

# PHYSIKEXPERIMENTE

Mechanik | Wärmelehre | Elektrizitätslehre | Optik | Atomare und moderne Physik | Bio- und Medizinphysik

Alle Produkte finden Sie auf 3bscientific.com

# LIEBE KUNDIN, LIEBER KUNDE,



Dr. Johannes Recht

Der überarbeitete Katalog der Physik- und Ingenieurwissenschaftsexperimente enthält jetzt mehr als 135 Experimente für moderne Physiklabore. Diese übersichtliche Sammlung umfasst das gesamte Spektrum der Physik, von klassischen bis zu modernen Experimenten.

- Zu jedem Experiment gehören:
- Zielsetzungen,
- leicht nachvollziehbare Illustrationen des Aufbaus des Experiments,
- eine Einführung in die theoretischen und experimentellen Hintergründe,
- eine Zusammenfassung der zu erwartenden Ergebnisse des Experiments,
- eine detaillierte Liste der erforderlichen Geräte.

Auf unserer Website www.3bscientific.com finden Sie detaillierte Informationen und vollständige technische Angaben zu den Produkten.

Viele der Experimente sind mit unseren Datenerfassungssystemen VinciLab oder WiLab kompatibel. Mit der leistungsstarken Coach7 Auswertungssoftware können Sie Messdaten aufzeichnen und analysieren sowie Videoanalysen und Berechnungsmodellierung ausführen.

Darüber hinaus freuen wir uns, die neuen Kapitel Bio- und Medizinphysik vorstellen zu können.

Zu den wichtigsten Themen zählen:

- Flüssigkeitsmechanik
- Zeeman-Effekt
- Installation und Optimierung von Photovoltaiksystemen
- Schallgeschwindigkeit in Festkörpern
- Neurophysiologie

Sollten Sie maßgeschneiderte Sets benötigen, stellen wir diese auf Anforderung für Sie zusammen. Unser Ziel ist es, Experimente für alle Ihre Lehr- und Lernanforderungen zu erstellen und wir besprechen diese auch gerne mit Ihnen. Sie können uns telefonisch, per E-Mail oder über unsere Website 3bscientific.com kontaktieren. Anleitungen und vollständige Produktinformationen können Sie von der Website im PDF-Format herunterladen. Wir unterstützen Sie gerne auch als Partner bei der Ausstattung ihres Labors oder Unterrichtsraums.

Freundliche Grüße

the beelt

Dr. Johannes Recht | Direktor der Naturwissenschaftssparte

# **VERBINDEN SIE SICH MIT UNS!**



#### 3BSCIENTIFIC.COM

Besuchen Sie uns online! Die Online-Bestellung spart Zeit und gibt Ihnen Zugang zu vollständigen Produktinformationen! Sie können auch die Schnellbestellfunktion nutzen!

Senden Sie eine E-Mail an: VERTRIEB@3BSCIENTIFIC.COM



Rufen Sie uns an! Wir beantworten gerne Ihre Fragen! + **49 (0)40 739 66-0** 





Copyright © 2020 3B Scientific GmbH, Hamburg. Die unerlaubte Vervielfältigung und Veröffentlichung des Katalogmaterials ist verboten.



NEUES EXPERIMENT ZEEMAN-EFFEKT SEITE 244







# MECHANIK

MESSVEHAINEN	
Sphärometer	(
Länge und Volumen	8
Gravitationskonstante	. 10
Kräfte	
Hooke'sches Gesetz	. 1:
Ein- und zweiseitiger Hebel	. 14
Kräfteparallelogramm	. 10
Geneigte Ebene	. 18
Haft- und Gleitreibung	. 20
Auftrieb	
Archimedisches Prinzip	. 22
Translationsbewegungen	
Gleichmäßig beschleunigte	
Bewegungen	. 24
Gleichmäßig beschleunigte	
Bewegung	. 20
Stossgesetze	. 28
Freier Fall	. 30
Schiefer Wurf	. 32
Zweidimensionale Stöße	. 34
Rotationsbewegungen	
Gleichmäßig beschleunigte	
Rotationsbewegungen	. 30
Trägheitsmoment I	. 38
Trägheitsmoment	. 40
Maxwell'sches Rad	. 42
Präzession und Nutation	
eines Gyroskops	. 44
Schwingungen	
Harmonische Schwingungen eines	
Fadenpendels	. 40
Elliptische Schwingungeneines	
Fadenpendels	. 48
Variables-g-Pendel	. 50
Reversionspendel	. 5
Foucault-Pendel	. 54
Harmonische Schwingungen	. 50
Drehpendel nach Pohl I	. 58
Drehpendel nach Pohl II	. 60
Gekoppelte Schwingungen	. 62
Schwingungen und Wellen	
Mechanische Wellen	. 64

# INHALT

# AKUSTIK

## Wellenlänge und Schallgeschwindigkeit

Schallgeschwindigkeit in Luft I6	66
Schallgeschwindigkeit in Luft II6	58
Schallausbreitung in Stäben7	'(
Schallgeschwindigkeit in Festkörpern 7	2
Debye-Sears Effekt7	2

# AERODYNAMIK UND HYDRODYNAMIK

×		• • • • •
VIC	VAC	it of
V 13	NU3	ILCIL.

Kugelfall-Viskosimeter	76
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	
Oberflächenspannung	78

# MECHANIK

# Deformation fester Körper

Biegung von flachen Balken	80
Torsion runder Stäbe	82



# WÄRMELEHRE

Thermische Ausdehnung	
Thermische Ausdehnung	
fester Körper	F
Anomalie des Wassers	;
Wärmetransport	
Wärmeleitung 88	5
Leslie-Würfel 90	)
Innere Energie	
Erhöhung der inneren Energie durch	
mechanische Arbeit92	
Innere Energie und elektrische Arbeit 94	ŀ
Gasgesetze	
Boyle-Mariotte-Gesetz	;
Amontons-Gesetz 98	5
Der Adiabatenexponent von Luft 100	)
Reales Gas und kritischer Punkt102	,
Heissluftmotor	
Stirlingmotor D104	F
Stirlingmotor G106	5
Wärmepumpe108	5



## ELEKTRIZITÄTSLEHRE Elektrostatik

# Elektrisches Feld im Plattenkondensator...110 Spannung am Plattenkondensator.......112 Ladungstransport und Strom Geladene Wassertropfen ......114 Ohm'sches Gesetz......120 Kirchhoff'sche Regeln......122 Spannungsteiler......124 Magnetisches Feld Lorentz-Kraft......128 Erdmagnetfeld......134 Induktion Faraday'sches Induktionsgesetz......136 Induktion in einer bewegten Induktion in einem veränderlichen Magnetfeld......140 Waltenhofen'sches Pendel ......142 **Gleich- und Wechselstromkreise** Laden und Entladen eines Kondensators I.....146 Laden und Entladen eines Widerstand eines Kondensators ......150 im Wechselstromkreis......150 Laden und Entladen einer Spule ......152 Widerstand einer Spule imWechselstromkreis.....154 Wechselstromwiderstände I.....156 Wechselstromwiderstände II......158 Wechselstromwiderstände III ......160 LC-Schwingkreis.....162 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen Wellenoptik mit Mikrowellen ......164 Elektronenstrahl-Röhren Röhrendiode......166 Schattenkreuzröhre.....170 Perrin-Röhre.....172 Thomson-Röhre......174 Fadenstrahlröhre......176 Lehroszilloskop I.....178 Elektronik



# OPTIK

Geometrische Optik	
Reflexion am Spiegel	
Brechung des Lichts	
Linsengleichung	
Farben	
Transmissionsspektren	192
Wellenoptik	
Beugung an einem Einzelspalt	194
Beugung an Mehrfachspalten	
Fresnel'sches Biprisma	198
Newton'sche Ringe	
Interferometer	
Michelson-Interferometer	202
Wellenoptik	
Mach-Zehnder-Interferometer	204
Polarisation	
Gesetz von Malus	206
Optische Aktivität	208
Pockels-Effekt	210
Faraday-Effekt	212
Strahlungsintensität	
Gesetz vom Abstandsquadrat	214
Stefan-Boltzmann-Gesetz	216
Lichtgeschwindigkeit	
Bestimmung der	
Lichtgeschwindigkeit	218
Laserphysik	
Nd:YAG-Laser	220
Güteschaltung Nd:YAG-Laser	222
Nd:YAG-Laser	224
Laserphysik	
Prismenspektrometer	226



# FESTKÖRPERPHYSIK

Einführende Experimente zur	
Atomphysik	
Planck'sche Konstante	228
Millikan-Experiment	230

# ATOM- UND KERNPHYSIK

Grundlagen der Atomphysik	
Elektronenbeugung	232
Atomhülle	
Linienspektren I	234
Linienspektren II	236
Franck-Hertz-Experiment	
an Quecksilber	238
Franck-Hertz-Experiment an Neon	240
Kritische Potentiale	242
Elektronenhülle	
Normaler Zeeman-Effekt	244
Magnetische Resonanz	
Elektronenspinresonanz	246
Kernspinresonanz	248

# FESTKÖRPERPHYSIK Leitungsphänomene

Elektrische Leitung in Halbleitern	250
Hall-Effekt in Halbleitern	252
Photoleitung	254
Seebeck-Effekt	256



# BIOPHYSIK

Neurophysiologie	
Neurophysiologie	.264

# MEDIZINPHYSIK

Sonografie	
Ultraschallbiometrie	.266
Ultraschall-Computertomografie	.268
Strömungsmechanik	.270
Dopplersonografie	.272



# SCHÜLEREXPERIMENTE

Schüler-Experimentier-Gerätesystem (SEG	i)
Mechanische Schwingungen	
und Wellen274	4
Ultraschallwellen	6
Kröncke-Optik	8
Elektrik und Magnetik	0
Elektronik	2
Solarenergie	4
Schallausbreitung in Stäben	6



INHALT 5



# UE1010100 | SPHÄROMETER



# > AUFGABEN

- Messung der Wölbungshöhen h zweier Uhrgläser bei gegebenem Abstand s zwischen den Fußspitzen des Sphärometers.
- Berechnung der Krümmungsradien *R* der beiden Uhrgläser.
- Vergleich der Methode für konvexe und konkave Krümmungen.

## ZIEL

Bestimmung von Krümmungsradien an Uhrgläsern

# ZUSAMMENFASSUNG

Aus der Wölbungshöhe *h* einer Kugeloberfläche über bzw. unter einer durch die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks definierten Ebene lässt sich der Krümmungsradius *R* der Kugeloberfläche bestimmen. Diese Bestimmung ist bei konvexer und bei konkaver Krümmung der Kugeloberfläche möglich.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Präzisionssphärometer	1002947
1	Planspiegel	1003190
1	Satz 10 Uhrglasschalen, 80 mm	1002868
1	Satz 10 Uhrglasschalen, 125 mm	1002869



Das Sphärometer besteht aus einem Dreibein mit drei Stahlspitzen als Füße, die ein gleichseitiges Dreieck mit 50 mm Seitenlänge bilden. Durch das Zentrum des Dreibeins wird eine Mikrometerschraube mit Messspitze geführt. Ein Vertikalmaßstab gibt die Höhe *h* der Messspitze über oder unter der durch die Fußspitzen definierten Ebene an. Die Verschiebung der Messspitze kann mit Hilfe einer Skala auf einer Kreisscheibe, die sich mit der Mikrometerschraube dreht, auf 1 µm genau abgelesen werden.

Zwischen dem Abstand *r* der Fußspitzen vom Zentrum des Sphärometers, dem gesuchten Krümmungsradius *R* und der Wölbungshöhe *h* besteht der Zusammenhang

(1) 
$$R^2 = r^2 + (R - h)^2$$

Nach Umformung ergibt sich daraus für R:

(2) 
$$R = \frac{r^2 + h^2}{2 \cdot h}$$

Der Abstand *r* berechnet sich aus der Seitenlänge *s* des von den Fußspitzen aufgespannten gleichseitigen Dreiecks:

$$r = \frac{s}{\sqrt{3}}$$

Die Bestimmungsgleichung für R lautet also:

$$R = \frac{s^2}{6 \cdot h} + \frac{h}{2}$$

## AUSWERTUNG

Der Fußspitzenabstand *s* des verwendeten Sphärometers beträgt 50 mm. Für kleine Wölbungshöhen *h* lässt sich (4) somit vereinfachen zu

$$R = \frac{s^2}{6 \cdot h} = \frac{2500 \text{mm}^2}{6 \cdot h} \approx \frac{420 \text{mm}^2}{h}$$

Auf der Skala des Sphärometers ablesbar sind Wölbungshöhen zwischen 10 mm und 1 $\mu$ m mit einer Ablesegenauigkeit von 1 $\mu$ m. Somit lassen sich Krümmungsradien von ca. 40 mm bis zu ca. 400 m bestimmen.



Schematische Darstellung zur Messung des Krümmungsradius mit einem Sphärometer

Oben:Vertikalschnitt für Messobjekt mit konvexer OberflächeMitte:Vertikalschnitt für Messobjekt mit konkaver OberflächeUnten:Betrachtung von oben

# UE1010200 I LÄNGE UND VOLUMEN



# > AUFGABEN

- Bestimmung der Außenmaße eines unregelmäßig geformten Körpers.
- Bestimmung der Innenmaße eines unregelmäßig geformten Körpers.
- Bestimmung der Tiefenmaße eines unregelmäßig geformten Körpers.
- Berechnung und Vermessung des Volumens.

# ZIEL Vermessung eines unregelmäßig geformten Körpers

# ZUSAMMENFASSUNG

Zur präzisen Messung nicht allzu großer Längen werden Messschieber eingesetzt. Diese eignen sich zur Bestimmung von Außen-, Innen und Tiefenmaßen, wie am Beispiel eines unregelmäßig geformten Körpers demonstriert wird. Die Berechnung des Körpervolumens aus den gewonnenen Daten ist vergleichsweise aufwändig. Eine einfachere Bestimmung gelingt mit der Überlaufmethode.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Objekt für Messübungen	1006889
Zusätzli	ch empfehlenswert:	
1	Überlaufgefäß, transparent	1003518
1	Messzylinder, 100 ml	1002870
1	Laborboy II	1002941
1	Experimentierschnur	1001055
1	Satz 10 Bechergläser, hohe Form	1002873



Zur präzisen Messung nicht allzu großer Längen werden Messschieber eingesetzt. Sie haben in der Regel zwei große Messschenkel zur Bestimmung von Außenmaßen, zwei Kreuzschnäbel zur Bestimmung von Innenmaßen und eine Tiefenmessstange zur Bestimmung der Tiefen von Bohrungen und Aussparungen.

Zur Vermeidung von systematischen Messfehlern ist der Messschieber in jedem Fall möglichst unverkantet anzusetzen. Die Ablesegenauigkeit wird klassisch durch den sogenannten Nonius auf Bruchteile von Millimetern erhöht. Die vollen Millimeter werden links von der Nullmarke des Nonius abgelesen. Die Nachkommastelle ist gefunden, wenn sich ein Teilstrich des Nonius mit einem Teilstrich der Millimeterskala deckt.

Steht ein Überlaufgefäß zur Verfügung, so kann das Volumen nach der Überlaufmethode bestimmt werden. Der Körper wird in das mit Wasser gefülltes Überlaufgefäß eingetaucht, aus dem das verdrängte Wasser in einen Messzylinder fließt. Das verdrängte Volumen entspricht dem Volumen *V* des Körpers.

# AUSWERTUNG

In der Regel wird ein Maß mehrfach gemessen und der Mittelwert der ermittelten Werte berechnet.

Zur Berechnung des Volumens wird das Volumen in Teilvolumina regelmäßiger Körper zerlegt, die addiert oder z.B. bei Bohrungen subtrahiert werden.





Abb. 1: Messschenkel für Außenmaße (1), Kreuzschnäbel für Innenmaße (2), Tiefenmessstange (3), Millimeterskala (4), Schieber mit Nonius (5)



Abb. 2: Bestimmung eines Außenmaßes







Abb. 4: Bestimmung einer Bohrungstiefe



# UE1010300 | GRAVITATIONSKONSTANTE



# > AUFGABEN

- Bestimmung der Ausgangsgleichgewichtslage des Torsionspendels.
- Aufzeichnung der Schwingung des Torsionspendels um die Endgleichgewichtslage und Bestimmung der Schwingungsdauer.
- Bestimmung der Endgleichgewichtslage.
- Berechnung der Gravitationskonstante G.

# ZIEL

Messung der Gravitationskraft und Bestimmung der Gravitationskonstante mit der Drehwaage nach Cavendish

# ZUSAMMENFASSUNG

Kernstück der Drehwaage nach Cavendish ist ein empfindliches Torsionspendel auf dem ein Paar kleine Bleikugeln lagert. Diese werden durch ein Paar große Bleikugeln angezogen. Daher bestimmt die Position der großen Bleikugeln die Gleichgewichtslage des Torsionspendels. Werden die großen Kugeln in eine zweite Position gebracht, die zur ersten spiegelsymmetrisch bezüglich der kleinen Massen ist, nimmt das Torsionspendel nach einem Einschwingvorgang eine neue Gleichgewichtslage ein. Aus den beiden Gleichgewichtslagen und den geometrischen Abmessungen der Anordnung lässt sich die Gravitationskonstante ermitteln. Ausschlaggebend ist dabei das Gleichgewicht zwischen der Gravitationskraft und dem rückstellenden Drehmoment des Torsionsfadens. Gemessen werden die Schwingungen des Torsionspendels mit einem kapazitiven Differentialsensor, der Rausch- und Vibrationsanteile des Signals weitgehend unterdrückt. Der Wolframdraht des Torsionspendels ist so dünn gewählt, dass die Schwingungsdauer des Torsionspendels im Bereich weniger Minuten liegt, so dass innerhalb einer Stunde mehrere Schwingungen um die Gleichgewichtslage beobachtet werden können.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Cavendish-Drehwaage	1003337
1	Diodenlaser, rot 230 V	1003201 oder
	Diodenlaser, rot 115 V	1022208
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Universalmuffe	1002830
1	Stativstange, 100 mm	1002932
Zusätzlic	h empfohlen	
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Elektronische Waage 5200 g	1022587

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der Messung der Gravitationskräfte zwischen zwei Massen im Laborexperiment haben prinzipiell alle umgebenden Massen einen störenden Einfluss. Bei der Drehwaage nach Cavendish wird dieses Problem größtenteils umgangen, da zwei Messungen mit spiegelsymmetrischen Positionen der Massen durchgeführt werden.



Kernstück der Drehwaage nach Cavendish ist ein empfindliches Torsionspendel auf dem ein Paar kleine Bleikugeln lagert. Diese werden durch ein Paar große Bleikugeln angezogen. Daher bestimmt die Position der großen Bleikugeln die Gleichgewichtslage des Torsionspendels. Werden die großen Kugeln in eine zweite Position gebracht, die zur ersten spiegelsymmetrisch bezüglich der kleinen Massen ist, nimmt das Torsionspendel nach einem Einschwingvorgang eine neue Gleichgewichtslage ein. Aus den beiden Gleichgewichtslagen und den geometrischen Abmessungen der Anordnung lässt sich die Gravitationskonstante ermitteln. Ausschlaggebend ist dabei das Gleichgewicht zwischen der Gravitationskraft und dem rückstellenden Drehmoment des Torsionsfadens.

Die Gravitationskraft ist gegeben durch

(1)

 $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$ G: Gravitationskonstante,  $m_1$ : Masse einer kleinen Bleikugel,  $m_2$ : Masse einer großen Bleikugel, d: Abstand zwischen kleiner und großer Bleikugel in der Messposition

Sie lenkt das Torsionspendel aus der Nullage aus, wenn sich die großen Bleikugeln in Messposition befinden. Für das auslenkende Drehmoment gilt

 $(2) M_1 = 2 \cdot F \cdot r$ 

r: Abstand der kleinen Bleikugel zur Aufhängung des Tragebalkens Wird das Torsionspendel um einen Winkel  $\phi$  ausgelenkt, wirkt das rückstellende Drehmoment

(3)

# $M_2 = D \cdot \varphi$ D: Winkelrichtgröße des Wolframdrahtes

des dünnen Wolframdrahtes, an dem der Tragebalken des Torsionspendels aufgehängt ist. In der Gleichgewichtslage stimmen  $M_1$  und  $M_2$  überein

Die Winkelrichtgröße *D* lässt sich aus der Schwingungsdauer *T* ermitteln, mit der das Torsionspendel um seine Gleichgewichtslage schwingt.

$$(4) D = J \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Dabei setzt sich das Trägheitsmoment J zusammen aus dem Trägheitsmoment  $J_1$  der zwei kleinen Bleikugeln und dem Trägheitsmoment  $J_K$  des Tragebalkens

 $J = 2 \cdot m_1 \cdot r^2 + \frac{m_B}{12} \cdot (a^2 + b^2)$  $m_B: \text{ Masse des Tragebalkens}$ 

a, b: Länge und Breite des Tragebalkens. Für die beiden großen Bleikugeln sind zwei spiegelsymmetrische Messpositionen vorgesehen, zu denen zwei Auslenkwinkel  $\phi$  und  $\phi$ ' sowie zwei auslenkende Drehmomente gehören, die entgegengesetzt gleich sind. Aus (2) und (3) folgt daher im Gleichgewicht:

(6) 
$$4 \cdot F \cdot r = D \cdot (\varphi - \varphi') = D \cdot \Delta \varphi$$

Im Experiment werden die Schwingungen des Torsionspendels mit einem kapazitiven Differentialsensor gemessen, der Rausch- und Vibrationsanteile des Signals weitgehend unterdrückt. Der Wolframdraht des Torsionspendels ist so dünn gewählt, dass die Schwingungsdauer des Torsionspendels im Bereich weniger Minuten liegt, so dass innerhalb einer Stunde mehrere Schwingungen um die Gleichgewichtslage beobachtet werden können.

Ein am Torsionspendel befestigter Spiegel kann zum Aufbau eines Lichtzeigers eingesetzt werden, der die Schwingungen mit bloßem Auge verfolgbar macht. Dadurch wird die notwendige Justierung und Kalibrierung der Drehwaage wesentlich erleichtert.

# AUSWERTUNG

Aus den Gleichungen (1), (4), (5) und (6) erhält man nach Umformung:

$$G = \frac{\Delta \varphi}{m_2} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot \left( 2 \cdot r + \frac{1}{12} \cdot \frac{m_{\text{B}}}{m_1} \cdot \frac{a^2 + b^2}{r} \right).$$

Hierbei ist noch nicht berücksichtigt, dass jede der beiden kleinen Bleikugeln auch durch die weiter entfernte große Bleikugel angezogen wird und dadurch das Drehmoment auf das Torsionspendel etwas kleiner ausfällt, als bislang berechnet. Eine entsprechende Korrektur der Gleichung (2) ist problemlos möglich, da alle Abstände bekannt sind.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Messanordnung in der Drehwaage nach Cavendish



Abb. 2: Auslenkwinkel des Torsionspendels in Abhängigkeit von der Zeit bei zweimaligem Wechsel der Messposition für die großen Bleikugeln

# UE1020100 | HOOKE'SCHES GESETZ



# > AUFGABEN

- Bestätigung des Hooke'schen Gesetzes und Bestimmung der Federkonstante für fünf verschiedene Schraubenfedern.
- Vergleich der gemessenen mit den berechneten Federkonstanten.

## ZUSAMMENFASSUNG

In einem elastischen Körper sind Dehnung und Spannung proportional zueinander. Dieser von *Robert Hooke* gefundene Zusammenhang wird häufig an einer mit einem Gewicht belasteten Schraubenfeder untersucht. Die Längenänderung der Schraubenfeder ist proportional zum angehängten Gewicht *F.* Im Experiment werden fünf verschiedene Zug-Schraubenfedern vermessen, deren Federkonstanten sich dank geeigneter Wahl von Drahtdurchmesser und Windungsdurchmesser um insgesamt eine Größenordnung unterscheiden. In allen Fällen wird die Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes für Kräfte oberhalb der Vorspannung bestätigt.

ZIEL

Bestätigung des Hooke'schen Gesetzes für Zug-Schraubenfedern

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz	1003376
1	Schlitzgewichtsatz, 20 – 100 g	1003226
1	Höhenmaßstab, 1 m	1000743
1	Satz Zeiger für Maßstäbe	1006494
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Stativstange, 1000 mm	1002936
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Muffe mit Haken	1002828
Zusätzli	ch empfohlen	
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Bügelmessschraube	1002600



In einem elastischen Körper sind Dehnung und Spannung proportional zueinander. Dieser von *Robert Hooke* gefundene Zusammenhang beschreibt das Verhalten vieler Werkstoffe bei hinreichend kleiner Verformung gut. Zur Veranschaulichung wird sein Gesetz häufig an einer mit einem Gewicht belasteten Schraubenfeder untersucht. Die Längenänderung der Schraubenfeder ist hier proportional zum angehängten Gewicht *F*.

Genauer ist die Vorspannung zu berücksichtigen, die die Schraubenfeder je nach Fertigungsprozess aufweisen kann. Sie muss durch ein Gewicht  $F_1$  kompensiert werden, das die Feder von der unbelasteten Länge  $s_0$  auf die Länge  $s_1$  dehnt. Für Gewichte oberhalb von  $F_1$  gilt das Hooke'sche Gesetz in der Form

 $F - F_1 = k \cdot (s - s_1)$ 

solange die Länge s der gedehnten Feder nicht zu groß wird.

Die Federkonstante k hängt vom Material und den geometrischen Abmessungen ab. Für eine zylindrische Schraubenfeder mit n Windungen des konstanten Durchmessers D gilt

(2) 
$$k = G \cdot \frac{d^4}{D^3} \cdot \frac{1}{8 \cdot n}$$
  
d: Durchmesser des Federdrahtes

Der Schubmodul G beträgt bei Federstahldrähten 81,5 GPa.

Im Experiment werden fünf verschiedene Zug-Schraubenfedern vermessen, deren Federkonstanten sich Dank geeigneter Wahl von Drahtdurchmesser und Windungsdurchmesser um insgesamt eine Größenordnung unterscheiden. In allen Fällen wird die Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes für Kräfte oberhalb der Vorspannung bestätigt.

AUSWERTUNG

Die Gewichtskraft F wird aus der angehängten Masse m hinreichend genau berechnet gemäß

$$F = m \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$



Abb. 1: Schematische Kennlinie einer Zug-Schraubenfeder der Länge s mit Vorspannung



Abb. 2: Belastung als Funktion der Längenänderung

# UE1020200 | EIN- UND ZWEISEITIGER HEBEL



# > AUFGABEN

- Messung der Kraft  $F_1$  in Abhängigkeit von der Last  $F_2$ , vom Lastarm  $x_2$  und vom Kraftarm  $x_1$  beim einseitigen Hebel.
- Messung der Kraft  $F_1$  in Abhängigkeit von der Last  $F_2$ , vom Lastarm  $x_2$  und vom Kraftarm  $x_1$  beim zweiseitigen Hebel.

ZIEL Bestätigung des Hebelgesetzes

# ZUSAMMENFASSUNG

Aus dem Gleichgewicht der Drehmomente folgt das Hebelgesetz, das sowohl für den einseitigen wie auch für den zweiseitigen Hebel Gültigkeit hat. Es stellt die physikalische Grundlage für mechanische Kraftübersetzungen aller Art dar.

1	Anzahl	Geräte	ArtNr.
	1	Hebelarm	1008539
	1	Präzisionskraftmesser 2 N	1003105
	1	Präzisionskraftmesser 5 N	1003106



Ein Hebel ist ein starrer, um eine feste Achse drehbar gelagerter Körper, der zum Heben und Verschieben von Lasten dient. Die Hebelarme sind die Strecken zwischen Drehpunkt und Angriffspunkt der Kraft bzw. der Last. Sie heißen deshalb Kraftarm bzw. Lastarm. Beim einseitigen Hebel wirken die Kraft  $F_1$  und Last  $F_2$  auf der gleichen Seite der Drehachse in entgegen gesetzter Richtung. Beim zweiarmigen Hebel greifen die Kraft  $F_1$  und Last  $F_2$  auf verschiedenen Seiten der Drehachse in gleicher Richtung an.

Für beide Varianten folgt aus dem Gleichgewicht der Drehmomente das sogenannte Hebelgesetz:

$$F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2$$

Es stellt die physikalische Grundlage für mechanische Kraftübersetzungen aller Art dar.

# AUSWERTUNG

Aus den Messwerten werden jeweils die Produkte

 $F_1 \cdot x_1$  und  $F_2 \cdot x_2$ 

berechnet und miteinander verglichen.





Abb. 2: Zweiseitiger Hebel

# UE1020300 | KRÄFTEPARALLELOGRAMM



## > AUFGABEN

- Grafische Untersuchung des Gleichgewichts dreier beliebiger Einzelkräfte.
- Analytische Untersuchung des Gleichgewichts bei symmetrischer Ausrichtung von  $F_1$  und  $F_2$ .

# ZIEL

Experimentelle Untersuchung der Vektoraddition von Kräften

# ZUSAMMENFASSUNG

Auf dem Kräftetisch kann die Vektoraddition von Kräften einfach und übersichtlich überprüft werden. Dazu liegt der Angriffspunkt dreier Einzelkräfte im Kräftegleichgewicht genau in der Mitte. Man bestimmt die Beträge der Einzelkräfte aus den angehängten Massen und liest ihre Richtung als Winkel auf einer Winkelskala ab. Die Auswertung des experimentellen Ergebnisses kann grafisch oder analytisch erfolgen.

Anzal	nl Geräte	ArtNr.
1	Kräftetisch	1000694



Kräfte sind Vektoren, d.h. sie werden gemäß den Regeln der Vektoraddition addiert. Zur Addition wird – grafisch interpretiert – der Startpunkt des zweiten Vektors an den Endpunkt des ersten Vektors gelegt. Der Pfeil vom Startpunkt des ersten Vektors bis zum Endpunkt des zweiten Vektors repräsentiert den Ergebnisvektor. Fasst man die beiden Vektoren als Seiten eines Parallelogramms auf, ist der Ergebnisvektor die Diagonale (siehe Abb. 1).

Auf dem Kräftetisch kann die Vektoraddition von Kräften einfach und übersichtlich überprüft werden. Dazu liegt der Angriffspunkt dreier Einzelkräfte im Kräftegleichgewicht genau in der Mitte. Man bestimmt die Beträge der Einzelkräfte aus den angehängten Massen und liest ihre Richtung als Winkel auf einer Winkelskala ab. Im Kräftegleichgewicht ist die Summe der Einzelkräfte

(1)  $F_1 + F_2 + F_3 = 0$ 

Also ist die Kraft - $F_3$  die Summe der Einzelkräfte  $F_1$  und  $F_2$  (siehe Abb. 2):

(2) 
$$-F_3 = F = F_1 + F_2$$

Für die zur Summe F parallele Vektorkomponente gilt

$$-F_3 = F = F_1 \cdot \cos \alpha_1 + F_2 \cdot \cos \alpha_2$$

(4) 
$$0 = F_1 \cdot \sin \alpha_1 + F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

Die Gleichungen 3 und 4 beschreiben die Vektoraddition analytisch. Zur experimentellen Überprüfung ist es zweckmäßig, die Kraft  $F_3$  auf den Winkel 0 zu legen.

Alternativ zur analytischen Betrachtung kann das Kräftegleichgewicht auch grafisch untersucht werden. Hierzu werden zunächst alle drei Kräfte vom zentralen Angriffspunkt ausgehend mit Ihrem Betrag und ihrem Winkel gezeichnet. Anschließend werden die Kräfte  $F_2$  und  $F_3$ parallel verschoben, bis der Anfangspunkt am Ende des vorhergehenden Vektors liegt. Als Resultat erwartet man den Ergebnisvektor 0 (siehe Abb. 3). Dies wird im Experiment für drei beliebige, das Gleichgewicht haltende Einzelkräfte nachvollzogen.

Die analytische Betrachtung beschränkt sich im Experiment auf den Spezialfall, dass die beiden Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  symmetrisch zu  $F_3$  liegen.

#### AUSWERTUNG

Im symmetrischen Fall ( $F_1 = F_2$  und  $\alpha_1 = -\alpha_2$ ) ist Gleichung 4 in trivialer Weise erfüllt. Aus Gleichung 3 wird die in Abb. 4 zur Beschreibung der Messdaten verwendete Bestimmungsgleichung für die Summenkraft

$$F = 2 \cdot F_1 \cdot \cos \alpha_1$$



Abb. 1: Vektoraddition von Kräften (Kräfteparallelogramm)



Abb. 2: Bestimmung der Vektorsumme zweier Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  aus der das Gleichgewicht haltenden Kraft  $F_3$ 



Abb. 3: Grafische Untersuchung des Gleichgewichts dreier beliebig ausgerichteter Einzelkräfte



Abb. 4: Gemessene und berechnete Summe zweier symmetrischer Kräfte in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel  $\alpha_1$ 

# UE020400 | GENEIGTE EBENE



# > AUFGABEN

- Messung der Hangabtriebskraft F<sub>1</sub> eines Körpers auf der geneigten Ebene in Abhängigkeit vom Neigungswinkel α.
- Darstellung der Hangabtriebskraft  $F_1$  in Abhängigkeit von sin  $\alpha$ .

# ZIEL Bestimmung der Hangabtriebskraft

# ZUSAMMENFASSUNG

Soll ein Körper auf der geneigten Ebene nach oben gezogen werden, ist nicht das Gewicht *G* des Körpers sondern die Hangabtriebskraft  $F_1$  zu überwinden. Sie wirkt parallel zur Ebene und ist dem Betrag nach kleiner als das Gewicht. Dies gilt umso mehr, je kleiner der Neigungswinkel  $\alpha$  der Ebene ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Geneigte Ebene	1003213
1	Präzisionskraftmesser 5 N	1003106
1	Wägesatz 1 g bis 500 g	1010189



Soll ein Körper auf der geneigten Ebene nach oben gezogen werden, ist die Hangabtriebskraft  $F_1$  zu überwinden. Sie wirkt parallel zur Ebene und ist dem Betrag nach kleiner als das Gewicht G des Körpers. Als Vektordifferenz zwischen Gewicht und Hangabtriebskraft verbleibt die senkrecht zur Ebene wirkende Normalkraft  $F_2$ .

Für die Beträge der Kräfte gilt

(1)	$F_1 = G \cdot \sin \alpha$
und	
(2)	$F_2 = G \cdot \cos \alpha$

Die Hangabtriebskraft ist also umso kleiner, je kleiner der Neigungswinkel  $\alpha$  der Ebene ist.

Im Experiment hängt der Körper an einem Faden, der über eine Umlenkrolle geführt wird. Kompensiert wird die Hangabtriebskraft durch das Gewicht von Massestücken auf einem Teller, der am anderen Ende des Fadens hängt. Da die Reibung des Körpers auf der schiefen Ebene eine Rolle spielt, wird als Messwert für die Hangabtriebskraft der Mittelwert der beiden Grenzkräfte genommen, die den Körper nicht nach unten lassen bzw. nicht nach oben ziehen. Das Gewicht *G* des Körpers wird mit einem Kraftmesser bestimmt. Auch das Gewicht des Tellers geht in die Bilanz ein. Der Neigungswinkel  $\alpha$ lässt sich auf einer Winkelskala ablesen.

#### AUSWERTUNG

Zur Auswertung werden die für mehrere Neigungswinkel  $\alpha$ ermittelte Hangabtriebskraft  $F_1$  ins Verhältnis zum Gewicht Gdes Körpers gesetzt und in einem Diagramm gegen sin  $\alpha$  aufgetragen. Die Messwerte liegen im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Geraden durch den Ursprung.



Abb. 1: Vektorielle Zerlegung des Gewichts G in die Hangabtriebskraft  $F_1$  und die Normalkraft  $F_2$ 



Abb. 2: Quotient aus Hangabtriebskraft  $F_1$  und Gewicht G als Funktion von sin  $\alpha$ .

# UE1020500 HAFT- UND GLEITREIBUNG



# > AUFGABEN

- Vergleich von Haftreibung und Gleitreibung.
- Messung der Gleitreibungskraft in Abhängigkeit von der Auflagefläche.
- Messung der Gleitreibungskraft in Abhängigkeit von der Materialkombination.
- Messung der Gleitreibungskraft in Abhängigkeit von der Auflagekraft.

# ZIEL

Messung der Reibungskräfte

# ZUSAMMENFASSUNG

Zur Messung der Gleitreibungskraft wird ein Reibungsmessgerät mit beweglicher Reibzunge eingesetzt, die unter dem mit einem Kraftmesser verbundenen, ruhenden Reibungskörper mit gleich bleibender Geschwindigkeit hinweggezogen wird. Die Reibungsbahn kann zur Variation der Auflagekraft stufenlos um die Längsachse geneigt werden.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl Geräte

**Art.-Nr.** 1009942

1 Reibungsmessgerät



Um einen ruhenden Körper auf einer ebenen Unterlage zu verschieben, muss eine Haltekraft überwunden werden, die durch die Haftreibung des Körpers auf der Unterlage hervorgerufen wird. Soll die Verschiebung des Körpers als kontinuierliche Gleitbewegung fortgesetzt werden, muss eine Kraft  $F_{\rm Dyn}$  zur Kompensation der Gleitreibung aufgewandt werden. Diese Kraft ist kleiner als die zur Überwindung der Haftreibung erforderliche Kraft  $F_{\rm Stat}$ , da der Flächenkontakt des gleitenden Körpers zur Unterlage weniger intensiv ist.

Beide Kräfte sind unabhängig von der Größe der Auflagefläche und werden hauptsächlich durch die Stoffart und die Rauigkeit der berührenden Flächen bestimmt. Außerdem sind sie proportional zur Auflagekraft  $F_{\rm N}$ , mit der der Körper auf die Unterlage drückt. Man führt daher die Haftreibungszahl  $\mu_{\rm Stat}$  und die Gleitreibungszahl  $\mu_{\rm Dyn}$  ein und schreibt

(1) 
$$F_{\text{Stat}} = \mu_{\text{Stat}} \cdot F_{\text{N}}$$
 bzw.  $F_{\text{Dyn}} = \mu_{\text{Dyn}} \cdot F_{\text{N}}$ 

Zur Messung der Gleitreibungskraft wird im Experiment ein Reibungsmessgerät mit beweglicher Reibzunge eingesetzt, die unter dem mit einem Kraftmesser verbundenen, ruhenden Reibungskörper mit gleich bleibender Geschwindigkeit hinweggezogen wird. Die Messungen werden für verschiedene Materialkombination und Auflageflächen durchgeführt. Zur Variation der Auflagekraft kann die Reibungsbahn stufenlos um die Längsachse geneigt werden.

# $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ M1 \\ M2 \\ M3 \\ M4 \\ \end{pmatrix}$

Abb. 1: Gleitreibungskraft  $F_{\rm Dyn}$  für vier verschiedene Materialien auf einer glatten (1) und einer rauen (2) Unterlage



Abb. 2: Gleitreibungskraft  $F_{\rm Dyn}$  in Abhängigkeit von der Auflagekraft  $F_{\rm N}$ 

#### AUSWERTUNG

Wird die Reibungsbahn um den Winkel  $\alpha$  geneigt, so beträgt die Auflagekraft für einen Reibungskörper mit der Masse *m* 

 $F_{\rm N} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ 

# UE1020850 | ARCHIMEDISCHES PRINZIP



ZIEL Bestimmung der Auftriebskraft in Abhängigkeit der Eintauchtiefe

# ZUSAMMENFASSUNG

Auf einen in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper wirkt nach dem Archimedischen Prinzip eine Auftriebskraft  $F_{\rm G}$ , die dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit entspricht. Für einen regelmäßigen Körper ist die Auftriebskraft proportional zur Eintauchtiefe h, solange diese kleiner als die Höhe H des Körpers ist.

# > AUFGABEN

- Messung der Kraft auf einen in Wasser eingetauchten Körper.
- Bestimmung der Auftriebskraft und Bestätigung der Proportionalität zwischen Auftriebskraft und Eintauchtiefe.
- Bestimmung der Dichte des Wassers.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Tauchkörper AI 100 cm <sup>3</sup>	1002953
1	Präzisionskraftmesser 5 N	1003106
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Satz 10 Bechergläser, hohe Form	1002873
1	Laborboy II	1002941
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 750 mm	1002935
1	Muffe mit Haken	1002828



# Auf einen in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper wirkt nach dem Archimedischen Prinzip eine Auftriebskraft $F_{\rm G}$ . Ihre Größe entspricht dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.

Für einen regelmäßigen Tauchkörper mit der Querschnittsfläche A und der Höhe H, der bis zur Tiefe h eintaucht, gilt

(1)	$F_{\rm G} = \rho \cdot g \cdot A \cdot h$ , für $h < H$
und	
(2)	$F_{\rm G} = \rho \cdot g \cdot A \cdot H$ , für $h > H$

Im Experiment wird ein Quader mit dem Gewicht  ${\it F}_{\rm 0}$  eingesetzt. Er zieht mit der Kraft

(3)  $F(h) = F_0 - F_G(h)$ 

an einem Kraftmesser, während er bis zur Tiefe h in Wasser eintaucht.

# AUSWERTUNG

Die Messwerte für die Auftriebskraft als Funktion der relativen Eintauchtiefe h/H liegen auf einer Ursprungsgeraden mit der Steigung

 $a = \rho \cdot g \cdot A \cdot H$ 

Aus der Steigung lässt sich somit die Dichte von Wasser berechnen.





Abb. 1: Auftriebskraft  $F_{\rm G}$  als Funktion der relativen Eintauchtiefe h / H



Abb. 2: Schematische Darstellung

# **UE1030250** GLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTE BEWEGUNGEN



# > AUFGABEN

- Untersuchung von gleichmäßig beschleunigten Bewegungen in Abhängigkeit von der beschleunigenden Masse.
- Untersuchung von gleichmäßig beschleunigten Bewegungen in Abhängigkeit von der beschleunigten Masse.

#### ZIEL

Messung der Momentangeschwindigkeit in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke

## ZUSAMMENFASSUNG

Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ist die Momentangeschwindigkeit umso größer je länger die zurückgelegte Strecke ist. Aus dem Proportionalitätsfaktor zwischen dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Strecke lässt sich die Beschleunigung berechnen. Dies wird im Experiment an einem Wagen auf einer Rollenfahrbahn untersucht. Zur Messung der Momentangeschwindigkeit unterbricht ein am Wagen befestigter Unterbrecher bekannter Breite eine Lichtschranke. Die Unterbrechungszeit wird mit einem Digitalzähler gemessen.

Anzahl	Geräte	ArtNr
1	Rollenfahrbahn	1018102
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032
1	Schlitzgewichtsatz, 10 x 10 g	1003227
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	1002849
1	Schnur, 100 m	1007112



Bei konstanter Beschleunigung nehmen Momentangeschwindigkeit v und zurückgelegte Strecke s im Laufe der Zeit t zu. Also ist die Geschwindigkeit umso größer je länger die zurückgelegte Strecke ist.

 $v(t) = a \cdot t$ 

 $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ 

Nach Ablauf der Zeit t beträgt die Momentangeschwindigkeit

(1)

und die zurückgelegte Strecke

(2)

Also ist

 $v(s) = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ 

(3) bzw.

Zur Messung der Momentangeschwindigkeit

(5) 
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

unterbricht im Experiment ein am Wagen befestigter Unterbrecher bekannter Breite  $\Delta s$  eine Lichtschranke. Die Unterbrechungszeit  $\Delta t$ wird mit einem Digitalzähler gemessen.

#### AUSWERTUNG

Trägt man die Quadrate der aus den Unterbrechungszeiten bestimmten Momentangeschwindigkeiten gegen die zurückgelegten Strecken auf, so ist bei konstanter Beschleunigung gemäß Gleichung 4 ein linearer Zusammenhang zu erwarten. Die Steigung der anzupassenden Ursprungsgerade entspricht dem doppelten Wert der Beschleunigung.



Abb. 2:  $v^2$ -s-Diagramm für  $m_2 = 500$  g.  $m_1 = 10$  g (rot), 20 g (blau)



Abb. 3:  $v^2$ -s-Diagramm für  $m_2$  = 1000 g.  $m_1$  = 10 g (grün), 20 g (rot), 30 g (schwarz), 40 g (blau)



# UE1030260 GLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTE BEWEGUNG



# > AUFGABEN

- Aufzeichnung des Weges als Funktion der Zeit.
- Bestimmung der Momentangeschwindigkeit als Funktion der Zeit.
- Bestimmung der Momentanbeschleunigung als Funktion der Zeit.
- Bestimmung der mittleren Beschleunigung als Anpassungsparameter und Vergleich mit dem Quotienten aus Kraft und Masse.

# ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung von gleichmäßig beschleunigten Bewegungen auf der Rollenfahrbahn

# ZUSAMMENFASSUNG

Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung hängen die Momentangeschwindigkeit linear und der zurückgelegte Weg quadratisch von der Zeit ab. Diese Zusammenhänge werden im Experiment an Bewegungen auf der Rollenfahrbahn untersucht, die mit einer Kombination aus einem Speichenrad als Umlenkrolle und einer Lichtschranke aufgezeichnet werden.

# BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	ArtNr
1	Rollenfahrbahn	1018102
1	WiLab*	1022284
1	Anschlusskabel MiniDin8 - BT	1021688
1	Lichtschranke	1000563
1	Schnur, 100 m	1007112
1	Schlitzgewichtsatz, 10 x 10 g	1003227
Zusaätz	lich erforderlich:	
1	Coach 7 Lizenz	

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die momentane Geschwindigkeit v und die momentane Beschleunigung a eines Massenpunktes sind definiert als Ableitungen erster und zweiter Ordnung des zurückgelegten Weges s nach der Zeit t. Diese Definitionen können experimentell nachvollzogen werden, indem man anstelle der Ableitungen die entsprechenden Differenzenquotienten betrachtet und den zurückgelegten Weg in ein feines Raster unterteilt, um die zu den Rasterpunkten szugehörigen Zeitpunkte  $t_n$  zu messen. Damit sind die Voraussetzungen geschaffen, um z.B. den zeitlichen Verlauf gleichmäßig beschleunigter Bewegungen experimentell zu untersuchen.

Bei konstanter Beschleunigung a nimmt die Momentangeschwindigkeit v proportional zur Zeit t zu, sofern der Massenpunkt zu Beginn ruhte:

 $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ 

(1)

 $v = a \cdot t$ 

Der zurückgelegte Weg s wächst proportional zum Quadrat der Zeit:

(2)



Ursache für eine konstante Beschleunigung ist eine konstante beschleunigende Kraft *F*, wenn sich auch die beschleunigte Masse *m* nicht ändert:

 $a = \frac{F}{m}$ 

Diese Zusammenhänge werden im Experiment an einem Wagen auf einer Rollenfahrbahn untersucht. Der Wagen erfährt eine gleichmäßige Beschleunigung, weil ihn ein Faden mit konstanter Kraft zieht. Diese Kraft ist das Gewicht einer angehängten Masse, siehe Abb. 1. Die Umlenkrolle für den Faden ist als Speichenrad ausgelegt, das mit seinen Speichen eine Lichtschranke unterbricht. Ein angeschlossenes Messinterface misst die Zeitpunkte  $t_n$  der Unterbrechung und sendet die Daten zur Auswertung an einen Computer. Die Auswertesoftware berechnet den zurückgelegten Weg zum Zeitpunkt  $t_n$ , sowie die zugehörigen Werte für Momentangeschwindigkeit und die Momentanbeschleunigung

(4a)  $s_n = n \cdot \Delta$ 

 $\Delta$  =20 mm: Speichenabstand

 $v_{\rm n} = \frac{\Delta}{t_{\rm n+1} - t_{\rm n-1}}$ 

 $a_{n} = \frac{\frac{\Delta}{t_{n+1} - t_{n}} - \frac{\Delta}{t_{n} - t_{n-1}}}{\frac{t_{n+1} - t_{n-1}}{2}}$ 

Die Messungen werden für verschiedene Kombinationen aus beschleunigender Kraft F und beschleunigter Masse m durchgeführt.

## AUSWERTUNG

Mit der Auswertesoftware werden die drei Größen s, vund a als Funktion der Zeit t dargestellt. Die Gültigkeit der Gleichungen (1) und (2) wird durch Anpassen entsprechender Funktionen geprüft, in die die Beschleunigung a als Parameter eingeht.

Es sei  $m_1$  die Masse des Wagens und  $m_2$  die am Faden hängende Masse. Da auch die Masse  $m_2$  beschleunigt wird, ist in Gleichung (3):

 $F = m_2 \cdot g$  und  $m = m_1 + m_2$ 

 $a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$ 

Daraus folgt:



Abb. 1: Schematische Darstellung zum Messprinzip



Abb. 2: Weg in Abhängigkeit von der Zeit



Abb. 3: Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit



Abb. 4: Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit

# UE1030280 | STOSSGESETZE



#### ZIEL

Untersuchung von eindimensionalen Stößen auf der Luftkissenfahrbahn

## ZUSAMMENFASSUNG

Eine wichtige Konsequenz des dritten Newton'schen Axioms ist die Impulserhaltung bei Stößen zweier Körper. Sie lässt sich z. B. durch die Untersuchung eindimensionaler Stöße zweier Gleiter auf einer Luftkissenfahrbahn verifizieren. Man spricht von elastischen Stößen, wenn die gesamte kinetische Energie erhalten bleibt, und von inelastischen Stößen, wenn nur die kinetische Energie des gemeinsamen Schwerpunktes erhalten bleibt. Im Experiment werden die einzelnen Geschwindigkeiten der Gleiter aus den Unterbrechungszeiten an einer Lichtschranke bestimmt und daraus die Impulse berechnet.

## > AUFGABEN

- Untersuchung des elastischen und des inelastischen Stoßes zweier Gleiter auf der Luftkissenfahrbahn.
- Nachweis der Impulserhaltung beim elastischen und beim inelastischen Stoß und Betrachtung der Einzelimpulse beim elastischen Stoß.
- Untersuchung der Energiebilanzen beim elastischen und beim inelastischen Stoß.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Luftkissenfahrbahn	1021090
1	Luftstromerzeuger (230 V, 50/60 Hz)	1000606 oder
	Luftstromerzeuger (115 V, 50/60 Hz)	1000605
1	WiLab*	1022284
2	Anschlusskabel MiniDin8 - BT	1021688
2	Lichtschranke	1000563
2	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
2	Universalmuffe	1002830
2	Stativstange, 470 mm	1002934
Zusätzlich erforderlich:		
1	Coach 7 Lizenz	
Zusätzlich empfohlen:		
1	Laborwaage 610	1003419

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Eine wichtige Konsequenz des dritten Newton'schen Axioms ist die Impulserhaltung bei Stößen zweier Körper. Sie lässt sich z. B. durch die Untersuchung eindimensionaler Stöße zweier Gleiter auf einer Luftkissenfahrbahn verifizieren.

Im Bezugssystem des gemeinsamen Schwerpunkts ist der Gesamtimpuls der beiden Gleiter mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  vor und nach dem Stoß Null.

(1) 
$$\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 = \tilde{p}'_1 + \tilde{p}'_2 = 0$$

 $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2$ : Einzelimpulse vor dem Stoß,,  $\tilde{p}_1', \tilde{p}_2'$ : Einzelimpulse nach dem Stoß.

Die kinetische Energie der beiden Gleiter in diesem Bezugssystem

(2) 
$$\tilde{E} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2}$$

kann je nach Art des Stoßes teilweise oder vollständig in andere Energieformen gewandelt



werden. Von einem elastischen Stoß spricht man, wenn die kinetische Energie im Schwerpunktsystem vollständig erhalten bleibt, und von einem inelastischen Stoß, wenn sie vollständig umgewandelt wird. Im Bezugssystem der Fahrbahn lautet die Impulserhaltung

(3) 
$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 = p = \text{const.}$$

$$p_1, p_2$$
: Einzelimpulse vor dem Stoß,  
 $p'_1, p'_2$ : Einzelimpulse nach dem Stoß.

Als Folge der Impulserhaltung bleibt auch die Geschwindigkeit

 $v_{\rm c} = \frac{p}{m_1 + m_2}$ 

und die kinetische Energie

(5)  $E_{\rm c} = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot v_{\rm c}^2$ 

des Schwerpunktes erhalten. Dies gilt sowohl für elastische wie auch für inelastische Stöße. Im Experiment ruht der zweite Gleiter vor dem Stoß. Die Impulserhaltung (Gl. 3) lautet daher

(6) 
$$p = m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

wobei  $v'_1$  und  $v'_2$  nach einem elastischen Stoß unterschiedlich Werte annehmen, jedoch nach einem inelastischen Stoß übereinstimmen. Beim elastischen Stoß stößt ein flacher Stößel des ersten Gleiters gegen ein straff gespanntes Gummiband des zweiten Gleiters, beim inelastischen Stoß verfängt sich ein langer spitzer Stößel in einer Knetmasse. Zur Variation der Masse können Zusatzmassen aufgelegt werden.

Nach einem elastischen Stoß gilt

(7)  $p_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot p, \ p_2' = \frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot p$ 

und

(8) 
$$E = \frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{m_1}{2} \cdot v_1'^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2'^2$$

Beim inelastischen Stoß bleibt nur die kinetische Energie des Schwerpunktes erhalten. Für sie berechnet man aus (4), (5) und (6)

(9)  $E_{c} = \frac{m_{1}}{m_{1} + m_{2}} \cdot \frac{m_{1}}{2} \cdot v_{1}^{2} = \frac{m_{1}}{m_{1} + m_{2}} \cdot E$ 

## AUSWERTUNG

Die von der Software aufgezeichneten Zeitintervalle *t* müssen mit den Experimentierverfahren abgeglichen werden. Für die Geschwindigkeiten der Gleiter gilt

$$t = \frac{25 \,\mathrm{mm}}{\Delta t}$$

In einer genaueren Betrachtung der Energie- und Impulsbilanz sind auch Reibungsverluste zu berücksichtigen. Sie betragen bei den ermittelten Impulsen etwa 5% und 10% bei den Energiewerten, siehe Abb. 1 bis 5.



# UE1030300 | FREIER FALL



# > AUFGABEN

- Messung der Fallzeit *t* einer Kugel in Abhängigkeit vom Abstand *h* zwischen Auslösevorrichtung und Auffangteller.
- Punktweise Aufzeichnung des Weg-Zeit-Diagramms einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Fallstrecke und Quadrat der Fallzeit.
- Bestimmung der Fallbeschleunigung g.



# ZIEL

Bestimmung der Fallbeschleunigung

# ZUSAMMENFASSUNG

Beim Freien Fall ist die Fallstrecke h proportional zum Quadrat der Fallzeit t. Aus dem Proportionalitätsfaktor lässt sich die Fallbeschleunigung g berechnen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Freier-Fall-Gerät	1000738
1	Millisekunden-Zähler (230 V, 50/60 Hz)	1012832 oder
	Millisekunden-Zähler (115 V, 50/60 Hz)	1012833
1	Satz 3 Sicherheitsexperimentierkabel	1002848



Fällt ein Körper im Schwerefeld der Erde aus einer Höhe *h* auf den Boden, so erfährt er eine konstante Beschleunigung *g*, solange die Fallgeschwindigkeit klein ist und die Reibung somit vernachlässigt werden kann. Man bezeichnet diese Fallbewegung als Freien Fall.

Im Experiment wird eine Stahlkugel an eine Auslösevorrichtung gehängt. Beim Auslösen des Freien Falls wird gleichzeitig auch die elektronische Zeitmessung gestartet. Nach Zurücklegen einer Fallstrecke *h* fällt die Kugel auf eine Auffangvorrichtung und stoppt die Messung zur Fallzeit *t*.

Da die Kugel zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  mit der Geschwindigkeit  $v_0 = 0$  startet, beträgt der in der Zeit *t* zurückgelegte Weg

(1)

 $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ 

# AUSWERTUNG

#### Erste Variante:

Die Fallzeiten verhalten sich wie 2 : 1, wenn sich die Fallstrecken wie 4 : 1 verhalten. Die Fallstrecke ist also proportional zum Quadrat der Fallzeit.

#### Zweite Variante:

Die Messergebnisse für verschiedene Fallstrecken werden als Wertepaare in ein Weg-Zeit-Diagramm eingetragen. Die zurückgelegte Fallstrecke *h* ist keine lineare Funktion der Zeit *t*, wie der Vergleich zwischen der Anpassung einer Geraden und einer Parabel an die Messwerte bestätigt. Zur Linearisierung wird die Fallstrecke als Funktion des Quadrats der Fallzeit aufgetragen. Die Übereinstimmung der angepassten Ursprungsgeraden mit den Messwerten bestätigt (1). Aus der Geradensteigung lässt sich die Fallbeschleunigung berechnen.



Abb. 1: Weg-Zeit-Diagramm des Freien Falls



Abb. 2: Fallstrecke als Funktion des Quadrats der Fallzeit

# UE1030400 | SCHIEFER WURF



# > AUFGABEN

- Bestimmung der Wurfweite in Abhängigkeit von Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit.
- Berechnung der Abwurfgeschwindigkeit aus der maximalen Wurfweite.
- Punktweise Aufzeichnung der "Wurfparabeln" in Abhängigkeit von Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit.
- Bestätigung des Superpositionsprinzips.

## ZIEL

Punktweise Aufzeichnung der "Wurfparabeln"

# ZUSAMMENFASSUNG

Die Bewegung einer Kugel, die im Gravitationsfeld unter einem Winkel zur Horizontalen abgeschossen wird, folgt einer parabelförmigen Flugkurve, deren Höhe und Weite vom Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit abhängt. Sie wird unter Verwendung eines Höhenmaßstabes mit zwei Zeigern punktweise vermessen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Wurfgerät	1002654
1	Halter für Wurfgerät	1002655
1	Höhenmaßstab, 1 m	1000743
1	Satz Zeiger für Maßstäbe	1006494
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603



Die Bewegung einer Kugel, die im Gravitationsfeld unter einem Winkel zur Horizontalen abgeschossen wird, setzt sich nach dem Superpositionsprinzip aus einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in Abwurfrichtung und einer Fallbewegung zusammen. Es resultiert eine parabelförmige Flugkurve, deren Höhe und Weite vom Abwurfwinkel  $\alpha$  und der Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  abhängt.

Zur Berechnung der Flugkurve legt man der Einfachheit halber den Ursprung des Koordinatensystems in den Kugelmittelpunkt zum Zeitpunkt des Starts und vernachlässigt außerdem die Luftreibung der Kugel. Dann behält die Kugel in horizontaler Richtung ihre Anfangsgeschwindigkeit

(1) 
$$v_{x}(0) = v_{0} \cdot \cos \alpha$$

und erreicht daher zum Zeitpunkt *t* die horizontale Entfernung.

(2) 
$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

In vertikaler Richtung erfährt die Kugel unter dem Einfluss des Gravitationsfeldes die Fallbeschleunigung g. Zum Zeitpunkt t beträgt daher ihre Geschwindigkeit

(3)  $v_{y}(t) = v_{0} \cdot \sin\alpha - g \cdot t$ 

und die vertikale Entfernung

$$y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Die Flugkurve der Kugel hat die Form einer Parabel, da sie der Gleichung genügt.

(5)  $y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot x^2$ 

Zum Zeitpunkt

(4)

(6)

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

erreicht die Kugel den höchsten Punkt der Parabel und zum Zeitpunkt

v cine

(7) 
$$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{\sigma}$$

wieder die Ausgangshöhe 0. Die Höhe der Parabel ist also

(8)  $h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2 \alpha$ 

und die Weite

(9) 
$$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

Im Experiment werden die Flugkurven einer Kugel unter Verwendung eines Höhenmaßstabes mit zwei Zeigern punktweise in Abhängigkeit von Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit vermessen.

#### AUSWERTUNG

Beim Abschusswinkel  $\alpha$  = 45° wird die größte Weite  $s_{max}$  aller Flugkurven erreicht. Aus ihr lässt sich die Abwurfgeschwindigkeit berechnen. Wegen Gl. 9 gilt

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{\max}}$$

Eine genaue Analyse der Messdaten zeigt, dass sogar die Luftreibung der Kugel berücksichtigt werden muss und die Flugkurven geringfügig von der Parabelform abweichen.



Abb. 1: Gemessene und unter Berücksichtigung der Luftreibung berechnete Wurfparabeln bei minimaler Abwurfgeschwindigkeit und verschiedenen Abwurfwinkeln

# UE1030600 | ZWEIDIMENSIONALE STÖSSE



# > AUFGABEN

- Bestimmung der Geschwindigkeiten vor und nach einem Stoß.
- Bestätigung der Impulserhaltung bei elastischen und inelastischen Stößen.
- Bestätigung der Energieerhaltung bei elastischen und inelastischen Stößen.
- Untersuchung der Schwerpunktbewegung des Systems.

#### ZIEL

Untersuchung elastischer und inelastischer Stöße zweier Körper in der Ebene

# ZUSAMMENFASSUNG

Beim Stoß zweier Körper unterliegen die Stoßpartner der Energie- und Impulserhaltung. Mit Hilfe dieser Erhaltungsgrößen ist es möglich die Bewegung der Körper nach dem Stoß zu beschreiben. Im ebenen Fall müssen die Geschwindigkeiten und Impulse der stoßenden Körper vektoriell beschrieben werden. Eine besonders einfache Beschreibung ermöglicht der Wechsel ins Schwerpunktsystem. Im Experiment werden zwei Pucks auf einem Luftkissentisch zur Kollision gebracht und die Geschwindigkeiten mit Hilfe von Tintenstrahl-Markierung oder Video Tracking aufgezeichnet und analysiert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Luftkissentisch mit Inkjet-Pucks	1021623
Zusätzlich empfohlen:		
1	Laborwaage 610	1003419
1	Lineal, 50 cm	
1	Videokamera	
1	Videoanalysesoftware, z. B. Coach 7	



Ein Stoß beschreibt eine kurzzeitige Wechselwirkung zweier Körper. Hierbei wird angenommen, dass die Wechselwirkung nur über einen konkreten und kurzen Zeitraum stattfindet und die Körper sich sonst nicht beeinflussen. Bei Abwesenheit zusätzlicher Kräfte bewegen sich beide Körper vor und nach dem Stoß mit konstanter Geschwindigkeit. Da die zwei Körper als geschlossenes System betrachtet werden können, unterliegt der Vorgang der Impuls- und Energieerhaltung.

Die Geschwindigkeiten der Körper 1 und 2 vor dem Stoß werden mit den Vektoren  $v_1$  bzw.  $v_2$  beschrieben; nach dem Stoß mit  $v'_1$  bzw.  $v'_2$ . Die Impulse entsprechend mit  $p_i$  und  $p'_i$  (i = 1, 2). Die Massen sind zeitlich konstant und werden mit  $m_1$  und  $m_2$  bezeichnet. Auf Grund der Impulserhaltung gilt

(1) 
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Weiter bleibt bei elastischen Stößen die gesamte kinetische Energie des Systems erhalten:

(2) 
$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$$

Sei nun Körper 2 vor dem Stoß in Ruhe, dann kann man ohne Beschränkung der Allgemeinheit das Koordinatensystem derart wählen, dass sich Körper 1 entlang der *x*-Achse bewegt ( $v_{1y}$  = 0). Wir betrachten zunächst einen zentralen Stoß mit *d* = 0, siehe Abb. 1. Hier bewegen sich die Körper entlang der *x*-Achse und für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß gilt

(3) 
$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_2$$

$$m_1 + m_2$$

(4) 
$$v'_2 = \frac{-m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

Bei gleichen Massen  $m_1 = m_2$  ergibt sich

(5)	$v'_{1} = 0$
• •	

(6) 
$$v'_2 = v_1$$

Bei nicht zentralen Stößen gilt im Falle gleicher Massen, dass die Körper im 90°-Winkel auseinander laufen; also

$$\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$$

Zusätzlich folgt aus (1) mit  $v_{1y} = 0$  und  $m_1 = m_2$ 

(8) 
$$v'_{1y} = -v$$

Der Ortsvektor des Schwerpunktes ist

(9) 
$$\boldsymbol{r}_{s} = \frac{\boldsymbol{m}_{1} \cdot \boldsymbol{r}_{1} + \boldsymbol{m}_{2} \cdot \boldsymbol{r}_{2}}{\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m}}$$

Da der Gesamtimpuls erhalten bleibt, ist die Schwerpunktgeschwindigkeit

(10) 
$$\boldsymbol{\nu}_{s} = \frac{m_{1} \cdot \boldsymbol{\nu}_{1} + m_{2} \cdot \boldsymbol{\nu}_{2}}{m_{1} + m_{2}}$$

konstant. Der Gesamtimpuls entspricht dem Impuls einer Masse  $m_{\rm S} = m_1 + m_2$ , die sich mit der Schwerpunktgeschwindigkeit fortbeweqt.

Oft ist es sinnvoll, in das Schwerpunktsystem zu transformieren: Dort bewegen sich die beiden Massen vor dem Stoß so aufeinander zu, dass der Gesamtimpuls Null ist. Nach einem elastischen Stoß bewegen sie sich so voneinander weg, dass der Gesamtimpuls Null bleibt, und nach einem vollkommen inelastischen Stoß rotieren sie aneinander haftend um den Schwerpunkt. Hierbei bleibt die kinetische Energie des Systems erhalten.

Im Experiment werden zwei Pucks auf einem Luftkissentisch zur Kollision gebracht und ihre Bewegung unter Zuhilfenahme eines Plotters aufgezeichnet.

# AUSWERTUNG

Eine Auswertung der kinetischen Energie weist Verluste aus, das liegt an der leichten Verformung der Körper, wenn diese kollidieren sowie an der intrinsischen Rotation der Pucks, die nicht mit in Betracht gezogen wurde. Der Betrag der Geschwindigkeit berechnet sich aus.

$$v = \Delta \cdot f$$





Abb. 1: Schematische Darstellung des nicht zentralen Stoßes zweier Massen



Abb. 2: Aufzeichnung und Auswertung eines nicht zentralen Stoßes zweier ungleicher Massen mit Anfangsgeschwindigkeiten  $v_1 \neq 0$  und  $v_2 \neq 0$ 



Abb. 3: Bewegung des Massenschwerpunktes S vor und nach dem Stoß

# **UE1040101** I GLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTE ROTATIONSBEWEGUNGEN



# > AUFGABEN

- Punktweise Aufzeichnung des Drehwinkel-Zeit-Diagramms einer gleichmäßig beschleunigten Rotationsbewegung.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Drehwinkel und Quadrat der Zeit.
- Bestimmung der Winkelbeschleunigung in Abhängigkeit vom beschleunigenden Drehmoment und Bestätigung der Newton'schen Bewegungsgleichung.
- Bestimmung der Winkelbeschleunigung in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment und Bestätigung der Newton'schen Bewegungsgleichung.

## ZIEL Bestätigung der Newton'schen Bewegungsgleichung

## ZUSAMMENFASSUNG

Der Drehwinkel  $\varphi$  eines gleichmäßig beschleunigt um eine feste Achse rotierenden starren Körpers nimmt proportional zum Quadrat der Zeit *t* zu. Aus dem Proportionalitätsfaktor lässt sich die Winkelbeschleunigung  $\alpha$  berechnen, die ihrerseits gemäß der Newton'schen Bewegungsgleichung vom beschleunigenden Drehmoment und vom Trägheitsmoment des starren Körpers abhängt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Luftgelagertes Drehsystem (230 V, 50/60 Hz)	1000782 oder
	Luftgelagertes Drehsystem (115 V, 50/60 Hz)	1000781
1	Laserreflexsensor	1001034
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032


Die Rotation eines starren Körpers um eine feste Achse kann analog zu eindimensionalen Translationsbewegungen beschrieben werden. Man ersetzt den Weg *s* durch den Drehwinkel  $\varphi$ , die Geschwindigkeit *v* durch die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , die Beschleunigung a durch die Winkelbeschleunigung *a*, die beschleunigende Kraft *F* durch das am starren Körper angreifende Drehmoment *M* und die träge Masse *m* durch das Trägheitsmoment *J* des starren Körpers um die Drehachse.

In Analogie zur Newton'schen Bewegungsgleichung für Translationsbewegungen gilt: Ein drehbar gelagerter starrer Körper mit dem Trägheitsmoment *J* erfährt die Winkelbeschleunigung  $\alpha$ , wenn das Drehmoment angreift.

$$M = J \cdot \alpha$$

Wirkt ein konstantes Drehmoment, so vollzieht der Körper eine Drehbewegung mit gleichmäßiger Winkelbeschleunigung. Im Experiment wird dies an einem luftgelagerten und deshalb sehr reibungsarmen Drehsystem untersucht. Es wird zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 0$  gestartet und dreht sich in der Zeit t um den Winkel

(2) 
$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

Das Drehmoment *M* resultiert aus der Gewichtskraft einer beschleunigenden Masse  $m_{\rm M}$ , die im Abstand  $r_{\rm M}$  zur Drehachse am Körper angreift.

 $M = r_{\rm M} \cdot m_{\rm M} \cdot g$ 

(3)

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
 : Fallbeschleunigung

Bringt man auf der Hantelstange des Drehsystems zusätzlich zwei Massen  $m_J$  in festem Abstand  $r_J$  zur Drehachse an, so vergrößert sich das Trägheitsmoment gemäß

$$J = J_0 + 2 \cdot m_1 \cdot r_1^2$$

J<sub>0</sub>: Trägheitsmoment ohne Zusatzmassen

Sowohl zur Beschleunigung wie auch zur Vergrößerung der Trägheit stehen jeweils mehrere Massestücke zur Verfügung. Außerdem können die Abstände  $r_{\rm M}$  und  $r_{\rm J}$  variiert werden. Somit kann die Winkelbeschleunigung zur Bestätigung von (1) in Abhängigkeit des Trägheitsmoments und des Drehmoments untersucht werden.

#### AUSWERTUNG

Die Proportionalität des Drehwinkels zum Quadrat der Zeit wird durch Messung der zu den Drehwinkeln 10°, 40°, 90°, 160° und 250° gehörenden Zeiten veranschaulicht.

Zur Messung der Winkelbeschleunigung  $\alpha$  in Anhängigkeit der Parameter *M* und *J* wird jeweils die für eine Drehung um 90° benötigte Zeit *t*(90°) gemessen. In diesem Fall gilt

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90^\circ)^2}$$



Abb. 1: Drehwinkel-Zeit-Diagramm einer gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung



Abb. 2: Winkelbeschleunigung  $\alpha$  in Abhängigkeit des Drehmoments M



Abb. 3: Winkelbeschleunigung  $\alpha$  in Abhängigkeit des Trägheitsmoments J

# UE1040201 | TRÄGHEITSMOMENT |



## > AUFGABEN

- Bestimmung der Winkelrichtgröße D<sub>r</sub> der Kopplungsfeder.
- Bestimmung des Trägheitsmoments *J* in Abhängigkeit vom Abstand *r* der Massestücke zur Drehachse.
- Bestimmung des Trägheitsmoments *J* in Abhängigkeit von der Masse *m* der Massestücke.

## ZIEL

Bestimmung des Trägheitsmoments einer Hantelstange mit Zusatzmassen

## ZUSAMMENFASSUNG

Das Trägheitsmoment eines Körpers um seine Drehachse hängt von der Massenverteilung im Körper relativ zur Achse ab. Dies wird für eine Hantelstange untersucht, auf der zwei Massestücke symmetrisch zur Drehachse angeordnet sind. Die Schwingungsdauer der mit einer Kopplungsfeder verbundenen Hantelstange ist umso größer, je größer das durch die Zusatzmassen und deren Abstand bestimmte Trägheitsmoment der Hantelstange ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Luftgelagertes Drehsystem (230 V, 50/60 Hz)	1000782 oder
	Luftgelagertes Drehsystem (115 V, 50/60 Hz)	1000781
1	Ergänzungssatz zum Luftgelagerten Drehsystem	1000783
1	Laserreflexsensor	1001034
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032



Die Trägheit eines starren Körpers gegenüber einer Änderung seiner Rotationsbewegung um eine feste Achse wird durch das Trägheitsmoment *J* angegeben. Es hängt von der Massenverteilung im Körper relativ zur Drehachse ab und ist umso größer je größer die Abstände zur Drehachse sind.

Dies wird im Experiment am Beispiel einer Drehscheibe mit Hantelstange untersucht, auf der symmetrisch im Abstand *r* zur Drehachse zwei Massestücke mit der Masse *m* angeordnet sind. Das Trägheitsmoment beträgt in diesem Fall

(1)

 $J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2$  $J_0:$  Trägheitsmoment ohne Massestücke

Wird die Drehscheibe über eine Schraubenfeder elastisch an ein Stativ gekoppelt, kann das Trägheitsmoment aus der Schwingungsdauer der Drehscheibe um ihre Ruhelage bestimmt werden. Es gilt

(2) 
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}}$$

D<sub>r</sub>: Winkelrichtgröße der Schraubenfeder

D.h. die Schwingungsdauer T ist umso größer, je größer das durch die Masse m und den Abstand r bestimmte Trägheitsmoment J der Drehscheibe mit Hantelstange ist.

AUSWERTUNG

Aus (2) ergibt sich die Bestimmungsgleichung für das Trägheitsmoment:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$



Abb. 1: Trägheitsmoment J der Drehscheibe mit Hantelstange für drei verschiedene Zusatzmassen m in Abhängigkeit vom Quadrat des Abstandes r zur Drehachse

# UE1040205 | TRÄGHEITSMOMENT II



## > AUFGABEN

- Bestimmung der Winkelrichtgröße *D*<sub>r</sub> der Kopplungsfeder.
- Bestimmung des Trägheitsmoments J der Hantelstange ohne Massestücke.
- Bestimmung des Trägheitsmoments *J* in Abhängigkeit vom Abstand *r* der Massestücke zur Drehachse.
- Bestimmung des Trägheitsmoments *J* für eine Kreis- und Holzscheibe, eine Holzkugel sowie einen Voll- und Hohlzylinder.

ZIEL

Bestimmung des Trägheitsmoments verschiedener Probekörper

### ZUSAMMENFASSUNG

Das Trägheitsmoment eines Körpers um seine Drehachse hängt von der Massenverteilung im Körper relativ zur Achse ab. Dies wird für eine Hantelstange untersucht, auf der zwei Massestücke symmetrisch zur Drehachse angeordnet sind, für eine Kreis- und Holzscheibe, eine Holzkugel und einen Voll- und Hohlzylinder. Die Schwingungsdauer der Probekörper ist abhängig von der Masseverteilung und deren Radien.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Drillachse	1008662
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Stativfuß, 3-Bein, 185 mm	1002836
1	Präzisionskraftmesser 1 N	1003104
1	Satz Probekörper zur Drillachse	1021752



Die Trägheit eines starren Körpers gegenüber einer Änderung seiner Rotationsbewegung um eine feste Achse wird durch das Trägheitsmoment *J* angegeben. Es hängt von der Massenverteilung im Körper relativ zur Drehachse ab und ist umso größer je größer die Abstände zur Drehachse sind.

Allgemein ist das Trägheitsmoment definiert über das Volumenintegral:

(1) 
$$J = \int r_s^2 \cdot \rho(r) \cdot dV$$

 $r_{\rm s}$ : zur Rotationsachse senkrechter Anteil von r

 $\rho(r)$ : Massenverteilung des Körpers Für das Beispiel einer Hantelstange, auf der symmetrisch im Abstand *r* zur Drehachse zwei Massestücke mit der Masse *m* 

angeordnet sind, beträgt das Trägheitsmoment:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2$$

 $J_0$ : Trägheitsmoment der Hantelstange ohne Massestücke Nun können die verschiedenen Probekörper auf der Drillachse befestigt werden. Für die Schwingungsdauer *T* einer Periode gilt:

$$(3) T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}}$$

 $D_r$ : Winkelrichtgröße der Schraubenfeder D.h. die Schwingungsdauer T ist umso größer, je größer das Trägheitsmoment J ist.

Die Winkelrichtgröße der Schraubenfeder kann mit Hilfe eines Federkraftmessers bestimmt werden:

$$(4) D_r = \frac{F \cdot r}{\alpha}$$

 $\alpha$ : Auslenkung aus der Gleichgewichtslage

## AUSWERTUNG

Aus (3) ergibt sich die Bestimmungsgleichung für das Trägheitsmoment:

$$=D_r\cdot\frac{T^2}{4\pi}$$

Für den Aufbau mit der Hantelstange muss zusätzlich das Trägheitsmoment des Stabes subtrahiert werden: J(Massen) = J(Stab + Massen) - J(Stab)



Abb. 1: Trägheitsmoment J der Massenstücke in Abhängigkeit vom Quadrat des Massenabstandes r

# UE1040320 | MAXWELL'SCHES RAD



#### ZIEL Bestätigung der Energieerhaltung anhand eines Maxwell'schen Rades

### ZUSAMMENFASSUNG

Das Maxwell'sche Rad ist zu beiden Seiten seiner Achse an einem Faden aufgehängt, an dem es ab- und aufrollt. Dabei wird potentielle Energie in kinetische Energie und wieder zurück gewandelt. Der Vorgang des Abrollens und wieder Aufrollens wiederholt sich solange, bis die durch die Anfangshöhe festgelegte Energie durch Reibungs- und Reflexionsverluste vollständig verloren ist. In diesem Experiment wird die Bewegung des Maxwellschen Rades mit einem Ultraschall-Bewegungssensor aufgezeichnet. Aus dem resultierendem Weg-Zeit-Diagramm kann die Momentangeschwindigkeit des Rads ermittelt und damit dessen kinetische Energie berechnet werden.

## > AUFGABEN

- Aufzeichnung des Weg-Zeit-Diagrammes und des Geschwindigkeit-Zeit-Diagrammes der ersten Abwärtsbewegung.
- Bestimmung der Beschleunigung und des Trägheitsmomentes.
- Bestimmung der kinetischen und der potentiellen Energien während der Ab- und Aufwärtsbewegungen.
- Bestätigung der Energieerhaltung unter Berücksichtigung der Reibungsund Reflexionsverluste.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzah	l Geräte	ArtNr.
1	Maxwell'sches Rad	1000790
1	WiLab*	1022284
1	Bewegungssensor für WiLab*	1022288
1	Stativfuß H-Form	1018874
2	Stativstange, 1000 mm	1002936
2	Universalmuffe	1002830
Zusätz	zlich erforderlich:	
1	Coach 7 Lizenz	
Zusätz	zlich empfohlen:	
1	Elektronische Waage 5200 g	1022587
1	Messschieber, 150 mm	1002601

Alternative: 1 €Motion 1021673 oder 1 VinciLab 1021477 und 1 Bewegungssensor 1021683

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Das Maxwell'sche Rad ist zu beiden Seiten seiner Achse an einem Faden aufgehängt, an dem es abrollen kann. Dabei wird potentielle Energie zunehmend in kinetische Energie der Rotation gewandelt. Sobald der Faden vollständig abgewickelt ist, dreht sich das Rad mit hoher Rotationsenergie weiter, wickelt den Faden zur anderen Seite auf und bewegt sich unter Rückwandlung von kinetischer Energie in potentielle Energie nach oben, bis die kinetische Energie vollständig zurückgewandelt ist. Danach wiederholt sich das Ab- und Aufrollen solange, bis die durch die Anfangshöhe festgelegte Energie durch Reibungs- und Reflexionsverluste vollständig verloren ist.



Beim Ab- und Aufrollen bewegt sich das Rad langsam mit der Geschwindigkeit v nach unten und oben. Die Geschwindigkeit steht in der festen Relation

(1) 
$$v = \omega \cdot r \operatorname{mit} r$$
: Achsenradius

zur Winkelgeschwindigkeit  $\omega,$  mit der sich das Rad um die eigene Achse dreht. Die Gesamtenergie beträgt daher

(2)  $E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$  $= m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{I}{m \cdot r^2} + 1\right) \cdot v^2$ 

g: Fallbeschleunigung

Sie beschreibt eine Translationsbewegung mit der nach unten gerichteten Beschleunigung

$$\dot{v} = a = \frac{g}{\frac{I}{m \cdot r^2} + 1}$$

Diese Beschleunigung wird im Experiment aus der in der Zeit *t* zurückgelegten Strecke

$$(4) s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

bzw. aus der nach der Zeit t erreichten Momentangeschwindigkeit

$$(5) v = a \cdot t$$

bestimmt. In diesem Experiment wird die Bewegung des Maxwellschen Rades mit einem Ultraschall-Bewegungssensor aufgezeichnet. Aus der resultierenden Verschiebung im Vergleich zum Zeitdiagramm kann die Momentangeschwindigkeit des Rads ermittelt und damit dessen kinetische Energie berechnet werden.

#### AUSWERTUNG

Bei bekannter Masse *m* und bekanntem Achsenradius *r* lässt sich das Trägheitsmoment aus der Beschleunigung a bestimmen. Wegen (3) ist

$$I = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g}{a} - 1\right)$$

Die Momentangeschwindigkeit v kann über die Ableitung der Verschiebung im Vergleich zum Zeitdiagramm bestimmt werden. Die kinetischen Energien  $E_{kin}$  werden wie folgt berechnet:

$$E_{\rm kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{l}{m \cdot r^2} + 1\right) \cdot v^2$$

Für die potentielle Energie gilt

$$E_{\rm pot} = m \cdot g \cdot h$$

Die in Abb. 3 deutlich zu erkennenden Verluste in der Energiebilanz lassen sich gut durch Annahme einer konstanten Reibungskraft gegen die Bewegungsrichtung und durch eine nicht unerhebliche Energieabgabe beim Richtungswechsel am unteren Umkehrpunkt beschreiben.



Abb. 1: Weg-Zeit-Diagramm der Auf- und Abwärtsbewegung



Abb. 2: Resultierendes Geschwindigkeits-Zeit-Diagram



Abb. 3: Energieverteilung als Funktion der Zeit

# **UE1040500** PRÄZESSION UND NUTATION EINES GYROSKOPS



# > AUFGABEN

- Bestätigung der Proportionalität zwischen Rotationsfrequenz  $f_{\rm R}$  der Drehscheibe und Zeit  $T_{\rm P}$  einer Präzession des Gyroskops und Bestimmung des Trägheitsmomentes aus der graphischen Auftragung  $f_{\rm R}$  ( $T_{\rm P}$ ).
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Rotationsfrequenz  $f_R$  und Nutationsfrequenz  $f_N$  durch graphische Auftragung  $f_N$  ( $f_R$ ) bzw. der entsprechenden Zeiten  $T_R$  ( $T_N$ ).

