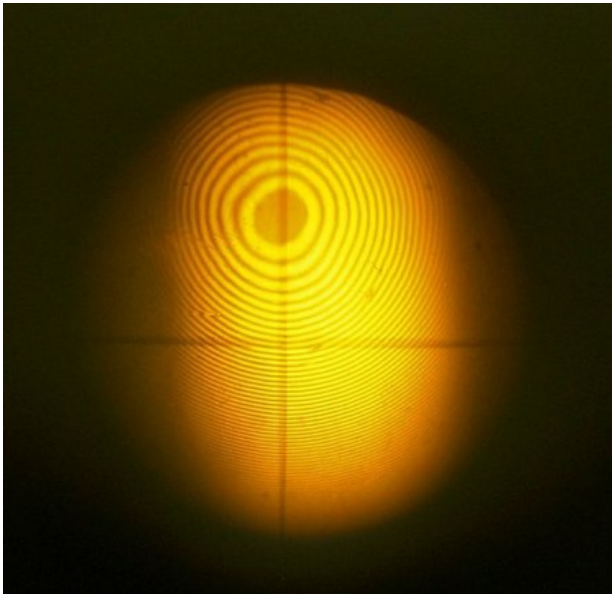
- Newtonsche Ringe:

Linse auf Glasplatte



Luftkeil = dünne Schicht variabler Dicke

Interferenzringe mit zunehmendem Radius



Anwendung: Oberflächenprüfung von Linsen mit Genauigkeit von Bruchteilen der Wellenlänge

- Aufgaben:

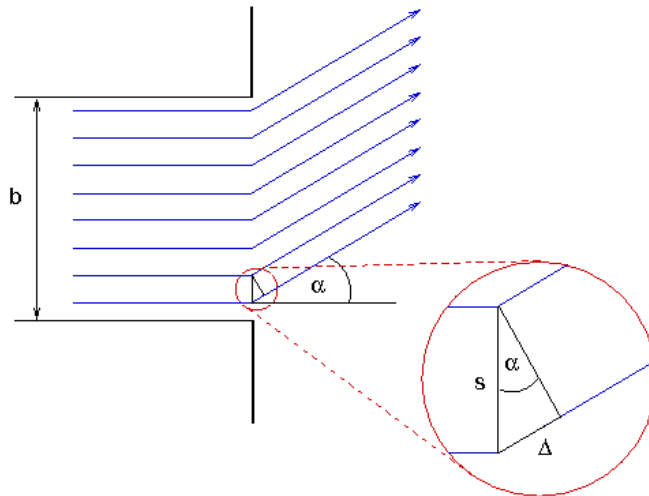
[Aufgabe 33](#)

# Beugung am Spalt

- Experiment:

paralleles Licht fällt auf Spalt

wird unter Richtung  $\alpha$  beobachtet



- Amplitude der überlagerten Wellen

- Gangunterschied benachbarter Wellen

$$\Delta = s \sin \alpha = b \sin \alpha / p$$

entsprechender Phasenunterschied

$$\begin{aligned} \varphi &= 2 \pi \Delta / \lambda \\ &= 2 \pi b \sin \alpha / (p \lambda) \end{aligned}$$

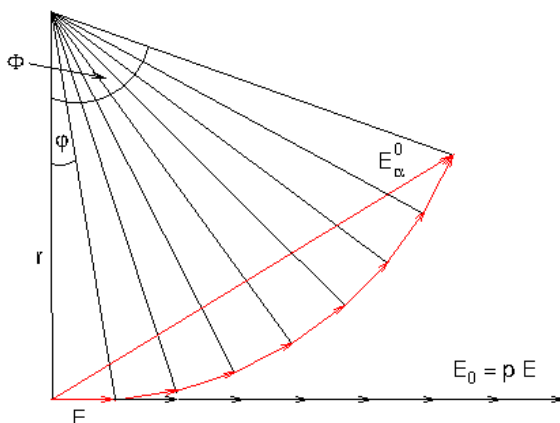
- Feldstärke  $E_\alpha$  durch Überlagerung der  $p$  Kugelwellen

$$E_\alpha = E \cos(\omega t) + E \cos(\omega t + \varphi) + E \cos(\omega t + 2\varphi) + \dots + E \cos(\omega t + (p-1)\varphi)$$

mit  $\cos \alpha = \text{Re}(e^{i\alpha})$

$$E_\alpha = \text{Re}( E e^{i\omega t} (1 + e^{i\varphi} + e^{i2\varphi} + \dots + e^{i(p-1)\varphi}) )$$

Addition der e-Funktionen als Summe vieler kleiner Zeiger in der komplexen Ebene



ergibt für die Amplitude der Überlagerung

$$E_\alpha^0 = 2r \sin(\Phi/2)$$

mit

$$\Phi = p \varphi$$

$$\varphi \approx \tan \varphi = E/r$$

also

$$E_{\alpha}^0 = 2 (E/\varphi) \sin p\varphi/2$$

◦ Einsetzen von  $\varphi$  ergibt

$$E_{\alpha}^0 = E_0 \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha}$$

wobei  $E_0 := p E$  Amplitude in Geradeausrichtung ( $\alpha = 0$ )

• Intensität des Beugungsbildes:

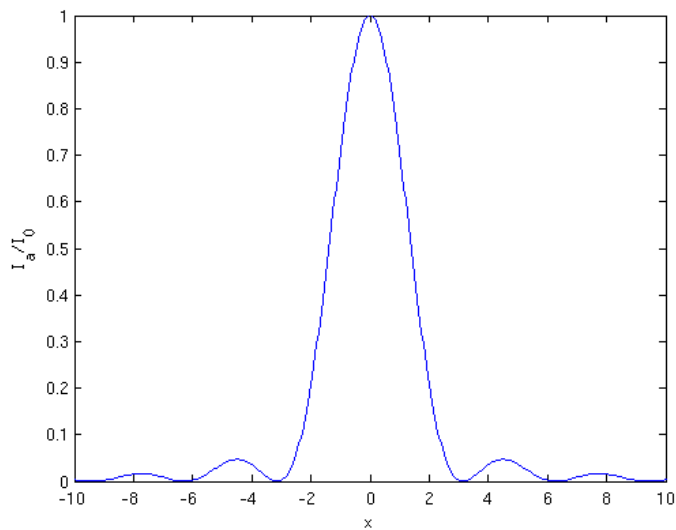
Intensität des Lichts proportional  $E^2$ , also

$$I_{\alpha} = I_0 \sin^2 x / x^2$$

mit

$$x = (\pi b/\lambda) \sin \alpha$$

graphisch



• Beugungsmuster:

im Bild



Dunkelheit bei  $x = \pm m \pi$ ,  $m = 1, 2, \dots \rightarrow$

$$\sin \alpha_{\text{dunkel}} = \pm m \lambda/b$$

Helligkeit etwa in der Mitte, also

$$\sin \alpha_{\text{hell}} \approx \pm (m + 1/2) \lambda/b$$

## Simulation



- Spezialfälle:

großer Spalt ( $b \gg \lambda$ ) →

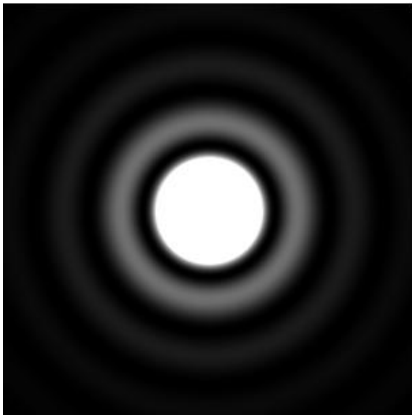
- $\sin \alpha_1 = \lambda/b \ll 1$
- Beugungsmuster sehr schmal
- geht praktisch im zentralen Maximum unter

kleiner Spalt ( $b < \lambda$ )

- $\sin \alpha_1 = \lambda/b > 1$
- kein Minimum
- alle Richtungen im Bereich des zentralen Maximums
- einfache Elementarwelle

- Lochblenden:

"Spalt" kreisförmig (statt unendlich lang), Durchmesser  $d$



Rechnung komplizierter (Besselfunktionen)

erster dunkler Ring bei

$$\sin \alpha_1 \approx 1.22 \lambda/d$$

- Auflösungsvermögen:

Abbildung zweier dicht benachbarter Objekte (Winkel  $\delta$ ) durch Blende (z.B. Linse)

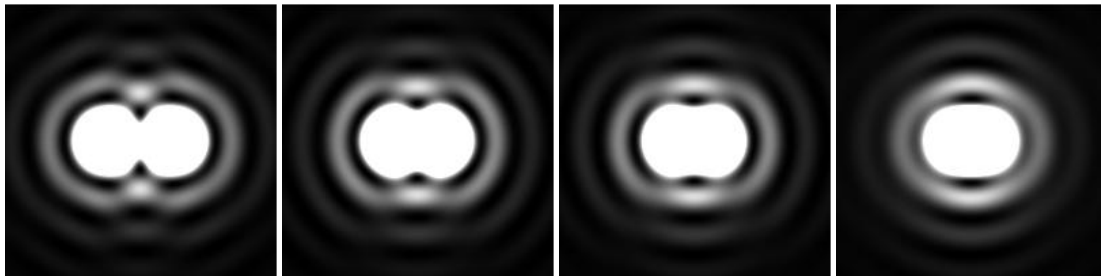
Beugungsbilder überlagern sich

Gesamtbild: verbeultes Scheibchen mit kleinem Buckel

praktisches Kriterium (Rayleigh): nur als zwei Punkte erkennbar, wenn 2. Maximum weiter entfernt ist als erstes Minimum

$$\delta > 1.22 \lambda/d =: \delta_{\text{min}}$$





$d = 1.25 \delta_{\min}$

$d = 1.00 \delta_{\min}$

$d = 0.75 \delta_{\min}$

$d = 0.50 \delta_{\min}$

- Aufgaben:

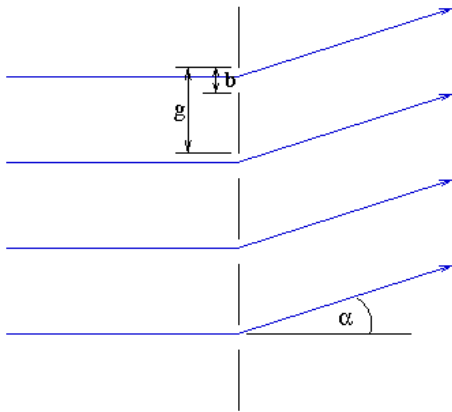
[Aufgabe 34](#)

# Beugung am Gitter



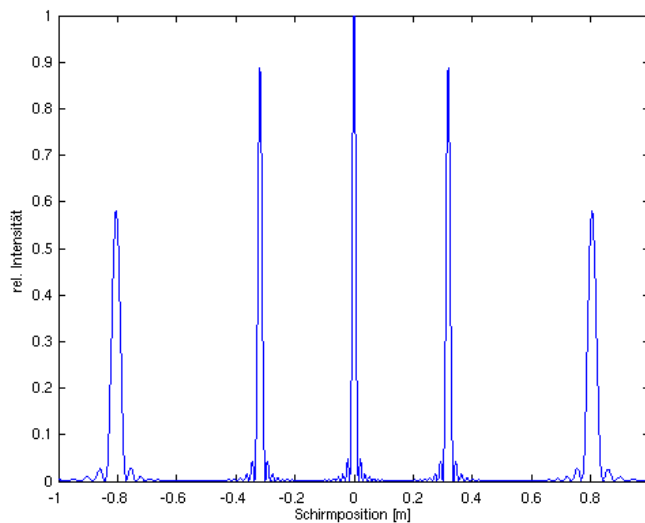
- Gitter:

viele Spalte nebeneinander



praktische Herstellung: viele (undurchsichtige) Striche in Glas ritzen

Beugungsmuster: Kombination aus Interferenz der Spalte und Beugungsbild eines Spalts  
mit zunehmender Zahl der Spalte sehr enge und deutliche Hauptmaxima (Linien)



Abstand der Hauptmaxima:

$$\sin \alpha_m = \pm m \lambda / g, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Gitterkonstante  $g$ : Abstand der Spalte

Simulation



- Spektralapparate:

lenken Licht verschiedener Wellenlängen verschieden stark ab

mit Gitter:

- hohes Auflösungsvermögen
- beschränkter Wellenlängenbereich (wegen Überlappung verschiedener Maxima)

mit Prisma:

- niedrigere Auflösung
- keine Wellenlängenbeschränkung

Anwendungen:

- Spektralanalyse
- Erzeugung von monochromatischem Licht

- Kristallgitter:

Gitter definiert durch die Atome in einem Kristall

sehr kleine Gitterabstände (typisch 0.4 - 0.8 nm)

normales Licht:  $d \ll \lambda \rightarrow$  keine Beugung

"Licht" der richtigen Wellenlänge: Röntgenstrahlung

Anwendung: Analyse von Kristallstrukturen

- Aufgaben:

[Aufgabe 35](#)

# Aufgaben



- 🔦 Aufgabe 1
- 🔦 Aufgabe 2
- 🔦 Aufgabe 3
- 🔦 Aufgabe 4
- 🔦 Aufgabe 5
- 🔦 Aufgabe 6
- 🔦 Aufgabe 7
- 🔦 Aufgabe 8
- 🔦 Aufgabe 9
- 🔦 Aufgabe 10
- 🔦 Aufgabe 11
- 🔦 Aufgabe 12
- 🔦 Aufgabe 13
- 🔦 Aufgabe 14
- 🔦 Aufgabe 15
- 🔦 Aufgabe 16
- 🔦 Aufgabe 17
- 🔦 Aufgabe 18
- 🔦 Aufgabe 19
- 🔦 Aufgabe 20
- 🔦 Aufgabe 21
- 🔦 Aufgabe 22
- 🔦 Aufgabe 23
- 🔦 Aufgabe 24
- 🔦 Aufgabe 25
- 🔦 Aufgabe 26
- 🔦 Aufgabe 27
- 🔦 Aufgabe 28
- 🔦 Aufgabe 29
- 🔦 Aufgabe 30
- 🔦 Aufgabe 31
- 🔦 Aufgabe 32
- 🔦 Aufgabe 33
- 🔦 Aufgabe 34
- 🔦 Aufgabe 35

# Aufgabe 1



- Drücken Sie die Einheiten Watt (W) der Leistung und Ohm ( $\Omega$ ) des elektrischen Widerstands im SI-System aus. Benutzen Sie dazu folgende Beziehungen:

a. Leistung = Arbeit / Zeit ( $P = W / t$ )  
Arbeit = Kraft \* Weg ( $W = F s$ )

b. Leistung = Spannung \* Stromstärke ( $P = U I$ )  
Spannung = Widerstand \* Stromstärke ( $U = R I$ )

- Lösung

## Aufgabe 2



- Ein Fahrzeug bewege sich zunächst 10s mit 2m/s, dann 5s mit 8m/s, dann 20s mit 3m/s in entgegengesetzter Richtung.
  - a. Wie weit ist es am Ende vom Ursprungsort entfernt?
  - b. Zeichnen Sie das s-t- und das v-t-Diagramm dieser Bewegung.
  - c. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit über die gesamte Zeit?
- Lösung

## Aufgabe 3



- a. Mein neuer Spritzfeuer GTX beschleunigt in 5s von 0 auf 100 km/h. Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung? Wieviel Prozent der Erdbeschleunigung  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  sind das?
- b. Wie lange braucht ein Space Shuttle bei einer konstanten Beschleunigung von  $2g$ , um die Erdumlauf-Geschwindigkeit von 28000 km/h zu erreichen? Wie hoch ist es dann (bei senkrechtem Flug)?

