Theorie der Informatik (CS 206)

M. Helmert, G. Röger — Universität Basel
Frühjahrssemester 2014 — Fachbereich Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: 5. März

Aufgabe 2.1 (Äquivalenzen und KNF, 2 Punkte)

Die folgende Wissensbasis entspricht den Formeln aus Aufgabe 1.1 (wir verwenden hier nur kürzere Symbole für die atomaren Aussagen):

$$\mathrm{WB} = \{(R \to K), (\neg R \to (\neg K \land S)), ((\neg R \lor S) \to L), (L \to I)\}$$

Verwenden Sie ($\to$)-Elimination und die Äquivalenzen aus der Vorlesung, um die Formeln der Wissensbasis in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie an, welche dies ist. Die einzige Ausnahme bildet die Assoziativität, die Sie auch implizit verwenden dürfen.

Aufgabe 2.2 (Widerlegungstheorem, 2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle Wissensbasen WB und Formeln φ gilt:

$$\mathrm{WB} \cup \{\varphi\} \text{ ist unerfüllbar gdw. } \mathrm{WB} \models \neg\varphi$$

Aufgabe 2.3 (Inferenz in der Aussagenlogik, 2+(1+1) Punkte)

(a) Leiten Sie die Formel $\varphi = (B \land C)$ aus der Wissensbasis $\mathrm{WB} = \{A, B, ((F \land E) \leftrightarrow (A \land B)), (A \lor C), (\neg C \to D), ((E \lor K) \to \neg D)\}$ ab. Verwenden Sie die Inferenzregeln für Aussagenlogik aus der Vorlesung (Folie 21) und notieren Sie die Ableitung wie in dem Beispiel aus der Vorlesung (indem Sie jeweils angeben, welche Regel angewendet wird und mit welchen Formeln).

(b) Der formale Beweis der Korrektheit eines Kalküls beruht im Kern darauf, dass man für jede Regel

$$\frac{\varphi_1, \dots, \varphi_n}{\psi}$$

zeigt, dass $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$.

Beweisen Sie die Korrektheit für Modus tollens und für eine neue Inferenzregel

$$\frac{(\varphi \lor \chi), (\psi \lor \neg\chi)}{(\varphi \lor \psi)}.$$

Aufgabe 2.4 (Widerlegungsvollständigkeit, 0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)

Sei P ein Computerprogramm, das als Eingabe eine Menge von aussagenlogischen Formeln nimmt, und ausgibt, ob die eingegebene Formelmenge unerfüllbar ist.

Wie können Sie P verwenden, um für eine Wissensbasis WB und eine aussagenlogische Formel φ zu entscheiden, ob

(a) WB erfüllbar ist?

(b) $\mathrm{WB} \models \varphi$?

(c) WB eine Tautologie ist?

(d) WB falsifizierbar ist?