# ZIEL

Experimentelle Untersuchung der Präzession und Nutation eines Gyroskops und Bestimmung des Trägheitsmomentes

### ZUSAMMENFASSUNG

Ein Kreisel führt zusätzlich zu seiner Rotationsbewegung eine Präzessions- und eine Nutationsbewegung aus, je nachdem ob eine äußere Kraft und damit ein zusätzliches Drehmoment auf die Drehachse einwirkt oder die Drehachse des ruhig drehenden Kreisels eine Auslenkung aus ihrer Gleichgewichtslage erfährt. Dabei ist die Präzessionsperiode umgekehrt proportional zur Rotationsperiode und die Nutationsperiode direkt proportional zur Rotationsperiode. Die Abhängigkeit der Präzessions- von der Rotationsperiode gestattet die Bestimmung des Trägheitsmomentes der rotierenden Scheibe.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gyroskop	1000695
2	Lichtschranke	1000563
1	Diodenlaser, rot 230V	1003201 oder
	Diodenlaser, rot 115V	1022208
1	WiLab*	1022284
2	Anschlusskabel MiniDin8 - BT	1021688
3	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
3	Universalmuffe	1002830
3	Stativstange, 750 mm	1002935
Zusätzli	ch erforderlich:	
1	Coach 7 Lizenz	

Alternative: 1 VinciLab 1021477

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Kreisel ist ein starrer Körper, der sich um eine in einem Punkt fixierte Achse dreht. Greift eine äußere Kraft an der Achse an, so bewirkt das Drehmoment eine Änderung des Drehimpulses. Der Kreisel bewegt sich dann in die zur Figurenachse und zur einwirkenden Kraft senkrechte Richtung. Diese Bewegung nennt man Präzession. Wird ein ruhig drehender Kreisel gegen seine Drehachse gestoßen, führt er Kippbewegungen aus, die Nutation genannt werden. Beide Bewegungen überlagern sich im Allgemeinen.



Im Experiment wird ein Gyroskop eingesetzt, dessen große Kreisscheibe reibungsarm um eine in einem Auflagepunkt gelagerte Drehachse rotiert. Eine Gegenmasse ist so justiert, dass der Auflagepunkt mit dem Schwerpunkt übereinstimmt. Befindet sich das Gyroskop im Gleichgewicht und wird die Drehscheibe in Rotation versetzt, wirkt ein konstanter Drehimpuls *L*:

$$(1) L = I \cdot \omega_R$$

 $\it l$ : Trägheitsmoment,  $\omega_{\it R}$ : Winkelgeschwindigkeit Das Trägheitsmoment der rotierenden Scheibe des Gyroskops ist gegeben durch:

$$I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

M: Masse der Scheibe, R: Radius der Scheibe Wird die Drehachse mit einer Zusatzmasse m beschwert, so bewirkt das durch die zusätzliche Gewichtskraft hervorgerufene Drehmoment  $\tau$ eine Änderung des Drehimpulses:

(3) 
$$\tau = m \cdot g \cdot r = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$$

r: Abstand vom Lagerpunkt der Drehachse zum Angriffspunkt der Zusatzmasse

Die Drehachse bewegt sich dann gemäß Abb. 2 um den Winkel

(4) 
$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$$

und präzediert. Daraus folgt für die Winkelgeschwindigkeit der Präzessionsbewegung:

(5)  $\omega_{P} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_{R}}$ 

und mit 
$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$$
  
$$\frac{1}{T_p} = f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{l} \cdot T_p$$

(6)

Wird die Drehscheibe ohne zusätzliches, äußeres Drehmoment in Rotation versetzt und die Drehachse leicht seitlich angeschlagen, führt das Gyroskop Nutationsbewegungen aus. Die Winkelgeschwindigkeit der Nutation ist dabei direkt proportional zur Winkelgeschwindigkeit der Rotation:

(7)  $\omega_{N} = C \cdot \omega_{R} \text{ bzw. } T_{R} = C \cdot T_{N}$ 

#### C: Konstante

Im Experiment werden die Rotations-, Prazessions- und Nutationsbewegung mit Lichtschranken erfasst und die zeitlichen Verläufe der Impulse mit Hilfe eines Interfaces und einer Software aufgenommen und dargestellt.

#### AUSWERTUNG

Die Rotations-, Präzessions- und Nutationsperiode werden über die aufgenommenen Zeitverläufe der Pulse bestimmt. Gemäß Gleichung (6) ist die Präzessionsperiode umgekehrt proportional zur Rotationsperiode, und gemäß Gleichung (7) ist die Nutationsperiode direkt proportional zur Rotationsperiode. In den entsprechenden Diagrammen liegen die Messwerte daher im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden. Aus der Steigung einer an die Messpunkte  $f_{\rm R}(T_{\rm P})$  angepassten Geraden kann das Trägheitsmoment der rotierenden Scheibe des Gyroskops experimentell bestimmt und mit dem aus Gleichung (2) theoretisch berechneten verglichen werden.



Abb. 1: Schematische Skizze des Gyroskops für die Präzession



Abb. 2: Schematische Skizze des Gyroskops für die Nutation



Abb. 3: Rotationsfrequenz  $f_{\rm R}$  der Drehscheibe in Abhängigkeit von der Präzessionszeit  $T_{\rm P}$ 



Abb. 4: Rotationszeit  $T_{\rm R}$  in Abhängigkeit von der Nutationszeit  $T_{\rm N}$ 

# **UE1050101** I HARMONISCHE SCHWINGUNGEN EINES FADENPENDELS





## > AUFGABEN

- Messung der Schwingungsdauer T eines Fadenpendels in Abhängigkeit der Pendellänge L.
- Messung der Schwingungsdauer T eines Fadenpendels in Abhängigkeit der Pendelmasse m.
- Bestimmung der Fallbeschleunigung g.

# ZIEL

Messung der Schwingungsdauer eines Fadenpendels für verschiedene Pendelmassen

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Schwingungsdauer *T* eines Fadenpendels ist abhängig von der Pendellänge *L*, jedoch unabhängig von der Pendelmasse *m*. Dies wird in einer Messreihe bestätigt, bei der die Schwingungsdauer eines Fadenpendels mit einer Lichtschranke gemessen wird, die an einen Digitalzähler angeschlossen ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Satz 4 Pendelkugeln	1003230
1	Experimentierschnur	1001055
1	Stativfuß, 3-Bein, 185 mm	1002836
1	Stativstange, 1500 mm	1002937
1	Stativstange, 100 mm	1002932
1	Muffe mit Haken	1002828
2	Universalmuffe	1002830
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
1	Elektronische Waage 220 g	1022627



Ein Fadenpendel mit der Pendelmasse m und der Fadenlänge L schwingt harmonisch um seine Ruhelage, solange die Auslenkung aus der Ruhelage nicht zu groß ist. Die Schwingungsdauer T, also die Zeit für eine vollständige Hin- und Herbewegung um die Ruhelage, hängt nur von der Pendellänge L nicht jedoch von der Masse m ab.

Wird das Pendel um den Winkel  $\phi$  aus der Ruhelage ausgelenkt, so beträgt die rücktreibende Kraft

(1a)  $F_1 = -m \cdot g \cdot \sin \varphi$ 

bzw. in guter Näherung für kleine Winkel  $\boldsymbol{\phi}$ 

(1b)  $F_1 = -m \cdot g \cdot \varphi$ 

Die Trägheitskraft der beschleunigten Masse ist

(2) 
$$F_2 = m \cdot L \cdot \ddot{\varphi}$$

Beide Kräfte sind gleich, also ergibt sich die Bewegungsgleichung des harmonischen Oszillators

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \varphi = 0$$

und für die Schwingungsdauer T folgt

(4) 
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

In Experiment wird die Schwingungsdauer für verschiedene Pendellängen und Pendelmassen mit einer Lichtschranke gemessen, die an einen Digitalzähler angeschlossen ist. Der Digitalzähler ist intern so programmiert, dass er die Zeitmessung jeweils nach einer vollständigen Schwingung des Pendels stoppt.

## AUSWERTUNG

Die Messwerte werden zum einem in einem *T-L*-Diagramm und zum anderen in einem *T-m*-Diagramm dargestellt. Die Diagramme belegen die erwartete Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Pendellänge und die Unabhängigkeit von der Pendelmasse.



Abb.1: Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von der Pendellänge L



Abb.2: Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von der Pendelmasse m

# **UE1050121** I ELLIPTISCHE SCHWINGUNGEN EINES FADENPENDELS



# > AUFGABEN

 Aufzeichnung der elliptischen Schwingungen eines Fadenpendels in zwei zueinander senkrechten Komponenten für verschiedene Anfangsbedingungen.

## ZIEL

Beschreibung der elliptischen Schwingungen eines Fadenpendels als Überlagerung von zwei zueinander senkrechten Komponenten

#### ZUSAMMENFASSUNG

Je nach Anfangsbedingung schwingt ein geeignet aufgehängtes Fadenpendel bei kleinen Auslenkungen so, dass der Pendelkörper eine Ellipse beschreibt. Wird diese Bewegung in zwei zueinander senkrechte Komponenten zerlegt, so besteht eine Phasendifferenz zwischen den Komponenten. Im Experiment wird dieser Zusammenhang durch Messung der Schwingungen mit zwei zueinander senkrechten dynamischen Kraftsensoren dargestellt. Ausgewertet werden die Amplituden der Komponenten und deren Phasendifferenz.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ergänzungssatz "Fadenpendel"	1012854
1	Stativmaterial "Mech. Schwingungen"	1012849
1	Sensorik "Mechanische Schwingungen" (230 V, 50/60 Hz)	1012850 oder
	Sensorik "Mechanische Schwingungen" (115 V, 50/60 Hz)	1012851
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857



Je nach Anfangsbedingung schwingt ein geeignet aufgehängtes Fadenpendel bei kleinen Auslenkungen so, dass der Pendelkörper eine Ellipse beschreibt. Wird diese Bewegung in zwei zueinander senkrechte Komponenten zerlegt, so besteht eine Phasendifferenz zwischen den Komponenten.

Im Experiment wird dieser Zusammenhang durch Messung der Schwingungen mit zwei zueinander senkrechten dynamischen Kraftsensoren dargestellt. Die Phasenverschiebung wird bei Darstellung der Schwingungen mit einem Zweikanal-Oszilloskop unmittelbar deutlich.

Drei Spezialfälle sind unmittelbar einleuchtend:

- a) Schwingt das Pendel auf der Winkelhalbierenden zwischen den Kraftsensoren, so ist die Phasenverschiebung  $\phi = 0^{\circ}$ .
- b) Bei Schwingungen senkrecht zur Winkelhalbierenden ist  $\varphi = 180^{\circ}$ . c) Beschreibt der Pendelkörper eine Kreisbahn, so ist  $\varphi = 90^{\circ}$ .



Abb. 2: Schwingungskomponenten des Fadenpendels bei Schwingung "auf der Winkelhalbierenden"

#### AUSWERTUNG

Die Schwingungen werden mit einem Speicheroszilloskop aufgezeichnet und eingefroren. Ausgewertet werden die Amplituden der Komponenten und deren Phasendifferenz.



Abb. 1: Ausrichtung der Sensoren  ${\rm S}_1$  und  ${\rm S}_2$  und untersuchte Schwingungsrichtungen des Fadenpendels



Abb. 3: Schwingungskomponenten des Fadenpendels bei Schwingung "senkrecht zur Winkelhalbierenden"



Abb. 4: Schwingungskomponenten des Fadenpendels bei kreisförmigen Schwingungen

# UE1050201 | VARIABLES-G-PENDEL



# > AUFGABEN

- Messung der Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von der wirksamen Komponente  $g_{\rm eff}$  der Fallbeschleunigung.
- Messung der Schwingungsdauer *T* für verschiedene Pendellängen *L*.

#### ZIEL

Messung der Schwingungsdauer eines Pendels in Abhängigkeit von der wirksamen Komponente der Fallbeschleunigung

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Schwingungsdauer eines Pendels wird durch Neigung seiner Drehachse aus der Waagerechten vergrößert, da die wirksame Komponente der Fallbeschleunigung kleiner wird.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Variables-g-Pendel	1000755
1	Halter für Lichtschranke	1000756
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 470 mm	1002934



Die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels ist bestimmt durch die Pendellänge *L* und die Fallbeschleunigung *g*. Der Einfluss der Fallbeschleunigung kann demonstriert werden, wenn die Drehachse, um die das Pendel schwingt, aus der Waagerechten geneigt ist.

Bei geneigter Drehachse wird die parallel zur Drehachse verlaufende Komponente  $g_{\rm par}$  der Fallbeschleunigung g durch die Halterung der Drehachse kompensiert (siehe Abb. 1). Die verbleibende wirksame Komponente  $g_{\rm eff}$  hat den Betrag:

(1)  $g_{\rm eff} = g \cdot \cos \alpha$ 

 $\alpha$ : Neigungswinkel der Drehachse gegen die Horizontale

Nach Auslenkung des Pendels um einen Winkel  $\varphi$  aus der Ruhelage wirkt auf die angehängte Masse *m* eine rücktreibende Kraft mit dem Betrag:

(2) 
$$F = -m \cdot g_{\text{eff}} \cdot \sin\varphi$$

Für kleine Auslenkungen lautet daher die Bewegungsgleichung des Pendels:

 $\omega = \sqrt{\frac{g_{\text{eff}}}{I}}$ 

$$m \cdot L \cdot \varphi + m \cdot g_{\text{eff}} \cdot \varphi = 0$$

Das Pendel schwingt somit mit der Kreisfrequenz:

(4)

# AUSWERTUNG

Aus (4) folgt für die Schwingungsdauer des Pendels

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\rm eff}}}$$

Die Schwingungsdauer wird also bei Verkürzung des Pendels kleiner und bei Verkleinerung der wirksamen Komponente der Fallbeschleunigung größer.



Abb. 1: Variables-g-Pendel (schematische Darstellung)



Abb. 2: Schwingungsdauer des Pendels in Abhängigkeit von der effektiven Komponente der Fallbeschleunigung. Durchgezogene Linie berechnet für L = 30 cm

# UE1050221 | REVERSIONSPENDEL



## > AUFGABEN

- Abstimmung eines Reversionspendels auf gleiche Schwingungsdauer um beide Aufhängungen.
- Bestimmung der Schwingungsdauer und Berechnung der lokalen Fallbeschleunigung.

#### ZIEL

Bestimmung der lokalen Fallbeschleunigung mit einem Reversionspendel

### ZUSAMMENFASSUNG

Das Reversionspendel ist eine besondere Bauform des physikalischen Pendels. Es schwingt wahlweise um zwei Aufhängungen und kann so abgestimmt werden, die Schwingungsdauer in beiden Fällen gleich ist. Die reduzierte Pendellänge stimmt dann mit dem Abstand der beiden Aufhängungen überein. Dies erleichtert die Bestimmung der lokalen Fallbeschleunigung aus Schwingungsdauer und reduzierter Pendellänge. Erreicht wird die Abstimmung des Reversionspendels im Experiment durch geeignetes Verschieben einer Masse zwischen den Aufhängungen, während eine etwas größere Gegenmasse außerhalb fixiert bleibt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Reversionspendel	1018466
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032



Das Reversionspendel ist eine besondere Bauform des physikalischen Pendels. Es schwingt wahlweise um zwei Aufhängungen und kann so abgestimmt werden, dass die Schwingungsdauer in beiden Fällen gleich ist. Die reduzierte Pendellänge stimmt dann mit dem Abstand der beiden Aufhängungen überein. Dies erleichtert die Bestimmung der lokalen Fallbeschleunigung aus Schwingungsdauer und reduzierter Pendellänge.

Schwingt ein physikalisches Pendel mit kleinen Auslenkungen  $\phi$  frei um seine Ruhelage, lautet die Bewegungsgleichung

(1)

 $\frac{J}{m \cdot s} \cdot \ddot{\varphi} + g \cdot \varphi = 0$ J: Trägheitsmoment um die Schwingungsachse, g: Fallbeschleunigung, m: Pendelmasse, s: Abstand zwischen Schwingungsachse und Schwerpunkt

 $=\frac{J}{m \cdot s}$ 

Die Größe

ist die reduzierte Pendellänge des physikalischen Pendels. Ein mathematisches Pendel dieser Länge schwingt mit der gleichen Schwingungsdauer.

Für das Trägheitsmoment gilt nach dem Satz von Steiner

(3)

 $J = J_s + m \cdot s^2$ JS: Trägheitsmoment um die Schwerpunktsachse

Einem Reversionspendel mit zwei Aufhängungen im Abstand *d* sind daher die beiden reduzierten Pendellängen

(4) 
$$L_1 = \frac{J_s}{m \cdot s} + s \text{ und } L_2 = \frac{J_s}{m \cdot (d-s)} + d-s$$

zuzuweisen. Sie stimmen überein, wenn das Reversionspendel so abgestimmt ist, dass die Schwingungsdauer um beide Aufhängungen gleich ist. Dann ist

 $s = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \frac{J_s}{m}}$ 

 $L_1 = L_2 = d$ 

(5) und

(6)

Die Schwingungsdauer T beträgt in diesem Fall

(7) 
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d}{g}}$$

Erreicht wird die Abstimmung des Reversionspendels im Experiment durch geeignetes Verschieben einer Masse  $m_2 = 1$  kg zwischen den Aufhängungen, während eine etwas größere Gegenmasse  $m_1 = 1,4$ kg außerhalb fixiert ist. Die Messung der Schwingungsdauer erfolgt elektronisch, während das untere Ende des Pendels periodisch eine Lichtschranke unterbricht. Auf diese Weise werden die den reduzierten Pendellängen  $L_1$  und  $L_2$  zuzuordnenden Schwingungsdauern  $T_1$  und  $T_2$  in Abhängigkeit von der Position  $x_2$  der Masse  $m_2$  gemessen.

#### AUSWERTUNG

Die beiden Messkurven  $T_1(x_2)$  und  $T_2(x_2)$  schneiden sich zweimal beim Wert  $T = T_1 = T_2$ , wobei man zur genauen Bestimmung der Schnittpunkte zwischen den Messpunkten interpoliert. Aus dem gefundenen Wert berechnet man

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot d$$
,  $d = 0.8$  m

mit einer relativen Genauigkeit von 0,3 Promille.



Abb. 1: Schematische Darstellung des Reversionspendels



Abb. 2: Gemessene Schwingungsdauern  $T_1$  und  $T_2$  in Abhängigkeit von der Position der Masse 2.

# UE1050250 | FOUCAULT-PENDEL



ZIEL Nachweis der Erdrotation mit einem Foucault-Pendel

#### ZUSAMMENFASSUNG

Ein Foucault-Pendel ist ein langes Fadenpendel mit einer großen Pendelmasse, mit dessen Hilfe die Erdrotation demonstriert werden kann. Im Experiment wird ein 1,2 m langes Pendel benutzt, dessen Schwingungsrichtung durch eine Schattenprojektion sehr genau bestimmt werden kann. Für eine längere Beobachtungszeit kann die Dämpfung der Schwingung durch eine stufenlos einstellbare elektromagnetische Anregung kompensiert werden.

# > AUFGABEN

- Messung der Schwingungsrichtung als Funktion der Zeit.
- Bestimmung der Drehgeschwindigkeit.
- Bestimmung der geographischen Breite.

# BENÖTIGTE GERÄTE

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Foucault-Pendel (230 V, 50/60 Hz)	1000748 oder
	Foucault-Pendel (115 V, 50/60 Hz)	1000747
1	Digitale Stoppuhr	1002811

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Foucault-Pendel ist ein langes Fadenpendel mit einer großen Pendelmasse, mit dessen Hilfe die Erdrotation demonstriert werden kann. Es geht auf *Jean Foucault* zurück, der 1851 an einem 2 m langen Pendel entdeckte, dass sich die Schwingungsrichtung im Laufe der Zeit änderte. Später wurde das Experiment mit immer längeren und schwereren Pendeln wiederholt.



Da sich die Erde um ihre eigene Achse dreht, wirkt in Bezug auf das erdfeste Koordinatensystem des schwingenden Pendels eine Coriolis-Kraft

$$\boldsymbol{F} = 2 \cdot \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\Omega}_0 \times \boldsymbol{v}$$

(1)

m: Masse des Pendelkörpers
 Ω<sub>0</sub>: Vektor der Winkelgeschwindigkeit der Erde
 ν: Geschwindigkeitsvektor des schwingenden Pendels

quer zur Schwingungsrichtung. Sie bewirkt eine Drehung der Schwingungsebene mit einer Kreisfrequenz, die von der geographische Breite  $\phi$  des Aufhängepunktes abhängt. Da das Foucault-Pendel nur um kleine Winkel  $\alpha$  ausgelenkt wird, bewegt sich der Pendelkörper ausschließlich in der horizontalen Ebene, die in Abb. 1 durch die nach Norden weisende Achse N und die nach Osten weisende Achse E aufgespannt wird. Betrachtet werden nur Ablenkungen in der Horizontalen, da der Pendelkörper an einem Faden hängt. Aus diesem Grund ist nur die vertikale Komponente

(2) 
$$\Omega(\phi) = \Omega_0 \cdot \sin \phi$$

des Vektors  $\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{0}}$  relevant. Daher lautet die Bewegungsgleichung des schwingenden Foucault-Pendels

(3) 
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \boldsymbol{e}_{p} + 2 \cdot \Omega_0 \cdot \sin \varphi \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \boldsymbol{e}_{v} + \frac{g}{L} \cdot \alpha \cdot \boldsymbol{e}_{p} = 0$$

L: Pendellänge, g: Fallbeschleunigung  $e_p$ : horizontaler Einheitsvektor parallel zur aktuellen Schwingungsrichtung  $e_v$ : horizontaler Einheitsvektor senkrecht zur aktuellen Schwingungsrichtung

Deren Lösung lässt sich aufspalten in eine Lösung für den Auslenkwinkel  $\alpha$  und eine Lösung für den sich drehenden Einheitsvektor  $e_{\rm p}$ parallel zur aktuellen Schwingungsrichtung:

(4a)  $\alpha(t) = \cos(\omega \cdot t + \beta) \text{ mit } \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ 

(4b)

 $e_{p}(t) = e_{E} \cdot \cos(\psi(t)) + e_{N} \cdot \sin(\psi(t))$ mit  $\psi(t) = \Omega_{0} \cdot \sin \phi \cdot t + \psi_{0}$ : Schwingungsrichtung  $e_{E}$ : horizontaler Einheitsvektor nach Osten

e<sub>N</sub>: horizontaler Einheitsvektor nach Norden

Die Schwingungsebene dreht sich also im Laufe der Zeit mit der in Gl. (2) angegebenen Frequenz. Auf der Nordhalbkugel erfolgt die Drehung nach rechts und auf der Südhalbkugel nach links. Dabei ist die Drehgeschwindigkeit an den Polen maximal, während am Äquator keine Ablenkung stattfindet.

Im Experiment wird ein 1,2 m langes Fadenpendel benutzt. Zur Vermeidung elliptischer Schwingungen stößt der Pendelfaden bei jeder Auslenkung gegen einen Charon-Ring. Die Schwingungsrichtung wird durch eine Schattenprojektion des Fadens mit einer hohen Genauigkeit auf einer Winkelskala abgelesen. Bereits nach wenigen Minuten kann die Drehung der Schwingungsebene beobachtet werden. Für eine längere Beobachtungszeit kann die Dämpfung der Schwingung durch eine stufenlos einstellbare elektromagnetische Anregung kompensiert werden.

#### AUSWERTUNG

Der Richtungswinkel  $\varphi$  der Schwingungsebene hängt linear von der Zeit ab, siehe Abb. 2. Die Steigung der Geraden durch die Messpunkte ist der gesuchte Wert  $\Omega(\varphi)$ . Man berechnet die geographische Breite in Grad nach Umfor-

mung von Gl. (2) gemäß

$$\varphi = \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{86400 \text{ s}}{360 \text{ grd}} \cdot \Omega(\varphi)\right)$$



Abb. 1: Darstellung im erdfesten Koordinatensystem des Foucault-Pendels



Abb. 2: Messkurve aufgenommen bei der geographischen Breite  $= 50^{\circ}$ 

# UE1050311 | HARMONISCHE SCHWINGUNGEN



## > AUFGABEN

- Aufzeichnung der harmonischen Schwingung eines Schraubenfederpendels in Abhängigkeit von der Zeit mit einem Ultraschall-Bewegungssensor.
- Bestimmung der Schwingungsdauer *T* für verschiedene Kombinationen aus Federkonstante *k* und Masse *m*.

#### ZIEL

Messung der Schwingungen eines Schraubenfederpendels mit einem Ultraschall-Bewegungssensor

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Schwingungen eines Schraubenfederpendels sind ein klassisches Beispiel einer harmonischen Schwingung. Sie werden im Experiment mit einem Ultraschall-Bewegungssensor aufgezeichneten, der den Abstand der am Pendel hängenden Masse zum Sensor erfasst.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz	1003376
1	Schlitzgewichtsatz, 10 x 10 g	1003227
1	Schlitzgewichtsatz, 5 x 100 g	1003229
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 1000 mm	1002936
1	Muffe mit Haken	1002828
1	€Motion*	1021673
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
Zusätzlich benötigt:		
1	Coach 7 Lizenz	

\* Alternative: 1 WiLab 1022284 und 1 Bewegungssensor 1022288 oder 1 VinciLab 1021477 und 1 Bewegungssensor 1021683



Schwingungen entstehen, wenn ein aus der Gleichgewichtslage ausgelenktes System durch eine Kraft in die Gleichgewichtslage zurückgetrieben wird. Man spricht von harmonischen Schwingungen, wenn die das System in die Ruhelage zurücktreibende Kraft zu jedem Zeitpunkt proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage ist. Die Schwingungen eines Schraubenfederpendels sind hierfür ein klassisches Beispiel. Die Proportionalität zwischen Auslenkung und zurücktreibenden Kraft wird durch das Hooke'sche Gesetz beschrieben.

Zwischen der Auslenkung x und der zurücktreibenden Kraft F gilt also der Zusammenhang

(1) 
$$F = -k \cdot x$$
 mit  
k: Federkonstante

Für eine an der Schraubenfeder hängende Masse m gilt daher die Bewegungsgleichung

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot x = 0$$

solange die Masse der Feder selber sowie eine eventuell dämpfende Reibungskraft vernachlässigt werden können.

Die Lösungen dieser Bewegungsgleichung haben die allgemeine Form

(3) 
$$x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$$

wie im Experiment durch Aufzeichnung der harmonischen Schwingungen eines Schraubenfederpendels als Funktion der Zeit mit dem Ultraschall-Bewegungssensor und Anpassung einer Sinusfunktion an die Messdaten bestätigt wird.

Der Ultraschall-Bewegungssensor erfasst den Abstand der am Pendel hängenden Masse zum Sensor. Die Messgröße entspricht also bis auf eine durch eine Tara-Funktion kompensierbare Nullpunktverschiebung unmittelbar der in Gleichung 3 betrachteten Größe x(*t*).

Man definiert die Schwingungsdauer T als den Abstand zweier Nulldurchgänge der Sinusfunktion in die gleiche Richtung und erhält aus (3)

(4) 
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Zur Bestätigung von (4) werden die Messungen für verschiedene Kombinationen aus Masse *m* und Federkonstante *k* durchgeführt und jeweils die Schwingungsdauer aus dem Abstand der Nulldurchgänge in den aufgezeichneten Daten bestimmt.

## AUSWERTUNG

Aus Gleichung 4 folgt:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m$$

Die Messdaten werden daher für verschiedene Federkonstanten k als Parameter in einem  $T^2$ -m-Diagramm dargestellt. Sie liegen im Rahmen der Messgenauigkeit auf Ursprungsgeraden, deren Steigungen in einem zweiten Diagramm ausgewertet werden.



Abb. 1: Aufgezeichnete Schwingungsdaten nach Anpassung einer Sinusfunktion



Abb. 2:  $T^2$  als Funktion von m



# UE1050500 | DREHPENDEL NACH POHL |



## > AUFGABEN

- Messung der Schwingungsdauer *T* für verschiedene Anfangsauslenkungen und Anfangsgeschwindigkeiten.
- Bestimmung der Dämpfungskonstante  $\delta$  des gedämpften Drehpendels.

#### ZIEL

Messung und Analyse von freien harmonischen Drehschwingungen

### ZUSAMMENFASSUNG

Mit dem Drehpendel nach Pohl können freie harmonische Drehschwingungen untersucht werden. Dabei wirken nur das rückstellende Drehmoment einer Schneckenfeder und das dämpfende Drehmoment einer Wirbelstrombremse mit einstellbarem Strom auf das Drehpendel. Im Experiment wird die Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von der Anfangsauslenkung und von der Anfangsgeschwindigkeit nachgewiesen und die Dämpfung der Schwingungsamplituden analysiert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Drehpendel nach Pohl	1002956
1	Mechanische Stoppuhr, 15 min	1003369
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Mit dem Drehpendel nach Pohl können freie harmonische Drehschwingungen untersucht werden. Dabei wirken nur das rückstellende Drehmoment einer Schneckenfeder und das dämpfende Drehmoment einer Wirbelstrombremse mit einstellbarem Strom auf das Drehpendel.

Die Bewegungsgleichung für den Auslenkwinkel  $\varphi$  einer freien gedämpften Schwingung des Drehpendels lautet:

(1)

 $\frac{\mathrm{d}^2 \varphi}{\mathrm{d}t^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0$ mit  $\delta = \frac{k}{2J}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{D}{J}$ 

J: Trägheitsmoment D: Federkonstante k: Dämpfungskoeffizient

Solange die Dämpfung nicht zu groß und die Bedingung  $\delta < \omega_0$  erfüllt ist, lautet die Lösung der Bewegungsgleichung

(2) 
$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \psi)$$

mit 
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Die Anfangsamplitude  $\phi_0$  und der Phasenwinkel  $\psi$  sind hier beliebige Parameter, die von der Auslenkung und der Geschwindigkeit des Drehpendels zur Zeit t = 0 abhängen. Das Pendel schwingt also mit der Schwingungsdauer

$$T = \frac{2\pi}{2\pi}$$

hin und her. Dabei nimmt die Schwingungsamplitude im Laufe der Zeit gemäß

ω

(4) 
$$\hat{\varphi}(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\delta \cdot t}$$
 ab.

Im Experiment werden Schwingungen bei verschiedenen Dämpfungen untersucht, die durch die einstellbare Stromstärke der Wirbelstrombremse bestimmt sind. Die Schwingungsdauer wird mit Hilfe einer Stoppuhr gemessen. Dabei zeigt sich, dass die Schwingungsdauer bei gegebener Dämpfung nicht von der Anfangsauslenkung und von der Anfangsgeschwindigkeit abhängt.

Zur Bestimmung der Dämpfung werden die abnehmenden Ausschläge des Pendels nach rechts und links notiert, wobei das Pendel der Einfachheit halber ohne Anfangsgeschwindigkeit startet.

#### AUSWERTUNG

In Gleichung (4) ist die Schwingungsamplitude als positive Größe definiert. Es ist also der Betrag der Ausschläge nach rechts und links gemeint. Trägt man den natürlichen Logarithmus dieser Ausschläge gegen die Zeit auf, erhält man eine Gerade mit der Steigung -δ. Tatsächlich werden Abweichungen vom linearen Verhalten beobachtet, da die Reibungskraft nicht – wie angenommen – genau proportional zur Geschwindigkeit ist.



Abb. 1:  $ln(\hat{\phi})$  als Funktion der Zeit bei verschiedenen Dämpfungen

# UE1050550 | DREHPENDEL NACH POHL II



## > AUFGABEN

- Messungen der Amplitude erzwungener Schwingungen in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz für verschiedene Dämpfungen.
- Beobachtung der Phasenverschiebung zwischen Erregung und Schwingung bei sehr kleinen und sehr großen Erregerfrequenzen.

#### ZIEL

Messung und Analyse von erzwungenen Schwingungen

## ZUSAMMENFASSUNG

Das Drehpendel nach Pohl eignet sich auch zur Untersuchung erzwungener Schwingungen. Dazu ist das schwingende System mit einem Erregergestänge verbunden, das durch einen Gleichstrommotor mit einstellbarer Drehzahl bewegt wird und die rückstellende Schneckenfeder periodisch dehnt und staucht. Im Experiment wird für verschiedene Dämpfungen die Amplitude in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz gemessen und die Phasenverschiebung zwischen Erregung und Schwingung beobachtet.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Drehpendel nach Pohl	1002956
1	Mechanische Stoppuhr, 15 min	1003369
1	Steckernetzgerät 24 V, 0,7 A (230 V, 50/60 Hz)	1000681 oder
	Steckernetzgerät 24 V, 0,7 A (115 V, 50/60 Hz)	1000680
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Das Drehpendel nach Pohl eignet sich auch zur Untersuchung erzwungener Schwingungen. Dazu ist das schwingende System mit einem Erregergestänge verbunden, das durch einen Gleichstrommotor mit einstellbarer Drehzahl bewegt wird und die rückstellende Schneckenfeder periodisch dehnt und staucht.

Die Bewegungsgleichung dieses Systems lautet

mit  $\delta = \frac{k}{2J}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{D}{J}$ ,  $A = \frac{M_0}{J}$ 

 $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \cdot \varphi = A \cdot \cos(\omega_{\rm E} \cdot t)$ 

J: Trägheitsmoment D: Federkonstante k: Dämpfungskoeffizient M<sub>0</sub>: Amplitude des externen Drehmoments ω<sub>F</sub>: Kreisfrequenz des externen Drehmoments

Die Lösung dieser Bewegungsgleichung setzt sich aus einem homogenen und einem inhomogenen Anteil zusammen. Der homogene Anteil entspricht der freien gedämpften Schwingung, die in Experiment UE1050500 untersucht wird. Sie nimmt im Laufe der Zeit exponentiell ab und ist nach der sogenannten Einschwingzeit gegenüber dem inhomogenen Anteil vernachlässigbar.

Dagegen ist der inhomogene Anteil

(2) 
$$\varphi(t) = \varphi_{\rm E} \cdot \cos(\omega_{\rm E} \cdot t - \psi_{\rm E})$$

an das externe Drehmoment gebunden und bleibt genau solange erhalten, wie dieses wirkt. Seine Amplitude

(3) 
$$\varphi_{\rm E} = \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{\rm E}^2\right)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot \omega_{\rm E}^2}}$$

ist umso größer, je näher die Erregerfrequenz  $\omega_{\rm E}$  bei der Eigenfrequenz  $\omega_0$  des Drehpendels liegt. Man spricht bei  $\omega_{\rm E}$  =  $\omega_0$  von Resonanz.

Die Phasenverschiebung

(4) 
$$\Psi_{\rm E} = \arctan\left(\frac{2\cdot\delta\cdot\omega_{\rm E}}{\omega_0^2 - \omega_{\rm E}^2}\right)$$

zeigt an, dass die Auslenkungen des Pendels der Erregung nacheilen. Sie ist für sehr kleine Frequenzen annähernd null, wächst mit steigender Frequenz und erreicht bei der Resonanzfrequenz 90°. Bei sehr großen Erregerfrequenzen sind Erregung und Schwingung schließlich um 180° phasenverschoben.

## AUSWERTUNG

Die gemessenen Amplituden der gedämpften Schwingungen werden gegen die Erregerfrequenz aufgetragen. Es ergeben sich verschiedene Messkurven, die sich durch Gleichung (4) beschreiben lassen, wenn der richtige Dämpfungsparameter  $\delta$  gewählt wird.

Dabei zeigen sich leichte Abweichungen zu den in Experiment UE1050500 gefundene Werten für die Dämpfung. Dies ist letztlich darauf zurückzuführen, dass die Reibung nicht – wie angenommen – genau proportional zur Geschwindigkeit ist.



Abb. 1: Resonanzkurven bei verschiedenen Dämpfungen

# UE1050600 I GEKOPPELTE SCHWINGUNGEN



### > AUFGABEN

- Aufzeichnung der gleichphasigen Schwingung und Bestimmung ihrer Schwingungsdauer T<sub>+</sub>.
- Aufzeichnung der gegenphasigen Schwingung und Bestimmung ihrer Schwingungsdauer *T*\_.
- Aufzeichnung einer gekoppelten Schwingung und Bestimmung ihrer Schwingungsdauer *T* sowie der Schwebungsdauer  $T_{\Delta}$ .
- Vergleich der gemessenen Werte mit den aus den Eigenschwingungsdauern T<sub>+</sub> und T<sub>-</sub> berechneten Werten.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
2	Stabpendel mit Winkelaufnehmer (230 V, 50/60 Hz)	1000763 oder
	Stabpendel mit Winkelaufnehmer (115 V, 50/60 Hz)	1000762
1	Schraubenfeder 3,0 N/m	1002945
2	Tischklemme	1002832
2	Stativstange, 1000 mm	1002936
1	Stativstange, 470 mm	1002934
4	Universalmuffe	1002830
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002750
1	WiLab*	1022284
2	Voltage Sensor 500 mV, differentiell	1021681
2	Sensorkabel	1021514
Zusätzlich benötigt		
1	Cooch 7 Lizonz	

ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung der Schwingungen zweier gleicher,

Die Schwingung zweier gleicher, gekoppelter Pendel lässt sich durch die Schwingungsdauer und die Schwebungsdauer charakterisieren. Dabei ist die Schwebungsdauer der Abstand zwischen den zwei Zeitpunkten, an denen ein Pendel jeweils mit minimaler Amplitude schwingt. Beide Größen können aus den beiden Eigenschwingungsdauern für gleich- und für gegenphasige Schwingung der gekoppelten Pendel berechnet werden.

gekoppelter Pendel

ZUSAMMENFASSUNG

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der Schwingung zweier gekoppelter Pendel wird Schwingungsenergie zwischen beiden Pendeln hin und her übertragen. Sind beide Pendel gleich und werden ihre Schwingungen so angeregt, dass sich zu Anfang ein Pendel in Ruhelage befindet, während das andere schwingt, so geschieht die Energieübertragung sogar vollständig. d.h. jeweils ein Pendel kommt vollständig zur Ruhe, während das andere mit maximaler Amplitude schwingt. Die Zeit



# zwischen zwei Stillständen eines Pendels oder allgemeiner zwischen zwei Zeitpunkten, an denen das Pendel mit minimaler Amplitude schwingt, wird als Schwebungsdauer $T_{\Delta}$ bezeichnet.

Die Schwingungen zweier gleicher, gekoppelter mathematischer Pendel lassen sich als Überlagerung zweier Eigenschwingungen beschreiben. Diese Eigenschwingungen sind beobachtbar, wenn man die beiden Pendel zu gleichphasigen oder zu gegenphasigen Schwingungen anregt. Im ersten Fall schwingen die Pendel ohne Einfluss der Kopplung mit der Frequenz der ungekoppelten Pendel, im zweiten Fall schwingen sie bei maximalem Einfluss der Kopplung mit größerer Eigenfrequenz. Alle anderen Schwingungen sind als Überlagerungen dieser beiden Eigenschwingungen darstellbar.

Die Bewegungsgleichungen der Pendel haben die Form:

(1) 
$$L \cdot \varphi_1 + g \cdot \varphi_1 + k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = 0$$
$$L \cdot \varphi_2 + g \cdot \varphi_2 + k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = 0$$

g: Fallbeschleunigung, *L*: Pendellänge, *k*: Kopplungskonstante Für die (zunächst willkürlich eingeführten) Hilfsgrößen  $\phi_+ = \phi_1 + \phi_2$ und  $\phi_- = \phi_1 - \phi_2$  ergeben sich daraus die Bewegungsgleichungen:

(2) 
$$L \cdot \varphi_{+} + g \cdot \varphi_{+} = 0$$
$$L \cdot \varphi_{-} + (g + 2k) \cdot \varphi_{-} = 0$$

Deren Lösungen

(3) 
$$\varphi_{+} = a_{+} \cdot \cos(\omega_{+}t) + b_{+} \cdot \sin(\omega_{+}t)$$
$$\varphi_{-} = a_{-} \cdot \cos(\omega_{-}t) + b_{-} \cdot \sin(\omega_{-}t)$$

mit den Kreisfrequenzen

(4)

$$\omega_{+} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$
$$\omega_{-} = \sqrt{\frac{g+2k}{L}}$$

g

entsprechen den beschriebenen Eigenschwingungen bei gleich- oder gegenphasiger Anregung (es gilt  $\phi_+$  = 0 bei gegenphasiger und  $\phi_-$  = 0 bei gleichphasiger Schwingung). Die Auslenkungen der Pendel lassen sich aus der Summe bzw. der Differenz der beiden Hilfsgrößen berechnen und man erhält die Lösung

(5) 
$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \cdot (a_+ \cdot \cos(\omega_+ t) + b_+ \cdot \sin(\omega_+ t) + a_- \cdot \cos(\omega_- t) + b_- \cdot \sin(\omega_- t))$$
$$\varphi_2 = \frac{1}{2} \cdot (a_+ \cdot \cos(\omega_+ t) + b_+ \cdot \sin(\omega_+ t) - a_- \cdot \cos(\omega_- t) - b_- \cdot \sin(\omega_- t))$$

Hierbei sind die Parameter  $a_+$ ,  $a_-$ ,  $b_+$  und  $b_-$  zunächst beliebige Größen, die sich aus dem Schwingungszustand der beiden Pendel zum Zeitpunkt t = 0 berechnen lassen. Am leichtesten ist der folgende Fall zu interpretieren, der angeregt wird, wenn Pendel 1 zum Zeitpunkt 0 aus der Nulllage eine Anfangswinkelgeschwindigkeit  $\psi_0$  erhält, während Pendel 2 in Nulllage in Ruhe ist.

(6) 
$$\varphi_{1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\psi_{0}}{\omega_{+}} \cdot \sin(\omega_{+}t) + \frac{\psi_{0}}{\omega_{-}} \cdot \sin(\omega_{-}t) \right)$$
$$\varphi_{2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\psi_{0}}{\omega_{+}} \cdot \sin(\omega_{+}t) - \frac{\psi_{0}}{\omega_{-}} \cdot \sin(\omega_{-}t) \right)$$

Dann gilt für die Geschwindigkeiten der beiden Pendel:

(7) 
$$\varphi_1 = \frac{\psi_0}{2} \cdot \left( \cos(\omega_* t) + \cos(\omega_- t) \right)$$
$$\varphi_2 = \frac{\psi_0}{2} \cdot \left( \cos(\omega_* t) - \cos(\omega_- t) \right)$$

Nach mathematischer Umformung erhält man

(8) 
$$\varphi_1 = \psi_0 \cdot \cos(\omega_{\Delta} t) \cdot \cos(\omega t)$$
 mit (9)  $\omega_{\Delta} = \frac{\omega_2 - \omega_4}{2}$   
 $\varphi_2 = \psi_0 \cdot \sin(\omega_{\Delta} t) \cdot \cos(\omega t)$   $\omega = \frac{\omega_4 + \omega_2}{2}$ 

Dies entspricht einer Schwingung der beiden Pendel mit der gleichen Kreisfrequenz  $\omega$ , wobei ihre Geschwindigkeitsamplituden  $\psi_1$  und  $\psi_2$  mit der Kreisfrequenz  $\omega_\Delta$  moduliert werden:

(10) 
$$\psi_1(t) = \psi_0 \cdot \cos(\omega_{\Delta} t)$$
$$\psi_2(t) = \psi_0 \cdot \sin(\omega_{\Delta} t)$$

#### AUSWERTUNG

Aus (4) lassen sich die Schwingungsdauern  $T_+$  und  $T_-$  der gleich- und der gegenphasigen Eigenschwingung berechnen:

$$T_{+} = \frac{2\pi}{\omega_{+}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ und } T_{-} = \frac{2\pi}{\omega_{-}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g+2k}}$$

Für die zur Schwingungsdauer *T* der gekoppelten Schwingung gilt wegen (9):

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{\pi}{T_+} + \frac{\pi}{T_-} \text{ und somit } T = 2 \cdot \frac{T_+ \cdot T_-}{T_- + T_+}$$

Die in (10) beschriebene Amplitudenmodulation wird üblicherweise durch die Schwebungsdauer  $T_{\Delta}$  charakterisiert, unter der man die Zeit zwischen zwei Stillständen der Pendel versteht:

$$\frac{2\pi}{2T_{\Delta}} = \omega_{\Delta} = \frac{\pi}{T_{-}} - \frac{\pi}{T_{+}} \text{ und somit } T_{\Delta} = \frac{T_{+} \cdot T_{-}}{T_{+} - T_{-}}$$



Allgemeine gekoppelte Schwingung

Gleichphasige gekoppelte Schwingung

Gegenphasige gekoppelte Schwingung

# UE1050700 | MECHANISCHE WELLEN





## > AUFGABEN

- Erzeugung von stehenden Longitudinalwellen auf einer Schraubenfeder und stehenden Transversalwellen auf einem Seil.
- Messung der Eigenfrequenzen f<sub>n</sub> in Abhängigkeit von der Zahl *n* der Knoten.
- $\bullet$  Bestimmung der zugehörigen Wellenlängen  $\lambda_n$  und der Wellengeschwindigkeit c.

ZIEL

Untersuchung von stehenden Wellen auf einer gespannten Schraubenfeder und einem gespannten Seil

### ZUSAMMENFASSUNG

Mechanische Wellen treten z.B. an einer gespannten Schraubenfeder als Longitudinalwellen oder einem gespannten Seil als Transversalwellen in Erscheinung. In beiden Fällen bilden sich stehende Wellen, wenn das Trägermedium an einem Ende fest eingespannt wird, da sich einlaufende und am festen Ende reflektierte Welle mit gleicher Amplitude und gleicher Wellenlänge überlagern. Ist auch das andere Ende fixiert, können sich Wellen nur ausbreiten, wenn Resonanzbedingungen erfüllt sind. Im Experiment ist die Schraubenfeder bzw. das Seil an einem Ende fixiert. Im Abstand *L* dazu ist das andere Ende mit einem Vibrationsgenerator verbunden, der durch einen Funktionsgenerator zu Schwingungen mit kleiner Amplitude und einstellbarer Frequenz *f* angetrieben wird. Auch dieses Ende kann näherungsweise als festes Ende betrachtet werden. Gemessen werden die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von der Zahl der Knoten der stehenden Wellen. Aus diesen Daten wird die Wellengeschwindigkeit berechnet.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Zubehör Federschwingungen	1000703
1	Zubehör Seilwellen	1008540
1	Vibrationsgenerator	1000701
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	Präzisionskraftmesser 2 N	1003105
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot/blau	1017718

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Mechanische Wellen treten z.B. an einer gespannten Schraubenfeder oder einem gespannten Seil in Erscheinung. Bei der Schraubenfeder spricht man von Longitudinalwellen, da die Auslenkung parallel zur Ausbreitungsrichtung erfolgt. Seilwellen sind dagegen Transversalwellen. In beiden Fällen bilden sich stehende Wellen, wenn das Trägermedium an einem Ende fest eingespannt wird, da sich einlaufende und am festen Ende reflektierte Welle mit gleicher Amplitude und gleicher Wellenlänge überlagern. Ist auch das andere Ende fixiert, können sich Wellen nur ausbreiten, wenn Resonanzbedingungen erfüllt sind.



Sei  $\xi(x,t)$  die longitudinale bzw. transversale Auslenkung am Ort x entlang des Trägermediums zur Zeit t. Dann ist

(1) 
$$\xi_1(x,t) = \xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

eine auf dem Trägermedium nach rechts laufende Sinuswelle. Die Frequenz f und die Wellenlänge  $\lambda$  sind hierbei durch die Beziehung

(2) 
$$c = f \cdot \lambda$$
  
c: Wellengeschwindigkeit

verknüpft. Wird diese Welle von links kommend bei x = 0 an einem festen Ende reflektiert, so entsteht die nach links laufende Welle

(3) 
$$\xi_2(x,t) = -\xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Beide Wellen überlagern sich zur stehenden Welle

(4) 
$$\xi(x,t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$$

Diese Überlegungen gelten völlig unabhängig von der Art der Welle und des Trägermediums.

Ist auch das zweite Ende fixiert und befindet sich dieses bei x = L, muss für alle Zeiten t die Resonanzbedingung

(5) 
$$\xi(L,t) = 0 = \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L)$$

erfüllt sein. Daraus folgt für die Wellenlänge

(6a)

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n+1) \cdot \pi \text{ bzw. } \lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$$
oder  $L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$ 

und gemäß GI (2) für die Frequenz

(6b)

D.h. die Resonanzbedingung (5) erfordert, dass die Länge L genau ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Die Resonanzfrequenz muss zu dieser Wellenlänge passen. n ist hierbei die Zahl der Schwingungsknoten. Sie ist null, wenn sich bei der Grundschwingung nur ein Schwingungsbauch ausbildet (siehe Abb. 2).

 $f_n = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot l}$ 

Im Experiment ist das Trägermedium – ein Seil bzw. eine Schraubenfeder – an einem Ende fixiert. Das andere Ende ist im Abstand *L* mit einem Vibrationsgenerator verbunden, der durch einen Funktionsgenerator zu Schwingungen mit kleiner Amplitude und einstellbarer Frequenz *f* angetrieben wird. Auch dieses Ende kann näherungsweise als festes Ende betrachtet werden.



Abb. 1: Darstellung zur Definition der lokalen Auslenkung  $\xi(x,t)$ 



Abb. 2: Stehende Wellen



Abb. 3: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Knotenzahl für die Schraubenfederwellen



Abb. 4: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Knotenzahl für die Seilwellen

#### AUSWERTUNG

Trägt man die Resonanzfrequenz gegen die Zahl der Schwingungsknoten auf, liegen die Messpunkte auf einer Geraden mit der Steigung

$$\alpha = \frac{c}{2 \cdot L}$$

Daraus lässt sich bei bekannter Länge L die Wellengeschwindigkeit c berechnen. Sie hängt bei sonst gleichen Parametern von der Spannkraft F ab, wie Abb. 5 für die Seilwellen belegt.



Abb. 5: Wellengeschwindigkeit c der Seilwellen in Abhängigkeit von *F*<sup>2</sup>

# UE1070310 | SCHALLGESCHWINDIGKEIT IN LUFT |



# > AUFGABEN

- Messung der Laufzeit t eines Schallimpulses in Luft bei Raumtemperatur in Abhängigkeit vom Abstand s zwischen zwei Mikrofonsonden.
- Bestätigung des linearen Zusammenhangs zwischen *s* und *t*.
- Messung der Laufzeit *t* eines Schallimpulses in Luft in Abhängigkeit von der Temperatur *T* bei festem Abstand zwischen zwei Mikrofonsonden.
- Bestimmung der Schallgeschwindigkeit (Gruppengeschwindigkeit) in Abhängigkeit von der Temperatur.
- Vergleich mit dem Ergebnis der Laplace'schen Herleitung.

#### ZIEL

Messung der Laufzeiten von Schallimpulsen in einem Kundt'schen Rohr

#### ZUSAMMENFASSUNG

Schallwellen breiten sich In Gasen als Longitudinalwellen aus. Die Gruppengeschwindigkeit stimmt mit der Phasengeschwindigkeit überein. Im Experiment wird in einem Kundt'schen Rohr die Laufzeit eines Schallimpulses zwischen zwei Mikrofonsonden gemessen und daraus die Schallgeschwindigkeit berechnet. Zwischen Raumtemperatur und 50 °C wird die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit überprüft. Das Messergebnis stimmt mit dem Ergebnis der Laplace'schen Herleitung überein.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Kundt'sches Rohr E	1017339
1	Impulsbox K	1017341
1	Mikrofonsonde, lang	1017342
1	Mikrofonsonde, kurz	4008308
1	Mikrofonbox (230 V, 50/60 Hz)	1014520 oder
	Mikrofonbox (115 V, 50/60 Hz)	1014521
1	Mikrosekundenzähler (230 V, 50/60 Hz)	1017333 oder
	Mikrosekundenzähler (115 V, 50/60 Hz)	1017334
1	Heizstab K	1017340
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	4008293
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Digital-Sekunden-Taschenthermometer	1002803
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65–550°C	1002804
2	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	1002849
Zusätzlich empfohlen:		
	Diverse technische Gase	

66 AKUSTIK | WELLENLÄNGE UND SCHALLGESCHWINDIGKEIT | Schallgeschwindigkeit in Luft I



Schallwellen sind elastische Wellen in deformierbaren Medien. Ihre Wellengeschwindigkeit hängt von den elastischen Eigenschaften des Mediums ab. In einfachen Gasen breiten sie sich ausschließlich als Longitudinalwellen aus, die Gruppengeschwindigkeit stimmt mit der Phasengeschwindigkeit überein.

In einer Herleitung nach Laplace werden Schallwellen in Gasen als adiabatische Druck- bzw. Dichteänderungen betrachtet. Für die Schallgeschwindigkeit erhält man

(1)

 $c = \sqrt{\frac{C_P}{C_V}} \cdot \frac{p}{\rho}$ p: Druck, ρ: Dichte,

CP, CV: Wärmekapazitäten des Gases

Für ein ideales Gas mit der absoluten Temperatur T ist  $\frac{p}{R} = \frac{R \cdot T}{R}$ 

$$R = 8,314 \frac{J}{Mol \cdot K}$$
: Universelle Gaskonstante

M: Molmasse

Also ist seine Schallgeschwindigkeit gegeben durch

(3) 
$$c = \sqrt{\frac{C_P}{C_V} \cdot \frac{R \cdot T}{M}}$$

Für nicht zu große Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  im Vergleich zu einer Referenztemperatur  $T_0$ , hängt die Schallgeschwindigkeit linear von der Temperaturänderung  $\Delta T$  ab:

(4) 
$$c = \sqrt{\frac{C_{\rho}}{C_{\nu}} \cdot \frac{R \cdot T_{0}}{M}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta T}{2 \cdot T_{0}}\right)$$

Für trockene Luft als ideales Gas findet man daher häufig folgende Angabe zur Schallgeschwindigkeit

 $c(T) = \left(331, 3+0, 6 \cdot \frac{\Delta T}{K}\right) \frac{m}{s}$ (5)

Im Experiment wird in einem Kundt'schen Rohr die Laufzeit t eines Schallimpulses zwischen zwei Mikrofonsonden mit dem Abstand s gemessen. Der Schallimpuls entsteht durch die ruckartige Bewegung einer Lautsprechermembran, die von einem Spannungspuls mit steiler Flanke angesteuert wird. Die hoch aufgelöste Laufzeitmessung mit einem Mikrosekundenzähler startet, wenn der Schallimpuls die erste Mikrofonsonde erreicht, und stoppt, wenn die zweite Mikrofonsonde im Abstand s erreicht wird.

Mit einem Heizstab wird die Luft im Kundt'schen Rohr für Laufzeitmessungen in Abhängigkeit von der Temperatur auf bis zu 50°C erwärmt. Beim Abkühlvorgang ist die Temperaturverteilung genügend homogen. Daher reicht es, die Temperatur an einem Punkt im Kundt'schen Rohr zu messen.

Über eine Schlaucholive können auch andere technische Gase als Luft in das Kundt'sche Rohr eingeleitet werden.

### AUSWERTUNG

Die Schallgeschwindigkeit errechnet sich aus dem Quotient von Laufstrecke s und Laufzeit t:

$$c = \frac{s}{t}$$

In Abb. 2 ist sie der Kehrwert der Geradensteigung. Die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit lässt sich durch Gleichung 3 beschreiben mit den Parametern

$$M = 28,97 \frac{\text{g}}{\text{Mol}} \quad \frac{C_{\text{p}}}{C_{\text{v}}} = \frac{7}{5}$$
 beschreiben.



Abb. 1: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus







Abb. 3: Schallgeschwindigkeit c in Luft in Abhängigkeit von der Temperatur T

durchgezogene Linie: berechnet gemäß Gleichung 3, gestrichelte Linie: berechnet gemäß Gleichung 5

# UE1070320 | SCHALLGESCHWINDIGKEIT IN LUFT ||



### > AUFGABEN

- Erzeugung stehender Schallwellen in einem Kundt'schen Rohr mit beidseitig geschlossenem Ende.
- Messung der Grundfrequenz in Abhängigkeit von der Länge des Kundt'schen Rohres.
- Messung der Frequenzen von Grundund Oberschwingung bei fester Länge.
- Bestimmung der Wellengeschwindigkeit aus den Resonanzfrequenzen.

ZIEL

Erzeugung und Messung stehender Schallwellen in einem Kundt'schen Rohr

#### ZUSAMMENFASSUNG

Schallwellen breiten sich in Gasen als Longitudinalwellen aus. Die Gruppengeschwindigkeit stimmt mit der Phasengeschwindigkeit überein. Im Experiment werden in einem Kundt'schen Rohr mit beidseitig geschlossenem Ende stehende Wellen erzeugt und die Grundfrequenz in Abhängigkeit von der Rohrlänge sowie die Frequenzen von Grund- und Oberschwingung bei fester Rohrlänge gemessen. Die Wellengeschwindigkeit wird aus den Resonanzfrequenzen berechnet und graphisch dargestellt.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Kundt'sches Rohr E	1017339
1	Mikrofonsonde, lang	1017342
1	Mikrofonbox (230 V, 50/60 Hz)	1014520 oder
	Mikrofonbox (115 V, 50/60 Hz)	1014521
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Kabel BNC/4mm, 0,5 m	4008293
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In einem Kundt'schen Rohr lassen sich stehende Wellen erzeugen, in dem man mit Hilfe eines Lautsprechers an einem Rohrende Schallwellen geeigneter Resonanzfrequenz erzeugt, die am anderen Ende an einer Wand reflektiert werden. Bei bekannter Rohrlänge lässt sich aus der Resonanzfrequenz und der Nummer der Harmonischen die Wellengeschwindigkeit bestimmen.

Schallwellen breiten sich in Luft und anderen Gasen als schnelle Druck- und Dichteänderungen aus. Sie werden am einfachsten mit Hilfe des Schalldrucks beschrieben, der dem atmosphärischen Druck überlagert ist. Alternativ zum Schalldruck *p* kann auch die Schallschnelle *v* zur Beschreibung einer



Schallwelle verwendet werden, also die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen am Ort x im schwingenden Medium zum Zeitpunkt t. Schalldruck und Schallschnelle sind z.B. durch die Euler'sche Bewegungsgleichung  $-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$ 

(1)

verknüpft.

Im Kundt'schen Rohr breiten sich Schallwellen entlang des Rohres aus. Sie können also mit Hilfe einer eindimensionalen Wellengleichung beschrieben werden, die sowohl für den Schalldruck als auch für die Schallschnelle gilt:

(2)

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \text{ bzw.}$$
$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

c: Schallgeschwindigkeit

Im Experiment werden harmonische Wellen betrachtet, die am Ende des Kundt'schen Rohres reflektiert werden. Als Lösungen der Wellengleichung sind also die Überlagerungen von hinlaufenden und zurücklaufenden Wellen zu betrachten:

 $p = p_{0>} \cdot e^{2\pi i \left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)} + p_{0<} \cdot e^{2\pi i \left(ft + \frac{x}{\lambda}\right)}$ (3)

 $p_{0>}, v_{0>}$ :Amplituden der hinlaufenden Welle,  $p_{0<}, v_{0<}$ : Amplituden der zurücklaufenden Welle f: Frequenz, λ: Wellenlänge,

 $f \cdot \lambda = c$ 

Dabei ist

(4)

Durch Einsetzen dieser Lösungen in Gleichung (1) erhält man bei getrennter Betrachtung von hinlaufender und zurücklaufender Welle den Zusammenhang

(5) 
$$p_{0>} = v_{0>} \cdot Z$$
 bzw.  $p_{0<} = v_{0<} \cdot Z$ 

Die Größe

$$(6) Z = c \cdot \rho_0$$

wird Schallkennimpedanz genannt und entspricht dem Wellenwiderstand des Mediums. Sie spielt eine wichtige Rolle bei der Betrachtung der Reflexionen einer Schallwelle an einer Wand mit der Wandimpedanz W:

> 1 1

(7) 
$$r_{v} = \frac{v_{0<}}{v_{0>}} = \frac{Z - W}{Z + W} \text{ und } r_{p} = \frac{p_{0<}}{p_{0>}} = \frac{\overline{Z} - \overline{W}}{\overline{Z} + \frac{1}{W}}$$

Im Experiment ist W erheblich größer als Z und daher  $r_v = 1$  und  $r_p = -1$ . Stellt man sich der Einfachheit halber die Wand bei x = 0 vor, so folgt aus (3) für den räumlichen Anteil der Schallwelle:

 $p = p_{0>} \cdot \left( e^{-2\pi i \frac{x}{\lambda}} + e^{+2\pi i \frac{x}{\lambda}} \right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$ 

 $= 2 \cdot p_{0>} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i f \cdot t}$ 

und

(8)

$$v = v_{0>} \cdot \left( e^{-\lambda} - e^{-\lambda} \right) \cdot e^{-2\pi i f t}$$
$$= -2 \cdot i \cdot v_{0>} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i f t}$$

 $\left(-2\pi i \frac{x}{2} + 2\pi i \frac{x}{2}\right) = 2\pi i f t$ 

Physikalische Realität haben nur die Realteile dieser Terme. Sie entsprechen stehenden Schallwellen, deren Schalldruck an der Wand (also bei x = 0) einen Schwingungsbauch aufweist, während die Schallschnelle dort einen Schwingungsknoten hat. Außerdem eilt die Schnelle dem Druck um eine Phasenverschiebung von 90° voraus. Im Abstand L zur Wand werden die Schallwellen mit Hilfe eines Lautsprechers erzeugt, der mit der Frequenz f schwingt. Dort bilden sich ebenfalls ein Schwingungsbauch des Druckes und ein Schwingungsknoten der Schallschnelle aus. Diese Randbedingungen sind nur erfüllbar, wenn L ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist:

$$L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

Wegen (3) müssen die Frequenzen daher die Resonanzbedingung

$$f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L}$$

erfüllen.

Im Experiment wird die Frequenz f des Lautsprechers kontinuierlich variiert, während eine Mikrofonsonde den Schalldruck an der Reflexionswand misst. Resonanz ist dann erreicht, wenn das Mikrofonsignal maximale Amplitude aufweist.

**AUSWERTUNG** 

Gemäß (9) gehören zu den ermittelten Resonanzfrequenzen f<sub>n</sub> die Wellenlängen

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$$

Zur Bestätigung von (3) und zur Bestimmung der Wellengeschwindigkeit werden diese Werte in einem  $f-\lambda$ -Diagramm dargestellt.



Abb. 1: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus



Abb. 2: Frequenz-Wellenlängen-Diagramm

# UE1070410 I SCHALLAUSBREITUNG IN STÄBEN



## > AUFGABEN

- Impulsartige Erregung von longitudinalen Schallwellen in Stäben und Detektion mit zwei Mikrofonsonden.
- Analyse der Schallimpulse in Abhängigkeit von Material und Länge der Stäbe mit einem Oszilloskop.
- Bestimmung der longitudinalen Schallgeschwindigkeiten der Materialien aus den Laufzeiten der Schallimpulse.
- Bestimmung der Elastizitätsmodule der Materialien aus den longitudinalen Schallgeschwindigkeiten und den Dichten.

#### ZIEL

Untersuchung longitudinaler Schallwellen in Rundstäben und Bestimmung der longitudinalen Schallgeschwindigkeit

#### ZUSAMMENFASSUNG

Schallwellen können sich in Festkörpern als Longitudinal-, Transversal-, Dehn- oder Biegewellen ausbreiten. Eine elastische Longitudinalwelle breitet sich in einem Stab durch eine periodische Abfolge von Dehnung und Spannung in Längsrichtung des Stabes aus. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt nur vom Elastizitätsmodul und der Dichte des Materials ab, wenn der Durchmesser des Stabes deutlich kleiner als seine Länge ist. Sie wird im Experiment aus den Laufzeiten der Schallimpulse nach impulsartiger Erregung bestimmt.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gerätesatz "Schallausbreitung in Stäben" (230 V, 50/60 Hz)	1018469 oder
	Gerätesatz "Schallausbreitung in Stäben" (115 V, 50/60 Hz)	1018468
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Schallwellen können sich nicht nur in Gasen oder Flüssigkeiten, sondern auch in Festkörpern ausbreiten. In Festkörpern können Longitudinal-, Transversal-, Dehn- oder Biegewellen auftreten. Eine elastische Longitudinalwelle breitet sich in einem Stab durch eine periodische Abfolge von Dehnung und Spannung in Längsrichtung des Stabes aus. Die Dehnung wird durch eine periodische Auslenkung der Atome aus ihren Ruhelagen verursacht. Bei einem Stab, dessen Durchmesser deutlich kleiner als seine Länge ist, ist die Querkontraktion vernachlässigbar, d.h. für die Poissonzahl gilt in sehr guter Näherung  $\mu = 0$ .



Der Zusammenhang zwischen den zeitlichen und räumlichen Änderungen von Spannung  $\sigma$  und Auslenkung  $\varepsilon$  wird in diesem Fall durch folgende Gleichungen beschrieben:

(1) 
$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \text{ und } \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} \text{ mit } v = \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

ρ: Dichte des Stabmaterials, *E*: Elastizitätsmodul des Stabmaterials

Daraus ergeben sich die Wellengleichungen

(2) 
$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \text{ und } \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2}$$

mit der longitudinalen Schallgeschwindigkeit

(3) 
$$c_{\rm L} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Im Experiment werden longitudinale Schallwellen in Stäben unterschiedlicher Materialien und Längen durch impulsartige Erregung an einem Stabende erzeugt, mit Mikrofonsonden am erregten und am gegenüberliegenden Stabende detektiert und auf einem Oszilloskop dargestellt. Die Stabenden stellen schallharte Grenzflächen dar, zwischen denen die Schallimpulse hin- und her laufen. Aus den Oszillogrammen werden die Laufzeiten der Schallimpulse bestimmt. Bei langen Stäben sind die mehrfach reflektierten Schallimpulse zeitlich deutlich getrennt, bei kurzen Stäben können sie sich zu "stehenden Wellen" überlagern.

#### AUSWERTUNG

Aus den Laufzeiten der Schallimpulse werden die longitudinalen Schallgeschwindigkeiten gemäß

$$c_{L} = \frac{2 \cdot L}{T}$$
, L: Stablänge

bestimmt, da der Schallimpuls den Stab in der Zeit T zwei Mal durchläuft.

Aus den ermittelten Schallgeschwindigkeiten und den durch Wägung bestimmten Dichten der Materialien werden die Elastizitätsmodule nach (3) berechnet.

Tabelle 1: Für verschiedene Materialien gemessene longitudinale Schallgeschwindigkeiten  $c_{\rm L}$ , Dichten  $\rho$  und Elastizitätsmodule *E*.

Material	c <sub>L</sub> (m / s)	ρ (g / cm³)	<i>E</i> (m / s)
Glas	5370	2,53	73
Aluminium	5110	2,79	73
Holz (Buche)	5040	0,74	19
Edelstahl	4930	7,82	190
Kupfer	3610	8,84	115
Messing	3550	8,42	106
Acrylglas	2170	1,23	6
PVC	1680	1,50	4



Abb. 1: Ausbreitung eines Schallimpulses, Signal am erregten Stabende (Gelb) (Edelstahlstab, 400 mm)



Abb. 2: Stehende Welle, Signal am erregten Stabende (Gelb) (Edelstahlstab, 100 mm)







Abb. 4: Doppelte Stablänge 2·L in Abhängigkeit der Laufzeit T für die Edelstahlstäbe

# **UE1070530** I SCHALLGESCHWINDIGKEIT IN FESTKÖRPERN



#### ZIEL

Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten für Longitudinal- und Transversalwellen in Festkörpern

#### ZUSAMMENFASSUNG

Schall breitet sich in Festkörpern in Form von Longitudinal- und Transversalwellen aus. Die Schallgeschwindigkeiten beider Wellen unterscheiden sich erheblich, da die longitudinale Schallgeschwindigkeit durch den Elastizitätsmodul des Festkörpers bestimmt ist, während transversale Schallgeschwindigkeit vom Schermodul abhängt. Durch Messung beider Schallgeschwindigkeiten lassen sich die elastischen Konstanten des Festkörpers bestimmen.

#### > AUFGABEN

- Bestimmung der Schallgeschwindigkeit für Longitudinalwellen in Polyacryl aus den Laufzeiten eines 1-MHz-Ultraschallsignals.
- Messung der Transmission von longitudinalen und transversalen Schallwellen im Festkörper durch eine schräg gestellte, planparallele Platte.
- Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten für Longitudinal- und Transversalwellen aus den Grenzwinkeln der Totalreflexion.
- Bestimmung des Elastizitätsmoduls *E*, des Schermoduls *G* und der Poisson-Zahl µ des Festkörpers aus den beiden Schallgeschwindigkeiten.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-Echoskop GS200	1018616
2	Ultraschallsonde 1 MHz, GS200	1018617
1	Gerätesatz "Ultraschall in Festkörpern"	1002584
1	Aluplatte in Probenhalter mit Winkelskala	1002585
1	Satz 3 Zylinder	1002588
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Schall breitet sich in Gasen und Flüssigkeiten ausschließlich in Form von Longitudinalwellen aus. Dabei oszilliert der Druck um einen Gleichgewichtswert und erzeugt oszillierende Bereiche mit Verdichtung und Verdünnung. Durch Festkörper dringt Schall auch in Form von Transversalwellen, in denen die Scherspannung oszilliert. Sie können sich in einem Festkörper ausbreiten, weil dort die zur Weiterleitung erforderlichen elastischen Schubkräfte vorhanden sind.

Longitudinalwellen und Transversalwellen haben unterschiedliche Schallgeschwindigkeiten. Diese hängen von der Dichte  $\rho$  und den elastischen Konstanten des Festkörpers ab. Dabei ist die Schallgeschwindigkeit der Longitudinalwelle

$$c_{L} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\mu}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu)}}$$

E: Elastizitätsmodul, μ: Poisson-Zahl

größer als die der Transversalwelle

(1)

G: Schermodul

 $c_{\rm T} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$


Elastizitätsmodul *E* und Schermodul *G* eines Festkörpers sind über die Poisson-Zahl  $\mu$  miteinander verknüpft:

$$\frac{E}{G} = 2 \cdot (1 + \mu)$$

Also lassen sich alle drei elastischen Größen berechnen, wenn die beiden Schallgeschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_T$  bekannt sind. Im Experiment werden zunächst die Laufzeiten t für den Durchgang eines 1-MHz-Ultraschallsignals durch drei Polyacrylzylinder unterschiedlicher Länge s gemessen und in ein s-t-Diagramm eingetragen (siehe Abb. 1). Aus der Steigung der an die Messpunkte angepassten Geraden ergibt sich die longitudinale Schallgeschwindigkeit in Polyacryl. Anschließend wird ein mit Wasser gefüllter Trog in den Strahlengang gebracht und die Durchgangszeit gemessen. Diese wird durch zusätzliches Einbringen einer dünnen, planparallelen Platte aus Polyacryl oder Aluminium in den Strahlengang verkürzt, da sich der Schall im Plattenmaterial schneller ausbreitet als in Wasser. Genauer misst man jetzt hinter dem Wassertrog zwei getrennte Ultraschallsignale, die auf die Laufzeitunterschiede für die longitudinale und die transversale Schallgeschwindigkeit im Festkörper zurückzuführen sind (siehe Abb. 2).

Steht die Platte unter einem Winkel  $\alpha$  schräg zum einfallenden Strahl, wird dieser gemäß dem Snellius'schen Gesetz in zwei Teilstrahlen unter den Winkeln  $\beta_L$  und  $\beta_T$  gebrochen (siehe Abb. 3).

(4) 
$$\frac{c}{\sin \alpha} = \frac{c_{\rm L}}{\sin \beta_{\rm L}} = \frac{c_{\rm T}}{\sin \beta_{\rm T}}$$
c: Schallgeschwindigkeit in Wasser

Da die beiden Schallgeschwindigkeiten  $c_L$  und  $c_T$  des Festkörpers größer als die Schallgeschwindigkeit c des Wassers sind, tritt schließlich – für Longitudinal- und Transversalwellen getrennt – das Phänomen der Totalreflexion auf, bei dem die transmittierten Signale völlig verschwinden. Aus den beiden Grenzwinkeln  $\alpha_L$  für die Longitudinalwellen und  $\alpha_T$  für die Transversalwellen lassen sich die zugehörigen Schallgeschwindigkeiten berechnen:

$$c_{\rm L} = \frac{c}{\sin \alpha_{\rm L}}$$
 und  $c_{\rm T} = \frac{c}{\sin \alpha_{\rm L}}$ 



Abb. 1: s-t-Diagramm des Ultraschallsignals in Polyacryl



Abb. 2: Ultraschallsignal nach Durchgang durch den Wassertrog (blau: ohne planparallele Platte, grün: mit planparalleler Platte)

#### AUSWERTUNG

- a) Die im ersten Teil aus den Laufzeitmessungen gewonnenen Messpunkte liegen im s-t-Diagramm nicht auf einer Ursprungsgeraden, da die Laufzeit des Signals durch die Anpassungs- und Schutzschicht der Ultraschallwandler systematisch mitgemessen wird.
- b) Aus den Gleichungen 1 bis 3 ergibt sich die Bestimmungsgleichung für die Poisson-Zahl  $\mu$

$$u = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c_{L}}{c_{T}}\right)^{2} - 1}{\left(\frac{c_{L}}{c_{T}}\right)^{2} - 1}$$



Abb. 3: Messanordnung zur Bestimmung der longitudinalen und der transversalen Schallgeschwindigkeit eines Festkörpers aus den Grenzwinkeln der Totalreflexion

# UE1070550 | DEBYE-SEARS EFFEKT





# > AUFGABEN

- Beobachtung des Beugungsmusters bei fester Ultraschallfrequenz für zwei verschiedene Lichtwellenlängen.
- Beobachtung des Beugungsmusters für verschiedene Ultraschallfrequenzen zwischen 1 und 12 MHz.
- Bestimmung der zugehörigen Schallwellenlängen und der Schallgeschwindigkeit.

# ZIEL

Bestimmung der Geschwindigkeit von Ultraschallwellen in Flüssigkeiten

### ZUSAMMENFASSUNG

Die periodischen Dichteänderungen einer stehenden Ultraschallwelle in einer Flüssigkeit werden als optisches Gitter zur Beugung eines parallelen, monochromatischen Lichtstrahls genutzt, der sich senkrecht zur Ultraschallwelle ausbreitet. Aus dem Beugungsmuster lässt sich bei bekannter Lichtwellenlänge die Schallwellenlänge in der Flüssigkeit ermitteln und zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit nutzen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-cw-Generator mit Sonde	1002576
1	Probengefäß	1002578
1	Laserdiode zum Debye-Sears-Effekt, rot	1002577
1	Laserdiode zum Debye-Sears-Effekt, grün	1002579
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575



Die Beugung von Licht an Ultraschallwellen in Flüssigkeiten wurde 1922 von Brillouin vorhergesagt und 1932 von Debye und Sears sowie Lucas und Biquard experimentell bestätigt. Sie beruht auf der periodischen Änderung des Brechungsindex in der Flüssigkeit, die durch eine Ultraschallwelle hervorgerufen wird. Auf eine senkrecht dazu durchtretende Lichtwelle wirkt diese Anordnung als Phasengitter, das sich mit Schallgeschwindigkeit verschiebt. Seine Gitterkonstante entspricht der Wellenlänge der Ultraschallwellen und hängt somit von deren Frequenz und der Schallgeschwindigkeit des durchstrahlten Mediums ab. Die Bewegung des Phasengitters kann bei Beobachtung auf einem sehr weit entfernten Schirm vernachlässigt werden.

Im Experiment koppelt ein vertikal ausgerichteter Wandler Ultraschallwellen bei Frequenzen zwischen 1 und 12 MHz in die Testflüssigkeit ein. Ein paralleles monochromatisches Lichtbündel durchdringt die Flüssigkeit in horizontaler Richtung und wird am Phasengitter gebeugt. Das Beugungsmuster enthält mehrere Beugungsmaxima in regelmäßigem Abstand zueinander.

Für den Winkel  $\alpha_k$  des Beugungsmaximums der k-ten Ordnung gilt

(1) 
$$\tan \alpha_k = k \cdot \frac{\lambda_L}{\lambda_S}$$

 $\lambda_{\rm L}: {\rm Lichtwellenlänge}, \lambda_{\rm S}: {\rm Schallwellenlänge}$  Daher kann die Schallwellenlänge  $\lambda_{\rm S}$  aus den Abständen der Beugungsmaxima bestimmt werden. Zusätzlich lässt sich gemäß

(2) 
$$c = f \cdot \lambda_{S}$$

die Schallgeschwindigkeit c in der Flüssigkeit berechnen, da auch die Frequenzen f der Schallwellen bekannt sind.

#### AUSWERTUNG

Es wird die Entfernung *s* zwischen Ultraschallwandler und Beugungsbild sowie der Abstand  $x_{2k}$  zwischen dem *-k*-ten und dem *+k*-ten Beugungsmaximum gemessen. Beide Werte gehen in die Berechung des Winkels  $\alpha_k$  für das Beugungsmaximum der *k*-ten Ordnung ein.

$$\tan \alpha_k = \frac{x_{2k}}{2 \cdot s}$$

Die Bestimmungsgleichung für die Schallwellenlänge  $\lambda_{\text{S}}$  lautet somit

$$\lambda_{\rm S} = \frac{2 \cdot k \cdot s}{x_{\rm 2k}} \cdot \lambda_{\rm L}$$



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Beugung von Licht an einem mit Ultraschallwellen in einer Flüssigkeit erzeugten Phasengitter (Debye-Sears-Effekt)



Abb. 2: Schallwellenlänge  $\lambda_{\rm S}$  in Wasser in Abhängigkeit von der Frequenz f

# UE1080350 | KUGELFALL-VISKOSIMETER



### > AUFGABEN

- Messung der Fallzeiten einer Kugel in einer wässrigen Glyzerinlösung in Abhängigkeit von der Temperatur.
- Bestimmung der dynamischen Viskosität und Vergleich mit Literaturdaten.
- Vergleich der Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität mit der Arrhenius-Andrade-Beziehung und Bestimmung der Platzwechselenergie.

#### ZIEL

Bestimmung der dynamischen Viskosität einer wässrigen Glyzerinlösung

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die dynamische Viskosität, der Proportionalitätsfaktor zwischen Geschwindigkeitsgradient und Scherspannung in einer Flüssigkeit, charakterisiert die Zähigkeit einer Flüssigkeit. Sie kann mit einem Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler gemessen werden. In Verbindung mit einem Umwälzthermostaten sind auch temperaturabhängige Messungen möglich. Sie werden im Experiment an einer wässrigen Glyzerinlösung durchgeführt. Hier kann die Temperaturabhängigkeit der Viskosität durch die Arrhenius-Andrade-Beziehung beschrieben werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Kugelfallviskosimeter	1012827
1	Digitale Stoppuhr	1002811
1	Bad-/Umwälzthermostat (230 V, 50/60 Hz)	1008654 oder
	Bad-/Umwälzthermostat (115 V, 50/60 Hz)	1008653
2	Silikonschlauch, 6 mm	1002622
1	Glycerin, 85%, 250 ml	1007027
Zusätzlic	n empfohlen:	
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	1002872
2	Messzylinder, 100 ml	1002870
	Destilliertes Wasser, 5 I	



Die Zähigkeit einer Flüssigkeit ist auf die wechselseitige Bindung der Flüssigkeitsteilchen zurückzuführen. Mit wachsender Stärke der Bindung nimmt die Beweglichkeit der Teilchen ab. Zur Ausprägung eines Geschwindigkeitsgradienten in einem Strömungsprofil ist dann eine größere Scherspannung erforderlich. Der Proportionalitätsfaktor zwischen Geschwindigkeitsgradient und Scherspannung ist eine Maß für die Zähigkeit der Flüssigkeit und wird dynamische Viskosität genannt. Flüssigkeiten, deren dynamische Viskosität nicht von der Scherspannung abhängt, werden newtonsche Flüssigkeiten genannt.

Die dynamische Viskosität  $\eta$  der meisten Flüssigkeiten nimmt mit steigender Temperatur ab. Die Abnahme kann oft mit der Arrhenius-Andrade-Beziehung beschrieben werden.

(1) 
$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{E_A}{R \cdot T}\right)$$

E<sub>A</sub>: Aktivierungs- bzw. Platzwechselenergie der Flüssigkeitsteilchen *T*: absolute Temperatur

$$R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$$
: Allgemeine Gaskonstante

Zur Messung der dynamischen Viskosität wird häufig eine Kugel betrachtet, die unter dem Einfluss der Gravitation in der Flüssigkeit nach unten sinkt. Ihr Fall wird durch die Stokes'sche Reibungskraft

(2) 
$$F_1 = \eta \cdot 6\pi \cdot r \cdot v$$
  
r: Radius der Kugel

gebremst, daher sinkt sie mit konstanter Geschwindigkeit v. Der Einfluss der Gravitationskraft wird durch den Auftrieb der Kugel in der Flüssigkeit gemindert:

(3) 
$$F_2 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot g$$

ρ<sub>0</sub>: Dichte der Kugel ρ: Dichte der untersuchten Flüssigkeit *g*: Fallbeschleunigung

Daher folgt aus dem Gleichgewicht zwischen den Kräften F<sub>1</sub> und F<sub>2</sub>:

(4) 
$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot \frac{t}{s}$$

### s: Messstrecke

#### t: Fallzeit für die vorgegebene Messtrecke

Tatsächlich beschreibt Gleichung (2) die Reibungskraft auf die Kugel nur für Fälle, in denen der Durchmesser des mit der Probeflüssigkeit gefüllten Messrohres wesentlich größer als der Kugeldurchmesser ist. Dies würde aber eine große Menge an Probeflüssigkeit erfordern. In der Praxis verwendet man daher zur Viskositätsmessung ein Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler mit einem gegen die Vertikale geneigten Messrohr, in dem die Kugel an der Rohrwand gleitet und rollt. Die Bestimmungsgleichung für die dynamische Viskosität lautet in diesem Fall

(5) 
$$\eta = t \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot k$$

Der Kalibrierfaktor *K* wird vom Hersteller für jede mitgelieferte Kugel individuell angegeben. Zur Vermeidung eventueller systematischer Fehler kann das Messrohr gedreht und die Fallzeit auch für den Rückweg gemessen werden.

Im Experiment wird handelsübliches Glyzerin untersucht, das genauer betrachtet eine wässrige Glyzerinlösung mit einem Glyzerinanteil von ca. 85% ist. Die Verdünnung wird gezielt verwendet, da die Viskosität von reinem Glyzerin für viele Anwendungen zu hoch ist. Gemessen wird die Viskosität in Abhängigkeit von der Temperatur. Dazu ist das Kugelfall-Viskosimeter mit einem Umwälzthermostaten verbunden. Durch gezielte Verdünnung der Glyzerinlösung mit destilliertem Wasser kann auch die Konzentrationsabhängigkeit der Viskosität untersucht werden.

### AUSWERTUNG

Ein Vergleich der gemessenen Viskosität mit Literaturdaten bestätigt die Konzentrationsangaben des Herstellers. Gleichung (1) lässt sich umschreiben in die Form

$$\ln\eta = \ln\eta_0 + E_A \cdot \frac{1}{R \cdot T}$$

Man trägt daher y = lnŋ gegen  $x = \frac{1}{R \cdot T}$  auf und bestimmt die

Platzwechselenergie  $E_{\rm A}$  aus der Steigung der resultierenden Geraden.



# UE1080400 | OBERFLÄCHENSPANNUNG



ZIEL Messung der Oberflächenspannung nach der Abreißmethode

#### ZUSAMMENFASSUNG

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung einer Flüssigkeit wird eine Schneide waagerecht in die Flüssigkeit eingetaucht und langsam unter Messung der Zugkraft aus der Flüssigkeit heraus nach oben gezogen. Die sich an der Schneide bildende Flüssigkeitslamelle reißt ab, sobald eine charakteristische Kraft überschritten wird. Aus dieser Kraft und der Länge der Schneide lässt sich die Oberflächenspannung berechnen.