- Lösung

## Aufgabe 4



- Im Jahr 1972 raste ein großer Meteorit über die USA und Kanada durch die Atmosphäre, ohne einzuschlagen. Er hatte eine Masse von etwa  $4.0 \cdot 10^6$  kg und eine Geschwindigkeit von 15 km/s.
  - a. Wieviel Energie hätte er bei einem Einschlag an die Erde abgegeben?
  - b. Die Hiroshima-Atombombe hatte eine Sprengwirkung von etwa 13000 Tonnen TNT, wobei die Explosion einer Tonne TNT etwa  $4.2 \cdot 10^9$  J freisetzt. Wievielen solchen Hiroshima-Bomben entspräche der Einschlag des Meteoriten?
- Lösung



## Aufgabe 5



- Ein Blumentopf mit einer Masse von 1.5 kg stürzt aus dem Fenster des 35. Stocks in 88 m Höhe auf die Straße.
  - a. Wie lange braucht er, bis er unten ankommt, und welche Geschwindigkeit hat er dann (bei Vernachlässigung der Reibung)? Benutzen Sie die Fallgesetze.
  - b. Bestimmen Sie die Aufprallgeschwindigkeit aus der Energieerhaltung. Welche Energie hat er?
- Lösung

## Aufgabe 6



- Eine Masse schwingt harmonisch mit einer Schwingungsdauer von 2 s und einer Amplitude von 8 cm. Zur Zeit  $t = 0$  befindet sie sich bei 50 % des Vollausschlags. Wie groß sind die Phase und die Anfangsgeschwindigkeit?
- Lösung

## Aufgabe 7



- Um die Schwingungsdauer einer Masse zu bestimmen, die eine harmonische Schwingung vollführt, wird eine Lichtschranke angebracht und die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Unterbrechungen der Schranke gemessen. Die Schranke befindet sich bei 70% des Maximalausschlags. Die gemessene Zeit betrage 8 s. Wie groß sind die Schwingungsdauer, Kreisfrequenz und Frequenz der Schwingung?
- Lösung

## Aufgabe 8



- Um die Masse von Astronauten unter Schwerelosigkeit zu messen, befand sich an Bord der Skylab-Station ein Sitz, der mit Federn freischwingend in einem Rahmen aufgehängt war. Durch Messung der Schwingungszeiten konnte damit die Masse des unbeladenen Sitzes und eines Astronauten bestimmt werden.

Die Federkonstante des Systems betrage  $600 \text{ N/m}$ . Die Schwingungsdauer des unbeladenen Geräts betrage  $0.9 \text{ s}$ , die mit Astronaut  $2.4 \text{ s}$ . Wie schwer ist der Astronaut?

- Lösung

## Aufgabe 9



- Ein Federpendel der Masse  $m = 12.3 \text{ kg}$  und Federkonstante  $c = 125 \text{ N/m}$  wird aus der Ruhelage heraus so angestoßen, dass es eine Anfangsgeschwindigkeit von  $2.7 \text{ m/s}$  hat.
  - a. Wie groß ist die Gesamtenergie?
  - b. Wie groß ist die Amplitude der Schwingung?
- Lösung

## Aufgabe 10



- Die Amplitude eines gedämpften Schwingers sei nach 20 Schwingungen auf die Hälfte heruntergegangen. Die Schwingungsdauer betrage  $T = 2\text{s}$ .
  - a. Wie groß ist der Abklingkoeffizient  $\delta$ ?
  - b. Wie groß wäre die Schwingungsdauer ohne Dämpfung?
- Lösung

## Aufgabe 11



- Eine Maschine mit einer Masse von 1.5 t steht auf einer Federung mit der Federkonstanten  $c = 3 \cdot 10^4$  N/m und dem Dämpfungsgrad  $D = 0.15$ . Durch Bodenvibrationen wirkt eine sinusförmige Kraft der Frequenz  $f = 0.8$  Hz und der Amplitude 4000 N auf die Maschine. Wie groß ist die Amplitude der Schwingungen, die sie daraufhin ausführt ?
- Lösung

## Aufgabe 12



- Zwei harmonische Schwingungen gleicher Frequenz haben die Amplituden  $A_1 = 5 \text{ cm}$  und  $A_2 = 3 \text{ cm}$  und einen Phasenunterschied von  $60^\circ$  ( $\pi/3$ ). Welche Amplitude und Phase hat die überlagerte Schwingung?
- Wählen Sie für die Schwingung 1 (willkürlich) die Phase  $\varphi_1 = 0$ .
- Lösung



## Aufgabe 13



- Die Überlagerung zweier Stimmgabeln ergibt eine Frequenz von 441 Hz und eine Schwebung von 2 Hz.  
Welche Frequenzen haben die Stimmgabeln?
- Lösung

## Aufgabe 14



- Eine harmonische Welle beginne bei  $x = 0$  zur Zeit  $t = 0$  im Nullpunkt und breite sich entlang der  $x$ -Achse aus. Sie habe die Amplitude  $A = 0.1$  m, die Wellenlänge  $\lambda = 0.3$  m und die Schwingungsdauer  $T = 2$  s.
  - a. Wie groß sind Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenzahl und Ausbreitungsgeschwindigkeit?
  - b. Wie stark ist die Auslenkung am Ort  $x = 1$  m nach 5 s und nach 10 s ?
- Lösung

## Aufgabe 15



- Eine Welle habe eine Frequenz von  $f = 25$  Hz, eine zweite gleicher Frequenz und Phase folge ihr im Abstand von 27 ms. Wie groß ist der Phasenunterschied der beiden Wellen?
- Lösung

## Aufgabe 16



- Schallwellen, die vom menschlichen Ohr wahrgenommen werden können, haben Frequenzen im Bereich  $16 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$ .

Welche Wellenlängen haben diese Schallwellen, wenn die Schallgeschwindigkeit in Luft 340 m/s beträgt?

- Lösung

## Aufgabe 17



- Das menschliche Ohr kann Schallintensitäten ab ungefähr  $S = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  wahrnehmen.
- Wie groß ist für so leise Geräusche bei einer Frequenz  $f = 1 \text{ kHz}$  und einer Schallgeschwindigkeit von  $340 \text{ m/s}$  die Schwingungsamplitude der schwingenden Teilchen?
- Verwenden Sie die Dichte von Luft unter Normalbedingungen

$$\rho = 1.30 \text{ kg/m}^3$$

- Lösung

## Aufgabe 18



- Im italienischen Militär beliebt sind laufende Blaskapellen. Zwei Kapellen bewegen sich, jeweils mit 10 km/h laufend, aufeinander zu. Die erste spielt den Kammerton a (440 Hz).
  - a. Auf welche Frequenz muss sich die entgegenlaufende Kapelle einstimmen ?
  - b. Nachdem sie aneinander vorbeigelaufen sind, ist die Stimmung völlig daneben! Welche Frequenz hört die zweite Kapelle jetzt?
- Lösung

## Aufgabe 19



- Die Concorde düse mit doppelter Schallgeschwindigkeit ( $2 \cdot 340$  m/s) tief über uns hinweg, nämlich in einer Höhe von nur 2000 m. Zur Zeit  $t=0$  befinde sie sich senkrecht über uns.

Wann hören wir den Überschallknall?

- Lösung

## Aufgabe 20



- Ein Hörer sitzt zwischen den Boxen seiner Stereoanlage, wobei er 3 m Abstand von der einen Box hat, 4 m von der anderen. Wenn er alte Mono-Platten hört, löschen sich Schallwellen bestimmter Frequenzen an seinem Ort aus (bei Vernachlässigung von Reflexionen).

Welche?

- Lösung



## Aufgabe 21



- Die tiefe E-Saite einer Gitarre besteht aus Stahl (Dichte  $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$ ). Sie habe eine Länge von 75 cm und einen Durchmesser von 0.65 mm.

Mit welcher Zugkraft muss sie eingespannt werden, um auf das tiefe E (82.5 Hz) gestimmt zu sein?

- Lösung

## Aufgabe 22



- Bei einem Doppelspalt-Experiment mit einem Abstand  $d = 0.10$  mm zwischen den Spalten beobachtet man das erste Maximum nach dem Hauptmaximum unter einem Winkel von  $0.34^\circ$ .
  - a. Welche Wellenlänge hat das einfallende Licht?
  - b. Wieviele Maxima kann man insgesamt sehen (vorausgesetzt, sie wären hell genug)?
- Lösung

## Aufgabe 23



- Sie horchen an einem Eisenrohr, als jemand an das andere Ende schlägt. Sie hören zwei Schläge im Abstand von 1.0 s. Wie lang ist das Rohr?
- Gehen Sie von Normalbedingungen aus.
- Lösung

## Aufgabe 24



- Ihr neuer Mega-Booster dröhnt Ihnen mit 100 W die Ohren voll, dabei ist er bloß 20 cm x 40 cm groß. Angenommen, er verwandelt wirklich alles in Schallenergie. Welcher Schalldruck donnert dann auf Ihr Trommelfell, wenn Sie direkt davor sitzen?
- Lösung

## Aufgabe 25



- Als lautestes Konzert der Rock-Geschichte gilt ein Konzert der Gruppe "The Who" von 1976: Im Abstand von 46 m vor den Lautsprechern wurde ein Pegel von 120 dB gemessen! Wievielfach lauter ist dies als ein Presslufthammer in unmittelbarer Nähe (92 dB)?
- Lösung

## Aufgabe 26



- Ein Winkelspiegel bestehe aus zwei ebenen Spiegeln, die einen Winkel von  $60^\circ$  einschließen. Innerhalb des Spiegels befindet sich eine punktförmige Quelle. Wieviele Spiegelbilder sieht der Betrachter?
- Lösung

## Aufgabe 27



- Ein Lichtstrahl tritt aus Luft durch eine Reihe von vier parallelen Schichten aus durchsichtigem Plastik, die der Reihe nach die folgenden Brechungsindizes haben:

$$n_1 = 1.7, \quad n_2 = 1.4, \quad n_3 = 1.3, \quad n_4 = 1.5$$

- a. Unter welchem Winkel tritt er aus, wenn der Eintrittswinkel  $70^\circ$  ist?
  - b. Wie ändert sich der Austrittswinkel, wenn sich auf beiden Seiten der Plastikschichten Wasser statt Luft befindet?
- Lösung

## Aufgabe 28



- Ein Prisma aus Quarzglas mit einem Öffnungswinkel  $\alpha = 60^\circ$  wird zur Spektralanalyse benutzt. Wie groß ist der Winkelunterschied von austretendem blauen Licht ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ) und rotem Licht ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ ), wenn weißes Licht horizontal einfällt? Benutzen Sie:

$$n(400 \text{ nm}) = 1.470$$

$$n(700 \text{ nm}) = 1.452$$

- Lösung



## Aufgabe 29



- Ein Objekt befinde sich (in Luft) 50 cm vor einer Glaskugel mit dem Radius  $r = 8$  cm. In welchem Abstand von der Kugeloberfläche befindet sich das Bild des Gegenstands bei einem Brechungsindex von  $n = 3,0$  (unrealistisch hoch!) bzw.  $n = 1,5$  ?
- Lösung

## Aufgabe 30



- Eine Kamera mit einer Linse der Brennweite 75 mm nimmt eine Person auf, die 180 cm groß ist und 27 m entfernt steht. Wie hoch ist das Bild der Person auf dem Film?
- Lösung

## Aufgabe 31



- Ein Mikroskop habe die Werte

$$f_{\text{Obj}} = 4 \text{ mm}$$

$$f_{\text{Ok}} = 25 \text{ mm}$$

$$t = 160 \text{ mm}$$

- a. Wie groß ist die Vergrößerung?
  - b. In welchem Abstand  $z_{\text{Ob}}$  vom vorderen Objektiv-Brennpunkt muss sich ein Objekt befinden, damit es vom entspannten Auge scharf gesehen wird?
  - c. Das Okular werde um  $\Delta z = 1 \text{ mm}$  nach hinten verschoben und erzeugt dadurch ein reelles Bild, das mit einem Schirm aufgefangen wird. In welchem Abstand vom Okular muss der Schirm stehen? Wie stark ist die Gesamtvergrößerung des Schirmbildes?
- Lösung

## Aufgabe 32



- Ein Keplersches Fernrohr habe eine Objektiv-Brennweite von 805 mm, einen Objektiv-Durchmesser von 110 mm und eine Okular-Brennweite von 15 mm.
  - a. Wie stark ist die Vergrößerung ?
  - b. Wie groß ist die Austrittspupille ?
  - c. Wie groß sind Vergrößerung und Helligkeitsverstärkung, wenn die maximale Austrittspupille von 8 mm (gut dunkeladaptierte Pupille) benutzt wird ?
  - d. Helligkeiten werden in der Astronomie mit dem (logarithmischen) Magnituden-Maß  $m$  bestimmt. Dabei gilt

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg H_2/H_1$$

Um wieviele Magnituden nimmt die Helligkeit im Fall c zu ?

- Lösung

## Aufgabe 33



- Ein Tanker am Persischen Golf hat Kerosin ( $n_1 = 1.20$ ) verloren, das eine Schicht der Dicke  $d = 460$  nm auf dem Wasser ( $n_2 = 1.33$ ) bildet. Ihr Flugzeug fliegt direkt über dem Ölfleck, wobei die Sonne genau von oben kommt. In welcher Farbe schillert der Fleck?
- Lösung

## Aufgabe 34



- Ab welcher Größe kann man Objekte auf dem Mond mit dem bloßen Auge unterscheiden, wenn man Beugung an der Augenpupille (4 mm) als begrenzenden Faktor annimmt? Benutzen Sie:

mittlerer Abstand Erde - Mond:  $r = 3.84 \cdot 10^5$  km

- Lösung

## Aufgabe 35



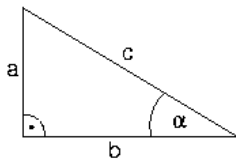
- Ein Gitter mit 1200 Strichen/mm wird zur Spektralanalyse benutzt. Wie groß ist der Winkelunterschied von austretendem blauen Licht ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ) und rotem Licht ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ ), wenn weißes Licht senkrecht einfällt?
- Lösung

- Exkurs: Trigonometrie
- Exkurs Differenzieren
- Exkurs Integrieren
- Herleitungen
- Griechisches Alphabet
- Applets
- Literatur
- Nachweise



- Definition der trigonometrischen Funktionen

Seitenverhältnissen in rechtwinkligen Dreiecken



Daraus:

$$\sin \alpha = a/c$$

$$\cos \alpha = b/c$$

$$\tan \alpha = a/b$$

- Zusammenhänge zwischen Sinus und Kosinus:

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

- Additionstheoreme

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

- Konsequenzen daraus:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

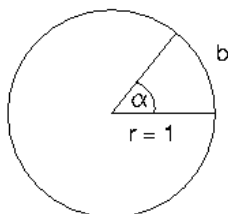
$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

- Winkelmessung in Bogenmaß:

Winkelgröße definiert durch Länge des Kreisbogens bei Radius 1



wird auch mit **rad** bezeichnet

Umfang des Kreises =  $2\pi \cong 360^\circ$

Umrechnung beliebiger Winkel mit Dreisatz:

$$(\text{Winkel in Bogenmaß}) / (2\pi) = (\text{Winkel in Grad}) / 360^\circ$$

einige wichtige Winkel

## Grad Bogenmaß

$0^\circ$	0
$45^\circ$	$\pi/4$
$90^\circ$	$\pi/2$
$180^\circ$	$\pi$
$270^\circ$	$3\pi/2$
$360^\circ$	$2\pi$
$720^\circ$	$4\pi$

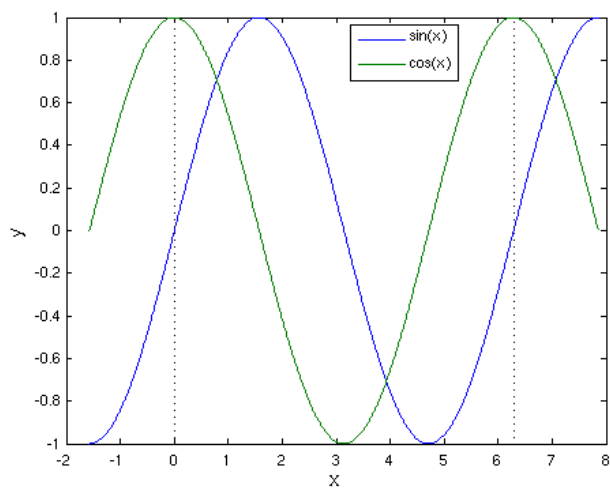
- Sinus- und Kosinusfunktionen:

Funktionen vom Winkel im Bogenmaß

definiert für beliebige Winkel

periodische Funktionen, Periode  $2\pi$

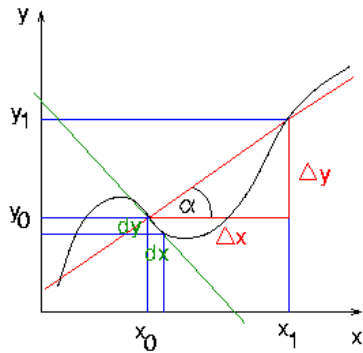
grafische Darstellung:



- Ableitung einer Funktion  $y = f(x)$ :

Steigung der Tangente an die Kurve

definiert durch Steigung der Sekante, wenn der zweite Punkt immer dichter heranrückt:



in Formeln:

$$f'(x) \equiv \frac{df}{dx} := \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Einige wichtigen Ableitungen:

$f(x)$	$f'(x)$
1	0
x	1
$x^2$	2x
$x^n$	$nx^{n-1}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$e^x$	$e^x$
$\ln(x)$	$1/x$

- Einige Ableitungsregeln:

konstante Faktoren kann man herausziehen:

$$(a f)' = a f'$$

Summenregel:

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

Produktregel:

$$(f g)' = f' g + f g'$$

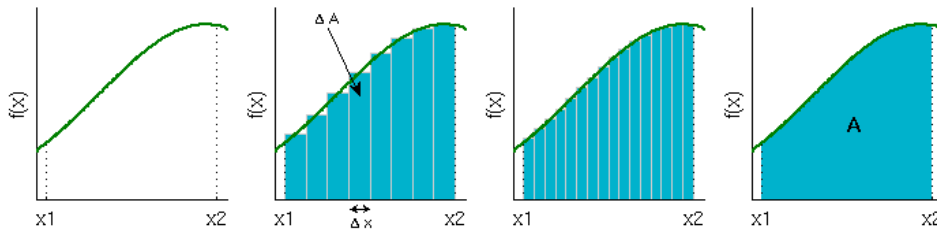
Kettenregel:

$$df(g(x))/dx = f'(g(x)) g'(x)$$

# Exkurs Integrieren



- Fläche A unter einer Funktion  $y = f(x)$ :  
durch Zerlegen in lauter kleine Rechtecke



genauer Wert: immer mehr immer kleinere Rechtecke (Grenzwert)

abkürzende Schreibweise:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

im allgemeinen schwierig auszurechnen

- Zusammenhang mit Differenzieren:

betrachten Funktion F durch Variieren der oberen Grenze

$$F(x) := \int_a^x f(x) dx$$

Wunder der Mathematik (**Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung**)

$$dF/dx = f$$

etwas lax: Integrieren ist die Umkehrung vom Differenzieren

Fläche mit Hilfe der Funktion F:

$$A = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

- Einige wichtige Integrale:

$f(x)$	$F(x)$
1	x
x	$x^2/2$
$x^n$	$x^{n+1}/(n+1)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$e^x$	$e^x$
$1/x$	$\ln(x)$

- Berechnung der Beschleunigungsarbeit:

Weg-Integral wird durch Substitution auf Geschwindigkeit umgerechnet

$$\begin{aligned} W &= \int_0^s F(x) dx = \int_0^s m a dx \\ &= \int_0^s m \frac{dv}{dt} dx = \int_0^{v_{\text{end}}} m \frac{dx}{dt} dv \quad (\text{Substitution}) \\ &= m \int_0^{v_{\text{end}}} v dv = m \left. \frac{1}{2} v^2 \right|_0^{v_{\text{end}}} \\ &= \frac{1}{2} m v_{\text{end}}^2 \end{aligned}$$

- Gangunterschied bei dünnen Schichten:

Aus der Geometrie folgerten wir

$$\Delta = 2d \left( \frac{n}{\cos \epsilon'} - \sin \epsilon \tan \epsilon' \right)$$

Wegen

$$\tan \epsilon' = \frac{\sin \epsilon'}{\cos \epsilon'}$$

gilt

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \epsilon'} (n - \sin \epsilon \sin \epsilon')$$

Das Brechungsgesetz liefert

$$\sin \epsilon' = \frac{1}{n} \sin \epsilon$$

außerdem gilt

$$\begin{aligned} \cos \epsilon' &= \sqrt{1 - \sin^2 \epsilon'} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \epsilon} \\ &= \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon} \end{aligned}$$

Eingesetzt in  $\Delta$  erhalten wir damit

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{2dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon}} \left( n - \frac{1}{n} \sin^2 \epsilon \right) \\ &= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon} \end{aligned}$$

# Das griechische Alphabet



- Wegen der Vielzahl benötigter Symbole werden in mathematischen Formeln oder als Bezeichnungen für physikalische Größen alle Buchstaben des griechischen Alphabets eingesetzt. Um sie richtig aussprechen zu können, werden sie hier zusammengestellt.

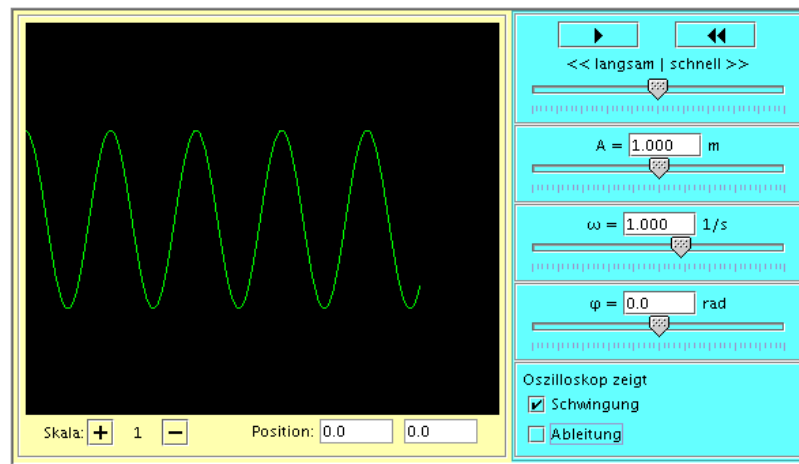
Name	klein	groß
Alpha	$\alpha$	A
Beta	$\beta$	B
Gamma	$\gamma$	$\Gamma$
Delta	$\delta$	$\Delta$
Epsilon	$\varepsilon$	E
Zeta	$\zeta$	Z
Eta	$\eta$	H
Theta	$\theta, \vartheta$	$\Theta$
Iota	$\iota$	I
Kappa	$\kappa$	K
Lambda	$\lambda$	$\Lambda$
My	$\mu$	M
Ny	$\nu$	N
Xi	$\xi$	$\Xi$
Omikron	$\omicron$	O
Pi	$\pi$	$\Pi$
Rho	$\rho$	P
Sigma	$\sigma, \varsigma$	$\Sigma$
Tau	$\tau$	T
Ypsilon	$\upsilon$	Y
Phi	$\phi, \Phi$	$\Phi$
Chi	$\chi$	X
Psi	$\psi$	$\Psi$
Omega	$\omega$	$\Omega$

- Harmonische Funktion
- Federpendel
- Energie beim Federpendel
- Federpendel mit Reibung
- Erzwungene Schwingung
- Überlagerung zweier Schwingungen gleicher Frequenz
- Überlagerung zweier Schwingungen verschiedener Frequenz
- Zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen
- Gekoppelte Schwingungen
- Ebene Welle
- Doppler-Effekt bei bewegtem Beobachter
- Doppler-Effekt bei bewegter Quelle
- Überlagerung ebener Wellen
- Gegeneinanderlaufende ebene Wellen
- Reflexion bei der langen Federkette
- Stehende Wellen am festen Ende
- Stehende Wellen mit zwei losen Enden
- Stehende Wellen am losen Ende
- Kreiswelle
- Huygenssches Prinzip
- Beugung am Kasten
- Doppelspalt
- Wellenpaket
- Hohlspiegel
- Beugung
- Totalreflektion
- Glasfaser
- Inhomogenes Medium
- Beugung an der Glaskugel
- Bild bei der Sammellinse
- Bild bei der Zerstreuungslinse
- Zwei Linsen
- Linsenfehler
- Mikroskop
- Teleskop
- Beugung am Spalt
- Beugung am Gitter

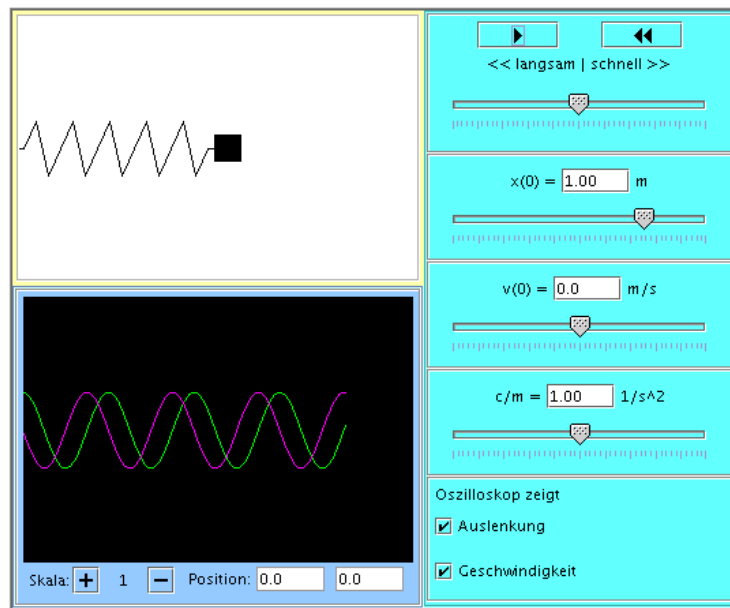




# Harmonische Funktion



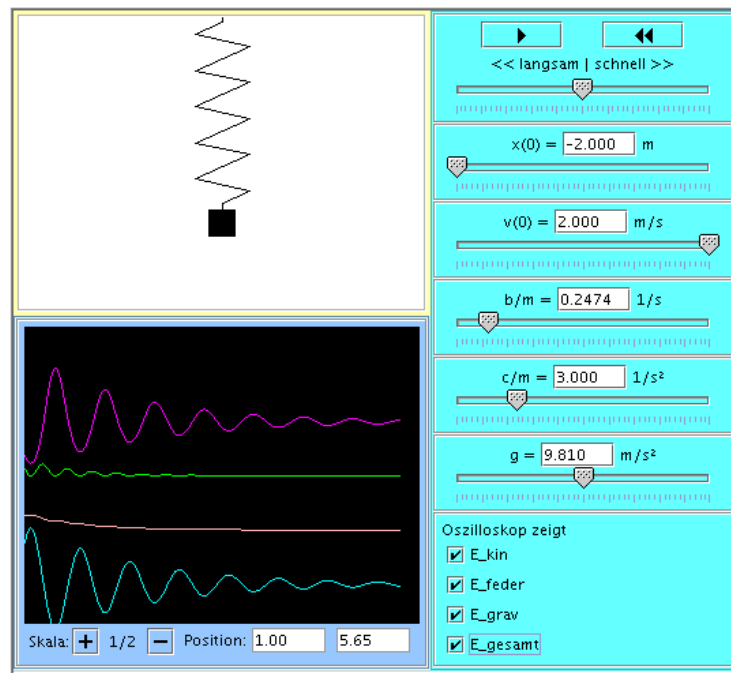
# Federpendel



The image shows a simulation interface for a spring pendulum. It is divided into several sections:

- Top Left:** A schematic diagram of a spring pendulum with a black mass at the end of a spring.
- Top Right:** Control buttons for play (▶) and stop (◀), and a speed selector labeled "<< langsam | schnell >>". Below this is a horizontal slider.
- Middle Right (Parameters):**
  - Initial displacement:  $x(0) = 1.00$  m, with a slider below it.
  - Initial velocity:  $v(0) = 0.0$  m/s, with a slider below it.
  - Spring constant:  $c/m = 1.00$  1/s<sup>2</sup>, with a slider below it.
- Bottom Left:** An oscilloscope display showing two oscillating curves: a green curve for displacement and a purple curve for velocity. Below the display are controls for scale (Skala: + 1 -) and position (Position: 0.0 0.0).
- Bottom Right:** A section labeled "Oszilloskop zeigt" with two checked checkboxes:  Auslenkung and  Geschwindigkeit.

# Energie beim Federpendel

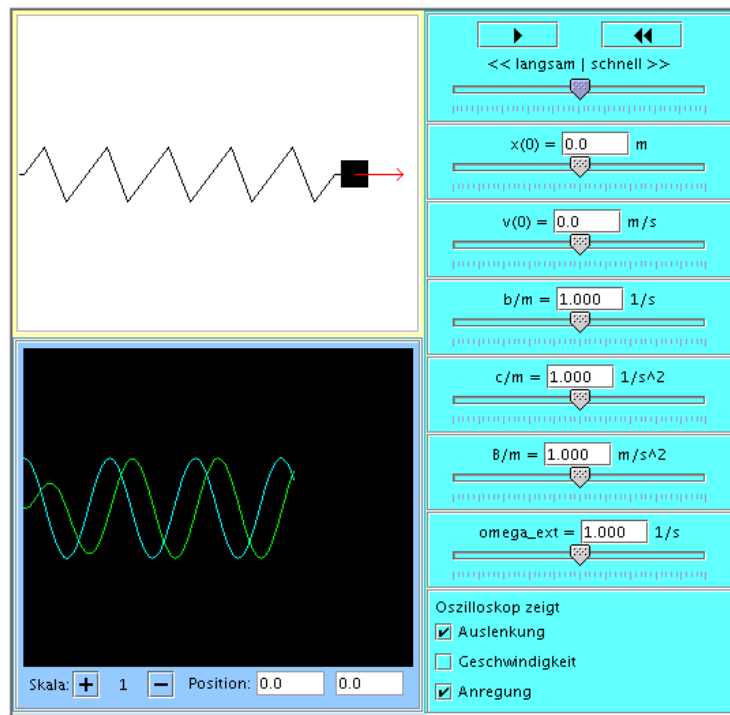


# Federpendel mit Reibung

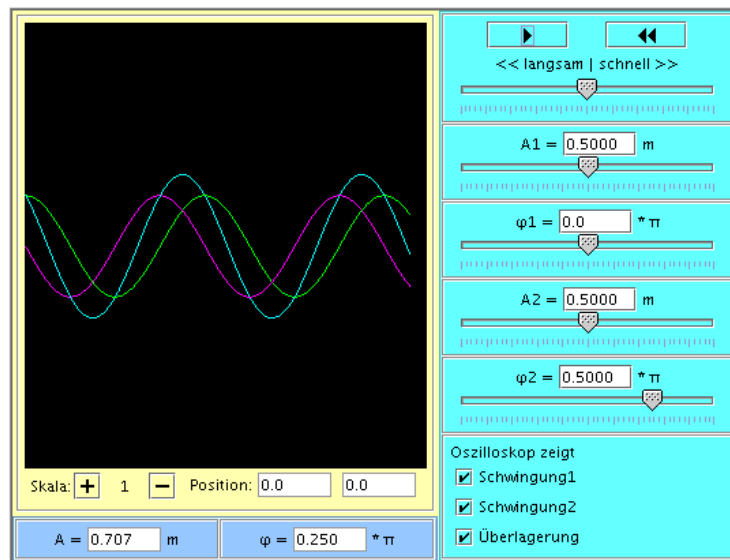
The simulation interface is divided into several sections:

- Schematic:** A diagram of a spring-mass system with a black mass on the right.
- Oscilloscope:** A black screen showing a green decaying oscillation. Below it, the scale is set to 1 and the position is 0.0.
- Control Panel:** A light blue area on the right containing:
  - Speed controls: Play, Stop, and a slider for speed (<< langsam | schnell >>).
  - Initial displacement:  $x(0) = 1.000$  m.
  - Initial velocity:  $v(0) = 0.0$  m/s.
  - Damping coefficient:  $b/m = 0.3000$  1/s.
  - Spring constant:  $c/m = 1.000$  1/s<sup>2</sup>.
  - Display options:  Auslenkung,  Geschwindigkeit.