# > AUFGABEN

- Erzeugung einer Flüssigkeitslamelle zwischen einer ringförmigen Schneide und der Flüssigkeitsoberfläche durch langsames Hochziehen der Schneide aus der Flüssigkeit.
- Messung der Zugkraft kurz vor dem Abreißen der Flüssigkeitslamelle.
- Bestimmung der Oberflächenspannung aus der gemessenen Zugkraft.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ring für Oberflächenspannung	1000797
1	Präzisions-Kraftmesser 0,1 N	1003102
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	1002872
1	Laborboy II	1002941
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 750 mm	1002935
1	Muffe mit Haken	1002828
1	Messschieber, 150 mm	1002601



Die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit ist eine Eigenschaft der Grenzfläche zwischen der Flüssigkeit und der angrenzenden Luft. Sie resultiert aus der Tatsache, dass auf jedes Flüssigkeitsmolekül an der Oberfläche die Kräfte seiner Nachbarmoleküle nur von einer Seite wirken können, während auf ein Molekül in der Flüssigkeit Kräfte von allen Seiten wirken (siehe Abb. 1). Daher wirkt auf das Molekül an der Oberfläche insgesamt eine Kraft senkrecht zur Oberfläche ins Innere der Flüssigkeit. Um zur Vergrößerung der Oberfläche weitere Moleküle an die Oberfläche zu bringen, muss somit Energie zugeführt werden.

Den Quotienten

(1)

aus der bei konstanter Temperatur zugeführten Energie  $\Delta E$  und der Änderung  $\Delta A$  der Oberfläche bezeichnet man als Oberflächenspannung oder auch Oberflächenenergiedichte.

ΔA

Zur Veranschaulichung dieser Definition kann man z. B. eine ringförmige Schneide betrachten, die zunächst vollständig in die Flüssigkeit eintaucht. Zieht man die Schneide langsam aus der Flüssigkeit, so wird an der Unterkante eine Flüssigkeitslamelle hochgezogen (siehe Abb. 2). Deren Oberfläche auf der Außen- und der Innenseite der Schneide ändert sich insgesamt um

(2) 
$$\Delta A = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \Delta x$$
  
*R*: Radius des Rings

wenn die Schneide um die weitere Strecke  $\Delta x$  hochgezogen wird. Hierfür muss eine Kraft

 $=\frac{\Delta E}{\Delta x}$ aufgebracht werden. Wird die Kraft  $F_0$  beim Hochziehen überschritten, reißt die Flüssigkeitslamelle ab.

Im Experiment hängt ein Metallring mit einer scharfen Unterkante waagerecht an einem Präzisionskraftmesser. Der Metallring wird zunächst vollständig in die untersuchte Flüssigkeit, z. B. Wasser, eingetaucht und anschließend langsam nach oben aus der Flüssigkeit heraus gezogen. Die Flüssigkeitslamelle reißt ab, wenn die Zugkraft F den Grenzwert  $F_0$  überschreitet.

AUSWERTUNG

Aus (1), (2) und (3) folgt

$$F_0 = \frac{\Delta E}{\Delta x} = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma$$

Die Bestimmungsgleichung ist also

$$\sigma = \frac{F_0}{4\cdot\pi\cdot R}$$



Abb. 1: Wechselwirkungskräfte auf ein Flüssigkeitsmolekül an der Oberfläche und ein Molekül im Inneren einer Flüssigkeit durch die jeweiligen Nachbarmoleküle



Abb. 2: Schematische Darstellung

# UE1090200 | BIEGUNG VON FLACHEN BALKEN



#### ZIEL

Messung der Verformung von beidseitig unterstützten flachen Balken und Bestimmung des Elastizitätsmoduls

#### ZUSAMMENFASSUNG

Der Verformungswiderstand eines ebenen flachen Balkens gegen eine Biegung durch eine äußere Kraft lässt sich analytisch berechnen, wenn die Verformung deutlich kleiner als die Balkenlänge ist. Er ist proportional zum Elastizitätsmodul *E* des Balkenmaterials. Im Experiment wird durch Messung der Verformung bei bekannter Kraft der Elastizitätsmodul für Stahl und Aluminium bestimmt.

#### > AUFGABEN

- Messung des Verformungsprofils bei mittiger und außermittiger Belastung.
- Messung der Verformung in Abhängigkeit von der Kraft.
- Messung der Verformung in Abhängigkeit von Länge, Breite, Dicke und Material und Bestimmung des Elastizitätsmoduls.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Messapparatur Elastizitätsmodul	1018527
1	Erweiterungssatz Elastizitätsmodul	1018528
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603
1	Bügelmessschraube	1002600

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Verformungswiderstand eines ebenen flachen Balkens gegen eine Biegung durch eine äußere Kraft lässt sich analytisch berechnen, wenn die Verformung deutlich kleiner als die Balkenlänge ist. Er ist proportional zum Elastizitätsmodul *E* des Balkenmaterials. Also lässt sich aus der Verformung des Balkens bei bekannter Kraft der Elastizitätsmodul bestimmen.

Zur Berechnung teilt man den Balken in parallele Fasern auf, die bei einer Biegung auf der Innenseite gestaucht und auf der Außenseite gedehnt werden. Die neutrale Faser wird weder gedehnt noch gestaucht, während die relative Dehnung bzw. Stauchung  $\varepsilon$  der übrigen Fasern und die mit ihr verbundene Spannung  $\sigma$  vom Abstand *z* zur neutralen Faser abhängen:

(1) 
$$\varepsilon(z) = \frac{s + \Delta s(z)}{s} = \frac{z}{\rho(x)} \text{ und } \sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z)$$

ρ(x): lokaler Krümmungsradius der Biegung Zur Krümmung muss daher das lokale Biegemoment

(2)

$$M(x) = \int_{A} \sigma(z) \cdot z \cdot dA = \frac{1}{\rho(x)} \cdot E \cdot I$$

mit  $I = \int z^2 \cdot dA$ : Flächenträgheitsmoment

aufgebracht werden.

Alternativ zum Krümmungsradius  $\rho(x)$  wird im Experiment das Verformungsprofil w(x) der neutralen Faser aus der Ruhelage gemessen, das wie folgt berechnet werden kann. Solange die Änderungen dw(x) / dx der Verformung genügend klein sind, gilt der Zusammenhang



(3) 
$$\frac{d^2w}{dx^2}(x) = \frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E \cdot I}$$

aus dem man das Verformungsprofil durch zweifache Integration erhält.

Ein typisches Beispiel ist die Betrachtung eines an beiden Enden unterstützten Balkens der Länge L, den eine am Ort a angreifende Kraft F nach unten zieht. Im Gleichwicht ist die Summe aller angreifenden Kräfte Null:

(4) 
$$F_1 + F_2 - F = 0$$

Entsprechendes gilt für die Summe aller Momente, die an einem beliebigen Ort *x* des Balkens wirken:

(5) 
$$M(x) - F_1 \cdot x - F_2 \cdot (L - x) + F \cdot (a - x) = 0$$

An den Balkenenden werden keine Krümmung und keine Verformung hervorgerufen, also ist M(0) = M(L) = 0 und w(0) = w(L) = 0. Somit ist M(x) vollständig bestimmt:

(6) 
$$M(\zeta) = \begin{cases} F \cdot L \cdot (1-\alpha) \cdot \zeta; & 0 \le \zeta \le \alpha \\ F \cdot L \cdot \alpha \cdot (1-\zeta); & \alpha < \zeta \le 1 \\ \text{mit } \zeta = \frac{x}{L} \text{ und } \alpha = \frac{a}{L} \end{cases}$$

Und man erhält durch zweifache Integration das Verformungsprofil

(7) 
$$w(\zeta) = \frac{\frac{F \cdot l^{3}}{E \cdot I} \left[ (1-\alpha) \cdot \frac{\zeta^{3}}{6} - \left(\frac{\alpha^{3}}{6} - \frac{\alpha^{2}}{2} - \frac{\alpha}{3}\right) \cdot \zeta \right]}{\frac{F \cdot l^{3}}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{\alpha^{3}}{6} - \left(\frac{\alpha^{3}}{6} + \frac{\alpha}{3}\right) \zeta + \frac{\alpha}{2} \cdot \zeta^{2} - \frac{\alpha}{6} \zeta^{3}\right]}$$

Sein Verlauf wird im Experiment bei mittiger ( $\alpha$  = 0,5) und bei außermittiger ( $\alpha$  < 0,5) Belastung überprüft.

#### AUSWERTUNG

Bei mittiger Belastung ist  $w(x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2}) = -\frac{F \cdot L^3}{48 \cdot F \cdot I}$ 

Für ein Rechteck der Breite b und der Höhe d berechnet man

$$I = \int_{A} z^2 \cdot dA = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z^2 \cdot b \cdot dz = \frac{d^3}{12} \cdot b$$

Dann ist  $w(x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2}) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{L^3}{d^3} \cdot \frac{1}{b}$ 



Abb. 1: Skizze des Deformationsprofils



Abb. 2: Gemessenes und berechnetes Verformungsprofil bei mittiger und außermittiger Belastung



Abb. 3: Bestätigung des Hooke'schen Gesetzes



Abb. 4: Abhängigkeit der Verformung von  $(L/d)^3$ 



Abb. 5: Elastizitätsmodul von Stahl und Aluminium

# UE1090300 | TORSION RUNDER STÄBE



#### ZIEL

Bestimmung der Winkelrichtgröße und des Schubmoduls

#### ZUSAMMENFASSUNG

Zur Deformation eines festen Körpers ist eine äußere Kraft erforderlich. Ihr wirkt der von Material und Geometrie des Körpers sowie der Richtung der angreifenden Kraft abhängende Verformungswiderstand des Körpers entgegen. Die Deformation ist reversibel und proportional zur angreifenden Kraft, solange diese nicht zu groß ist. Ein häufig untersuchtes Beispiel ist die Torsion eines einseitig eingespannten homogenen runden Stabes. Sein Verformungswiderstand lässt sich analytisch berechnen und durch Aufbau eines schwingungsfähigen Systems aus Stab und Pendelscheibe durch Messung der Schwingungsdauer bestimmen.

#### > AUFGABEN

- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe in Abhängigkeit von der Länge.
- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe in Abhängigkeit vom Durchmesser.
- Bestimmung der Winkelrichtgröße runder Stäbe unterschiedlichen Materials und Bestimmung des Schubmoduls.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Torsionsgerät	1018550
1	Erweiterungssatz Torsionsgerät	1018787
1	Lichtschranke	1000563
1	Digitalzähler (230 V, 50/60 Hz)	1001033 oder
	Digitalzähler (115 V, 50/60 Hz)	1001032

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Zur Deformation eines festen Körpers ist eine äußere Kraft erforderlich. Ihr wirkt der von Material und Geometrie des Körpers sowie der Richtung der angreifenden Kraft abhängende Verformungswiderstand des Körpers entgegen. Die Deformation ist elastisch, also reversibel und proportional zur angreifenden Kraft, solange diese nicht zu groß ist.

Ein häufig untersuchtes Beispiel ist die Torsion eines einseitig eingespannten homogenen runden Stabes, denn sein Verformungswiderstand lässt sich analytisch berechnen. Dazu zerlegt man den Rundstab durch Radial- und Zylinderschnitte in Teilstücke mit Stablänge *L*. Durch Torsion des Stabes am freien Ende um einen kleinen Winkel  $\psi$  werden alle Teilstücke mit dem Radius *r* ohne Krümmung um den Winkel

(1)

$$\alpha_r = \frac{r}{l} \cdot \psi$$

geschert (siehe Abb. 1). Hierzu muss die Schubspannung



$$\tau_r = \frac{\mathsf{d}F_{r,\varphi}}{\mathsf{d}A_{r,\varphi}} = G \cdot \alpha_r$$

(2)

#### G: Schubmodul des Stabmaterials

aufgewandt werden, indem die Teilkraft  $dF_{\mathbf{r},\boldsymbol{\phi}}$  in tangentialer Richtung an der Stirnfläche

$$\Delta A_{r,\omega} = r \cdot d\varphi \cdot dr$$

des Teilstückes angreift. Man erhält

(4) 
$$\mathsf{d}F_{\mathbf{r},\varphi} = \mathbf{G} \cdot \frac{\mathbf{r}^2}{L} \cdot \boldsymbol{\Psi} \cdot \mathsf{d}\varphi \cdot \mathsf{d}\mathbf{r}$$

und berechnet daraus leicht die für die Torsion des gesamten Hohlzylinders mit Radius *r* um den Winkel  $\psi$  erforderliche Kraft d $F_r$  und das zugehörige Drehmoment d $M_r$ :

(5) 
$$dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Für die Torsion des Vollzylinders mit dem Radius r<sub>0</sub> gilt entsprechend

(6) 
$$M = \int_{0}^{t_0} \mathrm{d}M_r = D \cdot \psi \text{ mit } D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Die Proportionalität zwischen Drehmoment M und Torsionswinkel  $\psi$  ist erfüllt, d.h. die Winkelrichtgröße D ist konstant, solange das Drehmoment M nicht zu groß wird. Bei zu großen Werten wird die Verformung plastisch und irreversibel.

Zur Bestimmung der Winkelrichtgröße wird im Experiment eine Pendelscheibe an das freie Stabende gekoppelt und schwingt bei nicht zu großen Auslenkungen mit der Schwingungsdauer

(7) 
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

#### J: Trägheitsmoment der Pendelscheibe

um die Torsionsachse. Aus der Schwingungsdauer lässt sich bei bekanntem Trägheitsmoment die Winkelrichtgröße berechnen. Genauer spaltet man das Trägheitsmoment in das Trägheitsmoment  $J_0$  der Pendelscheibe und das Trägheitsmoment zweier Zusatzmassen m auf, die im Radius R um die Torsionsachse angeordnet sind:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

und misst die Schwingungsdauer T für die Pendelscheibe mit Zusatzmasse sowie die Schwingungsdauer  $T_0$  für die Pendelscheibe ohne Zusatzmassen.

#### AUSWERTUNG

Für die Winkelrichtgröße berechnet man aus (7) und (8) die Bestimmungsgleichung

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T^2}$$



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Berechnung des für die Torsion eines Hohlzylinders mit der Länge *L*, dem Radius *r* und der Wandstärke d*r* erforderlichen Drehmomentes d*M*<sub>r</sub>.







Abb. 3: Winkelrichtgröße der Rundstäbe in Abhängigkeit von 1/L



Abb. 4: Schubmodul G der Stäbe in Abhängigkeit vom Lodulus G der Stäbe in Abhängigkeit von L

# **UE2010130** THERMISCHE AUSDEHNUNG FESTER KÖRPER



### > AUFGABEN

- Messung der thermischen Längenausdehnung je eines Messing-, Stahlund Glasrohres.
- Bestimmung der linearen Ausdehnungskoeffizienten dieser Materialien und Vergleich mit den Literaturwerten.

#### ZIEL

Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten von Messing, Stahl und Glas

#### ZUSAMMENFASSUNG

Werden Festkörper auf höhere Temperaturen gebracht, so dehnen sie sich im Allgemeinen mehr oder weniger stark aus. Im Experiment lässt man heißes Wasser durch dünne Rohre aus Messing, Stahl und Glas fließen. Die Messung der Längenausdehnung erfolgt mit einer Messuhr. Aus der Längenänderung wird der lineare Ausdehnungskoeffizient für die drei Materialien bestimmt.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Längenausdehnungsapparat D	1002977
1	Bad-/Umwälzthermostat (230 V, 50/60 Hz)	1008654 oder
	Bad-/Umwälzthermostat (115 V, 50/60 Hz)	1008653
1	Messuhr mit Adapter	1012862
2	Silikonschlauch, 6 mm	1002622

#### HINWEIS

Reicht es, den Längenunterschied zwischen Raum- und Wasserdampftemperatur zu untersuchen, so kann an Stelle eines Bad/Umwälzthermostats auch ein Dampferzeuger verwendet werden (siehe Abb. 3).



In einem Festkörper schwingt jedes Atom um seine Gleichgewichtslage. Die Schwingung ist nicht harmonisch, weil die potentielle Energie stärker ansteigt, wenn sich zwei Atome aus der Gleichgewichtslage nähern, als wenn sie sich voneinander entfernen. Bei höherer Temperatur und somit höherer Schwingungsenergie schwingen die Atome daher so, dass der mittlere Abstand zwischen zwei benachbarten Atomen größer ist als der Gleichgewichtsabstand. Dieser Effekt nimmt mit steigender Temperatur zu, daher dehnt der Festkörper sich mit steigender Temperatur immer stärker aus. Es ist in diesem Zusammenhang üblich, relative Längenänderungen zu betrachten und daraus die Volumenänderungen zu berechnen.

Der lineare Ausdehnungskoeffizient ist definiert als

(1)  $\alpha = \frac{1}{L(\vartheta)} \cdot \frac{dL}{d\vartheta}$ L: Länge

9: Temperatur in °C

Er ist stark materialabhängig und hängt in der Regel nur wenig von der Temperatur ab. Daher folgt ist

(2)  $L(\vartheta) = L_0 \cdot \exp(\alpha \cdot \vartheta)$  $L_0 = L(0 \ ^{\circ}\text{C})$ 

bzw. bei nicht zu hohen Temperaturen

$$L(\vartheta) = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)$$

Im Experiment werden Messungen an dünnen Rohren aus Stahl, Messing und Glas durchgeführt, durch die zur Erwärmung warmes Wasser geleitet wird. Ein Umwälzthermostat sorgt für konstante einstellbare Wassertemperatur. Da die Rohre im Längenausdehnungsapparat einseitig fixiert sind, kann mittels Messuhr am anderen Ende die Längenänderung gegenüber der Raumtemperatur als Referenztemperatur abgelesen werden.



Abb. 1: Schematische Darstellung der Messanordnung



Abb. 2: Längenänderung von Messing (rot), Stahl (blau) und Glas (grün) in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz

#### AUSWERTUNG

Im untersuchten Temperaturbereich ist  $\alpha \cdot \vartheta \ll 1$ . Also lässt sich Gleichung (3) modifizieren:

 $\Delta L = L(\vartheta_1) \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$  mit  $\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_3$ ,  $L(\vartheta_1) = 600$  mm

Die gesuchten linearen Ausdehnungskoeffizienten lassen sich daher aus der Steigung der Ursprungsgeraden in Abb. 1 bestimmen.

Die Herleitung von Gleichung (3) ist im Übrigen hinfällig, wenn auch hohe Temperaturen betrachtet werden. Dann erweist sich  $\alpha$  als nicht konstant, sondern von der Temperatur abhängig. Dies ist – genauer betrachtet – auch im hier untersuchten Temperaturbereich der Fall. Da die Längenänderungen mit einer Auflösung von 0,01 mm gemessen werden, zeigt eine genaue Datenanalyse insbesondere für Messing, dass die Messwerte nicht genau linear verlaufen und der Ausdehnungskoeffizient mit steigender Temperatur leicht ansteigt.



Abb. 3: Aufbau mit Dampferzeuger

# UE2010301 | ANOMALIE DES WASSERS





# > AUFGABEN

- Messung der thermischen Ausdehnung von Wasser im Temperaturbereich zwischen 0°C und 15°C.
- Nachweis der thermischen Anomalie.
- Bestimmung der Temperatur des Dichtemaximums.

#### ZIEL

Bestimmung der Temperatur des Dichtemaximums von Wasser

#### ZUSAMMENFASSUNG

Das Volumen von Wasser wird bei einer Temperaturerhöhung zwischen 0°C und etwa 4°C zunächst kleiner und dehnt sich erst bei höheren Temperaturen aus. Die Dichte von Wasser erreicht daher bei etwa 4°C ihren größten Wert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gerät zur Anomalie des Wasser	1002889
1	Kunststoffwanne	4000036
1	Magnetrührer	1002808
1	Digital-Thermometer 1-Kanal	1002793
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65–550°C	1002804
Zusätzlic	h empfohlen:	
1	Silikonschlauch, 6 mm	1002622
1	Stativstange, 470 mm	1002934
1	Stativklemme mit Muffe	1002829
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Trichter	



Wasser weist gegenüber den meisten anderen Stoffen eine Besonderheit auf. Bis zu einer Temperatur von ca. 4°C zieht es sich bei Erwärmung zusammen und dehnt sich erst bei höheren Temperaturen aus. Da die Dichte dem Kehrwert des Volumens einer Stoffmenge entspricht, hat Wasser also bei ca. 4°C ein Dichtemaximum.

Im Experiment wird die Ausdehnung des Wassers in einem Gefäß mit Steigrohr gemessen. Man misst dazu die Steighöhe h in Abhängigkeit von der Wassertemperatur  $\vartheta$ . Wenn man vernachlässigt, dass sich das Glasgefäß bei Erwärmung ebenfalls ausdehnt, ist das Gesamtvolumen des Wassers in Gefäß und Steigrohr gegeben durch:

(1) 
$$V(\vartheta) = V_0 + \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h(\vartheta)$$

*d*: Innendurchmesser des Steigrohres,  $V_0$ : Volumen des Gefäßes

Wird die Ausdehnung des Gefäßes berücksichtigt, ändert sich (1) zu  $d^2$ 

(2) 
$$V(\vartheta) = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \vartheta) + \pi \cdot \frac{a}{4} \cdot h(\vartheta)$$

 $\alpha$  = 3,3 10<sup>-6</sup> K<sup>-1</sup>: linearer Ausdehnungskoeffizient von Glas

### AUSWERTUNG

Für die Dichte  $\rho$  von Wasser folgt aus (1) und (2)

$$\frac{\rho(\vartheta)}{\rho(0^{\circ}\mathrm{C})} = \frac{V_0 + \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h(0^{\circ}\mathrm{C})}{V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \vartheta) + \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h(\vartheta)}$$

Das Maximum dieses Verhältnisses liegt laut Tabellenangaben bei  $\vartheta$  = 3,9 °C.



Abb. 1: Relative Dichte von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur



Abb. 2: Gefäß mit Steigrohr

# UE2020100 | WÄRMELEITUNG



# > AUFGABEN

- Messung des Temperaturverlaufes längs einseitig geheizten und einseitig gekühlten Metallstäben im nichtstationären und stationären Zustand.
- Messung des Wärmestroms im stationären Zustand.
- Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit des Stabmaterials.

#### ZIEL

Messung der Wärmeleitung in Metallstäben

#### ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Wärmeleitung wird Wärme von einem wärmeren in einen kälteren Bereich durch die Wechselwirkung zwischen benachbarten Atomen oder Molekülen übertragen, ohne dass diese selbst transportiert werden. In einem zylindrischen Metallstab, dessen Enden auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten werden, stellt sich nach einiger Zeit ein Temperaturgradient entlang des Stabes ein, so dass die Temperatur gleichmäßig zum kälteren Ende hin abnimmt und ein konstanter Wärmestrom fließt. Der Übergang vom nichtstationären zum stationären Zustand wird durch wiederholte Messreihen beobachtet, bei denen jeweils die Temperatur an den Messstellen bestimmt wird. Die Metallstäbe werden elektrisch geheizt, daher kann der Wärmestrom im stationären Zustand aus der elektrischen Leistung bestimmt werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gerätesatz Wärmeleitung	1017329
1	Wärmeleitstab Aluminium	1017331
1	Wärmeleitstab Kupfer	1017330
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Digital-Sekunden-Taschenthermometer	1002803
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65–550°C	1002804
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	1002872



Wärme kann durch Wärmeleitung, Wärmestrahlung und Konvektion von einem wärmeren in einen kälteren Bereich übertragen werden. Bei der Wärmeleitung findet dieser Energietransport durch die Wechselwirkung zwischen benachbarten Atomen oder Molekülen statt, ohne dass diese selbst transportiert werden. Bei der Erwärmung z.B. eines Metallstabes schwingen die Atome am warmen Ende stärker, d.h. mit einer höheren Energie als am kalten Ende. Die Energie wird durch Stöße mit benachbarten Atomen an diese abgegeben und so durch den Stab geleitet. Metalle sind besonders gute Wärmeleiter, da noch Stöße zwischen freien Elektronen und Atomen hinzukommen.

In einem Stab mit der Querschnittsfläche A, dessen Enden auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten werden, stellt sich nach einiger Zeit ein Temperaturgradient entlang des Stabes ein, so dass die Temperatur T gleichmäßig zum kälteren Ende hin abnimmt. Dabei fließt in einer Zeit dT eine Wärmemenge dQ durch den Querschnitt des Stabes, und es stellt sich ein konstanter Wärmestrom  $P_{\Omega}$  ein:

(1)  $P_{\rm Q} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$  $P_{\rm Q}: \text{ Wärmestrom (gemessen in Watt)}$ 

P<sub>Q</sub>: Wärmestrom (gemessen in Watt)
 A: Querschnittsfläche des Stabes
 λ: Wärmeleitfähigkeit des Stabmaterials

*T*: Temperatur, *x*: Ortskoordinate entlang des Stabes Bevor der konstante Temperaturgradient erreicht ist, hat der Stab zur Zeit *t* eine Temperaturverteilung T(x,t), die sich allmählich dem stationären Zustand nähert. Es gilt die Differentialgleichung

(2) 
$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t) - c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = 0$$

c: spezifische Wärme und  $\rho$ : Dichte des Stabmaterials Im stationären Fall ist in Übereinstimmung mit Gl. (1)

(3) 
$$\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = 0 \text{ und } \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = const. = \frac{P_{c}}{A}$$

Im Experiment wird der Stab an einem Ende elektrisch geheizt. Eine elektronisch geregelte Wärmequelle speist den Wärmeleitstab mit einem Wärmestrom, der als elektrische Leistung

$$(4) P_{\rm el} = U \cdot I$$

durch Messung der Heizspannung U und des Heizstromes I bestimmt werden kann. Die elektronische Regelung des Stromes sorgt dafür, dass das Stabende sehr schnell eine Temperatur von etwa 90°C erreicht, die dann konstant gehalten wird.

Über die Kühllamellen wird die Wärme am anderen Stabende an Eiswasser oder einfach an Wasser bei Raumtemperatur abgeführt. Die abgeführte Wärmeleistung kann also kalorimetrisch bestimmt werden. Eine Isoliermanschette verringert die Wärmeabgabe des Wärmeleitstabes an die Umgebung und verbessert die Linearität des Temperaturprofils im stationären Zustand. Mit einem sekundenschnellen elektronischen Thermometer werden die Temperaturen an den vorgesehenen Messstellen längs des Stabes gemessen. Es stehen ein Kupferstab und ein Aluminiumstab zur Verfügung.

### AUSWERTUNG

Der Wärmestrom  $P_{\rm Q}$  entspricht der elektrischen Leistung  $P_{\rm el}$ abzüglich einer geringen Verlustleistung  $P_{\rm l}$ :  $P_{\rm Q} = P_{\rm el} - P_{\rm l}$ 

Also ist: 
$$\lambda = \frac{P_{el} - P_l}{A} \cdot \frac{L}{T(0) - T(L)}$$

(L: Abstand zwischen den ausgewählten Temperaturmessstellen)



Abb. 1: Temperaturen längs des Aluminiumstabes in fünf Messreihen mit einem Zeitabstand von 150 s.

# UE2020200 | LESLIE-WÜRFEL



### > AUFGABEN

- Nachweis der Wärmestrahlung eines Leslie-Würfels mit einer Thermosäule nach Moll.
- Relativmessung der abgestrahlten Intensität für vier verschiedene Oberflächen in Abhängigkeit von der Temperatur.
- Bestätigung der T<sup>4</sup> Abhängigkeit der abgestrahlten Intensität.

#### ZIEL

Messung der Wärmestrahlung eines Leslie-Würfels

### ZUSAMMENFASSUNG

Die von einem Körper emittierte Strahlung hängt von der Temperatur des Körpers und seiner Oberflächenbeschaffenheit ab. Genauer besagt das Kirchhoff'sche Gesetz, dass für alle Körper bei gegebener Temperatur das Verhältnis von Emissionsvermögen zu Absorptionsvermögen gleich ist und dem Emissionsvermögen  $E_{\rm SB}$  des schwarzen Körpers bei dieser Temperatur entspricht. Im Experiment wird ein Leslie-Würfel durch Einfüllen von Wasser auf Temperaturen bis 100°C erwärmt und die abgestrahlte Intensität in einer Relativmessung mit einer Thermosäule nach Moll gemessen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Leslie-Würfel	1000835
1	Drehbare Auflage für Lesliewürfel	1017875
1	Thermosäule nach Moll	1000824
1	Messverstärker U (230 V, 50/60 Hz)	1020742 oder
	Messverstärker U (115 V, 50/60 Hz)	1020744
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	Digital-Sekunden-Taschenthermometer	1002803
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65–550°C	1002804
2	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	1002849
2	Tonnenfuß, 500 g	1001046
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603



Der Wärmeaustausch eine Körpers mit der Umgebung erfolgt auch durch Emission und Absorption von Wärmestrahlung. Die Strahlung hängt von der Temperatur des Körpers und seiner Oberflächenbeschaffenheit ab, wie sich mit einem Leslie-Würfel zeigen lässt.

Die abgestrahlte Intensität wird durch das Emissionsvermögen E des Körpers beschrieben. Das Absorptionsvermögen A ist das Verhältnis von absorbierter zur auftreffenden Strahlungsintensität. Es zeigt sich nun, dass das Absorptionsvermögen besonders hoch ist, wenn dies auch für das Emissionsvermögen gilt. Genauer besagt das Kirchhoff'sche Gesetz, dass für alle Körper bei gegebener Temperatur das Verhältnis von Emissionsvermögen zu Absorptionsvermögen gleich ist und dem Emissionsvermögen  $E_{\rm SB}$  des schwarzen Körpers bei dieser Temperatur entspricht:

(1)

$$\frac{E(T)}{A} = E_{SB}(T) = \sigma \cdot T^4$$

σ: Stefan-Boltzmann-Konstante *T*: Temperatur in Kelvin

Eine Temperaturabhängigkeit des Absorptionsvermögens kann im Allgemeinen vernachlässigt werden. Daher beträgt das Emissionsvermögen des Körpers

 $(2) E(T) = A \cdot \sigma \cdot T^4$ 

Hat der Körper die gleiche Temperatur  ${\cal T}_{\rm 0}$  wie die Umgebung, so strahlt er mit gleicher Intensität

$$E(T_0) = A \cdot \sigma \cdot T_0^4$$

an die Umgebung ab wie er aus der Umgebung absorbiert. Ist seine Temperatur höher, ändert sich an der aus der Umgebung absorbierten Strahlungsintensität nichts, solange die Umgebungstemperatur konstant bleibt. Daher beträgt die mit einem Strahlungsdetektor messbare Energieabgabe des Körpers pro Fläche und Zeit

(4) 
$$\Delta E(T) = A \cdot \sigma \cdot \left(T^4 - T_0^4\right)$$

Im Experiment wird ein mit einer weißen, einer schwarzen, einer matten und einer glänzenden Fläche ausgestatteter Leslie-Würfel durch Einfüllen von Wasser auf Temperaturen bis 100°C erwärmt und die abgestrahlte Intensität in einer Relativmessung mit einer Thermosäule nach Moll gemessen. Die Messwerte für die vier verschiedenen Flächen werden während des gesamten Abkühlvorgangs bis auf Raumtemperatur verfolgt.

#### AUSWERTUNG

entsprechen.

Nach Auftragen der Messwerte gegen die Größe  $x = T^4 - T_0^4$  erhält man vier Ursprungsgeraden, deren Steigungen dem unterschiedlichen Absorptionsvermögen der Flächen

Im untersuchten Temperaturbereich bis 100°C ist kein großer Unterschied zwischen der schwarzen und der weißen Fläche sowie zwischen der matten und der glänzenden Fläche feststellbar, obwohl der Unterschied für das menschliche Auge deutlich ist. Offensichtlich unterscheiden sich die Flächen im infraroten Wellenlängenbereich jeweils nicht wesentlich.



Abb. 1: Abgestrahlte Intensität des Leslie-Würfels in Abhängigkeit von  $x = T^4 - T_0^4$ 

# **UE2030300** I ERHÖHUNG DER INNEREN ENERGIE DURCH MECHANISCHE ARBEIT



ZIEL Überprüfung des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik

#### **>** AUFGABEN

- Messung der Temperatur des Aluminiumkörpers in Abhängigkeit von der Zahl der Umdrehungen unter der Reibschnur.
- Überprüfung der Proportionalität zwischen Temperaturänderung und Reibungsarbeit und Bestätigung des 1. Hauptsatzes.
- Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von Aluminium.

# ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Erhöhung der inneren Energie eines Aluminiumkörpers durch Reibungsarbeit untersucht. Die Zunahme lässt sich ablesen an der zu ihr proportionalen Zunahme der Temperatur des Körpers, da keine Änderung des Aggregatzustandes und keine chemische Reaktion statt findet. Um einen Wärmeaustausch des Aluminiumkörpers mit der Umgebung so gut wie möglich zu vermeiden, wird die Messreihe etwas unterhalb der Umgebungstemperatur gestartet und bei einer Temperatur beendet, die im gleichen Maße nur wenig oberhalb der Umgebungstemperatur liegt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Wärmeäquivalentgerät	1002658
1	Digital-Multimeter P1035	1002781
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	1017718



Die Änderung  $\Delta E$  der inneren Energie eines Systems ist nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik gleich der Summe aus verrichteter Arbeit  $\Delta W$  und umgesetzter Wärme  $\Delta Q$ . Sie lässt sich ablesen an der zu ihr proportionalen Änderung  $\Delta T$  der Temperatur des Systems, falls keine Änderung des Aggregatzustandes und keine chemische Reaktion stattfindet.

Im Experiment wird die Erhöhung der inneren Energie eines Aluminiumkörpers durch mechanische Arbeit untersucht. Dazu wird der zylindrische Körper mit einer Handkurbel um die eigene Achse gedreht und durch die Reibung einer über seine Mantelfläche gleitenden Schnur erwärmt. Die Reibungskraft *F* entspricht dem Gewicht eines am Ende der Reibschnur aufgehängten Massestücks, das durch die Reibungskraft in der Schwebe gehalten wird. In *n* Umdrehungen des Körpers wird also die Reibungsarbeit

$$\Delta W_{\rm n} = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

d: Durchmesser des Körpers verrichtet. Durch die Reibungsarbeit wird die Temperatur des Körpers vom Anfangswert  $T_0$  auf den Endwert  $T_n$  erhöht. Gleichzeitig nimmt die innere Energie um den Wert

(2) 
$$\Delta E_{n} = m \cdot c_{AI} \cdot (T_{n} - T_{0})$$

m: Masse des Körpers

 $c_{\rm Al}$ : spezifische Wärmekapazität von Aluminium zu. Um einen Wärmeaustausch mit der Umgebung so gut wie möglich zu vermeiden, wird der Körper vor Beginn der Messung auf eine Anfangstemperatur  $T_{\rm 0}$  abgekühlt, die nur wenig unterhalb der Umgebungstemperatur liegt. Außerdem wird die Messung beendet, sobald eine Endtemperatur  $T_{\rm n}$  erreicht ist, die im gleichen Maße nur wenig oberhalb der Umgebungstemperatur liegt.

Damit ist sicher gestellt, dass die Änderung der inneren Energie mit der verrichteten Arbeit übereinstimmt. D.h. es gilt

$$\Delta E_n = \Delta W_n$$

AUSWERTUNG

Aus den Gl. 2 und 3 lässt sich die Beziehung herleiten.

$$T_{\rm n} = T_0 + \frac{1}{m \cdot c_{\rm Al}} \cdot \Delta W_{\rm n}$$

Es liegt daher nahe, die gemessenen Temperaturen  $T_n$  in Abhängigkeit von der verrichteten Arbeit  $\Delta W_n$  darzustellen (siehe Abb. 1). Die in der Nähe der Umgebungstemperatur gemessenen Werte liegen auf einer Geraden, aus deren Steigung sich die Wärmekapazität von Aluminium bestimmen lässt. Unterhalb der Umgebungstemperatur nehmen die gemessenen Temperaturen schneller zu als dieser Geradensteigung entspricht, da der Aluminiumkörper Wärme aus der Umgebung aufnimmt. Oberhalb der Umgebungstemperatur wird dagegen Wärme an die Umgebung abgegeben.



Abb. 1: Temperatur des Aluminiumkörpers in Abhängigkeit von der verrichteten Reibungsarbeit.

# UE2030400 INNERE ENERGIE UND ELEKTRISCHE ARBEIT



### **>** AUFGABEN

- Messung der Temperatur eines Aluminium- und eines Kupferkalorimeters in Abhängigkeit von der verrichteten elektrischen Arbeit.
- Überprüfung der Proportionalität zwischen Temperaturänderung und elektrischer Arbeit und Bestätigung des 1. Hauptsatzes.
- Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von Aluminium und Kupfer.

# ZIEL

Erhöhung der inneren Energie durch elektrische Arbeit

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die innere Energie eines Systems kann anstelle von mechanischer Arbeit auch durch elektrische Arbeit erhöht werden. Auch in diesem Fall steigt die Temperatur des Systems linear mit der verrichteten Arbeit an, wenn keine Änderung des Aggregatzustandes und keine chemische Reaktion stattfinden. Im Experiment wird die Erhöhung der inneren Energie eines Kupfer- und eines Aluminiumkalorimeters durch elektrische Arbeit untersucht. Zur Reduzierung des Wärmeaustauschs mit der Umgebung wird die Messreihe unterhalb der Umgebungstemperatur gestartet und oberhalb der Umgebungstemperatur beendet.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Kupferkalorimeter	1002659
1	Aluminiumkalorimeter	1017897
1	Temperaturfühler	1017898
1	Paar Adapterkabel 4-mm-Sicherheitsstecker/2-mm-Stecker	1017899
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
1	Digital-Multimeter P1035	1002781
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V. 0-5 A (115 V. 50/60 Hz)	1003311



Die innere Energie eines Systems kann anstelle von mechanischer Arbeit auch durch elektrische Arbeit erhöht werden. Auch in diesem Fall steigt die Temperatur des Systems linear mit der verrichteten Arbeit an, wenn keine Änderung des Aggregatzustandes und keine chemische Reaktion stattfindet.

Im Experiment wird die Erhöhung der inneren Energie eines Kupferund Aluminiumkalorimeters durch elektrische Arbeit untersucht. Diese ist proportional zur angelegten Spannung *U* zum dadurch fließenden Strom *I* und zur Messzeit *t*:

$$\Delta W_{\rm F}(t) = U \cdot I \cdot t$$

Durch die elektrische Arbeit wird die Temperatur des Kalorimeters vom Anfangswert  $T_0$  auf den Endwert  $T_n$  erhöht. Die innere Energie nimmt daher um den Wert

(2) 
$$\Delta E(t) = m \cdot c \cdot (T(t) - T_0)$$

m: Masse des Kalorimeters

c: spezifische Wärmekapazität des Materials zu. Um einen Wärmeaustausch mit der Umgebung so gut wie möglich zu vermeiden, wird das Kalorimeter vor der Messung auf eine Anfangstemperatur  $T_0$  unterhalb der Umgebungstemperatur abgekühlt und im Laufe der Messung auf eine Endtemperatur  $T_n$  oberhalb der Umgebungstemperatur erwärmt. Unter diesen Bedingungen stimmt dann die Änderung der inneren Energie mit der verrichteten Arbeit überein und es gilt:

(3)

$$\Delta E(t) = \Delta W_{\rm E}(t)$$

#### AUSWERTUNG

Für die Messung der Temperatur *T* wird ein NTC-Temperaturfühler verwendet und dessen temperaturabhängiger Widerstand gemessen. Es gilt

$$T = \frac{217}{R^{0,13}} - 151$$

Die so bestimmten Temperaturen werden in Abhängigkeit von der elektrischen Arbeit dargestellt. Aus der Geradensteigung lassen sich die Wärmekapazitäten der Kalorimeter bestimmen und bei bekannter Masse die spezifischen Wärmekapazitäten berechnen.



Abb. 1: Temperatur der Kalorimeter in Abhängigkeit von der elektrischen Arbeit



Abb. 2: Änderung der inneren Energie in Abhängigkeit von der verrichteten elektrischen Arbeit

# UE2040100 | BOYLE-MARIOTTE-GESETZ



# > AUFGABEN

- Punktweise Messung des Drucks *p* der bei Raumtemperatur eingeschlossenen Luft in Abhängigkeit von der Kolbenposition *s*.
- Darstellung der Messwerte für drei verschiedene Stoffmengen in einem *p-V*-Diagramm.
- Bestätigung des Boyle-Mariotte-Gesetzes.

#### ZIEL

Messung an Luft bei Raumtemperatur

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Gültigkeit des Boyle-Mariotte-Gesetzes für ideale Gase wird bei Raumtemperatur an Luft demonstriert. Dazu wird das Volumen in einem zylindrischen Behälter durch Verschieben eines Kolbens variiert und gleichzeitig der Druck der eingeschlossenen Luft gemessen.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

#### Anzahl Geräte

1 Boyle-Mariotte-Gerät

**Art.-Nr.** 1017366



Das Volumen einer Gasmenge hängt ab vom Druck, unter dem das Gas steht, und von seiner Temperatur. Bei gleich bleibender Temperatur ist häufig das Produkt aus dem Volumen und dem Druck konstant. Diese von *Robert Boyle* und *Edme Mariotte* gefundene Gesetzmäßigkeit gilt für alle Gase im idealen Zustand, d.h. wenn die Temperatur des Gases weit über der sog. kritischen Temperatur liegt.

Das von Boyle und Mariotte gefundene Gesetz

(1) 
$$p \cdot V = \text{const.}$$

ist ein Spezialfall des für alle idealen Gase gültigen allgemeinen Gasgesetzes, das den Zusammenhang zwischen dem Druck *p*, dem Volumen *V*, der auf den absoluten Nullpunkt bezogenen Temperatur *T* und der Stoffmenge *n* eines Gases beschreibt:

(2)  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$  $R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$  : universelle Gaskonstante

Aus der allgemein gültigen Gleichung (2) lässt sich der Spezialfall (1) unter der Voraussetzung ableiten, dass sich die Temperatur T und die eingeschlossene Stoffmenge n nicht ändern.

Im Experiment wird die Gültigkeit des Boyle-Mariotte-Gesetz bei Raumtemperatur an Luft als idealem Gas demonstriert. Dazu wird das Volumen V in einem zylindrischen Behälter durch Verschieben eines Kolbens variiert und gleichzeitig der Druck p der eingeschlossenen Luft gemessen. Die eingeschlossene Stoffmenge n hängt vom Ausgangsvolumen V<sub>0</sub> ab, in das die Luft vor Beginn des Experiments bei geöffnetem Ventil aus der Umgebung einströmte.

### AUSWERTUNG

Da die Querschnittsfläche A des Kolbens konstant ist, lässt sich das Volumen V der eingeschlossenen Luft aus dem Verschiebeweg s des Kolbens leicht berechnen. Für eine genaue Analyse der Daten sollte auch das unvermeidliche Totvolumen  $V_1$  der Luft im Manometer berücksichtigen werden.



Abb. 1: Druck-Volumen-Diagramme von Luft bei Raumtemperatur bei drei verschiedenen Stoffmengen

# UE2040120 | AMONTONS-GESETZ



### > AUFGABEN

- Punktweise Messung des Drucks *p* der eingeschlossenen Luft in Abhängigkeit von der Temperatur *T*.
- Darstellung der Messwerte in einem *p-T*-Diagramm.
- Bestätigung des Amontons-Gesetzes.

ZIEL

Bestätigung des linearen Zusammenhangs zwischen Druck und Temperatur eines idealen Gases

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Gültigkeit des Amontons-Gesetzes für ideale Gase wird an Luft demonstriert. Dazu wird die Luft, die sich im abgeschlossenen Volumen einer metallischen Hohlkugel befindet, mit Hilfe eines Wasserbades erhitzt, und gleichzeitig werden die Temperatur und der Druck gemessen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Jolly'sche Gaskugel	1012870
1	Magnetrührer und Heizung (230 V, 50/60 Hz)	1002807 oder
	Magnetrührer und Heizung (115 V, 50/60 Hz)	1002806
1	Digital-Sekunden-Taschenthermometer	1002803
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K, -65 – 550°C	1002804
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	1002872
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 250 mm	1002933
1	Doppelmuffe	1002827
1	Universalklemme	1002833



Das Volumen einer Gasmenge hängt ab vom Druck, unter dem das Gas steht, und von seiner Temperatur. Bei gleich bleibendem Volumen und gleich bleibender Stoffmenge ist der Quotient aus dem Druck und der Temperatur konstant. Diese von *Guillaume Amontons* gefundene Gesetzmäßigkeit gilt für Gase im idealen Zustand, d.h. wenn die Temperatur des Gases weit über der sog. Kritischen Temperatur liegt.

Das von Amontons gefundene Gesetz

(1) 
$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

ist ein Spezialfall des für alle idealen Gase gültigen allgemeinen Gasgesetzes, das den Zusammenhang zwischen dem Druck *p*, dem Volumen *V*, der auf den absoluten Nullpunkt bezogenen Temperatur *T* und der Stoffmenge *n* eines Gases beschreibt:

(2)

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$
  
 $R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$ : universelle Gaskonstante

Aus der allgemein gültigen Gleichung (2) lässt sich der Spezialfall (1) unter der Voraussetzung ableiten, dass sich das Volumen V und die eingeschlossene Stoffmenge n nicht ändern.

Im Experiment wird die Gültigkeit des Amontons-Gesetzes an Luft als idealem Gas demonstriert. Dazu wird die Luft, die sich im abgeschlossenen Volumen einer metallischen Hohlkugel befindet, mit Hilfe eines Wasserbades erhitzt. Gleichzeitig werden die Temperatur  $\vartheta$  in °C mit einem Digitalthermometer und der Druck p mit dem an die Hohlkugel angeschlossenen Manometer gemessen.

#### AUSWERTUNG

Der lineare Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur wird durch Anpassen einer Geraden

$$(3) p = a \cdot \vartheta + b$$

an die Messpunkte bestätigt. Durch die Extrapolation des Drucks *p* bis zum Wert 0 kann der absolute Temperaturnullpunkt bestimmt werden:

(4)

$$\vartheta_0 = -\frac{b}{a} [\circ C]$$



Abb. 1: Druck-Temperatur-Diagramm von Luft bei konstantem Volumen und konstanter Stoffmenge



Abb. 2: Extrapolation des Drucks bis zum Wert p = 0

# UE2040200 I DER ADIABATENEXPONENT VON LUFT



# ZIEL Bestimmung des Adiabatenexponenten $C_p/C_V$ von Luft nach Rüchardt

#### ZUSAMMENFASSUNG

Im Experiment führt ein Aluminiumkolben in einer Präzisionsglasröhre, die senkrecht auf einer Glasflasche steht, harmonische Schwingungen auf dem durch das abgeschlossene Luftvolumen gebildeten Luftpolster aus. Aus der Schwingungsdauer des Aluminiumkolbens lässt sich der Adiabatenexponent errechnen.

# > AUFGABEN

- Messung der Schwingungsdauer des Aluminiumkolbens.
- Bestimmung des Gleichgewichtsdrucks im eingeschlossenen Luftvolumen
- Bestimmung des Adiabatenexponenten von Luft und Vergleich mit dem Literaturwert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Mariotte'sche Flasche	1002894
1	Schwingungsröhre	1002895
1	Mechanische Stoppuhr, 15 min	1003369
1	Hand-Vakuumpumpe	1012856
Zusätzlich empfohlen:		
1	Messschieber, 150 mm	1002601
1	Elektronische Waage 220 g	1022627
1	Barometer	



In einer klassischen Anordnung nach Rüchardt lässt sich der Adiabatenexponent von Luft aus den vertikalen Schwingungen eines Kolbens bestimmen, der in einem Rohr mit konstantem Querschnitt auf einem Luftvolumen ruht und dieses nach oben abschließt. Eine Auslenkung des Kolbens aus der Ruhelage erzeugt einen Überoder Unterdruck im Luftvolumen, der den Kolben in seine Ruhelage zurücktreibt. Die zurücktreibende Kraft ist proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage; der Kolben schwingt daher harmonisch.

Da kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet, sind die Schwingungen mit adiabatischen Zustandsänderungen verbunden. Zwischen dem Druck p und dem Volumen V der eingeschlossenen Luft besteht der Zusammenhang

(1)  $p \cdot V^{\gamma} = \text{const.}$ 

Der Adiabatenexponent  $\gamma$  ist dabei das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck  $C_p$  und bei konstantem Volumen  $C_{\gamma}$ :

$$\gamma = \frac{C_{\rm p}}{C_{\rm v}}$$

Aus (1) folgt für die Druck- und Volumenänderungen  $\Delta p$  und  $\Delta V$ 

$$\Delta p + \gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot \Delta V = 0$$

Durch Einsetzen der Innenquerschnittsfläche A des Rohres lässt sich aus der Druckänderung die zurücktreibende Kraft  $\Delta F$  und aus der Volumenänderung die Auslenkung  $\Delta s$  des Kolbens aus der Ruhelage berechnen.

Somit ergibt sich

(4) 
$$\Delta F = -\gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot A^2 \cdot \Delta s = 0.$$

und schließlich als Bewegungsgleichung für den schwingenden Kolben

(5) 
$$m \cdot \frac{d^2 \Delta s}{dt^2} + \gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot A^2 \cdot \Delta s = 0$$

m: Masse des Kolbens

Die Lösungen dieser klassischen Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators sind Schwingungen mit der Schwingungsdauer

(6) 
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{V}{p} \cdot \frac{m}{A^2}}$$

aus der sich der Adiabatenkoeffizient berechnen lässt, wenn die übrigen Größen bekannt sind.

Im Experiment setzt man ein Präzisionsglasrohr mit kleinem Querschnitt A senkrecht in den durchbohrten Gummistopfen einer Glasflasche mit großem Volumen V und lässt einen passenden Aluminiumkolben bekannter Masse m in die Glasröhre gleiten. Der Aluminiumkolben führt harmonische Schwingungen auf dem durch das abgeschlossene Luftvolumen gebildeten Luftpolster aus. Aus der Schwingungsdauer des Aluminiumkolbens lässt sich der Adiabatenexponent errechnen.

#### AUSWERTUNG

Für die Bestimmung des Adiabatenexponenten folgt aus (6):

$$\gamma = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{m}{A^2} \cdot \frac{V}{p}$$

Das Gleichgewichtsvolumen V entspricht dem Volumen der Gasflasche, da das Präzisionsglasrohr vernachlässigt werden kann.

Der Gleichgewichtsdruck p ergibt sich aus dem äußeren Luftdruck  $p_0$  und dem Druck, den der ruhende Aluminiumkolben auf die eingeschlossene Luft ausübt:

$$p = p_0 + \frac{m \cdot g}{A}$$
, g: Fallbeschleunigung

Als Ergebnis erwartet wird der Wert  $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$ , da Luft im Wesentlichen aus zweiatomigen Molekülen mit 5 Freiheitsgraden zur Aufnahme von Wärmeenergie besteht.



Abb. 1: Schema des Experimentieraufbaus

# **UE2040300** REALES GAS UND KRITISCHER PUNKT



### **>** AUFGABEN

- Beobachtung des flüssigen und gasförmigen Zustands von Schwefelhexafluorid.
- Aufnahme der Isothermen im *p-V*-Diagramm und im *pV-p*-Diagramm.
- Beobachtung der Abweichungen der realen Gase vom Zustand des idealen Gases.
- Darstellung des kritischen Punktes.
- Aufnahme der Druckkurven des gesättigten Dampfes.

#### ZIEL

Quantitative Untersuchung eines realen Gases und Darstellung des kritischen Punktes

### ZUSAMMENFASSUNG

In einer Messzelle mit minimalem Totvolumen wird Schwefelhexafluorid (SF<sub>6</sub>) als reales Gas untersucht. Schwefelhexafluorid eignet sich hierfür besonders gut, da seine kritische Temperatur (T<sub>c</sub> = 319 K) und sein kritischer Druck ( $p_c$  = 37,6 bar) vergleichsweise niedrig sind. Es ist zudem ungiftig und kann bedenkenlos im Unterricht und im Praktikum verwendet werden.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.	
1	Kritischer-Punkt-Apparatur	1002670	
1	Bad-/Umwälzthermostat (230 V, 50/60 Hz)	1008654 oder	
	Bad-/Umwälzthermostat (115 V, 50/60 Hz)	1008653	
1	Digitales Sekunden-Taschenthermometer	1002803	
1	Tauchfühler NiCr-Ni Typ K -65 – 550°C	1002804	
2	Silikonschläuche 6 mm	1002622	
Zusätzlich erforderlich:			

Schwefelhexafluorid (SF<sub>6</sub>)

#### **HINWEIS**

Gemäß den Grundsätzen einer "guten Laborpraxis" ist insbesondere bei regelmäßiger Nutzung des Kritischer-Punkt-Apparates der Gasanschluss über eine feste Rohrleitung zu empfehlen. Bei gelegentlicher Nutzung ist es günstiger, das Testgas aus einem MINICAN®-Gaskanister zu entnehmen.



Der kritische Punkt eines realen Gases ist durch die kritische Temperatur  $T_c$ , den kritischen Druck  $p_c$  und die kritische Dichte  $\rho_c$ gekennzeichnet. Unterhalb der kritischen Temperatur ist die Substanz bei großem Volumen gasförmig und bei kleinem Volumen flüssig. Dazwischen liegt ein Flüssigkeits-Gas-Gemisch vor, dessen Gasanteil bei der isothermen Zustandsänderung mit zunehmendem Volumen zunimmt, wobei der Druck des Gemisches konstant bleibt. Da Flüssigkeit und Dampf unterschiedliche Dichte haben, sind sie im Schwerefeld voneinander getrennt. Mit steigender Temperatur nimmt die Dichte der Flüssigkeit ab und die des Gases zu, bis beide Dichten den Wert der kritischen Dichte annehmen. Oberhalb der kritischen Temperatur findet keine Verflüssigung mehr statt. Jedoch folgt das Gas bei der isothermen Zustandsänderung dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz erst deutlich oberhalb der kritischen Temperatur.

Schwefelhexafluorid (*SF*<sub>6</sub>) eignet sich besonders gut für Untersuchungen der Eigenschaften realer Gase, da seine kritische Temperatur (*T*<sub>c</sub> = 319 K) und sein kritischer Druck (*p*<sub>c</sub> = 37,6 bar) vergleichsweise niedrig sind. Es ist zudem ungiftig und kann bedenkenlos im Unterricht und im Praktikum verwendet werden.

Die Apparatur zur Untersuchung des kritischen Punktes besteht aus einer durchsichtigen Messzelle in besonders dichter und druckfester Ausführung. Das Volumen in der Messzelle wird durch Drehung eines fein dosierbaren Handrades verändert, wobei die Volumenänderung mit einer Genauigkeit von einem 1/1000 des Maximalvolumens abgelesen werden kann. Der Druckaufbau erfolgt durch ein Hydrauliksystem mit Rizinusöl in einer für medizinische Anwendungen zugelassenen Qualität. Messzelle und Hydrauliksystem sind durch eine konische Gummidichtung getrennt, die sich bei einer Volumenänderung einrollt. Durch diese Konstruktion ist die Druckdifferenz zwischen Messzelle und Ölraum praktisch vernachlässigbar. Ein Manometer misst daher anstelle des Gasdruckes den Öldruck, ohne ein Totvolumen im Gasraum zu beanspruchen. Die Messzelle ist von einer transparenten Wasserkammer umhüllt. Über eine Thermostateinrichtung (Wasserbad) kann während des Versuchs eine konstante Temperatur mit hoher Genauigkeit eingestellt werden, wobei die Temperatur über ein Digitalthermometer abgelesen und kontrolliert werden kann.

Bei der Beobachtung der Übergänge von der gasförmigen in die flüssige Phase und umgekehrt kann Dank dem minimalen Totvolumen sowohl die Entstehung des ersten Flüssigkeitstropfens wie auch das Verschwinden der letzten Gasblase beobachtet werden.

#### AUSWERTUNG

Bei konstanter Temperatur wird der Druck punktweise in Abhängigkeit vom Volumen gemessen und das Ergebnis in einem *p-V*-Diagramm (Diagramm nach Clapeyron) bzw. einem *pV-p*-Diagramm (Diagramm nach Amegat) dargestellt. Die Abweichung vom Zustand des idealen Gases ist hier augenfällig.

Aus der graphischen Darstellung können die Parameter des kritischen Punktes leicht ermittelt und einer experimentellen Überprüfung zugänglich gemacht werden.



Abb. 1: p-V-Diagramm von Schwefelhexafluorid

# UE2060100 | STIRLINGMOTOR D



#### > AUFGABEN

- Inbetriebnahme des Heißluftmotors als Wärmekraftmaschine.
- Demonstration der Umwandlung von thermischer Energie in mechanische Energie.
- Messung der Leerlaufdrehzahl in Abhängigkeit von der Heizleistung.

#### ZIEL

Betrieb des Funktionsmodells eines Heißluftmotors als Wärmekraftmaschine

### ZUSAMMENFASSUNG

Der Heißluftmotor ist ein klassisches Beispiel einer Wärmekraftmaschine. In einem thermodynamischen Kreisprozess wird aus einem Reservoir hoher Temperatur thermische Energie zugeführt und dann zum Teil in nutzbare mechanische Energie gewandelt. Der Rest der thermischen Energie wird anschließend an ein Reservoir niedriger Temperatur abgegeben.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Stirling-Motor D	1000817
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
1	Mechanische Stoppuhr, 15 min	1003369



Der thermodynamische Kreisprozess des Heißluftmotors (R. Stirling, 1816) lässt sich vereinfachend in die Prozesse Wärmezufuhr, Expansion, Wärmeabgabe und Kompression aufteilen. Sie sind in Abb. 1–4 für das untersuchte Funktionsmodell schematisch dargestellt.

Wird der Heißluftmotor ohne mechanische Last betrieben, so dreht er sich mit einer Leerlaufdrehzahl, die durch die innere Reibung begrenzt ist und von der zugeführten Heizleistung abhängt. Die Drehzahl reduziert sich, sobald mechanische Leistung entnommen wird. Dies lässt sich am einfachsten demonstrieren, in dem eine Reibungskraft auf die Kurbelwelle ausgeübt wird.

# AUSWERTUNG

#### Wärmezufuhr:

Zur Wärmezufuhr bewegt sich der Verdrängerkolben aufwärts und verdrängt die Luft nach unten in den geheizten Bereich des großen Zylinders. Der Arbeitskolben befindet sich währenddessen in der unteren Position, da der Verdrängerkolben dem Arbeitskolben um 90° voraus läuft.

#### **Expansion:**

Die erwärmte Luft expandiert und treibt den Arbeitskolben nach oben. Dabei wird mechanische Arbeit über die Kurbelwelle an die Schwungstange abgegeben.

#### Wärmeabgabe:

Während der Arbeitskolben im oberen Totpunkt ist, bewegt sich der Verdrängerkolben abwärts und verdrängt die Luft zur Wärmeabgabe an die Umgebung in den oberen Bereich des großen Zylinders.

#### Kompression:

Die abgekühlte Luft wird durch den sich nach unten bewegenden Arbeitskolben komprimiert. Die mechanische Arbeit hierfür wird durch die Schwungstange geliefert.



# UE2060250 | STIRLINGMOTOR G



#### > AUFGABEN

- Aufzeichnung des *p*-*V*-Diagramms.
- Bestimmung der mechanischen Leistung für einen vollständigen Zyklus und Berechnung der mechanischen Arbeit.

# ZIEL

Aufzeichnung des p-V-Diagramms

### ZUSAMMENFASSUNG

Thermodynamische Kreisprozesse können als geschlossene Kurve in einem *p-V*-Diagramm dargestellt werden. Die von der Kurve eingeschlossene Fläche entspricht der dem System entnommenen mechanischen Arbeit. Alternativ kann auch die mechanische Leistung für einen vollständigen Zyklus ermittelt und daraus die mechanische Arbeit durch zeitliche Integration berechnet werden. Dies wird im Experiment am Beispiel eines Stirling-Motors untersucht.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Stirling-Motor G	1002594
1	Sensorenhalter zum Stirling-Motor G	1008500
1	Wegaufnehmer FW	1021534
1	Relativdrucksensor FW ±1000hPa	1021533
2	Sensorkabel	1021514
1	WiLab*	1022284
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
Zusätzlich erforderlich		
1	Coach 7 Lizenz	

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477



Thermodynamische Kreisprozesse können als geschlossene Kurve in einem p-V-Diagramm dargestellt werden. Die von der Kurve eingeschlossene Fläche entspricht der dem System entnommenen mechanischen Arbeit W. Alternativ kann auch die mechanische Leistung *P* für einen vollständigen Zyklus ermittelt und daraus die mechanische Arbeit durch zeitliche Integration berechnet werden.

Es gilt also

(1)	$W = \oint_V \rho  \mathrm{d} V$
a al a si	

(2)  $W = \int_{t_1}^{t_2} P dt \quad \text{mit} \quad P(t) = p \frac{dV}{dt}$ 

Im Experiment wird die zweite Variante gewählt, um die mechanische Arbeit zu bestimmen, die ein für Unterrichtszwecke optimierter gläserner Stirling-Motor pro Umlauf verrichtet. Zur Erfassung des Druckes *p* im Arbeitszylinder ist ein Relativdrucksensor angeschlossen, der den Druckunterschied zur Umgebung erfasst. Das Volumen *V* wird aus dem zurückgelegten Weg *s* des Arbeitskolbens und dessen Querschnittsfläche *A* berechnet. Der Arbeitskolben ist dazu an einen Wegaufnehmer angeschlossen.

#### AUSWERTUNG

Zur Verifizierung des Kreisprozesses werden die Messwerte in einem *p-V*-Diagramm dargestellt; zur Bestimmung der mechanischen Leistung zusätzlich in einem zweiten Diagramm als Funktion der Zeit. Im zweiten Diagramm sind die Zyklen des Kreisprozesses leicht zu identifizieren. Dies ist für die Wahl der Integrationsgrenzen zur Berechnung der mechanischen Arbeit pro Zyklus wichtig, siehe (2).



Abb. 1: p-V-Diagramm des Stirling-Motors G



Abb. 2: V(t) und p(t)-Diagramm des Stirlingmotors G

# UE2060300 I WÄRMEPUMPE



ZIEL Aufzeichnung und Auswertung des Druck-Enthalpie-Diagramms einer Kompressionswärmepumpe

#### > AUFGABEN

- Demonstration der Funktionsweise einer elektrischen Kompressionswärmepumpe.
- Quantitative Untersuchung des zugehörigen Kreisprozesses.
- Aufzeichnung und Auswertung des Druck-Enthalpie-Diagramms.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Eine elektrische Kompressionswärmepumpe besteht aus einem Kompressor mit Antriebsmotor, einem Verflüssiger, einem Ausdehnungsventil und einem Verdampfer. Ihre Funktionsweise beruht auf einem Kreisprozess mit Phasenübergang, den das Arbeitsmittel in der Pumpe durchläuft und der idealisiert in die vier Schritte Kompression, Verflüssigung, gedrosselte Entspannung und Verdampfung unterteilt werden kann. Die theoretische Leistungszahl des idealisierten Kreisprozesses lässt sich aus den in einem Mollier-Diagramm abgelesenen spezifischen Enthalpien  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  berechnen. Sind die Enthalpien  $h_2$  und  $h_3$  des idealisierten Kreisprozesses sowie die dem Warmwasserreservoir pro Zeitintervall  $\Delta t$  zugeführte Wärmemenge  $\Delta Q_2$  bestimmt, so lässt sich der Massestrom des Arbeitsmittels abschätzen.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	Geräte	
1	Wärmepumpe D (230 V, 50 Hz)	1000820 oder	
	Wärmepumpe D (115 V, 60 Hz)	1000819	
4	Temperatursensor NTC mit Messklemme	1021797	
1	VinciLab	1021477	
Zusätzlich erforderlich:			

1 Coach 7 Lizenz

# ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Eine elektrische Kompressionswärmepumpe besteht aus einem Kompressor mit Antriebsmotor, einem Verflüssiger, einem Ausdehnungsventil und einem Verdampfer. Ihre Funktionsweise beruht auf einem Kreisprozess mit Phasenübergang, den das Arbeitsmittel in der Pumpe durchläuft und der idealisiert in die vier Schritte Kompression, Verflüssigung, gedrosselte Entspannung und Verdampfung unterteilt werden kann.

Zur Kompression wird das gasförmige Arbeitsmittel vom Kompressor angesaugt, ohne Entropieänderung ( $s_1 = s_2$ ) von  $p_1$  auf  $p_2$  komprimiert und dabei überhitzt, siehe Abb. 1 und Abb. 2. Die Temperatur steigt daher von  $T_1$  auf  $T_2$ . Pro Masseneinheit wird die mechanische Verdichtungsar-


#### beit $\Delta w = h_2 - h_1$ verrichtet.

Im Verflüssiger kühlt das Arbeitsmittel stark ab und kondensiert. Die frei werdende Wärme (Überhitzungswärme und Kondensationswärme) beträgt pro Masseneinheit  $\Delta q_2 = h_2 - h_3$ . Sie erwärmt das umgebende Reservoir.

Das kondensierte Arbeitsmittel gelangt zum Entspannungsventil, um dort gedrosselt (d.h. ohne mechanische Arbeit) auf niedrigeren Druck entspannt zu werden. Dabei nimmt auch die Temperatur ab, da Arbeit gegen die molekularen Anziehungskräfte im Arbeitsmittel verrichtet werden muss (Joule-Thomson-Effekt). Die Enthalpie bleibt konstant ( $h_{A} = h_{3}$ ).

Im Verdampfer verdampft das Arbeitsmittel unter Aufnahme von Wärme vollständig. Dies führt zur Abkühlung des umgebenden Reservoirs. Pro Masseneinheit beträgt die aufgenommene Wärme  $\Delta q_1 = h_1 - h_4$ .

Zur Darstellung des Kreisprozesses einer Kompressions-Wärmepumpe verwendet man häufig das Mollier-Diagramm des Arbeitsmittels. Darin ist der Druck *p* gegen die spezifische Enthalpie *h* des Arbeitsmittels aufgetragen (die Enthalpie ist ein Maß für den Wärmeinhalt des Arbeitsmittels, sie wird im Allgemeinen mit wachsendem Druck und mit zunehmendem Gasanteil größer).

Außerdem werden die Isothermen (T = const.) und Isentropen (S = const.) sowie der relative Masseanteil der flüssigen Phase des Arbeitsmittels angegeben. Links von der sogenannten Siedelinie ist das Arbeitsmittel vollständig kondensiert. Rechts von der sogenannten Taulinie liegt das Arbeitsmittel als überhitzter Dampf und innerhalb beider Linien als Flüssigkeits-Gas-Gemisch vor. Die beiden Linien berühren sich im kritischen Punkt.

Zur Darstellung im Mollier-Diagramm lässt sich der oben beschriebene idealisierte Kreisprozess durch Messung der Drücke  $p_1$  und  $p_2$  hinter und vor dem Entspannungsventil und der Temperatur  $T_1$  vor dem Kompressor und  $T_3$  vor dem Expansionsventil bestimmen.

Im Experiment sind die Komponenten mit Kupferrohr zu einem geschlossenen System verbunden und auf einem Grundbrett aufgebaut. Sie können dank der übersichtlichen Anordnung unmittelbar mit der Abfolge der Zustandsänderungen im Kreisprozess der Wärmepumpe in Verbindung gebracht werden. Verdampfer und Verflüssiger sind als Kupferrohrwendeln ausgebildet und tauchen in je einen Wasserbehälter ein, der als Reservoir zur Bestimmung der aufgenommenen bzw. abgegebenen Wärme dient. Zwei große Manometer zeigen die Druckverhältnisse des Kältemittels in den beiden Wärmetauschern an. Zwei Analogthermometer ermöglichen die Temperaturmessung in den beiden Wasserbehältern. Zur Messung der Temperaturen in den Kupferrohren vor dem Kompressor und vor dem Expansionsventil werden Temperatursensoren mit angepasster Messklemme eingesetzt. Die theoretische Leistungszahl des idealisierten Kreisprozesses lässt sich aus den im Mollier-Diagramm abgelesenen spezifischen Enthalpien  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  berechnen:

(1) 
$$\eta_{\rm th} = \frac{\Delta q_2}{\Delta w} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$$

Sind die Enthalpien  $h_2$  und  $h_3$  des idealisierten Kreisprozesses sowie die dem Warmwasserreservoir pro Zeitintervall  $\Delta t$  zugeführte Wärmemenge  $\Delta Q_2$  bestimmt, so lässt sich der Massestrom des Arbeitsmittels abschätzen.

(2) 
$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} \cdot \frac{1}{h_2 - h_3}$$

#### AUSWERTUNG

 $T_1$  und  $p_1$  legen Punkt 1 im Mollier-Diagramm fest. Der Schnittpunkt der zugehörigen Isentropen mit der Horizontalen  $p_2$  = const. ergibt Punkt 2. Der Schnittpunkt der Horizontalen mit der Siedelinie führt zu Punkt 3 und das Lot auf die Horizontale  $p_4$  = const. zu Punkt 4.

Die zusätzliche Messung der Temperatur  $T_3$  gibt einen erweiterten Einblick in die in der Wärmepumpe ablaufenden Prozesse:  $T_3$  stimmt nicht mit der Temperatur überein, die auf der Temperaturskala des zugehörigen Manometers abgelesen wird. Diese Temperaturskala beruht auf der Dampfdruckkurve des Arbeitsmittels. Also zeigt die Messung, dass das Arbeitsmittel vor dem Entspannungsventil kein Gemisch aus Flüssigkeit und Gas, sondern vollständig flüssig ist.



Abb. 1: Schematische Darstellung der Wärmepumpe mit Kompressor (1, 2), Verflüssiger (2, 3), Entspannungsventil (3, 4) und Verdampfer (4, 1)



Abb. 2: Darstellung des idealisierten Kreisprozesses der Wärmepumpe im Mollier-Diagramm

## UE3010700 ELEKTRISCHES FELD IM PLATTENKONDENSATOR



## > AUFGABEN

- Messung des elektrischen Feldes in einem Plattenkondensator in Abhängigkeit vom Plattenabstand.
- Messung des elektrischen Feldes in einem Plattenkondensator in Abhängigkeit von der angelegten Spannung.

#### ZIEL

Messung des elektrischen Feldes in einem Plattenkondensator mit dem *E*-Feld-Messer

## ZUSAMMENFASSUNG

Mit dem *E*-Feld-Messer kann das elektrische Feld in einem Plattenkondensator direkt gemessen werden. Dazu unterbricht eine rotierende Flügelscheibe den elektrischen Fluss auf eine Influenzplatte, die einen Teil einer Kondensatorplatte bildet. Die dadurch erzeugten Spannungsimpulse werden zu einer Ausgangsspannung verstärkt und gleichgerichtet, die dem auf die Influenzplatte wirkenden elektrischen Feld *E* proportional ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	E-Feld-Messer (230 V, 50/60 Hz)	1021405 oder
	E-Feld-Messer (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1	DC-Netzgerät 450 V (230 V, 50/60 Hz)	1008535 oder
	DC-Netzgerät 450 V (115 V, 50/60 Hz)	1008534
1	Digital-Multimeter E	1018832
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Mit dem E-Feld-Messer können elektrische Felder direkt gemessen werden: Vor einer Influenzplatte mit vier sternförmigen Sektoren dreht sich eine gleich geformte Flügelscheibe. Sie unterbricht ständig den elektrischen Fluss und ruft so periodisch Influenzladungen hervor, die über einen hochohmigen Widerstand abfließen. Die dadurch erzeugten Spannungsimpulse werden zu einer Ausgangsspannung verstärkt und gleichgerichtet, die dem auf die Influenzplatte wirkenden elektrischen Feld E proportional ist.

Im Experiment wird die elektrische Feldstärke

$$E = \frac{U}{d}$$

in einem Plattenkondensator mit dem *E*-Feld-Messer gemessen. Dabei wird zum einen die angelegte Spannung *U* und zum anderen der Plattenabstand *d* variiert.

## AUSWERTUNG

Bei der Anwendung von Gl. 1 ist zu berücksichtigen, dass die Influenzplatte gegenüber der unteren Kondensatorplatte um ca. 1 mm nach unten versetzt ist. Daher ist Gl. 1 zu ersetzen durch die Gleichung

$$E = \frac{U}{d_{\rm eff}} = \frac{U}{d + 1\,\rm{mm}}$$



Abb. 1: Elektrisches Feld im Plattenkondensator in Abhängigkeit vom effektiven Plattenabstand



Abb. 2: Rotierende Flügelscheibe des *E*-Feld-Messers

## **UE3010800** SPANNUNG AM PLATTENKONDENSATOR



## > AUFGABEN

- Statische Messung der Spannung an einem Plattenkondensator in Abhängigkeit vom Plattenabstand.
- Bestätigung der Proportionalität zwischen Spannung und Plattenabstand für kleine Plattenabstände.

#### ZIEL

Statische Messung der Spannung in Abhängigkeit vom Plattenabstand

## ZUSAMMENFASSUNG

Zur Vergrößerung des Abstandes zwischen den geladenen und von jeglicher Zuleitung getrennten Platten eines Plattenkondensators muss mechanische Arbeit verrichtet werden. Dies lässt sich bei Messung mit einem statischen Voltmeter als Vergrößerung der Spannung zwischen den Platten nachweisen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	E-Feld-Messer (230 V, 50/60 Hz)	1021405 oder
	E-Feld-Messer (115 V, 50/60 Hz)	1021406
1	Plattenkondensator D	1006798
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Experimentierkabel 2,5 mm <sup>2</sup>	1002841



Die geladenen Platten eines Plattenkondensators üben eine anziehende Kraft aufeinander aus. Zur Vergrößerung des Plattenabstandes eines geladenen und von jeglichen Zuleitungen getrennten Plattenkondensators muss daher mechanische Arbeit verrichtet werden. Die dem Kondensator auf diese Weise zugeführte Energie lässt sich als Vergrößerung der Spannung zwischen den Platten nachweisen, sofern sicher gestellt ist, dass bei der Spannungsmessung keine Ströme zwischen den Platten fließen können.

Zur genaueren Beschreibung der Zusammenhänge betrachtet man das homogene elektrische Feld *E* zwischen den die Ladungen Q und -Q tragenden Platten des Kondensators. Es gilt

(1)  $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$ A: Plattenfläche,

(2)

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$
: Dielektrizitätskonstante des Vakuums

Falls bei einer Änderung des Plattenabstandes *d* keine Ströme fließen können, bleibt die Ladung *Q* und somit auch das elektrische Feld *E* unverändert.

Für kleine Abstände, bei denen das elektrische Feld als homogen betrachtet werden darf, gilt für die Spannung U am Kondensator und das elektrische Feld E

$$U = E \cdot d$$

#### d: Plattenabstand

d. h. die Spannung *U* ist proportional zum Plattenabstand *d*. Dies wird im Experiment mit dem *E*-Feld-Messer als statischem Voltmeter überprüft. So ist sichergestellt, dass kein Strom über das Voltmeter zwischen den Kondensatorplatten fließen kann und die Ladung *Q* auf den Kondensatorplatten erhalten bleibt.

## AUSWERTUNG

Gl. 2 lässt im *U(d)*-Diagramm eine Ursprungsgerade durch die Messpunkte erwarten, deren Steigung dem konstanten elektrischen Feld *E* entspricht. Abweichungen hiervon sind darauf zurückzuführen, dass die Homogenität des elektrischen Feldes mit zunehmendem Plattenabstand nicht mehr gewährleistet ist.



Abb. 1: Spannung U am Plattenkondensator in Abhängigkeit vom Plattenabstand d

# UE3020100 | GELADENE WASSERTROPFEN



#### ZIEL

Nachweis des elektrischen Stroms, der durch bewegte, geladene Wassertropfen erzeugt wird

## ZUSAMMENFASSUNG

Ein elektrischer Strom entsteht durch Ladungen, die in einem Zeitintervall transportiert werden. Ein Stromfluss kann leicht mit Hilfe von geladenen Wassertropfen veranschaulicht werden. Zur Messung werden eine Bürette und ein Faraday-Becher verwendet, der an ein Elektrometer angeschlossen ist. Die im Faraday-Becher in einer bestimmten Zeit gesammelte Ladung wird mit Hilfe der elektrischen Spannung gemessen, die über einem Kondensator abfällt. Daraus werden die Ladung pro Tropfen und der Strom bestimmt.

#### > AUFGABEN

- Messung der Ladung, die durch geladene Wassertropfen aus einer Bürette in Abhängigkeit von der Zeit in einen Faraday-Becher transportiert wird.
- Bestimmung des elektrischen Stroms, der durch die bewegten, geladenen Wassertropfen erzeugt wird.
- Bestimmung der Ladung pro Tropfen.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Elektrometer (230 V, 50/60 Hz)	1001025 oder
	Elektrometer (115 V, 50/60 Hz)	1001024
1	Zubehör zum Elektrometer	1006813
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Bürette, 10 ml	1018065
1	Konstantan-Draht 0,2 mm / 100 m	1000955
1	DC-Netzgerät 450 V (230 V, 50/60 Hz)	1008535 oder
1	DC-Netzgerät 450 V (115 V, 50/60 Hz)	1008534
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	Digitale Stoppuhr	1002811
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 1000 mm	1002936
2	Universalmuffe	1002830
1	Universalklemme	1002833
1	Satz 10 Abgreifklemmen 4 mm, blank	1019219
1	Satz 3 Sicherheitsexperimentierkabel zum Freier-Fall-Gerät	1002848
2	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
1	Peleusball, standard	1013392
1	Satz 10 Bechergläser, niedrige Form	1002872
Zusatzlich	empfohlen:	
1	WiLab*	1022284
1	Spannungssensor 10 V, differentiell	1022539
1	Sensorkabel	1021514
1	Coach 7 Lizenz	

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477



Ein elektrischer Strom entsteht durch eine in einem Zeitintervall transportierte Ladungsmenge. Ein Stromfluss kann leicht mit Hilfe von geladenen Wassertropfen veranschaulicht werden.

Im Experiment tropft eine Anzahl *N* geladener Wassertropfen mit einer konstanten Rate von ungefähr einem Tropfen pro Sekunde aus einer Bürette in einen Faraday-Becher, der an ein Elektrometer mit Kondensator angeschlossen ist. Durch die im Faraday-Becher gesammelte Ladung *Q* wird der Kondensator aufgeladen, und die über dem Kondensator abfallende elektrische Spannung wird mit Hilfe eines Analog-Multimeters über eine bestimmte Zeit *t* beobachtet und gemessen. Der hochohmige Eingang des Operationsverstärkers im Elektrometer garantiert, dass sich der Kondensator dabei nicht entlädt.

Die Beobachtung des Analog-Multimeters zeigt, dass die Spannung über dem Kondensator mit jedem geladenen Wassertropfen, der im Faraday-Becher aufgefangen wird, um etwa denselben Betrag steigt, d.h. jeder Wassertropfen trägt in etwa dieselbe Ladung

(1)  $q = \frac{Q}{N}$ Der transportierte Strom ist (2)  $I = \frac{Q}{t}$ 

Optional kann die Spannung am Kondensator mit Hilfe einer Schnittstelle und einem Spannungssensor als Funktion der Zeit *t* aufgezeichnet und in Form eines Diagramms dargestellt werden.

#### AUSWERTUNG

Die im Faraday-Becher gesammelte Ladung *Q* wird bestimmt, indem man die Spannung *U* abliest und daraus *Q* berechnet:

 $Q = C \cdot U$  mit C = 1 nF: Kapazität des Kondensators

Mit Hilfe eines Interfaces kann der zeitliche Verlauf Q(t) gemessenen werden. Er ist treppenstufenartig und die einzelnen Stufen markieren die Ladung q, die durch jeden einzelnen Tropfen pro Zeitintervall  $\Delta t$  hinzukommt. Die Tatsache, dass jeder Wassertropfen in etwa dieselbe Ladung trägt, wird durch eine konstante Stufenhöhe widergespiegelt.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Erläuterung des Messprinzips



Abb. 2: Gesammelte Ladung Q als Funktion der Zeit t

# UE3020200 | ELEKTRISCHE LEITUNG



## > AUFGABEN

- Messung des Spannungsabfalls *U*  in Abhängigkeit vom Abstand *d* zwi- schen den Kontaktstellen bei festem Strom *I*.
- Messung des Spannungsabfalls *U* in Abhängigkeit vom Strom *I* bei festem Abstand *d* zwischen den Kontaktstellen.
- Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeiten von Kupfer und Aluminium und Vergleich mit den Literaturwerten.

#### ZIEL

Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit von Kupfer und Aluminium

## ZUSAMMENFASSUNG

Die elektrische Leitfähigkeit eines Stoffes ist eine stark materialabhängige Größe. Sie ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Stromdichte und dem elektrischen Feld im untersuchten Stoff. Im Experiment wird sie in einer Vierleitermessung von Strom und Spannung an Metallstäben mit bekanntem Querschnitt und bekannte Länge bestimmt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Wärmeleitstab Aluminium	1017331
1	Wärmeleitstab Kupfer	1017330
1	DC-Netzgerät 1 – 32 V, 0 – 20 A (230 V, 50/60 Hz)	1012857 oder
1	DC-Netzgerät 1 – 30 V, 0 - 20 A (115 V, 50/60 Hz)	1022289
1	Messverstärker U (230 V, 50/60 Hz)	1020742 oder
	Messverstärker U (115 V, 50/60 Hz)	1020744
2	Digital-Multimeter E	1018832
1	Satz 15 Experimentierkabel 2,5 mm <sup>2</sup>	1002841



Die elektrische Leitfähigkeit eines Stoffes ist eine stark materialabhängige Größe. Sie ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Stromdichte und dem elektrischen Feld im untersuchten Stoff. In Metallen wird sie durch die Anzahldichte und die Beweglichkeit der Elektronen im Leitungsband bestimmt und hängt von der Temperatur ab.

Aus der Beziehung

## $j = \sigma \cdot E$ *j*: Stromdichte, *E*: elektrisches Feld

folgt für einen langen metallischen Leiter mit dem Querschnitt A und der Länge *d* eine Beziehung zwischen dem Strom *I* durch den Leiter und der längs der Strecke *d* abfallenden Spannung *U*:

$$I = j \cdot A = A \cdot \sigma \cdot \frac{U}{d}$$

Diese Beziehung wird im Experiment zur Bestimmung der Leitfähigkeit an Metallstäben in Vierleitermessung genutzt. Dazu wird über zwei Zuleitungen ein Strom / aufgeprägt und der resultierende Spannungsabfall *U* zwischen zwei Kontaktstellen im Abstand *d* gemessen. Da der Querschnitt *A* bekannt ist, kann  $\sigma$  berechnet werden.

Im Experiment werden die gleichen Metallstäbe genutzt, an denen in Experiment UE2020100 die Wärmeleitung untersucht wurde. Mit zwei Messspitzen wird der Spannungsabfall zwischen den Messstellen gemessen, die auch zur Temperaturmessung längs der Stäbe genutzt werden können.

#### HINWEIS

Durch Vergleich der Messwerte mit den in Experiment UE2020100 gewonnenen Werten für die Wärmeleitfähigkeit lässt sich das Wiedemann-Franz-Gesetz bestätigen. Es beschreibt die Proportionalität von Wärmeleitfähigkeit und elektrischer Leitfähigkeit von Metallen mit einem universellen temperaturabhängigen Proportionalitätsfaktor.



Abb. 3: Schematische Darstellung der Vierleitermessung

## AUSWERTUNG

und somit

Die bei festem Strom / gemessen Werte werden in einem *U-d-*Diagramm dargestellt. Kontaktspannungen zwischen Messspitze und Metallstab machen sich ggf. als Verschiebung der Geraden aus dem Ursprung bemerkbar. Die Steigung der sich ergebenden Geraden ist gemäß (2)

$$\alpha = \frac{I}{A \cdot \sigma}$$

Da / und A bekannt sind, kann die Leitfähigkeit berechnet werden:

$$\sigma = \frac{1}{A \cdot \alpha}$$

In den U-I-Diagrammen ist die Steigung

$$\beta = \frac{d}{A \cdot \sigma}$$
$$\sigma = \frac{d}{A \cdot \beta}$$

Ein Vergleich der Ergebnisse mit den Literaturwerten für reines Kupfer und Aluminium zeigt, dass die verwendeten Metallstäbe nicht aus reinem Material sondern aus Kupfer- bzw. Aluminium-Legierungen bestehen.



Abb. 1: U-d-Diagramm für Kupfer und Aluminium



Abb. 2: U-I-Diagramm für Kupfer und Aluminium

# UE3020300 I WHEATSTONE'SCHE MESSBRÜCKE



## > AUFGABEN

- Bestimmung von Ohm'schen Widerständen in einer Wheatstone'schen Messbrücke.
- Abschätzung der Messgenauigkeit.

## ZIEL

Bestimmung von Ohm'schen Widerständen

#### ZUSAMMENFASSUNG

Ohm'sche Widerstände werden in einer Parallelschaltung zweier Spannungsteiler bestimmt, die an derselben Gleichspannungsquelle angeschlossen sind. Der erste Spannungsteiler besteht aus dem zu messenden Widerstand und einem Referenzwiderstand, der zweite aus 1 m langem Widerstandsdraht, der von einem Schleifkontakt in zwei Teilstücke aufgeteilt wird. Deren Verhältnis wird solange verändert, bis der Querstrom / zwischen beiden Spannungsteilern auf Null abgeglichen ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Widerstandsmessbrücke	1009885
1	AC/DC-Netzgerät 0–12V, 3A (230 V, 50/60 Hz)	1021091 oder
	AC/DC-Netzgerät 0–12V, 3A (115 V, 50/60 Hz)	1021092
1	Nullgalvanometer CA 403	1002726
1	Widerstandsdekade 100 $\Omega$	1002732
1	Widerstandsdekade 1 k $\Omega$	1002733
1	Widerstandsdekade 10 k $\Omega$	1002734
1	Präzisionswiderstand 100 $\Omega$	1009886
1	Präzisionswiderstand 1 k $\Omega$	1009887
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Ohm'sche Widerstände werden klassisch in einer nach Ch. Wheatstone benannten Abgleich-Messbrücke durch Vergleich mit einem Referenzwiderstand bestimmt. Dazu wird eine Parallelschaltung zweier Spannungsteiler aufgebaut, die an derselben Gleichspannungsquelle angeschlossen sind. Der erste Spannungsteiler besteht aus dem zu messenden Widerstand  $R_x$  und dem Referenzwiderstand  $R_{ref}$  der zweite aus den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , deren Summe während des Abgleichs unverändert bleibt (siehe Abb. 1).

Das Verhältnis der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  und – soweit erforderlich – auch der Referenzwiderstand  $R_{ref}$  werden solange verändert, bis der Querstrom *I* auf Null abgeglichen ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Widerstandverhältnisse der beiden Spannungsteiler gleich sind. Aus dieser Abgleichbedingung ergibt sich der unbekannte Widerstand  $R_x$  zu

(1) 
$$R_{\rm x} = R_{\rm ref} \cdot \frac{R_{\rm 1}}{R_{\rm 2}}$$

Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt von den Genauigkeiten des Referenzwiderstands  $R_{\rm ref}$  und des Widerstandsverhältnisses  $R_1/R_2$  und der Empfindlichkeit des Nullgalvanometers ab.

Im Experiment wird der zweite Spannungsteiler aus 1 m langem Widerstandsdraht gebildet, der von einem Schleifkontakt in zwei Teilstücke der Länge  $s_1$  und  $s_2$  aufgeteilt wird. Da die Summe  $R_1 + R_2$  konstant ist, wird der Referenzwiderstand möglichst so ausgesucht, dass beide Teilstücke etwa die gleiche Länge und somit den gleichen Widerstand haben.

## AUSWERTUNG

Da die beiden Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  durch die Teilstücke des Widerstanddrahtes repräsentiert werden, wird (1) umgeformt zu

$$R_{\rm x} = R_{\rm ref} \cdot \frac{s_1}{s_2} = R_{\rm ref} \cdot \frac{s_1}{1 \, {\rm m} - s_1}$$



Abb. 1: Schematische Darstellung der Wheatstone'schen Messbrücke

# UE3020320 I OHM'SCHES GESETZ



## > AUFGABEN

- Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes für einen Konstantandraht und einen Messingdraht.
- Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes für Konstantandrähte unterschiedlicher Länge.
- Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes für Konstantandrähte unterschiedlicher Dicke.

ZIEL Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes

### ZUSAMMENFASSUNG

Bei einfachen elektrischen Leitern ist der Strom / durch den Leiter proportional zur angelegten Spannung *U*. Die Proportionalitätskonstante, der Ohm'sche Widerstand *R*, hängt ab von der Länge *x* des Leiters, von seiner Querschnittsfläche *A* und von der Materialart. Dieser Zusammenhang wird an Konstantandrähten und an Messingdrähten überprüft.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Widerstandsgerät	1009949
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Georg Simon Ohm zeigte 1825 als Erster, dass der durch einfache elektrische Leiter fließende Strom proportional zur angelegten Spannung ist.

D.h. es gilt das Ohm'sche Gesetz

$$(1) U = R \cdot I$$

mit der Proportionalitätskonstanten R, dem Widerstand des Leiters. Bei einem metallischen Draht mit der Länge x und der Querschnittsfläche A ist der Widerstand R gegeben durch

 $(2) R = \rho \cdot \frac{x}{A}$ 

Hierbei ist der spezifische Widerstand p vom Drahtmaterial abhängig. Zur Bestätigung dieser fundamentalen Zusammenhänge wird im Experiment die Proportionalität zwischen Strom und Spannung für Metalldrähte unterschiedlicher Dicke, unterschiedlicher Länge und unterschiedlichen Materials untersucht. Außerdem wird der spezifische Widerstand bestimmt und mit den Literaturwerten verglichen.

## AUSWERTUNG

Die Querschnittsfläche *A* berechnet man aus der Dicke *d* des Drahtes:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

Die Messwerte werden in drei *U-I*-Diagrammen dargestellt, in denen jeweils eine der drei Größen p, x und d als Parameter variiert wird.



Abb. 3: U-I-Diagramm für Konstantandraht unterschiedlicher Dicke



Abb. 1: U-I-Diagramm für Konstantandraht (blau) und Messingdraht (rot)



Abb. 2: U-I-Diagramm für Konstantandraht unterschiedlicher Länge



Abb. 4: Widerstand R als Funktion der Länge



Abb. 5: Widerstand *R* als Funktion des Kehrwertes der Querschnittsfläche *A* 

# UE3020330 | KIRCHHOFF'SCHE REGELN



## > AUFGABEN

- Bestätigung der Kirchhoff'schen Regeln an einer Reihenschaltung von Widerständen.
- Bestimmung des Gesamtwiderstands der Reihenschaltung.
- Bestätigung der Kirchhoff'schen Regeln an einer Parallelschaltung von Widerständen.
- Bestimmung des Gesamtwiderstands der Parallelschaltung.

#### ZIEL

Spannungs- und Strommessungen an Reihen- und Parallelschaltungen von Widerständen

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Kirchhoff'schen Regeln sind von fundamentaler Bedeutung bei der Berechnung von Teilströmen und Teilspannungen in verzweigten Stromkreisen. In diesem Experiment werden die Kirchhoff'schen Regeln durch Messungen von Teilströmen und Teilspannung von in Reihe und parallel geschalteten Widerständen nachgewiesen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 220 Ω, 2 W, P2W19	1012912
1	Widerstand 330 Ω, 2 W, P2W19	1012913
1	Widerstand 470 Ω, 2 W, P2W19	1012914
1	Widerstand 1 k $\Omega$ , 2 W, P2W19	1012916
1	Widerstand 6,8 kΩ, 2 W, P2W19	1012921
1	Widerstand 10 kΩ, 0,5 W, P2W19	1012922
1	Widerstand 100 kΩ, 0,5 W, P2W19	1012928
1	Satz 10 Brückenstecker, P2W19	1012985
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840



Gustav Robert Kirchhoff formulierte 1845 Regeln, die den Zusammenhang zwischen Strömen und Spannungen in elektrischen Stromkreisen beschreiben, die aus mehreren Teilkreisen zusammengesetzt sind. Seine Knotenpunktregel besagt, dass an jedem Verzweigungspunkt eines Stromkreises die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme ist. Die Maschenregel sagt aus, dass in jedem geschlossenen Teilkreis – in jeder Masche eines Netzes – die Summe der Teilspannungen an den Leitern gleich der Gesamtspannung der Spannungsquelle ist. Für die Maschen wird ein Umlaufsinn definiert. Ströme, die im Umlaufsinn fließen, und Spannungen, die gleichsinnige Ströme hervorrufen, sind positiv zu nehmen. Im umgekehrten Fall sind sie als negativ zu nehmen. Diese Regeln können z.B. auf Reihenschaltungen oder Parallelschaltungen von Widerständen angewandt werden.

Bei einer Reihenschaltung von *n* Widerständen ist die Stromstärke *I* an jeder Stelle des Stromkreises gleich groß. Nach der Maschenregel ist die Summe der Teilspannungen an den Widerständen gleich der Spannung der eingeschalteten Stromquelle.

$$(1) U = U_1 + \dots + U_n$$

Für den Gesamtwiderstand R<sub>ser</sub> folgt daraus:

(2) 
$$R_{\text{ser}} = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + \dots + U_n}{I} = R_1 + \dots + R_n$$

Bei einer Parallelschaltung von Widerständen entstehen sogenannte Knotenpunkte des elektrischen Stromes. Messungen an den Knotenpunkten ergeben, dass die Summe der zufließenden Ströme gleich groß ist wie die Summe der abfließenden Ströme. Die Spannung an jedem Knotenpunkt ist gleich groß. Mit der Knotenpunktregel können unbekannte Ströme in einem Knotenpunkt berechnet werden. Die Summe der Teilströme durch die Einzelwiderstände ist gleich dem Gesamtstrom / und es gilt:

(3) 
$$I = I_1 + \dots + I_n$$

Für den Gesamtwiderstand  $R_{\rm par}$  gilt dementsprechend:

(4) 
$$\frac{1}{R_{\text{par}}} = \frac{l}{U} = \frac{l_1 + \dots + l_n}{U} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Im Experiment werden eine Reihenschaltung und eine Parallelschaltung von drei Widerständen untersucht. Zur Bestätigung der Kirchhoff'schen Regeln werden der Gesamtstrom und die Teilströme sowie die Gesamtspannung und die Teilspannungen gemessen.

#### AUSWERTUNG

Aus den Messwerten der Parallel- und Reihenschaltung wird jeweils der Gesamtwiderstand *R* berechnet und mit dem theoretischen Wert aus Gleichung (2) und (4) verglichen.



Abb. 1: Schematische Darstellung zu den Kirchhoffschen Regeln für eine Reihenschaltung von Widerständen



Abb. 2: Schaltbild zur Parallelschaltung von Widerständen

## UE3020340 | SPANNUNGSTEILER



#### ZIEL

Spannungs- und Strommessungen am unbelasteten und belasteten Spannungsteiler

#### ZUSAMMENFASSUNG

Ein Spannungsteiler besteht im einfachsten Fall aus einer Reihenschaltung zweier ohmscher Widerständen, an denen sich die Gesamtspannung in zwei Teilspannungen aufteilt. Man spricht vom belasteten Spannungsteiler, wenn ein zusätzlicher Lastwiderstand zu betrachten ist. Berechnet werden die Teilströme und Teilspannungen wie bei jeder Reihenschaltung und Parallelschaltung unter Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze. Beim unbelasteten Spannungsteiler variiert die Teilspannung je nach Teilwiderstand zwischen dem Wert Null und der Gesamtspannung. Ein erheblicher Unterschied besteht beim belasteten Spannungsteiler mit sehr kleinen Lastwiderständen. Hier nimmt die Teilspannung unabhängig vom Teilwiderstand sehr kleine Werte an.

#### > AUFGABEN

- Spannungs- und Strommessungen am unbelasteten Spannungsteiler in Abhängigkeit vom Teilwiderstand R<sub>2</sub>.
- Spannungs- und Strommessungen am unbelasteten Spannungsteiler bei konstantem Gesamtwiderstand  $R_1 + R_2$ .
- Spannungs- und Strommessungen am belasteten Spannungsteiler in Abhängigkeit vom Lastwiderstand R<sub>L</sub>.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 47 $\Omega$ , 2 W, P2W19	1012908
2	Widerstand 100 $\Omega$ , 2 W, P2W19	1012910
1	Widerstand 150 $\Omega$ , 2 W, P2W19	1012911
1	Widerstand 470 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012914
1	Potentiometer 220 $\Omega$ , 3 W, P4W50	1012934
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Spannungsteiler besteht im einfachsten Fall aus einer Reihenschaltung zweier ohmscher Widerständen, an denen sich die Gesamtspannung in zwei Teilspannungen aufteilt. Man spricht vom belasteten Spannungsteiler, wenn ein zusätzlicher Lastwiderstand zu betrachten ist. Berechnet werden die Teilströme und Teilspannungen wie bei jeder Reihenschaltung und Parallelschaltung unter Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze.

Beim unbelasteten Spannungsteiler ist der Gesamtwiderstand geben durch (siehe Abb. 1)

(1)

Durch beide Widerstände fließt derselbe Strom

(2)

U  $I = \frac{1}{R_1 + R_2}$ 

U: Gesamtspannung

 $R = R_1 + R_2$ 



Am Widerstand R2 fällt daher die Teilspannung

$$U_2 = I \cdot R_2 = U \cdot \frac{\kappa_2}{R_1 + R_2}$$

ab.

Beim belasteten Spannungsteiler ist zusätzlich der Lastwiderstand  $R_{\rm L}$  zu betrachten (siehe Abb. 2) und in den obigen Gleichungen der Widerstand  $R_2$  zu ersetzen durch

Für die Teilspannung  $U_2$  gilt nun

(5) 
$$U_2 = I \cdot R_{\rm p} = U \cdot \frac{\kappa_{\rm p}}{R_1 + R_{\rm p}}$$

Im Experiment wird der unbelastete Spannungsteiler aus diskreten Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  aufgebaut, wobei für  $R_2$  unterschiedliche Werte eingesetzt werden. Alternativ kommt ein Potentiometerbaustein zum Einsatz, bei dem der Gesamtwiderstand  $R_1 + R_2$  zwangsläufig konstant ist und der Teilwiderstand  $R_2$  durch die Position des Mittenabgriffs bestimmt ist. Die Spannungsquelle liefert eine konstante Spannung *U*, die im gesamten Experiment unverändert bleibt. Gemessen werden jeweils die Teilspannungen und die Teilströme.



Beim unbelasteten Spannungsteiler erreicht die Teilspannung  $U_2$  die Gesamtspannung U, wenn  $R_2$  deutlich größer als  $R_1$  ist, und sie erreicht den Wert Null, wenn  $R_2$  sehr klein wird. Beim belasteten Spannungsteiler mit großen Lastwiderständen ist der Parallelwiderstand  $R_p = R_2$  und die Teilspannung  $U_2$  ergibt sich aus (3). Ein erheblicher Unterschied zum unbelasteten Spannungsteiler besteht bei sehr kleinen Lastwiderständen. Hier gilt  $R_p = R_1$ , da der Strom hauptsächlich durch den Lastwiderstand fließt, und die Teilspannung  $U_2$  nimmt unabhängig von  $R_2$  sehr kleine Werte an.



Abb. 1 Schaltbild des unbelasteten Spannungsteilers



Abb. 2 Schaltbild des belasteten Spannungsteilers



Abb. 3 Teilspannung  $U_{\rm 2}$  in Abhängigkeit vom Teilwiderstand  $R_{\rm 2}$  beim unbelasteten Spannungsteiler



Abb. 4 Teilspannung  $U_2$  in Abhängigkeit vom Teilwiderstand  $R_2$ beim unbelasteten Spannungsteiler mit konstantem Gesamtwiderstand  $R_1 + R_2$ 



Abb. 5 Teilspannung  $U_2$  in Abhängigkeit vom Lastwiderstand  $R_{\rm L}$  beim belasteten Spannungsteiler

# UE3020700 | ELEKTROLYSE



## > AUFGABEN

- Erzeugung von Wasserstoff durch Elektrolyse und Messung des Wasserstoffvolumens *V*.
- Messung der bei fester Spannung  $U_0$  benötigten elektrischen Arbeit W.
- Berechnung der Faraday-Konstanten *F*.

#### ZIEL

Bestimmung der Faraday-Konstante

## ZUSAMMENFASSUNG

Zur Bestimmung der Faraday-Konstante wird durch Elektrolyse aus Wasser eine bestimmte Menge Wasserstoff und Sauerstoff erzeugt und die hierbei transportierte Ladung gemessen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Hofmann'scher Wasserzersetzungsapparat	1002899
1	Digital-Multimeter P3415	1008631
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
Zusätzlich erforderlich:		
	Schwefelsäure, 1 mol/l	



Als Elektrolyse bezeichnet man die Aufspaltung einer chemischen Verbindung unter Einwirkung des elektrischen Stroms. Der elektrische Leitungsvorgang ist also mit einer Stoffabscheidung verbunden, wobei transportierte Ladung Q und abgeschiedene Stoffmenge *n* proportional zueinander sind. Die Proportionalitätskonstante wird als Faraday-Konstante *F* bezeichnet und ist eine universelle Naturkonstante.

Genauer ist bei der Proportionalität zwischen der Ladung Q und der Molzahl n der abgeschiedenen Stoffmenge noch die Wertigkeit z der abgeschiedenen Ionen zu berücksichtigen. Es gilt

Die Faraday-Konstante lässt sich also bestimmen, in dem man bei bekannter Wertigkeit, die Ladung Q und die Molzahl *n* eines elektrolytischen Vorgangs misst.

 $Q = F \cdot n \cdot z$ 

Im Experiment wird durch Elektrolyse aus Wasser eine bestimmte Menge Wasserstoff und Sauerstoff erzeugt. Zur Bestimmung der hierbei transportierten Ladung *Q* wird die elektrische Arbeit

$$W = Q \cdot U_0$$

gemessen, die bei konstanter Spannung  $U_{\rm 0}$  für die Elektrolyse aufgewendet wird.

Die Molzahl  $n_{\rm H}$  der abgeschiedenen Wasserstoffionen bestimmt man aus dem bei der Raumtemperatur *T* und dem äußeren Druck *p* gesammelten Wasserstoffvolumen  $V_{\rm H2}$ . Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass

Wasserstoff in molekularer Form gesammelt wird und für jedes gesammelte Wasserstoffmolekül zwei Wasserstoffionen abgeschieden wurden. Aus der Zustandsgleichung des idealen Gases folgt somit:

(1)

 $n_{\rm H} = 2 \cdot \frac{p \cdot V_{\rm H2}}{R \cdot T}$   $R = 8.314 \frac{J}{\rm mol \cdot K} : \text{universelle Gaskonstante}$ 

#### AUSWERTUNG

Für die Wertigkeit der Wasserstoffionen gilt  $z_{\rm H}$  = 1. Aus den Gleichungen (1), (2) und (3) erhält man somit die Bestimmungsgleichung

$$F = \frac{W}{U_0} \cdot \frac{R \cdot T}{2 \cdot p \cdot V_{H2} \cdot n_H} = \frac{W}{U_0} \cdot \frac{R \cdot T}{2 \cdot p \cdot V_{H2}}$$

Zum Vergleich kann auch das Volumen  $V_{O2}$  des gesammelten Sauerstoffs bestimmt werden. Es ist nur halb so groß wie das Wasserstoffvolumen, da pro aufgespaltetem Wassermolekül zwei Wasserstoffionen und ein Sauerstoffion abgeschieden werden. Allerdings beträgt die Wertigkeit der Sauerstoffionen  $z_{O} = 2$ .



Abb. 1: Schematische Darstellung

# UE3030300 I LORENTZ-KRAFT



### > AUFGABEN

- Bestimmung der Richtung der Lorentz-Kraft.
- Bestimmung der Kraft in Abhängigkeit vom Strom.
- Bestimmung der Kraft in Abhängigkeit von der effektiven Länge des Leiters.
- Bestimmung der Kraft in Abhängigkeit vom Polschuhabstand des Permanentmagneten.

### ZIEL

Messung der Kraft auf einen stromführenden Leiter in einem Magnetfeld

## ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Lorentz-Kraft auf einen stromführenden Kupferstab gemessen, der wie eine Schaukel horizontal an zwei vertikalen Stromzuleitungen in einem Magnetfeld hängt. Nach Einschalten des Stromes wird die Schaukel um einen Winkel aus der Vertikalen gelenkt, aus dem sich die Lorentz-Kraft berechnen lässt. Variiert wird der Strom durch den Leiter, das Magnetfeld und die wirksame Länge des Leiters im Magnetfeld.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gerätesatz Elektromagnetismus	1002661
1	Permanentmagnet	1002660
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718



Elektronen, die sich in einem Magnetfeld bewegen, werden senkrecht zum Magnetfeld und zur Bewegungsrichtung abgelenkt. Die ablenkende Kraft – die Lorentz-Kraft – auf ein einzelnes Elektron ist messtechnisch allerdings kaum zu erfassen, da sie auch bei starkem Magnetfeld und hoher Geschwindigkeit des Elektrons nur sehr klein ist. Anders ist die Situation, wenn man einen stromführenden Leiter in ein homogenes Magnetfeld bringt. Im Leiter bewegen sich zahlreiche Ladungsträger mit der gleichen Driftgeschwindigkeit v. Auf den Leiter wirkt eine Kraft, die aus der Summe aller Lorentz-Kräfte auf die einzelnen Ladungsträger resultiert.

Wenn sich in einem geraden, stromführenden Leiter mit der Länge *L* und der Querschnittsfläche *A* 

 $(1) N = n \cdot A \cdot L$ 

n: Anzahldichte

Elektronen mit einer Driftgeschwindigkeit  $\mathbf{v}$  in Richtung des Leiters bewegen, beträgt der Strom durch den Leiter

$$I = n \cdot e \cdot A \cdot I$$

e: Elementarladung Befindet sich der Leiter in einem Magnetfeld **B**, so wirkt auf alle "driftenden" Elektron zusammen die Lorentz-Kraft.

$$F = N \cdot e \cdot v \times B$$

lst der Leiter senkrecht zum Magnetfeld ausgerichtet, lässt sich Gl. (3) vereinfachen zu

$$(4) F = I$$

wobe<br/>i ${\it F}$  senkrecht zum Leiter und senkrecht zum Magnetfeld gerichtet ist.

 $\cdot B \cdot L$ 

Im Experiment wird die Lorentz-Kraft *F* auf einen stromführenden Kupferstab gemessen, der wie eine Schaukel horizontal an zwei vertikalen Stromzuleitungen in einem Magnetfeld hängt (siehe Abb. 1). Nach Einschalten des Stromes wird die Schaukel durch die Lorentz-Kraft *F* um einen Winkel  $\varphi$  aus der Vertikalen gelenkt, daher gilt für *F* die Bestimmungsgleichung

#### (5) $F = m \cdot g \cdot \tan \varphi$

(6)

#### m = 6,23 g: Masse des Kupferstabes

Das Magnetfeld *B* wird durch einen Permanentmagneten erzeugt, dessen Polschuhabstand *d* zur Änderung von *B* variiert werden kann. Durch Drehen der Polschuhe um 90° kann außerdem deren Breite *b* in Leiterrichtung und somit die in das Magnetfeld eintauchende wirksame Länge *L* des Leiters geändert werden. Die wirksame Länge *L* des Leiters ist etwas größer als die Breite *b* der Polschuhe, da das inhomogene Magnetfeld aus den Rändern der Polschuhe "quillt"; dies umso mehr, je größer der Abstand *d* der Polschuhe ist. In guter Näherung gilt

L = b + d

#### AUSWERTUNG

Der Winkel  $\varphi$  lässt sich aus der Pendellänge *s* und der horizontalen Auslenkung *x* des Kupferstabes ermitteln:

$$\frac{x}{\sqrt{s^2 - x^2}} = \tan \alpha$$



Abb. 1: Messanordnung von der Seite und von vorne betrachtet



Abb. 2: Kraft auf einen stromführenden Leiter in Abhängigkeit von der Stromstärke / für zwei verschiedene Leiterlängen *L*. Die Steigungen der eingezeichneten Ursprungsgeraden sind proportional zu *L*.

## UE3030350 | STROMWAAGE



## > AUFGABEN

- Messung der Kraft auf einen stromführenden Leiter in Abhängigkeit von der Stromstärke.
- Messung der Kraft auf einen stromführenden Leiter in Abhängigkeit von der Länge.
- Kalibrierung des Magnetfeldes.

### ZIEL

Messung der Kraft auf einen stromführenden Leiter in einem Magnetfeld

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Stromwaage beruht auf André-Marie Ampères Experimenten zum elektrischen Strom. Sie misst die Lorentz-Kraft auf einen stromführenden Leiter in einem Magnetfeld mit Hilfe einer Waage. Im vorliegenden Experiment hängt der Stromleiter an einer starren Aufhängung und übt eine zur Lorentz-Kraft dem Betrag nach gleiche Gegenkraft auf den Permanentmagneten aus, der das Magnetfeld erzeugt. Dadurch ändert sich scheinbar das Gewicht des Permanentmagneten.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Gerätesatz Stromwaage	1021822
1	Elektronische Waage Scout SKX 420 g	1020859
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Stativstange, 250 mm	1002933
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Zweipoliger Umschalter	1018439
3	Paar Experimentierkabel 1 mm², 75 cm	1002850



Die Stromwaage beruht auf André-Marie Ampères Experimenten zum elektrischen Strom. Sie misst die Kraft auf einen stromführenden Leiter in einem Magnetfeld mit Hilfe einer Waage. Im Experiment misst eine moderne elektronische Präzisionswaage das Gewicht eines Permanentmagneten. Das Gewicht ändert sich gemäß dem 3. Newton'schen Axiom, wenn durch das Magnetfeld eine Lorentz-Kraft auf einen eintauchenden stromführenden Leiter ausgeübt wird.

(1) 
$$\boldsymbol{F}_{L} = \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{e} \cdot \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

e: Elementarladung, N: Gesamtzahl aller an der Stromleitung beteiligten Elektronen

$$I = n \cdot e \cdot A \cdot I$$

*n* : Anzahldichte aller an der Stromleitung beteiligten Elektronen, *A*: Querschnittsfläche des Leiters

Wegen

$$(3) N = n \cdot A \cdot L$$

L: Länge des Leiters

erhält man insgesamt

(4)  $F_L = I \cdot L \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{B}$ oder (5)  $F_i = I \cdot L \cdot B$ 

da der in Richtung des Leiters weisende Einheitsvektor e senkrecht zum Magnetfeld steht. Gemäß dem dritten Newton'schen Axiom wird eine Gegenkraft *F* gleichen Betrages auf den Permanentmagneten ausgeübt. Je nach Vorzeichen wird dadurch das Gewicht *G* des Permanentmagneten auf der Waage vergrößert oder verkleinert. Dank der Tarafunktion der Waage lässt sich das Gewicht *G* elektronisch kompensieren, so dass die Waage unmittelbar die Gegenkraft *F* anzeigt.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Lorentz-Kraft  $F_L$  auf den stromführenden Leiter und zur Gesamtkraft G + F auf die Waage.



Abb. 2: Kraft F<sub>L</sub> in Abhängigkeit von der Stromstärke I



Abb. 3: Kraft F<sub>L</sub> in Abhängigkeit von der Leiterlänge L

#### AUSWERTUNG

Es zeigt sich, dass sich die Stromabhängigkeit der Lorentz-Kraft gut durch eine Ursprungsgerade beschreiben lässt (Abb. 2). Bei der Längenabhängigkeit ist dies nicht der Fall (Abb. 3), da hier Randeffekte an den Leiterenden eine Rolle spielen. Das Magnetfeld des voll bestückten Permanentmagneten wird aus den Geradensteigungen  $a_2 = BL$  in Abb. 2 und  $a_3 = BI$  in Abb. 3 berechnet.

## **UE3030500** MAGNETFELD EINER ZYLINDERSPULE



## > AUFGABEN

- Bestimmung der magnetischen Flussdichte *B* in einer Zylinderspule in Abhängigkeit von der Stromstärke *I*.
- Messung der magnetischen Flussdichte *B* in einer Zylinderspule mit veränderlicher Windungsdichte in Abhängigkeit von der Stromstärke *I*.
- Bestätigung der Proportionalität zur Windungsdichte für große Längen.

#### ZIEL

Bestimmung des Magnetfeldes von Zylinderspulen unterschiedlicher Länge

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die magnetische Flussdichte im Innern einer langen Zylinderspule ist direkt proportional zum Spulenstrom und zur Windungszahldichte jedoch unabhängig vom Radius der Spule, solange die Länge der Spule wesentlich größer als ihr Durchmesser ist. Dies wird im Experiment mit zwei Spulen unterschiedlichen Durchmessers sowie mit einer Spule veränderlicher Windungsdichte überprüft.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Feldspule, 100 mm	1000591
1	Feldspule, 120 mm	1000592
1	Spule veränderlicher Windungsdichte	1000965
1	Ständer für Zylinderspulen	1000964
1	Teslameter <i>N</i> (230 V, 50/60 Hz)	1021669 oder
	Teslameter <i>N</i> (115 V, 50/60 Hz)	1021671
1	DC-Netzgerät 1 – 32 V, 0 – 20 A (230 V, 50/60 Hz)	1012857 oder
	DC-Netzgerät 1 - 30 V, 0 – 20 A (115 V, 50/60 Hz)	1022289
1	Satz 15 Experimentierkabel 2,5 mm <sup>2</sup>	1002841
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Stativstange, 250 mm	1002933
1	Universalmuffe	1002830
1	Universalklemme	1002833



Das Biot-Savart-Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte *B* und dem elektrischen Strom I durch einen Leiter beliebiger Geometrie. Berechnet werden die Beiträge infinitesimal kleiner Stücke des Leiters zur gesamten magnetischen Flussdichte. Das gesamte Feld berechnet man durch Integration über die Geometrie des Leiters. In einigen Fällen, z.B. bei einer langen Zylinderspule, lässt sich eine einfache analytische Lösung angeben.

Ein infinitesimales, von einem Strom / durchflossenes Leiterstück ds erzeugt nach Biot-Savart am Ort *r* die magnetische Flussdichte

(1)

 $dB(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{ds \times r}{r^3}$ B: magnetische Flussdichte

$$\mu_{0} = 4\pi\cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} : Vakuumpermeabilität$$

Im Inneren der Zylinderspule ist die magnetische Flussdichte parallel zur Zylinderachse ausgerichtet und beträgt

 $B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I$ 

N: Windungszahl, L: Länge der Spule

solange die Länge der Spule wesentlich größer als ihr Radius ist. Die magnetische Flussdichte ist also unabhängig vom Spulendurchmesser und proportional zur Windungsdichte, der Zahl der Windungen pro Längeneinheit, und zum Strom durch die Spule.

Im Experiment wird mit einem axialen Teslameter die magnetische Flussdichte in der Spulenmitte langer Spulen bei Strömen bis zu 20 A gemessen. Nachgewiesen werden die Unabhängigkeit vom Spulendurchmesser sowie die Proportionalität zum Strom und zur Windungsdichte. Für Letzteres steht eine Spule mit variabler Windungsdichte zur Verfügung.



Die Messungen bestätigen in allen Fällen die Proportionalität der magnetischen Flussdichte *B* zum Strom *I* durch die Spule. Die Proportionalität zur Windungsdichte bestätigt sich solange die Länge der Spule größer als das Dreifache des Spulenradius ist.



Abb. 1: Spule variabler Windungsdichte



Abb. 2: Magnetische Flussdichte B in Abhängigkeit vom Strom I



Abb. 3: Magnetische Flussdichte *B* in Abhängigkeit vom Strom *I* für die Spule mit veränderlicher Windungsdichte für verschiedene Spulenlängen *L* 



Abb. 4: Magnetische Flussdichte *B* in Abhängigkeit von der Windungsdichte *N/L* bei *I* = 20 A

# UE3030700 | ERDMAGNETFELD



## > AUFGABEN

- Messung des Drehwinkels einer parallel zur Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ausgerichteten Kompassnadel bei Überlagerung des horizontalen Magnetfeldes eines Helmholtz-Spulenpaares.
- Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes.
- Messung der Inklination und Bestimmung der Vertikalkomponente und des Gesamtbetrages des Erdmagnetfeldes.

## ZIEL

Bestimmung der Horizontal- und der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes

## ZUSAMMENFASSUNG

Im Experiment werden die Inklination und der Betrag und sowie die Horizontal- und die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes am Messort bestimmt. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes wird aus der Drehung einer Kompassnadel bei Überlagerung des Magnetfeldes eines Helmholtz-Spulenpaares ermittelt. Nach Messung des Inklinationswinkels kann auch die Vertikalkomponente und der Gesamtbetrag des Erdmagnetfeldes berechnet werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Helmholtz-Spulen 300 mm	1000906
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Digital-Multimeter P1035	1002781
1	Inklinatorium E	1006799
1	Schiebewiderstand 100 $\Omega$	1003066
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Die Erde wird von einem Erdmagnetfeld umgeben, das von dem so genannten Geodynamo erzeugt wird. Nahe der Erdoberfläche ähnelt es dem Magnetfeld eines magnetischen Dipols, wobei die Feldlinien aus der Südhalbkugel der Erde austreten und durch die Nordhalbkugel wieder eintreten. Der Winkel zwischen der Richtung des Erdmagnetfeldes und der Horizontalen wird Inklination genannt. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds verläuft im Wesentlichen parallel zur geographischen Nord-Süd-Richtung. Weil die Erdkruste unterschiedlich magnetisiert ist, treten lokale Abweichungen auf, die man Deklination nennt.

Im Experiment werden die Inklination und der Betrag sowie die Horizontal- und die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes am Messort bestimmt.

Es gilt der Zusammenhang

(1)

$$a$$
: Inklination

 $B_{\rm h}$ : Horizontalkomponente  $B_{\rm v}$ : Vertikalkomponente

und (2)

(

$$B = \sqrt{B_{\rm h}^2 + B_{\rm v}^2}$$

Also reicht es aus, die Größen  $B_{\rm h}$  und  $\alpha$  zu bestimmen, da die beiden übrigen berechnet werden können.

Die Inklination  $\alpha$  wird mit einem Inklinatorium bestimmt. Zur Bestimmung der Horizontalkomponente  $B_h$  wird das gleiche Inklinatorium in der Horizontalen so ausgerichtet, dass seine sich parallel zur Horizontalkomponente einstellende Kompassnadel auf 0° zeigt. Ein Helmholtz-Spulenpaar erzeugt ein zusätzliches horizontales Magnetfeld  $B_{\rm HH}$  senkrecht zu  $B_h$  und dreht dadurch die Kompassnadel um einen Winkel  $\beta$ . Gemäß Abb. 1 gilt

$$\frac{B_{\rm HH}}{B_{\rm h}} = \tan\beta$$

Diese Messung wird zur Verbesserung der Genauigkeit für verschiedene Winkel  $\beta$  durchgeführt.

## AUSWERTUNG

Aus (3) folgt:

 $B_{\rm HH} = B_{\rm h} \cdot \tan\beta$ 

Die Horizontalkomponente  $B_h$  ist also die Steigung einer Ursprungsgeraden durch die Messpunkte in einem  $B_{\rm HH}$  – tan $\alpha$ -Diagramm.

Das Magnetfeld  $B_{\rm HH}$  des Helmholtzspulen-Spulenpaares kann leicht bestimmt werden. Es ist im Inneren des Spulenpaares sehr homogen und proportional zur Stromstärke / durch eine einzelne Spule:

$$B_{\rm HH} = k \cdot I \quad \text{mit}$$
$$f = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\rm Vs}{\rm Am} \cdot \frac{N}{R}$$

N = 124: Windungszahl, R = 147,5 mm: Radius



Abb. 1: Darstellung der Komponenten der im Experiment betrachteten Magnetfelder und Definition der zugehörigen Winkel



Abb. 2:  $B_{HH}$ -tan $\alpha$ -Diagramm zur Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

## **UE3040100** FARADAY'SCHES INDUKTIONSGESETZ



#### ZIEL

Erzeugung eines Spannungsstoßes in einer Leiterschleife mit Hilfe eines bewegten Permanentmagneten

## ZUSAMMENFASSUNG

Fällt ein Permanentmagnet nacheinander durch mehrere baugleiche, in Reihe geschaltete Induktionsspulen, so wird in jeder Spule eine Spannung induziert. Deren Amplitude wird mit von Spule zu Spule fortschreitender Bewegung des Magneten größer, da die Geschwindigkeit des Magneten immer mehr zunimmt. Der durch Integration über die gemessene Spannung berechenbare magnetische Fluss erreicht jedoch für alle Spulen den gleichen Wert.

## > AUFGABEN

- Beobachtung der Bewegung eines Permanentmagneten durch mehrere in Reihe geschaltete Induktionsspulen.
- Messung des zeitlichen Verlaufs der induzierten Spannung.
- Berechnung des zeitlichen Verlaufs des magnetischen Flusses.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Fallröhre mit 6 Induktionsspulen	1001005
1	WiLab*	1022284
1	Spannungssensor 500 mV, differentiell	1021681
1	Sensorkabel	1021514
Zusätzlich erforderlich:		
1	Coach 7 Lizenz	

\* Alternative: 1 VinciLab 1021477



Jede Änderung des magnetischen Flusses durch eine geschlossene Leiterschleife induziert in dieser eine elektrische Spannung. Eine solche Änderung wird z. B. hervorgerufen, wenn ein Permanentmagnet durch eine feststehende Leiterschleife bewegt wird.

In diesem Fall ist es lehrreich, neben der zeitabhängigen induzierten Spannung

(1)  $U(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t)$ 

 $\Phi : {\rm Magnetischer\ Fluss} \\ {\rm auch\ den\ sogenannten\ Spannungsstoß} \\$ 

(2) 
$$\int_{t_1}^{t_2} U(t) \cdot dt = \Phi(t_1) - \Phi(t_2)$$

zu betrachten. Er entspricht der Differenz des magnetischen Flusses am Anfang  $(t_1)$  und am Ende  $(t_2)$  eines betrachteten Vorgangs.

Im Experiment fällt ein Permanentmagnet durch ein Rohr mit sechs baugleichen, in Reihe geschalteten Induktionsspulen. Aufgezeichnet wird der zeitliche Verlauf der induzierten Spannung (siehe Abbildung 1). Deren Amplitude wird mit von Spule zu Spule fortschreitender Bewegung des Magneten größer, da die Geschwindigkeit des Magneten immer mehr zunimmt.

Die Flächen unter allen positiven und negativen Spannungssignalen sind dem Betrage nach gleich. Sie entsprechen dem maximalen Fluss  $\Phi$  des Permanentmagneten im Inneren einer einzelnen Spule.

#### AUSWERTUNG

Das Vorzeichen der Spannung wird so festgelegt, dass während der Eintauchphase des Magneten in die Leiterspule eine negative Spannung induziert wird.

Die induzierte Spannung geht auf Null zurück, wenn der Magnet das Zentrum der Spule erreicht und deshalb der magnetische Fluss seinen Maximalwert annimmt. Während der anschließenden Austrittsphase des Magneten wird eine positive Spannung induziert.

Aus der gemessenen Spannung lässt sich unter Anwendung von Gl. 2 durch Integration der magnetische Fluss zum Zeitpunkt *t* berechnen:

$$\Phi(t) = \Phi(0) - \int_{0}^{t} U(t') \cdot dt$$

Er erreicht für alle Spulen im Rahmen der Messgenauigkeit den gleichen Wert (siehe Abbildung 2).



Abb. 1: Prinzip für die Messung



Abb. 2: Zeitlicher Verlauf des magnetischen Flusses  $\Phi$ 



Abb. 3: Magnetischer Fluss  $\Phi$  in Abhängigkeit von der Zeit

## UE3040200 INDUKTION IN EINER BEWEGTEN LEITERSCHLEIFE



## > AUFGABEN

- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Leiterschleife.
- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Windungszahl der Leiterschleife.
- Vergleich des Vorzeichens der Induktionsspannung beim Hineinziehen und beim Herausziehen der Leiterschleife.
- Vergleich des Vorzeichens der Induktionsspannung bei Änderung der Bewegungsrichtung.
- Messung der Induktionsspannung in einer Leiterschleife mit variabler Fläche und einer Windung.

#### ZIEL

Messung der Induktionsspannung in einer durch ein Magnetfeld bewegten Leiterschleife

## ZUSAMMENFASSUNG

Die zur Induktion einer Spannung in einer Leiterschleife erforderliche Flussänderung kann aus einer Bewegung der Leiterschleife resultieren. Diese Situation ist erreicht, wenn man eine senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld ausgerichtete Leiterschleife mit konstanter Geschwindigkeit in das Magnetfeld hineinzieht oder aus dem Magnetfeld herauszieht. Im ersten Fall nimmt der magnetische Fluss dem Betrage nach zu, im zweiten Fall dem Betrage nach ab. Daher wechselt die induzierte Spannung ihr Vorzeichen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Induktionsgerät	1000968
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Analog-Multimeter Escola 100	1013527
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843
1	Mechanische Additions-Stoppuhr	1002810
Zusätzlich empfohlen:		
1	Messverstärker U (230 V, 50/60 Hz)	1020742 oder
	Messverstärker U (115 V, 50/60 Hz)	1020744



Unter elektromagnetischer Induktion versteht man das Entstehen einer elektrischen Spannung entlang einer Leiterschleife durch Änderung des magnetischen Flusses, der die Leiterschleife durchdringt. Die Flussänderung kann aus einer Änderung des Magnetfeldes oder aus einer Bewegung der Leiterschleife resultieren.

Zur Herleitung der Zusammenhänge wird häufig eine U-förmige Leiterschleife mit beweglicher Querstange betrachtet, die senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld *B* ausgerichtet ist (siehe Abb. 1). Der magnetische Fluss durch die von der Querstange begrenzte Fläche ist

$$\Phi = B \cdot a \cdot b$$

a: Breite, b: Länge der Schleife

Wird die Querstange mit einer Geschwindigkeit v bewegt, so ändert sich der magnetische Fluss, weil sich die Länge der Leiterschleife ändert. Die Änderungsrate

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = B \cdot a \cdot$$

kann im Experiment als Spannung

(2)

(5)

$$U = -B \cdot a \cdot v$$

im  $\mu$ V-Bereich gemessen werden, wenn der hier zusätzlich empfohlene Messverstärker zum Einsatz kommt.

Die induzierte Spannung wird erheblich größer, wenn eine Leiterschleife mit zahlreichen Windungen auf festem Rahmen durch das Magnetfeld bewegt wird. Solange der Rahmen nur teilweise in das Magnetfeld eintaucht, ist die in Abb. 1 dargestellte Situation sinngemäß weiterhin gegeben. Die Bewegung der Leiterschleife führt zu einer Flussänderung

(4) 
$$\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = B \cdot N \cdot a \cdot v$$

N: Windungszahl

 $U_1 = -B \cdot N \cdot a \cdot v$ 

die als induzierte Spannung

gemessen werden kann.

Sobald die Leiterschleife vollständig in das Magnetfeld eintaucht, geht die Spannung auf Null zurück. Das ändert sich erst, wenn die Leiterschleife wieder aus dem Magnetfeld austritt. Nun nimmt der magnetische Fluss ab und die induzierte Spannung ändert im Vergleich zur anfänglichen Situation ihr Vorzeichen. Ein Vorzeichenwechsel findet auch statt, wenn die Bewegungsrichtung der Leiterschleife geändert wird. Im Experiment wird die Versorgungsspannung des Motors variiert, der die Leiterschleife zieht. Auf diese Weise werden verschiedene konstante Geschwindigkeiten der Leiterschleife eingestellt. Zusätzlich kann die Bewegungsrichtung des Motors umgekehrt werden. Außerdem steht ein Zwischenabgriff zur Verfügung, so dass die induzierte Spannung für drei verschiedene Windungszahlen *N* gemessen werden kann.

#### AUSWERTUNG

Aus Zeit *t*, die die Leiterschleife für eine komplette Durchfahrt benötigt, und der zugehörigen Streckenlänge *L* berechnet man die Geschwindigkeit

$$V = \frac{L}{t}$$

Diese Geschwindigkeit und die induzierte Spannung werden in ein *U-v-*Diagramm eingetragen. Hier liegen die Messwerte auf einer Geraden durch den Ursprung (siehe Abb. 2).







Abb. 2: Induzierte Spannung in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Leiterschleife

## UE3040300 INDUKTION IN EINEM VERÄNDERLICHEN MAGNETFELD



## > AUFGABEN:

- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Windungszahl *N* der Induktionsspule.
- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Querschnittsfläche A der Induktionsspule.
- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Amplitude I<sub>0</sub> des induzierenden Wechselstroms.
- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz *f* des induzierenden Wechselstroms.
- Messung der Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Signalform des induzierenden Wechselstroms.

### ZIEL

Messung der Induktionsspannung in einer Induktionsspule

## ZUSAMMENFASSUNG

Befindet sich eine geschlossene Leiterschleife mit *N* Windungen in einer Zylinderspule, durch die ein Wechselstrom fließt, so wird durch den sich zeitlich ändernden magnetischen Fluss durch die Leiterschleife eine elektrische Spannung induziert. Diese Induktionsspannung hängt von der Windungszahl und der Querschnittsfläche der Leiterschleife sowie der Frequenz, der Amplitude und der Signalform des an die Feldspule angelegten Wechselstroms ab. Diese Abhängigkeiten werden untersucht und mit der Theorie verglichen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Satz 3 Induktionsspulen	1000590
1	Feldspule, 120 mm	1000592
1	Ständer für Zylinderspulen	1000964
1	Präzisionswiderstand 1 $\Omega$	1009843
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718



Jede Änderung des magnetischen Flusses durch eine geschlossene Leiterschleife mit N Windungen induziert in dieser eine elektrische Spannung. Eine solche Änderung wird z.B. hervorgerufen, wenn sich die Leiterschleife in einer Zylinderspule befindet, durch die ein Wechselstrom fließt.

Für die zeitabhängige induzierte Spannung gilt nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz:

(1)  $U(t) = -N \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}(t)$ 

Der magnetische Fluss  $\Phi$  durch eine Fläche A ist durch

 $\Phi = B \cdot A$ 

#### B: Magnetische Flussdichte

gegeben, wenn die magnetische Flussdichte *B* die Fläche *A* senkrecht durchdringt. Damit ergibt sich aus Gleichung (1):

(3) 
$$U(t) = -N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}(t)$$

The field coil generates the following magnetic flux density in the conductor loop:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N_F}{L_F} \cdot I$$

μ<sub>0</sub> = 4π·10<sup>-7</sup> N/A<sub>2</sub>: Vakuumpermeabilität, NF: Windungszahl der Feldspule, LF: Länge der Feldspule, *I*: Strom durch die Feldspule

Damit ergibt sich aus Gleichung (3):

(5) 
$$U(t) = -\mu_0 \cdot N \cdot A \cdot \frac{N_F}{L_F} \cdot \frac{dI}{dt}(t)$$

Im Experiment wird mit Hilfe eines Funktionsgenerators zunächst ein Sinussignal an die Feldspule angelegt. Die Amplitude  $I_0$  des Stroms I(t)durch die Feldspule wird mit Hilfe eines in Reihe dazwischen geschalteten Widerstandes bestimmt. Es wird die Amplitude  $U_0$  der Induktionsspannung U(t) in Abhängigkeit der Windungszahlen N und Querschnittsflächen A der Induktionsspule sowie der Frequenz f des Sinussignals und der Amplitude  $I_0$  des Stroms durch die Feldspule gemessen. Außer dem Sinussignal werden für eine Induktionsspule bei fester Windungszahl und Querschnittsfläche sowie fester Frequenz auch ein Dreieck und ein Rechtecksignal an die Feldspule angelegt und jeweils Bildschirmfotos angefertigt.









Abb. 2: Bildschirmfotos der zeitlichen Verläufe der Induktionsspannung für ein an die Feldspule angelegtes Sinus- (Oben links), Dreieck-(Oben rechts) und Rechtecksignal (Unten).

# UE3040400 | WALTENHOFEN'SCHES PENDEL



#### > AUFGABEN

- Untersuchung der Wirbelstromdämpfung eines Waltenhofen'schen Pendels im inhomogenen Magnetfeld.
- Nachweis der Unterbindung der Wirbelströme in einer geschlitzten Metallscheibe.

#### ZIEL

Demonstration und Untersuchung der Funktionsweise einer Wirbelstrombremse

#### ZUSAMMENFASSUNG

In einer Metallscheibe, die sich durch ein inhomogenes Magnetfeld bewegt, werden Wirbelströme induziert. Auf diese Wirbelströme übt das inhomogene Magnetfeld eine Kraft aus, die die Bewegung der Metallscheibe hemmt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Waltenhofen'sches Pendel	1000993
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	1002835
1	Stativstange, 750 mm	1002935
1	Universalmuffe	1002830
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	U-Kern	1000979
1	Paar Polschuhe	1000978
1	Paar Spannbügel	1000977
2	Spule D mit 1200 Windungen	1000989
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Bewegt sich eine Metallscheibe in einem inhomogenen Magnetfeld, so ändert sich für jeden beliebigen Abschnitt der Scheibe ständig der magnetische Fluss und im Umfang des Abschnitts wird eine Ringspannung induziert. Daher fließen überall in der Metallscheibe elektrische Wirbelströme. Diese erfahren im Magnetfeld Lorentzkräfte, die insgesamt die Bewegung der Scheibe hemmen. Drastisch reduziert werden die Wirbelströme, wenn man die Metallscheibe mit Schlitzen versieht, so dass der Strom nur auf Umwegen von einem Steg zum anderen fließen kann. In diesem Fall wird die Bewegung der Scheibe nur wenig gehemmt.

Das Auftreten und das Unterbinden von Wirbelströmen lässt sich eindrucksvoll an einem Waltenhofen'schen Pendel demonstrieren. Es handelt sich um eine teilweise geschlitzte Metallscheibe, die in einem inhomogenen Magnetfeld schwingt.

	Anzahl der Schwingunge	en
/ (A)	ungeschlitzte Seite	geschlitzte Seite
0,25	21	90
0,5	6	59
0,75	3	46
1	2	37
1,25	1	30

Tab. 1: Zahl der Schwingungen der Aluminiumscheibe im Magnetfeld nach Auslenkung aus der Ruhelage bei einem Abstand der Polschuhe von 8 mm und einer Auslenkung von ca. 7 cm.

## AUSWERTUNG

Schwingt die ungeschlitzte Seite der Metallscheibe durch das inhomogene Magnetfeld, so werden die Schwingungen gedämpft. Die Dämpfung ist umso stärker, je größer das Magnetfeld ist. Innerhalb der Metallscheibe werden Wirbelströme induziert. Auf diese Wirbelströme übt das inhomogene Magnetfeld insgesamt eine Kraft entgegen der Bewegung aus (vgl. Lenz'sche Regel).

Schwingt die geschlitzte Seite der Metallscheibe durch das inhomogene Magnetfeld, ist die Dämpfung nur schwach, da sich hier die Wirbelströme nur schwach ausbilden können.



Abb. 1: Wirbelstrom / in einer mit der Geschwindigkeit v durch ein inhomogenes Magnetfeld  $B_1$ ,  $B_2$  bewegten Metallscheibe und Lorentzkräfte  $F_1$  und  $F_2$  auf die beiden Äste des Wirbelstromes. Die gegen die Bewegung gerichtete Kraft ist größer als die Kraft in Bewegungsrichtung.

## UE3040500 | TRANSFORMATOR



## > AUFGABEN

- Messung der Sekundärspannung in Abhängigkeit von der Primärspannung im Leerlauf bei festen Windungszahlen.
- Messung des Primärstroms in Abhängigkeit vom Sekundärstrom bei Kurzschluss und festen Windungszahlen.
- Messung der Primärspannung, des Primärstroms, der Sekundärspannung und des Sekundärstroms bei gegebenem Lastwiderstand.

#### ZIEL

Messungen am belasteten und unbelasteten Transformator

#### ZUSAMMENFASSUNG

Transformatoren sind Spannungsumformer, die auf dem Faraday'schen Induktionsgesetz beruhen. Sie werden insbesondere bei der Übertragung elektrischer Leistung über große Entfernungen eingesetzt, um durch eine Transformation auf möglichst hohe Spannungen und entsprechend niedrige Ströme Leitungsverluste zu minimieren. Im Experiment werden aus den gemessenen Strömen und Spannungen im Leerlauf, bei Kurzschluss und unter Last die direkte bzw. umgekehrte Proportionalität des Spannungs- bzw. Stromverhältnisses zum Windungszahlverhältnis überprüft.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Spule D mit 600 Windungen	1000988
1	Spule D mit 1200 Windungen	1000989
1	Transformatorkern D	1000976
1	Transformator mit Gleichrichter 2/4/6/8/10/12/14 V AC/DC 5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003558 oder
1	Transformator mit Gleichrichter 2/4/6/8/10/12/14 V AC/DC 5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003557
2	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Transformatoren sind Spannungsumformer, die auf dem Faraday'schen Induktionsgesetz beruhen. Sie werden insbesondere bei der Übertragung elektrischer Leistung über große Entfernungen eingesetzt, um durch eine Transformation auf möglichst hohe Spannungen und entsprechend niedrige Ströme Leitungsverluste zu minimieren.


Ein Transformator besteht im einfachsten Fall aus zwei gekoppelten Spulen, der Primärspule mit der Windungszahl  $N_1$  und der Sekundärspule mit der Windungszahl  $N_2$ , die einen gemeinsamen Eisenkern umschließen. Dabei durchsetzt der magnetische Fluss  $\Phi_1$  der vom Strom  $I_1$  durchflossenen Primärspule vollständig die Sekundärspule. Im Folgenden wird der ideale, d.h. verlustfreie Transformator betrachtet. Beim unbelasteten Transformator fließt im Sekundärkreis kein Strom, d.h.  $I_2 = 0$ . Wird eine Wechselspannung  $U_1$  an die Primärspule angelegt, fließt der Leerlaufstrom  $I_1$ , der einen magnetischen Fluss  $\Phi_1$  erzeugt und so eine Spannung  $U_{ind}$  induziert. Diese Induktionsspannung ist wegen der Kirchhoff'schen Maschenregel  $U_1 + U_{ind} = 0$ entgegengesetzt gleich zu  $U_1$ :

(1) 
$$U_{\text{ind}} = -L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = -N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = -U$$

 $\Phi_1$ : durch  $I_1$  erzeugter magnetischer Fluss Da der magnetische Fluss  $\Phi_1$  die Sekundärspule vollständig durchsetzt, wird dort eine Spannung

(2) 
$$U_2 = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt}$$

induziert. Aus (1) und (2) folgt schließlich:

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}$$

Das Minuszeichen zeigt an, dass  $U_1$  und  $U_2$  bei gleichem Wicklungssinn um 180° phasenverschoben bzw. bei entgegengesetztem Wicklungssinn in Phase sind.

Beim belasteten Transformator fließt in der Sekundärspule ein Strom  $I_2 = U_2 / R$ , wobei R der Ohm'sche Widerstand des Verbrauchers ist. Dieser Strom erzeugt einen magnetischen Fluss  $\Phi_2$ , der auf Grund der Lenz'schen Regel dem durch den Primärstrom  $I_1$  erzeugten magnetischen Fluss  $\Phi_1$  entgegengerichtet ist. Da die Primärspannung  $U_1$  konstant bleibt, nimmt der Primärstrom  $I_1$  zu. Im Idealfall ist die von der Sekundärspule abgegebene Leistung  $P_2$  gleich der von der Primärspule aufgenommenen Leistung  $P_1$ :

(4) 
$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 = P_2$$

Zusammen mit (3) folgt daraus:

$$(5) \qquad \frac{I_1}{I_2}$$

Im Experiment wird zunächst auf der Sekundärseite ein Spannungsmessgerät angeschlossen und im Leerlauf ( $I_{2o} = 0$ ) die Sekundärspannung  $U_{2o}$  in Abhängigkeit von der Primärspannung  $U_{1o}$  für ein festes Windungszahlverhältnis  $N_1/N_2 = 1/2$  gemessen. Dann wird die Sekundärseite durch ein Strommessgerät kurzgeschlossen ( $U_{2c} = 0$ ) und der Primärstrom  $I_{1c}$  in Abhängigkeit vom Sekundärstrom  $I_{2c}$  für ein festes Windungszahlverhältnis  $N_1/N_2 = 1/2$  gemessen. Schließlich wird ein Lastwiderstand  $R = 2 \Omega$  auf der Sekundärseite angeschlossen und die Primärspannung  $U_1$ , der Primärstrom  $I_1$ , die Sekundärspannung  $U_2$  und der Sekundärstrom  $I_2$  für ein festes Windungszahlverhältnis  $N_1/N_2 = 1/2$  gemessen.

# AUSWERTUNG

Aus Gleichung (3) folgt für die Beträge der Spannungen

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1$$

und aus Gleichung (5) entsprechend für die Ströme

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2$$

Daher sind die Geradensteigungen in den Diagrammen der Abbildungen 2 und 3 durch das Verhältnis der Windungszahlen bestimmt.



Abb. 1: Schematische Darstellung zum Transformator



Abb. 2: Sekundärspannung  $U_{20}$  in Abhängigkeit von der Primärspannung  $U_{10}$  im Leerlauf ( $I_{20}$  = 0),  $N_1$  = 600,  $N_2$  = 1200



Abb. 3: Primärstrom  $I_{1c}$  in Abhängigkeit vom Sekundärstrom  $I_{2c}$  bei Kurzschluss ( $U_{2c}$  = 0),  $N_1$  = 600,  $N_2$  = 1200

# UE3050101 LADEN UND ENTLADEN EINES KONDENSATORS I



# > AUFGABEN

- Messung der Kondensatorspannung beim Laden und Entladen durch Ein- und Ausschalten einer Gleichspannung.
- Bestimmung der Halbwertszeit beim Laden und Entladen.
- Untersuchung der Abhängigkeit der Halbwertszeit von Kapazität und Widerstand.

#### ZIEL

Untersuchung des Verlaufs der Kondensatorspannung beim Laden und Entladen eines Kondensators

### ZUSAMMENFASSUNG

In einem Gleichstromkreis fließt Strom durch einen Kondensator nur während eines Ein- oder Ausschaltvorgangs. Durch den Strom wird der Kondensator beim Einschalten geladen, bis die angelegte Spannung erreicht ist, und beim Ausschalten entladen, bis die Spannung Null erreicht ist. Der Verlauf der Kondensatorspannung lässt sich als Exponentialfunktion darstellen, d.h. innerhalb der Halbwertszeit  $T_{1/2}$  nimmt die Kondensatorspannung auf die Hälfte ab. Die gleiche Zeit vergeht bei der Abnahme von der Hälfte auf ein Viertel und von einem Viertel auf ein Achtel. Dabei ist die Halbwertszeit proportional zu Kapazität und Widerstand.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 470 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012914
1	Widerstand 1 kΩ, 2 W, P2W19	1012916
1	Widerstand 2,2 kΩ, 2 W, P2W19	1012918
3	Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
1	Satz 10 Brückenstecker, P2W19	1012985



In einem Gleichstromkreis fließt Strom durch einen Kondensator nur während eines Ein- oder Ausschaltvorgangs. Durch den Strom wird der Kondensator beim Einschalten geladen, bis die angelegte Spannung erreicht ist, und beim Ausschalten entladen, bis die Spannung Null erreicht ist. Der Verlauf der Kondensatorspannung lässt sich als Exponentialfunktion darstellen.

Für einen Gleichstromkreis mit der KapazitätC, dem WiderstandR und der Gleichspannung  $U_{\rm 0}$  gilt beim Einschalten

 $U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}}$ 

(1)  $U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{V2}}})$ 

und beim Ausschalten

mit

$$T_{1/2} = \ln 2 \cdot R \cdot C$$

 $T_{1/2}$  ist die Halbwertzeit; d.h. innerhalb der Zeit  $T_{1/2}$  nimmt die Kondensatorspannung auf die Hälfte ab. Die gleiche Zeit vergeht bei der Abnahme von der Hälfte auf ein Viertel und von einem Viertel auf ein Achtel.

Im Experiment wird dieser Sachverhalt überprüft. Dazu wird der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung mit einem Speicheroszilloskop aufgezeichnet. Da die Gleichspannung  $U_0$  auf 8 V festgelegt ist, lassen sich die Hälfte, ein Viertel und ein Achtel dieses Wertes leicht ablesen.

# AUSWERTUNG

Die Übereinstimmung der aus verschiedenen Abschnitten der Lade- bzw. Entladekurve bestimmten Werte für die Halbwertszeit bestätigt den erwarteten exponentiellen Verlauf, siehe (1) und (2). Die Darstellung der ermittelten Halbwertszeiten in Abhängigkeit vom Widerstand bzw. der Kapazität zeigt, dass die Messwerte durch eine Ursprungsgerade angepasst werden können, siehe (3).



Abb. 1 Am Oszilloskop aufgezeichnete Kondensatorspannung beim Laden- und Entladen



Abb. 2: Halbwertszeit  $T_{1/2}$  in Abhängigkeit vom Widerstand R



Abb. 3: Halbwertszeit  $T_{1/2}$  in Abhängigkeit von der Kapazität C



Abb. 4: Halbwertszeit  $T_{1/2}$  in Abhängigkeit vom Produkt  $R^*C$ 

# UE3050105 LADEN UND ENTLADEN EINES KONDENSATORS II



# > AUFGABEN

- Punktweise Aufzeichnung des Verlaufs der Kondensatorspannung beim Laden eines Kondensators durch Messung der Ladezeiten.
- Punktweise Aufzeichnung des Verlaufs der Kondensatorspannung beim Entladen eines Kondensa-tors durch Messung der Entladezeiten.
- Bestimmung der internen Widerstände und Kapazitäten durch Messung der Lade- bzw. Entladezeit und Vergleich mit bekannten externen Parametern.

# ZIEL

Messung der Lade- und Entladezeiten

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Entladekurve eines Kondensators wird durch Messen der Ladezeiten bis zum Erreichen vorgegebener Vergleichsspannungen punktweise abgetastet. In gleicher Weise wird auch die Ladekurve gemessen. Aus den Messwerten werden die Daten der beteiligten Widerstände und Kondensatoren bestimmt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Lade- und Entladungsgerät (230 V, 50/60 Hz)	1017781 oder
	Lade- und Entladungsgerät (115 V, 50/60 Hz)	1017780
1	Kondensator 1000 µF, 16 V, P2W19	1017806
1	Widerstand 10 kΩ, 0,5 W, P2W19	1012922
Zusätzlich	empfohlen:	
1	Digital-Multimeter P1035	1002781



In einem Gleichstromkreis fließt Strom durch einen Kondensator nur während eines Ein- oder Ausschaltvorgangs. Durch den Strom wird der Kondensator beim Einschalten geladen, bis die angelegte Spannung erreicht ist, und beim Ausschalten entladen, bis die Spannung Null erreicht ist.

Für einen Gleichstromkreis mit der Kapazität C, dem Widerstand R und der Gleichspannung  $U_0$  gilt beim Einschalten

 $U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 

(1)

und beim Ausschalten

 $U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ 

mit der Zeitkonstante

(3)

(2)

$$\tau = R \cdot C$$

Zur Überprüfung dieses Zusammenhangs werden im Experiment die Zeiten gemessen, die bis zum Erreichen vorgewählter Vergleichsspannungen verstreichen. Dazu wird die Stoppuhr mit dem Lade- bzw. Entladevorgang gestartet und anschließend durch eine Komparatorschaltung gestoppt, sobald die Vergleichsspannung erreicht ist. Durch Messung für verschiedene Vergleichsspannungen wird die Lade bzw. Entladekurve punktweise abgetastet. In der Praxis interessant ist auch die Zeit

(4) 
$$t_{5\%} = -\ln(5\%) \cdot R \cdot C \approx 3 \cdot R \cdot C$$

in der die Kondensatorspannung beim Entladen 5% des Ausgangswertes  $U_0$  erreicht und beim Laden bis auf 5% an den Endwert  $U_0$  herankommt. Durch Messung von  $t_{5\%}$  können z.B. die Parameter *R* und *C* bestimmt werden.

#### AUSWERTUNG

Bei bekanntem externem Widerstand  $R_{ext}$  wird die externe Kapazität  $C_{ext}$  gemäß (4) aus der Zeit  $t_{5\%}$  berechnet:

0

$$T_{\text{ext}} = \frac{t_{5\%}}{3 \cdot R_{\text{ex}}}$$

Diese so ermittelte externe Kapazität wird parallel zur unbekannten internen Kapazität  $C_{int}$  geschaltet, um diese in einem Vergleich der Lade- und Entladezeiten zu ermitteln. Schließlich erhält man die drei noch unbekannten internen Widerstände  $R_{int', i}$  aus den zugehörigen Lade- und Entladezeiten:

$$R_{\text{int, }i} = \frac{t_{5\%,i}}{3 \cdot C_{\text{int}}} \text{ mit } i = 1, 2, 3$$



Abb. 1 Ladekurve eines internen RC-Paares



Abb. 2 Entladekurve eines internen RC-Paares

# **UE3050111** I WIDERSTAND EINES KONDENSATORS IM WECHSELSTROMKREIS



# > AUFGABEN

- Bestimmung von Amplitude und Phase des kapazitiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Kapazität.
- Bestimmung von Amplitude und Phase des kapazitiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Frequenz.

#### ZIEL

Bestimmung des kapazitiven Widerstandes in Abhängigkeit von Kapazität und Frequenz

# ZUSAMMENFASSUNG

Jede Änderung der Spannung an einem Kondensator ruft einen Strom durch den Kondensator hervor. Wird Wechselspannung angelegt, so fließt Wechselstrom mit einer Phasenverschiebung zur Spannung. Im Experiment liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannung mit Frequenzen bis hinauf zu 3 kHz. Ein Zweikanal-Oszilloskop zeichnet Strom und Spannung auf, so dass Amplitude und Phase beider Größen erfasst werden. Der Strom durch den Kondensator entspricht dem Spannungsabfall an einem Messwiderstand, dessen Wert gegenüber dem kapazitiven Widerstand vernachlässigbar ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 1 Ω, 2 W, P2W19	1012903
1	Widerstand 10 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012904
3	Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955
1	Kondensator 0,1 µF, 100 V, P2W19	1012953
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840



Jede Änderung der Spannung an einem Kondensator ruft einen Strom durch den Kondensator hervor. Wird Wechselspannung angelegt, so fließt Wechselstrom mit einer Phasenverschiebung zur Spannung. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang am einfachsten beschreiben, wenn man Strom, Spannung und Widerstand als komplexe Größen verwendet und deren Realteile betrachtet.

Aus der Kondensatorgleichung folgt unmittelbar

 $I = C \cdot \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$ 

I: Strom, U: Spannung, C: Kapazität

Das Anlegen einer Spannung

(2) 
$$U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

ruft also den Strom

(3) 
$$I = i \cdot \omega \cdot C \cdot U_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

hervor und man kann der Kapazität C den komplexen Widerstand

(4) 
$$X_c = \frac{U}{I} = \frac{1}{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot C}$$

zuweisen. Messbar ist jeweils der Realteil dieser Größen, also

(5a)  $U = U_0 \cdot \cos \omega t$ 

(6a)

(

$$I = 2\pi \cdot f \cdot C \cdot U_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

 $X_{c} = \frac{U_{0}}{I_{0}} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$ 

Im Experiment liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannung mit Frequenzen bis hinauf zu 3 kHz. Ein Zweikanal-Oszilloskop zeichnet Strom und Spannung auf, so dass Amplitude und Phase beider Größen erfasst werden. Der Strom durch den Kondensator entspricht dem Spannungsabfall an einem Messwiderstand, dessen Wert gegenüber dem kapazitiven Widerstand vernachlässigbar ist.

#### AUSWERTUNG

Gemäß Gleichung (4) ist der Kapazitive Widerstand  $X_{\rm C}$  proportional zum Kehrwert der Frequenz f und zum Kehrwert der Kapazität C. In den entsprechenden Diagrammen liegen die Messwerte daher im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden.

Der Strom durch den Kondensator eilt der Spannung am Kondensator in der Phase um 90° voraus, da Ladestrom (positives Vorzeichen) und Entladestrom (negatives Vorzeichen) maximal sind, wenn die Spannung ihren Nulldurchgang erreicht.



Abb. 2 Kapazitiver Widerstand  $X_{\rm C}$  als Funktion des Kehrwerts der Kapazität C



Abb. 3 Kapazitiver Widerstand X<sub>c</sub> als Funktion des Kehrwerts der Frequenz *f* 



Abb. 1 Kondensator im Wechselstromkreis: Verlauf von Strom und Spannung

# UE3050201 LADEN UND ENTLADEN EINER SPULE



# > AUFGABEN

- Messung des Spulenstroms beim Ein- und Ausschalten einer Gleichspannung.
- Bestimmung der Halbwertszeit beim Ein- und Ausschalten einer Gleichspannung.
- Untersuchung der Abhängigkeit der Halbwertszeit von Induktivität und Widerstand.

#### ZIEL

Untersuchung des Verlaufs des Spulenstroms beim Einschalten und Ausschalten einer Gleichspannung

#### ZUSAMMENFASSUNG

Das Verhalten einer Spule in einem Gleichstromkreis ändert sich, sobald die Gleichspannung ein- und ausgeschaltet wird. Die Stromänderung wird durch Selbstinduktion in der Spule verzögert, bis beim Einschalten der Maximalwert und beim Ausschalten der Wert Null erreicht ist. Der Verlauf des Spulenstroms lässt sich als Exponentialfunktion darstellen, d.h. innerhalb der Halbwertszeit  $T_{1/2}$  nimmt der Spulenstrom auf die Hälfte ab. Die gleiche Zeit vergeht bei der Abnahme von der Hälfte auf ein Viertel und von einem Viertel auf ein Achtel. Dabei ist die Halbwertszeit proportional zu Induktivität und Widerstand.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 1 Ω, 2 W, P2W19	1012903
1	Widerstand 10 Ω, 2 W, P2W19	1012904
1	Widerstand 22 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012907
1	Widerstand 47 Ω, 2 W, P2W19	1012908
1	Widerstand 150 Ω, 2 W, P2W19	1012911
1	Satz 10 Brückenstecker, P2W19	1012985
2	Spule mit 1200 Windungen S	1001002
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840



Das Verhalten einer Spule in einem Gleichstromkreis ändert sich, sobald die Gleichspannung ein- und ausgeschaltet wird. Die Stromänderung wird durch Selbstinduktion in der Spule verzögert, bis beim Einschalten der Maximalwert und beim Ausschalten der Wert Null erreicht ist. Der Verlauf des Spulenstroms lässt sich als Exponentialfunktion darstellen.

Für einen Gleichstromkreis mit der Induktivität L, dem Widerstand Rund der Gleichspannung  $U_0$  gilt beim Einschalten

(1) 
$$I(t) = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}})$$

und beim Ausschalten

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t \ln \tau}{T_W}}$$

mit

$$T_{1/2} = \ln 2 \cdot \frac{L}{R}$$

 $T_{1/2}$  ist die Halbwertzeit; d.h. innerhalb der Zeit  $T_{1/2}$  nimmt der Spulenstrom auf die Hälfte ab. Die gleiche Zeit vergeht bei der Abnahme von der Hälfte auf ein Viertel und von einem Viertel auf ein Achtel. Im Experiment wird dieser Sachverhalt überprüft. Dazu wird der zeitliche Verlauf des Spulenstroms mit einem Speicheroszilloskop aufgezeichnet. Gemessen wird der Strom als Spannungsabfall an einem in Reihe geschalteten Messwiderstand  $R_{\rm M}$ . Der Strom  $I_0$  ist so gewählt, dass sich die Hälfte, ein Viertel und ein Achtel dieses Wertes leicht ablesen lassen.

#### AUSWERTUNG

Die Übereinstimmung der aus verschiedenen Abschnitten der Lade- bzw. Entladekurve bestimmten Werte für die Halbwertszeit bestätigt den erwarteten exponentiellen Verlauf, siehe (1) und (2). Die Darstellung der ermittelten Halbwertszeiten in Abhängigkeit vom Widerstand bzw. der Induktivität zeigt, dass die Messwerte durch eine Ursprungsgerade angepasst werden können, siehe (3).



Abb. 1: Am Oszilloskop aufgezeichneter Spulenstrom beim Laden- und Entladen



Abb. 2: Halbwertszeit  $T_{\rm 1/2}$  als Funktion des Kehrwerts des Widerstandes R



Abb. 3: Halbwertszeit  $T_{1/2}$  in Abhängigkeit von der Induktivität L



Abb. 4: Halbwertszeit  $T_{1/2}$  in Abhängigkeit von  $\frac{l}{R}$ 

# **UE3050211** I WIDERSTAND EINER SPULE IM WECHSELSTROMKREIS



# > AUFGABEN

- Bestimmung von Amplitude und Phase des induktiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Induktivität.
- Bestimmung von Amplitude und Phase des induktiven Widerstandes in Abhängigkeit von der Frequenz.

#### ZIEL

Bestimmung des induktiven Widerstandes in Abhängigkeit von Induktivität und Frequenz

# ZUSAMMENFASSUNG

Jede Änderung des Stromes durch eine Spule induziert eine Spannung. Fließt Wechselstrom, so wird Wechselspannung induziert mit einer Phasenverschiebung zum Strom. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang am einfachsten beschreiben, wenn man Strom, Spannung und Widerstand als komplexe Größen verwendet und deren Realteile betrachtet. Im Experiment liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannung mit Frequenzen bis hinauf zu 2 kHz. Ein Zweikanal-Oszilloskop zeichnet Strom und Spannung auf, so dass Amplitude und Phase beider Größen erfasst werden. Der Strom durch die Spule entspricht dem Spannungsabfall an einem Messwiderstand, dessen Wert gegenüber dem induktiven Widerstand vernachlässigbar ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
2	Spule mit 1200 Windungen S	1001002
1	Widerstand 10 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012904
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840



Jede Änderung des Stromes durch eine Spule induziert eine Gegenspannung, die der Stromänderung entgegen wirkt. In Wechselstromkreisen eilt daher die Spannung an der Spule dem Strom durch die Spule voraus. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang am einfachsten beschreiben, wenn man Strom, Spannung und Widerstand als komplexe Größen verwendet und deren Realteile betrachtet.

Die Strom-Spannungs-Beziehung für eine Spule lautet

(1) 
$$U = L \cdot \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

I: Strom, U: Spannung, L: Induktivität

Bei einer Spannung

(2) 
$$U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

ist der Strom also gegeben durch

$$I = \frac{U_0}{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L} \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

Man kann daher der Induktivität L den komplexen Widerstand

(4) 
$$X_{L} = \frac{U}{I} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$$

zuweisen. Messbar ist jeweils der Realteil dieser Größen, also

 $(5a) U = U_0 \cdot \cos \omega t$ 

(6a)

(3)

$$I = \frac{U_0}{2\pi \cdot f \cdot L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$X_L = \frac{U_0}{I_0} = 2\pi \cdot f \cdot L$$

(7a) X<sub>L</sub>

Im Experiment liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannung mit Frequenzen bis hinauf zu 2 kHz. Ein Zweikanal-Oszilloskop zeichnet Strom und Spannung auf, so dass Amplitude und Phase beider Größen erfasst werden. Der Strom durch die Spule entspricht dem Spannungsabfall an einem Messwiderstand, dessen Wert gegenüber dem induktiven Widerstand vernachlässigbar ist.



Abb. 1 Spule im Wechselstromkreis: Verlauf von Strom und Spannung



Abb. 2 Induktiver Widerstand  $X_{L}$  als Funktion der Induktivität L



Abb. 3 Induktiver Widerstand  $X_1$  als Funktion der Frequenz f

#### AUSWERTUNG

Gemäß Gleichung (4) ist der Induktive Widerstand  $X_L$  proportional zur Frequenz f und zur Induktivität L. In den entsprechenden Diagrammen liegen die Messwerte daher im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden.

Der Strom durch die Spule eilt der Spannung an der Spule in der Phase um 90° nach, da jede Stromänderung eine Gegenspannung induziert.

# UE3050301 | WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE |



# > AUFGABEN

- Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Reihenschaltung.
- Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Parallelschaltung.

#### ZIEL

Bestimmung des Wechselstromwiderstandes in einem Stromkreis mit kapazitivem und ohmschem Widerstand

#### ZUSAMMENFASSUNG

In Wechselstromkreisen sind neben ohmschen auch kapazitive Widerstände zu betrachten. Die Kombination von beiden kann in Reihe oder parallel geschaltet sein. Hiervon hängen die Amplituden sowie die Phase von Strom und Spannung ab. Im Experiment wird dies mit einem Oszilloskop untersucht. Dazu liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannungen zwischen 50 und 2000 Hz.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 1 Ω, 2 W, P2W19	1012903
1	Widerstand 100 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012910
1	Kondensator 10 µF, 35 V, P2W19	1012957
1	Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955
1	Kondensator 0,1 μF, 100 V, P2W19	1012953
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In Wechselstromkreisen weist man Schaltungen mit Kapazitäten der Einfachheit halber komplexe Widerstände zu, da hier neben den Amplituden von Strom und Spannung auch die Phasenbeziehungen zwischen beiden zu betrachten sind. Reihen- und Parallelschaltungen von kapazitiven und ohmschen Widerständen lassen sich dann sehr einfach beschreiben. Auch Spannung und Strom werden als komplexe Größen betrachtet. Messbar ist jeweils deren Realteil.



Der komplexe kapazitive Widerstand eines Kondensators mit der Kapazität C in einem Wechselstromkreis mit der Frequenz *f* ist

(1) 
$$X_{c} = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C}$$

mit 
$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Daher hat die Reihenschaltung des Kondensators mit einem ohmschen Widerstand R den Gesamtwiderstand

(2) 
$$Z_{s} = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} + R$$

während der Parallelschaltung der Gesamtwiderstand

$$Z_{p} = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C + \frac{1}{R}}$$

zugewiesen werden kann. In der gebräuchlichen Schreibweise

(4) 
$$Z = Z_0 \cdot \exp(i \cdot \phi)$$

wird daraus

(5) 
$$Z_{\rm s} = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}}{\omega \cdot C} \cdot \exp(i \cdot \varphi_{\rm s})$$

mit und

$$\tan \varphi_{\rm S} = -\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

(6)  $Z_{p} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^{2}}} \cdot \exp(i \cdot \varphi_{p})$ 

mit 
$$\tan \varphi_{\rm P} = -\omega \cdot C \cdot I$$

Im Experiment erzeugt ein Funktionsgenerator Wechselspannungen mit einstellbaren Frequenzen *f* zwischen 50 und 2000 Hz. Spannung *U* und Strom *I* werden an einem Oszilloskop dargestellt; dabei entspricht *I* dem Spannungsabfall an einem kleinen Arbeitswiderstand. Gemessen werden so die Realteile einer am jeweiligen Widerstand *Z* anliegenden Spannung

(7)  $U = U_0 \cdot \exp(i \cdot \omega \cdot t)$ 

und des hervorgerufenen Stroms

$$I = \frac{U_0}{Z_0} \cdot \exp(i \cdot (\omega \cdot t - \varphi))$$
$$= I_0 \cdot \exp(i \cdot (\omega \cdot t - \varphi))$$

Am Oszilloskop abgelesen werden jeweils die Amplituden  $I_0$  und  $U_0$  sowie die Phasenverschiebung  $\phi.$ 

# AUSWERTUNG

Der Betrag des Gesamtwiderstandes  $Z_0 = \frac{U_0}{I_0}$  wird in Abhängigkeit von der Frequenz *f* bzw. in Abhängigkeit vom kapazitiven Widerstand  $X_c = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$  dargestellt.

Bei kleinen Frequenzen nimmt die Reihenschaltung den Wert des kapazitiven Widerstandes und die Parallelschaltung den Wert des ohmschen Widerstandes an. Die Phasenverschiebung liegt zwischen 0° und -90° und beträgt -45°, wenn ohmscher und kapazitiver Widerstand gleich sind.





# UE3050311 | WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE ||



# > AUFGABEN

- Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Reihenschaltung.
- Bestimmung von Amplitude und Phase des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz bei Parallelschaltung.

# ZIEL

Bestimmung des Wechselstromwiderstandes in einem Stromkreis mit induktivem und ohmschem Widerstand

### ZUSAMMENFASSUNG

In Wechselstromkreisen sind neben ohmschen auch induktive Widerstände zu betrachten. Die Kombination von beiden kann in Reihe oder parallel geschaltet sein. Hiervon hängen die Amplituden sowie die Phase von Strom und Spannung ab. Im Experiment wird dies mit einem Oszilloskop untersucht, dazu liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannungen zwischen 50 und 10000 Hz.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Widerstand 1 $\Omega$ , 2 W, P2W19	1012903
1	Widerstand 100 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012910
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
1	Spule 800 Windungen	1001001
1	Spule mit 1200 Windungen S	1001002

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In Wechselstromkreisen weist man Schaltungen mit Induktivitäten der Einfachheit halber komplexe Widerstände zu, da hier neben den Amplituden von Strom und Spannung auch die Phasenbeziehungen zwischen beiden zu betrachten sind. Reihen- und Parallelschaltungen von induktiven und ohmschen Widerständen lassen sich dann sehr einfach beschreiben. Auch Spannung und Strom werden als komplexe Größen betrachtet. Messbar ist jeweils deren Realteil.