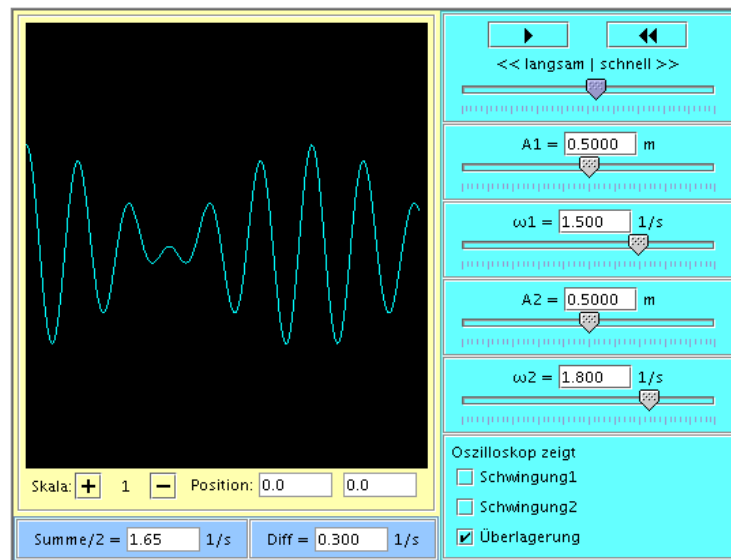
# Erzwungene Schwingung



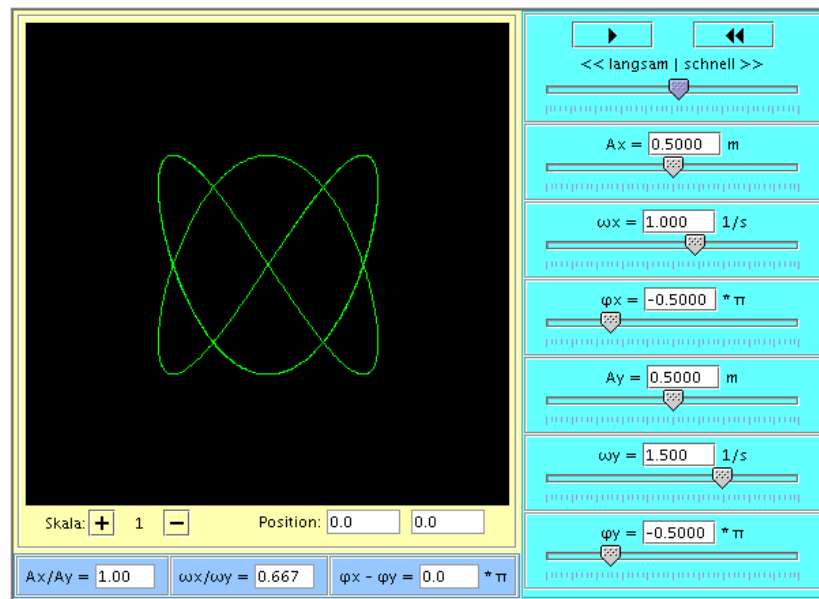
# Überlagerung zweier Schwingungen gleicher Frequenz



# Überlagerung zweier Schwingungen verschiedener Frequenz



# Zweidimensionale Überlagerung zweier Schwingungen





# Gekoppelte Schwingungen

<< langsam | schnell >>

$x_1(0) = -1.300$  m

$x_2(0) = 0.0$  m

$c_{1/m} = 4.000$  1/s<sup>2</sup>

$c_{2/m} = 0.6000$  1/s<sup>2</sup>

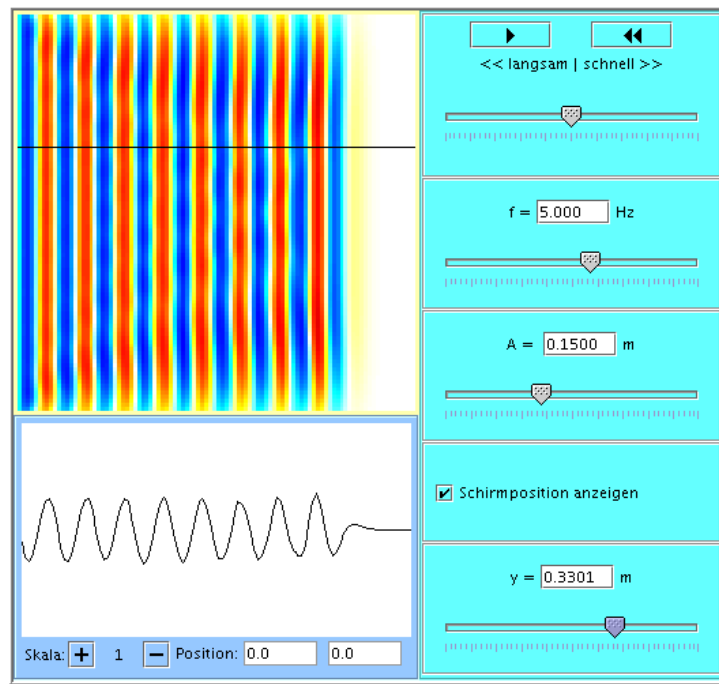
Oszilloskop zeigt

Auslenkung der 1. Masse

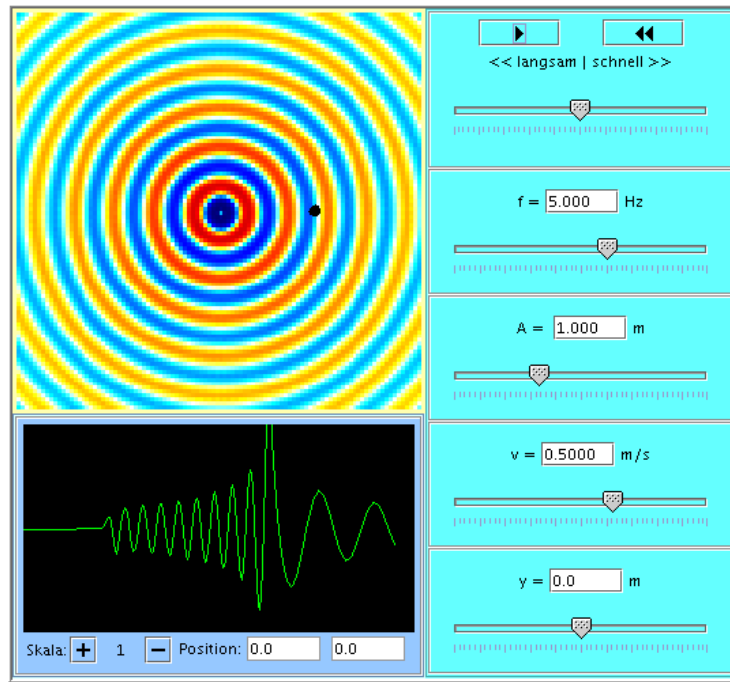
Auslenkung der 2. Masse

Skala: + 1 - Position: 23.5 1.33

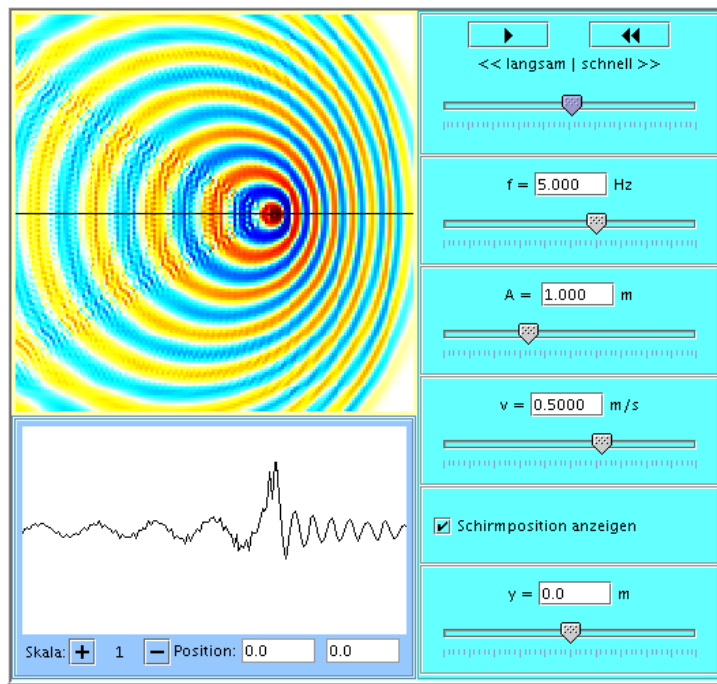
# Ebene Welle



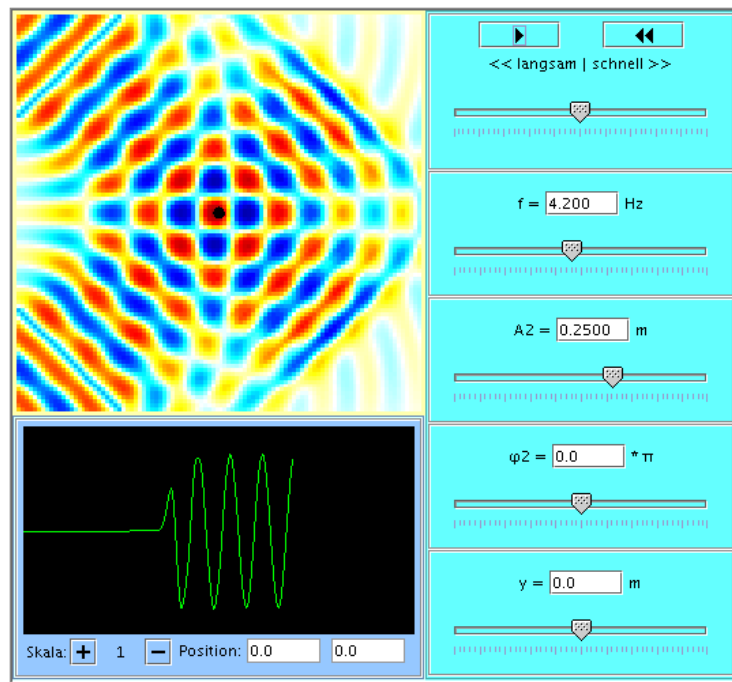
# Doppler-Effekt bei bewegtem Beobachter