Der komplexe Widerstand einer Spule mit der Induktivitä<br/>tLin einem Wechselstromkreis mit der Frequen<br/>zfist

(1)

 $X_{L} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$ 



 $\omega = 2\pi \cdot f$ 

Daher hat die Reihenschaltung der Spule mit einem ohmschen Widerstand R den Gesamtwiderstand

$$(2) Z_{\rm s} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L + R$$

während der Parallelschaltung der Gesamtwiderstand

 $Z_{\rm P} = \frac{1}{\frac{1}{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L} + \frac{1}{R}}$ (3)

zugewiesen werden kann. In der gebräuchlichen Schreibweise

(4)  $Z = Z_0 \cdot \exp(i \cdot \varphi)$ 

wird daraus

(5)

$$Z_{\rm s} = \sqrt{\left(2\pi \cdot f \cdot L\right)^2 + R^2} \cdot \exp(i \cdot \varphi_{\rm s})$$

mit

(6) 
$$Z_{p} = \frac{2\pi \cdot f \cdot L \cdot R}{\sqrt{(2\pi \cdot f \cdot L)^{2} + R^{2}}} \cdot \exp(i \cdot \varphi_{p})$$

Im Experiment erzeugt ein Funktionsgenerator Wechselspannungen mit einstellbaren Frequenzen f zwischen 50 und 10000 Hz. Spannung U und Strom I werden an einem Oszilloskop dargestellt; dabei entspricht / dem Spannungsabfall an einem kleinen Arbeitswiderstand. Gemessen werden so die Realteile einer am jeweiligen Widerstand Z anliegenden Spannung

 $\tan \phi_s = \frac{2\pi \cdot f \cdot L}{R}$  und

 $2\pi \cdot f \cdot L$ 

(7) 
$$U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

und des hervorgerufenen Stroms

(8) 
$$I = \frac{U_0}{Z_0} \cdot \exp(i \cdot (2\pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$
$$= I_0 \cdot \exp(i \cdot (2\pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$

Am Oszilloskop abgelesen werden jeweils die Amplituden  $I_0$  und  $U_0$ sowie die Phasenverschiebung  $\phi$ .

#### AUSWERTUNG

Der Betrag des Gesamtwiderstandes  $Z_0 = \frac{U_0}{I_0}$ wird in Abhängigkeit von der Frequenz f bzw. in Abhängigkeit vom induktiven Widerstand  $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$ dargestellt. Bei großem induktivem Widerstand nimmt die Reihenschaltung den Wert des induktiven Widerstandes und die Parallelschaltung den Wert des ohmschen Widerstandes an. Die Phasenverschiebung liegt zwischen 0° und 90° und beträgt 45°, wenn ohmscher und induktiver Widerstand gleich sind.



Abb. 1: Messanordnung bei Reihenschaltung



Parallelschaltung



Z/Ω







Wechselstromwiderstände II | GLEICH- UND WECHSELSTROMKREISE | ELEKTRIZITÄTSLEHRE 159

mit

# UE3050321 | WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE



# > AUFGABEN

- Bestimmung des Wechselstromwiderstandes bei Reihen- und Parallelschaltung von kapazitivem und induktivem Widerstand in Abhängigkeit von der Frequenz
- Bestimmung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von Induktivität und Kapazität.
- Beobachtung der Änderung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bei der Resonanzfrequenz.

# ZIEL

Bestimmung des Wechselstromwiderstandes in einem Stromkreis mit induktivem und kapazitivem Widerstand

#### ZUSAMMENFASSUNG

Wechselstromkreise mit induktiven und kapazitiven Widerständen zeigen Resonanzverhalten. Bei der Resonanzfrequenz wird der Widerstand der Reihenschaltung aus induktivem und kapazitivem Widerstand Null, der Widerstand der Parallelschaltung dagegen unendlich groß. Im Experiment wird dies mit einem Oszilloskop untersucht, dazu liefert ein Funktionsgenerator Wechselspannungen zwischen 50 und 20000 Hz.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Kondensator 1 µF, 100 V, P2W19	1012955
1	Kondensator 4,7 µF, 63 V, P2W19	1012946
1	Spule 800 Windungen	1001001
1	Spule mit 1200 Windungen S	1001002
1	Widerstand 10 Ω, 2 W, P2W19	1012904
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Induktive Widerstände in Wechselstromkreisen nehmen mit steigender Frequenz des Wechselstromes zu, während kapazitive Widerstände abnehmen. Daher zeigen Reihen- oder Parallelschaltungen aus kapazitiven und induktiven Widerständen Resonanzverhalten. Man spricht von Schwingkreisen, weil Strom und Spannung zwischen Kapazität und Induktivität hin und her schwingen. Ein zusätzlicher ohmscher Widerstand dämpft diese Schwingung.



Zur Berechnung der Reihen- oder Parallelschaltungen weist man der Einfachheit halber einer Induktivität L den komplexen Widerstand

(1) 
$$X_{\rm L} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$$

*f*: Frequenz des Wechselstromes und einer Kapazität C den komplexen Widerstand:

(2) 
$$X_{c} = \frac{1}{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot C}$$

zu. Für Gesamtwiderstand in einer Reihenschaltung ohne ohmschen Widerstand gilt dann:

(3) 
$$Z_{s} = i \cdot \left( 2\pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \right)$$

während sich die Parallelschaltung wie folgt berechnen lässt:

(4) 
$$\frac{1}{Z_{P}} = -i \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \right)$$

Bei der Resonanzfrequenz

(5) 
$$f_{\rm r} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

verschwindet also der Widerstand  $Z_s$  der Reihenschaltung aus induktivem und kapazitivem Widerstand; d.h. die Spannungen an beiden Einzelwiderständen sind entgegengesetzt gleich. Der Betrag des Widerstandes  $Z_p$  der Parallelschaltung wird dagegen unendlich groß, d.h. die Einzelströme sind entgegengesetzt gleich. Bei der Resonanz-frequenz wechselt außerdem die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ihr Vorzeichen. Im Experiment werden Schwingkreise als Reihen- oder Parallelschaltung von Kapazität und Induktivität aufgebaut. Ein Funktionsgenerator dient als Spannungsquelle mit einstellbarer Frequenz und Amplitude. Mit einem Oszilloskop werden Strom und Spannung in Abhängigkeit von der eingestellten Frequenz gemessen. Spannung U und Strom I werden an einem Oszilloskop dargestellt; dabei entspricht I dem Spannungsabfall an einem kleinen Arbeitswiderstand.

### AUSWERTUNG

Am Oszilloskop abgelesen werden für jede Frequenz f die Phasenverschiebung  $\phi$  sowie die Amplituden  $I_0$  und  $U_0$ . Daraus berechnet wird der Betrag des Gesamtwiderstandes

 $Z_0 = \frac{U_0}{I_0}$ 



 $U(t) \bigcirc L = C \qquad U(t) \\ P_m \quad I(t) \cdot R_m \qquad U(t)$ 

Abb. 1: Messanordnung bei Reihenschaltung





Abb. 3: Wechselstromwiderstand der Reihenschaltung in Abhängigkeit von der Frequenz







Abb. 5: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Resonanzfrequenz für eine Reihenschaltung (rot) und eine Parallelschaltung (blau)

# UE3050400 I LC-SCHWINGKREIS



# > AUFGABEN

- Aufzeichnung der Amplituden-Resonanzkurven eines LC-Serienschwingkreises für verschiedene Dämpfungen.
- Bestimmung der Resonanzfrequenz des LC-Serienschwingkreises.

#### ZIEL

Untersuchung des Resonanzverhaltens eines LC-Serienschwingkreises

### ZUSAMMENFASSUNG

Ein elektrischer Schwingkreis ist eine resonanzfähige Schaltung, die aus einer Induktivität und einer Kapazität besteht. Im Experiment wird mit dem Funktionsgenerator eine Wechselspannung erzeugt, mit der ein Serienschwingkreis angeregt wird. Gemessen wird die Amplituderesonanzkurve, also der Strom in Abhängigkeit von der Frequenz bei konstant bleibender Spannungsamplitude. Aus der Resonanzfrequenz wird bei bekannter Kapazität die unbekannte Induktivität berechnet.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Grundlagen Experimentierboard (230 V, 50/60 Hz)	1000573 oder
	Grundlagen Experimentierboard (115 V, 50/60 Hz)	1000572
1	VinciLab	1021477
1	Spannungssensor 10 V, differentiell	1022539
1	Sensorkabel	1021514
1	Stromsensor 500 mA	1021679
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
Zusätzlich	erforderlich:	

1 Coach 7 Lizenz



Ein elektrischer Schwingkreis ist eine resonanzfähige Schaltung, die aus einer Spule mit der Induktivität L und einem Kondensator mit der Kapazität C besteht. Durch periodischen Austausch der Energie zwischen dem magnetischen Feld der Spule und dem elektrischen Feld des Kondensators führt der Schwingkreis elektrische Schwingungen aus. Der Austausch führt abwechselnd zu maximaler Stromstärke an der Spule oder zu maximaler Spannung am Kondensator.

Wenn der Schwingkreis nicht frei schwingt, sondern von außen durch ein Sinussignal angeregt wird, schwingt er mit derselben Frequenz wie die Anregung, und die Amplituden des Stroms und der Spannungen an den einzelnen Bauelementen sind frequenzabhängig. Der Strom / folgt aus dem Ohm'schen Gesetz:

 $U U_0 \cdot e^{i\omega t}$ 

(1)

$$I = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z}$$

U: sinusförmige Eingangsspannung  $U_0$ : Amplitude,  $\omega$ : Kreisfrequenz Z: Gesamtimpedanz

In einer Serienschaltung ist die Gesamtimpedanz die Summe der Impedanzen der einzelnen Bauelemente. Hinzu kommt ein Ohm'scher Widerstand R, der die in einem realen Schwingkreis auftretenden Verluste berücksichtigt und eventuell durch einen externen Widerstand ergänzt wird. Also ist

1

(2) 
$$Z = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$$

Aus (1) und (2) ergibt sich für den Strom

(3) 
$$I(\omega) = \frac{U_0 \cdot e^{i\omega t}}{R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

Der Betrag des Stroms entspricht seiner Amplitude, die frequenzabhängig ist: •

(4) 
$$I_0(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Sie wird maximal bei der Resonanzfrequenz

 $=\frac{\omega_{\rm r}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}$ (5)

und erreicht dort den Wert

$$I_0(\omega_r) = \frac{U_0}{R}$$

Der Serienschwingkreis verhält sich also im Resonanzfall so, als ob er nur aus einem Ohm'schen Widerstand bestünde. Insbesondere stellen eine in Serie geschaltete Kapazität und Induktivität im Resonanzfall einen Kurzschluss dar.

Im Experiment wird mit dem Funktionsgenerator eine Wechselspannung erzeugt, mit der der Schwingkreis angeregt wird. Gemessen wird der Strom / in Abhängigkeit von der Frequenz f bei konstant bleibender Spannungsamplitude. Der Strom wird mit einem Messinterface gemessen und mit einer Mess- und Auswertesoftware erfasst und graphisch dargestellt. Die Amplitudenresonanzkurve des Stroms, d.h. die Abhängigkeit der Amplitude des Stroms von der Frequenz, wird automatisch aufgenommen.

### AUSWERTUNG

Aus der Amplitudenresonanzkurve wird die Resonanzfrequenz  $f_r$  abgelesen. Da die Kapazität C bekannt ist, kann die unbekannte Induktivität L unter Anwendung von Gleichung (5) berechnet werden:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_r^2 \cdot C}$$

Aus der Amplitude der Resonanzkurve wird unter Anwendung von Gleichung (6) der Ohm'sche Widerstand R berechnet. Für den Fall, dass kein externer Widerstand hinzugeschaltet ist, entspricht R den Ohm'schen Verlusten im realen Schwingkreis.

$$R = \frac{U_0}{I_0(\omega_r)}$$



Abb. 1: Schaltskizze für den LC-Serienschwingkreis



Abb. 2: Amplitudenresonanzkurve des Stroms ( $R_{ext} = 0$ )

# UE3060300 I WELLENOPTIK MIT MIKROWELLEN



# > AUFGABEN

- Punktweise Messung der Intensität bei der Beugung von Mikrowellen am Doppelspalt.
- Bestimmung der Maxima für verschiedene Beugungsordnungen.
- Bestimmung der Wellenlänge bei bekanntem Spaltabstand.
- Untersuchung und Änderung der Polarisation der abgestrahlten Mikrowellen.

#### ZIEL

Demonstration und Untersuchung von Interferenz, Beugung und Polarisation an Mikrowellen

# ZUSAMMENFASSUNG

An Mikrowellen lassen sich zahlreiche Experimente zur Interferenz, Beugung und Polarisation mit sichtbarem Licht nachvollziehen. Dabei kommen Beugungsobjekte und Polarisationsgitter zum Einsatz, deren interner Aufbau mit bloßem Auge erkennbar ist. So wird deutlich, dass bei der Beugung am Doppelspalt maximale Intensität gerade dann gemessen wird, wenn der Empfänger nicht auf geradem Wege vom Sender bestrahlt wird.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Mikrowellensatz 9,4 GHz (230 V, 50/60 Hz)	1009951 oder
	Mikrowellensatz 10,5 GHz (115 V, 50/60 Hz)	1009950
1	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718



Die Wellenoptik betrachtet Licht als transversale, elektromagnetische Welle und erklärt so die Interferenz, Beugung und Polarisation von Licht. Auch Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen und zeigen die gleichen Phänomene, ihre Wellenlängen sind aber deutlich größer als die von sichtbarem Licht. Daher können für wellenoptische Experimente mit Mikrowellen Beugungsobjekte und Polarisationsgitter eingesetzt werden, deren interner Aufbau mit bloßem Auge erkennbar ist.

Im Experiment wird die Beugung von Mikrowellen der Wellenlänge  $\lambda$ an einem Doppelspalt untersucht, dessen Spaltabstand *d* mehrere Zentimeter beträgt. Man erhält die für die Beugung am Doppelspalt typische Intensitätsverteilung (siehe Abb. 1) mit Maxima unter den Winkeln  $\alpha_m$ , die der Bedingung

$$\sin \alpha_{\rm m} = m \cdot \frac{\kappa}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

genügen.

Die maximale Intensität wird offensichtlich genau dann gemessen, wenn der Empfänger hinter dem mittleren Steg steht und nicht auf geradem Wege vom Sender bestrahlt werden kann. Dieses Phänomen kann durch die Interferenz der Teilwellen aus beiden Spalten erklärt werden und ist ein deutlicher Beleg für die Wellennatur der Mikrowellen.

Durch Drehen des Empfängers um die Strahlrichtung wird die lineare Polarisation der abgestrahlten Mikrowellen nachgewiesen. Bei gekreuzter Ausrichtung von Sender und Empfänger nimmt die gemessene Intensität auf Null ab. Bringt man ein Polarisationsgitter unter 45° in den Strahlengang, so empfängt der Empfänger wieder eine Welle, wenn auch mit geringerer Amplitude. Das Gitter lässt die Komponente des E-Vektors der ankommenden Mikrowelle durch, die parallel zum Polarisationsgitter schwingt. Hiervon wiederum wird die parallel zum Empfänger schwingende Komponente gemessen.

#### AUSWERTUNG

Man trägt die Winkel  $\alpha_m$  der Beugungsmaxima in einem sin  $\alpha_m - m$ - Diagramm gegen die Beugungsordnung *m* auf. Die Messwerte liegen auf einer Ursprungsgeraden, deren Steigung dem Quotienten  $\lambda/d$  entspricht.



Abb. 1: Intensitätsverteilung bei der Beugung von Mikrowellen am Doppelspalt



Abb. 2: Lage der Intensitätsmaxima als Funktion der Beugungsordnung *m* 

#### **HINWEIS**

Mit der gleichen Ausstattung können auch Experimente zur Absorption, Reflexion, Brechung und Polarisation von Mikrowellen durchgeführt werden.

# UE3070100 | RÖHRENDIODE



# > AUFGABEN

- Aufnahme der Kennlinien einer Röhrendiode für drei verschiedene Kathoden-Heizspannungen.
- Identifizierung von Raumladungs- und Sättigungsbereich.
- Bestätigung des Schottky-Langmuir-Gesetzes.

# ZIEL

Aufnahme der Kennlinie einer Röhrendiode

# ZUSAMMENFASSUNG

In einer Röhrendiode fließt ein von freien Elektronen getragener Emissionsstrom zwischen Glühkathode und Anode, wenn eine positive Spannung zwischen Kathode und Anode liegt. Der Strom steigt mit steigender Spannung bis zur Sättigung an, wird jedoch bei negativer Spannung Null.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Diode S*	1000613
1	Röhrenhalter S	1014525
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Analog-Multimeter Escola 100	1013527
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

\* Bitte fordern Sie auch ein Angebot mit unseren Elektronenröhren D an.



Eine Röhrendiode ist ein evakuiertes Glasgefäß, in dem sich zwei Elektroden befinden: eine beheizte Kathode, aus der Elektronen durch den glühelektrischen Effekt freigesetzt werden und eine Anode (siehe Abb. 1). Durch eine positive Spannung zwischen Kathode und Anode wird ein von den freien Elektronen getragener Emissionsstrom zur Anode (Anodenstrom) erzeugt. Ist diese Spannung niedrig, so wird der Anodenstrom behindert durch die Raumladung der freigesetzten Elektronen, da diese das elektrische Feld vor der Kathode abschirmen. Mit steigender Anodenspannung greifen die Feldlinien tiefer in den Raum vor der Kathode ein und der Anodenstrom nimmt zu. Der Anstieg erfolgt solange, bis die Raumladung vor der Kathode abgebaut ist und damit der Sättigungswert des Anodenstroms erreicht ist. Dagegen können die Elektronen nicht zur Anode gelangen, wenn eine genügend große negative Spannung an der Anode anliegt, der Anodenstrom ist dann Null.

Die Abhängigkeit des Anodenstroms  $I_A$  von der Anodenspannung  $U_A$  wird als Kennlinie der Röhrendiode bezeichnet (siehe Abb. 2). Man unterscheidet den Gegenspannungsbereich (a), den Raumladungsbereich (b) und den Sättigungsbereich (c).

Im Gegenspannungsbereich befindet sich die Anode gegenüber der Kathode auf negativem Potential. Die Elektronen können nicht gegen das elektrische Feld anlaufen.

Im Raumladungsbereich wird die Abhängigkeit des Anodenstroms von der Anodenspannung durch das *Schottky-Langmuir-*Gesetz beschrieben:

 $I_{\rm A} \sim U_{\rm A}^{\frac{3}{2}}$ 

Im Sättigungsbereich ist der Anodenstrom abhängig von der Temperatur der Kathode. Sie kann durch eine Erhöhung der Heizspannung  $U_{\rm F}$ erhöht werden.



Abb. 1: Schaltung zur Aufnahme der Kennlinie einer Röhrendiode. 1: Kathode, 2: Anode

# AUSWERTUNG

# Gegenspannungsbereich:

Da die Elektronen mit einer kinetischen Energie  $E_{kin} > 0$  aus der Kathode austreten, fließt so lange ein Anodenstrom, bis die negative Anodenspannung so groß ist, dass auch die schnellsten Elektronen die Anode nicht mehr erreichen können.

#### Raumladungsbereich:

Bei kleinen Feldstärken können nicht alle aus der Glühkathode austretenden Elektronen fortgeführt werden. Sie umgeben die Kathode nach ihrem Austritt wie eine Wolke und bilden eine negative Raumladung. Bei kleinen Spannungen enden die von der Anode ausgehenden Feldlinien daher auf den Elektronen der Raumladung, nicht auf der Kathode selbst. Das von der Anode herrührende Feld wird somit abgeschirmt. Erst mit wachsender Spannung greifen die Feldlinien immer tiefer in den Raum um die Kathode ein, und der Anodenstrom nimmt zu. Der Anstieg des Stroms erfolgt so lange, bis die Raumladung um die Kathode herum abgebaut ist. Dann ist der Sättigungswert des Anodenstroms erreicht.

#### Sättigungsbereich:

Im Sättigungsbereich ist der Emissionsstrom unabhängig von der Anodenspannung. Er kann aber gesteigert werden, indem man die Anzahl der pro Zeiteinheit aus der Kathode austretenden Elektronen erhöht. Das kann durch eine Erhöhung der Temperatur der Kathode geschehen. Der Wert des Sättigungsstroms ist somit abhängig von der Heizspannung.



Abb. 2: Kennlinie einer Röhrendiode a: Gegenspannungsbereich, b: Raumladungsbereich,

c: Sättigungsbereich

# UE3070200 | RÖHRENTRIODE



# > AUFGABEN

- Aufnahme der Anodenstrom-Anodenspannungs-Kennlinien einer Röhrentriode bei mehreren konstanten Gitterspannungen.
- Aufnahme der Anodenstrom-Gitterspannungs-Kennlinien einer Röhrentriode bei mehreren konstanten Anodenspannungen.

#### ZIEL

Aufnahme des Kennlinienfeldes einer Röhrentriode

# ZUSAMMENFASSUNG

In einer Röhrentriode fließt ein von freien Elektronen getragener Emissionsstrom zwischen Glühkathode und Anode, wenn eine positive Spannung zwischen Kathode und Anode liegt. Dieser Strom kann durch eine kleine positive oder negative Spannung zwischen Kathode und Gitter gesteuert werden.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Triode S*	1000614
1	Röhrenhalter S	1014525
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Analog-Multimeter Escola 100	1013527
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

\* Bitte fordern Sie auch ein Angebot mit unseren Elektronenröhren D an.



Eine Röhrentriode ist ein evakuiertes Glasgefäß, in dem sich drei Elektroden befinden: eine beheizte Kathode, aus der Elektronen durch den glühelektrischen Effekt freigesetzt werden, eine Anode und zwischen beiden ein Gitter. Bei genügend großer positiver Spannung zwischen Kathode und Anode (Anodenspannung) gelangen freie Elektronen von der Kathode durch das Gitter hindurch zur Anode. Der so erzeugte Anodenstrom kann durch Variation einer zusätzlichen Spannung zwischen Kathode und Gitter (Gitterspannung) gesteuert werden. Je nachdem, ob sich das Gitter auf positivem oder negativem Potential gegenüber der Kathode befindet, wird der Anodenstrom verstärkt oder abgeschwächt. Eine Röhrentriode kann daher zur Verstärkung von Wechselspannungen eingesetzt werden.

Im Experiment wird das Kennlinienfeld einer Röhrentriode aufgenommen. Darunter versteht man die Abhängigkeit des Anodenstroms  $I_A$  von der Anodenspannung  $U_A$  und der Gitterspannung  $U_G$ . Zur Darstellung des Kennlinienfeldes sind zwei Varianten gebräuchlich (siehe Abb. 2 und 3): Variante 1 stellt den Anodenstrom als Funktion der Anodenspannung bei verschiedenen konstanten Gitterspannungen dar, Variante 2 den Anodenstrom als Funktion der Gitterspannung bei verschiedenen konstanten Anodenspannungen.



Abb. 1: Schaltung zur Aufnahme des Kennlinienfeldes einer Röhrentriode 1: Kathode, 2: Gitter, 3: Anode



Abb. 2: Anodenstrom-Anodenspannungs-Kennlinien



Abb. 3: Anodenstrom-Gitterspannungs-Kennlinien

#### AUSWERTUNG

Der Anodenstrom steigt mit wachsender Anodenspannung und Gitterspannung an. Schon geringe Änderungen der Gitterspannung in der Größenordnung von nur einigen Volt führen zu großen Änderungen des Anodenstroms. Die Gitterspannung kann daher zur Steuerung des Anodenstroms genutzt werden.

# UE3070300 | SCHATTENKREUZRÖHRE



# > AUFGABEN

- Demonstration der geradlinigen Ausbreitung von Elektronen im feldfreien Raum.
- Demonstration der Ablenkung von Elektronen in einem Magnetfeld.
- Einführung in die Elektronenoptik.

ZIEL

Demonstration der geradlinigen Ausbreitung von Elektronen im feldfreien Raum

# ZUSAMMENFASSUNG

Die geradlinige Ausbreitung von Elektronen im feldfreien Raum wird in der Schattenkreuzröhre durch die Deckungsgleichheit des Elektronenschattens mit dem Lichtschatten demonstriert. Eine Störung der geradlinigen Ausbreitung z. B. durch Anlegen eines Magnetfeldes macht sich als Verschiebung des Elektronenschattens bemerkbar.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anz	zahl	Geräte	ArtNr.
	1	Schattenkreuzröhre S*	1000011
	1	Röhrenhalter S	1014525
	1	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (230 V, 50/60 Hz)	1003310 oder
		Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (115 V, 50/60 Hz)	1003309
	1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843
Zusätzlich empfohlen zur Erzeugung eines axialen Magnetfelds:			
	1	Helmholtz-Spulenpaar S	1000611
	1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
		DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311

\* Bitte fordern Sie auch ein Angebot mit unseren Elektronenröhren D an.



In einer Schattenkreuzröhre wird das divergente Elektronenbündel einer Elektronenkanone auf einem Leuchtschirm als Leuchterscheinung beobachtet, in der ein für die Elektronen undurchlässiges Hindernis (Malteserkreuz) einen Schatten wirft. Die Lage des Schattens ändert sich, wenn die geradlinige Ausbreitung der Elektronen auf ihrem Weg zum Leuchtschirm gestört wird.

Liegen Anode und Malteserkreuz auf dem gleichen Potential, so ist der Raum feldfrei und die Elektronen breiten sich geradlinig aus. Der Elektronenschatten des Malteserkreuzes ist dann deckungsgleich mit dem Lichtschatten, der auf das von der Glühkathode emittierte Licht zurückzuführen ist.

Die Störung der geradlinigen Ausbreitung im nicht feldfreien Raum kann sehr einfach durch Unterbrechung der leitenden Verbindung zwischen Anode und Hindernis demonstriert werden: Die so bewirkte statische Aufladung des Hindernisses ruft einen unscharfen Elektronenschatten auf dem Leuchtschirm hervor.

Werden die Elektronen auf ihrem Weg zum Leuchtschirm in einem Magnetfeld abgelenkt, so beobachtet man eine Verschiebung oder Drehung des Elektronenschattens.

Die ablenkende Kraft **F** hängt ab von der Geschwindigkeit v und vom Magnetfeld **B** und ist gegeben durch die Lorentz-Kraft:

$$F = -e \cdot v \times B$$

#### AUSWERTUNG

(1)

Im feldfreien Raum breiten sich die Elektronen geradlinig aus. Der Elektronenschatten des Malteserkreuzes ist daher deckungsgleich mit dem Lichtschatten.

In einem Magnetfeld werden die Elektronen abgelenkt und der Elektronenschatten gegenüber dem Lichtschatten verschoben. Die ablenkende Kraft steht senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen und zum Magnetfeld.

Verläuft das Magnetfeld in axialer Richtung, werden die Elektronen auf Spiralbahnen abgelenkt und der Elektronenschatten gedreht und verkleinert.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Schattenkreuzröhre



Abb. 2: Drehung des Elektronenschattens durch Ablenkung der Elektronen im axialen Magnetfeld

# UE3070400 | PERRIN-RÖHRE



# > AUFGABEN

- Nachweis der Glühemission von Ladungsträgern aus einer geheizten Kathode.
- Bestimmung der Polarität der emittierten Ladungsträger.
- Abschätzung der spezifischen Ladung der Ladungsträger.

ZIEL Bestimmung der Polarität der Ladungsträger

### ZUSAMMENFASSUNG

In der Perrin-Röhre wird der Elektronenstrahl durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes in einen Faraday-Becher abgelenkt. Die Ladung der Elektronen können mit Hilfe eines an den Faraday-Becher angeschlossenen Elektroskops nachgewiesen und durch Vergleich mit einer Ladung bekannten Vorzeichens hinsichtlich ihrer Polarität untersucht werden.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Perrin-Röhre S*	1000616
1	Röhrenhalter S	1014525
1	Helmholtz-Spulenpaar S	1000611
1	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (230 V, 50/60 Hz)	1003310 oder
	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (115 V, 50/60 Hz)	1003309
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Elektroskop nach Kolbe	1001027
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

\* Bitte fordern Sie auch ein Angebot mit unseren Elektronenröhren D an.



In der Perrin-Röhre trifft ein fokussierter Elektronenstrahl auf einen Leuchtschirm und ist dort als punktförmiger Leuchtfleck zu beobachten. Unter 45° zum Elektronenstrahl ist ein Faraday-Becher angebracht, in den die Elektronen durch Anlegen eines Magnetfelds abgelenkt werden können. Der Ladestrom kann über einen separaten Anschluss gemessen werden.

Im Experiment wird der Elektronenstrahl durch das homogene Magnetfeld eines Helmholtz-Spulenpaares in den Faraday-Becher abgelenkt, der an ein Elektroskop angeschlossen ist. Aus dem Laden oder Entladen des Elektroskops durch den in den Faraday-Becher geführten Elektronenstrahl kann auf die Polarität der Ladungsträger geschlossen werden.

Außerdem lässt sich die spezifische Ladung der Ladungsträger abschätzen, da der Krümmungsradius *r* der Kreisbahn in den Faraday-Becher bekannt ist. Auf dieser Kreisbahn ist die auf die Ladungsträger wirkende Zentripetalkraft durch die Lorentz-Kraft gegeben. Es gilt somit:

(1) 
$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$

e: Ladung, *m*: Masse der Ladungsträger, *B*: Magnetfeld wobei die Geschwindigkeit v der Ladungsträger von der Anodenspannung  $U_{\rm A}$  abhängt:

(2) 
$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_{\rm A}}$$

Daraus folgt für die spezifische Ladung der Ladungsträger:

 $\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_{\rm A}}{(B \cdot r)^2}$ 

#### AUSWERTUNG

Der Krümmungsradius *r* der Kreisbahn zum Faraday-Becher beträgt 160 mm. Die Hochspannung  $U_A$  ist bekannt. Das magnetische Feld *B* wird in einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugt und ist proportional zum Strom  $I_H$  durch eine einzelne Spule. Der Proportionalitätsfaktor *k* kann aus dem Spulenradius *R* = 68 mm und der Windungszahl *N* = 320 je Spule berechnet werden:

$$B = k \cdot I_{\text{H}} \text{ mit } k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{N}{R}$$



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Perrin-Röhre

# UE3070500 | THOMSON-RÖHRE



# > AUFGABEN

- Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem magnetischen Feld.
- Abschätzung der spezifischen Ladung des Elektrons.
- Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem elektrischen Feld.
- Aufbau eines Geschwindigkeitsfilters aus gekreuztem elektrischem und magnetischem Feld.

#### ZIEL

Untersuchung der Ablenkung von Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld

# ZUSAMMENFASSUNG

In der Thomson-Röhre wird die vertikale Ablenkung eines horizontalen Elektronenstrahls auf einem Leuchtschirm sichtbar. Die Ablenkung kann durch ein vertikales elektrisches Feld erzeugt werden oder durch ein horizontales magnetisches Feld, das in der horizontalen Ebene senkrecht zur Strahlrichtung steht.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Thomson-Röhre S*	1000617
1	Röhrenhalter S	1014525
1	Helmholtz-Spulenpaar S	1000611
1	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (230 V, 50/60 Hz)	1003310 oder
	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (115 V, 50/60 Hz)	1003309
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

\* Bitte fordern Sie auch ein Angebot mit unseren Elektronenröhren D an.



In der Thomson-Röhre passieren die Elektronen in horizontaler Richtung eine Schlitzblende hinter der Anode und treffen auf eine schräg in den Strahlengang gestellten Leuchtschirm, auf dem der Strahlverlauf sichtbar wird. Hinter der Schlitzblende ist ein Plattenkondensator angebracht, in dessen vertikalem elektrischem Feld die Elektronen vertikal abgelenkt werden. Zusätzlich kann mit Helmholtzspulen ein senkrecht zur Strahlrichtung verlaufendes horizontales Magnetfeld aufgebaut werden, in dem die Elektronen ebenfalls vertikal abgelenkt werden:

Auf ein Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit v durch ein Magnetfeld *B* bewegt, wirkt die Lorentz-Kraft

 $F = -e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 

#### e: Elementarladung

senkrecht zu der von der Bewegungsrichtung und dem Magnetfeld aufgespannten Ebene. Die Ablenkung erfolgt in vertikaler Richtung, wenn sowohl die Bewegungsrichtung wie auch das Magnetfeld in der horizontalen Ebene liegen (siehe Abb. 1). Steht die Bewegungsrichtung senkrecht auf dem homogenen Magnetfeld, so werden die Elektronen auf eine Kreisbahn gezwungen, deren Zentripetalkraft durch die Lorentz-Kraft gegeben ist.

(2) 
$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$

*m*: Elektronenmasse, *r*: Kreisbahnradius. Die Geschwindigkeit der Elektronen hängt von der Anodenspannung

 $U_{\rm A}$  ab. Es gilt:

(3) 
$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_{\rm A}}$$

Somit kann aus dem Kreisbahnradius die spezifische Ladung des Elektrons bestimmt werden, wenn das homogene Magnetfeld *B* und die Anodenspannung  $U_A$  bekannt sind. Aus (2) und (3) folgt für die spezifische Ladung des Elektrons:

(4) 
$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_{\rm A}}{(B \cdot r)^2}$$

Liegt eine Spannung  $U_{\rm P}$  am Plattenkondensator an, so werden die Elektronen in dessen vertikalem elektrischem Feld **E** mit der Kraft

# $F = -e \cdot E$

#### e: Elementarladung

ebenfalls vertikal abgelenkt (siehe Abb. 2). Das elektrische Feld kann daher so gewählt werden, dass es die Ablenkung im magnetischen Feld gerade ausgleicht:

$$e \cdot E + e \cdot v \cdot B = 0$$

In diesem Fall kann die Geschwindigkeit der Elektronen leicht bestimmt werden. Es gilt:

(7) 
$$V = \left|\frac{E}{B}\right|$$

Eine Anordnung aus gekreuztem elektrischem und magnetischem Feld, in der die Ablenkung der Elektronen zu Null kompensiert wird, wird daher als Geschwindigkeitsfilter bezeichnet.

# AUSWERTUNG

Das magnetische Feld *B* wird in einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugt und ist proportional zum Strom  $I_H$  durch eine einzelne Spule. Der Proportionalitätsfaktor *k* kann aus dem Spulenradius *R* = 68 mm und der Windungszahl *N* = 320 je Spule berechnet werden:

$$B = k \cdot I_{\rm H} \text{ mit } k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\rm Vs}{\rm Am} \cdot \frac{N}{R}$$

Das elektrische Feld lässt sich aus der Spannung  $U_{\rm P}$  und dem Plattenabstand *d* berechnen:

 $E = \frac{U_{\rm P}}{d}$ 



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Thomson-Röhre im magnetischen Feld



Abb. 2: Schematische Darstellung zur Thomson-Röhre im elektrischen Feld

# UE3070700 | FADENSTRAHLRÖHRE



# > AUFGABEN

- Demonstration der Ablenkung von Elektronen in einem homogenen Magnetfeld auf eine geschlossene Kreisbahn.
- Bestimmung des Helmholtzspulen-Stroms I<sub>H</sub> in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U der Elektronenkanone bei konstantem Kreisbahnradius r.

# ZIEL

Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons

### ZUSAMMENFASSUNG

In der Fadenstrahlröhre ist die Kreisbahn der Elektronen in einem homogenen Magnetfeld als scharf begrenzte Leuchtspur sichtbar. Daher kann der Kreisbahnradius unmittelbar mit einem Maßstab gemessen werden. Aus dem Bahnradius r, dem Magnetfeld B und der Beschleunigungsspannung U der Elektronenkanone lässt sich die spezifische Ladung e/m des Elektrons berechnen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Fadenstrahlröhre auf Anschlusssockel R	1019957
1	Helmholtz-Spulen 300 mm	1000906
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Analog-Multimeter Escola 100	1013527
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



In der Fadenstrahlröhre bewegen sich die Elektronen in einem homogenen Magnetfeld auf einer Kreisbahn. Die Röhre enthält Neongas bei präzise eingestelltem Druck, und die Gasatome werden längs der Kreisbahn durch Stöße der Elektronen ionisiert und zum Leuchten angeregt. Dadurch wird die Kreisbahn der Elektronen indirekt sichtbar, und ihr Bahnradius kann unmittelbar mit einem Maßstab gemessen werden. Da die Beschleunigungsspannung *U* der Elektronenkanone und das Magnetfeld *B* bekannt sind, kann aus dem Kreisbahnradius *r* die spezifische Ladung *e/m* des Elektrons berechnet werden:

Auf ein Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit *v* senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld *B* bewegt, wirkt senkrecht zur Geschwindigkeit und zum Magnetfeld die Lorentz-Kraft:

(1)

 $F = e \cdot v \cdot B$ 

e: Elementarladung

Sie zwingt das Elektron als Zentripetalkraft

$$F = \frac{m}{m}$$

*m*: Elektronenmasse

auf eine Kreisbahn mit dem Radius r. Daher ist

 $e \cdot B = \frac{m \cdot v}{r}$ 

Die Geschwindigkeit v hängt von der Beschleunigungsspannung U der Elektronenkanone ab:

(4)  $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$ 

Für die spezifische Ladung des Elektrons gilt somit:

(5)

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 0}{(r \cdot B)^2}$$

#### AUSWERTUNG

Das Magnetfeld *B* wird in einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugt und ist proportional zum Strom  $I_{\rm H}$  durch eine einzelne Spule. Der Proportionalitätsfaktor *k* kann aus dem Spulenradius *R* = 147,5 mm und der

Windungszahl N = 124 je Spule berechnet werden:

$$B = k \cdot I_{\rm H} \quad \text{mit} \quad k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{2}{2}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\rm Vs}{\rm Am} \cdot \frac{N}{R}$$

Damit sind sämtliche Bestimmungsgrößen für die spezifische Elektronenladung bekannt.



Abb. 1: Ablenkung von Elektronen mit Geschwindigkeit v in einem Magnetfeld *B* durch die Lorentz-Kraft *F* auf eine geschlossene Kreisbahn mit dem Radius *r* (schematische Darstellung)



Abb. 2: Fadenstrahlröhre mit kreisförmiger Leuchtspur der Elektronen im Magnetfeld

# UE3070800 | LEHROSZILLOSKOP |



# > AUFGABEN

- Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem elektrischen Feld.
- Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem magnetischen Feld.
- Demonstration der oszilloskopischen Darstellung am Beispiel der periodischen Signale eines Funktionsgenerators.
- Kalibrierung des Frequenzstellers des Sägezahngenerators.

#### ZIEL

Untersuchung der physikalischen Grundlagen zur zeitaufgelösten oszilloskopischen Darstellung von elektrischen Signalen.

# ZUSAMMENFASSUNG

Mit dem Lehroszilloskop können die physikalischen Grundlagen zur zeitaufgelösten Darstellung von elektrischen Signalen auf einem Leuchtschirm untersucht werden. In einer Braun'schen Röhre wird ein gebündelter Elektronenstrahl erzeugt, dessen Auftreffpunkt auf dem Schirm als grüner Leuchtfleck zu beobachten ist. Durch eine Sägezahnspannung an einem Plattenpaar abgelenkt, wandert der Elektronenstrahl mit konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts, um dann zum Ausgangspunkt zurückzuspringen. Dieser Vorgang wiederholt sich periodisch mit einer einstellbaren Frequenz. Die darzustellende zeitabhängige Spannung wird an eine Spule außerhalb der Röhre angelegt und bewirkt eine vertikale Ablenkung des Strahls im Magnetfeld der Spule. Deren Zeitabhängigkeit wird durch die gleichzeitige horizontale Bewegung des Elektronenstrahls aufgelöst und auf dem Leuchtschirm sichtbar gemacht.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Lehroszilloskop	1000902
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Eine wichtige Anwendung der Glühelektronenemission im Hochvakuum ist das Kathodenstrahloszilloskop mit der Braun'schen Röhre als wesentlichem Bestandteil. In der Ausführung des Lehroszilloskops bilden eine vom sogenannten Wehnelt-Zylinder umgebene Glühkathode und eine Lochscheibe auf Anodenpotential das von außen einsehbare elektronenoptische System der Braun'schen Röhre. Ein Teil der zur Anode beschleunigten Elektronen durchquert die Lochscheibe und formt einen Strahl, der auf dem Leuchtschirm der Röhre als grüner Leuchtfleck beobachtbar ist. Da die Röhre unter einem geringen Druck mit Neon gefüllt ist, wird der Elektronenstrahl durch Stöße mit den Gasatomen gebündelt und ist gleichzeitig als rötlich leuchtender Faden sichtbar. Zur Bündelung trägt auch das Anlegen einer negativen Spannung an den Wehnelt-Zylinder bei. Auf zusätzliche Einrichtungen zur Nachbeschleunigung und Fokussierung des Strahls, die bei technischen Oszilloskopen üblich sind, wurde zugunsten der Einfachheit und Übersichtlichkeit verzichtet.

Hinter der Anode befindet sich ein parallel zum Elektronenstrahl ausgerichtetes Plattenpaar, das an einen Sägezahngenerator angeschlossen werden kann (siehe Abbildung 1). Durch das elektrische Feld der Sägezahnspannung  $U_x(t)$  wird der Strahl horizontal abgelenkt und wandert auf dem Leuchtschirm mit konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts, um dann zum Ausgangspunkt zurückzuspringen. Dieser Vorgang wiederholt sich periodisch mit einer einstellbaren Frequenz.

Während seiner Bewegung von links nach rechts kann der Elektronenstrahl zusätzlich in einem Magnetfeld vertikal abgelenkt werden, indem eine Spannung  $U_{\rm Y}(t)$  an die Spule außerhalb der Röhre angelegt wird. Ändert sich diese Spannung zeitabhängig, so wird die Änderung zeitlich aufgelöst auf dem Leuchtschirm sichtbar gemacht (siehe Abbildung 2). Solche zeitabhängigen Spannungen können zum Beispiel die periodischen Ausgangssignale eines Funktionsgenerators oder auch die verstärkten Signale eines Mikrofons sein. Im Experiment werden die periodischen Signale eines Funktionsgenerators untersucht. Zur optimalen Darstellung wird die Sägezahnfrequenz in einem ganzzahligen Verhältnis zu der Frequenz des Funktionsgenerators gewählt.

#### AUSWERTUNG

Wird auf dem Leuchtschirm genau eine Periode des Signals aus dem Funktionsgenerators dargestellt, so stimmt dessen Frequenz mit der Frequenz des Sägezahns überein.



Abb. 2: Zeitaufgelöste Darstellung eines periodischen Signals



Abb. 1: Schematische Darstellung des Lehroszilloskops, von oben betrachtet

# UE3070850 | LEHROSZILLOSKOP II



# > AUFGABEN

- Überlagerung von magnetischen Wechselfeldern gleicher und unterschiedlicher Frequenz und Beobachtung der Verschiebung des Bildpunktes der Röhre.
- Erzeugung von geschlossenen Lissajous-Figuren.
- Überprüfung der Netzfrequenz.

#### ZIEL

Nachweis der ungestörten Überlagerung von Magnetfeldern im Vakuum

### ZUSAMMENFASSUNG

Mit Hilfe einer Braun'schen Röhre lässt sich die ungestörte Überlagerung von Magnetfeldern im Vakuum nachweisen. Dazu beobachtet man die Verschiebungen des Bildpunktes auf dem Leuchtschirm der Röhre. Die Untersuchungen lassen sich auf alternierende Magnetfelder mit gleichen und unterschiedlichen Frequenzen ausdehnen. Die auf dem Leuchtschirm zu beobachtenden Lissajous-Figuren hängen stark vom Frequenzverhältnis der beiden Magnetfelder und von deren Phasenlage ab.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Lehroszilloskop	1000902
1	DC-Netzgerät 0 – 500 V (230 V, 50/60 Hz)	1003308 oder
	DC-Netzgerät 0 – 500 V (115 V, 50/60 Hz)	1003307
1	Funktionsgenerator FG 100 (230 V, 50/60 Hz)	1009957 oder
	Funktionsgenerator FG 100 (115 V, 50/60 Hz)	1009956
1	AC/DC-Netzgerät 012 V, 3 A, stab. (230 V, 50/60 Hz)	1001007 oder
	AC/DC-Netzgerät 012 V, 3 A, stab. (115 V, 50/60 Hz)	1001006
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843


Mit Hilfe einer Braun'schen Röhre lässt sich das Superpositionsprinzip für Magnetfelder im Vakuum demonstrieren, in dem man die Ablenkung des Elektronenstrahls der Röhre im Magnetfeld untersucht. Die Untersuchung kann insbesondere auch für magnetische Wechselfelder durchgeführt werden, da der Elektronenstrahl den Magnetfelderänderungen nahezu trägheitslos folgt.

Im Experiment werden zwei baugleiche stromdurchflossene Spulen außerhalb der Braun'schen Röhre angebracht und die Ablenkung des Elektronenstrahls in den Magnetfeldern der Spulen auf dem Leuchtschirm der Röhre als Verschiebungen des Bildpunktes beobachtet. Während das Magnetfeld der horizontalen Spule eine vertikale Verschiebung bewirkt, ruft die vertikale Spule eine horizontale Verschiebung hervor.

Durch ein mit Netzfrequenz alternierendes Magnetfeld in einer der Spulen wird der Bildpunkt zu einem vertikalen oder einem horizontalen Strich auseinander gezogen. Schließt man beide Spulen parallel an die Wechselstromquelle, so erscheint ein gerader Strich unter 45°, bei antiparallelem Anschluss der Spulen unter -45° zur Vertikalen, da die Verschiebungen des Bildpunktes durch die beiden Magnetfelder überlagert werden.

Die Untersuchungen lassen sich auch auf alternierende Magnetfelder mit unterschiedlichen Frequenzen ausdehnen. Die nun auf dem Leuchtschirm zu beobachtenden Lissajous-Figuren hängen stark vom Frequenzverhältnis der beiden Magnetfelder und von deren Phasenlage ab. Wenn die Frequenzen in einem einfachen rationalen Verhältnis zueinander stehen, werden geschlossene Figuren erzeugt. Deren genaue Form hängt noch von der Phasendifferenz zwischen den Magnetfeldern ab, wie in Abbildung 1 für Lissajous-Figuren mit dem Frequenzverhältnis 5:1 dargestellt ist.

Weicht das Frequenzverhältnis nur geringfügig von einem einfachen rationalen Verhältnis ab, entsteht eine geschlossene Figur, die sich umso langsamer ändert, je kleiner die Abweichung vom rationalen Verhältnis ist. Dies wird im Experiment zur Überprüfung der Netzfrequenz ausgenutzt. Dazu wird eine Spule an einen mit Netzfrequenz arbeitenden Transformator und die zweite Spule an einen Funktionsgenerator angeschlossen, dessen Signalfrequenz mit hoher Genauigkeit abgelesen werden kann.

#### AUSWERTUNG

Passend zur Netzfrequenz v wird diejenige Generatorfrequenz v<sub>5</sub> gesucht, bei der sich die dem Frequenzverhältnis 5:1 zuzuordnende Lissajous-Figur am langsamsten ändert. Die Netzfrequenz v zum Beobachtungszeitpunkt berechnet sich dann wie folgt.

$$v = \frac{v_5}{5}$$

Diese Bestimmung erfolgt mit einer Genauigkeit von 0,01 Hz, da  $\nu_{\rm 5}$  mit einer Genauigkeit von 0,05 Hz eingestellt werden kann.



Abb. 1: Lissajous-Figuren zum Frequenzverhältnis 5:1 mit den Phasendifferenzen 0°, 45°, 90°, ...

## **UE3080200** | BIPOLARTRANSISTOR



#### ZIEL

Messung der relevanten Kennlinien eines npn-Transistors

#### ZUSAMMENFASSUNG

Ein Bipolartransistor ist ein elektronisches Bauelement aus drei abwechselnd p- und n-dotierten Halbleiterschichten, der Basis, dem Kollektor und dem Emitter. Je nach Anordnung der Schichten spricht man von einem npn- oder einem pnp-Transistor. Das Verhalten eines Bipolartransistors wird u. a. durch die Eingangs-, Steuer- und Ausgangskennlinie charakterisiert, die im Experiment beispielhaft für den npn-Transistor gemessen, graphisch dargestellt und ausgewertet werden.

#### > AUFGABEN

- Messung der Eingangskennlinie, d.h. des Basisstroms  $I_{\rm B}$  in Abhängigkeit von der Basis-Emitter-Spannung  $U_{\rm BE}$ .
- Messung der Steuerkennlinie, d.h. des Kollektorstroms  $I_{\rm C}$  in Abhängigkeit vom Basisstrom  $I_{\rm B}$  bei fester Kollektor-Emitter-Spannung  $U_{\rm CE}$ .
- Messung der Ausgangskennlinie, also des Kollektorstroms I<sub>C</sub> in Abhängigkeit von der Kollektor-Emitter-Spannung U<sub>CE</sub> bei festem Basisstrom I<sub>B</sub>.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Satz 10 Brückenstecker, P2W19	1012985
1	Widerstand 1 kΩ, 2 W, P2W19	1012916
1	Widerstand 47 kΩ, 0,5 W, P2W19	1012926
1	Potentiometer 220 $\Omega$ , 3 W, P4W50	1012934
1	Potentiometer 1 kΩ, 1 W, P4W50	1012936
1	NPN-Transistor BD 137, P4W50	1012974
1	AC/DC-Netzgerät 012 V/ 3 A (230 V, 50/60 Hz)	1021091 oder
	AC/DC-Netzgerät 012 V/ 3 A (115 V, 50/60 Hz)	1021092
3	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ein Bipolartransistor ist ein elektronisches Bauelement aus drei abwechselnd p- und n-dotierten Halbleiterschichten, der Basis B, dem Kollektor C und dem Emitter E. Die Basis befindet sich zwischen Kollektor und Emitter und dient der Steuerung. Im Prinzip entspricht der Bipolartransistor zwei entgegengesetzt geschalteten Dioden mit einer gemeinsamen Anode oder Kathode. Die Bipolarität ist dadurch bedingt, dass durch die unterschiedlichen Dotierungsarten sowohl Elektronen als auch Löcher am Ladungstransport beteiligt sind.

Je nach Anordnung der Schichten spricht man von einem npn- oder einem pnp-Transistor (Abb. 1). Je nachdem zwischen welchen Anschlüssen die Eingangs- und die Ausgangsspannung anliegt, wird der Bipolartransistor als Vierpol in drei Grundschaltungen betrieben, der Emitterschaltung, der Kollektorschaltung und der Basisschaltung. Die Bezeichnungen der Schaltungen geben jeweils den gemeinsamen Anschluss von Eingang und Ausgang an. Im Folgenden wird nur der npn-Transistor betrachtet.

Je nach Schaltung des Basis-Emitter- bzw. der Basis-Kollektor-Übergangs in Durchlassrichtung ( $U_{\text{BE}}$ ,  $U_{\text{BC}} > 0$ ) oder in Sperrrichtung ( $U_{\text{BE}}$ ,  $U_{\text{BC}} < 0$ ), ergeben sich vier Betriebsarten des npn-Transistors (siehe Tab. 1). Im Vorwärtsbetrieb des Transistors injiziert der in Durchlassrichtung gepolte BE-Übergang ( $U_{\text{BE}} > 0$ ) Elektronen vom Emitter in die Basis und Löcher von der Basis



in den Emitter. Da der Emitter deutlich höher dotiert ist als die Basis, werden entsprechend mehr Elektronen in die Basis injiziert als Löcher in den Emitter und dadurch Rekombinationen minimiert. Da die Basisweite viel kleiner ist als die Diffusionslänge der Elektronen, die in der Basis Minoritätsladungsträger sind, diffundieren die Elektronen durch die Basis in die Sperrschicht zwischen Basis und Kollektor und driften weiter zum Kollektor, da die Sperrschicht nur für Majoritätsladungsträger ein Hindernis darstellt. Es stellt sich schließlich ein Transferstrom  $I_{\tau}$ vom Emitter in den Kollektor ein, der im Vorwärtsbetrieb den wesentlichen Anteil zum Kollektorstrom I<sub>c</sub> darstellt. Der Transistor kann daher als spannungsgesteuerte Stromquelle aufgefasst werden; der Strom  ${\it I}_{\rm C}$  am Ausgang kann durch die Spannung  ${\it U}_{\rm BE}$  am Eingang gesteuert werden. Die in der Basis rekombinierenden Elektronen werden als Basisstrom I<sub>B</sub> aus der Basis abgeführt, um einen konstanten Transferstrom  $I_{\rm T}$  und damit die Stabilität des Transistors zu gewährleisten. Durch einen kleinen Eingangsstrom  $I_{\rm B}$  wird also ein großer Ausgangsstrom  $I_{c}$  ( $I_{c} \approx I_{T}$ ) gesteuert, und es findet eine Stromverstärkung statt. Das Verhalten eines Bipolartransistors wird durch vier Kennlinien charakterisiert, die Eingangs-, Steuer-, Ausgangs- und Rückwirkungskennlinie (siehe Tab. 2). Im Experiment werden die Eingangs-, Steuer- und Ausgangskennlinie beispielhaft für den npn-Transistor gemessen und graphisch dargestellt.

Tab. 1: Die vier Betriebsarten eines npn-Transistors:

U <sub>BE</sub>	U <sub>BC</sub>	Betriebsart
> 0	< 0	Vorwärtsbetrieb / normaler Betrieb
> 0	> 0	Sättigung
< 0	> 0	Rückwärtsbetrieb / inverser Betrieb
< 0	< 0	Sperrbetrieb

Tab. 2: Die vier Kennlinien eines npn-Transistors im Vorwärtsbetrieb:

Bezeichnung	Abhängigkeit	Parameter
Eingangskennlinie	I <sub>B</sub> (U <sub>BE</sub> )	
Steuerkennlinie	/ <sub>C</sub> (/ <sub>B</sub> )	$U_{\rm CE}$ = konst.
Ausgangskennlinie	$I_{\rm C}(U_{\rm CE})$	I <sub>B</sub> = konst.
Rückwirkungskennlinie	$U_{\rm BE}(U_{\rm CE})$	I <sub>B</sub> = konst.



Abb. 1: Prinzipieller Aufbau eines npn-Transistors mit zugehörigen Schaltsymbolen und den auftretenden Spannungen und Strömen

#### AUSWERTUNG

Aus der Eingangskennlinie wird die Schwellspannung  $U_{\rm S}$ , aus der Steuerkennlinie der Verstärkungsfaktor

$$B = \frac{\Delta I_0}{\Delta I_1}$$

und aus der Ausgangskennlinie die Verlustleistung P =  $U_{CE} \cdot I_C$  bestimmt.



Abb. 2: Eingangskennlinie



Abb. 3: Steuerkennlinie für UCE = 5,2 V



Abb. 4: Ausgangskennlinie für IB = 4,2 mA

## UE3080300 | FELDEFFEKTTRANSISTOR



## > AUFGABEN

 Messung der Drain-Spannung in Abhängigkeit vom Drain-Strom für verschiedene Gate-Spannungen.

#### ZIEL Messung der Kennlinien eines Feldeffekttransistors

#### ZUSAMMENFASSUNG

Ein Feldeffekttransistor (FET) ist ein Halbleiterbauelement, bei dem der durch einen Kanal fließende elektrische Strom durch ein elektrisches Feld senkrecht zum Stromfluss gesteuert wird. Der FET hat drei Anschlüsse, die Source, Drain und Gate genannt werden, und die als Quelle, Senke und Tor fungieren. Wird eine elektrische Spannung zwischen Source und Drain angelegt, dann fließt im Kanal dazwischen der Drain-Strom. Für kleine Drain-Source-Spannungen verhält sich der FET wie ein Ohm'scher Widerstand, die Kennlinie verläuft entsprechend linear. Mit zunehmender Drain-Source-Spannung kommt es zunächst zur Einschnürung und schließlich zur Abschnürung des Kanals und die Kennlinie geht in einen Sättigungsbereich über. Für von Null verschiedene Gate-Spannungen nimmt der Sättigungswert des Drain-Stroms ab.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Steckplatte für Bauelemente	1012902
1	Satz 10 Brückenstecker, P2W19	1012985
1	Widerstand 1 kΩ, 2 W, P2W19	1012916
1	Widerstand 470 $\Omega,$ 2 W, P2W19	1012914
1	Widerstand 47 kΩ, 0,5 W, P2W19	1012926
1	Kondensator 470 µF, 16 V, P2W19	1012960
1	FET-Transistor BF 244, P4W50	1012978
1	Si-Diode 1N 4007, P2W19	1012964
1	Potentiometer 220 Ω, 3 W, P4W50	1012934
1	AC/DC-Netzgerät 012 V/ 3 A (230 V, 50/60 Hz)	1021091 oder
	AC/DC-Netzgerät 012 V/ 3 A (115 V, 50/60 Hz)	1021092
2	Analog-Multimeter Escola 30	1013526
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840



Ein Feldeffekttransistor (FET) ist ein Halbleiterbauelement, bei dem der durch einen Kanal fließende elektrische Strom durch ein elektrisches Feld senkrecht zum Stromfluss gesteuert wird.

Der FET hat drei Anschlüsse, die Source (S), Drain (D) und Gate (G) genannt werden, und die als Quelle, Senke und Tor fungieren. Der Kanal ist die leitende Verbindung zwischen Source und Drain. Wird eine elektrische Spannung  $U_{\rm DS}$  zwischen Source und Drain angelegt, dann fließt im Kanal der Drain-Strom I<sub>D</sub>. Der Strom besteht aus Ladungsträgern einer Polarität (unipolarer Transistor), d.h. Elektronen für einen Kanal aus einem n-leitenden, Löcher für einen Kanal aus einem p-leitenden Halbleiter. Der Querschnitt oder die Leitfähigkeit des Kanals wird durch das elektrische Feld senkrecht zum Stromfluss gesteuert. Zur Erzeugung dieses Querfeldes wird eine Gate-Spannung  $U_{cs}$  zwischen Source und Gate angelegt. Die Isolierung der Gate-Elektrode gegenüber dem Kanal kann durch einen pn-Übergang in Sperr-Richtung (Sperrschicht-FET, J-FET) oder eine Isolierschicht (IG-FET, MIS-FET, MOS-FET) erfolgen. Beim Sperrschicht-FET wird der Querschnitt des Kanals durch die Ausdehnung der Raumladungszone und diese wiederum durch das Querfeld gesteuert. Um zu gewährleisten, dass der pn-Übergang stets in Sperr-Richtung geschaltet ist, also insbesondere kein Gate-Strom fließt, müssen Gate-Spannung  $U_{\rm GS}$  und die Drain-Source-Spannung  $U_{\rm DS}$  bei einem n-Kanal-FET die Bedingungen

 $U_{65} \leq 0, U_{05} \geq 0$ 

(1a)

und bei einem p-Kanal-FET die Bedingungen

(1b)  $U_{GS} \ge 0, U_{DS} \ge 0$ 

erfüllen.

Bei dem Betrag nach kleinen Drain-Source-Spannungen  $|U_{\rm DS}|$  verhält sich der FET wie ein Ohm'scher Widerstand, die Kennlinie verläuft entsprechend linear. Mit wachsenden Werten  $|U_{\rm DS}|$  findet eine Kanaleinschnürung statt, weil die Sperrspannung zwischen Gate und Kanal in Richtung Drain zunimmt. Die Raumladungszone ist in Drain-Nähe breiter als in Source-Nähe, entsprechend ist der Kanal in Drain-Nähe enger als in Source-Nähe. Bei einer bestimmten Spannung  $U_{\rm DS} = U_{\rm p}$  geht die Kanalbreite gegen Null, es kommt zur Kanalabschnürung, und der Drain-Strom nimmt bei einer weiteren Erhöhung der Drain-Source-Spannung nicht mehr zu. Die Kennlinie geht vom Ohm'schen Bereich in einen Sättigungsbereich über.

Die Ausdehnung der Raumladungszone und damit die Kanalbreite lassen sich durch die Gate-Spannung steuern. Ist die Gate-Spannung nicht Null, wird der Kanal zusätzlich verengt, also der Drain-Strom kleiner, und insbesondere nimmt der Sättigungsstrom ab. Der Kanal ist unabhängig von der Drain-Source-Spannung  $U_{\text{DS}}$  für  $|U_{\text{GS}}| \ge |U_p|$  immer gesperrt.

Im Experiment wird der Drain-Strom  $I_{\rm D}$  in Abhängigkeit von der Drain-Source-Spannung  $U_{\rm DS}$  für verschiedene Gate-Spannungen  $U_{\rm GS}$  gemessen.

#### AUSWERTUNG

Die Messwerte werden für die verschiedenen Gate-Spannungen in einem  $I_D$ - $U_{DS}$ -Diagramm graphisch dargestellt (Abb. 1) und der beschriebene Kennlinien-Verlauf bestätigt, der sich aus der Steuerung des Drain-Stroms durch die Drain-Source-Spannung und die Gate-Spannung ergibt.



Abb. 1: Kennlinien des Feldeffekttransistors für die Gate-Spannungen 0 V (blau), -0,5 V (rot), -1 V (grün) und -1,5 V (blaugrün)

# UE4010000 | REFLEXION AM SPIEGEL



## > AUFGABEN

- Nachweis des Reflexionsgesetzes am ebenen Spiegel.
- Bestimmung der Brennweite eines Hohlspiegels und Nachweis des Reflexionsgesetzes.
- Bestimmung der virtuellen Brennweite eines Wölbspiegels.

ZIEL

Untersuchung der Reflexion an ebenen und gekrümmten Spiegeln

## ZUSAMMENFASSUNG

Lichtstrahlen werden an Spiegeln so reflektiert, dass der Einfallswinkel dem Ausfallswinkel entspricht. Dieses Reflexionsgesetz gilt für ebene und gekrümmte Spiegel. Allerdings werden nur am ebenen Spiegel parallel einfallende Strahlen auch als parallele Strahlen reflektiert, da nur hier der Einfallswinkel aller Strahlen gleich ist. Beim Hohlspiegel und beim Wölbspiegel bleibt die Parallelität nicht erhalten. Vielmehr werden parallel einfallende Strahlen in einem Brennpunkt fokussiert.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank, 1000 mm	1002625
3	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 75 mm	1022450
1	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 30 mm	1022449
1	Optikleuchte mit LED	1020630
1	Irisblende auf Stiel	1003017
1	Objekthalter auf Stiel	1000855
1	Optische Scheibe mit Zubehör	1003036
1	Satz 5 Spalt- und Lochblenden	1000607

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Lichtstrahlen werden an Spiegeln so reflektiert, dass der Einfallswinkel dem Ausfallswinkel entspricht. Dieses Reflexionsgesetz gilt für ebene und gekrümmte Spiegel. Allerdings werden nur am ebenen Spiegel parallel einfallende Strahlen auch als parallele Strahlen reflektiert, da nur hier der Einfallswinkel aller Strahlen gleich ist.

Fallen parallele Lichtstrahlen unter dem Winkel  $\alpha$  auf einen ebenen Spiegel, so werden sie unter dem Winkel  $\beta$  gemäß dem Reflexionsgesetz

(1)

 $\alpha = \beta$  $\alpha$ : Einfallswinkel,  $\beta$ : Ausfallswinkel

reflektiert. Im Experiment wird dies für drei parallele Strahlen unmittelbar nachgewiesen und der Ausfallswinkel in Abhängigkeit vom Einfallswinkel bestimmt.

Trifft ein parallel zur optischen Achse einfallender Lichtstrahl auf einen Hohlspiegel, wird er nach dem Reflexionsgesetz symmetrisch zum Einfallslot reflektiert und schneidet die optische Achse im Abstand



(2) 
$$f_{\alpha} = r - \overline{MF} = r \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \cos \alpha}\right)$$

zum Spiegel (siehe Abb. 1 Strahlengang auf der linken Seite). Für achsennahe Strahlen ist näherungsweise  $\cos \alpha = 1$  und somit

$$(3) f = \frac{r}{2}$$

unabhängig vom Abstand zur optischen Achse. Also treffen sich alle achsennahen parallelen Strahlen nach der Reflexion in einem Brennpunkt auf der optischen Achse, der den Abstand f zum Hohlspiegel hat. Fallen die parallelen Strahlen unter einem Winkel  $\alpha$  zur optischen Achse ein, werden sie zu einem gemeinsamen Punkt außerhalb der optischen Achse reflektiert.

Die geometrischen Verhältnisse beim Wölbspiegel entsprechen denen des Hohlspiegels, mit dem Unterschied, dass die Lichtstrahlen nach der Reflexion divergieren bzw. in einem virtuellen Brennpunkt f' hinter dem Spiegel konvergieren (siehe Abb. 1 Strahlengang auf der rechte Seite). Für die virtuelle Brennweite f' eines Wölbspiegels gilt:

$$(4) f' = -\frac{r}{2}$$

Im Experiment werden die Brennweite des Hohlspiegels sowie die virtuelle Brennweite des Wölbspiegels aus den Strahlenverläufen auf einer optischen Scheibe bestimmt. Für den Mittelstrahl wird die Gültigkeit des Reflexionsgesetzes überprüft.

#### AUSWERTUNG

Parallele Lichtstrahlen, die auf einen ebenen Spiegel einfallen, werden als parallele Lichtstrahlen reflektiert. Dabei gilt das Reflexionsgesetz.

Bei der Reflexion eines Bündels paralleler Lichtstrahlen an einem Hohlspiegel ändert sich der Einfallswinkel für jeden Strahl so, dass alle Strahlen in den Brennpunkt fokussiert werden.

Analog werden sie bei der Reflexion am Wölbspiegel in einem virtuellen Brennpunkt hinter dem Spiegel fokussiert.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Bestimmung der Brennweite des Hohlspiegels und des Wölbspiegels



Abb. 2: Reflexion dreier paralleler Strahlen am ebenen Spiegel



Abb. 3: Reflexion dreier paralleler Strahlen am Hohlspiegel



Abb. 4: Reflexion dreier paralleler Strahlen am Wölbspiegel

# UE4010020 | BRECHUNG DES LICHTS



## > AUFGABEN

- Nachweis des Snellius'schen Brechungsgesetzes.
- Bestimmung der Brechzahl und des Grenzwinkels der Totalreflexion für Acrylglas.
- Beobachtung und Messung des parallel versetzten Strahlenverlaufs bei der Brechung an einer planparallelen Platte.
- Beobachtung des Strahlenverlaufs in einem Umlenk- bzw. Umkehrprisma.
- Beobachtung des Strahlenverlaufs in einer Konvex- und einer Konkavlinse und Bestimmung der Brennweiten.

#### ZIEL

Untersuchung der Lichtbrechung in verschiedenen optischen Elementen

#### ZUSAMMENFASSUNG

Licht breitet sich in verschiedenen Medien mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aus. In einem optisch dünnen Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit größer als in einem optisch dichten Medium. Daher findet eine Brechung der Richtung statt, wenn der Lichtstrahl schräg durch die Grenzfläche zwischen zwei Medien tritt. Sie hängt vom Verhältnis der Brechzahlen dieser Medien ab und wird als das Snellius'sche Brechungsgesetz beschrieben. Dieses Brechungsverhalten wird im Experiment an optischen Elementen aus Acrylglas untersucht.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank, 1000 mm	1002625
3	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 75 mm	1022450
1	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 30 mm	1022449
1	Optikleuchte mit LED	1020630
1	Irisblende auf Stiel	1003017
1	Objekthalter auf Stiel	1000855
1	Optische Scheibe mit Zubehör	1003036
1	Satz 5 Spalt- und Lochblenden	1000607

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Licht breitet sich in verschiedenen Medien mit unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten c aus. In einem optisch dünnen Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit größer als in einem optisch dichten Medium.

Das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  im Vakuum zu der im Medium wird als absolute Brechzahl n bezeichnet. Für die Lichtgeschwindigkeit c im Medium gilt also:

$$c = \frac{c_0}{n}$$

Beim Übergang eines Lichtstrahls von einem Medium mit der Brechzahl  $n_1$  in ein anderes Medium mit der Brechzahl  $n_2$  findet eine Richtungsänderung an der Grenzfläche statt. Sie wird durch das Snellius'sche Brechungsgesetz beschrieben:



$\frac{\sin \alpha}{1-\alpha} = \frac{n_1}{1-\alpha} = \frac{c_2}{1-\alpha}$	
$\sin\beta n_2 c_1$	
$\alpha$ , $n_1$ , $c_1$ : Einfallswinkel, Brechzahl und	
Ausbreitungsgeschwindigkeit in Medium	1
$\beta$ , $n_2$ , $c_2$ : Brechungswinkel, Brechzahl un	d
Ausbreitungsgeschwindigkeit in Medium	2

Also wird der Lichtstrahl beim Übergang von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium zum Lot hin und beim Übergang in ein optisch dünneres Medium vom Lot weg gebrochen. Im zweiten Fall existiert ein Grenzwinkel  $\alpha_{\tau}$ , bei dem sich der gebrochene Strahl an der Grenzfläche zwischen den beiden Medien ausbreitet. Bei noch größerem Einfallswinkel findet keine Brechung statt und das einfallende Licht wird total reflektiert.

Dieses Brechungsverhalten wird im Experiment an einem Halbkreiskörper, einer planparallelen Platte, einem Prisma, einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse aus Acrylglas untersucht. Der Halbkreiskörper eignet sich besonders zum Nachweis des Brechungsgesetzes, da keine Brechung an der halbkreisförmigen Grenzfläche stattfindet, wenn der Strahl genau durch den Kreismittelunkt geführt wird. Die Längsseite wird als Grenzfläche unter verschiedenen Winkeln zur optischen Achse ausgerichtet wird (siehe Abb. 1).

Durch die Brechung des Lichtstrahls bei Ein- und Austritt in eine planparallele Platte findet insgesamt eine Parallelverschiebung um die Strecke *d* statt, die vom Einfallswinkel  $\alpha$  abhängt. Es gilt (siehe Abb. 1):

(3) 
$$d = h \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}, h: \text{Plattendicke}$$

Ein 90°-Prisma dient als Umlenkprisma, wenn die Lichtstrahlen senkrecht durch eine Kathete eintreten. Sie werden an der Hypotenuse reflektiert und verlassen das Prisma um 90° gelenkt. Beim Umkehrprisma treten die Lichtstrahlen senkrecht durch die Hypotenuse und werden an beiden Katheten reflektiert. Sie verlassen das Prisma parallel zum einfallenden Lichtstrahl in der umgekehrten Richtung (siehe Abb. 1).

In einer Konvexlinse werden parallele Lichtstrahlen durch die Brechung gebündelt und in einer Konkavlinse zerstreut. (siehe Abb. 1). Sie treffen sich hinter der Linse im Brennpunkt F oder divergieren scheinbar vom virtuellen Brennpunkt F' vor der Linse ausgehend.

#### AUSWERTUNG

Für das Medium Luft kann im Experiment in hinreichender Genauigkeit  $n_1 = 1$  gesetzt werden.

Entspricht der Einfallswinkel dem Grenzwinkel  $\alpha_{\tau}$  der Totalreflektion, ist der Brechungswinkel  $\beta$  = 90°. Aus (2) folgt daher für die Brechzahl n von Acrylglas.

$$\sin \alpha_{\rm T} = \frac{1}{n}$$

Für die Brechung an der planparallelen Platte folgt aus (2) und (3)

$$d = h \cdot (\sin\alpha \cdot -\cos\alpha \cdot \tan\beta) = h \cdot \sin\alpha \left( 1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \right)$$



Abb. 1: Brechung am Halbkreiskörper, Strahlenverlauf durch eine planparallele Platte, Umlenk- und Umkehrprisma, Strahlenverläufe durch eine konvexe Linse und durch eine konkave Linse



Abb. 2: Diagramm zur Bestimmung der Brechzahl n

(2)

## UE4010100 | LINSENGLEICHUNG



## > AUFGABEN

- Bestimmung der zwei Positionen einer dünnen Linse, die ein scharfes Bild liefern.
- Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse.

#### ZIEL

Bestimmung der Brennweite einer Linse nach dem Bessel-Verfahren

### ZUSAMMENFASSUNG

Auf einer optischen Bank lassen sich die optischen Elemente Linse, Lichtquelle, Schirm und Abbildungsobjekt so anordnen, dass ein scharfes Bild auf dem Schirm erzeugt wird. Über die geometrischen Verhältnisse der Strahlengänge einer dünnen Linse kann deren Brennweite bestimmt werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank K, 1000 mm	1009696
4	Optikreiter K	1000862
1	Optikleuchte K	1000863
1	Transformator 12 V, 25 VA (230 V, 50/60 Hz)	1000866 oder
	Transformator 12 V, 25 VA (115 V, 50/60 Hz)	1000865
1	Sammellinse K, f = 50 mm	1000869
1	Sammellinse K, f = 100 mm	1010300
1	Klemmhalter K	1008518
1	Satz 4 Abbildungsobjekte	1000886
1	Schirm, weiß	1000879



Die Brennweite f einer Linse gibt die Entfernung zwischen der Haupt-ebene der Linse und dem Brennpunkt an, siehe Abb.1. Sie lässt sich nach dem Bessel-Verfahren (nach *Friedrich Wilhelm Bessel*) bestimmen. Dafür werden die verschiedenen Abstände zwischen den Elementen der optischen Bank gemessen.

Anhand Abb.1 und Abb. 2 erkennt man, dass für eine dünne Linse der geometrische Zusammenhang

(1) a = b + g

a: Abstand zwischen Gegenstand G und dem Bild B b: Abstand zwischen Linse und Bild B

g: Abstand zwischen Gegenstand G und Linse gelten muss. Einsetzen in die Linsengleichung

(2) 
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

f: Brennweite der Linse

liefert

(3)

$$\frac{1}{f} = \frac{a}{a \cdot g - g^2}$$

Dies entspricht einer quadratischen Gleichung mit den beiden Lösungen

(4) 
$$g_{1,2} = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - a \cdot f}$$

Für beide Gegenstandsweiten  $g_1$  und  $g_2$  ergibt sich ein scharfes Bild. Aus deren Differenz e lässt sich die Brennweite der Linse bestimmen:

(5) 
$$e = g_1 - g_2 = \sqrt{a^2 - 4af}$$

Die Differenz e ist der Abstand e zwischen den beiden Linsenpositionen  $P_1$  und  $P_2$ , die ein scharfes Bild ergeben.

## AUSWERTUNG

Aus Gleichung (4) ergibt sich die Formel für die Brennweite der dünnen Linse

 $f = \frac{a^2 - e^2}{4a}$ 

nach dem Bessel-Verfahren.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Definition der Brennweite einer dünnen Linse



Abb. 2: Schematischer Strahlengang durch eine Linse



Abb.3: Schematische Anordnung der zwei Linsenpositionen, die ein scharfes Bild auf dem Schirm erzeugen

# UE4020400 | TRANSMISSIONSSPEKTREN



## > AUFGABEN

- Messung und Vergleich der Transmissionsspektren von festen Körpern.
- Messung und Vergleich der Transmissionsspektren von Flüssigkeiten.

## ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung der Transmissionsspektren durchsichtiger Körper

#### ZUSAMMENFASSUNG

Zur Messung von Transmissionsspektren wird ein digitales Spektrofotometer eingesetzt. Darin wird das mit einem Lichtwellenleiter aufgenommene transmittierte Licht nach dem Czerny-Turner-Prinzip durch ein Reflexionsgitter spektral zerlegt und durch zwei Reflexionsspiegel auf einen CCD-Detektor abgebildet. Das Transmissionsspektrum ergibt sich durch automatische Normierung auf das zuvor aufgenommene Spektrum des einfallenden Lichts.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Digital-Spektrometer LD mit Absoptionskammer	1019196
1	Satz 7 Farbfilter	1003084
1	Makroküvetten, 4 ml	1018106
Zusätzlich	empfohlen:	
	Chlorophyll	
	Kaliumpermanganat	



Die Farbe, in der man einen Körper sieht, der mit weißem Licht bestrahlt wird, hängt von seinem Reflexionsvermögen ab. Betrachtet man den Körper in durchscheinendem Licht, so wird der Farbeindruck durch das Transmissionsvermögen des Körpers bestimmt. So entsteht z.B. der Farbeindruck rot, wenn der Köper für rotes Licht durchlässig ist und die anderen Anteile des Lichts beim Durchgang durch den Körper geschwächt werden. Die spektrale Transmission ist in diesem Fall für rotes Licht maximal.

Das menschliche Auge kann nicht eindeutig unterscheiden, ob ein Farbeindruck durch spektral reines Licht oder durch Farbaddition aus benachbarten Farben erzeugt wird. Daher kann aus der beobachteten Farbe nicht unmittelbar auf das Transmissionsspektrum geschlossen werden. Dieses lässt sich nur mit Hilfe eines Spektrometers eindeutig bestimmen.

Im Experiment wird zur Aufnahme von Transmissionsspektren das digitale Spektrophotometer eingesetzt. Darin wird das mit einem Lichtwellenleiter aufgenommene transmittierte Licht nach dem Czerny-Turner-Prinzip durch ein Reflexionsgitter spektral zerlegt und durch zwei Reflexionsspiegel auf einen CCD-Detektor abgebildet. Die Transmissionsspektren ergeben sich durch automatische Normierung auf das zuvor aufgenommene Spektrum des einfallenden Lichts.



Abb. 1: Transmissionsspektrum einer blauen Farbfolie



Abb. 3: Transmissionsspektrum einer Chlorophyll-Lösung

## AUSWERTUNG

Aus dem spektralen Transmissionsvermögen  $T(\lambda)$  eines Körpers lässt sich unter Vernachlässigung der Reflexion unmittelbar das spektrale Absorptionsvermögen  $A(\lambda)$  berechnen. Es gilt:

 $A(\lambda) = 1 - T(\lambda)$ 



Abb. 2: Transmissionsspektrum einer gelben Farbfolie



Abb. 4: Transmissionsspektrum einer Kaliumpermanganat-Lösung

# UE4030100 | BEUGUNG AN EINEM EINZELSPALT



## > AUFGABEN

- Untersuchung der Beugung an einem Einzelspalt bei verschiedenen Spaltbreiten.
- Untersuchung der Beugung an einem Einzelspalt bei verschiedenen Wellenlängen.
- Untersuchung der Beugung an einem Einzelspalt und einem Steg (Babinet'sches Prinzip).

## ZIEL

Nachweis der Wellennatur des Lichts und Bestimmung der Wellenlänge

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Beugung von Licht an einem Einzelspalt lässt sich durch die Überlagerung der kohärenten Elementarwellen beschreiben, die nach dem Huygens'schen Prinzip von dem beleuchteten Spalt in alle Richtungen ausgehen. Je nach Ausbreitungswinkel interferieren die Wellen hinter dem Spalt konstruktiv oder destruktiv. Aus dem Abstand zweier dunkler Streifen des Interferenzmusters lässt sich bei bekannter Spaltbreite und bekannter Entfernung zum Beobachtungsschirm die Wellenlänge des Lichts berechnen.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Diodenlaser, rot 230V	1003201 oder
	Diodenlaser, rot 115V	1022208
1	Lasermodul, grün	1003202
1	Optische Bank K, 1000 mm	1009696
2	Optikreiter K	1000862
1	Verstellbarer Spalt K	1008519
1	Halter K für Diodenlaser	1000868
Zusätzlich	n erforderlich:	

Draht

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Beugung von Licht an einem Einzelspalt lässt sich durch die Überlagerung der kohärenten Elementarwellen beschreiben, die nach dem Huygens'schen Prinzip von dem beleuchteten Spalt in alle Richtungen ausgehen. Die Überlagerung führt in bestimmten Richtungen zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz. Hinter dem Spalt beobachtet man ein System aus hellen und dunklen Streifen auf einem Schirm.

Vollständige Auslöschung – also maximale Dunkelheit – ist zu beobachten, wenn es zu jeder Elementarwelle aus der ersten Spalthälfte genau eine Elementarwelle aus der zweiten Spalthälfte gibt, die sich gegenseitig auslöschen. Dies ist genau dann erfüllt, wenn der Gangunterschied  $\Delta s_n$  zwischen Mittelpunktstrahl und Randstrahl ein ganzzahliges Vielfaches *n* der halben Wellenlänge  $\lambda$  ist:



(1) 
$$\Delta s_n = n \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{b}{2} \cdot \sin \alpha_n$$

 $n=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$  : Beugungsordnung b: Spaltbreite,  $\alpha_n$ : Ausbreitungswinkel

Die Stellen maximaler Dunkelheit liegen symmetrisch zum Primärstrahl (siehe Abb. 1). Ihr – in der Beobachtungsebene gemessener – Abstand zum Primärstrahl beträgt

(2)  $x_n = L \cdot \tan \alpha_n$ L: Abstand zwischen Spalt und Beobachtungsebene

Daraus folgt für kleine Winkel

(3) 
$$\alpha_n = x_n = \frac{\lambda \cdot L}{b} \cdot n = \Delta \cdot n \text{ mit } \Delta = \frac{\lambda \cdot L}{b}$$

 $\Delta$ : relativer Abstand der Minima

Ein Spalt und ein Steg gleicher Breite sind komplementäre Beugungsobjekte. Nach dem Babinet'schen Prinzip ergeben sich bei der Beugung an diesen Objekten außerhalb des "ungestörten" Lichtbündels identische Beugungsbilder. Die Beugungsminima liegen daher in beiden Beugungsbildern an den gleichen Stellen.

Im Experiment wird die Beugung am Einzelspalt für verschiedene Spaltbreiten und verschiedene Wellenlängen untersucht. Zusätzlich wird gezeigt, dass es sich bei der Beugung am Einzelspalt und am Steg mit jeweils gleicher Breite um komplementäre Beugungsbilder handelt.

#### AUSWERTUNG

In der Richtung des Primärstrahls ist die Helligkeit maximal. Die Größe  $\Delta$  lässt sich als Geradensteigung ermitteln, wenn man die Abstände  $x_n$  in Abhängigkeit von n in einem Diagramm darstellt. Da  $\Delta$  offenbar umgekehrt proportional zur Spaltbreite b ist, kann man den Quotienten  $\Delta/L$  in Abhängigkeit von 1/b in ein Diagramm eintragen und erhält die Wellenlänge  $\lambda$  aus der Geradensteigung der Messdaten.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Beugung des Lichts an einem Einzelspalt (S: Spalt, *b*: Spaltbreite, E: Beobachtungsebene, *P*: Primärstrahl, *L*: Entfernung des Beobachtungsschirmes zum Spalt, *x*<sub>2</sub>: Abstand des zweiten Minimums vom Zentrum,  $\alpha_2$ : Beobachtungsrichtung für das zweite Minimum,  $\Delta s_2$ : Gangunterschied zwischen Mittelpunktstrahl und Randstrahl).



Abb. 2: Berechnete und beobachtete Intensität bei der Beugung am Spalt mit der Spaltbreite 0,3 mm für  $\lambda$  = 650 nm und für  $\lambda$  = 532 nm.



Abb. 3: Abstände  $x_n$  in Abhängigkeit von der Beugungsordnung *n* für unterschiedliche Spaltbreiten *b* für  $\lambda$  = 650 nm.



Abb. 4: Quotient aus dem relativen Abstand  $\Delta$  der Minima und dem Abstand *L* in Abhängigkeit von der reziproken Spaltbreite 1/*b*.