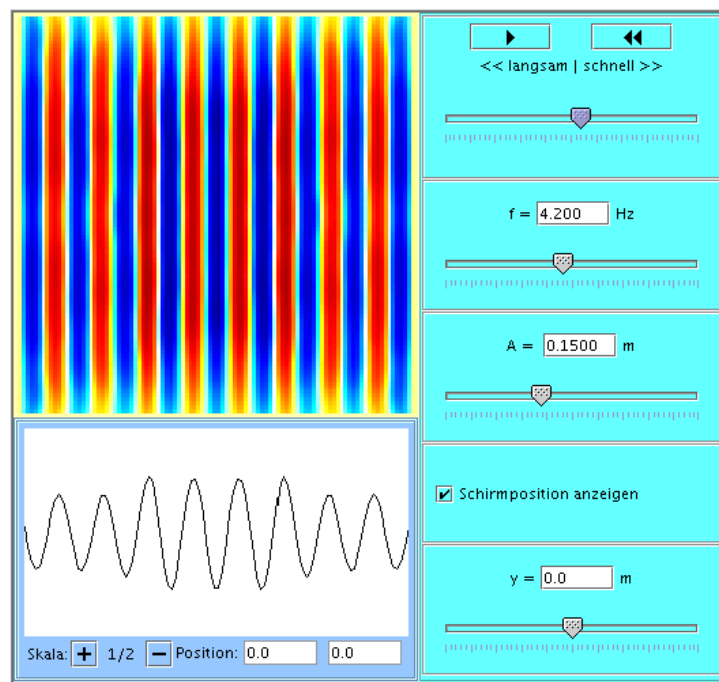
# Doppler-Effekt bei bewegter Quelle



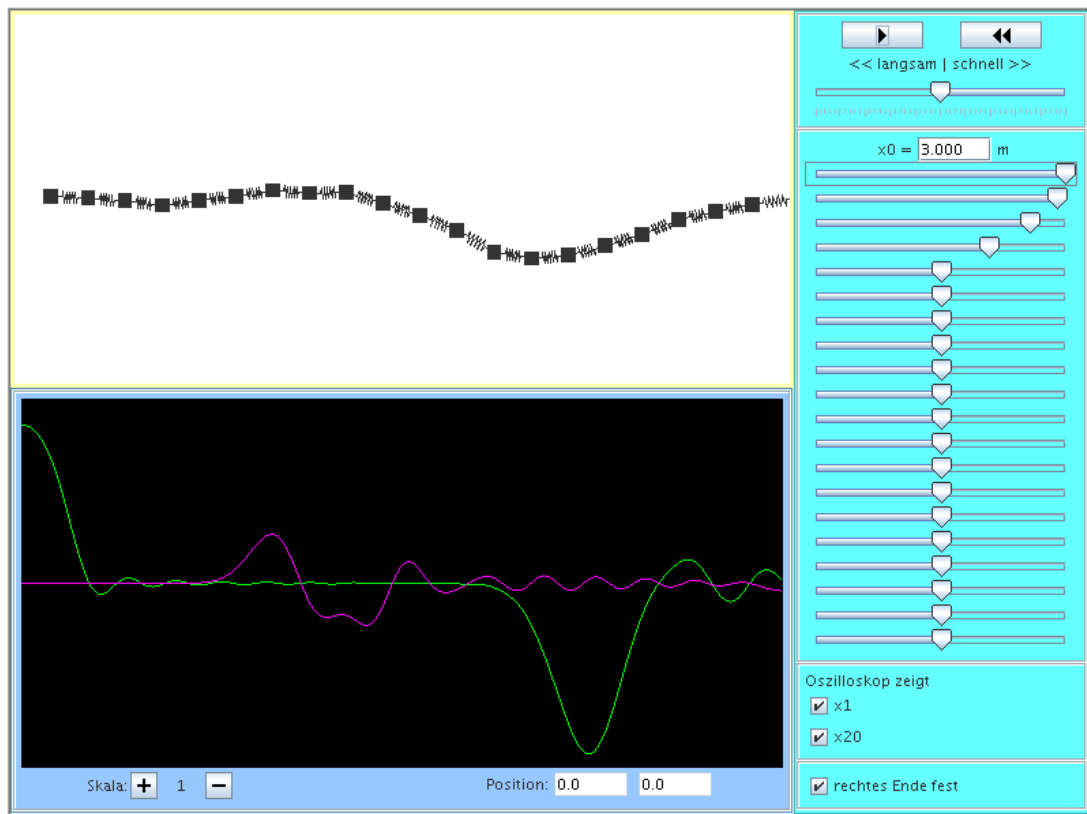
# Überlagerung ebener Wellen



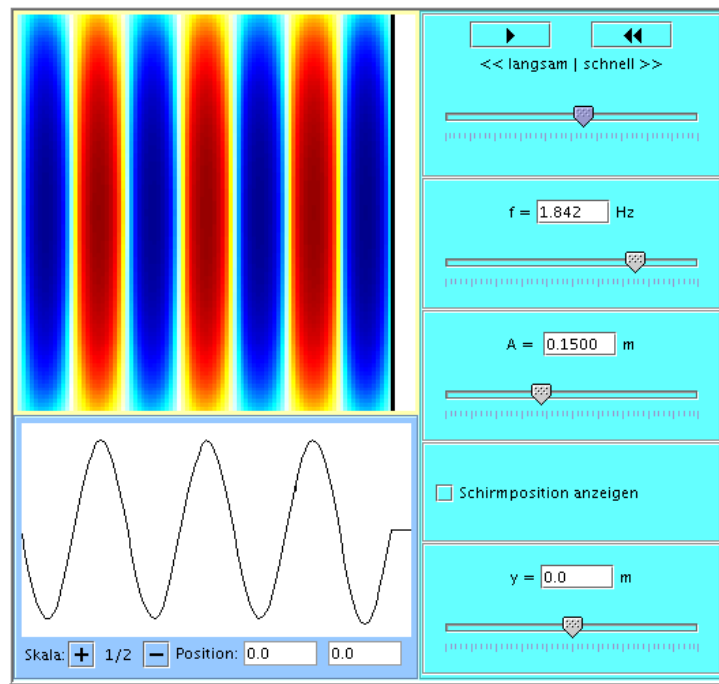
# Gegeneinanderlaufende ebene Wellen



# Reflexion bei der langen Federkette

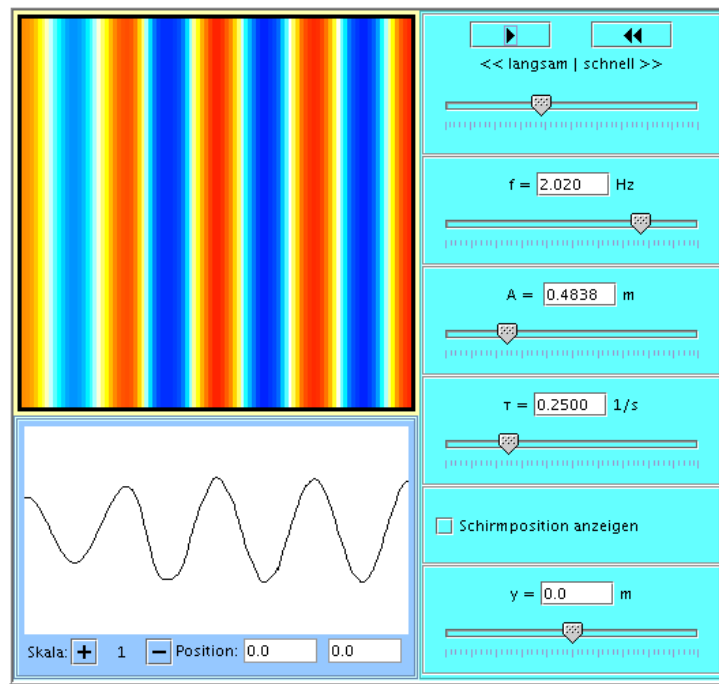


# Stehende Wellen am festen Ende

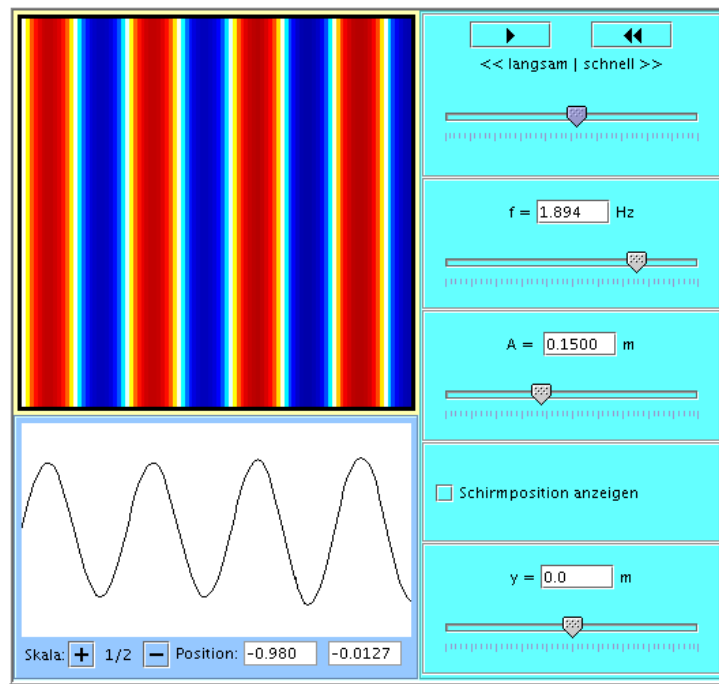




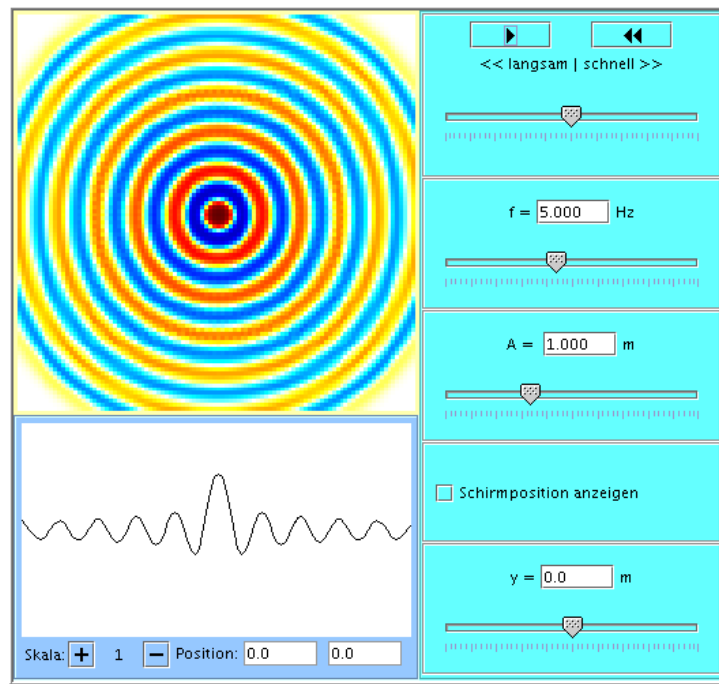
# Stehende Wellen mit zwei losen Enden



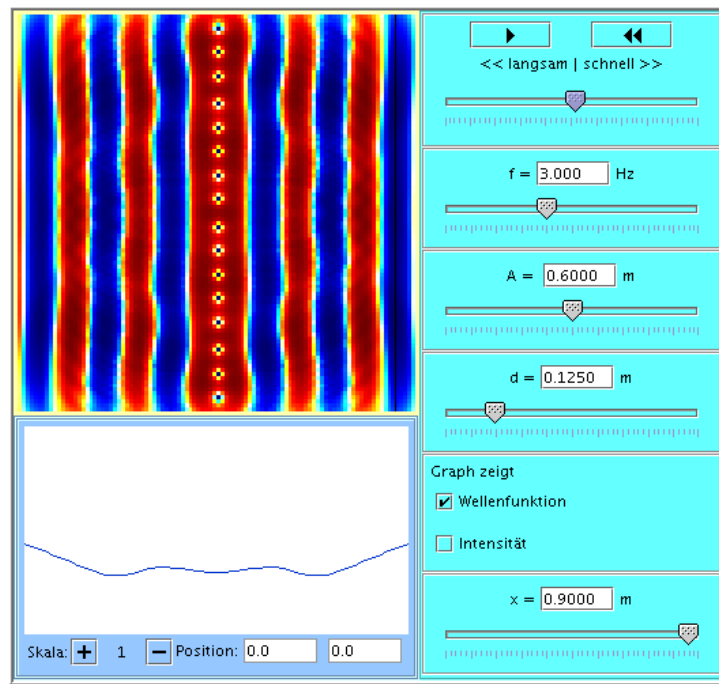
# Stehende Wellen am losen Ende



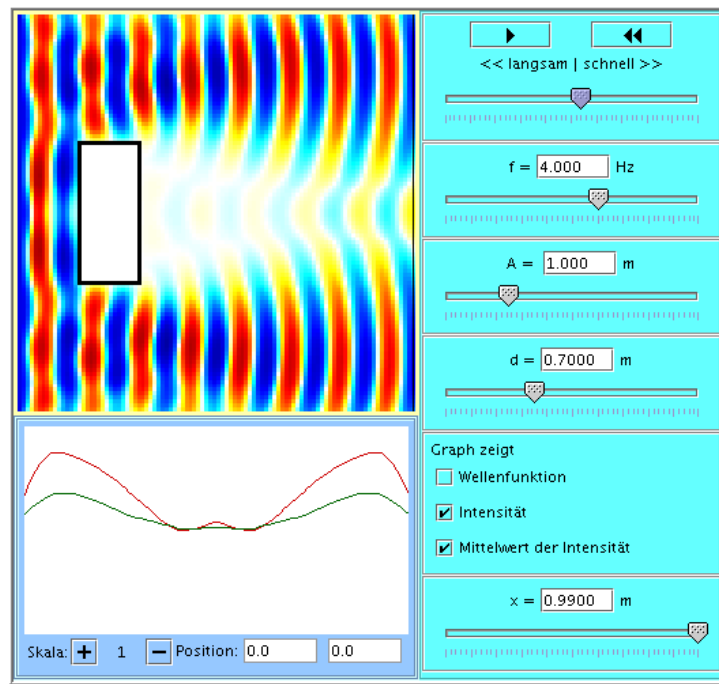
# Kreiswelle



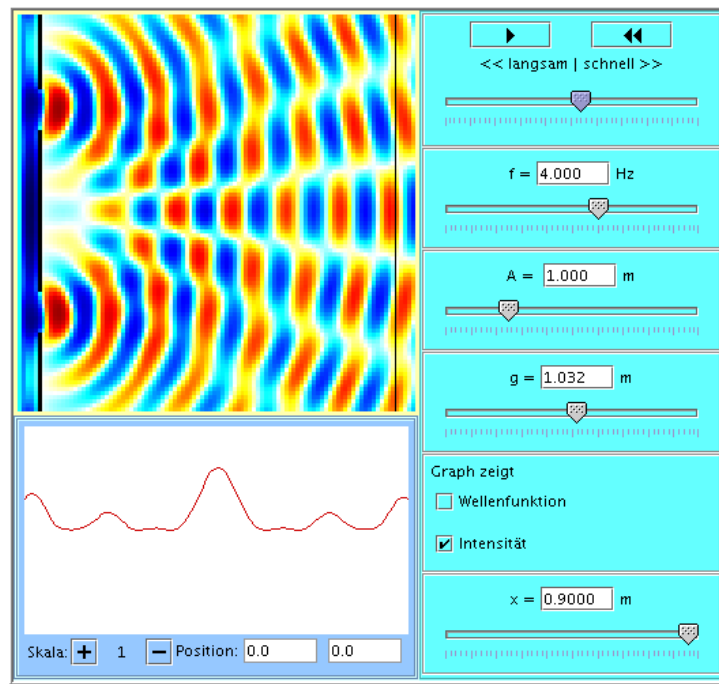
# Huygenssches Prinzip



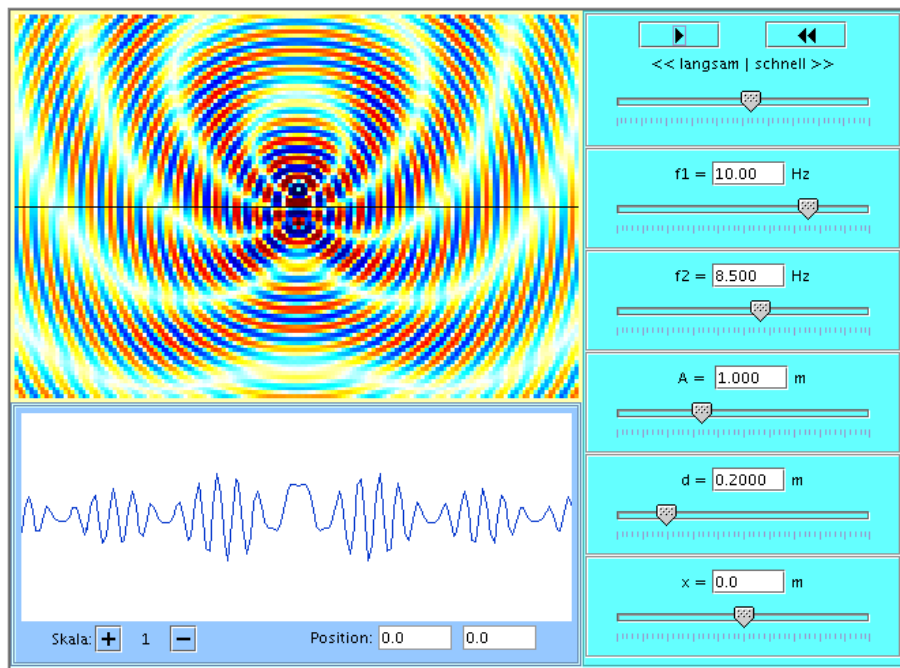
# Beugung am Kasten



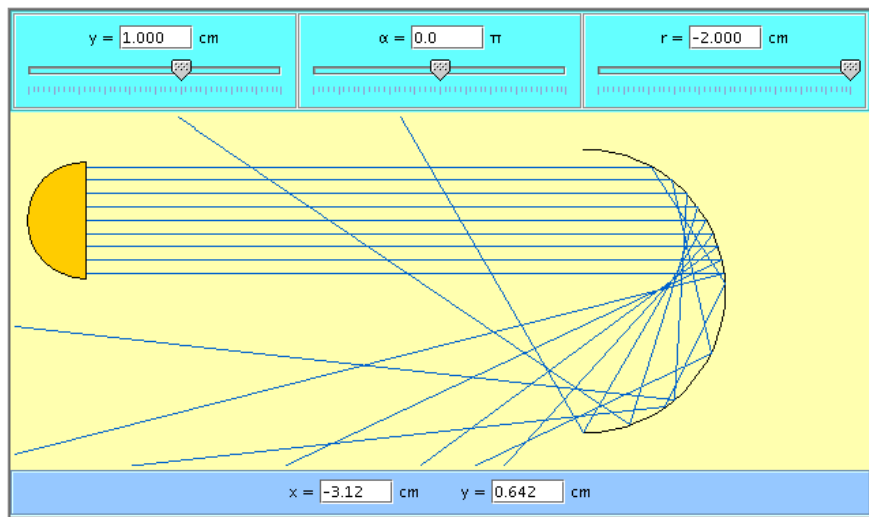
# Doppelspalt



# Wellenpaket

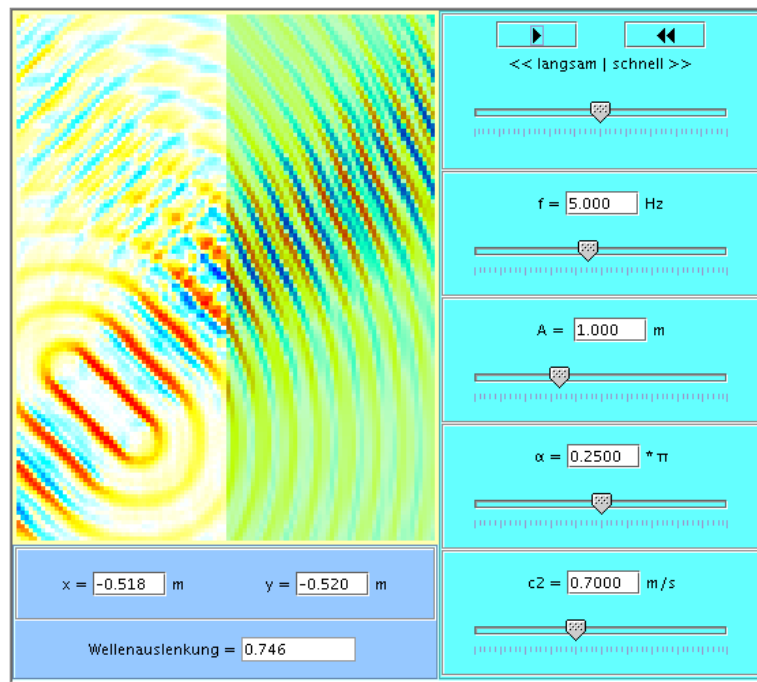


# Hohlspiegel

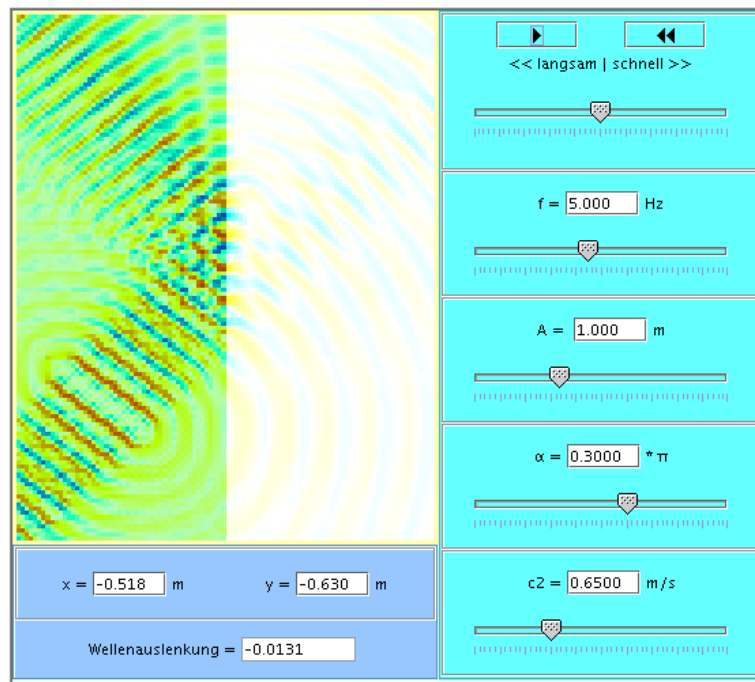




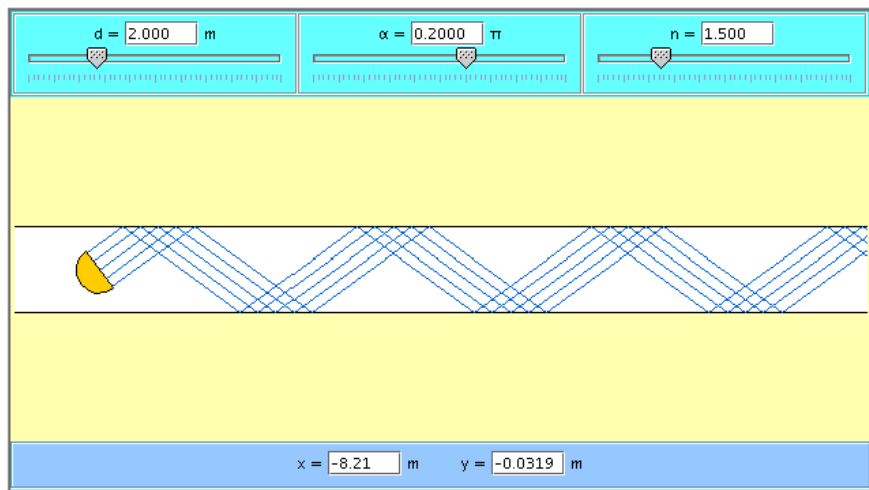
# Beugung



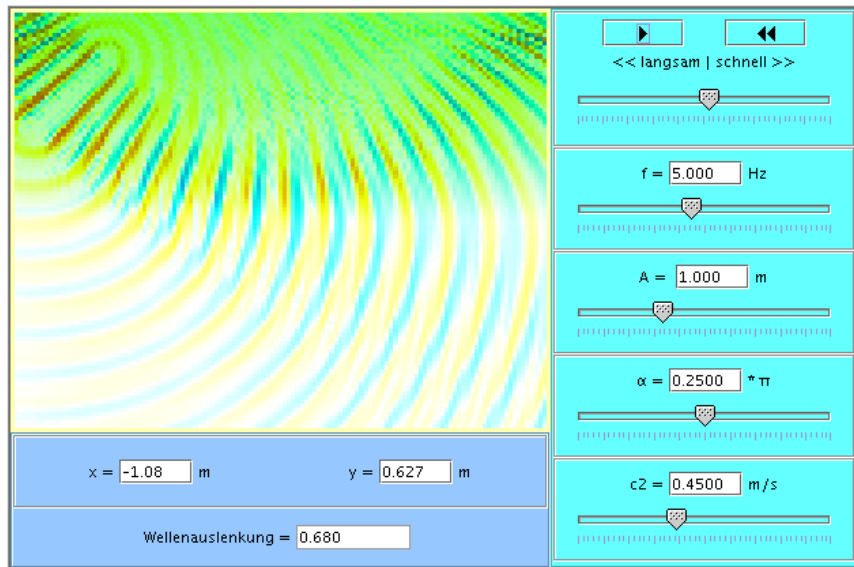
# Totalreflektion



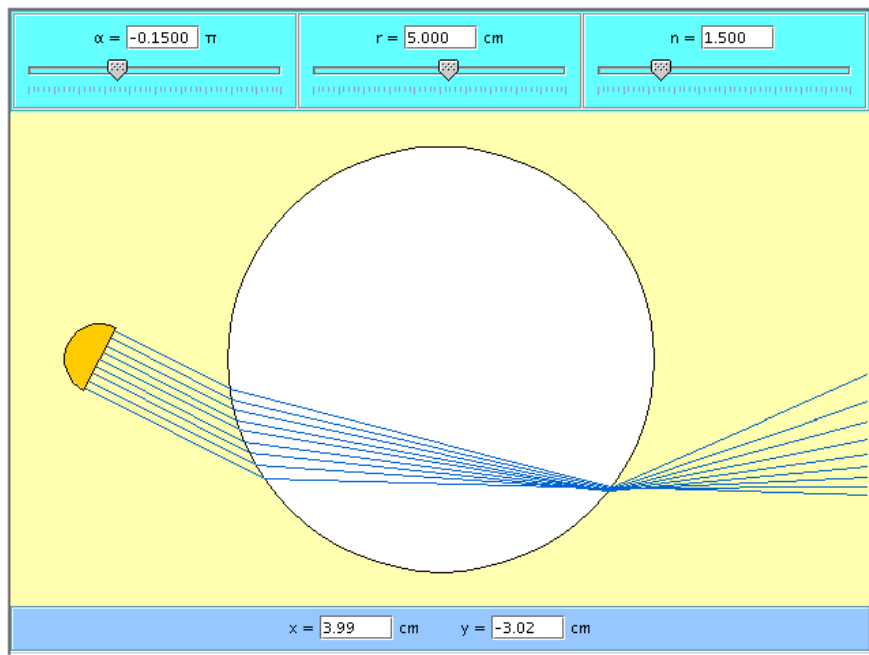
# Glasfaser



# Inhomogenes Medium



# Beugung an der Glaskugel



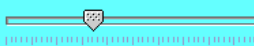
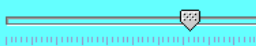

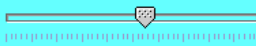
# Bild bei der Sammellinse

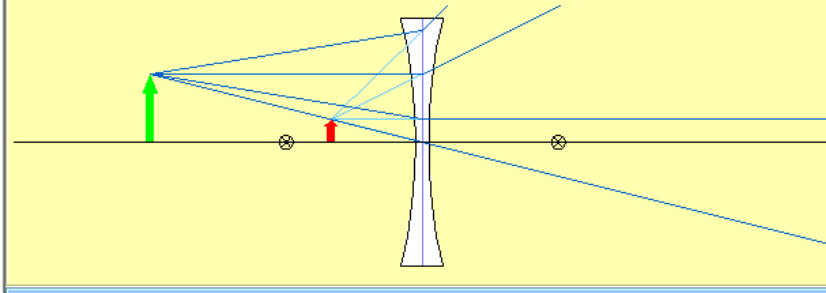
Strahlen: <input checked="" type="checkbox"/> parallel <input checked="" type="checkbox"/> fokal <input checked="" type="checkbox"/> zentral <input checked="" type="checkbox"/> beliebig	a = -20.00 cm 	f = 10.00 cm 
	y = 5.000 cm 	$\alpha = 0.05000 \cdot \pi$ 
<input checked="" type="checkbox"/> Bild anzeigen		

x = 20.0 cm    y = -5.02 cm

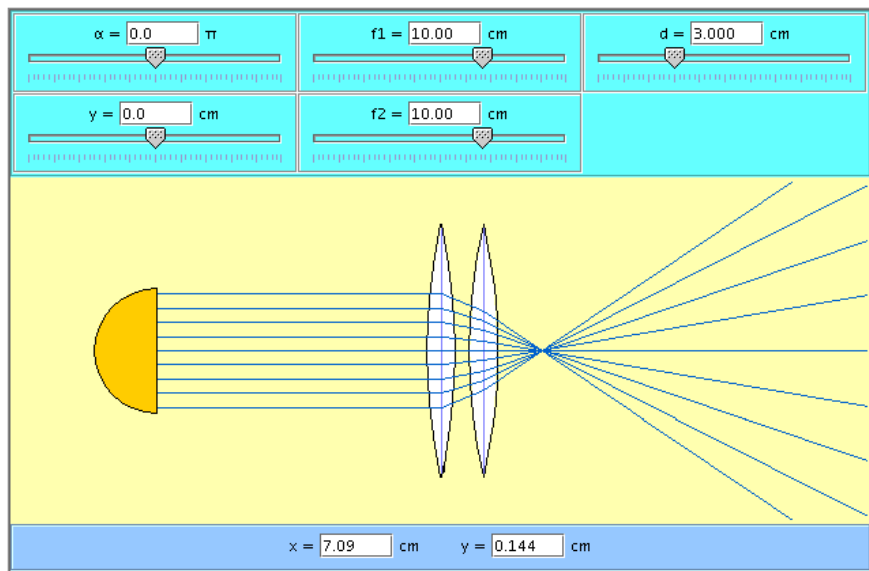
# Bild bei der Zerstreungslinse

Strahlen: <input checked="" type="checkbox"/> parallel <input checked="" type="checkbox"/> fokal <input checked="" type="checkbox"/> zentral <input checked="" type="checkbox"/> beliebig	a = -20.00 cm 	f = -10.00 cm 
	y = 5.000 cm 	$\alpha = 0.05000 \cdot \pi$ 
<input checked="" type="checkbox"/> Bild anzeigen		

x = -6.70 cm    y = 1.74 cm

# Zwei Linsen



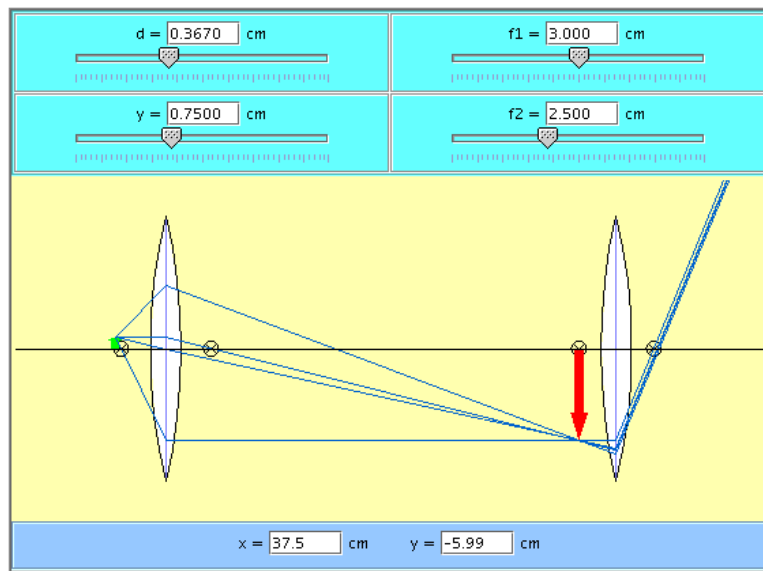


# Linsenfehler

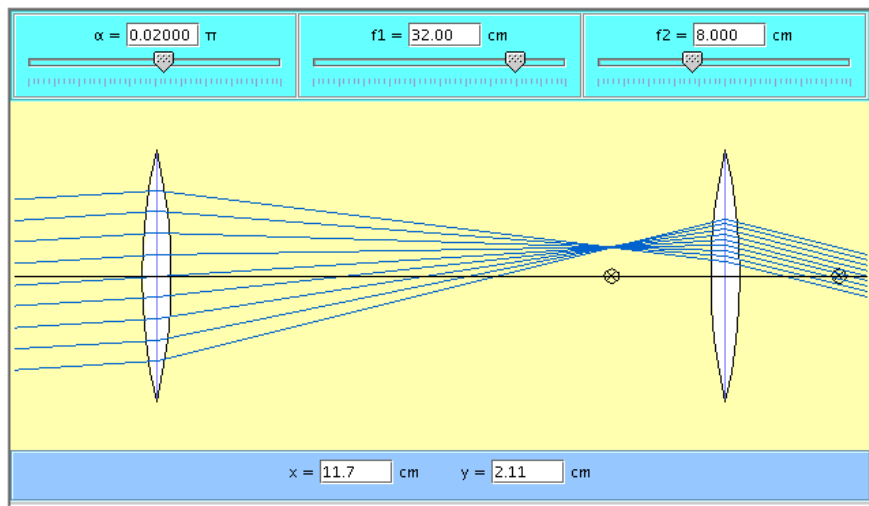
$\alpha = 0.0 \text{ } ^\circ \pi$	$r1 = 20.00 \text{ cm}$	$d = 5.000 \text{ cm}$
$y = 3.387 \text{ cm}$	$r2 = -20.00 \text{ cm}$	$n = 1.600$

$x = 15.6 \text{ cm}$     $y = 0.240 \text{ cm}$

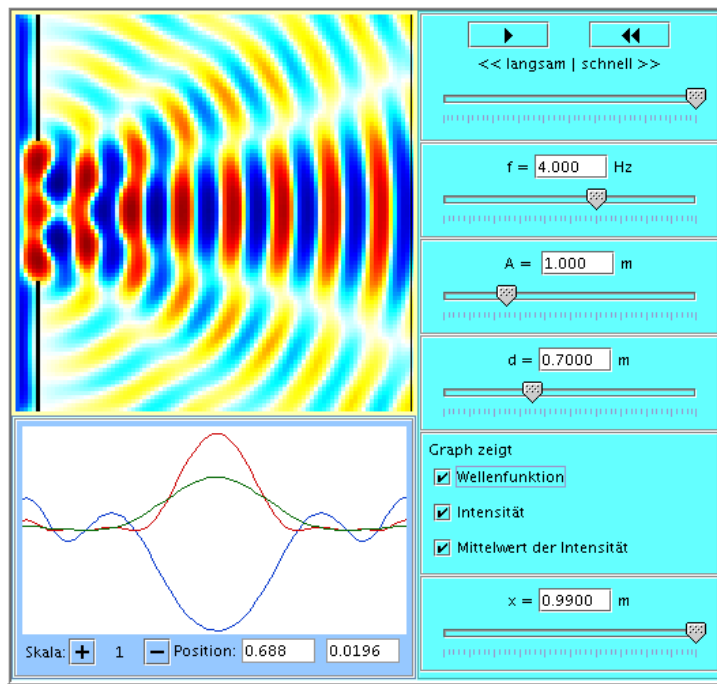
# Mikroskop



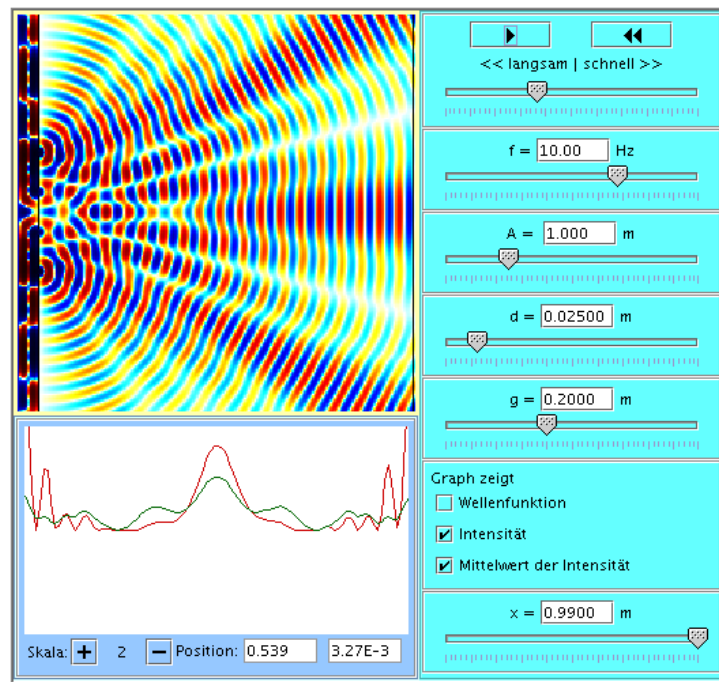
# Teleskop



# Beugung am Spalt



# Beugung am Gitter



1. Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure  
Springer, 9. Aufl. 2004 , ISBN: 3-540-21036-9
2. Stöcker (Hrsg): Taschenbuch der Physik mit Multiplattform-CD-ROM  
Verlag Harri Deutsch, 5. Aufl. 2004, ISBN: 3-8171-1721-3
3. P. Junglas: cliXX PhysBeans - Physikalische Simulationen mit Java-Applets  
Verlag Harri Deutsch 2007, ISBN: 978-3817118083
4. B. Baumann: Physik im Überblick  
Schlembach-Verlag 2001, ISBN: 3-93534-004-4
5. Bauer, Benenson, Westfall: cliXX Physik  
Verlag Harri Deutsch, 3. Auflage 2004, ISBN: 3-8171-1719-1
6. Halliday, Resnick, Walker: Fundamentals of Physics  
Wiley 2001, ISBN: 0-471-39222-7
7. Pitka, Stöcker, Bohrmann, Terlecki: Physik - Der Grundkurs  
Verlag Harri Deutsch, 2. Auflage 2001, ISBN: 3-8171-1643-8
8. F. Kuypers: Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler  
Wiley-VCH, 2. Auflage 2002/2003,  
ISBN: 3-527-40368-X (Band 1), 3-527-40394-9 (Band 2)
9. Turtur: Prüfungstrainer Physik  
Teubner 2007, ISBN: 978-3-8351-0137-1

- Bilder:
  - Bild 54 basiert auf dem [Bild Spektrum.png](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und steht unter der [GNU-Lizenz für freie Dokumentation](#). Der Urheber des Bildes ist Horst Frank.
  - Bild 76 basiert auf dem [Bild Newtonglas.png](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und ist gemeinfrei ("public domain"). Der Urheber des Bildes ist Michael Adams.
  - Bild 77 basiert auf dem [Bild Newton-rings.jpg](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und steht unter der [GNU-Lizenz für freie Dokumentation](#). Der Urheber des Bildes ist Winnie Summer.
  - Bild 87 basiert auf dem [Bild Akustik db2phon.jpg](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und ist gemeinfrei ("public domain"). Der Urheber des Bildes ist Benutzer:Skyhead.
  - Bild 88 basiert auf dem [Bild Akustik Bewertungsfilter.jpg](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und ist gemeinfrei ("public domain"). Der Urheber des Bildes ist Benutzer:Skyhead.
  - Bild 89 basiert auf dem [Bild Auge.png](#) aus der freien Enzyklopädie [Wikipedia](#) und steht unter der [GNU-Lizenz für freie Dokumentation](#). Der Urheber des Bildes ist Benutzer:Talos.