# UE4030200 | BEUGUNG AN MEHRFACHSPALTEN



## > AUFGABEN

- Untersuchung der Beugung an Doppelspalten mit verschiedenen Spaltabständen.
- Untersuchung der Beugung an Doppelspalten mit verschiedenen Spaltbreiten.
- Untersuchung der Beugung an Mehrfachspalten mit verschiedenen Spaltanzahlen.
- Untersuchung der Beugung am Strichgitter und am Kreuzgitter.

## ZIEL

Nachweis der Wellennatur des Lichts und Bestimmung der Wellenlänge

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Beugung des Lichts an Mehrfachspalten und Gittern lässt sich durch die Überlagerung der kohärenten Elementarwellen beschreiben, die nach dem Huygens'schen Prinzip von allen beleuchteten Punkten in einem Mehrfachspalt ausgehen. Die Interferenz der Elementarwellen erklärt das hinter dem Mehrfachspalt zu beobachtete System aus hellen und dunklen Streifen. Aus dem Abstand zweier heller Streifen lässt sich bei bekanntem Spaltabstand und bekannter Entfernung zum Beobachtungsschirm die Wellenlänge des Lichts berechnen.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Diodenlaser, rot 230V	1003201 oder
1	Diodenlaser, rot 115V	1022208
1	Optische Bank K, 1000 mm	1009696
2	Optikreiter K	1000862
1	Klemmhalter K	1008518
1	Halter K für Diodenlaser	1000868
1	Blende mit 3 Doppelspalten unterschiedlicher Spaltbreite	1000596
1	Blende mit 4 Doppelspalten unterschiedlichen Spaltabstandes	1000597
1	Blende mit 4 Mehrfachspalten und Gitter	1000598
1	Blende mit 3 Strichgittern	1000599
1	Blende mit 2 Kreuzgittern	1000601

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Beugung des Lichts an Mehrfachspalten und Gittern lässt sich durch die Überlagerung der kohärenten Elementarwellen beschreiben, die nach dem Huygens'schen Prinzip von jedem beleuchteten Punkt in einem Mehrfachspalt ausgehen. Die Überlagerung führt in bestimmten Richtungen zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz und erklärt so das hinter dem Mehrfachspalt zu beobachtende System aus hellen und dunklen Streifen.

Hinter einem Doppelspalt ist die Intensität unter einem Beobachtungswinkel  $\alpha_n$  maximal, wenn es zu jeder Elementarwelle aus dem ersten Spalt genau eine Elementarwelle aus dem zweiten Spalt gibt, die sich konstruktiv überlagert. Dies ist erfüllt, wenn der Gangunterschied



 $\Delta s_n$  zwischen den von den Spaltmitten ausgehenden Elementarwellen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes ist (siehe Abb. 1).

(1) 
$$\Delta s_n(\alpha_n) = n \cdot \lambda$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$
: Beugungsordnung

In großer Entfernung *L* zum Doppelspalt besteht für kleine Beobachtungswinkel  $\alpha_n$  zwischen dem Gangunterschied  $\Delta s_n$  und der Ortskoordinate  $x_n$  eines Intensitätsmaximums der Zusammenhang.

(2) 
$$\frac{\Delta s_n}{d} = \sin \alpha_n \approx \tan \alpha_n = \frac{x_n}{L}$$

d: Spaltabstand

Daher liegen die Maxima im regelmäßigen Abstand nebeneinander.

$$a = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{d} \cdot L$$

Dies gilt auch für die Beugung an einem Mehrfachspalt mit mehr als 2 äquidistanten Spalten. Gleichung (1) nennt die Bedingung für konstruktive Interferenz der Elementarwellen aus allen *N* Spalten. Also lassen sich die Gleichungen (2) und (3) auch auf Mehrfachspalte anwenden. Mathematisch aufwändiger ist die Bestimmung der Intensitätsminima: Während beim Doppelspalt in der Mitte zweier Intensitätsmaxima genau ein Intensitätsminimum liegt, findet man beim Mehrfachspalt zwischen dem *n*-ten und dem (*n*+1)-ten Maximum ein Minimum, wenn die Elementarwellen aus den *N* Spalten gerade so interferieren, dass die Gesamtintensität Null wird. Das ist der Fall, wenn der Gangunterschied zwischen den von den Spaltmitten ausgehenden Elementarwellen die Bedingung

(4)

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, m = 1, \dots, N - 1$$

 $\Delta s = n \cdot \lambda + m \frac{\lambda}{\lambda}$ 

erfüllt. Man findet also *N*-1 Minima und dazwischen *N*-2 sogenannte Nebenmaxima, deren Intensität kleiner als die der sogenannten Hauptmaxima ist. Mit zunehmender Anzahl *N* der Spalte verschwindet der Beitrag der Nebenmaxima. Man spricht nicht mehr von einem Mehrfachspalt, sondern von einem Strichgitter. Ein Kreuzgitter schließlich kann man als eine Anordnung aus zwei um 90° gegeneinander gedrehten Strichgittern auffassen. Die Beugungsmaxima werden zu Punkten auf einem rechteckigen Netz, dessen Maschenweite durch (3) gegeben ist. Die Helligkeit in den Hauptmaxima ist durch die Helligkeitsverteilung aus der Beugung am Einzelspalt moduliert und umso stärker auf kleine Winkel  $\alpha$  konzentriert je größer die Spaltbreite *b* ist. Für eine genaue Berechnung summiert man die Amplituden aller Elementarwellen unter Berücksichtigung der Gangunterschiede zur gesamten Amplitude *A* auf. An einem beliebigen Ort *x* auf dem Schirm ist dann

(5) 
$$I = A^2 \propto \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \frac{x}{L}\right)}{\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \frac{x}{L}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{x}{L}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{x}{L}\right)^2}\right)^2$$

#### AUSWERTUNG

Die Wellenlänge des gebeugten Lichts lässt sich aus dem Abstand a der Hauptmaxima bestimmen. Es gilt:

$$\lambda = d \cdot \frac{a}{l}$$



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Beugung des Lichts an einem Doppelspalt



Abb. 2: Berechnete und beobachtete Intensität bei der Beugung an Doppelspalten mit verschiedenen Spaltabständen

## UE4030300 | FRESNEL'SCHES BIPRISMA



## > AUFGABEN

- Nutzung eines Fresnel'schen Biprismas zur Erzeugung zweier virtueller, kohärenter Lichtquellen aus einer punktförmigen Lichtquelle.
- Beobachtung der Zweistrahlinterferenz der beiden virtuellen Lichtquellen.
- Bestimmung der Wellenlänge eines He-Ne-Laserlichts aus dem Abstand der Interferenzstreifen.

#### ZIEL

Erzeugung von Zweistrahlinterferenz mit einem Fresnel'schen Biprisma

#### ZUSAMMENFASSUNG

Durch Brechung eines divergenten Lichtbündels an einem Biprisma werden zwei Teilbündel erzeugt, die aufgrund ihrer Kohärenz miteinander interferieren. Die Wellenlänge des verwendeten Lichts kann aus dem Abstand der virtuellen Lichtquellen und dem Abstand zweier Interferenzstreifen bestimmt werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Biprisma nach Fresnel	1008652
1	Prismentisch auf Stiel	1022379
1	He-Ne-Laser	1003165
1	Achromatisches Objektiv 10x/ 0,25	1005408
1	Sammellinse auf Stiel f = 200 mm	1003025
3	Optikreiter D, 90/50	1002635
1	Optische Bank D, 50 cm	1002630
1	Projektionsschirm	1000608
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603



In einem seiner Interferenzexperimente verwendete August Jean Fresnel ein Biprisma zur Erzeugung von Zweistrahlinterferenz. Er zerlegte ein divergentes Lichtbündel durch Brechung am Biprisma in zwei Teilbündel, die zwei kohärenten Lichtquellen zu entstammen scheinen und deshalb miteinander interferieren. Auf einem Beobachtungsschirm konnte er eine Serie von Intensitätsmaxima im konstanten Abstand beobachten.

Ob ein Intensitätsmaximum entsteht, hängt vom Gangunterschied  $\Delta$  zwischen optischen Wegen der Teilbündel ab. Bei großer Entfernung *L* der Lichtquelle zum Beobachtungsschirm ist in guter Näherung

$$(1) \qquad \Delta = A \cdot \frac{1}{4}$$

Dabei ist *x* die Koordinate des betrachteten Punktes auf dem Beobachtungsschirm senkrecht zur Symmetrieachse und A der noch zu ermittelnde Abstand der beiden virtuellen Lichtquellen. Intensitätsmaxima treten genau dann auf, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist:

(2) 
$$\Delta_n = n \cdot \lambda$$
, mit  $n = 0, 1, 2, ...$ 

Ein Vergleich von (1) und (2) zeigt, dass die Intensitätsmaxima auf den Koordinaten

$$x_n = n \cdot D$$

liegen und den konstanten Abstand *D* aufweisen. Außerdem gilt der Zusammenhang

$$(4) \qquad \qquad \lambda = A \cdot \frac{D}{I}$$

Gleichung (4) kann als Bestimmungsgleichung für die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts betrachtet werden. Sie gilt bei Zweistrahlinterferenz grundsätzlich.

Allerdings ist zunächst noch offen, wie der Abstand *A* der beiden virtuellen Lichtquellen gemessen werden kann. Hier hilft ein einfacher optischer Aufbau weiter, in dem die beiden Lichtquellen mit Hilfe einer Sammellinse auf dem Beobachtungsschirm abgebildet werden und der Abstand *B* der Bilder dieser Lichtquellen gemessen wird (siehe Abb. 2). Es gilt:

(5)

(3)

$$A = B \cdot \frac{a}{b}$$

a: Gegenstandsweite, b: Bildweite.

#### ANMERKUNG

An Stelle eines Biprismas kann auch ein Fresnel-Spiegel (1002649) zur Erzeugung der beiden virtuellen Lichtquellen verwendet werden. Die zugehörige Zubehörliste bieten wir unter der Nummer UE4030320 an.

## AUSWERTUNG

Im Experiment dient ein Laser als Lichtquelle, dessen Strahl mit einer Linse aufgeweitet wird. Die Position der Lichtquelle und somit auch die Gegenstandsweite *a* sind daher nicht genau bekannt. Sie muss daher mit Hilfe des Abbildungsgesetzes

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

aus der Brennweite *f* der Sammellinse und der experimentell leicht zugänglichen Bildweite *b* berechnet werden. Es ist also

$$A = a \cdot \frac{B}{b} = \frac{f \cdot B}{b - f}$$

Die Abstände *D* und *L* werden unmittelbar gemessen. Somit sind alle Größen aus der Bestimmungsgleichung (3) für die Wellenlänge bekannt.



Abb. 1: Schematische Darstellung des Strahlengangs am Biprisma



Abb. 2: Strahlengang zur Abbildung der beiden virtuellen Lichtquellen auf dem Schirm

# UE4030350 | NEWTON'SCHE RINGE



## > AUFGABEN

- Beobachtung der Newton'schen Ringe in Transmission bei Beleuchtung mit monochromatischem Licht.
- Messung der Radien der Ringe und Bestimmung des Krümmungsradius der Anordnung.
- Abschätzung der Abplattung beim Aufdrücken.

## ZIEL

Beobachtung von Newton'schen Ringen bei monochromatischem Licht

#### ZUSAMMENFASSUNG

Eine Anordnung aus einer ebenen Glasplatte und einem sphärischen Körper mit sehr großem Krümmungsradius wird zur Erzeugung der Newton'schen Ringe verwendet. Fällt paralleles monochromatisches Licht senkrecht auf diese Anordnung, entstehen abwechselnd dunkle und helle konzentrische Interferenzringe um den Berührungspunkt der Flächen. Im Experiment werden die Newton'schen Ringe unter Verwendung von monochromatischem Licht in Transmission untersucht. Aus den Radien *r* der Interferenzringe wird bei bekannter Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts der Krümmungsradius *R* des sphärischen Körpers bestimmt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank D, 100 cm	1002628
6	Optikreiter D, 90/50	1002635
1	Drossel für Spektrallampen (230 V, 50/60 Hz)	1021409 oder
	Drossel für Spektrallampen (115 V, 50/60 Hz)	1022541
1	Spektrallampe Hg 100	1003545
1	Sammellinse auf Stiel f = 50 mm	1003022
1	Sammellinse auf Stiel f = 100 mm	1003023
1	Irisblende auf Stiel	1003017
1	Gläser für Newton'sche Ringe	1008669
1	Komponentenhalter	1003203
1	Interferenzfilter 578 nm	1008672
1	Interferenzfilter 546 nm	1008670
1	Projektionsschirm	1000608
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603



Newton'sche Ringe sind eine auch im Alltag beobachtbare Erscheinung, die durch die Interferenz des Lichts entsteht, das an der oberen und an der unteren Grenzfläche eines Luftkeils zwischen zwei nahezu parallelen Oberflächen reflektiert wird. Bei weißem Licht sind die Interferenzerscheinungen farbig, da die Bedingung für ein Interferenzmaximum von der Wellenlänge abhängt.

Zur gezielten Erzeugung von Newton'schen Ringen wird eine Anordnung aus einer ebenen Glasplatte und einem sphärischen Körper mit einem sehr großen Krümmungsradius verwendet. Der sphärische Körper berührt die ebene Glasplatte, so dass ein Luftkeil entsteht. Fällt parallel monochromatisches Licht senkrecht auf diese Anordnung, entstehen abwechselnd dunkle und helle konzentrische Interferenzringe um den Berührungspunkt. Die dunklen Ringe entstehen durch destruktive und die hellen Ringe durch konstruktive Interferenz. Dabei interferieren die Wellen des Lichts, die an der Grenzfläche beim Übergang des sphärischen Körpers zur Luft reflektiert werden, mit den an der Grenzfläche zur Glasplatte reflektierten Wellen. Diese Interferenzringe lassen sich in Reflexion und in Transmission beobachten. Bei Transmission ist die Interferenz im Zentrum konstruktiv, unabhängig von der Wellenlänge des einfallenden Lichts.

Die Abstände der Interferenzringe sind nicht konstant. Die Dicke *d* des Luftkeils variiert mit dem Abstand *r* zum Berührungspunkt zwischen Glasplatte und sphärischem Körper. Abb. 1 entnimmt man

(1) 
$$R^{2} = r^{2} + (R \cdot d)^{2}$$

$$R^{2} \text{ Krümmungsradius}$$

Daher gilt für kleine Dicken d und helle Interferenzringe

(2) 
$$d = \frac{r^2}{2 \cdot R} = (n-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

und die Radien der hellen Ringe sind somit

$$r^2 = (n-1) \cdot R \cdot \lambda$$

Zu beachten ist, dass der sphärische Körper im Berührungspunkt etwas komprimiert wird. Dies kann in Abänderung von Gl. (2) näherungsweise durch den Zusammenhang

(4) 
$$d = \frac{r^2}{2 \cdot R} - d_0 \text{ für } r^2 \ge 2 \cdot R \cdot d_0$$

beschrieben werden. Somit folgt für die Radien *r* der hellen Interferenzringe:

(5) 
$$r_i^2 = (n-1) \cdot R \cdot \lambda + 2 \cdot R \cdot d_0$$

Im Experiment werden die Newton'schen Ringe in Transmission untersucht, wobei das Licht einer Quecksilberlampe durch Einsatz von Interferenzfiltern monochromatisiert wird. Das Interferenzbild wird durch eine Abbildungslinse scharf auf einem Schirm abgebildet.

#### AUSWERTUNG

Zur Bestimmung des Radius *r* wird der Mittelwert aus den gemessenen Radien für den linken und rechten Schnittpunkt berechnet und der Vergrößerungsfaktor durch die Abbildungslinse berücksichtigt.

In einem Diagramm wird  $r^2$  in Abhängigkeit von n-1 dargestellt, so dass die Messpunkte auf Geraden mit den Steigungen  $b = 2 \cdot R \cdot d_0$  und den Achsabschnitten  $a = R \cdot \lambda$  liegen. Da die Wellenlängen bekannt sind, lässt sich der Krümmungsradius R berechnen. Er beträgt ungefähr 45 m. Die Abplattung  $d_0$  durch das Andrücken liegt deutlich unter einem Mikrometer.



Abb. 1: Schematische Darstellung des Luftkeils zwischen der Konvexlinse und der ebenen Glasplatte



Abb. 2: Zusammenhang zwischen den Radien  $r^2$  der hellen Interferenzringe und deren laufender Nummer n



Abb. 3: Newton'sche Ringe bei gelbem Licht

# UE4030410 | MICHELSON-INTERFEROMETER



## > AUFGABEN

- Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichts.
- Bestimmung der Brechzahl von Luft in Abhängigkeit vom Luftdruck.
- Bestimmung der Brechzahl von Glas.
- Beurteilung der Oberflächengüte eines Klebestreifens.

#### ZIEL

Demonstration und Untersuchung der Funktionsweise eines Michelson-Interferometers

#### ZUSAMMENFASSUNG

In einem Michelson-Interferometer wird ein kohärentes Lichtbündel durch einen halbdurchlässigen Spiegel in zwei Teile aufgespaltet, die unterschiedliche Wege durchlaufen, in sich reflektiert und schließlich wieder zusammengeführt werden. Auf dem Beobachtungsschirm entsteht ein Interferenzmuster, das sich bereits deutlich erkennbar ändert, wenn sich der optische Weg eines Teilbündels um den Bruchteil einer Lichtwellenlänge ändert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Interferometer	1002651
1	Ergänzungssatz zum Interferometer	1002652
1	He-Ne-Laser	1003165
1	Hand-Vakuumpumpe	1012856
1	Silikonschlauch, 6 mm	1002622



Glasplatte im Strahlengang des Michelson-Interferometers



Evakuierbare Kammer im Strahlengang des Michelson-Interferometers



Das Michelson-Interferometer wurde von A. A. Michelson ursprünglich zum Nachweis der Erdbewegung relativ zum Lichtäther entworfen. Sein Aufbauprinzip (siehe Abb. 1) hat jedoch grundlegende Bedeutung, da es zur interferometrischen Messung z. B. von Längenänderungen, Schichtdicken oder Brechzahlen eingesetzt werden kann: Ein divergentes Lichtbündel wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel in zwei Teilbündel aufgespaltet, die unterschiedliche Wege durchlaufen. Beide Teilbündel werden in sich reflektiert und schließlich zur Überlagerung auf einem Beobachtungsschirm zusammengeführt. Dort entsteht ein Interferenzbild, das empfindlich auf Änderungen der optischen Weglänge, also des Produktes aus Brechzahl und geometrischer Weglänge, eines Teilbündels reagiert. Bei konstant gehaltener Brechzahl können also Änderungen des geometrischen Weges bestimmt werden, z. B. Längenänderungen von Materialien durch deren thermische Ausdehnung. Wird dagegen der geometrische Weg konstant gehalten, lassen sich Brechzahlen bzw. deren Änderungen durch Druck-, Temperatur- oder Dichteänderungen ermitteln.

Je nachdem, ob sich die optische Weglänge vergrößert oder verkleinert, entstehen oder verschwinden Interferenzstreifen im Zentrum des Interferenzbildes. Zwischen der Änderung  $\Delta s$  der optischen Weglänge und der Lichtwellenlänge  $\lambda$  besteht der Zusammenhang

(1) 
$$2 \cdot \Delta s = z \cdot \lambda$$

dabei gibt die positive oder negative ganze Zahl *z* die Zahl der Interferenzstreifen, die auf dem Beobachtungsschirm entstehen bzw. verschwinden an.

Wird zur Messung der Lichtwellenlänge einer der beiden Spiegel in Luft mit einem Feinstelltrieb um eine genau bestimmte Strecke  $\Delta x$ verschoben, kann als Brechzahl in guter Näherung n = 1 eingesetzt werden. Daher ist die Änderung der optischen Wegstrecke:

$$\Delta s = \Delta x$$

Anders ist die Situation, wenn eine evakuierte Kammer der Länge din einen Teilstrahl gebracht wird. Lässt man nun Luft einströmen und dadurch den Luftdruck in der Kammer auf den Wert p ansteigen, so ändert sich dadurch die optische Weglänge um

(3) 
$$\Delta s = (n(p)-1) \cdot d = A \cdot p \cdot d$$

da sich die Druckabhängigkeit der Brechzahl von Luft bei konstanter Temperatur in der Form

 $n(p) = 1 + A \cdot p$ 

(4)

darstellen lässt.

## HINWEIS

Im Lieferumfang der Ergänzungsausstattung ist auch eine Glasplatte enthalten. Wird diese in einen Teilstrahl gebracht und langsam um einen definierten Winkel gedreht, so nimmt der Lichtweg im Glas zu und außerhalb des Glases ab. Aus der resultierenden Änderung der optischen Wegstrecke lässt sich die Brechzahl des Glases bestimmen. Außerdem lässt sich die Beurteilung der Güte einer Oberfläche am Beispiel eines Klebestreifens demonstrieren, der auf die Glasplatte aufgebracht wurde. Diese führt man in der Praxis mit Hilfe eines Twyman-Green-Interferometers durch, einer Variante des Michelson-Interferometers.

#### AUSWERTUNG

Bestimmung der Lichtwellenlänge: Aus (1) und (2) erhält man als Bestimmungsgleichung zur Berechnung der Lichtwellenlänge aus der Verschiebestrecke des Spiegels:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \Delta z}{z}$$

Bestimmung der Brechzahl von Luft: Für die in (4) eingeführte Konstante A ergibt sich die Bestimmungsgleichung:

$$A = \frac{z \cdot \lambda}{2 \cdot d \cdot p}$$



Abb. 1: Strahlengang in einem Michelson-Interferometer mit beweglichem Spiegel



Abb. 2: Zahl der Interferenzstreifen als Funktion des Luftdrucks

## UE4030520 | MACH-ZEHNDER-INTERFEROMETER



### > AUFGABEN

- Aufbau und Justierung eines Mach-Zehnder-Interferometers
- Beobachtung des Interferenzmuster bei nicht möglicher, bei möglicher und bei ausradierter Weg-Information.

#### ZIEL

Veranschaulichung des Quantenradierers in einem Analogieexperiment

#### ZUSAMMENFASSUNG

Auch Licht wird in der Quantenmechanik mit Hilfe von Wellenfunktionen beschrieben, aus denen sich die räumliche Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte als Betragsquadrat der Wellenfunktion berechnen lässt. Licht eignet sich somit zur Veranschaulichung von quantenmechanischen Phänomenen in Analogieexperimenten. Zur Veranschaulichung des sogenannten Quantenradierers wird in einem Analogieexperiment ein Mach-Zehnder-Interferometer aufgebaut und Interferenz der beiden Teilbündel auf einem Schirm beobachtet. Befinden sich zwei zueinander senkrechte Polarisatoren in den Strahlengängen der Teilbündel, verschwindet die Interferenz, da sich quantenmechanisch betrachtet eine Information darüber gewinnen ließe, welchen Weg ein Photon genommen hat. Mit einem dritten, unter 45° eingestellten Polarisator unmittelbar vor dem Schirm lässt sich diese Weg-Information löschen und Interferenz wieder beobachten.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Mach-Zehnder Interferometer	1014617
1	He-Ne-Laser	1003165

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Auch Licht wird in der Quantenmechanik mit Hilfe von Wellenfunktionen beschrieben, aus denen sich die räumliche Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte als Betragsquadrat der Wellenfunktion berechnen lässt. Die Zusammenführung von zwei Strahlgängen entspricht einer Superposition von zwei Wellenfunktionen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte enthält dann einen Mischterm, der das Interferenzmuster beschreibt. Licht eignet sich somit zur Veranschaulichung von quantenmechanischen Phänomenen in Analogieexperimenten.



Zur Veranschaulichung des Quantenradierers wird in einem Analogieexperiment ein Mach-Zehnder-Interferometer aufgebaut. Als kohärentes Lichtbündel dient das aufgeweitete Bündel eines Lasers. Es wird mit Hilfe eines Strahlteilers BS1 in zwei Teilbündel aufgeteilt, wobei ein Polarisator *P* für gleiche Intensität in beiden Teilbündeln sorgt (siehe Abb. 1). Anschließend durchlaufen die Teilbündel unterschiedliche Wege und werden schließlich mit einem zweiten Strahlteiler BS2 wieder zur Überlagerung gebracht.

Dabei addieren sich – im klassischen Wellenbild betrachtet – die elektrischen Felder  $E_1$  und  $E_2$  der beiden Teilstrahlen zu

 $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$ 

$$(1) E = E_1 + E_2$$

und – quantenmechanisch betrachtet – deren Wellenfunktionen  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  zu

Es gilt daher

(3)  $|E|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2$ 

bzw.

(4)  $|\Psi|^2 = |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + 2 \cdot \langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$ 

wobei der gemischte Term in (3) und (4) jeweils das auf einem Schirm beobachtbare Interferenzmuster beschreibt. Gleichung 4 beschreibt das Verhalten eines einzelnen Photons. Es interferiert mit sich selber, solange nicht durch einen Messprozess beobachtet wird oder beobachtet werden könnte, "welchen Weg es zurücklegt". Man sagt in diesem Zusammenhang, dass das Photon sich "bei nicht vorhandener Weg-Information wie eine Welle verhält" und Interferenz zeigt. Bei vorhandener Weg-Information jedoch "verhält" sich das Photon wie ein klassisches Teilchen und es ist keine Interferenz möglich.

Durch zwei zusätzliche Polarisatoren P1 und P2 in den Teilbündeln 1 und 2 wird das Interferenzmuster beeinflusst. Bei zueinander senkrechter Ausrichtung der Polarisatoren verschwindet in der klassischen Beschreibung (3) das Skalarprodukt  $E_1$ ,  $E_2$  bzw. in der quantenmechanischen Beschreibung (4) der Interferenzterm  $\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$  und somit auch das Interferenzmuster. Letzteres ist quantenmechanisch betrachtet der Fall, weil anhand der Polarisation eindeutig festgestellt werden kann, ob das Photon Weg 1 oder Weg 2 durchlaufen hat.

Wird nun ein dritter, auf 45° eingestellter Polarisator *A* hinter dem zweiten Strahlteiler in Position gebracht, erscheint das Interferenzmuster wieder. Quantenmechanisch betrachtet ist dies der Fall, weil der Polarisator *A* die Weg-Information "ausradiert", d.h. weil hinter dem Polarisator *A* nicht mehr entscheidbar ist, welchen Weg das Photon genommen hat. Im klassischen Wellenbild des Lichts sorgt der dritte Polarisator dafür, dass die polarisierten Teilbündel zwar abgeschwächt werden, jedoch wieder die gleiche Polarisation haben.



Abb. 1: Strahlengang im Mach-Zehnder-Interferometer (ohne Weg-Information)







Abb. 3: Strahlengang im Mach-Zehnder-Interferometer (mit Polarisator A zur Auslöschung der Weg-Information)

#### AUSWERTUNG

Ohne die beiden Polarisatoren  $P_1$  und  $P_2$  ist eine Weg-Information nicht vorhanden; es tritt Interferenz auf.

Nach Einsatz der beiden Polarisatoren lässt sich eine Weg-Information gewinnen: Interferenz tritt nicht auf.

Der dritte Polarisator A radiert die Weg-Information aus; Interferenz tritt wieder auf.

# UE4040100 | GESETZ VON MALUS



#### > AUFGABEN

- Messung der durch die Polarisationsfilter transmittierten Lichtintensität / in Abhängigkeit vom Drehwinkel der Filter.
- Bestätigung des Gesetzes von Malus.

#### ZIEL

Bestätigung des Gesetzes von Malus für linear polarisiertes Licht

#### ZUSAMMENFASSUNG

Das Gesetz von Malus beschreibt die Intensität / von polarisiertem Licht, mit der Anfangsintensität  $I_0$ , nach dem Durchgang durch einen Analysator in Abhängigkeit vom Drehwinkel. Die Intensität des Lichts wird mit einem Lichtsensor gemessen.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank D, 50 cm	1002630
4	Optikreiter D, 90/50	1002635
1	Optikleuchte mit LED	1020630
1	Lichtsensor, drei Bereiche	1021502
1	WiLab *	1022284
1	Halterung für Lichtsensor	1022269
2	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Sensorkabel	1021514
Zusätzlich erforderlich:		
1	Coach 7 Lizenz	

\*Alternative: 1 VinciLab 1021477



Licht ist als transversale Welle polarisierbar, indem man es z.B. ein Polarisationsfilter passieren lässt. In einer linear polarisierten Lichtwelle schwingen das elektrische Feld *E* und das Magnetfeld *B* jeweils in einer festen Ebene. Die Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes wird als Polarisationsrichtung bezeichnet.

Im Experiment trifft Licht nacheinander auf einen Polarisator und einen Analysator, die um den Winkel  $\phi$  zueinander verdreht sind. Den Polarisator durchdringt nur ein linear polarisierter Anteil des Lichtes. Dessen elektrische Feldstärke möge die Amplitude  $E_0$  haben.

In der Polarisationsrichtung des Analysators schwingt die Komponente mit der Amplitude

 $E = E_0 \cdot \cos \varphi$ 

(1)

Nur diese kann den Analysator passieren. Die Intensität des Lichtes entspricht dem Quadrat der elektrischen Feldstärke. Daher beträgt die Intensität hinter dem Analysator

$$I = I_0 \cdot \cos^2$$

wenn  $I_0$  die Intensität hinter dem Polarisator ist. Gleichung (2) ist als Gesetz von Malus bekannt. Sie wird im Experiment durch Intensitätsmessung mit einem Lichtsensor bestätigt. In dieser Messung entspricht der bei  $\phi = 90^{\circ}$  gemessene Intensitätswert dem Umgebungslicht. Er wird von der gemessenen Intensität subtrahiert.



Abb. 1: Darstellung zur Definition der Polarisationsrichtung



Abb. 2: Darstellung zur Berechnung der elektrischen Feldstärke hinter dem Analysator



Abb. 3: Lichtintensität / in Abhängigkeit vom Winkel  $\phi$  zwischen Polarisator und Analysator



Abb. 4: Lichtintensität / in Abhängigkeit von cos<sup>2</sup> \$\phi\$

## AUSWERTUNG

Nach Abzug der Intensität des Umgebungslichtes werden die Messwerte als Funktion von  $\phi$  dargestellt. Ihr Verlauf entspricht Gleichung (2).

In einem weiteren Diagramm wird die Intensität *I* als Funktion von  $\cos^2\phi$  dargestellt. In diesem Fall liegen die Messwerte auf einer Ursprungsgeraden mit der Steigung *I*<sub>0</sub>.

# UE4040300 I OPTISCHE AKTIVITÄT



## > AUFGABEN

- Messung des Drehwinkels in Abhängigkeit von der Probenlänge.
- Messung des Drehwinkels in Abhängigkeit von der Massenkonzentration.
- Bestimmung des spezifischen Drehwinkels in Abhängigkeit von der Wellenlänge.
- Vergleich der Drehrichtungen und der Drehwinkel von Fructose, Glucose und Saccharose.
- Messung des Drehwinkels während der Inversion von Saccharose zu einem äquimolaren Gemisch aus Glucose und Fructose.

#### ZIEL

Drehung der Polarisationsebene durch Zuckerlösungen

#### ZUSAMMENFASSUNG

Zuckerlösungen sind optisch aktiv, d.h. sie drehen die Polarisationsebene von durchgehendem linear polarisiertem Licht. Die Drehrichtung hängt von der Beschaffenheit des Zuckers ab, so drehen Glucose- und Saccharoselösungen die Polarisationsebene nach rechts und Fructo-selösungen nach links, wie die Messung des Drehwinkels mit einem Polarimeter zeigt. Durch Messung des Drehwinkels wird außerdem das Verhalten einer Saccharoselösung nach Zugabe von Salzsäure verfolgt. Man beobachtet eine langsam ablaufende Invertierung der Drehrichtung von rechts nach links, da die Doppelringstruktur der Saccharosemoleküle aufgespaltet wird und ein äquimolares Gemisch aus Glucose und Fructose entsteht. Der Drehwinkel des Gemischs ist gleich der Summe der Drehwinkel der rechtsdrehenden Glucose und der stärker linksdrehenden Fructose.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Polarimeter mit 4 LED (230V, 50/60 Hz)	1001057
1	Messzylinder, 100 ml	1002870
1	Becherglas, aus	1002872
1	Elektronische Waage Scout SKX 420 g	1020859
Zusätzlich empfohlen:		
	Fruchtzucker (Fructose), 500 g	
	Traubenzucker (Glucose), 500 g	
	Rohrzucker (Saccharose), 500 g	



Als optische Aktivität bezeichnet man die Drehung der Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht beim Durchgang durch bestimmte Substanzen. Diese Drehung tritt auf in Lösungen chiraler Moleküle wie z. B. Zuckerlösungen und in bestimmten Festkörpern wie z. B. Quarzen. Man spricht von rechtsdrehenden Substanzen, wenn die Polarisationsebene gegen die Ausbreitungsrichtung des Lichts betrachtet nach rechts gedreht wird, und im anderen Fall von linksdrehendem Substanzen. Glucose- und Saccharoselösungen sind rechtsdrehend und Fructoselösungen linksdrehend.

Der Winkel  $\alpha$ , um den die Polarisationsebene gedreht wird, hängt von der gelösten Substanz ab und ist proportional zur Massenkonzentration c und zur Länge *d* der Probe. Man schreibt

(1)  $\alpha = [\alpha] \cdot c \cdot d$ 

und bezeichnet  $[\alpha]$  als spezifischen Drehwinkel der Substanz. Der spezifische Drehwinkel hängt in der Form

(2) 
$$\left[\alpha\right] = \frac{k(T)}{\lambda^2}$$

von der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts und der Temperatur *T* der Probe ab. Er wird in Tabellenwerken meist für gelbes Natriumlicht und eine Temperatur von 25°C angegeben. Ist er bekannt, kann durch Messung des Drehwinkels in einem Polarimeter die Konzentration der Lösung bestimmt werden.

Im Experiment werden verschiedene Zuckerlösungen in einem Polarimeter untersucht und ihre Drehwinkel miteinander verglichen. Hierfür kann das Licht aus vier verschiedenfarbigen LED ausgewählt werden. Außerdem wird eine Lösung mit handelsüblichem Rohrzucker (Saccharose) in einer langsam ablaufenden Reaktion durch Zugabe von Salzsäure in seiner Doppelringstruktur aufgespaltet und in ein äquimolares Gemisch aus Glucose und Fructose gewandelt. Dabei wird die Drehrichtung von rechts nach links "invertiert", da nach Ablauf der Reaktion der resultierende Drehwinkel gleich der Summe der Drehwinkel der rechtsdrehenden Glucose und der stärker linksdrehenden Fructose ist.

#### AUSWERTUNG

Gemäß Gleichung (1) ist der Drehwinkel einer bestimmten Substanz bei fester Konzentration proportional zu Probenlänge und bei fester Probenlänge proportional zur Konzentration. Aus der Steigung der in Abb. 1 dargestellten Ursprungsgeraden lässt sich als die spezifische Drehung für die vier Wellenlängen des Polarimeters bestimmen.



Abb. 1: Drehwinkel einer Fructoselösung ( $c = 0.5 \text{ g/cm}^3$ ) in Abhängigkeit von der Probenlänge für vier verschiedene Lichtwellenlängen



Abb. 2: Abhängigkeit des spezifischen Drehwinkels von der Wellenlänge



Abb. 3: Drehwinkel einer Saccharoselösung (c = 0,3 g/cm<sup>3</sup>, d = 190 mm) während der Inversion in Abhängigkeit von der Zeit

## UE4040500 | POCKELS-EFFEKT



## > AUFGABEN

- Nachweis der Doppelbrechung in einem konoskopischen Strahlengang.
- Änderung der Doppelbrechung durch Anlegen eines elektrischen Feldes.
- Bestimmung der Halbwellenspannung.

#### ZIEL

Demonstration des Pockels-Effekts in einem konoskopischen Strahlengang

#### ZUSAMMENFASSUNG

Der Pockels-Effekt ist ein elektro-optischer Effekt, bei dem ein elektrisches Feld in einem geeigneten Material ein Lichtbündel in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilbündel trennt. Diese Fähigkeit zur optischen Doppelbrechung beruht auf unterschiedlichen Brechzahlen in Abhängigkeit von Ausbreitungsrichtung und Polarisation des Lichtes. Sie nimmt beim Pockels-Effekt linear mit der elektrischen Feldstärke zu und wird im Experiment an einem Lithiumniobat-Kristall (LiNbO<sub>3</sub>) in einem konoskopischen Strahlengang nachgewiesen. Das Interferenzbild wird hier durch zwei Scharen von Hyperbeln gebildet, aus denen die Lage der optischen Achse der Doppelbrechung unmittelbar abzulesen ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Pockels-Zelle auf Stiel	1013393
1	Optische Bank D, 100 cm	1002628
3	Optikreiter D, 90/50	1002635
2	Optikreiter D 90/36	1012401
1	He-Ne-Laser	1003165
1	achromatisches Objektiv 10x / 0,25	1005408
1	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Sammellinse auf Stiel f = 50 mm	1003022
1	Projektionsschirm	1000608
1	Hochspannungsnetzgerät E 5 kV (230 V, 50/60 Hz)	1013412 oder
	Hochspannungsnetzgerät E 5 kV (115 V, 50/60 Hz)	1017725
1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm	1002849



Der Pockels-Effekt ist ein elektro-optischer Effekt, bei dem ein elektrisches Feld in einem geeigneten Material ein Lichtbündel in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilbündel trennt. Diese Fähigkeit zur optischen Doppelbrechung beruht auf unterschiedlichen Brechzahlen in Abhängigkeit von Ausbreitungsrichtung und Polarisation des Lichtes. Sie nimmt beim Pockels-Effekt linear mit der elektrischen Feldstärke zu und wird im Experiment an einem Lithiumniobat-Kristall (LiNbO<sub>3</sub>) in einem konoskopischen Strahlengang nachgewiesen.

Dazu befindet sich der Kristall in einer transversal konfigurierten Pockels-Zelle, in der ein elektrisches Feld an den Kristall in Richtung der optischen Achse der Doppelbrechung angelegt wird (siehe Abb. 1). Der senkrecht durch den Kristall laufende Lichtstrahl spaltet in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Teilstrahl auf, also einen in Richtung der optischen Achse der Doppelbrechung polarisierten und einen dazu senkrecht polarisierten Teilstrahl. Gemessen bei der Wellenlänge des He-Ne-Lasers  $\lambda$  = 632,8 nm ist die Brechzahl für den ordentlichen Teilstrahl in Lithiumniobat  $n_o$  = 2,29 und für den außerordentlichen  $n_e$  = 2,20. Der Gangunterschied zwischen ordentlichem und außerordentlichem Teilstrahl beträgt

#### $\Delta = \mathbf{d} \cdot (\mathbf{n}_o - \mathbf{n}_e)$

wobei *d* = 20 mm die Dicke des Kristalls in Strahlrichtung ist. Der Nachweis der Doppelbrechung nutzt einen klassischen Strahlengang, der in zahlreichen Lehrbüchern der Optik für den Nachweis der Doppelbrechung vorgeschlagen wird. Man beleuchtet den Kristall mit einem divergenten, linear polarisierten Lichtbündel und betrachtet das durchgehende Licht hinter einem gekreuzten Analysator. Die optische Achse der Doppelbrechung tritt im Interferenzbild deutlich hervor, da sie sich in ihrer Symmetrie von der Umgebung auszeichnet. Im Experiment liegt sie parallel zur Eintritts- und zur Austrittsfläche, daher besteht das Interferenzbild aus zwei Scharen von Hyperbeln, die gegeneinander um 90° gedreht sind. Die reelle Achse der ersten Hyperbelschar verläuft parallel, die der zweiten senkrecht zur optischen Achse der Doppelbrechung.

Die dunklen Streifen der Hyperbelscharen entstehen durch Lichtstrahlen, für die die Differenz der optischen Wege des außerordentlichen und des ordentlichen Teilstrahls im Kristall ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Diese Lichtstrahlen behalten nach dem Durchgang durch den Kristall ihre ursprüngliche lineare Polarisation und werden vom Analysator ausgelöscht.

Der Gangunterschied entspricht etwa 2800 Wellenlängen des verwendeten Laserlichts. Allerdings ist  $\Delta$  im Allgemeinen nicht genau ein ganzzahliges Vielfaches von  $\lambda$ , sondern wird vielmehr zwischen zwei Werten  $\Delta_m = m \cdot \lambda$  and  $\Delta_{m+1} = (m + 1) \cdot \lambda$  liegen. Den dunklen Streifen der ersten Hyperbelschar sind dann die Gangunterschiede  $\Delta_{\rm m+1}, \Delta_{\rm m+2}, \Delta_{\rm m+3}$  , usw., der zweiten Hyperbelschar die Gangunterschiede  $\Delta_{\rm m}, \Delta_{\rm m-1}, \Delta_{\rm m-2}$ , usw. zuzuordnen (siehe Abb. 2). Die Lage der dunklen Streifen, genauer ihr Abstand zum Zentrum, hängt davon ab, wie groß die Differenz zwischen  $\Delta$  und  $m \cdot \lambda$  ist. Der Pockels-Effekt vergrößert oder verkleinert die Differenz der Hauptbrechzahlen  $n_{o} - n_{e}$ je nach Vorzeichen der angelegten Spannung. Dadurch ändert sich die Differenz  $\Delta - m \cdot \lambda$  und somit auch die Lage der dunklen Interferenzstreifen. Wird die sogenannte Halbwellenspannung  $U_{\pi}$  angelegt, ändert sich  $\Delta$  um eine halbe Wellenlänge. Die dunklen Interferenzstreifen wandern auf die Position von hellen und umgekehrt. Der Vorgang wiederholt sich mit jeder weiteren Erhöhung der Spannung um den Wert U\_...

#### AUSWERTUNG

Bei einer Spannung  $U_1$  liegen die dunklen Interferenzstreifen der Interferenzordnung +1 genau im Zentrum, bei der darauf folgenden Spannung  $U_2$  die der Ordnung +2. Dann ist die Halbwellenspannung





Abb. 1: Schematische Darstellung der Pockels-Zelle in im konoskopischen Strahlengangs zwischen Polarisator und Analysator



Abb. 2: Interferenzmuster mit optischer Achse des Kristalls in Pfeilrichtung. Die Indizierung der dunklen Interferenzstreifen gibt den Gangunterschied zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl in Einheiten der Wellenlänge an.



Abb. 3: Änderung des Interferenzmusters durch den Pockels-Effekt. Die fett gezeichneten Hyperbeln sind jeweils die der Interferenzordnung +1.

## UE4040600 | FARADAY-EFFEKT



## ZIEL

Nachweis des Faraday-Effekts und Bestimmung der Verdet-Konstante für Flintglas

#### ZUSAMMENFASSUNG

Optisch isotrope, transparente, nicht magnetische Stoffe werden in einem Magnetfeld optisch aktiv. Sie drehen die Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht, das in Magnetfeldrichtung durch den Stoff geht, da die Laufzeiten des rechts- und des links-zirkular polarisierten Anteils unterschiedlich sind. Dieser Effekt wird Faraday-Effekt genannt. Im Experiment wird der Faraday-Effekt in Flintglas gemessen. Dieses Glas zeichnet sich durch eine sehr hohe und gleichmäßige optische Dispersion aus. Die Frequenzabhängigkeit der Brechzahl *n* lässt sich in guter Näherung durch eine Cauchy-Formel wiedergeben.

#### > AUFGABEN

- Nachweis des Faraday-Effekts in Flintglas.
- Messung des Drehwinkels der Polarisationsebene im Magnetfeld.
- Bestimmung der Verdet-Konstante für rotes und grünes Licht.
- Bestimmung des Cauchy-Koeffizienten *b* der Brechzahl von Flintglas.

#### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank D, 100 cm	1002628
4	Optikreiter D, 90/50	1002635
1	Optikfuß D	1009733
1	Diodenlaser, rot 230V	1003201 oder
	Diodenlaser, rot 115V	1022208
1	Lasermodul, grün	1003202
2	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Projektionsschirm	1000608
1	Transformatorkern D	1000976
2	Paar Polschuhe	1000978
2	Spule D 900 Windungen	1012859
1	Flintglasquader für Faraday-Effekt	1012860
1	Zubehörsatz für Faraday-Effekt	1012861
1	VinciLab	1021477
1	Magnetfeldsensor FW $\pm$ 2000 mT	1021766
1	Sensorkabel	1021514
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Universalklemme	1002833
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
1	DC-Netzgerät 1 – 32 V, 0 – 20 A (230 V, 50/60 Hz)	1012857 oder
	DC-Netzgerät 1 – 30 V, 0 – 20 A (115 V, 50/60 Hz)	1022289
Zusätzlich empfohlen:		

Coach 7 Lizenz

1



Optisch isotrope, transparente, nicht magnetische Stoffe werden in einem Magnetfeld optisch aktiv. Sie drehen die Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht, das in Magnetfeldrichtung durch den Stoff geht, da die Laufzeiten des rechts- und des links-zirkular polarisierten Anteils unterschiedlich sind. Dieser Effekt wird Faraday-Effekt genannt.

Die Laufzeitunterschiede lassen sich in einem einfachen Modell durch die Änderung der Frequenz erklären, die zirkular polarisiertes Licht im Magnetfeld erfährt. Bei rechts polarisiertem Licht erhöht sich die Frequenz f geringfügig um die Larmor-Frequenz

 $f_{\rm L} = \frac{e}{4\pi \cdot m_{\rm e}} \cdot B$ 

 $e = 1,6021 \cdot 10^{-19}$  As : Elementarladung

$$m_{\rm e} = 9, 1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$
 : Ruhemasse des Elektrons

die Frequenz von links polarisiertem Licht nimmt um den gleichen Wert ab. Es ist also

$$f_{\pm} = f \pm f_{\rm L}$$

Den unterschiedlichen Frequenzen sind unterschiedliche Brechzahlen im Material zuzuweisen. Daher sind auch die Wellengeschwindigkeiten im Material unterschiedlich.

Mit diesen Angaben lässt sich die Drehung der Polarisationsebene im optisch aktiven Material berechnen:

(3) 
$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot (t_+ - t_-) = 2\pi \cdot f \cdot \frac{d}{c} \cdot (n(f_+) - n(f_-))$$

 $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ : Lichtgeschwindigkeit

Da die Larmor-Frequenz  $f_{\rm L}$  wesentlich kleiner als f ist, folgt

(4)

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot \frac{d}{c} \cdot \frac{dn}{df} \cdot 2 \cdot f_{L}$$
$$= f \cdot \frac{dn}{df} \cdot \frac{e}{m_{e} \cdot c} \cdot B \cdot d$$

Der Drehwinkel  $\phi$  ist also proportional zum Magnetfeld *B* und zur durchstrahlten Länge d:

(5) 
$$\varphi = V \cdot B \cdot d$$

Die Proportionalitätskonstante

(6) 
$$V = \frac{e}{m_{\rm e} \cdot c} \cdot f \cdot \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}f}$$

wird Verdet-Konstante genannt und hängt ab von der Dispersion des Lichts im durchstrahlten Material und von der Frequenz f des Lichts. Im Experiment wird der Faraday-Effekt in Flintglas  $F_2$  gemessen. Dieses Glas zeichnet sich durch eine sehr hohe und gleichmäßige optische Dispersion aus. Die Frequenzabhängigkeit der Brechzahl n lässt sich in guter Näherung durch eine Cauchy-Formel wiedergeben.

(7) 
$$n(f) = a + \frac{b}{c^2} \cdot f^2$$

Um angesichts kleiner Drehwinkel die Messgenauigkeit zu erhöhen, wird im Experiment bei positivem Magnetfeld B die Polarisation des Lichts so festgelegt, dass der Analysator das Gesichtsfeld genau bei 0° abdunkelt. Nach Umschalten zu negativem Magnetfeld – B wird erreichen.

#### AUSWERTUNG

Aus (6) und (7) folgt

$$V = \frac{2 \cdot e \cdot b \cdot f^2}{m_{\rm e} \cdot c^3} = \frac{2 \cdot e \cdot b}{m_{\rm e} \cdot c \cdot \lambda^2}$$

Aus der Verdet-Konstante lässt sich also der Cauchy-Koeffizient b für die Brechzahl des verwendeten Flintglases bestimmen, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts bekannt ist.

$$b = \frac{m_{\rm e} \cdot c}{2 \cdot e} \cdot V \cdot \lambda^2$$



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Erläuterung des Faraday-Effekts



Abb. 2: Kalibrierkurve des Elektromagneten



Abb. 3: Drehwinkel  $\phi$  als Funktion des Magnetfeldes *B* für rotes und grünes Laserlicht

## UE4050100 | GESETZ VOM ABSTANDSQUADRAT



## > AUFGABEN

- Offsetkompensation zur Berücksichtigung des Umgebungslichtes.
- Messung der relativen Strahlungsintensität in Abhängigkeit vom Abstand.
- Darstellung in einem  $S 1/r^2$ -Diagramm.

#### ZIEL

Bestätigung des Gesetzes vom Abstandquadrat für die Strahlungsintensität einer Lichtquelle

#### ZUSAMMENFASSUNG

Nach dem Gesetz vom Abstandsquadrat nimmt die Strahlungsintensität einer Lichtquelle, also die abgegebene Leistung pro Flächeneinheit, umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes zur Lichtquelle ab. Dieser Zusammenhang wird im Experiment an einer Glühlampe überprüft, die für Abstände, die größer sind als die Abmessungen des Glühfadens, als punktförmige Strahlungsquelle angesehen werden kann. Zur Relativmessung der Strahlungsintensität wird eine Thermosäule nach Moll eingesetzt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Stefan Boltzmann Lampe	1008523
1	Thermosäule nach Moll	1000824
1	Messverstärker U (230 V, 50/60 Hz)	1020742 oder
	Messverstärker U (115 V, 50/60 Hz)	1020744
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Digital-Multimeter P1035	1002781
1	Maßstab, 1 m	1000742
2	Tonnenfuß, 500 g	1001046
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Das Gesetz vom Abstandsquadrat beschreibt einen fundamentalen Zusammenhang, der auch für die Strahlungsintensität einer Lichtquelle gilt. Demnach nimmt die Strahlungsintensität, also die abgegebene Leistung pro Flächeneinheit, umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes zur Lichtquelle ab.

Voraussetzung für die Gültigkeit dieses Zusammenhangs ist eine gleichmäßig in alle Raumrichtungen strahlende Lichtquelle, deren Abmessungen gegenüber dem betrachteten Abstand vernachlässigbar sind. Außerdem dürfen keine Absorptionen oder Reflexionen zwischen der Quelle und dem Messort auftreten.

Da die Quelle gleichmäßig in alle Raumrichtungen strahlt, wird die abgestrahlte Leistung P im Abstand r zur Quelle gleichmäßig auf die Kugeloberfläche

 $(1) A = 4\pi \cdot r^2$ 

verteilt. Daher ist die Intensität gegeben durch

(2) 
$$S = \frac{dP}{dA} = \frac{P}{4\pi \cdot r^2}$$

Gleichung (2) wird im Experiment an einer Glühlampe überprüft. Für Abstände, die größer sind als die Abmessungen des Glühfadens, kann die Lampe als punktförmige Strahlungsquelle angesehen werden. Zur Relativmessung der Strahlungsintensität wird eine Thermosäule nach Moll eingesetzt. Dabei wird anstelle der absoluten Intensität *S* die Thermospannung  $U_{\rm th}$  als Maß für die relative Intensität abgelesen.

#### AUSWERTUNG

Bei den Messungen ist unvermeidlich, dass auch die Strahlungsintensität des Umgebungslichtes erfasst wird. Daher wird vor Aufnahme der Messreihe eine Offsetkompensation am Mikrovoltmeter durchgeführt. Zu deren Überprüfung wird eine allgemeine Gerade an die Messpunkte angepasst.



Abb. 1: Abstandsquadrat



Abb. 2: Darstellung der Messwerte in einem  $U_{\rm th}$  -  $1/r^2$ -Diagramm

## UE4050200 | STEFAN-BOLTZMANN-GESETZ



## > AUFGABEN

- Relativmessung der Strahlungsintensität einer Glühlampe mit Wolframfaden mit einer Thermosäule nach Moll in Abhängigkeit von der Temperatur.
- Messung des temperaturabhängigen Widerstandes des Glühfadens zur Bestimmung der Temperatur.
- Darstellung der Messwerte in einem In ( $U_{\rm th}$ ) In (7)-Diagramm und Bestimmung des Exponenten aus der Geradensteigung.

## ZIEL

Bestätigung der T<sup>4</sup>-Abhängigkeit der Strahlungsintensität

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Temperaturabhängigkeit der Strahlungsintensität eines Schwarzen Körpers wird durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschrieben. Die gleiche Temperaturabhängigkeit weist die Strahlungsintensität einer Glühlampe mit Wolframfaden auf. Sie wird im Experiment mit einer Thermosäule nach Moll in einer Relativmessung bestimmt. Die Temperatur des Glühfadens lässt sich aus dem temperaturabhängigen Widerstand bestimmen, der in einer Vierleitermessung sehr genau ermittelt wird.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Stefan Boltzmann Lampe	1008523
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
1	Thermosäule nach Moll	1000824
3	Digital-Multimeter P1035	1002781
2	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843


Sowohl die Gesamtintensität wie auch die spektrale Verteilung der Wärmestrahlung eines Körpers hängen von seiner Temperatur und seiner Oberflächenbeschaffenheit ab. Bei einer bestimmten Wellenlänge und einer bestimmten Temperatur emittiert der Köper umso mehr Strahlung, je besser er die Strahlung absorbieren kann. Der Schwarze Körper, ein Körper mit idealisierter Oberflächenbeschaffenheit, absorbiert die Strahlung sämtlicher Wellenlängen vollständig und strahlt deshalb bei gegebener Temperatur Wärmestrahlung mit der höchsten Intensität ab. Er wird zugrunde gelegt, wenn die Temperaturabhängigkeit der Wärmestrahlung untersucht werden soll.

Die Temperaturabhängigkeit der Strahlungsintensität *S* eines Schwarzen Körpers wird durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschrieben.

(1)

 $S_0 = \sigma \cdot T^4$ *T*: absolute Temperatur

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$
: Stefan-Boltzmann-Konstante

Diese Intensität kann nicht unmittelbar gemessen werden, da der Körper gleichzeitig Strahlung aus der Umgebung absorbiert. Die gemessene Intensität ist vielmehr

 $S_1 = \sigma \cdot \left(T^4 - T_0^4\right)$ 

T<sub>0</sub>: absolute Temperatur der Umgebung

Auch das von einer Glühlampe emittierte Licht ist Wärmestrahlung. Hier ist die Temperatur des Glühfadens gerade so gewählt, dass ein erheblicher Teil als sichtbares Licht emittiert wird. Die Temperaturabhängigkeit der gesamten Strahlungsintensität entspricht der des Schwarzen Körpers. Es gilt

$$S = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4)$$

da der Glühfaden einen Anteil  $\epsilon$  der Strahlung sämtlicher Wellenlängen absorbiert.

Eine solche Glühlampe mit Wolframfaden wird im Experiment zur Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Strahlungsintensität eingesetzt. Mit einer Thermosäule nach Moll wird die Strahlungsintensität in einer Relativmessung bestimmt. Die Temperatur des Glühfadens lässt sich aus dem temperaturabhängigen Widerstand

(4)

 $R = R_0 \left( 1 + \alpha \cdot (T - T_0) \right)$  $R_0$ : Widerstand bei Umgebungstemperatur  $T_0$ 

$$\alpha = 4, 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$
 für Wolfram

bestimmen, da R in einer Vierleitermessung sehr genau ermittelt wird.

## AUSWERTUNG

Aus Gleichung (4) folgt für die Temperatur T

$$T = \frac{R - R_0}{\alpha \cdot R_0} + T_0$$

Allerdings gilt Gleichung (4) nur in guter Näherung. Für genauere Auswertungen kann eine Tabelle aus der Bedienungsanleitung zur Stefan-Boltzmann-Lampe herangezogen werden. Die Temperaturen *T* werden im Experiment so hoch gewählt, dass die Umgebungstemperatur  $T_0$  in Gleichung (3) vernachlässigt werden kann. Außerdem wird anstelle der absoluten Intensität *S* die Thermospannung  $U_{\rm th}$  als Maß für die relative Intensität abgelesen. Gl. (3) wird daher zu

$$U_{\text{th}} = a \cdot T^4$$
 bzw.  $\ln(U_{\text{th}}) = \ln(a) + 4 \cdot \ln(T)$ 

In einem In  $(U_{th})$  -  $I_n$  (*T*)-Diagramm liegen die Messpunkte daher auf einer Geraden mit der Steigung 4.



Abb. 1: Schematische Darstellung des Aufbaus



Abb. 2: ln (U<sub>th</sub>) - ln (T)-Diagramm

## UE4060100 BESTIMMUNG DER LICHTGESCHWINDIGKEIT



## > AUFGABEN

- Oszilloskopische Messung der Laufzeit eines kurzen Lichtimpulses für einen vorgegebenen Laufweg durch Vergleich mit einem Referenzsignal.
- Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit in Luft als Quotient aus Laufweg und Laufzeit.

### ZIEL

Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit aus der Laufzeit kurzer Lichtimpulse

### ZUSAMMENFASSUNG

Die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts lässt sich durch eine einfache Laufzeitmessung demonstrieren. Hierzu werden sehr kurze Lichtimpulse von nur wenigen Nanosekunden Dauer untersucht und deren Laufzeit nach Hin- und Rücklauf über eine mehrere Meter lange Messstrecke oszilloskopisch bestimmt. Aus der Laufzeit und der Entfernung des Senders zum Triple-Prismen-Reflektor kann die Lichtgeschwindigkeit berechnet werden.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Lichtgeschwindigkeits-Messgerät (230 V, 50/60 Hz)	1000882 oder
	Lichtgeschwindigkeits-Messgerät (115 V, 50/60 Hz)	1000881
1	Digital-Oszilloskop 2x100 MHz	1020911
1	Optische Bank, 50 cm	1002626
2	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 75 mm	1022450
1	Tonnenfuß	1001045
1	Stativstange, 1500 mm	1002937
1	Universalmuffe	1002830
1	Taschenbandmaß, 2 m	1002603



Die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts lässt sich mit heutiger Messtechnik durch eine einfache Laufzeitmessung demonstrieren. Hierzu werden sehr kurze Lichtimpulse von nur wenigen Nanosekunden Dauer untersucht und deren Laufzeit nach Hin- und Rücklauf über eine mehrere Meter lange Messstrecke oszilloskopisch bestimmt.

Im Experiment gelangen die kurzen Lichtimpulse einer gepulsten LED über einen Strahlteiler auf zwei Photowandler, deren nachgeschaltete Verstärker Spannungsimpulse für die oszilloskopische Auswertung liefern. Auf den Photowandler *A* treffen Lichtimpulse, die durch einen in großer Entfernung aufgestellten Triple-Prismen-Reflektor in das Messgerät zurückgeworfen wurden. Photowandler *B* misst den unverzögerten, intern erzeugten Referenzimpuls. Die Triggerung des Oszilloskops erfolgt durch einen Spannungsimpuls von Ausgang *C*, dar dem Referenzimpuls um 60 ns vorauseilt.

Mit einem zweikanaligen Oszilloskop wird der Laufzeitunterschied *t* der beiden Impulse gemessen. Aus dem ermittelten Laufzeitunterschied *t* und der Entfernung *s* des Senders zum Triple-Prismen-Reflektor kann die Lichtgeschwindigkeit berechnet werden:

$$(1) c = \frac{2 \cdot s}{t}$$

Eindrucksvoller ist es, die Entfernung des Reflektors zu variieren und die daraus resultierende Änderung des Pulsabstandes auf dem Oszilloskop zu beobachten. Dies ist problemlos möglich, da die Aufstellung des Triple-Prismen-Reflektors keinen größeren Justieraufwand erfordert, sondern nach Augenmaß erfolgen kann.



Abb. 1: Messprinzip



Abb. 2: Laufzeitmessung mit dem Oszilloskop

# UE4070310 | ND:YAG-LASER



## > AUFGABEN

- Abstimmung des Diodenlasers zum stabilen optischen Pumpen des Nd:YAG-Lasers.
- Bestimmung der Lebensdauer des oberen Laserniveaus  ${}^{4}\mathrm{F}_{3/2}$  im Nd:YAG-Kristall
- Justierung des Resonators und Beobachtung der Resonatormoden.
- Messung der Ausgangsleistung des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit von der Pumpleistung und Bestimmung der Laserschwelle.
- Beobachtung des Spiking im Pulsbetrieb der Laserdiode.



## WARNUNG

Im Experiment wird eine Lasereinrichtung der Klasse 4 betrieben, die im infraroten (nicht sichtbaren) Spektralbereich emittiert. Daher sind grundsätzlich immer Laserschutzbrillen zu tragen. Auch mit Laserschutzbrille darf der Laserstrahl nicht direkt beobachtet werden. ZIEL Einrichtung und Optimierung eines Nd:YAG-Lasers

## ZUSAMMENFASSUNG

Im Experiment wird ein mit einem Diodenlaser gepumpter Nd:YAG Laser eingerichtet und optimiert. Nach Abstimmung des Diodenlasers zum stabilen optischen Pumpen und Optimierung des Resonators kann das System als Nd:YAG-Laser in Betrieb genommen werden. Untersucht werden der nicht stationäre und der stationäre Betrieb. Außerdem wird die Lebensdauer des oberen Laserniveaus <sup>4</sup>F<sub>3/2</sub> im Nd:YAG-Kristall bestimmt.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Laserdioden-Treiber und Zweifach-Temperatur-Controller Dsc01-2,5	1008632
1	Optische Bank KL	1008642
1	Diodenlaser 1000 mW	1009497
1	Nd:YAG-Kristall	1008635
1	Kollimatorlinse $f = +75 \text{ mm}$	1008646
1	Laserspiegel I	1008638
1	PIN-Photodiode	1008640
1	Filter RG850	1008648
1	Justierlaserdiode	1008634
1	Transportkoffer KL	1008651
1	Laserschutzbrille für Nd:YAG	1002866
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	Digital-Oszilloskop 2x100 MHz	1020911
1	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	HF-Kabel	1002746
1	IR Detektorkarte	1017879

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Nd:YAG-Laser ist ein Festkörperlaser, der infrarotes Licht emittiert. Als Lasermedium dient ein Neodymdotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Kristall. Gepumpt wird mit einem Halbleiter-Diodenlaser. Emittiert wird in der Regel eine Wellenlänge von 1064 nm.

Abb. 1 zeigt die Energieniveaus des Nd:YAG-Kristalls mit den wichtigsten Übergängen für das optische Pumpen und den Laserbetrieb. Durch optisches Pumpen mit Licht von ca. 808 nm Wellenlänge werden Übergänge vom Grundzustand (1) in das obere Pumpniveau (4) angeregt.



Dessen Lebensdauer ist sehr kurz und es erfolgen schnelle, strahlungslose Übergänge in das metastabile obere Laserniveau (3). Übergänge zurück in den Grundzustand werden so verhindert. Der Laserübergang findet mit  $\lambda$  = 1064 nm in das untere Laserniveau (2) statt. Dieses hat eine sehr kurze Lebensdauer und zerfällt strahlungslos in den Grundzustand. So wird jeder Zustand bis zu einem gewissen Grad besetzt. Die Zustände 4 und 2 zerfallen aber so schnell, dass die Anzahldichten der Atome in diesen Zuständen als Null angenommen werden können. Daher lässt sich das dynamische Verhalten des Lasers durch die folgenden Ratengleichungen für die Inversionsdichte *n* (die Differenz der Anzahldichten der Nd-Atome in den Zuständen 2 und 3) und für die Photonendichte *p* des Laserlichtfeldes beschreiben:

(1a)

(1b)

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = W \cdot (N_{\mathrm{Nd}} - n) - \sigma \cdot c \cdot p \cdot n - \frac{n}{\tau_3}$$
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{L_{\mathrm{Nd}}}{L} \cdot \sigma \cdot c \cdot p \cdot n - \frac{p}{\tau_{\mathrm{res}}}$$

In (1a) beschreibt der erste Term das optische Pumpen, der zweite die induzierte Emission und der dritte den Zerfall des oberen Laserniveaus durch spontane Emission. Der erste Term in (1b) berücksichtigt die Photonenerzeugung durch induzierte Emission, der zweite die Abnahme der Photonendichte durch Verluste im Resonator. Genauer muss noch berücksichtigt werden, dass wegen der spontanen Emission schon beim Start Photonen vorhanden sind. Für den stationären Betrieb erhält man unter Vernachlässigung der spontanen Emission folgende Lösung:

(2) 
$$p = \frac{1}{\sigma \cdot c \cdot \tau_3} \cdot \frac{W - W_s}{W_s}$$

mit 
$$W_{\rm s} = \frac{1}{\tau_{\rm s}} \cdot \frac{n_{\rm i}}{n_{\rm i} - N_{\rm Nd}} \quad n_{\rm i} = \frac{1}{L_{\rm Nd} \cdot \sigma \cdot c \cdot c}$$

Die Pumprate muss also einen Schwellenwert überschreiten, danach steigt die Photonendichte linear mit der Pumprate an. Eine direkte Messung der Photonendichte und der Pumprate ist nicht möglich. Im Experiment wird daher gezeigt, dass die Laser-Ausgangsleistung  $P_{\rm L}$  oberhalb eines Schwellenwertes linear von der Pumpleistung abhängt. Abb. 2 zeigt Lösungen der Ratengleichungen für den nicht stationären Betrieb. Dabei baut sich zunächst die Besetzungsinversion auf. Sobald die Schwelleninversion  $n_{\rm i}$  erreicht ist, steigt die Inversionsdichte linear an. Es folgen ein schneller Anstieg der Photonendichte und ein Abfall der Inversionsdichte auf einen Wert leicht unterhalb der Schwelleninversion. Bei den Wiederholungen dieses Vorgangs wird das Überschwingen der Inversionsdichte immer geringer, bis sich der stationäre Zustand einstellt. Dieses sogenannte Spiking wird im Experiment ebenfalls nachgewiesen.

Zuvor wird jedoch die Wellenlänge der zum Pumpen eingesetzten Diodenlaser auf den Übergang bei  $\lambda$  = 808 nm abgestimmt und anschließend im Pulsbetrieb des Diodenlasers der zeitliche Verlauf der spontanen Emission gemessen (Abb. 3). Aus diesen Messwerten lässt sich die Lebensdauer des oberen Laserniveaus bestimmen. Nach Aufbau und Justierung des Resonators wird das Spiking beobachtet und anschließend die Ausgangsleistung in Abhängigkeit von der Pumpleistung gemessen.



Abb. 1: Energieniveauschema des Nd:YAG-Kristalls. Die für das Experiment relevanten Übergänge sind rot dargestellt



Abb. 2: Nicht stationäre Lösungen der Ratengleichungen (Spiking)



Abb. 3: Messung der spontanen Emission zur Bestimmung der Lebensdauer des oberen Laserniveaus

# UE4070320 I GÜTESCHALTUNG ND:YAG-LASER



## > AUFGABEN

- Einrichtung und Optimierung der Güteschaltung des Nd:YAG-Lasers mit einem Cr:YAG-Modul.
- Aufzeichnung der Pulse und Bestimmung der Pulsdauer.



### WARNUNG

Im Experiment wird eine Lasereinrichtung der Klasse 4 betrieben, die im infraroten (nicht sichtbaren) Spektralbereich emittiert. Daher sind grundsätzlich immer Laserschutzbrillen zu tragen. Auch mit Laserschutzbrille darf der Laserstrahl nicht direkt beobachtet werden.

### ZIEL Güteschaltung des Nd:YAG-Lasers mit einem Cr:YAG-Modul

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Güteschaltung eines Lasers ermöglicht die Erzeugung kurzer, energiereicher Pulse. Sie beruht auf der Kontrolle der Laserschwelle durch eine Erhöhung oder Erniedrigung der Resonator-Verluste. Mit Hilfe eines Cr:YAG-Moduls wird eine passive Güteschaltung realisiert und der zeitliche Pulsverlauf des Lasers aufgenommen. Aus der mittleren Leistung und der Wiederholfrequenz wird die Pulsenergie berechnet.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Laserdioden-Treiber und Zweifach-Temperatur-Controller Dsc01-2,5	1008632
1	Optische Bank KL	1008642
1	Diodenlaser 1000 mW	1009497
1	Nd:YAG-Kristall	1008635
1	Passiver Güteschalter	1008637
1	Laserspiegel I	1008638
1	PIN-Photodiode, schnell	1008641
1	Filter RG850	1008648
1	Justierlaserdiode	1008634
1	Transportkoffer KL	1008651
1	Laserschutzbrille für Nd:YAG	1002866
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	Digital-Oszilloskop 2x100 MHz	1020911
1	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	HF-Kabel	1002746
1	IR Detektorkarte	1017879



Die Güteschaltung ermöglicht die Erzeugung kurzer, energiereicher Laserpulse, wie sie etwa in der Materialbearbeitung benötigt werden. Sie beruht auf der Kontrolle der Laserschwelle durch eine Erhöhung oder Erniedrigung der Resonator-Verluste. Bei hohen Verlusten wird ein Anschwingen des Resonators verhindert und die Pumpenergie im Laserkristall gespeichert. Nach dem Freischalten des Resonators durch Erniedrigung der Verluste entsteht ein Laserpuls, dessen Intensität um mehrere Größenordnungen größer ist als die Intensität im kontinuierlichen Betrieb. Dabei ist der Unterschied zum Spiking, dass die Inversionsdichte bei der Güteschaltung den Schwellenwert viel stärker überschreitet. Man unterscheidet passive und aktive Güteschalter. Passive Güteschalter sind Absorber, deren Absorptionsvermögen durch das Licht im Resonator geschaltet wird. Aktive Güteschalter sind typischer Weise akustooptische, elektrooptische oder mechanische Schalter, die die Transmission extern steuern.

Der Einsatz eines absorbierenden Kristalls als passiver Güteschalter setzt voraus, dass seine Absorption gesättigt werden kann. Dazu muss sein Absorptionswirkungsquerschnitt größer sein als der Absorptionswirkungsquerschnitt für Licht von Atomen im angeregten Zustand, und die Lebensdauer des angeregten Niveaus muss größer als die Dauer des Laserpulses und kleiner als die Pulswiederholzeit sein. Ein Cr:YAG-Kristall erfüllt diese Bedingungen.

Die Ratengleichungen für die durch optisches Pumpen erreichbare Inversionsdichte *n* im Nd:YAG-Kristall und für die Photonendichte *p* im Laserlichtfeld (vergleiche Experiment UE4070310) müssen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des passiv gütegeschalteten Lasers auch die Besetzungsdichte im Grundzustand des Cr:YAG-Kristalls berücksichtigen. Wegen der extrem schnellen Erhöhung der Photonendichte sind die Pumprate und die Rate der spontanen Emission vernachlässigbar. Mit der Definition des Schwellenwertes der Inversionsdichte

(1)

$$n_{\rm s} = \frac{1}{\sigma \cdot c \cdot \tau_{\rm res}}$$

τ<sub>res</sub>: Zeitkonstante für die Abnahme der Photonendichte durch Verluste im Resonator σ: effektiver Wirkungsquerschnitt für die Emission oder Absorption eines Photons c: Lichtgeschwindigkeit

erhält für die zeitliche Änderung der Inversionsdichte *n* und der Photonendichte *p*:

 $\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{n_{\rm s}} \cdot \frac{p}{\tau_{\rm res}}$ 

und

(2b)

$$\frac{dp}{dt} = -\left(\frac{n}{n_{\rm s}} - 1\right) \cdot$$

In einem Riesenpuls ist die Inversionsdichte näherungsweise konstant und entspricht ungefähr der Startinversionsdichte:

 $(3) n(t) = n_i$ 

Daher ergibt sich für die Photonendichte aus Gl. (2b):

(4) 
$$p(t) = \exp\left[\left(\frac{n_{\rm i}}{n_{\rm s}} - 1\right) \cdot \frac{t}{\tau_{\rm res}}\right]$$

Die Inversionsdichte  $n_{\rm i}$  im Riesenpuls ist sehr viel größer als die Schwelleinversionsdichte  $n_{\rm S}$ . Daher ist die Zeit, in der die Photonendichte anwächst, sehr viel kürzer als die Zeitkonstante  $\tau_{\rm res}$  für die Resonatorverluste.

Ein weiterer wichtiger Zeitpunkt ist erreicht, wenn die Inversionsdichte auf den Schwellenwert abgesunken ist. Dann ändert sich die Photonendichte gemäß GI (2b) nicht mehr, d.h. es werden also keine weiteren Laserphotonen erzeugt. Man erhält aus Gl. (2a):

(5) 
$$\frac{dn}{dt} = -\frac{p_{\max}}{\tau_{\text{res}}} \quad \text{mit } p(t) = p_{\max}$$

Die Photonendichte fällt also nach Erreichen des Maximums ab mit der Zeitkonstante für die Resonatorverluste

Der Maximalwert der Photonendichte ist gegeben durch:

(6) 
$$p_{\max} = n_{\rm s} \cdot \ln\left(\frac{n_{\rm s}}{n_{\rm i}}\right) - (n_{\rm s} - n_{\rm i})$$

Dementsprechend weisen Laser mit einer nur sehr geringen Lebensdauer ihres oberen Laserniveaus, also einer nur sehr geringen überschüssigen Inversionsdichte, keine signifikante Steigerung der Ausgangsleistung im Pulsbetrieb auf.

Im Experiment wird das Cr:YAG-Modul in den Resonator eingebracht und eine erneute Feinjustage des Lasers durchgeführt. Mit einer PIN-Diode wird das Lasersignal gemessen und mit einem Oszilloskop aufgezeichnet.



Abb. 1: Pulsverlauf eines passiv gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers

# UE4070330 | ND:YAG-LASER



## > AUFGABEN

- Erzeugung frequenzverdoppelter Strahlung durch Einbringen eines KTP-Kristalls in den Resonator.
- Messung der Ausgangsleistung der frequenzverdoppelten Strahlung in Abhängigkeit von der Leistung der Fundamentalwelle.
- Untersuchung der Abhängigkeit von Kristall-Orientierung und Kristall-Temperatur.



## WARNUNG

Im Experiment wird eine Lasereinrichtung der Klasse 4 betrieben, die im infraroten (nicht sichtbaren) Spektralbereich emittiert. Daher sind grundsätzlich immer Laserschutzbrillen zu tragen. Auch mit Laserschutzbrille darf der Laserstrahl nicht direkt beobachtet werden.

## ZIEL

Resonatorinterne Frequenzverdopplung in einem Nd:YAG-Laser

## ZUSAMMENFASSUNG

In starken elektromagnetischen Feldern ändern Materialien häufig ihre optischen Eigenschaften. So kann in einem solchen Material z.B. die Frequenz von intensitätsstarkem Laserlicht verdoppelt werden. Im Experiment wird ein KTP-Kristall eingesetzt, um aus der infraroten 1064-nm-Strahlung eines Nd:YAG-Lasers durch Frequenzverdopplung grüne Strahlung mit der Wellenlänge 532 nm zu erzeugen. Der Kristall ist in mehrfacher Hinsicht geeignet, da er sich optisch stark nicht linear verhält und Strahlung mit der Ausgangsfrequenz und der doppelten Frequenz nur in geringem Maße absorbiert.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Laserdioden-Treiber und Zweifach-Temperatur-Controller Dsc01-2,5	1008632
1	Optische Bank KL	1008642
1	Diodenlaser 1000 mW	1009497
1	Nd:YAG-Kristall	1008635
1	Frequenzverdopplungsmodul	1008636
1	Laserspiegel II	1008639
1	PIN-Photodiode	1008640
1	Filter BG40	1017874
1	Justierlaserdiode	1008634
1	Transportkoffer KL	1008651
1	Laserschutzbrille für Nd:YAG	1002866
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	IR Detektorkarte	1017879



In starken elektromagnetischen Feldern ändern Materialien häufig ihre optischen Eigenschaften. So kann in einem solchen Material z.B. die Frequenz von intensitätsstarkem Laserlicht verdoppelt werden. Zur Beschreibung solcher Phänomene betrachtet man die Polarisation des Materials, die sich nicht linear mit der elektrischen Feldstärke ändert.

lst das Material nicht magnetisch, hat die Wellengleichung für die elektrische Feldstärke ${\it E}$  die Form

(1) 
$$\Delta \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{r},t)$$

 $\tilde{P}$ : Polarisation des Materials  $\epsilon_0$ : elektrische Feldkonstante c: Lichtgeschwindigkeit

Zwischen der Polarisation und Feldstärke besteht der nicht lineare Zusammenhang

(2) 
$$\tilde{P}(t) = \varepsilon_0 \cdot \left( \chi_1 \cdot E(t) + \chi_2 \cdot E(t)^2 \right)$$

 $\chi_1,\,\chi_2$ : Suszeptibilitäten erster und zweiter Ordnung Also erzeugt ein mit einer Frequenz f oszillierendes elektrisches Feld

(3) 
$$E(t) = E_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

eine Polarisation, die aus zwei Anteilen besteht. Der Anteil

(4) 
$$\tilde{P}_1(t) = \varepsilon_0 \cdot \chi_1 \cdot E_0 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t)$$

oszilliert mit der einfachen Frequenz *f* und beschreibt die Änderung der Lichtgeschwindigkeit im Material. Der Anteil

(5) 
$$\tilde{P}_{2}(t) = \varepsilon_{0} \cdot \chi_{2} \cdot E_{0}^{2} \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot 2f \cdot t)$$

schwingt mit der doppelten Frequenz 2*f* und wirkt gemäß (1) als Quelle für eine neue Komponente des elektromagnetischen Feldes. Im Photonenbild betrachtet werden dabei zwei Photonen mit der Frequenz *f* in ein Photon mit der Frequenz 2*f* konvertiert (siehe Abb. 1). Aus Gründen der Impulserhaltung ist die Ausbeute hierfür besonders groß, wenn die Phasenfehlanpassung

(6) 
$$\Delta k \cdot \frac{L}{2} = \left| 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_{\rm f}} - \frac{2\pi}{\lambda_{\rm 2f}} \right| \cdot \frac{L}{2} = \frac{2\pi}{c} \cdot f \cdot L \cdot \left| n_{\rm f} - n_{\rm 2f} \right|$$

### L: Resonatorlänge

 $\lambda_{\rm p}\,\lambda_{\rm 2f}$  Wellenlängen im Material bei einfacher und doppelter Frequenz möglichst den Wert Null annimmt. Die Brechzahlen  $n_{\rm f}$  und  $n_{\rm 2f}$  des Materials sollten also möglichst übereinstimmen, was in doppelbrechenden Materialien mit starker räumlicher Anisotropie bei geeigneter Orientierung erreichbar ist (siehe Abb. 2). Dies hat zur Konsequenz, dass die Ausbeute von der räumlichen Orientierung des frequenzverdoppelnden Materials abhängt.

Die Leistungsdichte  $P_{2f}$  der neuen Strahlung hängt quadratisch von der Leistungsdichte  $P_{f}$  der Fundamentalstrahlung ab. Es gilt

(7) 
$$P_{2f} = P_f^2 \cdot \frac{L^2}{A} \cdot C \cdot F\left(\Delta k \cdot \frac{L}{2}\right) \text{ mit } F(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

#### A: Resonatorquerschnitt

C: Materialkonstante bei gegebener Wellenlänge Im Experiment wird ein KTiOPO<sub>4</sub>-Kristall (KTP) eingesetzt, um aus der infraroten 1064-nm-Strahlung eines Nd:YAG-Lasers durch Fequenzverdopplung grüne Strahlung mit der Wellenlänge 532 nm zu erzeugen. Der Kristall ist in mehrfacher Hinsicht geeignet, da er sich optisch stark nicht linear verhält und Strahlung mit der Ausgangsfrequenz und der

doppelten Frequenz nur in geringem Maße absorbiert.

### AUSWERTUNG

Zur Bestätigung der Abhängigkeit vom Quadrat der Primärleistung  $P_{\rm f}$  wird die aus vorhergehenden Experimenten bekannte Abhängigkeit der Primärleistung vom Injektionsstrom / der Laserdiode ausgenutzt.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Frequenzverdopplung



Abb. 2: Schematische Darstellung zur Phasenanpassung durch Nutzung der Doppelbrechung im Material *n*(*o*): Brechzahl des ordentlichen Strahls *n*(eo): Brechzahl des außerordentlichen Strahls



Abb. 3: Darstellung der Funktion F(x)

# UE4080100 | PRISMENSPEKTROMETER



### ZIEL

Einrichtung und Kalibrierung eines Prismenspektrometers

### ZUSAMMENFASSUNG

In einem Prismenspektrometer wird die Zerlegung des Lichts in seine Spektralfarben beim Durchgang durch ein Prisma genutzt, um optische Spektren zu messen. Zur Messung der Wellenlängen ist eine Kalibrierung erforderlich, da diese Winkeldispersion nicht linear ist. Im Experiment wird das "bekannte" Spektrum einer Hg-Lampe zur Kalibrierung verwendet und anschließend das "unbekannte" Spektrum einer Cd-Lampe vermessen.

## > AUFGABEN

- Justierung des Prismenspektrometers und Kalibrierung mit den Spektrallinien einer Hg-Lampe.
- Messung des minimalen Ablenkwinkels bei  $\lambda$  = 546,07 nm.
- Bestimmung der Brechzahl von Flintglas bei  $\lambda$  = 546,07 nm sowie der Cauchy-Parameter *b* und *c* der wellenlängen-abhängigen Brechzahl.
- Berechnung einer Kalibrierkurve nach der Hartmann'schen Dispersionsformel.
- Ausmessung eines unbekannten Linien-spektrums.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Spektrometer-Goniometer S	1008673
1	Drossel für Spektrallampen (230 V, 50/60 Hz)	1021409 or
	Drossel für Spektrallampen (115 V, 50/60 Hz)	1022541
1	Spektrallampe Hg/Cd	1003546
1	Spektrallampe Hg 100	1003545

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Mit einem Prismenspektrometer werden optische Spektren gemessen, indem die Zerlegung des Lichts in seine Spektralfarben beim Durchgang durch das Prisma genutzt wird. Diese Dispersion ist auf die Abhängigkeit der Brechzahl des Prismenglases von der Wellenlänge zurückzuführen. Sie ist nicht linear, daher ist eine Kalibrierung erforderlich, um Wellenlängen mit dem Prismen-spektrometer messen zu können.