# Lösung von Aufgabe 1



a. direkt aus den angegebenen Beziehungen:

$$P = W/t = F s/t \Rightarrow$$

$$[P] = [F] [s] / [t]$$

$$= N m / s$$

$$= (kg m / s^2) m / s$$

$$= kg m^2 / s^3$$

b. elektrische Stromstärke ist Grundgröße, daher:

$$R = U / I = P / I^2 \Rightarrow$$

$$[R] = [P] / [I]^2$$

$$= W / A^2$$

$$= (kg m^2) / (s^3 A^2)$$



# Lösung von Aufgabe 2

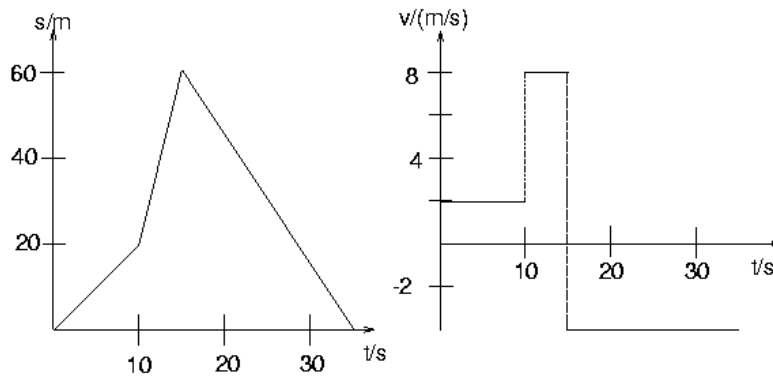


a. Berechnung der Strecken:

Nach Zeit  $\Delta t$  mit Geschwindigkeit  $v$  ist Weg  $\Delta s = v \Delta t$ . Damit:

t1/s	t2/s	v/(m/s)	Teilstrecke $\Delta s$ /m	Gesamtstrecke s/m
0	10	2	20	20
10	15	8	40	60
15	35	-3	-60	0

b. Diagramme:



c. Durchschnittsgeschwindigkeit über die ganze Zeit:

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \Delta s / \Delta t \\ &= 0 \text{ m} / 35 \text{ s} \\ &= 0 \text{ m/s}\end{aligned}$$

## Lösung von Aufgabe 3



a. Durchschnittliche Beschleunigung:

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \Delta v / \Delta t \\ &= 100 \text{ km/h} / (5 \text{ s}) \\ &= 100 (1000 \text{ m} / 3600 \text{ s}) / (5 \text{ s}) \\ &= 5.556 \text{ m/s}^2 \\ &= 56.63 \% g\end{aligned}$$

b. Beschleunigtes Space Shuttle :

$$\begin{aligned}t &= v/a = (28000 \text{ km/h}) / (2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2) \\ &= (28000 \text{ m} / 3.6 \text{ s}) / (2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2) = 396.4 \text{ s} \\ s &= 1/2 a t^2 = 0.5 \cdot 2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 396.4^2 \text{ s}^2 \\ &= 1.542 \cdot 10^6 \text{ m} = 1542 \text{ km}\end{aligned}$$

## Lösung von Aufgabe 4



a. Kinetische Energie des Meteoriten:

$$E_{\text{ast}} = 1/2 m v^2 = 4.500 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

b. Vergleich mit Hiroshima-Bombe:

$$E_{\text{atombombe}} = 13000 \cdot 4.2 \cdot 10^9 \text{ J} = 5.460 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

$$\Rightarrow E_{\text{ast}} = 8.242 E_{\text{atombombe}}$$

# Lösung von Aufgabe 5



a. Auftreffzeit aus den Fallgesetzen:

Zur Zeit  $t_e$  erreicht der Topf den Boden

$$\Rightarrow s(t_e) = 0$$

Wegen  $v_0 = 0$  und  $s_0 = h$  folgt

$$\begin{aligned} s(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0 \\ &= -\frac{1}{2}gt^2 + h \\ -\frac{1}{2}gt_e^2 + h &= 0 \\ \Rightarrow t_e &= \sqrt{2h/g} = 4.236 \text{ s} \end{aligned}$$

Für die Fallgeschwindigkeit gilt allgemein

$$v(t) = -g t + v_0$$

hier also zur Zeit  $t_e$

$$v(t_e) = -g t_e = -41.55 \text{ m/s}$$

b. Da die anfängliche potentielle Energie am Boden vollständig in kinetische Energie umgewandelt worden ist, erhält man die Auftreff-Geschwindigkeit:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2gh} \\ &= 41.55 \text{ m/s} \\ E &= E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = 1.295 \text{ kJ} \end{aligned}$$

## Lösung von Aufgabe 6



- Allgemein hat die Schwingung die Form

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- Die Amplitude  $A$  ist gegeben, die Kreisfrequenz erhält man aus

$$\omega = 2\pi/T = 3.142 \text{ 1/s}$$

- Aus der Anfangsamplitude erhält man dann die Phase:

$$x(0) = A \cos(\varphi) = \frac{1}{2} A$$

$$\Rightarrow \varphi = \arccos(0.5) = \pm 1.047 \hat{=} \pm 60^\circ$$

- Die Geschwindigkeit eines harmonischen Schwingers ist allgemein

$$v(t) = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

die Anfangsgeschwindigkeit daher

$$v(0) = -A \omega \sin(\varphi) = \mp 0.2177 \text{ m/s}$$

# Lösung von Aufgabe 7



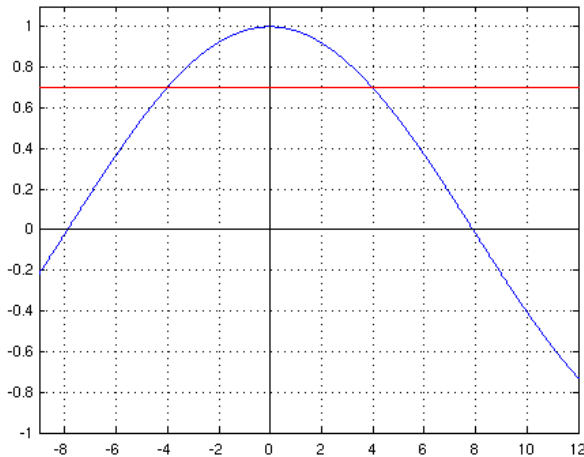
- Durch geeignete Wahl des Anfangszeitpunkts erreicht man, dass die Phasenverschiebung verschwindet,

$$\varphi = 0,$$

also hat die Schwingung die Form

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

graphisch:



- Am Diagramm erkennt man, dass die 70%-Marke jeweils 4s vor und nach dem Maximum erreicht wird. Insbesondere wird sie bei  $t_1 = 4\text{s}$  erreicht. Daher

$$x(t_1) = A \cos(\omega t_1) = 0.7 A$$

$$\Rightarrow \omega t_1 = \arccos(0.7) = 0.7954 \cong 45.57^\circ$$

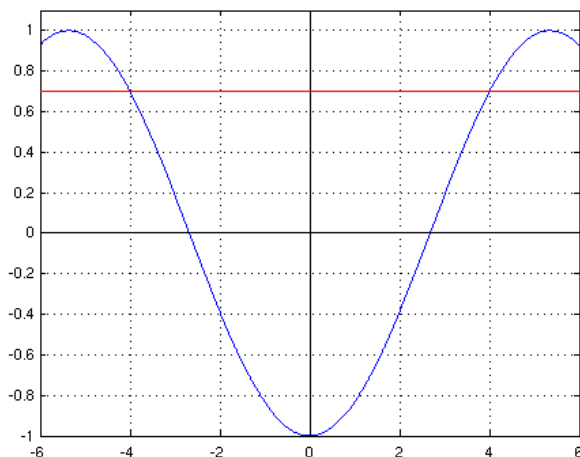
$$\Rightarrow \omega = 0.1988 \text{ 1/s}$$

- Die anderen gesuchten Größen erhält man dann sofort:

$$f = \omega / (2\pi) = 3.165 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

$$T = 1/f = 31.60 \text{ s}$$

- Geht man davon aus, dass sich die Masse beim ersten Durchqueren der Lichtschranke vom Maximum entfernt, erhält man eine zweite Lösung:



Um hier eine einfache symmetrische Form zu bekommen, wählt man am besten  $\varphi = \pi$ , oder anders ausgedrückt:

$$x(t) = -A \cos(\omega t)$$

- Wie oben rechnet man nun

$$x(t_1) = -A \cos(\omega t_1) = 0.7 A$$

$$\Rightarrow \omega t_1 = \arccos(-0.7) = 2.3462 \cong 134.4^\circ$$

$$\Rightarrow \omega = 0.5865 \text{ 1/s}$$

- Die anderen gesuchten Größen erhält man dann wieder sofort:

$$f = \omega/(2\pi) = 9.335 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

$$T = 1/f = 10.71 \text{ s}$$

## Lösung von Aufgabe 8



- Aus der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

erhält man die Masse

$$m = c (T/2\pi)^2$$

- Mit den angegebenen Schwingungszeiten ergeben sich daher die Massen

$$m_{\text{leer}} = 12.31 \text{ kg}$$

$$m_{\text{voll}} = 87.54 \text{ kg}$$

und die Masse des Astronauten

$$m_{\text{astronaut}} = m_{\text{voll}} - m_{\text{leer}} = 75.23 \text{ kg}$$



## Lösung von Aufgabe 9



- a. Die Gesamtenergie  $E$  ist zu allen Zeiten gleich. Am Anfang hat das Pendel nur kinetische Energie, die Gesamtenergie beträgt daher

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 = 44.83 \text{ J}$$

- b. Bei der Maximal-Auslenkung ist die kinetische Energie 0, die Gesamtenergie  $E$  besteht vollständig aus Dehnungsenergie. Daher erhält man die Amplitude aus

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} c x^2 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{2E/c} \\ &= 0.8470 \text{ m} \end{aligned}$$

# Lösung von Aufgabe 10



a. Abklingkoeffizient:

Mit jeder Schwingung nimmt die Amplitude um einen Faktor  $q$  ab

$$q = x_0 / x_1 = x_1 / x_2 = \dots$$

Nach 20 Schwingungen beträgt die Abnahme

$$x_0 / x_{20} = q^{20} = 2$$

Daher ist der Abklingfaktor  $q$

$$q = 2^{1/20} = 1.035$$

Daraus erhält man den Abklingkoeffizienten

$$\delta = (1/T) \ln q = 0.01733 /s$$

b. Schwingungsdauer im ungedämpften Fall:

Aus der Schwingungsdauer  $T$  im gedämpften Fall erhält man die Kreisfrequenz  $\omega_0$  im ungedämpften Fall mit

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \delta^2}$$
$$= 3.14164/s$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi/\omega_0 = 1.99997s$$

# Lösung von Aufgabe 11



- Amplitude der erregten Schwingung war

$$A(\omega_{\text{ext}}) = \frac{B/m}{\sqrt{(\omega_{\text{ext}}^2 - \omega_0^2)^2 + (2D\omega_0\omega_{\text{ext}})^2}}$$

- Direkt gegeben sind B, m und D.
- Aus den angegebenen Werten erhält man weiter

$$\omega_{\text{ext}} = 2 \pi f = 5.026 \text{ 1/s}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 4.472 \frac{1}{\text{s}}$$

- Damit ist

$$A = 0.3117 \text{ m}$$

## Lösung von Aufgabe 12



- Die Werte der überlagerten Schwingung ergeben sich direkt aus den Additionsformel zu  
 $A = 7 \text{ cm}$ ,  $\varphi = 0.3803 \cong 21.79^\circ$

## Lösung von Aufgabe 13



- Wie für die Kreisfrequenzen gelten auch für die Frequenzen die Beziehungen

$$(f_1 + f_2)/2 = f_{\text{gesamt}}$$

$$f_1 - f_2 = f_{\text{Schwebung}}$$

- Mit den angegebenen Werten erhält man daher:

$$(f_1 + f_2)/2 = 441 \text{ Hz}, \quad f_1 - f_2 = 2 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_1 = 442 \text{ Hz}, f_2 = 440 \text{ Hz}$$

# Lösung von Aufgabe 14



a. Die gesuchten Größen erhält man sofort aus  $T$  und  $\lambda$ :

$$\text{Frequenz } f = 1/T = 0.5 \text{ Hz}$$

$$\text{Kreisfrequenz } \omega = 2 \pi f = 3.142 \text{ 1/s}$$

$$\text{Wellenzahl } k = 2 \pi / \lambda = 20.94 \text{ 1/m}$$

$$\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit } c = \lambda f = 0.15 \text{ m/s}$$

b. Auslenkung am Ort  $x_1 = 1 \text{ m}$  zu den Zeiten  $t_1 = 5 \text{ s}$ ,  $t_2 = 10 \text{ s}$ :

Die Auslenkung ist durch die allgemeine Wellenfunktion incl. einer Phasenverschiebung  $\varphi$  gegeben

$$\varphi(x, t) = A \cos(\omega t - k x + \varphi)$$

Wegen  $\varphi(0, 0) = 0$  ist

$$\cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi/2$$

also

$$\varphi(x, t) = \pm A \sin(\omega t - k x)$$

Diese Beziehung gilt allerdings erst, wenn die Welle den Ort  $x$  auch erreicht hat.

Zurückgelegte Strecke  $s_{1,2}$  nach  $t_1$  bzw.  $t_2$

$$s_1 = c t_1 = 0.75 \text{ m}$$

$$s_2 = c t_2 = 1.5 \text{ m}$$

Die Welle ist zur Zeit  $t_1$  noch nicht bei  $x_1$  angekommen, daher

$$\varphi(x_1, t_1) = 0$$

Zur Zeit  $t_2$  gilt dagegen obige Wellenfunktion, somit

$$\varphi(x_1, t_2) = \pm A \sin(\omega t_2 - k x_1) = \mp 0.08660 \text{ m}$$

## Lösung von Aufgabe 15



- Schwingungsdauer der Wellen

$$T = 1/f = 40 \text{ ms}$$

- Zeitunterschied  $\Delta t = 27 \text{ ms}$  ergibt Phasenunterschied

$$\Delta\varphi = 2\pi \Delta t / T = 4.241 \cong 243.0^\circ$$

## Lösung von Aufgabe 16



- Aus der Schallgeschwindigkeit  $c$  und der Frequenz  $f$  erhält man die Wellenlänge mit

$$\lambda = c/f$$

- Die Wellenlängen der tiefsten und höchsten hörbaren Töne sind daher

$$f = 16 \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = 21.25 \text{ m}$$

$$f = 20 \text{ kHz} \Rightarrow \lambda = 0.017 \text{ m} = 1.7 \text{ cm}$$



## Lösung von Aufgabe 17



- Aus der Beziehung für die Energiestromdichte  $S$  erhält man

$$A = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{2S}{c\rho}}$$

$$= 1.071 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

weniger als 1/10 Moleküldurchmesser!

# Lösung von Aufgabe 18



a. Frequenz, die die entgegenlaufende Kapelle hört:

Problem: Quelle und Empfänger bewegen sich

Lösung: betrachte ruhenden Beobachter, der das a ( $f_0 = 440$  Hz) der mit  $v = 10$  km/h entgegenkommenden Kapelle mit einer Frequenz  $f_r$  hört

$f_r$  ergibt sich aus der Dopplerverschiebung für bewegte Quellen zu

$$f_r = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} f_0$$

Die zweite Kapelle hört die "Zwischenfrequenz"  $f_r$ , die man sich vom ruhenden Beobachter ausgehend denken kann, mit der Dopplerverschiebung für bewegten Empfänger als

$$f_1 = \left(1 + \frac{v}{c}\right) f_r$$

Fasst man beide Beziehungen zusammen, erhält man

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} f_0 \\ &= \frac{c + v}{c - v} f_0 \\ &= 447.2 \text{ Hz} \end{aligned}$$

b. Nach der Begegnung:

Die Kapellen laufen nun auseinander, d.h.  $v \rightarrow -v$ , also

$$f_2 = \frac{c - v}{c + v} f_0 = 432.9 \text{ Hz}$$

Das Frequenzverhältnis vor und nach der Begegnung beträgt

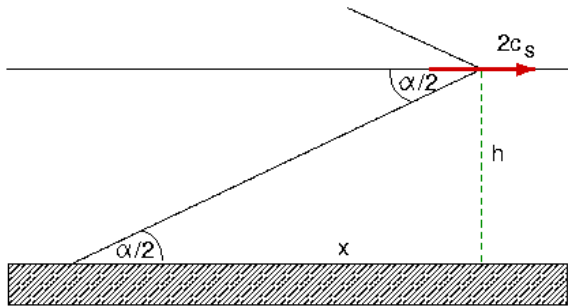
$$f_1/f_2 = 1.033$$

was ungefähr einem halben Halbton entspricht.

## Lösung von Aufgabe 19



- Die Concorde zieht den Überschallkegel hinter sich her:



- Der Öffnungswinkel  $\alpha$  des Machschen Kegels ergibt sich bei doppelter Schallgeschwindigkeit zu  $\sin \alpha/2 = 1/2 \Rightarrow \alpha = 1.047$
- Mit Hilfe der Skizze erhält man den Abstand  $x$ , den der Rand des Kegels zur Zeit  $t=0$  von uns hat:  
 $\tan \alpha/2 = h/x \Rightarrow x = 3464 \text{ m}$
- Da sich der Kegel ebenfalls mit doppelter Schallgeschwindigkeit bewegt, erreicht er uns zur Zeit  $t_1$  mit  
 $2 c_s = x/t_1 \Rightarrow t_1 = 5.094 \text{ s}$

## Lösung von Aufgabe 20



- Für destruktive Interferenz muss der Gangunterschied der Wellen von linker und rechter Box eine halbe Wellenlänge sein (zuzüglich einer beliebigen Zahl ganzer Wellen), also

$$s_2 - s_1 = \lambda (1/2 + n) \quad (n = 0, 1, 2..)$$

auf die Frequenz umgerechnet also

$$s_2 - s_1 = (2n+1) c/(2f)$$

- Bei einem Gangunterschied von 1 m erhält man daraus die Frequenzen

$$\begin{aligned} f &= (2n + 1) \frac{c}{2(s_2 - s_1)} \\ &= (2n + 1) 170 \text{ Hz} \\ &= 170 \text{ Hz, } 510 \text{ Hz, } 850 \text{ Hz, } \dots \end{aligned}$$

# Lösung von Aufgabe 21



- Die Grundfrequenz einer Saite erhält man aus

$$f_0 = c/(2l)$$

- Die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  ist durch Querschnittsfläche  $A$ , Dichte  $\rho$  und Zugkraft  $F$  gegeben als

$$c = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$$

- Die Querschnittsfläche ermittelt man in bekannter Weise aus dem Durchmesser

$$A = \pi d^2/4$$

und erhält als Zugkraft

$$F = \pi d^2 \rho l^2 f_0^2 = 39.13 \text{ N}$$

## Lösung von Aufgabe 22



a. Wellenlänge des einfallenden Lichts:

Das erste Beugungsmaximum beim Doppelspalt findet man bei einem Winkel  $\alpha_1$  mit

$$\sin \alpha_1 = \lambda/d$$

Daraus erhält man als Wellenlänge

$$\lambda = d \sin \alpha_1 = 593.4 \text{ nm}$$

Es handelt sich bei der Lichtquelle wohl um eine Natriumdampf Lampe ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ , im Rahmen einer Messgenauigkeit von 1 %)

b. Zahl n der Maxima:

Aus  $\sin \alpha \leq 1$  ergibt sich für die maximal auftretende Ordnung

$$n \leq d/\lambda = 168.5$$

Es sind also Maxima höchstens bis zur 168. Ordnung zu sehen, incl. des Hauptmaximums in der Mitte also  $2 \cdot 168 + 1 = 337$  Maxima.

## Lösung von Aufgabe 23



- Nach einer Zeit  $t_1$  kommt der Schall direkt durch das Rohr

$$t_1 = L / c_{\text{Eisen}}$$

- Dann erreicht Sie der Schall durch die Luft

$$t_2 = L / c_{\text{Luft}}$$

- Zeitunterschied:

$$\Delta t := t_2 - t_1 = L (1/c_{\text{Luft}} - 1/c_{\text{Eisen}})$$

$$\Rightarrow L = \Delta t (1/c_{\text{Luft}} - 1/c_{\text{Eisen}})^{-1} = 364.8 \text{ m}$$

## Lösung von Aufgabe 24



- Schallintensität

$$I = P/A = 100\text{W} / (0.2\text{m} \cdot 0.4\text{m}) = 1250 \text{ W/m}^2$$

- Daraus Druckamplitude

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \frac{\hat{p}^2}{Z} \\ \Rightarrow \hat{p} &= \sqrt{2ZI} \\ &= 1033 \sqrt{\frac{\text{kg Nm}}{\text{m}^2 \text{ s s m}^2}} \\ &= 1033 \text{ N/m}^2 = 1033 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Erscheint wesentlich zu hoch (Schmerzgrenze bei 20 Pa!). Der Lautsprecher wird wohl i.w. Wärme produzieren.



## Lösung von Aufgabe 25



- Schallstärke  $I$  aus Schallpegel  $L$  nach

$$I = I_0 10^{L/10 \text{ dB}}$$

- also

$$120 \text{ dB} \rightarrow I_1 = 1 \text{ W/m}^2$$

$$92 \text{ dB} \rightarrow I_2 = 1.585 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

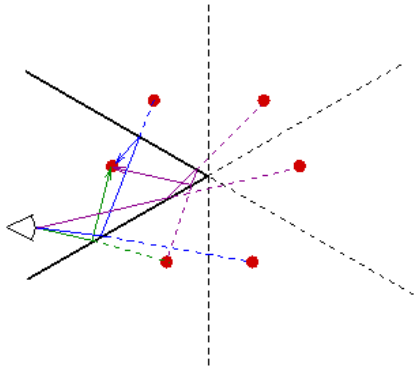
- daher

$$I_1/I_2 = 631.0$$

## Lösung von Aufgabe 26



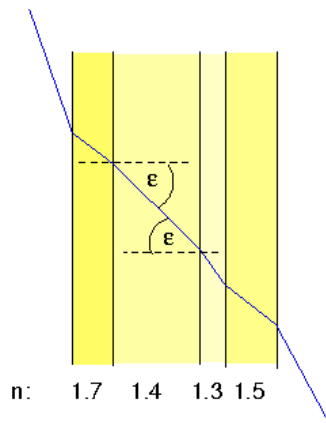
- Neben den direkten Bildern sieht man weitere, die sich durch Spiegelung der Bilder an der jeweils anderen Spiegelebene ergeben. Wegen der Symmetrie ( $60^\circ$ ) ergeben sich insgesamt 5 Bilder und das Original. Das Bild verdeutlicht die Geometrie:



## Lösung von Aufgabe 27



- Seien  $\varepsilon_{in}$  und  $\varepsilon_{out}$  Eintritts- und Austrittswinkel. Innerhalb einer Schicht ist jeweils der Winkel in die Schicht gleich dem Winkel aus der Schicht, genannt  $\varepsilon_i$ :



- Dann erhält man durch Erweitern:

$$\begin{aligned}\sin \varepsilon_{out}/\sin \varepsilon_{in} &= (\sin \varepsilon_{out}/\sin \varepsilon_4) \cdot (\sin \varepsilon_4/\sin \varepsilon_3) \dots \cdot (\sin \varepsilon_1/\sin \varepsilon_{in}) \\ &= (n_4/n_{out}) \cdot (n_3/n_4) \dots \cdot (n_{in}/n_1) \\ &= n_{in}/n_{out}\end{aligned}$$

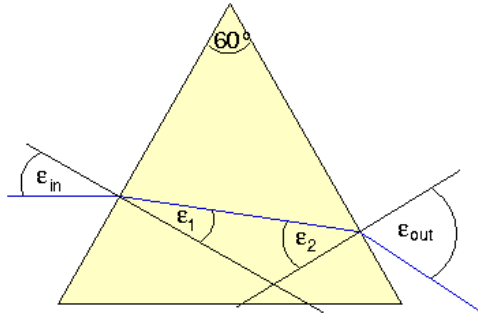
da sich die  $n_i$ 's jeweils wegekürzen.

- Wenn sich auf beiden Seiten der Schichten das gleiche Material befindet ( $n_{in} = n_{out}$ ), ist also  $\varepsilon_{out} = \varepsilon_{in} = 70^\circ$ , unabhängig vom Umgebungsmaterial.

## Lösung von Aufgabe 28



- Wir verfolgen den Strahl durch das Prisma:



- Dann gilt bei einem Brechungsindex  $n$ :

$$\sin \varepsilon_1 / \sin \varepsilon_{in} = 1/n$$

$$\Rightarrow \sin \varepsilon_1 = (1/n) \sin \varepsilon_{in} = (1/n) \sin 30^\circ = 1/(2n)$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 180^\circ - 60^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = 60^\circ - \varepsilon_1$$

$$\sin \varepsilon_{out} / \sin \varepsilon_2 = n$$

$$\Rightarrow \sin \varepsilon_{out} = n \sin \varepsilon_2$$

- Für die beiden Werte von  $n$  ergibt sich:

$n$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_{out}$
1.470	19.89°	40.11°	71.27°
1.452	20.14°	39.86°	68.53°

- Unterschied der beiden Strahlen:  $\Delta\varepsilon = 2.74^\circ$

## Lösung von Aufgabe 29



- Die Beziehung zwischen Gegenstands- und Bildweite bei Brechung an der Kugel war

$$n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)$$

Nach  $s'$  aufgelöst erhält man:

$$s' = \left[ \frac{1}{r} - \frac{n}{n'} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) \right]^{-1}$$

Mit  $r = 8 \text{ cm}$ ,  $s = -50 \text{ cm}$ ,  $n = 1.0$ ,  $n' = 3.0$  ergibt dies

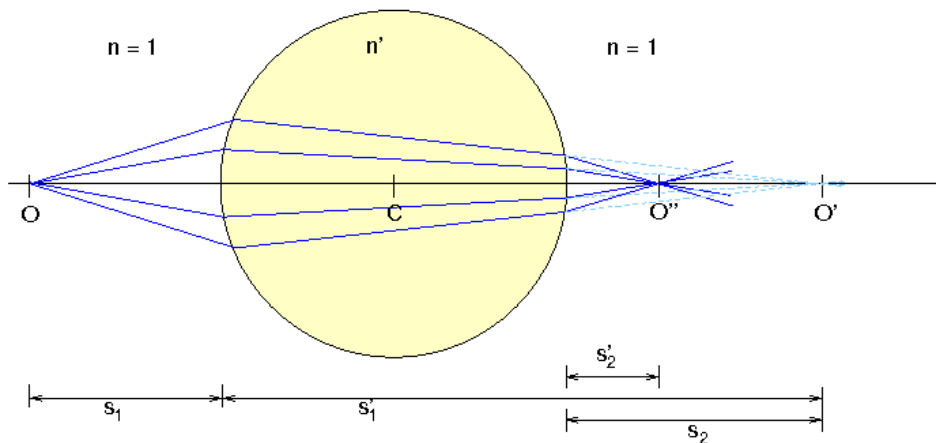
$$s' = 13.04 \text{ cm}$$

Dieser Wert ist kleiner als der Durchmesser der Kugel, das Bild liegt also in ihrem Inneren.

- Für  $n = 1.5$  erhält man dagegen

$$s' = 35.29 \text{ cm}$$

Da dieser Wert größer ist als der Durchmesser der Kugel, liegt das Bild außerhalb der Kugel, noch vor der Bildentstehung werden die Strahlen beim Austritt an der Kugel erneut gebrochen:



Für die Brechung beim Austritt durch die Kugel kann wieder die obige Formel für  $s'$  verwendet werden, wenn man die Größen richtig interpretiert:

$$s = s_2 = 35.29 \text{ cm} - 2 \cdot 8 \text{ cm} = 19.29 \text{ cm} (> 0, \text{ da rechts von der Kugelfläche}),$$

$$r = -8 \text{ cm} (< 0, \text{ da Krümmung nach links}),$$

$$n = 1.5, n' = 1$$

Mit diesen Werten ergibt sich

$$s' = s'_2 = 7.13 \text{ cm}$$

## Lösung von Aufgabe 30



- Beziehung zwischen Gegenstands- und Bildweite:

$$1/a' - 1/a = 1/f'$$

- Nach  $a'$  aufgelöst:

$$a' = (1/f' + 1/a)^{-1}$$

- Mit  $a = -27$  m,  $f' = 0.075$  m:

$$a' = 0.0752$$
 m

fast im Brennpunkt, da Objekt sehr weit weg

- Abbildungsmaßstab  $\beta' = a'/a$ , also mit der Gegenstandsgröße  $y = 1.8$  m

$$y' = \beta' y = a'/a y = -0.00501$$
 m = -5.01 mm

negativ: Bild steht auf dem Kopf

# Lösung von Aufgabe 31



a. Mikroskop-Vergrößerung:

$$\Gamma' = \frac{t a_B}{f'_{Obj} f'_{Ok}} = -400$$

b. Abstand  $z_{Ob}$  des Objekts vom Objektiv-Brennpunkt:

Zwischenbild liegt im Brennpunkt des Okulars, daher

$$a'_{Obj} = f'_{Obj} + t = 164 \text{ mm}$$

Daher ist die Objektweite

$$\frac{1}{a'_{Obj}} - \frac{1}{a_{Obj}} = \frac{1}{f'}$$
$$\Rightarrow a_{Obj} = \left( \frac{1}{a'_{Obj}} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = -4.1 \text{ mm}$$

Der Abstand vom Objektiv-Brennpunkt beträgt daher

$$z_{Ob} = 0.1 \text{ mm}$$

c. Nach oben verschobenes Okular:

Reelles Zwischenbild liegt 1mm vor dem Okular-Brennpunkt, also

$$a_{Ok} = -26 \text{ mm}$$

Bildweite daher

$$a'_{Ok} = \left( \frac{1}{a_{Ok}} + \frac{1}{f'_{Ok}} \right)^{-1} = 650 \text{ mm}$$

Gesamt-Vergrößerung:

$$\Gamma' = \Gamma'_{Obj} \Gamma'_{Ok} = -\frac{t}{f'_{Obj}} \frac{a'_{Ok}}{a_{Ok}} = 1000$$

## Lösung von Aufgabe 32



a. Vergrößerung

$$\Gamma' = -\frac{f'_{Obj}}{f'_{Ok}} = -53.67$$

b. Austrittspupille

$$D_{AP} = \frac{D_{EP}}{|\Gamma'|} = 2.050 \text{ mm}$$

c. Austrittspupille  $D_{AP} = 8 \text{ mm} \rightarrow$

$$\Gamma' = -13.75$$

$$\text{Helligkeitszunahme } H = 189.1 H_{in}$$

d. Unterschied in Magnituden

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{H}{H_{in}} = -5.692 \text{ m}$$



## Lösung von Aufgabe 33



- Reflexion an den Schichten Luft/Kerosin und Kerosin/Wasser jeweils mit Phasensprung, daher tritt der zusätzliche Term  $\lambda/2$  auf beiden Seiten auf und kürzt sich weg. Bei senkrechtem Einfall ( $\epsilon = 0$ ) ist der Gangunterschied daher

$$\begin{aligned}\Delta &= 2d\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \epsilon} \\ &= 2dn_1 \\ &= 1104 \text{ nm}\end{aligned}$$

- Für konstruktive Interferenz gilt

$$\Delta = m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

- Auflösen nach  $\lambda$ :

$$\lambda = \Delta/m = (1104, 552, 368, \dots) \text{ nm}$$

- Davon nur 552 nm im sichtbaren Bereich  $\rightarrow$  grünes Licht

## Lösung von Aufgabe 34



- minimale Winkelauflösung:

$$\delta = 1.22 \lambda / d$$

mit Blendendurchmesser  $d = 4 \text{ mm}$

- möglichst hohe Auflösung bei möglichst kleiner Wellenlänge (blau)

$$\lambda = 400 \text{ nm}$$

- Daher

$$\delta = 1.22 \cdot 10^{-4} = 0.42'$$

(tatsächliche Winkelauflösung des Auges:  $1'$ )

- entspricht Größe  $h$  auf dem Mond:

$$h = r \tan \delta \approx r \delta = 46.8 \text{ km}$$

## Lösung von Aufgabe 35



- Gitterkonstante  $g$ :

$$g = 1 \text{ mm} / 1200 = 833 \text{ nm}$$

- Hauptmaxima der Ordnung  $m$  bei

$$\sin \alpha_m = m \lambda / g$$

- Daher in der ersten Ordnung ( $m = 1$ ):

$$\lambda = 400 \text{ nm} \Rightarrow \alpha = 28.7^\circ$$

$$\lambda = 700 \text{ nm} \Rightarrow \alpha = 57.2^\circ$$

$$\text{Winkelunterschied } \Delta\alpha = 28.5^\circ$$

- Für rotes Licht gibt es kein Hauptmaximum 2. Ordnung, da

$$2 \lambda / g > 1$$