Im Spektrometer fällt das untersuchte Licht durch den Spalt S auf das Objektiv O<sub>1</sub>, das zusammen mit dem Spalt einen Kollimator bildet und ein breites, paralleles Lichtbündel erzeugt (siehe Abb. 1). Nach zweifacher Brechung durch das Prisma tritt das Bündel parallel aus und wird in der Brennebene des Objektivs O<sub>2</sub> zu einem Bild des Spaltes vereinigt, welches durch das Okular OC beobachtet wird. Dazu ist das aus Objektiv O<sub>2</sub> und Okular OC gebildete Fernrohr an einem schwenkbaren Arm befestigt, der fest mit dem Nonius N verbunden ist. Die zweifache Brechung des Lichts durch das Prisma lässt sich durch die Winkel  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  und  $\beta_2$  beschreiben (siehe Abb. 2). Für ein gleichseitiges Prisma gilt

### (1) $\sin\alpha_1 = n(\lambda) \cdot \sin\beta_1(\lambda), n(\lambda) \cdot \sin\beta_2(\lambda) = \sin\alpha_2(\lambda), \beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda) = 60^{\circ}$

Der Eintrittswinkel  $\alpha_1$  lässt sich durch Drehen des Prismas im parallelen Eintrittsbündel verändern. Die Winkel  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  und  $\beta_2$  hängen von der Wellenlänge  $\lambda$  ab, da die Brechzahl n wellenlängenabhängig ist. Aus dem Eintrittswinkel  $\alpha_1$  und dem Austrittswinkel  $\alpha_2$  ergibt sich der Ablenkwinkel

### $\delta(\lambda) = \alpha_1 + \alpha_2(\lambda) - 60^\circ$

zwischen Kollimator und Fernrohr. Er erreicht ein Minimum  $\delta_{min}$ , wenn der Strahlengang symmetrisch zum Prisma verläuft. Dann ist die Winkeldispersion  $d\delta/d\lambda$  gerade maximal. Daher wird das Prismen-spektrometer so justiert, dass der symmetrische Strahlengang für eine Bezugswellenlänge  $\lambda_0$  erreicht wird. Im Experiment wird hierfür die grüne Spektrallinie ( $\lambda_0$  = 546,07 nm) einer Hg-Spektrallampe gewählt.

Aus dem minimalen Ablenkwinkel lässt sich die Brechzahl des Prismas bei der Bezugswellen-

(2)



länge bestimmen. Denn wegen der Symmetrie gilt  $\beta_1(\lambda_0) = \beta_2(\lambda_0) = 30^\circ$  und  $\alpha_2(\lambda_0) = \alpha_1$ , und somit:

(3) 
$$\sin \alpha_1 = n(\lambda_0) \cdot \frac{1}{2} \text{ mit } \alpha_1 = \frac{\delta_{\min}}{2} + 30^\circ$$

Durch die Dispersion sind die übrigen Spektrallinien gegenüber  $\delta_{min}$ um kleine Winkel  $\Delta\delta$  verschoben. Sie werden mit Hilfe des Nonius auf die Winkel minute genau abgelesen. Da auch die Änderung  $\Delta n$ der Brechzahl über den gesamten sichtbaren Bereich klein ist, reicht es ausschließlich die linearen Terme der Änderungen zu betrachten. Daher ergibt sich aus den Gln. 1 – 3 der folgende Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Ablenkung:

(4) 
$$\Delta\delta(\lambda) = \Delta\alpha_2(\lambda) = \frac{\Delta n(\lambda)}{\cos\alpha_1} = \frac{\Delta n(\lambda)}{\sqrt{1 - \frac{(n(\lambda_0))^2}{4}}}$$

Im sichtbaren Bereich des Spektrums nimmt die Brechzahl n mit zuneh-mender Wellenlänge  $\lambda$  ab. Dies kann durch die Cauchy-Gleichung in der Form

(5) 
$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$$

beschrieben werden.

Aus (4) und (5) lässt sich im Prinzip eine mathematische Beschreibung für eine Kalibrierkurve gewinnen. Besser geeignet ist jedoch die Hartmann'sche Dispersionsformel

(6) 
$$\delta(\lambda) = \delta_{\rm H} + \frac{K}{\lambda - \lambda_{\rm H}}$$

mit den Anpassungsparametern  $\delta_{H^*}$  K und  $\lambda_{H^*}$  die aber keine besondere physikalische Bedeutung haben.

Im Experiment werden daher die Spektrallinien der Hg-Spektrallampe unter Verwendung von (6) zur Kalibrierung herangezogen und anschließend die Linien eines "unbekannten" Spektrums vermessen (siehe Tab. 1).

### AUSWERTUNG

Aus Gl. 3 folgt die Brechzahl  $n(\lambda_0)$ . Die Cauchy-Parameter der Brechzahl lassen sich in der Darstellung  $\Delta n = n(\lambda) - n(\lambda_0) = f(1/\lambda^2)$  aus einer Parabelanpassung berechnen.

Tab.1: Wellenlängen der Cd-Spektrallinien

Bezeichnung	Messung λ / nm	Literaturwert $\lambda$ / nm
blau (mittel)	466	466
blau (stark)	468	468
blaugrün (mittel)	479	480
dunkelgrün (stark)	509	509
dunkelgrün (schwach)	515	516
rot (stark)	649	644



Abb. 1: Schematische Darstellung eines Prismenspektrometers. S: Eintrittspalt, O<sub>1</sub>: Objektiv des Kollimators, P: Prisma, O<sub>2</sub>: Objektiv des Fernrohres, OC: Okular des Fernrohres,  $\delta$ : Ablenkung



Abb. 2: Strahlengang im Prisma



Abb. 3: Wellenlängenabhängige Brechzahl des Flintglasprismas



Abb. 4: Kalibrierkurve des Prismenspektrometers

# UE5010200 | PLANCK'SCHE KONSTANTE



## > AUFGABEN

- Messung der Grenzwerte der Gegenspannung in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichts
- Darstellung der Ergebnisse im Energie-Frequenz-Diagramm.
- Bestimmung der Planck'schen Konstante und der Austrittsarbeit.
- Nachweis der Unabhängigkeit der Energie der Elektronen von der Intensität des Lichts.

### ZIEL

Bestimmung der Planck'schen Konstante nach der Gegenspannungsmethode

## ZUSAMMENFASSUNG

In einer modifizierten klassischen Anordnung trifft Licht bekannter Frequenz durch eine ringförmige Anode auf eine Kathode und löst dort durch den Photoeffekt Elektronen aus. Die Energie der Elektronen lässt sich durch Anlegen einer Gegenspannung bestimmen, die den Stromfluss der Elektronen zur Anode zu Null kompensiert. Dabei zeigt sich, dass der dem Strom Null entsprechende Grenzwert der Gegenspannung und somit auch die Energie der Elektronen unabhängig von der Intensität des Lichts sind. Aus den für verschiedene Lichtfrequenzen gemessenen Grenzwerten wird die Planck'sche Konstante berechnet.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Planck'sche-Konstante-Apparat (230 V, 50/60 Hz)	1000537 ode
	Planck'sche-Konstante-Apparat (115 V, 50/60 Hz)	1000536



Der Photoeffekt zeigt zwei wichtige Eigenschaften, die 1902 von Lenard entdeckt wurden. Danach ist die Anzahl der beim Photoeffekt aus dem Kathodenmaterial ausgelösten Elektronen proportional zur Intensität des einfallenden Lichts, ihre Energie hängt jedoch von der Frequenz und nicht von der Intensität des Lichts ab. Zur Erklärung griff *Einstein* 1905 grundlegende Hypothesen aus der von *Planck* gefundenen Beschreibung der Strahlung eines schwarzen Körpers auf und schuf so wichtige Grundlagen für die Quantentheorie.

Einstein nahm an, dass Licht sich in Form von Photonen ausbreitet, deren Energie proportional zur Frequenz des Lichtes ist. Trifft ein solches Photon mit der Energie

(1)  $E = h \cdot f,$ 

 $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js : Planck'sche Konstante

auf ein Elektron im Kathodenmaterial, so kann seine Energie auf das Elektron übertragen werden, so dass dieses mit der kinetischen Energie

$$(2) E_{\rm kin} = h \cdot f - W$$

aus der Kathode austritt. Die Austrittsarbeit *W* ist eine materialabhängige Größe und beträgt z. B. bei Caesium etwa 2 eV. Im Experiment wird dieser Zusammenhang genutzt, um die Planck'sche Konstante *h* zu bestimmen. Dazu trifft Licht einer bestimmten Frequenz *f* durch die ringförmige Anode auf die Kathode und löst dort Elektronen aus. Der resultierende Strom zur Anode wird mit einem Nanoamperemeter gemessen und durch Anlegen einer Gegenspannung  $U_0$  zwischen Anode und Kathode zu Null kompensiert. Das Licht wird Leuchtdioden unterschiedlicher Farbe entnommen, deren Spektrum genügend schmal ausgeprägt ist, so dass ihnen eine Wellenlänge  $\lambda$  und somit eine Frequenz

(3)

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

c =2.998x10<sup>8</sup> m/s

zugewiesen werden kann.

Die Intensität des Diodenlichts kann zwischen 0 und 100% variiert werden, so dass auch die Unabhängigkeit der Energie der Elektronen von der Licht-intensität überprüfbar ist.

### AUSWERTUNG

Beim Grenzwert  $U_0$  der Gegenspannung wird jeweils der Strom zu Null kompensiert. Diese Definition lässt sich mit den Gleichungen (2) und (3) zusammenfassen zu

$$e \cdot U_0 = h \cdot f - W = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W$$

mit e=1.602 x 10<sup>-19</sup> As : Elementarladung

Die Planck'sche Konstante lässt sich daher als Geradensteigung in einem Diagramm ablesen, in dem auf der y-Achse die Werte  $E = e \cdot U_0$  und auf der x-Achse die Werte  $f = \frac{c}{\lambda}$  dargestellt werden.



Abb. 1: Schema der Messanordnung







Abb. 3: Grenzspannung  $U_0$  in Abhängigkeit von der Intensität

## UE5010400 | MILLIKAN-EXPERIMENT



## ZIEL

Bestätigung des Wertes der Elementar-ladung mit Hilfe geladener Öltröpfchen nach Millikan

## ZUSAMMENFASSUNG

Robert Andrews Millikan gelang es in den Jahren 1910 bis 1913, die Elementarladung mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit zu bestimmen und damit die Ladungsquantelung zu bestäti-gen. Das nach ihm benannte Experiment beruht auf der Messung der Ladungsmenge geladener Öltröpfchen, die in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators steigen und ohne elektrisches Feld sinken. Der hier im Experiment verwen-dete Millikan-Apparat ist ein auf dem experimentellen Aufbau von Millikan basierendes Kompaktgerät, das ohne radioaktive Strahlungsquelle auskommt.

Art.-Nr.

### > AUFGABEN

- Erzeugung und Auswahl geeigneter geladener Öltröpfchen und Beobachtung im elektrischen Feld.
- Messung der Steiggeschwindigkeit im elektrischen Feld und der Sinkgeschwin-digkeit ohne elektrisches Feld.
- Bestätigung des Wertes der Elementar-ladung.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

1	Millikan-Apparat (230 V, 50/60 Hz)	1018884 order
	Millikan-Apparat (115 V, 50/60 Hz)	1018882

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

*Robert Andrews Millikan* gelang es in den Jahren 1910 bis 1913, die Elementarladung mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit zu bestimmen und damit die Ladungsquantelung zu bestätigen. Er erhielt dafür den Nobelpreis für Physik. Das nach ihm benannte Experiment beruht auf der Messung der Ladungsmenge geladener Öltröpfchen, die in Luft im elektrischen Feld eines Platten-kondensators steigen und ohne elektrisches Feld sinken. Der von ihm ermittelte Wert e = (1,592 ± 0,003)· 10<sup>-19</sup> C weicht nur um 0,6% von dem heute bekannten Wert ab.

Die Kräfte, die auf ein Öltröpfchen wirken, das als kugelförmig angenommen wird und sich in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators befindet, sind die Gewichtskraft,

(1) 
$$F_{\rm G} = m_2 \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_2 \cdot g$$

 $m_2$ : Masse des Öltröpfchens  $r_0$ : Radius des Öltröpfchens,  $\rho_2$ : Dichte des Öls, g: Fallbeschleunigung

die Auftriebskraft in Luft,

$$F_{\rm A} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_1 \cdot g$$

 $\rho_1$ : Dichte der Luft

die Kraft im elektrischen Feld E,

*q*<sub>0</sub>: Ladung des Öltröpfchens, *U*: zwischen den Kondensatorplatten anliegende elektrische Spannung, *d*: Abstand der Kondensatorplatten

 $F_{\rm E} = q_0 \cdot E = \frac{q_0 \cdot U}{d}$ 



und die Stokes'sche Reibungskraft

(4) 
$$F_{R1,2} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_{1,2}$$

η: Viskosität der Luft, v<sub>1</sub>: Steiggeschwindigkeit, v<sub>2</sub>: Sinkgeschwindigkeit:

Beim Steigen des Öltröpchens im elektrischen Feld herrscht das Kräftegleichgewicht

(5)  $F_{\rm G} + F_{\rm R1} = F_{\rm F} + F_{\rm A}$ 

und beim Sinken ohne elektrisches Feld

$$F_{\rm G} = F_{\rm R2} + F_{\rm A}.$$

Daraus folgt für den Radius und die Ladung des Öltröpfchens:

(7) 
$$r_0 = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v_2}{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}}$$

und

(8) 
$$q_0 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot (\nu_1 + \nu_2)}{U} \cdot r_0$$

Sehr kleine Radien  $r_0$  liegen in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle, so dass die Stokes'sche Reibungskraft korrigiert werden muss. Für den korrigierten Radius r und die korrigierte Ladung q ergibt sich dann:

(9) 
$$r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2} \text{ mit } A = \frac{A}{4}$$

 $b = 82 \mu m \cdot h Pa = konstant, p: Luftdruck$ 

$$q = q_0 \cdot \left(1 + \frac{A}{r}\right)$$

Der im Experiment verwendete Millikan-Apparat ist ein auf dem experimen-tellen Aufbau von Millikan basierendes Kompaktgerät, das ohne radioaktive Strahlungsquelle auskommt. Die geladenen Öltröpfchen werden mit Hilfe eines Ölzerstäubers erzeugt und ihr zufälliger Ladungszustand anschließend nicht mehr von außen beeinflusst. Die Öltröpfchen werden wie im Millikan'schen Aufbau von oben in die Experimentierkammer eingebracht. Die Auswahl und die Bestimmung der Ladung geeigneter Öltröpfchen erfolgt durch die Beobachtung mit einem Messmikroskop. Dabei wird für jedes Öltröpfchen die Steigzeit bei angelegtem elektrischem Feld und die Sinkzeit ohne elektrisches Feld für eine Wegstrecke zwischen zwei ausge-wählten Markierungen auf der Okularskala gemessen. Die Polarität der Kondensatorplatten wird abhängig vom Vorzeichen der Ladung gewählt. Alternativ können die zu messenden Öltröpfchen im elektrischen Feld in der Schwebe gehalten werden.

Die gemessene Steig- und Sinkzeit eines geladenen Öltröpfchens, die ein-gestellte elektrische Spannung sowie die für die Auswertung relevanten Parameter Temperatur, Viskosität und Druck werden auf dem berührungs-empfindlichen Bildschirm angezeigt.

## EVALUATION

Steig- und Sinkzeit  $t_1$  und  $t_2$  wird jeweils die Steig- und Sinkgeschwindigkeit

$$v_{1,2} = \frac{S}{V \cdot t_{1,2}}$$

s: Wegstrecke zwischen zwei ausgewählten Markierungen auf der Okularskala, V = 2: Objektivvergrößerung

bestimmt und daraus nach Gleichung (10) die Ladung *q* des Öltropfchens.

Die aus den Messungen bestimmten Ladungen  $q_i$  (Tab. 1) werden durch eine ganze Zahl  $n_i$  so dividiert, dass die resultierenden Werte die kleinst-mögliche Streuung um den Mittelwert aufweisen. Als Maß für die Streu-ung dient die Standardabweichung. Der beste Schätzwert e für die Elementarladung sowie der Standardfehler  $\Delta e$  wird aus den Werten  $e_i$  der Einzelmessungen und deren Messfehlern  $\Delta e_i$  (Tab. 1) durch die Bildung des gewichteten Mittelwerts wie folgt bestimmt:

$$e \pm \Delta e = \frac{\sum w_i \cdot e_i}{\sum w_i} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}} \text{ mit } w_i = \left(\frac{1}{\Delta e_i}\right)^2$$

Mit den Werten aus Tab. 1 ergibt sich daraus:

$$e \pm \Delta e = \frac{1286}{799} \pm \frac{1}{28} = (1.61 \pm 0.04) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Das Ergebnis ist umso aussagekräftiger, je mehr Messwerte aufgenom-men werden, d.h. je größer der Umfang der Stichprobe ist, und je kleiner die Zahl *n* der Ladungen auf den Öltröpfchen ist. Auf Grund der Ungenauigkeiten insbesondere des Abstands der Kondensatorplatten und des Ablesens auf der Mikroskopskala sollte  $n \le 7$  sein.

Tab. 1: Gemessene Ladungen  $q_i$  von zehn unterschiedlichen Öltröpfchen und daraus ermittelte Werte ei für die Elementarladung.

i	Polarität	<i>q</i> i 10 <sup>-19</sup> C	∆ <i>q</i> i 10 <sup>-19</sup> C	n	e <sub>i</sub> 10 <sup>-19</sup> C	∆e <sub>i</sub> 10 <sup>-19</sup> C
1	+	-11,1	0,9	-7	1,59	0,13
2	+	-7,9	0,6	-5	1,58	0,12
3	+	-6,2	0,4	-4	1,55	0,10
4	 +	3,5	0,2	2	1,75	0,10
5	 +	4,9	0,3	3	1,63	0,10
6	 +	6,3	0,5	4	1,58	0,13
7	 +	6,6	0,4	4	1,65	0,10
8	 +	7,6	0,6	5	1,52	0,12
9	 +	10,2	0.8	6	1,70	0,13
10	 +	10,6	0,8	7	1,51	0,11

# UE5010500 | ELEKTRONENBEUGUNG





### ZIEL

Beobachtung der Beugung von Elektronen an polykristallinem Graphit und Bestätigung der Wellennatur der Elektronen

## > AUFGABEN

- Bestimmung der Durchmesser der beiden Beugungsringe für verschiedene Beschleunigungsspannungen.
- Bestimmung der Wellenlänge der Elektronen für verschiedene Beschleunigungsspannungen aus der Bragg-Bedingung.
- Bestätigung der de Broglie-Beziehung für die Wellenlänge.

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Beugung von Elektronen an einer polykristallinen Graphitfolie belegt die Wellennatur von Elektronen. Man beobachtet auf dem Leuchtschirm der Elektronenbeugungsröhre zwei Beugungsringe um einen zentralen Fleck in Strahlrichtung. Diese Ringe sind auf die Beugung von Elektronen an den Netzebenen der Mikrokristalle in der Graphitfolie zurückzuführen, die die Bragg-Bedingung erfüllen. Die Beobachtung ist vergleichbar mit dem Ergebnis der Debye-Scherrer-Beugung von Röntgenstrahlen an einem Kristallpulver.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Elektronenbeugungsröhre S	1013889
1	Röhrenhalter S	1014525
1	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (230 V, 50/60 Hz)	1003310 oder
	Hochspannungsnetzgerät, 5 kV (115 V, 50/60 Hz)	1003309
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

1924 stellte *Louis de Broglie* die Hypothese auf, dass Teilchen grundsätzlich auch Welleneigenschaften haben, wobei die Wellenlänge vom Impuls abhängt. Seine Überlegungen wurden von *C. Davisson* und *L. Germer* durch Beugung von Elektronen an kristallinem Nickel bestätigt.

Für die Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$  eines Teilchens von seinem Impuls p gab *de Broglie* die Beziehung

(1)

$$\lambda = \frac{n}{p}$$

h: Planck'sche Konstante

an. Diese lässt sich für Elektronen, die eine Beschleunigungsspannung  $U_{\rm A}$  durchlaufen haben, umformen in die Gleichung

(2)

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U_{\rm A}}}$$

### *m*: Elektronenmasse, *e*: Elementarladung

Beträgt die Beschleunigungsspannung z. B. 4 kV, so kann man den Elektronen eine Wellenlänge von etwa 20 pm zuweisen.



Im Experiment wird die Wellennatur der Elektronen in einer evakuierten Glasröhre durch Beugung an polykristallinem Graphit demonstriert. Auf dem Leuchtschirm der Glasröhre beobachtet man Beugungsringe um einen zentralen Fleck in Strahlrichtung, deren Durchmesser von der Beschleunigungsspannung abhängt. Sie werden durch Beugung von Elektronen an den Netzebenen der Mikrokristalle hervorgerufen, die die Bragg-Bedingung

 $2 \cdot d \cdot \sin \vartheta = n \cdot \lambda$ ϑ: Bragg-Winkel, n: Beugungsordnung, d: Netzebenenabstand

erfüllen (siehe Abb. 2). Der Durchmesser des dem Bragg-Winkel \vartheta zuzuordnenden Beugungsrings beträgt

$$D = 2 \cdot L \cdot \tan 2\vartheta$$

L: Abstand zwischen Graphitfolie und Leuchtschirm

Da Graphit eine kristalline Struktur mit zwei Netzebenenabständen  $d_1$  = 123 pm und  $d_2$  = 213 pm aufweist (siehe Abb. 3), werden in der ersten Beugungsordnung (n = 1) zwei Beugungsringe mit den Durchmessern  $D_1$  und  $D_2$  beobachtet.



Abb. 2: Bragg-Reflexion an einer "passenden" Netzebenenschar eines ausgewählten Kristallits in der Graphitfolie



Abb. 3: Kristallstruktur von Graphit



Abb. 4: Aus der Bragg-Bedingung ermittelte Wellenlänge in Abhängigkeit von der de Broglie-Wellenlänge

### **AUSWERTUNG**

Aus den Durchmessern der beiden Beugungsringe und den Netzebenenabständen lässt sich unter Anwendung der Bragg-Bedingung die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen. Für kleine Öffnungswinkel gilt:

$$\lambda = 2 \cdot d_{1/2} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{D_{1/2}}{2 \cdot L}\right)\right)$$

Die so berechnete Wellenlänge wird mit der gemäß (2) berechneten verglichen.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Elektronenbeugungsröhre

## UE5020100 | LINIENSPEKTREN |



## > AUFGABEN

- Aufzeichnung des Linienspektrums von Wasserstoff.
- Bestimmung der Frequenzen der Linien  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$ ,  $H_{\gamma}$  und  $H_{\delta}$  aus der Balmer-Serie des Wasserstoff.
- Berechnung der Rydberg-Konstanten.
- Aufzeichnung und Auswertung der Linienspektren von Edelgasen und Metalldämpfen.

## ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung der Balmer-Serie des Wasserstoffs und weiterer Linienspektren im sichtbaren Bereich

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Linienspektren von Licht aussendenden Atomen sind für das chemische Element charakteristisch. Sie nehmen aber mit höherer Ordnungszahl der Elemente an Komplexität zu. Der im sichtbaren Bereich liegende Teil des Linienspektrums von atomarem Wasserstoff lässt sich dagegen in einfacher Weise mit Hilfe des Bohr'schen Atommodells erklären.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Digital-Spektrometer LD	1018103
1	Spektralröhren-Netzgerät (230 V, 50/60 Hz)	1000684 oder
	Spektralröhren-Netzgerät (115 V, 50/60 Hz)	1000683
1	Spektralröhre Wasserstoff	1003409
1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
Zusätzlich	n empfohlen:	
1	Spektralröhre Helium	1003408
1	Spektralröhre Neon	1003413
1	Spektralröhre Argon	1003403
1	Spektralröhre Krypton	1003411
1	Spektralröhre Quecksilber	1003412
1	Spektralröhre Brom	1003404
1	Spektralröhre Jod	1003410



Licht aussendende Atome in einem leuchtenden Gas erzeugen Spektren aus zahlreichen einzelnen Linien, die deutlich von einander getrennt sind, auch wenn sie sich an einzelnen Stellen häufen können. Die Linien sind für das chemische Element charakteristisch, da jede Linie einem Übergang zwischen zwei bestimmten Energieniveaus in der Elektronenhülle des Atoms entspricht.

Das Emissionsspektrum von atomarem Wasserstoff hat im sichtbaren Bereich vier Linien H<sub>a</sub>, H<sub>β</sub>, H<sub>γ</sub> und H<sub>δ</sub>, die sich im Ultravioletten zu einer vollständigen Serie fortsetzen. Für die Frequenzen dieser Serie gab *J.J. Balmer* 1885 eine empirische Formel an:

(1)  $v = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$  $n = 3, 4, 5, 6 \dots$ R = 3290 THz: Rydberg-Konstante

Die Frequenzserie konnte später im Rahmen des Bohr'schen Atommodells einfach aus der Energieabgabe des Elektrons beim Übergang von höheren Schalen auf die zweite Schale des Wasserstoffatoms erklärt werden.

Schon das Linienspektrum des nur ein Elektron mehr enthaltenden Heliumatoms ist wesentlich komplexer als das des Wasserstoffatoms, da sich Spins der beiden Elektronen parallel oder antiparallel ausrichten können und so völlig unterschiedliche Energieniveaus im Heliumatom besetzen.

Die Komplexität nimmt für alle anderen chemischen Elemente weiter zu. In jedem Fall ist aber das Linienspektrum charakteristisch für das Element.



Abb. 2: Linienspektrum von atomarem Wasserstoff



Abb. 4: Linienspektrum von Neon

## AUSWERTUNG

In der Darstellung  $n = f(1/n^2)$  liegen die Frequenzen der Balmer-Serie auf einer Geraden, wenn man der H<sub>a</sub>-Line die Zahl n = 3, der H<sub>b</sub>-Linie den Wert n = 4 usw. zuordnet (siehe Abb. 1).

Die Geradensteigung entspricht der Rydberg-Konstanten R. Der Schnittpunkt mit der x-Achse liegt bei 0,25, da die Übergänge der Balmer-Serie zum Energieniveau n = 2 gerichtet sind.



Abb. 1: Übergangsfrequenzen der Balmer-Serie in Abhängigkeit von  $1/n^2$ 



Abb. 3: Linienspektrum von Helium



Abb. 5: Linienspektrum von Quecksilber

# UE5020150 | LINIENSPEKTREN II



## > AUFGABEN

- Nachweis der Feinstruktur in der Natrium-D-Linie.
- Messung der Absorptionslinien im Sonnenspektrum.
- Hochaufgelöste Messung der Spektrallinien weiterer Atome.

### ZIEL

Hochaufgelöste Messung von Absorptions- und Emissionslinien

### ZUSAMMENFASSUNG

Das Auflösungsvermögen eines Spektrometers wird häufig danach beurteilt, ob die beiden Natrium-D-Linien getrennt werden können. Im Experiment wird ein digitales Spektrometer eingesetzt, mit dem dies möglich ist.

Anzahl	Geräte	ArtNr.	
1	Digital-Spektrometer HD	1018104	
1	Drossel für Spektrallampen (230 V, 50/60 Hz)	1021409 oder	
	Drossel für Spektrallampen (115 V, 50/60 Hz)	1022541	
1	Spektrallampe Na	1003541	
2	Tonnenfuß, 1000 g	1002834	
Zusätzlich empfohlen:			
1	Spektrallampe Hg 100	1003545	
1	Spektrallampe Hg/Cd	1003546	



Das Auflösungsvermögen eines Spektrometers charakterisiert die Leistungsgrenze des Gerätes. Es gibt den minimalen Wellenlängenabstand zwischen zwei noch getrennten benachbarten Spektrallinien an. Ein berühmtes Linienpaar ist das Dublett der Natrium-D-Linie mit einem Wellenlängenabstand von 0,6 nm. Das Auflösungsvermögen eines Spektrometers wird häufig danach beurteilt, ob die beiden Linien getrennt werden können.

Die Natrium-D-Linie entsteht bei Emission durch den Übergang des Natrium-3s-Elektrons aus dem angeregten 3p-Zustand in den Grundzustand. Da Elektronenspin und Bahndrehimpuls gekoppelt sind (Spin-Bahn-Kopplung), ist der 3p-Zustand in zwei Feinzuständen mit Gesamtdrehimpuls j = 1/2 bzw. j = 3/2 aufgespaltet. Die Energiedifferenz der beiden Feinzustände beträgt 0,0021 eV, die Wellenlängen der Übergänge in den Grundzustand betragen 588,9950 nm (D<sub>2</sub>) und 589,5924 nm (D<sub>4</sub>).

Im Experiment wird ein digitales Spektrometer eingesetzt, mit dem die Feinstruktur in der Natrium-D-Linie aufgelöst werden kann. Die spektrale Zerlegung des einfallenden Lichts wird durch Einsatz eines Gitters mit 1200 Linien pro mm in einem Czerny-Turner-Monochromator bewirkt. Messbar ist der Spektralbereich zwischen 400 nm und 700 nm, der auf einen CCD-Array von 3600 Pixel verteilt wird. Also steht pro Wellenlängenintervall von 0,08 nm ein Pixel zur Verfügung. Auf diese Weise wird ein Auflösungsvermögen von 0,5 nm erreicht. Die Feinstruktur in der Natrium-D-Linie kann daher gemessen werden.



Abb. 1: Vereinfachtes Termschema von Natrium



Abb. 2: Absorptionslinien im Spektrum der Sonne



Abb. 3: Natrium-Absorptionslinien im Spektrum der Sonne

## **UE5020300** FRANCK-HERTZ-EXPERIMENT AN QUECKSILBER



## > AUFGABEN

- Messung des Auffängerstroms *I* als Funktion der Spannung *U* zwischen Kathode und Gitter.
- Bestimmung des Abstandes  $\Delta U$  der Strommaxima oder der Stromminima.
- Vergleich des Spannungsabstandes mit der Anregungsenergie der Quecksilber-Atome.

ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung der Franck-Hertz-Kurve an Quecksilber

## ZUSAMMENFASSUNG

Beim Franck-Hertz-Experiment an Quecksilber beobachtet man die Energieabgabe von Elektronen durch inelastischen Stoß beim Durchgang durch Quecksilberdampf. Die Energieabgabe erfolgt stufenweise, da durch den Stoß ein Energieübergang im Quecksilber-Atom angeregt wird. Das Experiment liefert somit eine Bestätigung des Bohr'schen Atommodells und die darin beschriebenen diskreten Energieniveaus in Atomen.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Franck-Hertz-Röhre mit Hg-Füllung und Heizofen (230 V, 50/60 Hz)	1006795 oder
	Franck-Hertz-Röhre mit Hg-Füllung und Heizofen (115 V, 50/60 Hz)	1006794
1	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (230 V, 50/60 Hz)	1012819 oder
	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (115 V, 50/60 Hz)	1012818
1	Digital-Oszilloskop 2x30 MHz	1020910
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	HF-Kabel	1002746
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



1914 berichteten *James Franck* und *Gustav Hertz*, dass Elektronen beim Durchgang durch Quecksilberdampf ihre Energie stufenweise abgeben und gleichzeitig die Emission der ultravioletten Linie ( $\lambda$  = 254 nm) des Quecksilbers zu beobachten ist. *Niels Bohr* erkannte darin einige Monate später einen Beweis für das von ihm entwickelte Atommodell. Das Franck-Hertz-Experiment an Quecksilber ist daher ein klassisches Experiment zur Bestätigung der Quantentheorie.

In einem evakuierten Glasrohr sind hintereinander eine geheizte Kathode C, ein Gitter G und eine Auffängerelektrode A angeordnet (siehe Abb. 1). Aus der Kathode treten Elektronen aus und werden durch eine Spannung *U* zum Gitter beschleunigt. Sie gelangen durch das Gitter hindurch zum Auffänger und tragen zum Auffängerstrom *I* bei, wenn ihre kinetische Energie zur Überwindung der Gegenspannung  $U_{GA}$  zwischen Gitter und Auffänger aus-reicht. Zusätzlich befindet sich ein Quecksilbertropfen im Glasrohr, der auf einen Dampfdruck von etwa 15 hPa erwärmt wird.

Mit zunehmender Spannung *U* steigt der Auffängerstrom *I* zunächst an, da immer mehr Elektronen durch das wachsende elektrische Feld aus der Raumladungswolke um die Kathode abgesaugt werden. Bei einem bestimmten Wert  $U = U_1$  jedoch erreichen die Elektronen kurz vor dem Gitter ausreichende kinetische Energie, um durch inelastischen Stoß die zur Anregung eines Quecksilber-Atoms erforderliche Energie abzugeben. Der Auffängerstrom fällt bis fast auf Null ab, da die Elektronen nach einem Stoß die Gegenspannung zum Auffänger nicht mehr überwinden können.

Mit weiter steigender Spannung erreichen die Elektronen die zur Stoßanregung eines Quecksilber-Atoms erforderliche Energie immer weiter vor dem Gitter. Nach dem Stoß werden sie erneut beschleunigt und erhalten genügend kinetische Energie, um zum Auffänger zu gelangen. Der Auffängerstrom nimmt also wieder zu.

Bei noch größerer Spannung  $U = U_2$  nehmen die Elektronen nach dem ersten Stoß ein zweites Mal so viel Energie auf, dass sie ein zweites Quecksilber-Atom anregen können. Der Auffängerstrom fällt bei dieser Spannung ebenfalls drastisch ab, um mit steigender Spannung wieder anzusteigen, bis er schließlich ein drittes Mal und bei noch höheren Spannungen weitere Male drastisch abnimmt.

### HINWEIS

Der erste Spannungswert  $U_1$  liegt nicht bei 4,9 V, sondern ist um die so genannte Kontaktspannung zwischen Kathode und Gitter verschoben.

### AUSWERTUNG

(1)

Die Spannungen  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , ..., bei denen der Strom in der gemessenen I(U)-Kennlinie drastisch abnimmt, weisen den konstanten Abstand  $\Delta U = 4,9$  V auf. Dieser Abstand entspricht der Anregungsenergie  $E_{Hg} = 4,9$  eV ( $\lambda = 254$  nm) der Quecksilberatome vom Grundzustand <sup>1</sup>S<sub>0</sub> in den ersten <sup>3</sup>P<sub>1</sub>-Zustand. Es gilt:

 $E_{\rm Hg} = e \cdot \Delta U$ 

#### e: Elementarladung

Das Messergebnis ist somit zurückzuführen auf die diskrete Energieaufnahme durch die Quecksilber-Atome beim inelastischen Stoß und die damit verbundene Abgabe eines festen Energiebetrages durch die Elektronen.



Abb. 1: Schematischer Aufbau zur Aufzeichnung der Franck-Hertz-Kurve an Quecksilber



Abb. 2: Auffängerstrom *I* in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung *U* 

## **UE5020400** FRANCK-HERTZ-EXPERIMENT AN NEON



## > AUFGABEN

- Messung des Auffängerstroms / als Funktion der Spannung U zwischen Kathode und Gitter.
- Vergleich der Lage der Strommaxima mit der Anregungsenergien der Neon-Atome.
- Beobachtung der emittierten Lichts der angeregten Neon-Atome.
- Bestimmung der Zahl der leuchtenden Schichten für verschiedene Beschleunigungsspannungen.

ZIEL

Aufzeichnung und Auswertung der Franck-Hertz-Kurve an Neon und Beobachtung der Lichtemission

### ZUSAMMENFASSUNG

Beim Franck-Hertz-Experiment an Neon beobachtet man die Energieabgabe von Elektronen durch inelastischen Stoß beim Durchgang durch Neongas. Die Energieabgabe erfolgt stufenweise, da durch die Stöße charakteristische Energieübergänge in den Neon-Atomen angeregt werden. Die angeregten Atome emittieren Licht im sichtbaren Bereich.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Franck-Hertz-Röhre mit Ne-Füllung	1000912
1	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (230 V, 50/60 Hz)	1012819 oder
	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (115 V, 50/60 Hz)	1012818
1	Digital-Oszilloskop 2x30 MHz	1020910
1	Digital-Multimeter P3340	1002785
1	HF-Kabel	1002746
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Beim Franck-Hertz-Experiment an Neon werden Neon-Atome durch inelastischen Elektronenstoß angeregt. Die angeregten Atome emittieren sichtbares Licht, das unmittelbar beobachtet werden kann. Man erkennt Zonen hoher Leucht- bzw. hoher Anregungsdichte, deren Lage zwischen Kathode und Gitter von der Spannungsdifferenz zwischen beiden abhängt.

In einem evakuierten, mit Neongas bei einem Gasdruck von 10 hPa gefüllten Glasrohr sind hintereinander eine geheizte Kathode C, ein Steuergitter S, ein Gitter G und eine Auffängerelektrode A angeordnet (siehe Abb. 1). Aus der Kathode treten Elektronen aus und werden durch eine Spannung U zum Gitter beschleunigt. Sie gelangen durch das Gitter hindurch zum Auffänger und tragen zum Auffängerstrom / bei, wenn ihre kinetische Energie zur Überwindung der Gegenspannung  $U_{\rm GA}$  zwischen Gitter und Auffänger ausreicht.

Die I(U)-Kennlinie (siehe Abb. 2) weist ein ähnliches Muster wie beim Franck-Hertz-Versuch an



Quecksilber auf, jedoch in Spannungsintervallen von etwa 19 V. D.h. der Auffängerstrom fällt bei einem bestimmten Wert  $U = U_1$  bis fast auf Null ab, da die Elektronen kurz vor dem Gitter ausreichende kinetische Energie erreichen, um durch inelastischen Stoß die zur Anregung eines Neon-Atoms erforderliche Energie abzugeben. Gleichzeitig beobachtet man in der Nähe des Gitters ein orangerotes Leuchten, da einer der Übergänge der relaxierenden Neon-Atome orangerotes Licht emittiert. Die leuchtende Zone wandert mit wachsender Spannung U zur Kathode, gleichzeitig steigt der Auffängerstrom / wieder an. Bei noch größerer Spannung  $U = U_2$  fällt der Auffängerstrom ebenfalls drastisch ab und man beobachtet zwei leuchtende Zonen: eine in der Mitte zwischen Kathode und Gitter und eine direkt am Gitter. Die Elektronen können hier nach dem ersten Stoß ein zweites Mal so viel Energie aufnehmen, dass sie ein zweites Neon-Atom anregen können. Mit weiter steigenden Spannungen können schließlich weitere Abnahmen des Auffängerstroms und weitere Leuchtschichten beobachtet werden.

### HINWEIS

Das erste Minimum liegt nicht bei 19 V, sondern ist um die so genannte Kontaktspannung zwischen Kathode und Gitter verschoben. Die emittierten Neon-Spektrallinien können mit dem Spektroskop (1003184) problemlos beobachtet und ausgemessen werden, wenn man die maximale Spannung *U* wählt.

### **AUSWERTUNG**

Die *I*(*U*)-Kennlinie weist mehrere Maxima und Minima auf: Der Abstand der Minima beträgt etwa  $\Delta U$  = 19 V. Dies entspricht den Anregungsenergien der 3p-Niveaus im Neon-Atom (siehe Abb. 3), die mit größter Wahrscheinlichkeit angeregt werden. Die Anregung der 3s-Niveaus kann nicht völlig vernachlässigt werden und verursacht eine Unterstruktur in der *I*(*U*)-Kennlinie. Die Leuchtzonen sind Zonen hoher Anregungsdichte und entsprechen den Stromabnahmen in der *I*(*U*)-Kennlinie. Es wird jeweils eine zusätzliche Leuchtschicht erzeugt, wenn man *U* um ca. 19 V erhöht.



Abb. 1: Schematischer Aufbau zur Aufzeichnung der Franck-Hertz-Kurve an Neon



Abb. 2: Auffängerstrom / in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U



Abb. 3: Energieschema der Neon-Atome

# UE5020500 | KRITISCHE POTENTIALE



## > AUFGABEN

- Messung des Kollektorstroms  $I_{\rm R}$  in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung  $U_{\rm A}.$
- Vergleich der Lage der Strommaxima mit den kritischen Potentialen des Heliumatoms.
- Identifizierung der Doppelstruktur im Termschema von Helium (Ortho- und Parahelium).

### ZIEL

Bestimmung der kritischen Potentiale des Heliumatoms

### ZUSAMMENFASSUNG

Kritische Potentiale ist eine zusammenfassende Bezeichnung für alle Anregungs- und Ionisationsenergien in der Elektronenhülle eines Atoms. Die zugehörigen Zustände werden z. B. durch inelastischen Elektronenstoß angeregt. Entspricht die kinetische Energie des Elektrons einem kritischen Potential, so verliert das Elektron seine kinetische Energie beim inelastischen Stoß vollständig. Dies wird in einer auf G. Hertz zurückgehenden experimentellen Anordnung zur Bestimmung der kritischen Potentiale genutzt.

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Kritisches-Potential-Röhre S mit He-Füllung	1022131
1	Röhrenhalter S	1014525
1	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (230 V, 50/60 Hz)	1012819 oder
	Betriebsgerät für Franck-Hertz-Experiment (115 V, 50/60 Hz)	1012818
1	Digital-Oszilloskop 2x30 MHz	1020910
2	HF-Kabel, BNC/4-mm-Stecker	1002748
1	Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm	1002843



Die Bezeichnung Kritische Potentiale fasst alle Anregungs- und Ionisationsenergien in der Elektronenhülle eines Atoms zusammen. Die zugehörigen atomaren Zustände können z. B. durch inelastischen Elektronenstoß angeregt werden. Entspricht die kinetische Energie des Elektrons gerade einem kritischen Potential, so gibt das Elektron seine kinetische Energie beim inelastischen Stoß vollständig an das Atom ab. Dies kann in einer auf G. Hertz zurückgehenden experimentellen Anordnung zur Bestimmung der kritischen Potentiale genutzt werden.

In einer evakuierten und mit Helium gefüllten Röhre fliegen freie Elektronen nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung  $U_A$  divergent durch einen Raum mit konstantem Potential. Um Aufladungen der Röhrenwand zu vermeiden, ist die Innenseite mit einem leitenden Material beschichtet und mit der Anode A leitend verbunden (siehe Abb. 1). In der Röhre ist eine ringförmige Kollektorelektrode R angeordnet, die vom divergenten Elektronenstrahl nicht getroffen wird, obwohl sie auf einem geringfügig höheren Potential liegt.

Gemessen wird der – im Picoamperebereich liegende – Strom  $I_{\rm R}$  zum Kollektorring in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung  $U_{\rm A}$ . Er weist charakteristische Maxima auf, da die Elektronen auf ihrem Weg durch die Röhre inelastische Stöße mit den Heliumatomen erfahren: Entspricht ihre kinetische Energie

(1) 
$$E = e \cdot U_A$$

#### e: Elementarladung

genau einem kritischen Potential des Heliumatoms, geben sie ihre kinetische Energie dabei vollständig an die Heliumatome ab. In diesem Fall können sie zum Kollektorring abgesaugt werden und zu einem höheren Kollektorstrom  $I_{\rm R}$  beitragen.

Mit steigender Beschleunigungsspannung können immer höhere Niveaus im Helium angeregt werden, bis die kinetische Energie des Elektrons schließlich zur Ionisation des Heliumatoms ausreicht. Ab diesem Wert steigt der Kollektorstrom mit zunehmender Beschleunigungsspannung ständig an.

### AUSWERTUNG

Zur Auswertung werden die Lagen der Strommaxima mit den Literaturwerten für die Anregungsenergien und die Ionisationsenergie des Heliumatoms verglichen. Zu berücksichtigen ist, dass die Maxima um die sogenannte Kontaktspannung zwischen Kathode und Anode gegenüber den Literaturwerten verschoben sind.



Abb. 1: Schematische Darstellung zur Kritisches-Potential-Röhre



Abb. 2: Termschema von Helium rot: Gesamtspin S = 0 (Parahelium), grün: Gesamtspin S = 1 (Orthohelium)



Abb. 3: Kollektorstrom  $I_{\rm R}$  in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung  $U_{\rm A}$ . Bitte beachten Sie die Abspaltung des 2<sup>1</sup>S Paraheliums und die Resonanzen des 2<sup>3</sup>P Orthoheliums.

# **UE5020700** I NORMALER ZEEMAN-EFFEKT



### ZIEL

Beobachtung der Dublett- und Triplett-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie in einem externen Magnetfeld auf Grund des normalen Zeeman-Effekts.

### ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Aufspaltung der Spektrallinien in ein Dublett (longitudinaler Zeeman-Effekt) bzw. ein Triplett (transversaler Zeeman-Effekt) auf Grund des so genannten "normalen" Zeeman-Effekts beobachtet. Zu diesem Zweck wird

## > DURCHFÜHRUNG DES **EXPERIMENTS**

### • Verwendung des Fabry-Pérot-Etalons ohne angelegtes externes Magnetfeld zur Beobachtung der charakteristischen Interferenzringe des von den Cadmium-Atomen emittierten Lichts.

- Bei eingeschaltetem Feld, Beobachtung der Aufspaltung der Interferenzringe in das charakteristische Dublett des longitudinalen Zeeman-Effekts.
- Nach Drehung des Magneten und der Cadmiumlampe, Untersuchung des horizontalen Zeeman-Effekts durch Beobachtung der Aufspaltung der Interferenzringe in ein Triplett.

## WEITERE STUDIEN:

- Untersuchung der Polarisierung der Dublett- und Triplett-Komponenten mit Hilfe der Verzögerungsplatte mit 1/4 Wellenlänge mit Polarisierungsaufsatz und dem Polarisierungsfilter.
- Spektroskopie mit einem Fabry-Pérot Interferometer: Messung der Energieaufspaltung in Abhängigkeit vom externen Magnetfeld durch Messung des Radius der Interferenzringe (UE5020700-2).
- Bestimmung des Wertes des Bohrschen Magneton.

eine Cadmiumlampe in einem Magnetfeld positioniert, und für die Analyse des abgestrahlten Lichts wird ein Fabry-Pérot-Etalon verwendet. Durch Erhöhung der Stärke des Magnetfeldes kann die fortlaufende Spaltung direkt im Muster der Interferenzringe beobachtet werden. Darüber hinaus ermöglicht dieser Aufbauf weitere Untersuchungen, die detailliert in der Anleitung des Experiments beschrieben werden. Dazu gehören die Untersuchung der Polarisationseigenschaften, die Messung der tatsächlichen Energieverschiebung der Spektrallinien und die Bestimmung des Wertes des Bohrschen Magneton.

### **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Cd-Lampe mit Zubehör (230 V, 50/60 Hz)	1021366 oder
	Cd-Lampe mit Zubehör (115 V, 50/60 Hz)	1021747
1	U-Kern	1000979
2	Spule D 900 Windungen	1012859
1	Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1	DC-Netzgerät 1 – 32 V, 0 – 20 A (230 V, 50/60 Hz)	1012857 oder
	DC-Netzgerät 1 - 30V/1 - 20A/115V	1022289
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
1	Fabry-Pérot Etalon	1020903
2	Sammellinse auf Stiel f = 100 mm	1003023
1	Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1	Polarisator zu Zeeman-Effekt	1021364
1	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Optische Bank D, 100 cm	1002628
1	Optikfuß D	1009733
5	Optikreiter D 90/36	1012401
1	Halter und Filter für Moticam	1021367
1	Digitalkamera MotiCam 1	1021162

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Zeeman-Effekt bezieht sich auf die Aufspaltung von Kernenergieniveaus oder Spektrallinien auf Grund der Wirkung eines externen Magnetfelds und wurde nach P. Zeeman benannt, dem Wissenschaftler, der das Prinzip im Jahr 1896 entdeckte.

Der normale Zeeman-Effekt tritt nur an den Übergängen zwischen Atomzuständen mit dem Gesamtspin S = 0 auf. Der Gesamtdrehimpuls J = L + S entspricht dann dem Bahndrehimpuls L, d.h. J = L. Er erzeugt ein magnetisches Moment

bei dem das Bohrsche Magneton gegeben ist durch

 $\mu_{\rm B} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \hbar$  $\hbar = h/2 \pi$ : reduzierte Plancksche Konstante, e: Elementarladung,  $m_e$ : Masse des Elektrons

 $\mu = \frac{\mu_B}{k} \cdot J$ 



In einem externen Magnetfeld (Abb. 3)

(3) B=

hat das magnetische Moment die Energie

$$(3) \qquad \qquad E=\mu \cdot B=\mu_z \cdot B$$

Auf Grund der Raumquantisierung kann die Komponente  $J_{\rm z}$  des Gesamtdrehimpulses parallel zum Magnetfeld nur folgende Werte haben

(4) 
$$J_z = M_J \cdot \hbar$$
 with  $M_J = -J_{J-1}(J-1), ..., (J-1), J$ 

In diesem Fall wird daher das Energieniveau der Gesamtdrehimpulsquantenzahl *J* in 2J +1 abstandsgleiche Komponenten aufgespalten, die sich durch die magnetische Quantenzahl  $M_J$  (Abb. 2) unterscheiden. Nach Gleichung (1) folgt daraus, dass

 $\mu_z = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z$ ,

wobei nach Gleichung (3)

(7) 
$$E = \mu_z \cdot B = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

und schließlich Gleichung (4):

$$(8) E=\mu_{\rm B}\cdot M_{\rm J}\cdot B$$

Demzufolge liegt das Energienintervall zwischen benachbarten Niveaus bei:

$$\Delta E = \mu_{\rm B} \cdot B$$

Der normale Zeeman-Effekt kann in der roten Spektrallinie von Cadmium beobachtet werden. Er entspricht dem Übergang  ${}^{1}D_{2} \rightarrow {}^{1}P_{1}$  mit der Wellenlänge  $\lambda = 643,8$  nm (Abb. 2). Entsprechend Gleichung (4), wird das Niveau  ${}^{1}D_{2}$  in fünf Komponenten aufgespalten und Niveau  ${}^{1}P_{1}$  wird in drei Komponenten aufgespalten mit abstandsgleichen Energieintervallen gegeben durch Gleichung (9).

Entsprechend der Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung sind die zulässigen Übergänge zwischen diesen Niveaus diejenigen mit

(10) 
$$\Delta M_{\rm J} = \begin{cases} +1 \text{ (rechtszirkular poalrisiertem Licht, } \sigma^{+}) \\ 0 \text{ (linear polarisiertem Licht, } \pi) \\ -1 \text{ (linkszirkular polarisiertem Licht, } \sigma) \end{cases}$$

wobei das abgestrahlte Licht wie oben angegeben polarisiert ist. Wir beobachten daher insgesamt drei Spektrallinien (Abb. 2): eine  $\pi$  Komponente, die nicht verschoben ist und, nach  $E = \hbar \cdot \omega$ , zwei  $\pi$  Komponenten, die verschoben sind um

(11) 
$$\Delta \lambda = \pm \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

### c: Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

mit einer entsprechend längeren bzw. kürzeren Wellenlänge. In einem Magnetfeld mit einer Flussdichte *B* = 1 T, führt die Anwendung der Gleichungen (9) und (2) auf Gleichung (11) zu einer Verschiebung von lediglich  $|\Delta\lambda|$  = 0,02 nm. Die räumliche Verteilung des ausgestrahlten Lichts unterscheidet sich von der  $\pi$  Komponente und den beiden  $\sigma$  Komponenten. Traditionell ausgedrückt entspricht der Fall  $\Delta M_{\rm J}$  = 0 einem Hertzschen Dipol, der parallel zum Magnetfeld oszilliert. Dementsprechend wird linear polarisiertes Licht senkrecht zum Magnetfeld abgestrahlt (Abb. 3). Die Fälle  $\Delta M_{\rm J} = \pm 1$  entsprechen den beiden Dipolen, die senkrecht zueinander mit einer Phasendifferenz von 90°oszillieren. Dementsprechend wird Licht sowohl parallel als auch senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes abgestrahlt. Dieses Licht ist zirkular polarisiert für  $\Delta M_{\rm J} = -1$  und rechtszirkular polarisiert für  $\Delta M_{\rm J} = +1$ .

### AUSWERTUNG

Im Experiment wird die Aufspaltung mit Hilfe einer Digitalkamera beobachtet, die mit einem Fabry-Pérot-Etalon und Abbildungsoptik ausgestattet ist. Das Fabry-Pérot-Etalon ist so ausgelegt, dass es der Resonanzbedingung für die spezifische Wellenlänge 643,8 nm der roten Cd-Linie entspricht. Wenn es das Fabry-Pérot-Etalon passiert, erzeugt das Licht der Cadmiumlampe Interferenzringe, die sich entsprechend des externen Magnetfeldes wie die Spektrallinien aufspalten und von der Optik des Kamerasensors aufgezeichnet werden. Die Elektromagnete können entlang ihrer Achsen gedreht werden, um eine Beobachtung parallel oder senkrecht zum externen Magnetfeld zu ermöglichen.



Abb. 1: Der normale Zeeman-Effekt in der roten Spektrallinie von Cadmium. Aufspaltung von Energieniveaus und nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung zulässige Übergänge.



Abb. 2: Kein externes Magnetfeld: Beobachtung der Interferenzringe der vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten roten Cadmium-Linie. Als Orientierungshilfe ist der zweite Interferenzring von der Mitte aus mit einem Rahmen gekennzeichnet.







Abb. 4: Horizontaler Zeeman-Effekt: Beobachtung der Triplett-Aufspaltung der roten Cadmium-Line in einem externen Magnetfeld.

# UE5030100 | ELEKTRONENSPINRESONANZ



## > AUFGABEN

- Beobachtung der Resonanzkurve von DPPH.
- Bestimmung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit vom Magnetfeld.
- Bestimmung des Landé-Faktors des freien Elektrons.

## ZIEL Nachweis der Elektronenspinresonanz an DPPH

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Elektronenspinresonanz (ESR) basiert auf der Energieabsorption durch Stoffe mit ungepaarten Elek-tronen, die sich in einem externen magnetischen Gleichfeld befinden. Die Energie wird einem hochfrequenten Wechselfeld entnommen, das senkrecht zum Gleichfeld eingestrahlt wird. Entspricht die Frequenz des Wechselfeldes der Resonanzfrequenz, ändert sich resonanzartig die Impedanz der mit dem Stoff gefüllten Sendespule und auf dem Oszilloskop wird ein Ausschlag beobachtbar. Ein geeigneter Stoff hierfür ist Diphenyl-Picryl-Hydrazyl (DPPH).

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	ESR/NMR Basissatz (230 V, 50/60 Hz)	1000638 oder
	ESR/NMR Basissatz (115 V, 50/60 Hz)	1000637
1	ESR Ergänzungssatz	1000640
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857



Die Elektronenspinresonanz (ESR) basiert auf der Energieabsorption durch Stoffe mit ungepaarten Elektronen, die sich in einem externen magnetischen Gleichfeld befinden. Die Energie wird einem hochfrequenten Wechselfeld entnommen, das senkrecht zum Gleichfeld eingestrahlt wird. Entspricht die Frequenz des Wechselfeldes der Resonanzfrequenz, ändert sich resonanzartig die Impedanz der mit dem Stoff gefüllten Sendespule und auf dem Oszilloskop wird ein Ausschlag beobachtbar. Ursache für die Resonanzabsorption ist das "Umklappen" des magnetischen Moments des freien Elektrons. Die Resonanzfrequenz ist abhängig von der Stärke des Gleichfeldes, die Breite des Resonanzsignals von dessen Homogenität.

Das magnetische Moment eines Elektrons mit reinem Spinmagnetismus nimmt im Magnetfeld *B* die diskreten Zustände

(1) 
$$E_m = -g_1 \cdot \mu_B \cdot m \cdot B, \quad m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

 $\mu_{\rm B} = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\rm J}{\rm T}$ : Bohrsches Magneton

 $g_{\rm J}$  = 2,0023 : Landé-Faktor

ein. Der Abstand zwischen beiden Niveaus beträgt somit

$$\Delta E = g_{\rm J} \cdot \mu_{\rm B} \cdot B$$

Resonanz ist genau dann erreicht, wenn die Frequenz f des eingestrahlten Wechselfeldes die Bedingung

$$h \cdot f = \Delta E$$

 $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js : Planck'sche Konstante

erfüllt.

In Experiment wird die Elektronenspinresonanz an Diphenyl-Picryl-Hydrazyl (DPPH) nachgewiesen, einer organischen Verbindung, deren Moleküle ein ungepaartes Elektron aufweisen. Das magnetische Gleichfeld wird in einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugt und sägezahnförmig zwischen Null und dem Maximalwert  $B_{max} = 3,5$  mT durchlaufen. Nun wird die Frequenz *f* gesucht, bei der Resonanzabsorption an einer bestimmten Position auf dem Sägezahn, also bei einem vorgewählten Magnetfeld stattfindet.



Abb. 1: Absorptionssignal und zeitlicher Verlauf des Magnetfeldes bei der Elektronenspinresonanz an DPPH



Abb. 2 Resonanzfrequenz f in Abhängigkeit von Magnetfeld B

## AUSWERTUNG

Aus (2) und (3) ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Resonanzfrequenz f und dem Magnetfeld B.

$$f = g_{\rm J} \cdot \frac{\mu_{\rm B}}{h} \cdot B$$

Die Messwerte liegen also im Rahmen der Messgenauigkeit auf einer Ursprungsgeraden, aus deren Steigung der Landé-Faktor bestimmt werden kann.



Abb.3 Molekülstruktur von DPPH

## UE5030200 | KERNSPINRESONANZ



## > AUFGABEN

- Nachweis der Kernspinresonanz an Glyzerin, Polystyrol und Teflon.
- Bestimmung der Resonanzfrequenzen bei festem Magnetfeld.
- Vergleich mit den *g*-Faktoren von <sup>1</sup>H- und <sup>19</sup>F-Kernen.

### ZIEL

Nachweis und Vergleich der Kernspinresonanz an Glyzerin, Polystyrol und Teflon

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Kernspinresonanz (NMR) basiert auf der Energieabsorption durch Stoffe mit einem Kernmagnetis-mus, die sich in einem externen magnetischen Gleichfeld befinden. Die Energie wird einem hochfrequenten Wechselfeld entnommen, das senkrecht zum Gleichfeld eingestrahlt wird. Entspricht die Frequenz des Wechselfeldes der Resonanzfrequenz, ändert sich resonanzartig die Impedanz der mit dem Stoff gefüllten Sendespule und auf dem Oszilloskop wird ein Ausschlag beobachtbar. Geeignete Stoffe hierfür sind Glyzerin, Polystyrol und Teflon, bei denen das magnetische Moment des <sup>1</sup>H- bzw. des <sup>19</sup>F-Kerns genutzt wird.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	ESR/NMR Basissatz (230 V, 50/60 Hz)	1000638 oder
	ESR/NMR Basissatz (115 V, 50/60 Hz)	1000637
1	NMR Ergänzungssatz	1000642
1	PC-Oszilloskop 2x25 MHz	1020857

## ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die Kernspinresonanz (NMR) basiert auf der Energieabsorption durch Stoffe mit Kernmagnetismus, die sich in einem externen magnetischen Gleichfeld befinden. Die Energie wird einem hochfrequenten Wechselfeld entnommen, das senkrecht zum Gleichfeld eingestrahlt wird. Entspricht die Frequenz des Wechselfeldes der Resonanzfrequenz, ändert sich resonanzartig die Impedanz der mit dem Stoff gefüllten Sendespule und auf dem Oszilloskop wird ein Ausschlag beobachtbar. Ursache für die Resonanzabsorption ist ein Übergang zwischen den Energiezuständen des magnetischen Moments des Kerns im Magnetfeld. Die



### Resonanzfrequenz ist abhängig von der Stärke des Gleichfeldes, die Breite des Resonanzsignals von dessen Homogenität.

Das magnetische Moment eines Kerns mit Kernspin I nimmt im Magnetfeld B die diskreten Zustände

$$E_{\rm m} = -g_{\rm I} \cdot \mu_{\rm K} \cdot m \cdot B, \quad m = -I, -I + 1, \dots, I$$

$$\mu_{\rm k} = 5,051 \cdot 10^{-27} \frac{\rm J}{\rm T}$$
: Kernmagneton

## g<sub>I</sub>: g-Faktor des Atomkerns

ein. Der Abstand zwischen zwei Niveaus beträgt somit

$$\Delta E = g_{\rm I} \cdot \mu_{\rm K} \cdot B$$

Wenn die Energiezustände die Resonanzbedingung erfüllen, regt ein senkrecht zum Magnetfeld angelegtes Magnetfeld mit der Frequenz *f* Übergänge zwischen den benachbarten Energiezuständen an. Resonanz ist genau dann erreicht, wenn die Frequenz *f* des eingestrahlten Wechselfeldes die Bedingung

$$h \cdot f = \Delta E$$

 $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js. : Planck'sche Konstante

erfüllt.

(1)

Im Experiment wird die Kernspinresonanz an Glycerin, Polystyrol und Teflon nachgewiesen, zu der bei Glyzerin und Polystyrol das Isotop <sup>1</sup>H und bei Teflon das Isotop <sup>19</sup>F beiträgt. Das magnetische Gleichfeld wird zum größten Teil durch einen Permanentmagneten erzeugt. Hinzu addiert wird das sägezahnförmig zwischen Null und dem Maximalwert verlaufende Magnetfeld eines Helmholtz-Spulenpaares. Nun wird die Frequenz *f* gesucht, bei der Resonanzabsorption in einem vorgewählten Magnetfeld stattfindet, das der Einfachheit halber der Mitte des Sägezahns entspricht.



Abb. 1: Kernspinresonanz an Glyzerin (f = 12,854 MHz)



Abb. 2: Kernspinresonanz an Polystyrol (f = 12,854 MHz)



Abb. 3: Kernspinresonanz an Teflon (f = 12,1 MHz)

### AUSWERTUNG

Die *g*-Faktoren der beteiligten Kerne betragen laut Literatur:  $g_1(^{1}H) = 5,5869$  und  $g_1(^{19}F) = 5,255$ .

Aus (2) und (3) folgt für die Resonanzfrequenz *f* in einem Magnetfeld B.

$$f = g_{\rm I} \cdot \frac{\mu_{\rm K}}{h} \cdot B$$

Die Resonanzfrequenzen für verschiedene Kerne im gleichen Magnetfeld stehen daher im gleichen Verhältnis wie die *g*-Faktoren:

$$\frac{f({}^{19}F)}{f({}^{1}H)} = \frac{g_1({}^{19}F)}{g_1({}^{1}H)} = 94\%$$

## **UE6020100** ELEKTRISCHE LEITUNG IN HALBLEITERN



ZIEL

Bestimmung des Bandabstandes von Germanium

### ZUSAMMENFASSUNG

Halbleiter weisen erst bei höheren Temperaturen eine messbare elektrische Leitfähigkeit auf. Ursächlich für diese Temperaturabhängigkeit ist die Bandstruktur der elektronischen Energieniveaus mit einem Valenzband, einem Leitungsband und einer Zwischenzone, die bei reinem undotiertem Halbleitermaterial nicht mit Elektronen besetzt werden kann. Mit zunehmender Temperatur werden immer mehr Elektronen thermisch aus dem Valenzband ins Leitungsband aktiviert und hinterlassen "Löcher" im

Valenzband. Die Löcher bewegen sich unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes wie positiv geladene Teilchen und tragen ebenso wie die Elektronen zur Stromdichte bei. Zur Bestimmung der Leitfähigkeit in reinem, undotiertem Germanium wird im Experiment ein konstanter Strom durch den Kristall geschickt und in Abhängigkeit von der Temperatur der korrespondierende Spannungsabfall gemessen. Die Messdaten lassen sich in guter Näherung durch eine Exponentialfunktion beschreiben, in der der Bandabstand als Parameter auftaucht.

## BENÖTIGTE GERÄTE

	Anzahl	Geräte	ArtNr.
	1	undotiertes Germanium auf Leiterplatte	1008522
	1	Hall-Effekt, Grundgerät	1009934
	1	Tonnenfuß, 1000 g	1002834
	1	Transformator mit Gleichrichter 3/ 6/ 9/12 V, 3 A (230 V, 50/60 Hz)	1003316 oder
		Transformator mit Gleichrichter 3/ 6/ 9/12 V, 3 A (115 V, 50/60 Hz)	1003315
	1	Digital-Multimeter P3340	1002785
	1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849
	1	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718
Zusätzlich empfohlen			
	1	p-dotiertes Germanium auf Leiterplatte	1009810
	1	n-dotiertes Germanium auf Leiterplatte	1009760
	1	VinciLab	1021477
	3	Sensorkabel	1021514
	1	Spannungssensor 500 mV, differentiell	1021681
	2	Spannungssensor 10 V, differentiell	1022539
	1	Coach 7 Lizenz	

### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Die elektrische Leitfähigkeit ist eine stark materialabhängige Größe. Es ist daher üblich, Materialien nach ihrer elektrischen Leitfähigkeit zu klassifizieren. Als Halbleiter bezeichnet man Festkörper, die erst bei höheren Temperaturen eine messbare elektrische Leitfähigkeit aufweisen. Ursächlich für diese Temperaturabhängigkeit ist die Bandstruktur der elektronischen Energieniveaus mit einem Valenzband, einem Leitungsband und einer Zwischenzone, die bei reinem undotiertem Halbleitermaterial nicht mit Elektronen besetzt werden kann. Im Grundzustand ist das Valenzband das höchste mit Elektronen besetzte Band und das Leitungsband das nächst höhere, unbesetzte Band. Der Abstand zwischen beiden Bändern wird als Bandabstand  $E_g$  bezeichnet und ist eine materialabhängige Größe. Bei Germanium beträgt sie etwa 0,7 eV.

Mit zunehmender Temperatur werden immer mehr Elektronen thermisch aus dem Valenzband ins Leitungsband aktiviert und hinterlassen "Löcher" im Valenzband. Die Löcher – sie werden auch als Defektelektronen bezeichnet – bewegen sich unter dem Einfluss eines elektrischen

## > AUFGABEN

- Messung der elektrischen Leitfähigkeit von undotiertem Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur.
- Bestimmung des Bandabstandes zwischen Valenz und Leitungsband.

#### **HINWEIS**

In der Praxis spielt die intrinsische Leitfähigkeit reiner undotierter Halbleiter eine untergeordnete Rolle. In der Regel weisen die Kristalle Störstellen auf. Häufig werden auch sehr reine Kristalle durch gezielte Dotierung mit Donator- oder Akzeptoratomen leitfähig gemacht. Der Einfluss dieser Dotierung lässt sich zeigen, wenn die hier vorgestellten Untersuchungen zum Vergleich auch an p- und n-dotiertem Germanium durchgeführt werden. Die Leitfähigkeit der dotierten Kristalle ist bei Raumtemperatur deutlich größer als die des reinen Kristalls, nähert sich jedoch bei hohen Temperaturen der intrinsischen Leitfähigkeit an, siehe Abb. 3. Die Temperaturabhängigkeit des Hall-Koeffizienten der verwendeten Germaniumkristalle wird in Experiment UE6020200 näher untersucht.



Feldes  ${\it E}$  wie positiv geladene Teilchen und tragen ebenso wie die Elektronen zur Stromdichte

(1) 
$$j = \sigma \cdot E$$
  
 $\sigma$ : elektrische Leitfähigkeit des Halbleitermaterials

bei (siehe Abb.1). Dabei bewegen sich Elektronen und Defektelektronen mit unterschiedlichen mittleren Driftgeschwindigkeiten

 $v_n = -\mu_n \cdot E$  und  $v_p = \mu_n \cdot E$  $\mu_n$ : Beweglichkeit der Elektronen  $\mu_n$ : Beweglichkeit der Defektelektronen

Diese durch Anregung von Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband ermöglichte elektrische Leitung wird als Eigenleitung (intrinsische Leitung) bezeichnet.

Die Zahl der Elektronen im Leitungsband entspricht im thermischen Gleichgewicht der Zahl der Defektelektronen im Valenzband. Also lässt sich die Stromdichte bei Eigenleitung schreiben als

(3) 
$$j_i = -e \cdot n_i \cdot v_n + e \cdot n_i \cdot v_p = e \cdot n_i \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot E$$

D.h. die intrinsische Leitfähigkeit ist

(2)

(4) 
$$\sigma_{\rm l} = e \cdot n_{\rm i} \cdot (\mu_{\rm n} + \mu_{\rm p})$$

wobei die Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte  $n_i$  der Elektronen bzw. der Defektelektronen gegeben ist durch

(5) 
$$n_{i} = 2 \cdot \left(\frac{2\pi}{h^{2}} \cdot \sqrt{m_{n}m_{p}} \cdot kT\right)^{\frac{2}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{E_{g}}{2kT}\right)$$
$$k = 8,617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{\kappa} : \text{Boltzmann-Konstante,}$$

h: Planck'sche Konstante m<sub>n</sub> : Effektive Masse der Elektronen m<sub>p</sub>: Effektive Masse der Defektelektronen T: Probentemperatur

Auch die Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  hängen von der Temperatur ab. Im Temperaturbereich oberhalb der Raumtemperatur ist

$$\mu \sim T^{-2}$$

Der dominierende Term für die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit ist jedoch in jedem Fall durch die Exponentialfunktion gegeben. Daher lässt sich die intrinsische Leitfähigkeit für höhere Temperaturen in der Form

 $\left(\frac{E_{g}}{2kT}\right)$ 

(7) 
$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\right)$$

darstellen.

Im Experiment wird zur Bestimmung der Leitfähigkeit in reinem, undotiertem Germanium ein konstanter Strom / durch den Kristall geschickt und der korrespondierende Spannungsabfall *U* gemessen. Aus den Messdaten lässt sich wegen der Zusammenhänge

(8)

$$U = a \cdot E$$
 bzw.  $I = b \cdot c \cdot j$   
a, b, c Kristallabmessungen

die Leitfähigkeit  $\sigma$  berechnen:  $\sigma = \frac{l}{U} \cdot \frac{a}{b \cdot c}$ 

(9)

## AUSWERTUNG

Gleichung (7) lässt sich umschreiben in die Form:

$$n\sigma = \ln \sigma_0 - E_g \cdot \frac{1}{2 kT}$$

Man trägt daher  $y = \ln \sigma$  gegen  $x = \frac{1}{2kT}$  auf und bestimmt den Bandabstand  $E_g$  aus der Steigung der resultierenden Geraden.



Abb. 1: Bandstruktur des Halbleiters mit einem Elektron im Leitungsband und einem Defektelektron im Valenzband, die unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes *E* driften



Abb. 2: Darstellung zur Bestimmung des Bandabstandes  ${\it E}_{\rm g}$  in Germanium



Abb. 3: Vergleich der Leitfähigkeiten von reinem und dotiertem Germanium

# UE6020200 | HALL-EFFEKT IN HALBLEITERN



## > AUFGABEN

- Nachweis des Hall-Effektes in dotiertem Germanium.
- Messung der Hall-Spannung in Abhängigkeit von Strom und Magnetfeld bei Raumtemperatur.
- Bestimmung des Vorzeichens, der Dichte und der Beweglichkeit der Ladungsträger bei Raumtemperatur.
- Messung der Hall-Spannung in Abhängigkeit von der Probentemperatur.
- Bestimmung der Inversionstemperatur und Unterscheidung zwischen extrinsischer und intrinsischer Leitung bei *p*-dotiertem Germanium.

### HINWEIS

Die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit der verwendeten Germaniumkristalle wird in Experiment UE6020100 näher untersucht.

### ZIEL

Untersuchung der Mechanismen der elektrischen Leitung in dotiertem Germanium mit dem Hall-Effekt

### ZUSAMMENFASSUNG

Der Hall-Effekt tritt in stromleitenden Materialien auf, die sich in einem Magnetfeld *B* befinden. Das Vorzeichen der Hall-Spannung wechselt, je nachdem ob der gleiche Strom / durch positive oder negative Ladungsträger getragen wird. Ihr Betrag hängt von der Ladungsträgerdichte ab. Daher bietet der Hall-Effekt ein wichtiges Instrument zur Bestimmung der Mechanismen des Ladungstransportes in dotierten Halbleitern. Im Experiment werden dotierte Germaniumkristalle bei Temperaturen zwischen 300 K und 450 K untersucht, um die durch Dotierung ermöglichte elektrische Leitung und die durch thermische Aktivierung von Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband ermöglichte Eigenleitung zu unterscheiden.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzani Gerate Art	Nr.		
1 Hall-Effekt, Grundgerät 100	09934		
1 n-dotiertes Germanium auf Leiterplatte 100	09760		
1 p-dotiertes Germanium auf Leiterplatte 100	09810		
1 Magnetfeldsensor FW ± 2000 mT 102	21766		
2 Spule D mit 600 Windungen 100	00988		
1 U-Kern 100	00979		
1 Paar Polschuhe und Spannbügel für Hall-Effekt 100	09935		
1 Transformator mit Gleichrichter 3/ 6/ 9/12 V, 3 A (230 V, 50/60 Hz) 100	03316 oder		
Transformator mit Gleichrichter 3/ 6/ 9/12 V, 3 A (115 V, 50/60 Hz) 100	03315		
1 DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz) 100	03312 oder		
DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz) 100	03311		
1 Digital-Multimeter P3340 100	02785		
1 VinciLab 102	21477		
1 Spannungssensor 500 mV, differentiell 102	21681		
2 Spannungssensor 10 V, differentiell 102	22539		
1 Satz 4 Sensorkabel 102	21515		
1 Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm 100	02843		
Zusätzlich erforderlich			

Coach 7 Lizenz

1


Der Hall-Effekt tritt in stromleitenden Materialien auf, die sich in einem Magnetfeld *B* befinden. Er hat seine Ursache in der Lorentz-Kraft, die die am elektrischen Strom *I* durch eine Materialprobe beteiligten Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld und zur Stromrichtung ablenkt. Die Ladungstrennung bewirkt ein elektrisches Feld  $E_{\rm H}$  senkrecht zur Stromrichtung, das die Lorentz-Kraft kompensiert, und erzeugt eine Hall-Spannung  $U_{\rm H}$  zwischen den Rändern der Probe. Das Vorzeichen der Hall-Spannung wechselt, je nachdem ob der gleiche Strom I durch positive oder negative Ladungsträger getragen wird. Ihr Betrag hängt von der Ladungsträgerdichte ab. Daher bietet der Hall-Effekt ein wichtiges Instrument zur Bestimmung der Mechanismen des Ladungstransportes in stromleitenden Materialien, das häufig zur Untersuchung von dotierten Halbleitern eingesetzt wird.

Im Experiment werden dotierte Germaniumkristalle bei Temperaturen zwischen 300 K und 450 K untersucht. Die Kristalle sind als flache Proben mit der Länge *a*, der Breite *b* und der Dicke *d* ausgeführt, durch die der Strom *B* in Längsrichtung fließt. Das Magnetfeld *B* durchdringt die Probe senkrecht zum Strom. Daraus resultiert die Hall-Spannung

$$(1) U_{\rm H} = F$$

mit dem Hall-Koeffizienten

(2)  $R_{\rm H} = \frac{1}{e} \cdot \frac{n_{\rm p} \cdot \mu_{\rm p}^2 - n_{\rm n} \cdot \mu_{\rm n}^2}{\left(n_{\rm p} \cdot \mu_{\rm p} + n_{\rm n} \cdot \mu_{\rm n}\right)^2}$ 

e = 1,602 10<sup>-19</sup> As: Elementarladung

Die Dichten  $n_n$  der Elektronen im Leitungsband,  $n_p$  der Defektelektronen im Valenzband, sowie die Beweglichkeiten  $\mu_n$  der Elektronen und  $\mu_p$  der Defektelektronen sind Materialgrößen und hängen von der Probentemperatur *T* ab.

Zusätzlich zur Hall-Spannung wird im Experiment der Spannungsabfall *U* in Längsrichtung der Probe gemessen, um die elektrische Leitfähigkeit

(3) 
$$\sigma = e \cdot \left( n_{\rm n} \cdot \mu_{\rm n} + n_{\rm p} \cdot \mu_{\rm p} \right)$$

und die sogenannte Hall-Beweglichkeit

(4) 
$$\mu_{\rm H} = R_{\rm H} \cdot \sigma = \frac{n_{\rm p} \cdot \mu_{\rm p}^2 - n_{\rm n} \cdot \mu_{\rm n}^2}{n_{\rm p} \cdot \mu_{\rm p} + n_{\rm n} \cdot \mu_{\rm n}}$$

zu bestimmen.

Die Ladungsträgerdichten  $n_n$  und  $n_p$  sind durch die Dotierung, also durch Einbindung von Fremdatomen in den Kristall beeinflusst. Im Falle der p-Dotierung binden Akzeptoratome Elektronen aus dem Valenzband und verursachen so Löcher im Valenzband – die sogenannten Defektelektronen. Im Falle der n-Dotierung geben Donatoratome jeweils ein Elektron in das Leitungsband ab.

Die dotierten Kristalle sind elektrisch neutral, negative Ladungen und positive Ladungen gleichen sich also aus. Somit ist

$$(5) n_{\rm n} + n_{\rm A} = n_{\rm p} + n_{\rm D}$$

 $n_{\rm A}$ : Konzentration der Akzeptoren,  $n_{\rm D}$ : Konzentration der Donatoren Außerdem sind  $n_{\rm n}$  und  $n_{\rm p}$  durch ein Massenwirkungsgesetz gekoppelt, da sich im temperaturabhängigen Gleichgewicht pro Zeiteinheit gleich viele Elektron-Defektelektron-Paare bilden wie rekombinieren. Es gilt:

$$(6) n_{\rm n} \cdot n_{\rm p} = r$$

*n*<sub>i</sub>: Ladungsträgerdichte bei reiner Eigenleitung (siehe Experiment UE6020100)

Insgesamt ist daher

(7) 
$$n_{\rm n} = \sqrt{n_{\rm i}^2 + \frac{(n_{\rm A} - n_{\rm D})^2}{4} + \frac{n_{\rm D} - n_{\rm A}}{2}}$$

(8) 
$$n_{\rm p} = \sqrt{n_{\rm i}^2 + \frac{(n_{\rm A} - n_{\rm D})^2}{4}} + \frac{n_{\rm A} - n_{\rm D}}{2}$$

Bei Raumtemperatur sind die Konzentrationen  $n_A$  bzw.  $n_D$  deutlich größer als die Ladungsträgerdichte bei reiner Eigenleitung  $n_i$ . Daher ist

(9) 
$$R_{\rm H} = -\frac{1}{n_{\rm D} \cdot e} , \mu_{\rm H} = -\mu_{\rm n}$$

bei n-Dotierung und 300 K

(10) 
$$R_{\rm H} = \frac{1}{n_{\rm A} \cdot c}, \ \mu_{\rm H} = \mu_{\rm F}$$

bei p-Dotierung und 300 K

Vorzeichen und Dichte der Ladungsträger lassen sich also unmittelbar aus dem Hall-Koeffizienten ablesen. Die Beweglichkeit der Ladungsträger entspricht der Hall-Beweglichkeit.

# AUSWERTUNG

Da mit steigender Temperatur immer mehr Ladungsträger zum Stromtransport zur Verfügung stehen, nimmt die Hall-Spannung ab, bis sie den Wert Null erreicht.

Für p-dotiertes Germanium wechselt das Vorzeichen der Hall-Spannung, weil die mit zunehmender Eigenleitung den Einfluss der Elektronen dominiert, derer Beweglichkeit  $\mu_n$ größer ist. Unterhalb der sogenannten Inversionstemperatur dominiert die durch Dotierung ermöglichte elektrische Leitung, oberhalb der Inversionstemperatur die Eigenleitung. Bei hohen Temperaturen sind der n-dotierte und der p-dotierte Kristall nicht mehr unterscheidbar. da

$$m_{\rm p} = n_{\rm p} = n_{\rm i}, \ R_{\rm H} = -\frac{1}{n_{\rm i} \cdot e} \cdot \frac{\mu_{\rm n} - \mu_{\rm p}}{\mu_{\rm n} + \mu_{\rm p}}, \ \mu_{\rm H} = -(\mu_{\rm n} - \mu_{\rm p})$$

Die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  macht sich im Hall-Koeffizienten nicht bemerkbar, da in beiden Fällen gilt:

 $\mu \sim T^{-\frac{3}{2}}$ 

(siehe auch Experiment UE6020100)



Abb. 1: Hall-Spannung in p- und n-dotiertem Germanium als Funktion der Temperatur T

# UE6020400 | PHOTOLEITUNG



# > AUFGABEN

- Messung des Stroms in Abhängigkeit von der Spannung bei verschiedenen Bestrahlungsstärken.
- Messung des Stroms in Abhängigkeit von der Bestrahlungsstärke bei verschiedenen Spannungen.

ZIEL

Aufnahme der Kennlinien eines Photowiderstandes

### ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Photoleitung wird die Absorption von Licht durch den inneren photoelektrischen Effekt in einem Halbleiter zur Bildung freier Elektron-Defektelektron-Paare genutzt. Eine spezielle Halbleitermischung mit einem besonders starken inneren photoelektrischen Effekt ist Cadmiumsulfid, das zum Bau von Photowiderständen eingesetzt wird. Im Experiment wird ein CdS-Photowiderstand mit dem weißen Licht einer Glühlampe beleuchtet, deren Bestrahlungsstärke am Ort des Photowiderstandes durch Kreuzen zweier hintereinander stehender Polarisationsfilter variiert wird.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Optische Bank, 100 cm	1002625
6	Optik Reiter U mit Klemmrohr, 75 mm	1022450
1	Experimentierleuchte mit Soffittenlampe	1022436
1	Transformator 12 V, 60 VA (230 V, 50/60 Hz)	1020595 oder
	Transformator 12 V, 60 VA (115 V, 50/60 Hz)	1006780
1	Verstellbarer Spalt auf Stiel	1000856
1	Sammellinse f = 150 mm	1003024
2	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Haltestab für Steckelemente	1018449
1	Fotowiderstand LDR 05, P2W19	1012940
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Digital-Multimeter P1035	1002781
3	Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot/blau	1017718



Bei der Photoleitung wird die Absorption von Licht durch den inneren photoelektrischen Effekt in einem Halbleiter zur Bildung freier Elektron-Defektelektron-Paare genutzt. In manchen Halbleitern dominieren dabei die Übergänge zu Störstellen. Der Effekt ist dann nicht nur vom Basismaterial, sondern auch von dessen Mikrostruktur und von Verunreinigungen abhängig. Die Ionisierung der Störstellen wirkt für einige Millisekunden wie eine Dotierung und erhöht die elektrische Leitfähigkeit des Materials. Eine spezielle Halbleitermischung mit einem besonders starken inneren photoelektrischen Effekt ist Cadmiumsulfid, das zum Bau von Photowiderständen eingesetzt wird.

Die Lichtabsorption vergrößert die Leitfähigkeit des Halbleiters um

 $\Delta \sigma = \Delta p \cdot e \cdot \mu_{\rm p} + \Delta n \cdot e \cdot \mu_{\rm n}$ 

e: Elementarladung,  $\Delta n$ : Änderung der Elektronenkonzentration,  $\Delta p$ : Änderung der Defektelektronenkonzentration,  $\mu_p$ : Beweglichkeit der Elektronen, Beweglichkeit der Defektelektronen

Bei angelegter Spannung U fließt der Photostrom

$$I_{\rm Ph} = U \cdot \Delta \sigma \cdot \frac{A}{d}$$

A: Querschnitt der Strombahn, d: Länge der Strombahn Der Halbleiter wirkt also in einem Stromkreis wie ein lichtabhängiger Widerstand, dessen Wert bei Lichteinfall abnimmt. Die Abhängigkeit von der Bestrahlungsstärke  $\Phi$  bei konstanter Spannung lässt sich in der Form

$$I_{\rm Ph} = a \cdot \Phi^{\gamma} \text{ mit } \gamma \le 1$$

beschreiben, wobei  $\gamma$  Auskunft über die Rekombinationsprozesse im Halbleitermaterial gibt.

Im Experiment wird ein CdS-Photowiderstand mit dem weißen Licht einer Glühlampe beleuchtet. Gemessen wird bei konstanter Bestrahlungsstärke  $\Phi$  die Abhängigkeit des Stroms / von der angelegten Spannung U und bei konstanter Spannung U die Abhängigkeit des Stroms / von der Bestrahlungsstärke  $\Phi$ , wobei letztere durch Kreuzen zweier hintereinander stehender Polarisationsfilter variiert wird.

Bei Überschreiten einer maximalen Verlustleistung von 0,2 W wird der Photowiderstand beschädigt. Daher wird im Experiment die einfallende Lichtintensität durch einen verstellbaren Spalt unmittelbar hinter der Lichtquelle begrenzt.

#### AUSWERTUNG

Die Strom-Spannungs-Kennlinien des CdS-Photowiderstandes liegen in Übereinstimmung mit (2) auf einer Urspungsgeraden. Für die Beschreibung der Strom-Bestrahlungsstärke-Kennlinien wird der Term  $\cos^2\alpha$  als relatives Maß für die Bestrahlungsstärke berechnet, wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen der beiden Filter ist. Allerdings löschen die Polarisationsfilter auch in gekreuzter Stellung nicht völlig aus. Außerdem ist eine Resthelligkeit im Experimentierraum nicht völlig zu vermeiden. Daher wird (3) modifiziert zu

 $I = a \cdot \Phi^{\gamma} + b \text{ mit } \gamma \leq 1.$ 



Abb. 1: Strom-Spannungs-Kennlinien des CdS-Photowiderstandes bei verschiedenen Bestrahlungsstärken



Abb. 2: Strom-Bestrahlungsstärke-Kennlinien des CdS-Photowiderstandes bei verschiedenen Spannungen

# UE6020500 | SEEBECK-EFFEKT



ZIEL Aufnahme der Kennlinien verschiedener Thermoelemente und Bestimmung der Empfindlichkeit

#### > AUFGABEN

- Messung der Thermospannung  $U_{\rm th}$ in Abhängigkeit von der Temperatur  $T_1$  und Bestätigung des linearen Zusammenhanges für drei verschiedene Thermoelemente.
- Bestimmung der Empfindlichkeiten S aus den  $U_{\rm th}$  ( $T_1$ )-Diagrammen.
- Abschätzung der Referenztemperatur  $T_2$  aus den Messkurven.

#### ZUSAMMENFASSUNG

In einem Metalldraht, dessen Enden sich auf unterschiedlichen Temperaturen befinden, findet auf Grund der unterschiedlich schnellen thermischen Bewegung der Elektronen am warmen und am kalten Ende eine Thermodiffusion statt. Durch den Diffusionsstrom lädt sich das kalte Ende negativ gegenüber dem warmen Ende auf. Zwischen den beiden Enden entsteht eine Thermodiffusionsspannung, die proportional zur Temperaturdifferenz zwischen den Drahtenden ist, mit dem Seebeck-Koeffizient als Proportionalitätskonstante. Werden zwei unterschiedliche Metalldrähte zusammengefügt, deren Berührungsstellen sich auf unterschiedlichen Temperaturen befinden, entsteht ein Thermoelement, wenn ein Voltmeter dazwischen geschaltet wird. Das Voltmeter zeigt dann die Thermospannung an, die direkt proportional zur Temperaturdifferenz zwischen den Berührungsstellen ist. Dies wird im Experiment für drei verschiedene Materialpaarungen überprüft.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Satz 3 Thermopaare	1017904
1	Thermometer -20–110°C	1003384
1	Thermometerclip	1003528
1	Satz 10 Bechergläser, hohe Form	1002873
1	Magnetrührer und Heizung (230 V, 50/60 Hz)	1002807 oder
	Magnetrührer und Heizung (115 V, 50/60 Hz)	1002806
1	Messverstärker U (230 V, 50/60 Hz)	1020742 oder
	Messverstärker U (115 V, 50/60 Hz)	1020744
1	Digital-Multimeter P3340	1002785



In einem Metalldraht, dessen Enden sich auf unterschiedlichen Temperaturen befinden, findet eine Thermodiffusion statt. Da die thermische Bewegung der Elektronen am warmen Ende schneller ist als am kalten Ende, bewegen sich im Mittel mehr Elektronen vom warmen zum kalten Ende als umgekehrt. Durch diesen Diffusionsstrom lädt sich das kalte Ende im vorliegenden Fall der Elektronenleitung negativ gegenüber dem warmen Ende auf, und zwischen den beiden Enden entsteht eine Thermodiffusionsspannung. Diese wirkt der Bewegung der Elektronen zunehmend entgegen, bis kein Diffusionsstrom mehr fließt.

Die Thermodiffusionsspannung Utd ist proportional zur Temperaturdifferenz  $T_1 - T_2$  zwischen den Drahtenden, mit dem materialabhängigen SeebeckKoeffizienten *k* als Proportionalitätskonstante:

(1)

$$U_{td} = k \cdot (T_1 - T_2)$$

U<sub>td</sub>: Thermodiffusionsspannung,
 k: Seebeck-Koeffizient,
 T<sub>1</sub>: Temperatur am warmem Ende
 T<sub>2</sub>: Temperatur am kalten Ende

Werden zwei unterschiedliche Metalldrähte zusammengefügt, und befinden sich deren Berührungsstellen auf unterschiedlichen Temperaturen, entsteht ein thermoelektrischer Kreisstrom. Das Metall mit der größeren Thermodiffusionsspannung gibt die Stromrichtung vor. Diese Anordnung wird zu einem Thermoelement, wenn ein Voltmeter dazwischen geschaltet wird. Auf Grund des hochohmigen Eingangs fließt praktisch kein Strom mehr, und das Voltmeter zeigt eine Thermospannung an, die direkt proportional zur Temperaturdifferenz zwischen den Berührungsstellen ist:

(2) 
$$U_{th} = U_{td,B} - U_{td,A} = (k_B - k_A) \cdot (T_1 - T_2)$$

U<sub>th</sub>: Thermocouple voltage,

 $U_{td,A}$ ,  $U_{td,B}$ : Thermodiffusionsspannungen der Metalle A und B  $k_{A}$ ,  $k_{B}$ : Seebeck-Koeffizienten der Metalle A und B

Nur die in Gleichung (2) auftretende Differenz

$$k_{\rm BA} = k_{\rm B} - k_{\rm B}$$

der Seebeck-Koeffizienten kann problemlos gemessen werden. Sie entspricht der Empfindlichkeit

$$(4) S = \frac{dU_{th}}{dT_1}$$

des Thermolementes aus den Metallen *A* und B. Es ist daher üblich, Pt als Referenzmaterial zu wählen und die Koeffizienten  $K_{APt}$  anzugeben. Im Experiment werden die Empfindlichkeiten *S* für drei verschiedene Paarungen bestimmt wird. Dazu wird Wasser in einem Becherglas auf eine Temperatur  $T_1$  erhitzt und ein Ende des Thermoelementes eingetaucht. Das andere Ende des Thermoelements wird zur Messung der Spannung an den Messverstärker *U* angeschlossen. Die Buchsen dieses Verstärkers haben eine konstante Temperatur  $T_2$ .

# **EVALUATION**

Die Thermospannung wird für die verschiedenen Thermoelemente gegen die Temperatur in einem  $U_{\rm th}(T_1)$ -Diagramm aufgetragen, an die linearen Verläufe jeweils Geraden angepasst und aus deren Steigungen die Empfindlichkeiten der Thermoelemente bestimmt.



Abb. 1: Thermodiffusion in Metalldrähten (oben), thermoelektrischer Kreisstrom (Mitte) und Thermospannungen in einer Schleife aus zwei unterschiedlichen Metalldrähten (unten)



Abb. 2: Thermospannungen in Abhängigkeit von der Temperatur für Thermoelemente vom Typ Fe-CuNi, NiCr-NiAl und NiCrSi-NiSi. Die Messkurven schneiden die  $T_1$ -Achse des Diagramms bei der Referenztemperatur  $T_2 = 23^{\circ}C$ 

# UE8020100 | PHOTOVOLTAIKANLAGEN



## ZIEL

Messung der Kennlinien eines Photovoltaikmoduls in Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke

## ZUSAMMENFASSUNG

Eine Photovoltaikanlage wandelt Lichtenergie aus Sonnenlicht in elektrische Energie um. Dazu verwendet man Solarzellen, die z.B. aus geeignet dotiertem Silizium bestehen und im Prinzip einer großflächigen Photodiode entsprechen. In der Solarzelle absorbiertes Licht löst Ladungsträger aus den Kristallbindungen, die zu einem Photostrom gegen die Durchlassrichtung des *p-n*-Überganges beitragen. Der an eine äußere Last abgebbare Strom wird durch den Diodenstrom der Solarzelle begrenzt. Er erreicht

### > AUFGABEN

- Messung der *I-U*-Kennlinien eines Photovoltaikmoduls bei verschiedenen Beleuchtungsstärken.
- Vergleich der gemessenen Kennlinien mit einer Berechnung nach dem Ein-Dioden-Modell.
- Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom für verschiedene Beleuchtungsstärken.

bei der sogenannten Leerlaufspannung  $U_{\rm OC}$  den Wert Null, weil sich der Photostrom und Diodenstrom dort genau kompensieren, und wird negativ, wenn eine Spannung oberhalb der Leerlaufspannung angelegt wird. Im Bereich positiver Ströme kann die Solarzelle als Generator zur Abgabe elektrischer Energie an eine äußere Last betrieben werden. Im Experiment werden die Strom-Spannungs-Kennlinien dieses Generators in Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke gemessen und mit einem einfachen Parametersatz beschrieben.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

#### Anzahl Geräte

Alizalii	Gerate	Gerale
1	SEG Solarenergie (230 V, 50/60 Hz)	1017732 oder
	SEG Solarenergie (115 V, 50/60 Hz)	1017731
1	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 oder
	DC-Netzgerät 0-20 V, 0-5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311

### ALLGEMEINE GRUNDL AGEN

Der Begriff Photovoltaik ist eine Zusammensetzung aus dem griechischen Wort Phos (Licht) und dem italienischen Namen Volta. Er ehrt *Allessandro Volta*, der u. a. die erste funktionsfähige elektrochemische Batterie erfand. Eine Photovoltaikanlage wandelt "kostenlos verfügbare" Lichtenergie aus Sonnenlicht ohne CO<sub>2</sub>-Emission in elektrische Energie um. Dazu verwendet man Solarzellen, die in den allermeisten Fällen aus geeignet dotiertem Silizium bestehen und einer großflächigen Photodiode entsprechen. In der Solarzelle absorbiertes Licht löst Ladungsträger aus den Kristallbindungen (innerer Photoeffekt), die im elektrischen Feld des durch Dotierung erreichten p-n-Überganges zu den äußeren Kontakten der Solarzelle gelangen, die Elektronen zur n-dotierten Seite und die Defektelektronen (Löcher) zur p-dotierten Seite (Abb. 1). So entsteht ein Photostrom gegen die Durchlassrichtung des p-n-Überganges, der elektrische Energie an eine äußere Last abgeben kann.

Der Photostrom  $I_{\rm Ph}$  ist proportional zur Beleuchtungsstärke  $\Phi$ :

Er wird überlagert durch den Diodenstrom in Durchlassrichtung

(1)

$$I_{\rm D} = I_{\rm S} \cdot \left( \exp\left(\frac{U}{U_{\rm T}}\right) - 1 \right)$$

 $I_{\rm S}$ : Sättigungsstrom,  $U_{\rm T}$ : Temperaturspannung

 $I_{\rm Ph} = {\rm const} \cdot \Phi$ 



und wächst umso stärker an, je mehr die zwischen den Anschlüssen aufgebaute Spannung U die Diffusionsspannung  $U_D$ . übersteigt. Also wird der nach außen abgegebene Strom / durch den Diodenstrom begrenzt:

(3) 
$$I = I_{\rm Ph} - I_D = I_{\rm Ph} - I_{\rm S} \cdot \left( \exp\left(\frac{U}{U_{\rm T}}\right) - 1 \right)$$

Er erreicht bei der sogenannten Leerlaufspannung  $U_{OC}$  den Wert Null, weil der Photostrom und der Diodenstrom sich dort genau kompensieren, und wird negativ, wenn eine Spannung  $U > U_{OC}$  angelegt wird. Im Bereich positiver Ströme kann die Solarzelle als Generator zur Abgabe elektrischer Energie an eine äußere Last betrieben werden. Gl. (3) beschreibt die *I-U*-Kennlinie dieses Generators.

Da der Photostrom  $I_{Ph}$  in der Praxis erheblich größer als der Sättigungsstrom  $I_{S}$  ist, lässt sich aus (3) für die Leerlaufspannung der Zusammenhang

(4) 
$$U_{oc} = U_{\rm T} \cdot \ln \left( \frac{I_{\rm Ph}}{I_{\rm S}} \right)$$

ableiten. Wird die Solarzelle an ihren Anschlüssen kurzgeschlossen, liefert sie den Kurzschlussstrom  $I_{SC}$ , der wegen U = 0 gemäß (3) dem Photostrom entspricht. Also ist

(5) 
$$U_{oc} = U_{\rm T} \cdot \ln \left( \frac{I_{\rm SC}}{I_{\rm S}} \right) \text{ mit } I_{\rm SC} = I_{\rm P}$$

Gl. 2 beschreibt das Diodenverhalten im Rahmen des sogenannten Standardmodells. Hier ist der Sättigungsstrom  $I_{\rm S}$  eine Materialgröße, die von den geometrischen und elektrischen Daten der Solarzelle abhängt. Für die Temperaturspannung  $U_{\rm T}$  gilt

*m* = 1 ... 2: Idealitätsfaktor, *k*: Boltzmann-Konstante,*e*: Elementarladung, *T*: Temperatur in Kelvin

In einer genaueren Betrachtung der Kennlinie sind noch Leckströme an den Kanten der Solarzelle und punktuelle Kurzschlüsse des *p-n-*Überganges zu berücksichtigen, die sich durch einen Parallelwiderstand  $R_p$  modellieren lassen. Gl. 3 wird damit zu

(7) 
$$I = I_{\rm Ph} - I_{\rm S} \cdot \left( \exp\left(\frac{U}{U_{\rm T}}\right) - 1 \right) - \frac{U}{R_{\rm P}}$$

Um gut nutzbare Spannungen im Bereich zwischen 20 und 50 V zu errei-chen, werden in der Praxis viele Solarzellen in einem Photovoltaikmodul in Reihe geschaltet. Eine solche Reihenschaltung aus 18 Solarzellen wird im Experiment mit einer Halogenlampe variabler Beleuchtungsstärke beleuch-tet, um Strom-Spannungs-Kennlinien des Moduls bei unterschiedlichen Beleuchtungsstärken aufzuzeichnen.



Abb. 3: Ersatzschaltbild für das Photo voltaikmodul

## AUSWERTUNG

Die Schar der Strom-Spannungs-Kennlinien des Photovoltaikmoduls (Abb. 2) lässt sich mit Hilfe von Gl. 7 beschreiben, wenn man unabhängig von der Beleuchtungsstärke den stets gleichen Parametersatz  $I_{\rm S}$ ,  $U_{\rm T}$  und  $R_{\rm P}$  einsetzt und den Photostrom  $I_{\rm PH}$  abhängig von der Beleuchtungs-stärke wählt. Allerdings beträgt die Temperaturspannung das 18-fache des in Gl. 6 abgeschätzten Wertes, da das Modul als Reihenschaltung aus 18 Solarzellen aufgebaut ist.

Als Ersatzschaltbild für das Photovoltaikmodul lässt sich also eine Parallelschaltung aus einer idealen Stromquelle, einer Reihenschaltung aus 18 Halbleiterdioden und einem ohmschen Widerstand angeben, siehe Abb. 3. Die Stromquelle liefert einen von der Beleuchtungsstärke abhängigen Strom in Sperrrichtung.



Abb. 1: Schematische Darstellung einer Solarzelle als Halbleiterelement,

- n<sup>+</sup> : stark *n*-dotierter Bereich, p: p--dotierter Bereich,
- 🖶 : durch Lichtabsorption erzeugtes Defektelektron (Loch),
- e : durch Lichtabsorption erzeugtes freies Elektron,
- + : "ortsfeste" positive Ladung,
- : "ortsfeste" negative Ladung,
- $E_{int}$ : durch die Raumladungsdif-ferenz aufgeprägtes elektrisches Feld,  $R_1$ -Lastwiderstand



Abb. 2: Strom-Spannungs-Kennlinienschar eines Photovoltaikmoduls für fünf verschiedene Beleuchtungsstärken

# UE8020200 | PHOTOVOLTAIKANLAGEN



ZIEL Untersuchung des Einflusses partieller Verschattung

#### **>** AUFGABEN

- Messung und Analyse der *I-U*-Kennlinie und der *P-R*-Kennlinie einer Reihenschaltung zweier Photovoltaikmodule.
- Messung und Analyse der Kennlinien bei partieller Verschattung mit und ohne Schutz durch Bypass-Dioden.
- Nachweis der Sperrspannung am ungeschützten verschatteten Modul.
- Bestimmung der Leistungsverluste durch partielle Verschattung.

### ZUSAMMENFASSUNG

In Photovoltaikanlagen werden üblicherweise mehrere Module zu einem Strang in Reihe geschaltet. Die Module sind ihrerseits Reihenschaltungen aus vielen Solarzellen. In der Praxis treten partielle Verschattungen auf. Einzelne Elemente der Anlage werden dann mit geringerer Stärke bestrahlt und liefern nur einen kleinen Photostrom, der den Strom durch die gesamte Reihenschaltung begrenzt. Dies wird durch den Einsatz von Bypass-Dioden vermieden. Im Experiment stellen zwei Module aus je 18 Solarzellen eine einfache Photovoltaikanlage dar. Sie werden wahlweise ohne oder mit zusätzlichen Bypass-Dioden in Reihe geschaltet und mit dem Licht einer Halogenlampe bestrahlt.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	SEG Solarenergie (230 V, 50/60 Hz)	1017732 oder
	SEG Solarenergie (115 V, 50/60 Hz)	1017731

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

In Photovoltaikanlagen werden üblicherweise mehrere Module zu einem Strang in Reihe geschaltet. Die Module sind ihrerseits Reihenschaltungen aus vielen Solarzellen.

Die Berechnung von Strom und Spannung in einer solchen Reihenschaltung folgt den Kirchhoff'schen Gesetzen unter Beachtung der Strom-Spannungs-Charakteristik der Solarzellen. Durch alle Module der Reihenschaltung fließt der gleiche Strom / und die Gesamtspannung

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

n: Anzahl der Module

ist die Summe aller Spannungen U<sub>i</sub> zwischen den Anschlüssen der einzelnen Module. Die Strom-Spannungs-Charakteristik einer Solarzelle bzw. eines Moduls lässt sich gut mit Hilfe einer Ersatzschaltung erklären, die als Antiparallelschaltung aus einer den Photostrom liefernden Konstantstromquelle und einer "Halbleiterdiode" aufgebaut ist. Auftretende ohmsche Verluste entsprechen einem zusätzlich parallel geschalteten Widerstand (siehe Experiment UE8020100 und Fig. 1). Der Photostrom ist proportional zur Bestrahlungsstärke des Lichts. Bei gleicher Bestrahlungsstärke verhalten sich alle Module gleich und bauen die gleiche Einzelspannung auf. Dann wird aus Gl. 1:

(2)

(1)

In der Praxis können jedoch partielle Verschattungen in einer Photovoltaikanlage auftreten.

 $U = n \cdot U_1$ 



Einzelne Module der Anlage werden dann mit geringerer Stärke bestrahlt und liefern nur einen kleinen Photostrom, der den Strom durch die gesamte Reihenschaltung begrenzt. Diese Strombegrenzung führt dazu, dass sich unterschiedliche Spannungen *U*<sub>i</sub> an den einzelnen Modulen aufbauen.

Im Extremfall erreichen die Spannungen an den voll ausgeleuchteten Modulen selbst bei Kurzschluss (*U* = 0) Werte bis hin zur Leerlaufspannung, siehe auch Fig. 2. Die Summe dieser Spannungen liegt in Sperrrichtung an den verschatteten Modulen. Dies kann massives Aufheizen verursachen und die Verkapselung oder gar die Solarzellen selber zerstören. Zum Schutz werden Photovoltaikanlagen mit Bypass-Dioden ausgerüstet, die den Strom am verschatteten Element vorbeiführen können.

Im Experiment stellen zwei Module aus je 18 Solarzellen eine einfache Photovoltaikanlage dar. Sie werden wahlweise ohne oder mit zusätzlichen Bypass-Dioden in Reihe geschaltet und mit dem Licht einer Halogenlampe bestrahlt. Zunächst werden beide Module gleich stark beleuchtet und später ein Modul so verschattet, dass es nur den halben Photostrom liefert.

In allen Fällen werden die *I-U-*Kennlinien vom Kurzschluss bis zum Leerlauf aufgezeichnet und verglichen. Außerdem werden die Leistungen als Funktionen des Lastwiderstandes berechnet, um die Leistungsverluste durch Verschattung und den Einfluss der Bypass-Dioden zu bestimmen.

Für den Kurzschlussfall wird außerdem separat die Spannung am verschatteten Modul gemessen. Sie erreicht -9 V, wenn das Modul nicht durch eine Bypass-Diode geschützt ist.

#### AUSWERTUNG

Liefert ein Modul z.B. nur den halben Photostrom, bestimmt dieser den Kurzschlussstrom der Reihenschaltung, wenn keine Bypass-Diode eingesetzt wird.

Mit Bypass-Diode wird erreicht, dass das voll ausgeleuchtete Modul seinen höheren Strom liefert, bis dieser abnimmt, weil die Leerlaufspannung des einzelnen Moduls erreicht wird. Das mathematische Modell zur Anpassung der Messwerte in Abb. 3 und 4 berücksichtigt die Kirchhoff'schen Gesetze und verwendet die in Experiment UE8020100 ermittelte Strom-Spannungs-Kennlinie der einzelnen Module mit den Parametern  $I_{\rm S}$ ,  $U_{\rm T}$  und  $R_{\rm P}$ . Zur Berücksichtigung der Bypass-Dioden wird deren Kennlinie eingesetzt.



Abb. 1: Ersatzschaltbild und Kennlinien einer Solarzelle



Abb. 2: Schematische Betrachtung einer partiellen Verschattung der Reihenschaltung zweier Module ohne Bypass, bei Kurzschluss (U = 0). Die Kennlinie des verschatteten Moduls (grün) ist gespiegelt dargestellt. Hier stellt sich eine Spannung  $U_2$  in Sperrrichtung ein.



Abb. 3: *I-U*-Kennlinie der Reihenschaltung zweier Module. a) ohne Verschattung, b) partielle Verschattung, ohne Bypass, c) partielle Verschattung, mit Bypass



Abb. 4:- *P-R*-Kennlinie der Reihenschaltung zweier Module. a) ohne Verschattung, b) partielle Verschattung, ohne Bypass, c) partielle Verschattung, mit Bypass

# UE8020250 | PHOTOVOLTAIKANLAGEN



ZIEL Untersuchung einer Inselanlage zur Erzeugung und Speicherung elektrischer Energie

#### > AUFGABEN

- Bestimmung des Betriebsstromes des elektronischen Ladungszählers und der für den Betrieb mindestens erforderlichen Beleuchtungsstärke.
- Untersuchung der Strombilanz der Inselanlage f
  ür verschiedene ohmsche Lasten und verschiedene Beleuchtungsst
  ärken im Laborbetrieb.
- Messung des gelieferten Solarstroms und des Lade- bzw. Entladestromes in Abhängigkeit vom Laststrom für verschiedene Beleuchtungsstärken.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Inselanlagen sind Stromversorgungsanlagen ohne Anschluss an ein öffentliches Stromnetz und umfassen die Erzeugung und Speicherung elektrischer Energie. Häufig werden Photovoltaikmodule zur Energieerzeugung und Akkumulatoren zur Energiespeicherung eingesetzt. Um eine solche Inselanlage nachzuvollziehen, werden im Experiment zwei Photovoltaikmodule zur Aufladung eines Nickel-Metallhydrid-Akkumulators eingesetzt. Ein Gleichstrommotor als angeschlossener Verbraucher entlädt den Akkumulator, während ein elektronischer Ladungszähler die auf- oder abfließende Ladung misst. Durch eine Reihenschaltung zweier Module wird ein zuverlässiges Laden des Akkumulators auch bei geringeren Beleuchtungsstärken erreicht, da die Leerlaufspannung deutlich über der Akkumulatorspannung liegt.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	SEG Solarenergie (230 V, 50/60 Hz)	1017732 oder
	SEG Solarenergie (115 V, 50/60 Hz)	1017731
1	Ladungszähler mit Akkumulator	1017734
1	Getriebemotor mit Seilrolle	1017735
1	Schlitzgewichtsatz, 5 x 100 g	1003228
1	Schnur, 100 m	1007112
1	Zweipoliger Umschalter	1018439
1	Satz 15 Experimentierkabel 1 mm <sup>2</sup>	1002840
1	Timer	1003009

#### ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Inselanlagen sind Stromversorgungsanlagen ohne Anschluss an ein öffentliches Stromnetz. Sie umfassen die Erzeugung und Speicherung elektrischer Energie und werden eingesetzt, wenn der Anschluss an ein öffentliches Stromnetz nicht möglich oder nicht wirtschaftlich ist oder keine ausreichende Flexibilität und Mobilität bietet. Häufig nutzt man Photovoltaikmodule zur Energieerzeugung und Akkumulatoren zur Energiespeicherung. Um eine solche Inselanlage nachzuvollziehen, werden im Experiment zwei Photovoltaikmodule mit einer Nennleistung von 5 W zur Aufladung eines Nickel-Metallhydrid-Akkumulators mit



einer Kapazität von 220 mAh eingesetzt. Ein Gleichstrommotor als angeschlossener Verbraucher entlädt den Akkumulator, während ein elektronischer Ladungszähler die auf- oder abfließende Ladung misst. Auf einen in der Praxis üblichen Laderegler wird verzichtet.

Die Spannung  $U_{Accu}$  des Akkumulators beträgt nominell 8,4 V, hängt aber vom Ladezustand sowie vom Ladestrom  $I_{Accu}$  ab und erreicht in der Praxis bis zu 10 V. Sie bestimmt die Spannung in allen parallel geschalteten Zweigen (siehe Abb. 1):

(1) 
$$U_{\rm Accu} = U_{\rm Op} = U_{\rm L} = U_{\rm Solar}$$

Der gelieferte Strom  $I_{\text{Solar}}$  wird als Betriebsstrom  $I_{\text{Op}}$  für den elektronischen Ladungszähler, als Ladestrom  $I_{\text{Accu}}$  für den Akkumulator und als Strom  $I_{\text{L}}$  durch die angeschlossene ohmsche Last genutzt. Die Strombilanz

$$I_{\text{Solar}} = I_{\text{Accu}} + I_{\text{Op}} + I_{\text{L}}$$

gilt auch für den Fall negativer Ladeströme  $I_{Accu}$ , also bei einer Entladung des Akkumulators.

Der Betriebsstrom  $I_{\rm OP}$  = 10 mA ist durch die elektronische Schaltung des Ladungszählers festgelegt, während der Laststrom  $I_{\rm L}$  vom ohmschen Widerstand  $R_{\rm L}$  der angeschlossenen Last abhängt. Der Akkumulator wird also aufgeladen, wenn die Photovoltaikanlage Strom liefert und der Lastwiderstand nicht zu klein ist.

Für ein zuverlässiges Laden des Akkumulators auch bei geringeren Beleuchtungsstärken ist die Photovoltaikanlage so zu konfigurieren, dass ihre Leerlaufspannung  $U_{\rm OC}$  deutlich über der Spannung  $U_{\rm Accu}$ liegt. Ein Vergleich mit den in Experiment UE8020100 gemessenen Kennlinien zeigt, dass dies durch eine Reihenschaltung zweier Module sicher erreicht werden kann. Der gelieferte Solarstrom  $I_{\rm Solar}$  ist dann in guter Näherung proportional zur Beleuchtungsstärke *E* und erreicht unter Laborbedingungen Werte bis zu 50 mA, die für ein schnelles Laden des Akkumulators optimal sind.

Als ohmsche Lasten werden ein Gleichstrommotor und eine Widerstandskaskade eingesetzt, mit deren Hilfe die Ladestrom-Laststrom-Kennlinie der Inselanlage abgetastet wird und außerdem bestätigt wird, dass der gelieferte Solarstrom unabhängig von der ohmschen Last ist. Im Ergebnis lässt sich z.B. die Mindesthelligkeit angeben, die zum Laden des Akkumulators bei Abwesenheit aller Lasten erforderlich ist.

#### HINWEIS

Bei Betrieb der Photovoltaikmodule im Sonnenlicht unter freiem Himmel können deutlich höhere Ströme erreicht werden. Hier sollte der Akkumulator nicht ohne zusätzliche ohmsche Last angeschlossenen werden, die dafür sorgt, dass der Ladestrom  $I_{Accu}$  = 44 mA nicht überschreitet.

#### AUSWERTUNG

Der Betriebsstrom des Ladungszählers wird aus der in 30 s vom Akkumulator abfließenden Ladung bestimmt, wenn weder Modul noch Verbraucher angeschlossen sind.



Abb. 1: Blockschaltbild der Inselanlage



Abb. 2: Belastungskennlinien der Inselanlage



Abb. 3: Kennlinien des Akkumulators, gemessen bei verschiedenen Beleuchtungsstärken. Je nach Ladezustand des Akkumulators verschieben sich diese Kennlinien auf der y-Achse nach oben oder unten.

# UE9010100 | NEUROPHYSIOLOGIE



# > AUFGABEN

- Aufnahme von Aktionspotentialen im Bauchmark von Regenwürmern nach elektrischer und taktiler Reizung.
- Option: Aufnahme eines einfachem Elektrokardiogramm und Elektromyogramm am Menschen.

#### ZIEL

Untersuchung der Aktionspotentiale im Bauchmark eines Regenwurms nach elektrischer und taktiler Stimulation

## ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Adaption von Luigi Galvanis berühmtem Froschschenkelversuch wird das Bauchmark eines Regenwurms zunächst elektrischen Reizen ausgesetzt. Die daraus resultierenden Aktionspotentiale werden verstärkt und mit Hilfe einer Schnittstelle gemessen. Im nächsten Schritt wird der Regenwurm taktil stimuliert, was ebenfalls zu einem Aktionspotential führt. Optional können ein einfaches Elektrokardiogramm und ein einfaches Elektromyogramm am Menschen aufgezeichnet werden.

## **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Messkammer für Regenwurmexperiment	1020601
1	Bio-Verstärker (230 V, 50/60 Hz)	1020599 or
	Bio-Verstärker (115 V, 50/60 Hz)	1020600
1	Messinterface mit Reizgenerator	1020602
1	Reizgerät für Regenwurmexperiment	1020603
	Tauwürmer	
Zusätzlich	empfohlen	
1	Kabelsatz EKG	1020605
1	Satz Elektroden für EKG / EMG	5006578

# WARNUNG

Elektrophysiologische Experimente an Menschen dürfen niemals ohne zuverlässige Isolierung von der Netzspannung durchgeführt werden! Verwenden Sie die Messwerte und Messkurven ausschließlich für Bildungszwecke und niemals, um den Gesundheitszustand einer Person zu bewerten!



Bereits im Jahr 1790 hatte der Forscher *Luigi Galvani* aus Bologna an einem Froschschenkel demonstriert, dass elektrische Prozesse an der Funktion von Nerven und Muskeln beteiligt sind. Auch heute noch werden ähnliche Spezies für die Erforschung von Nervenfunktionen und Muskelkontraktionen verwendet. Eine Alternative ist die Durchführung von Experimenten an einem lebenden Regenwurm.

Im ersten Teil des Experiments wird ein Regenwurm mit einer Elektrodenanordnung in Kontakt gebracht, die mit einem Bio-Verstärker und einer Bio-Messschnittstelle verbunden ist. Das Bauchmark des Regenwurms wird dann an einem Ende mit verschiedenen Spannungssignalen stimuliert. Sobald die Spannung einen bestimmten Schwellwert überschreitet, kann ein Aktionspotential beobachtet werden. Im nächsten Schritt wird der Regenwurm taktil am hinteren und vorderen Ende stimuliert, was ebenfalls zum Aufbau eines Aktionspotentials führt. Da sich die Dicke der Haut an den Enden des Wurms unterscheidet, kann beobachtet werden, dass die Aktionspotentiale ein unterschiedliches Verhalten aufweisen.

Die Nerven eines Regenwurms haben eine einfachere Struktur als die eines Frosches und ermöglichen somit die Messung von Nervenimpulsen in einzelnen Nervensträngen. Die Funktion von Nervenpotentialen für die vom gesunden Wurm gezeigten Reflexe kann demonstriert werden. Es können zelluläre Mechanismen für Habitualisierung gemessen werden.

Während des Experiments bleibt der Wurm am Leben und unverletzt. Danach kann er in seinen natürlichen Lebensraum entlassen werden.

#### AUSWERTUNG

Abbildung 1 zeigt die Reaktion des Regenwurms auf elektrische Stimulationen. Im oberen Diagramm war die Stimulation zu schwach, um ein Aktionspotential hervorzurufen. Im Unteren Diagramm war eine Stimulation mit nur 0,1 V mehr ausreichend, um ein Aktionspotential zu initiieren.

In Abbildung 2 werden die Aktionspotentiale nach taktiler Stimulation am vorderen Ende (unteres Diagramm) und am Schwanzende (oberes Diagramm) dargestellt. Nach Stimulation des vorderen Endes findet die Aufzeichnung an den hinteren Teilen des Wurms statt, während die Aufzeichnungen nach Stimulation des Wurmschwanzes am vorderen Teil des Wurms vorgenommen werden.

In Abbildung 3 wird ein Beispiel für ein Elektromyogramm eines langsam kontrahierten Bizeps gezeigt.



Abb. 1: Reaktionen auf elektrische Stimulationen



Abb. 2: Reaktionen auf taktile Stimulation am vorderen Ende (unteres Diagramm) und am Schwanz (oberes Diagramm)



Abb. 3: Elektromyogramm eines langsam kontrahierten Bizeps

# UE9020100 | ULTRASCHALLBIOMETRIE



## > AUFGABEN

- Vermessung der biometrischen Verhältnisse im Modell eines menschlichen Auges unter Verwendung des Impulsechoverfahrens.
- Berechnung der Geometrie der einzelnen Objekte im Auge.

#### ZIEL

Bestimmung der inneren Dimensionen in einem Augenmodell

# ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Experiment wird eine typische Anwendung einer A-Bild Ultraschallbiometrie für die in der Augenheilkunde verwendete medizinische Diagnostik dargestellt. An einem Augenmodell werden alle Teile des gesunden Auges vermessen und Korrekturberechnungen durchgeführt.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-Echoskop GS200	1018616
1	Ultraschallsonde 2 MHz, GS200	1018618
1	Augenmodell für Ultraschallbiometrie	1012869
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575



Auch in der Augenheilkunde wird Sonografie genutzt. Ihre größte Bedeutung liegt auf dem Gebiet der Biometrie, der Messung von Entfernungen innerhalb des Auges. Der Abstand zwischen Hornhaut und Netzhaut ist sehr wichtig für die Berechnung der Eigenschaften von künstlichen Linsen, die Patienten mit grauem Star implantiert werden. In diesem Fall ist Sonografie erforderlich, da die Hornhaut bzw. die Linse für die Verwendung optischer Methoden zu stark getrübt sind. Untersuchungen von Kammerwasser, Glaskörper und der Linsenstärke werden heutzutage oft mit neuen Methoden vorgenommen, die Laserlicht oder sonografische B-Mode Bildgebung nutzen.

Die gegebene Laufzeit der Echos im A-Bild kann auf Grund unterschiedlicher Geschwindigkeiten in verschiedenen Medien (Hornhaut, Linse, Glaskörperflüssigkeit) nicht einfach in Entfernung umgerechnet werden. Es ist daher eine Korrekturberechnung erforderlich. Für das Modell sind zwei Geschwindigkeiten vorgegeben: -Linse: 2500 m/s, -Körperflüssigkeiten: 1410 m/s. Diese Werte und die Laufzeit aus dem gemessenen A Bild werden verwendet, um die Entfernungen mit Hilfe folgender Gleichung zu berechnen:

In der medizinischen Diagnostik werden häufig "Durchschnittswerte" verwendet, die aus Erfahrung bekannt sind. Diese durchschnittliche Geschwindigkeit soll für das Modell mit Hilfe folgender Gleichung berechnet werden:

 $s=v\frac{\Delta t}{2}$ 

(2)

$$v = \frac{v_1(t_1 + (t_3 - t_2) + v_2(t_2 - t_1))}{t_2}$$

Für den Kontakt der Sonde mit der Hornhaut des Modells wird Ultraschall-Koppelgel verwendet. Die Sonde wird langsam über die Hornhaut bewegt und die optimalen Signale gesucht (2 große Reflektionen für die Linse und eine kleinere von der Netzhaut). Nach Messung der Laufzeit der Reflektionen können die wirklichen Entfernungen berechnet werden.

#### AUSWERTUNG

Die Laufzeit jeder Reflektion wurde gemessen und die durchschnittliche Geschwindigkeit mit Gleichung (2) berechnet. Das Ergebnis wurde auf dem A Bild Gerät eingestellt, und dieses wurde auf die Tiefenskala umgeschaltet und die Tiefe jeder Reflektion gemessen.

Geschwindigkeiten in m/s				
(Kammerwasser/Glaskörperflüssigkeit) 1410 m/s				1410 m/s
(Linse)				2500 m/s
Werte:	Vorderseite der Linse	Rückseite der Linse	Netzhaut	
Zeit in 10 <sup>-6</sup> s	1,7	21,1	74,8	
Durchschnittliche Geschwindigkeit 151			1518 m/s	
Gemessene Tiefe in mm	11,9	15,9	42,5	
Wirkliche Tiefe in mm	9,66	18,91	56,77	
Stärke/Entfer- nung in mm	9,66	9,25	37,86	



Abb. 1: A Bild und schematische Darstellung des menschlichen Auges

# UE9020200 ULTRASCHALL-COMPUTERTOMOGRAFIE



## > AUFGABEN

- Aufzeichnung eines Ultraschall-CT Bildes.
- Analyse der unterschiedlichen Messparameter.
- Untersuchung des Einflusses von Filterung und Bildverarbeitung.

## ZIEL

Untersuchung des Aufbaus eines Ultraschall-CT Bildes und dessen relevante Parameter

## ZUSAMMENFASSUNG

Es werden die verschiedenen Schritte des Aufbaus einer Computertomografie dargestellt. Es wird der Unterschied zwischen Dämpfung und Schallgeschwindigkeit als Messparameter analysiert. Der Einfluss von Filterung und Bildverarbeitung wird untersucht.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-Echoskop GS200	1018616
1	CT-Steuergerät	1017783
1	CT-Scanner	1017782
1	CT-Messwanne	1017785
1	CT-Probe	1017784
2	Ultraschallsonde 2 MHz, GS200	1018618
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575



Röntgen-CT, MRT und PET sind computerunterstützte Bildgebungsverfahren, die in der medizinischen Diagnostik, der Industrie und der Forschung verwendet werden. Es werden Prozesse wie Strahlungsabsorption, Kernspinresonanz oder Partikelemission verwendet, um über entsprechend messbare physikalische Eigenschaften Querschnittsbilder zu erstellen. Ein weiteres CT Verfahren ist die Ultraschall-Computertomografie. Sie unterscheidet sich von der Röntgen-CT darin, dass an Stelle der Abschwächung von Röntgenstrahlen die Abschwächung und Laufzeiten von Ultraschallsignalen im Testobjekt gemessen werden. Beim Ultraschall-CT werden Zeilenabtastungen aus verschiedenen Winkeln erfasst und dann zusammengesetzt, um ein Querschnittsbild zu erstellen. In diesem Prozess wird der zwischen Sender- und Empfängersonde angeordnete Untersuchungskörper unter Kontrolle eines Computers bewegt und gedreht. Die überlappenden Projektionen der einzelnen Scans können Schritt für Schritt auf dem PC nachvollzogen werden.

Für den Aufbau des Bildes werden die Abschwächung des Schalls und die Schallgeschwindigkeit genutzt. Der Schwächungskoeffizient von Schall  $\mu$  ergibt sich aus der gemessenen Amplitude *A* und der Amplitude ohne Probe  $A_0$  nach dem Abschwächungsgesetz:

(1) 
$$\mu \propto \ln \frac{A_0}{A}$$

Für die Erzeugung des Schallgeschwindigkeitstomogramms wird die Laufzeit als Messgröße verwendet, und es gilt Folgendes:

(2) 
$$c \propto \frac{t_0}{t}$$

wobei  $t_0$  die gemessene Laufzeit ohne Untersuchungskörper ist (die Pfadlänge s ist konstant).

Die Probe (Dämpfungs- oder Geschwindigkeitsmessung) wird am Probenhalter befestigt und über die Scanner-Steuerung exakt zwischen den beiden Sensoren angeordnet. Dann wird der Probenhalter über den halben Erfassungsweg bewegt, die Genauigkeit der Erfassung und die Anzahl der Winkelintervalle werden eingestellt und der CT Scan gestartet. Während der Messungen werden die einzelnen Zeilenerfassungen beobachtet und die Erstellung des Tomogramms durch Überlagerung der Projektionen der Zeilenerfassungen studiert. Die resultierenden Bilder werden unter Verwendung verschiedener Filter sowie durch Anpassung von Helligkeit und Kontrast optimiert. Danach wird das Dämpfungstomogramm mit dem Geschwindigkeitstomogramm verglichen.

### AUSWERTUNG

Das Sendersignal (Schema links oben in Abb. 1) wurde bezüglich der maximalen Amplitude und der Laufzeit der maximalen Amplitude gemessen und daraus ein Zeilenprofil (Scan aus einem Winkel, 500 µm Punktabstand) aufgebaut (Diagramm links unten). Die Überlagerung mit Hilfe des CT-Algorithmus (25 Winkelintervalle) liefert die Schallabschwächung für das linke obere Bild (keine Filterung, Kontraständerung) und die Schallgeschwindigkeit für das rechte obere Bild (ebenfalls keine Filterung, Kontraständerung). Filterung des Abschwächungsbildes verbessert den Kontrast und die Ränder werden sichtbar (Reflektionsverluste). Der innere Teil ist kaum vom umgebenden Wasser zu unterscheiden. Im Schallgeschwindigkeitsbild (rechts) sind der Untersuchungskörper und der Einschluss deutlich als homogene Bereiche einer unterschiedlichen Schallgeschwindigkeit zu erkennen.



Abb. 1: Screenshot mit Abschwächungs- und Laufzeittomogrammen der CT Probe.

# UE9020300 | STRÖMUNGSMECHANIK



## ZIEL

Untersuchung der Grundeigenschaften von stationär und laminar strömenden Flüssigkeiten durch Anwendung des Ultraschall-Dopplerverfahrens

#### > AUFGABEN

- Messung der Dopplerfrequenzverschiebung f
  ür verschiedene Pumpengeschwindigkeiten und die Druckabf
  älle an Standrohren.
- Bestimmung der Strömungsraten, Strömungswiderstände und der dynamischen Viskosität der Dopplerflüssigkeit durch Anwendung der Kontinuitätsgleichung, der Bernoulli-Gleichung und der Hagen-Poiseuille-Gleichung.
- Berechnung der Reynolds-Zahl für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten und Rohrdurchmesser.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Es werden Strömungsmessungen nach dem Ultraschall-Dopplerverfahren verwendet, um die grundlegenden Gesetze zu demonstrieren, denen der Flüssigkeitsstrom in Rohrleitungen unterliegt und dessen Abhängigkeit von Strömungsgeschwindigkeit und Rohrgeometrie. Es werden die Beziehungen zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Rohrquerschnitt (Kontinuitätsbedingung) und zwischen Strömungswiderstand und Rohrdurchmesser (Gesetz von Hagen-Poiseuille) untersucht.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-Dopplergerät	1022330
1	Ultraschallsonde 2 MHz, GS200	1018618
1	Satz Doppler-Prismen und Strömungsrohre	1002572
1	Steigrohre zur Druckmessung	1002573
1	Dopplerphantomflüssigkeit	1002574
1	Zentrifugalpumpe	1002575
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575



Zu den Anwendungen des Dopplereffekts in der medizinischen Diagnostik zählt die Untersuchung von fortlaufenden Bewegungen und sich bewegenden Strukturen wie zum Beispiel in der kardiologischen Diagnostik, arterielle und venöse Blutgefäße, Blutzirkulation im Hirn und postoperative Blutgefäßkontrolle.

Eine stationär strömende Flüssigkeit ist durch einen konstanten Flüssigkeitsstrom an allen Punkten des Systems gekennzeichnet. Die sich daraus ergebende Kontinuitätsgleichung für zwei verschiedene Rohrabschnitte  $A_1$  und  $A_2$  lautet:

(1) 
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \dot{V} = const.$$

Dabei sind  $v_1$  und  $v_1$  die mittleren Geschwindigkeiten im entsprechenden Abschnitt und V die Strömungsrate (Volumen pro Zeiteinheit). Der statische Druck in einer strömenden Flüssigkeit ist immer kleiner als der in einer stationären Flüssigkeit, und er verringert sich, je größer die Strömungsgeschwindigkeit ist (Bernoulli-Gleichung). Für die Strömung durch ein horizontales Rohr (ohne Schwerkraftdruck) entspricht der Gesamtdruck  $p_0$ :

(2) 
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_0$$

Nur in einer reibungslosen Flüssigkeit ist  $p_0$  konstant. In einer mit Reibung verbundenen Strömung verringert sich der Gesamtdruck in Abhängigkeit von der Viskosität  $\eta$ , der Länge *I*, des Querschnitts *A* des durchströmten Abschnitts und der Strömungsrate *V*. Für Flüssigkeiten mit geringeren Strömungsgeschwindigkeiten (laminare Strömung) in engen Rohren gilt für den Druckabfall  $\Delta p$  das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$\Delta p = R\dot{V}$$

$$(4) R = \frac{8}{\pi} \frac{I}{r^4} \eta$$

wobei *r* der Radius des Rohrs ist und *l* dessen Länge. Das bedeutet, dass eine Reduzierung des Gefäßdurchmessers auf die Hälfte zu einer 16-fachen Vergrößerung des Strömungswiderstands führt. Nach diesem Prinzip regulieren Blutgefäße die Blutverteilung zwischen Extremitäten und inneren Organen.

Es wird ein Kreislauf aufgebaut, der aus 3 Rohrleitungen gleicher Länge, aber mit unterschiedlichen Durchmessern besteht. Am Anfang und Ende jeder Leitung befindet sich ein Messpunkt gleichen Durchmessers. An den Rohrleitungen wird mit Hilfe des Doppler-Prismas und des FlowDop die mittlere Geschwindigkeit für drei verschiedene Strömungsraten gemessen (3 verschiedene Spannungen an der Zentrifugalpumpe). Mit Kenntnis der gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten kann die Strömungsrate nach (1) bestimmt und verglichen werden. An den Messpunkten kann der Druckabfall auf Grund des Strömungswiderstands gemessen werden. Durch Berechnung der Strömungsrate mit (1) kann der Strömungswiderstand nach (4) ermittelt werden und daraus, unter Verwendung der bekannten Geometrie, die dynamische Viskosität der Flüssigkeit bestimmt werden.

### AUSWERTUNG

Aus den gemessenen Strömungsraten und den spezifischen Querschnittsbereichen kann die entsprechende Strömung berechnet werden. Diese ist in dieser Experimentanordnung für alle Rohrdurchmesser und die gleichen Einstellungen an der Zentrifugalpumpe nahezu gleich und erfüllt somit die Kontinuitätsgleichung. Als weiteres Ergebnis zeigt das untere Diagram den Strömungswiderstand *R*, der für verschiedene Rohrdurchmesser und Strömungen bestimmt wurde. Es zeigt die starke Abhängigkeit vom Rohrradius *r*, die aus der Hagen-Poiseuille-Gleichung erwartet werden kann:

$$\sim \frac{1}{r^4}$$

Abb.1 zeigt, dass die aus der gemessenen Geschwindigkeit und dem Abschnitt berechnete Strömungsrate bei gleichen Spannungen für alle Rohrdurchmesser nahezu gleich ist, und damit ist die Kontinuitätsgleichung erfüllt.



Abb. 1: Strömungsraten für verschiedene Rohrdurchmesser



Abb. 2: Widerstand für verschiedene Rohrdurchmesser

# UE9020400 | DOPPLERSONOGRAFIE



## > AUFGABEN

- Dopplersonografische Untersuchung eines Modells eines menschlichen Arms
- Messung der Fließgeschwindigkeit des Blutes
- Diagnose einer Stenose (Gefäßverengung) in einem Arm
- Aufzeichnung von Doppler-Spektren und Pulskurven

### ZIEL

Dopplersonografie – Untersuchung eines Armmodells

# ZUSAMMENFASSUNG

Das Ziel des Experiments ist es zu lernen, wie Messungen des Blutflusses mit Hilfe von Dopplersonografie vorgenommen werden. Es wird ein realistisches Armmodell verwendet, um die Unterschiede zwischen kontinuierlichem Fluss (venös) und pulsierendem Fluss (arteriell) sowie zwischen normalem Blutfluss und einer Stenose darzustellen.

# **BENÖTIGTE GERÄTE**

Anzahl	Geräte	ArtNr.
1	Ultraschall-Dopplergerät	1022330
1	Gerätesatz Armphantom	1022331
1	Zentrifugalpumpe	1002575
1	Ultraschall-Koppelgel	1008575



Dopplersonografie nutzt den Dopplereffekt um festzustellen, ob sich Strukturen (üblicherweise Blut) auf eine Ultraschallsonde zu oder von dieser weg bewegen sowie deren relative Geschwindigkeit. Durch die Berechnung der Frequenzverschiebung eines bestimmten Probenvolumens, beispielsweise der Blutflussstrahl über einer Herzklappe, kann die Geschwindigkeit und die Richtung dieses Probenvolumens bestimmt und visualisiert werden. Doppler-Frequenzverschiebung ist der Unterschied in der Ultraschallfrequenz zwischen gesendetem Signal und empfangenen Echos, d.h. die Echofrequenz minus der gesendeten Frequenz. Die Dopplerfrequenz verhält sich proportional zur Fließgeschwindigkeit des Blutes.

Dopplersonografie ist besonders für kardiovaskuläre Untersuchungen von Nutzen (Sonografie des Gefäßsystems und des Herzens) und in vielen Bereichen unerlässlich, wie zum Beispiel bei der Bestimmung von Blutrückfluss im Lebergefäßsystem bei portaler Hypertension. Die Dopplerinformationen werden grafisch unter Verwendung eines Spektraldopplers oder als Bild unter Verwendung eines Farbdopplers dargestellt.

Für das Experiment wird eine Pumpe aktiviert und die Drehzahl im mittleren Bereich eingestellt (etwa 4.000 min<sup>-1</sup>). Der Betriebsmodus ist GK (Dauerfluss, venös). Unter Verwendung der Dopplersonde und Koppelgel wird am Armmodell nach einem Gefäß mit einem deutlichen Audiosignal gesucht.

Der Fluss im Spektralbild wird auf negative und positive Komponenten analysiert. Die Richtung der Sonde wird dann um 180° gedreht. Danach wird das Gefäß auf Änderungen im Spektralbild (Stenose) untersucht, und die Unterschiede zwischen Abbildungen des "gesunden" Gefäßes und der Stenose werden charakterisiert.

Schließlich wird die Pumpe in die Modi $P_1$  und  $P_2$  geschaltet (pulsierend). Die Bilder werden analysiert und die Pulsrate bestimmt.

#### AUSWERTUNG

Abbildung 1 zeigt einen kontinuierlichen (venösen) Fluss mit einer mittleren Dopplerverschiebung von etwa -700 Hz. Das Minus als Vorzeichen vor der Dopplerverschiebung zeigt einen Fluss von der Sonde weg an.

Abbildung 2 ist die spektrale Verteilung mit der gedrehten Sonde. Der Fluss erfolgt in Richtung Sonde (die gleiche Dopplerverschiebung, aber positiver Wert).

Abbildung 3 zeigt die Doppler-Spektraldarstellung einer Stenose. Die Unterschiede zu einer normalen (gesunden) Darstellung wie in Abbildung 1 sind:

- 1. eine örtliche Erhöhung der maximalen Dopplerverschiebung (maximale Fließgeschwindigkeit),
- 2. eine Verringerung der mittleren Frequenz und eine Verbreiterung der Spektren,
- eine Erhöhung des Reflux-Phänomens (negative und positive Teile der Spektren).

Abbildung 4 zeigt die pulsierende Strömung von  $P_1$  mit einer Pulsrate von etwa 90min<sup>-1</sup>.



Abb. 1: Dopplerspektrum des Blutflusses in Venen



Abb. 2: Spektrale Verteilung mit gedrehter Sonde



Abb. 3: Dopplerspektrum einer Stenose



Abb. 4: Pulsierende Strömung

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) MECHANISCHE SCHWINGUNGEN UND WELLEN



#### > LIEFERUMFANG:

- 1 Betriebsgerät MEC
- 1 Steckernetzgerät
- 2 Dynamische Kraftsensoren
- 1 Exzentermotor
- 1 Induktionsspule
- 1 Stoppuhr
- 4 Schraubenfedern
- 1 Satz 10 Massestücke 50 g
- 1 Grundplatte
- 1 Querstange
- 2 Stativstangen mit Außengewinde
- 2 Stativstangen mit Außen- und
- Innengewinde
- 2 Doppelmuffen
- 1 Magnethaken
- 1 Stabmagnet
- 1 Gummiseil
- 1 Rolle mit Hanfbindfaden
- 1 Fadenöse
- 1 Kurzschlussring
- 1 Gliedermaßstab
- 2 BNC-Kabel, 1 m
- 1 Kabel BNC/ 4 mm

# > CD MIT EXPERIMENTIER-ANLEITUNGEN INKLUSIVE!

Umfangreicher Gerätesatz zur Durchführung von 23 grundlegenden Experimenten zu mechanischen Schwingungen und Wellen. In stabiler Kunststoffbox mit gerätegeformter Schaumstoffeinlage und transparentem Deckel. Einschließlich CD mit Experimentieranleitungen. SEG Mechanische Schwingungen und Wellen (230 V, 50/60 Hz) SEG Mechanische Schwingungen und Wellen (115 V, 50/60 Hz)



Reflexion von Seilwellen



- Bestimmung von Federkonstanten (2x)
- Schwingungen eines Federpendels \*
- Schwingungen zweier "gleicher" Federpendel \* / \*\*
- Gleich- und gegenphasige Schwingungen zweier "gleicher" Federpendel \* / \*\*
- Anregung eines ruhenden Federpendels durch ein schwingendes Federpendel \* / \*\*
- Überlagerung von Schwingungen zweier Federpendel \* / \*\*
- Federpendel mit serieller Federanordnung \* / \*\*
- Federpendel mit paralleler Federanordnung \* / \*\*
- Eigenschwingung eines Federpendels \*
- Schwingungsformen einer Schraubenfeder \*
- Fadenpendel (2x)
- Sekundenpendel
- Galileisches Hemmungspendel
- Gedämpfte Schwingungen eines Federpendels (2x)\*
- Stehende Seilwellen (2x) \*
- Reflexion von Seilwellen \*
- Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen (2x) \*
- Saitenschwingungen \*

Geräteausstattung mechanische Schwingungen und Wellen: 1016652 SEG Mechanische Schwingungen und Wellen

(230 V, 50/60 Hz)

oder

1018476 SEG Mechanische Schwingungen und Wellen (115 V, 50/60 Hz)

Zweikanal-Oszilloskop, z.B.

1020910 Digital-Oszilloskop 2x30 MHz (für Experimente mit Kennzeichnung \*) 1013526 Analog-Multimeter ESCOLA 30 (für Experimente mit Kennzeichnung \*\*)

# FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK



Quadrate der Periodendauern in Abhängigkeit von der Pendellänge



Fadenpendel

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) ULTRASCHALLWELLEN



## > LIEFERUMFANG:

- 1 Betriebsgerät Ultraschall (US)
- 2 Ultraschallsender 40 kHz
- 1 US-Pen
- 1 Halter für US-Pen
- 1 Halterfuß für US-Pen
- 1 Mikrofonsonde
- 2 Strahlteiler
- 3 Klemmstücke für Strahlteiler
- 1 Fresnel'sche Zonenplatte
- 1 Hohlspiegel
- 2 Seitenteile für Doppelspalt / Refl ektoren
- 1 Mittelsteg für Doppelspalt
- 1 Klemmstück für Doppelspalt
- 1 Ultraschallabsorber
- 2 BNC-Kabel, 1 m
- 1 Kabel BNC/ 4 mm
- 1 Steckernetzgerät

# > CD MIT EXPERIMENTIER-ANLEITUNGEN INKLUSIVE!

Umfangreicher Gerätesatz zur Darstellung der grundlegenden Eigenschaften von Wellen am Beispiel von 40-kHz-Ultraschallwellen in 30 Schülerexperimenten. In stabiler Kunststoff box mit gerätegeformter Schaumstoff einlage und transparentem Deckel. Einschließlich CD mit Experimentieranleitungen. Mit zwei Ultraschallsendern, einer stabförmigen Mikrofonsonde für die Aufzeichnung und Analyse der Schwingungen mit einem Standardoszilloskop und einem Ultraschall-Pen zur Aufzeichnung von Wellenfronten in der Tischebene als Linien gleicher Phase (Isophasen). Viele Experimente können auch ohne Oszilloskop durchgeführt werden. Zur Messung der Ultraschallamplituden reicht in vielen Fällen ein analoges Voltmeter für Wechselspannungen mit einem ausreichenden Frequenzgang. 1016651 SEG Ultraschallwellen (230 V, 50/60 Hz)

1014529 SEG Ultraschallwellen (115 V, 50/60 Hz)





# INKLUSIVE 30 EXPERIMENTIERANLEITUNGEN ZU ULTRASCHALLWELLEN:

- Darstellung von Schallschwingungen am Oszilloskop \*
- Zusammenhang zwischen Schwingungen und Wellen \*
- ${\scriptstyle \bullet}$  Vergleich der Schwingungen an zwei Punkten in einer Welle  ${\scriptstyle *}$
- Analyse von Phasenbeziehungen mit dem US-Pen\*
- Bestimmung von Wellenlänge und Schallgeschwindigkeit
- Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit
- Sendecharakteristik der Ultraschallsender \*\*
- Resonanzkurve des Ultraschallwandlers \*
- Transmission und Refl exion von Ultraschallwellen \*\*
- Absorption von Ultraschallwellen \*\*
- Überlagerung von Sinusschwingungen \*
- Verstärkung und Auslöschung bei der Überlagerung von Sinusschwingungen \*
- Aufzeichnung von Wellenfronten mit dem US-Pen
- Erzeugung und Nachweis gerader Wellenfronten
- Beugung von Ultraschallwellen an einer Kante
- Beugung von Ultraschallwellen am Einzelspalt
- Zweistrahlinterferenz \*\*
- Reziprozitätsgesetz bei der Zweistrahlinterferenz \*\*
- Beugung am Doppelspalt \*\*
- Phasenbeziehungen bei der Beugung am Doppelspalt I \*
- Phasenbeziehungen bei der Beugung am Doppelspalt I \*\*
- Abbildung mit einem sphärischen Hohlspiegel \*\*
- Konstruktion Fresnel'scher Zonen \*\*
- Abbildung mit einer Fresnel'schen Zonenplatte \*\*
- Interferenz von Ultraschallwellen an einem loyd'schen Spiegel \*\*
- Aufb au eines einfachen Interferometers \*\*
- Aufb au eines Michelson-Interferometer \*\*
- Aufh ebung der Interferenz durch Unterbrechung eines Pfades \*
- Erzeugung stehender Ultraschallwellen \*\*
- Schwebung mit Ultraschallwellen \*
- Doppler-Eff ekt mit Ultraschallwellen

#### Zusätzlich erforderlich:

1020857 PC-Oszilloskop 2x25 MHz (für Experimente mit Kennzeichnung \*) 1013526 Analog-Multimeter ESCOLA 30 (für Experimente mit Kennzeichnung \*\*)

FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK



Michelson-Interferometer



Beugung am Doppelspalt



Aufzeichnung der Wellenfronten mit dem Ultraschall-Pen

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) KRÖNCKE-OPTIK



#### > LIEFERUMFANG:

- 1 Optikleuchte K
- 1 Transformator 12 V, 25 VA
- 1 Optische Bank K, 1000 mm
- 6 Optikreiter K
- 2 Klemmhalter K
- 2 Sammellinse K, f = 50 mm
- 2 Sammellinse K, f = 100 mm
- 2 Sammellinse K, f = 150 mm
- 1 Sammellinse K, f = 300 mm
- 1 Sammellinse K, f = 500 mm
- 1 Zerstreuungslinse K, f = -100 mm
- 1 Zerstreuungslinse K, f = -500 mm
- 1 Blende mit 1 Spalt
- 1 Blende mit 3 Spalten
- 1 Photo in Diarahmen
- 1 Schirm, transparent
- 1 Schirm, weiß
- 1 Satz 4 Farbfilter
- 1 Maßstab,15 mm
- 1 Perl Eins
- 1 Lochblende, d = 1 mm
- 1 Lochblende, d = 6 mm

## CD MIT EXPERIMENTIER-ANLEITUNGEN INKLUSIVE!

#### KRÖNCKE-OPTIK FÜR SCHÜLERÜBUNGEN UND PRAKTIKA

Das Optiksystem nach Kröncke bietet robuste, über Jahrzehnte bewährte Zuverlässigkeit mit der für Schülerübungen und Praktika erforderlichen Präzision in zahlreichen Experimenten zur Strahlen- und zur Wellenoptik. Die Experimente werden klassisch mit dem weißen Licht einer Glühlampe durchgeführt, deren Wendel insbesondere zur Beobachtung von Interferenzen auf einen verstellbaren Spalt abgebildet wird.

Alle optischen Komponenten sind in Blendschirmen ohne Stiel montiert und können zur genauen Justierung im Optikreiter problemlos auch senkrecht zum optischen Strahlengang verschoben werden. Die Optikreiter lassen sich auf dem U-Profil der Optischen Bank frei verschieben und mit minimalem Spannaufwand fixieren.

#### STRAHLENOPTIK:

- Lochkamera
- Abbildung durch Sammellinsen
- Abbildungsfehler
- · Abbildung im Auge (Augenmodell)
- Korrektur der Fehlsichtigkeit
- Lupe
- Mikroskop
- Astronomisches Fernrohr
- Erdfernrohr
- Diaprojektor

#### Geräteausstattung Strahlenoptik:

1009932 Basissatz Kröncke-Optik (230 V, 50/60 Hz) oder

1009931 Basissatz Kröncke-Optik (115 V, 50/60 Hz)



## POLARISATION:

- Polarisation transversaler Wellen
- Polarisator und Analysator
- Sichtbarkeit von polarisiertem Licht in getrübtem Wasser
- Doppelbrechung
- Drehung der Polarisationsebene in einer Zuckerlösung

#### Geräteausstattung Polarisation:

1009932 Basissatz Kröncke-Optik (230 V, 50/60 Hz) oder

1009931 Basissatz Kröncke-Optik (115 V, 50/60 Hz) 1009701 Ergänzungssatz Polarisation

## ERGÄNZUNGSSATZ POLARISATION

Ergänzungssatz zum Basissatz Kröncke-Optik (1009932 bzw. 1009931) zur Durchführung von Schülerexperimenten aus der Polarisation von Lichtwellen.

#### Lieferumfang:

- 1 Paar Polarisationsfilter K
- 1 Lochblende 10 mm
- 1 Küvette, rechteckig

1009701

### **INTERFERENZ:**

- Fresnel-Spiegel
- Beugung an kleinen Öffnungen und Scheiben
- Beugung am Luftspalt
- Beugung am Draht
- Beugung an Mehrfachspalten
- Beugung am Gitter
- Optisches Auflösungsvermögen
- Bestimmung der Wellenlänge von Licht

#### Geräteausstattung Interferenz:

1009932 Basissatz Kröncke-Optik (230 V, 50/60 Hz) oder

1009931 Basissatz Kröncke-Optik (115 V, 50/60 Hz) 1009700 Ergänzungssatz Interferenz

#### ERGÄNZUNGSSATZ INTERFERENZ

Ergänzungssatz zum Basissatz Kröncke-Optik (1009932 bzw. 1009931) zur Durchführung von Schülerexperimenten aus der Interferenz von Lichtwellen.

#### Lieferumfang:

- 1 Optische Bank K, 500 mm
- 1 Verstellbarer Spalt K
- 1 Blende mit 9 Kreisscheiben
- 1 Blende mit 9 Kreislöchern
- 1 Blende mit 3 Einzelspalten und 1 Doppelspalt
- 1 Blende mit 4 Mehrfachspalten und Gitter
- 1 Blende mit 3 Strichgittern
- 1 Mikrometerschraube K
- 1 Fresnelspiegel K

1009700



Sichtbarkeit von polarisiertem Licht in getrübtem Wasser



Diaprojektor



Beugung am Mehrfachspalt

FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) ELEKTRIK UND MAGNETIK



#### > LIEFERUMFANG:

- 1 Satz Experimentierkabel
- 1 Stabmagnet, ca. 65x16x5 mm<sup>3</sup>
- 1 Hufeisenmagnet, ALNICO, flach
- 1 Widerstandsbrett
- 1 Transformatorkern 20x20 mm<sup>2</sup>
- 1 Spannschraube
- 1 Spule 200/400/600 Windungen
- 1 Spule 400/400/800 Windungen
- 2 Stromverzweigungen (Steckelement)
- 1 Potentiometer 100  $\Omega$  (Steckelement)
- 1 Schalter (Steckelement)
- 1 Kondensator 4700  $\mu F$  (Steckelement)
- 1 Kondensator 10 μF (Steckelement)
- 1 Widerstand 33  $\Omega$  (Steckelement)
- 1 Widerstand 47  $\Omega$  (Steckelement)
- 1 Widerstand 1 k $\Omega$  (Steckelement)
- 1 NTC-Widerstand 100  $\Omega$ (Steckelement)
- 2 Fassungen E10 (Steckelement)
- 2 Glühlampen E10, 7 V
- Aufbewahrungsdose mit 1 Fadenset mit O-Ring, 2 Gewindebuchsen,
   2 Gewindestifte, 2 Büroklammern,
   2 Aluminiumelektroden,
- Konstantandraht
- 50 g Eisenpulver
- 50 m Chromnickeldraht, 0,2 mm 50 m Eisendraht, 0,2 mm
- 1 Teelicht1 Tea Candle

Vielseitiger Gerätesatz zur Durchführung von 41 Schülerexperimenten aus der Elektrik und Magnetik. In stabiler Kunststoffbox mit gerätegeformter Schaumstoffeinlage und transparentem Deckel. Einschließlich CD mit Experimentieranleitungen. Die Experimente werden Platz sparend und dennoch übersichtlich auf der SEG-Grundplatte (1000789) aufgebaut und durchgeführt. 1008532

#### SEG-Stromversorgung

AC/DC-Netzgerät zur SEG Elektrik und Magnetik (1008532).

- $\bullet$  Spannungsbegrenzung bis 25 V AC und 60 V DC
- Sicherheitstransformator gemäß EN 61558-2-6
- Sichere Trennung zwischen Versorgungsnetz und Ausgangsstromkreisen
- Spannungen: 1,5/ 3,0/ 4,5/ 6,0 V AC/DC

SEG Stromversorgung (230 V, 50/60 Hz) 1021686 oder

SEG Stromversorgung (115 V, 50/60 Hz) 1021687



> CD MIT EXPERIMENTIER-ANLEITUNGEN INKLUSIVE!



# INKLUSIVE 41 EXPERIMENTIERANLEITUNGEN ZUR ELEKTRIK UND MAGNETIK:

- Geschlossener Stromkreis
- Leiter und Nichtleiter
- Unverzweigter Stromkreis
- Verzweigter Stromkreis
- Stromstärke im unverzweigten Stromkreis
- Stromstärke im verzweigten Stromkreis
- Urspannung und Klemmenspannung
- Spannung im unverzweigten Stromkreis
- Spannung im verzweigten Stromkreis
- Spannungsteiler
- Ohm'sches Gesetz
- Temperaturabhängigkeit des Widerstandes (Eisendraht)
- Strom-Spannungs-Diagramm einer Glühlampe
- Strom-Spannungs-Diagramm eines Heißleiters
- Widerstandsgesetz
- Widerstand im unverzweigten Stromkreis
- Widerstand im verzweigten Stromkreis
- Widerstand und Spannung im unverzweigten Stromkreis
- Widerstand und Stromstärke im verzweigten Stromkreis
- Unbelasteter und belasteter Spannungsteiler
- Spannungs- Zeit- Diagramm beim Laden und Entladen eines Kondensators
- Stromstärke- Zeit- Diagramm beim Laden und Entladen eines Kondensators
- Zusammenhang zwischen Ladung und Spannung
- Kondensator im Gleich- und Wechselstromkreis (Verhalten)
- Probekörper im Magnetfeld
- Magnetpole
- Magnetisches Feld eines Hufeisenmagneten und eines Stabmagneten
- Magnetische Dipole
- Spule als Magnet
- Kräfte im Magnetfeld einer Spule
- Induktion durch Relativbewegung
- Induktion durch Änderung des Magnetfeldes
- Induktionsgesetz
- Ohm'scher Widerstand im Gleich- und Wechselstromkreis
- Kondensator im Gleich- und Wechselstromkreis (Widerstand)
- Spule im Gleich- und Wechselstromkreis
- Wirkungsweise eines Transformators
- Spannung und Windungszahl beim unbelasteten Transformator
- Belasteter Transformator
- Stark belasteter Transformator
- Thermoelektrizität

### Geräteausstattung Elektrik und Magnetik::

1008532 SEG Elektrik und Magnetik 1000789 SEG – Grundplatte 1013526 Analog-Multimeter ESCOLA 30 1021686 SEG Stromversorgung (230 V, 50/60 Hz) oder

1021687 SEG Stromversorgung (115 V, 50/60 Hz)

FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK



Die elektrische Stromstärke im unverzweigten Stromkreis



Widerstandsgesetz



Laden und Entladen eines Kondensators (Spannung)



Kondensator: Geladen (blau) und Entladen (rot)

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) ELEKTRONIK



#### > LIEFERUMFANG:

- 1 Satz 10 Brückenstecker
- 1 Widerstand 100  $\Omega$ , 2W
- 1 Widerstand 470  $\Omega$ , 2 W
- 1 Widerstand 1 k $\Omega$ , 2 W
- 1 Widerstand 4,7 k $\Omega$ , 2 W
- 1 Widerstand 10 k $\Omega$ , 0,5 W
- 1 Widerstand 47 k $\Omega$ , 0,5 W
- 1 Elektrolytkondensator 100  $\mu\text{F},$  35 V
- 1 Elektrolytkondensator 470  $\mu$ F, 16 V
- 1 Lampenfassung E10, oben
- 1 Satz 10 Glühlampen, 12 V; 100 mA
- 1 Satz 10 Glühlampen, 4 V; 40 mA
- 1 Kippschalter, einpolig
- 1 einpoliger Tastschalter, Öffner
- 1 einpoliger Tastschalter, Schließer
- 4 Si-Dioden 1N 4007
- 1 Ge-Diode
- 1 Z-Diode ZPD 6,2
- 1 LED grün
- 1 LED, rot
- 1 Fotowiderstand LDR 0,5
- 1 NTC- Widerstand 2,2  $k\Omega$
- 1 PTC- Widerstand 100  $\Omega$
- 1 Potentiometer 220  $\Omega$ , 3 W
- 1 NPN-Transistor BD 137
- 1 PNP-Transistor BD 138
- 1 FET-Transistor BF 244
- 1 Thyristor TYN 1012
- 1 Umschalter, einpolig
- 1 Kopfhörer, In-Ohr

Gerätesatz zur Durchführung von 11 grundlegenden Schülerexperimenten aus der Elektronik. In stabiler Kunststoffbox mit gerätegeformter Schaumstoffeinlage und transparentem Deckel. Die Schaltungen werden mit Bauelementen im Steckergehäuse auf einer Steckplatte aufgebaut. Die Stromversorgung erfolgt über ein externes Netzgerät. Einschließlich CD mit Experimentieranleitungen.

1021672

# INKLUSIVE 11 EXPERIMENTIERANLEITUNGEN ZUR ELEKTRONIK:

- Kennlinien einer Halbleiterdiode
- Kennlinie einer LED
- Kennlinie einer Z-Diode
- Überprüfung des Sromflusses bei einem Transistor
  - Kennlinien eines Transistors
  - LDR Fotowiderstand
- Thyristor im Gleichstromkreis
- Temperaturverhalten eines NTC- und eines PTC-Widerstandes
- Verzögerte Schaltvorgänge
- Kennlinien eines Feldeffekttransistors
- Brumm-Überprüfung

#### GERÄTEAUSSTATTUNG ELEKTRONIK:

1021672 SEG Elektronik

1012902 Steckplatte für Bauelemente

1021091 AC/DC-Netzgerät 0 - 12 V, 3 A (230 V; 50/60 Hz) oder

1021092 AC/DC-Netzgerät 0 - 12 V, 3 A (115 V; 50/60 Hz)

1013526 Analog-Multimeter ESCOLA 30 (2x)

1002840 Satz 15 Experimentierkabel, 75 cm

> CD MIT EXPERIMENTIER-ANLEITUNGEN INKLUSIVE!





Kennlinie einer Z-Diode



# FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK

Überprüfung des Sromflusses bei einem Transistor



# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) SOLARENERGIE



### > LIEFERUMFANG:

- 1 Halogenstrahler
- 2 Solarmodule
- 2 Digitalmultimeter
- 1 Luxmeter
- 1 Digitalthermometer
- 1 Anschlussboard mit
- Widerstandskaskade
- 1 Leistungssteller
- 1 Brückenstecker
- 1 Satz Experimentierkabel
- 1 Traverse
- 1 Aufstellbügel
- 1 Satz Modulabdeckungen
- 1 Koffer

# > CD MIT EXPERIMENTIER-AN-LEITUNGEN INKLUSIVE!

Umfangreicher Gerätesatz zur Durchführung von 16 Experimenten zur Solarenergie. Die grundlegenden Parameter und Eigenschaften von Solarmodulen und die Einflussfaktoren auf deren Energieeffizienz können experimentell nachgewiesen werden. In stabilem Metallkoffer mit gerätegeformter Schaumstoffeinlage. Das System ermöglicht einen einfachen, kompakten Aufbau aller Experimente im bzw. am Kofferdeckel. Einschließlich CD mit Experimentieranleitungen.

SEG Solarenergie (230 V, 50/60 Hz) 1017732 SEG Solarenergie (115 V, 50/60 Hz) 1017731

#### INKLUSIVE 16 EXPERIMENTIERANLEITUNGEN ZUR SOLARENERGIE:

- Beleuchtungsstärken verschiedener Lichtquellen
- Einflussgrößen auf die Leistung eines Solarmoduls
- Abschattung in Reihe geschalteter Solarmodule
- Einfluss der Abschattung auf die Klemmenspannung eines Solarmoduls
- Einfluss der Beleuchtungsstärke auf Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom eines Solarmoduls
- Einfluss des Einstrahlwinkels auf Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom eines Solarmoduls
- Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom von Solarmodulen bei Reihen- und Parallelschaltung
- Strom-Spannungs-Kennlinie und Leistung eines Solarmoduls
- Strom-Spannungs-Kennlinie und Leistung bei Reihenschaltung von Solarmodulen
- Strom-Spannungs-Kennlinie und Leistung bei Parallelschaltung von Solarmodulen
- Optimaler Lastwiderstand bei verändertem Einstrahlwinkel
- Temperaturabhängigkeit von Leerlaufspannung- und Kurzschlussstrom eines Solarmoduls
- Temperaturabhängigkeit der Leistung von Solarmodulen
- Spannungs-Strom-Kennlinie des beleuchteten und des unbeleuchteten Solarmoduls \*
- Aufbau einer Inselnetzanlage \*\*
- Energieumwandlung \*\*\*



#### GERÄTEAUSSTATTUNG SOLARENERGIE:

1017732 SEG Solarenergie (230 V, 50/60 Hz) oder

1017731 SEG Solarenergie (115 V, 50/60 Hz)

1003312 DC Power Supply 0-20 V (230 V, 50/60 Hz) oder

1003311 DC-Netzgerät 0-20 V (115 V, 50/60 Hz) (für Experimente mit Kennzeichnung \*)

1017734 Ladungszähler mit Akkumulator 1002811 Digitale Stoppuhr (für Experimente mit Kennzeichnung \*\*)

1017735 Getriebemotor mit Seilrolle
1018597 Wägesatz 1 g bis 500 g, geschlitzt mit Aufhänger
1007112 Experimentierschnur
1002811 Digitale Stoppuhr (für Experimente mit Kennzeichnung \*\*\*)

### LADUNGSZÄHLER MIT AKKUMULATOR

Ladungszähler zur Stromflussmessung mit Akkumulator als Energiespeicher. Über ein Voltmeter werden Ladung oder Verbrauch angezeigt. Je nach Messbereich entspricht 1 V am Voltmeter 0,1, 1 oder 10 As.

Messbereich:	1/10/100 As
	(max. messbare Ladung $\pm$ 499 As)
Stromversorgung:	9 V Akkumulator über DC-Hohlbuchse
Laststrom:	max. 500 mA
Akku-Ladestrom:	max. 50 mA
Externe	
Spannungsquelle:	Solarpanel oder DC-Netzteil (max. 12 V DC)
	mit Strombegrenzung von 50 mA ohne Last
	am Ladungszähler
Anschlüsse:	4-mm-Sicherheitsbuchsen
Abmessungen:	ca. 105x75x35 mm³
Masse:	ca. 200 g inkl. Akkumulator mit Gehäuse
1017734	

#### GETRIEBEMOTOR MIT SEILROLLE

Der Getriebemotor mit Seilrolle dient in Verbindung mit dem Schüler-Experimentier-Gerätesystem Solarenergie als Verbraucher zum Nachweis der Energieumwandlung. Der Motor ist auf einer Grundplatte montiert und mit einer Seilrolle bestückt. Stromanschluss erfolgt über 4-mm-Sicherheitsbuchsen. Es lassen sich Massen bis zu max. 1 kg anheben.

Stromversorgung:	max. 12 V DC
Laststrom:	max. 50 mA
Drehmoment:	0,41 Nm
Drehzahl:	Leerlauf 76,1 U/min.
Anschlüsse:	4-mm-Sicherheitsbuchsen
Abmessungen:	ca. 105x75x45 mm³
Masse:	ca. 220 g
1017735	

# FRAGEN SIE UNS NACH MENGENRABATTEN FÜR KLASSENSÄTZE AB 8 STÜCK







Optimaler Lastwiderstand bei verändertem Einstrahlwinkel



Strom-Spannungs-Kennlinie und Leistung bei Reihenschaltung von Solarmodulen



Temperaturabhängigkeit der Leistung von Solarmodulen

# SCHÜLER-EXPERIMENTIER-GERÄTESYSTEM (SEG) SCHALLAUSBREITUNG IN STÄBEN



#### > LIEFERUMFANG:

- 6 Probestäbe 200 mm aus Glas, Acrylglas, PVC, Holz (Buche), Edelstahl und Aluminium
- 4 Probestäbe 100 mm aus Kupfer, Messing, Edelstahl und Aluminium
- 1 Probestab 400 mm aus Edelstahl
- 2 Anschlaghämmer
- 2 Mikrofonsonden
- 1 Mikrofonbox
- 1 Steckernetzgerät 12 V AC
- 3 Gummimatten 50x40x5 mm<sup>3</sup>

# > KOMPAKTER AUFBAU AUF DEM LABORTISCH

# GERÄTESATZ "SCHALLAUSBREITUNG IN STÄBEN"

Gerätsatz zur Untersuchung der Schallausbreitung und zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Stäben unterschiedlicher Materialien. Der Gerätesatz besteht aus verschiedenen Probestäben, zwei Mikrofonsonden und einer Mikrofonbox zum Anschluss an ein Oszilloskop. In stabiler Kunststoffbox mit gerätegeformter Schaumstoffeinlage und transparentem Deckel.

Gerätesatz "Schallausbreitung in Stäben" (230 V, 50/60 Hz) 1018469 order

Gerätesatz "Schallausbreitung in Stäben"(115 V, 50/60 Hz) 1018468

Zusätzlich erforderlich: Zweikanal-Oszilloskop z.B. 1020857 PC-Oszilloskop 2x25 MHz

### THEMEN:

- Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallimpulsen
   in verschiedenen Stäben
- Vergleich der Ausbreitung von Longitudinal- und Transversalwellen
- Stehende Schallwellen in kurzen Stäben
- Polarität der Reflexion am Stabende
- Vielfachreflexion an den Enden langer Stäbe

BERÜHRUNGSFREIE UND DÄMPFUNGSARME MESSUNG DER SCHALLWELLEN



# DIE 3B SCIENTIFIC PHYSIK-PRODUKTION IN DEUTSCHLAND (KLINGENTHAL)



# FERTIGUNG EINER TELTRON<sup>®</sup> ELEKTRONENRÖHRE BEI 3B SCIENTIFIC

Elektronenröhren werden weltweit nur an ganz wenigen Orten hergestellt. Nur speziell ausgebildete Fachkräfte mit langjähriger Erfahrung beherrschen den technisch aufwendigen Prozess, der notwendig ist, um Sie in immer gleich bleibend hoher Qualität mit TELTRON® Elektronenröhren ausstatten zu können.



# BAUGRUPPENFERTIGUNG IM CNC-BEARBEITUNGSZENTRUM

Unsere bekannten Qualitätslehrgeräte resultieren aus dem Zusammenspiel von neuer Prozesstechnik und alter Handwerkstradition. Das CNC-Bearbeitungszentrum in Klingenthal gewährleistet neben der mechanischen Genauigkeit, die für hochwertige physikalische Geräte notwendig ist, auch die kosteneffiziente Serienfertigung in stets gleich bleibender Qualität.

# CAD/CAM-ARBEITSPLATZ

Aus dem CAD-Programm (Computer Aided Design) erfolgt unmittelbar die CAM-Steuerung (Computer Aided Manufacturing) der Flachbett-Fräsmaschine. So können auch spezielle Projektwünsche schnell in der gewohnten Präzision umgesetzt werden.





### 3B Scientific GmbH

Ludwig-Erhard-Straße 20  $\cdot$  20459 Hamburg  $\cdot$  Germany Phone: + 49 (0)40-73966-0  $\cdot$  Fax: + 49 (0)40-73966-100 3bscientific.com  $\cdot$  info@3bscientific.com

# SCHATTENKREUZRÖHRE

Demonstration der geradlinigen Ausbreitung von Elektronen im feldfreien Raum

>Mehr auf Seite 170

