

Himmelsmechanik

Im Zirkular des Orion werden je nach Aktualität Ephemeriden und auch die Bahnelemente von Kometen oder Kleinplaneten publiziert. Sicher haben sich schon einige gewundert, was man mit den Bahnelementen machen kann. Es gibt Astro-Programme wie «Voyager» für den Macintosh Computer, bei denen man die Bahnelemente eingeben kann, damit das Programm diese mit den üblichen Planeten und Sternen mit berechnet. Im folgenden Artikel möchte ich die acht Schritte beschreiben, die nötig sind, um aus den Bahnelementen die aktuelle Position eines Planeten oder Kometen zu berechnen.

1. Die elliptische Bahn

Bewegt sich ein Körper in regelmässigen Abständen um die Sonne, befindet er sich auf einer geschlossenen Bahn in der Form einer Ellipse oder eines Kreises (höchst unwahrscheinlich). Die Ellipse hat zwei Brennpunkte. In einem steht immer die Sonne. Zur Beschreibung des Planetenortes auf seiner Bahn um die Sonne sind zwei Angaben nötig:

die *wahre Anomalie*, der Winkel vom Sonnenzentrum zur aktuellen Position des Planeten und die *Entfernung* des Planeten von der Sonne.

Für die deren Berechnungen sind folgende Bahnelemente nötig:

1. die Umlaufzeit **T**. Bei Kleinplaneten und Kometen kann diese Umlaufzeit auch berechnet werden, sofern die Masse des Körpers bekannt ist oder sehr klein im Vergleich zur Sonne ist,
2. der Zeitpunkt des Perihel-Durchgangs **t₀**,
3. der Zeitpunkt, für den die Berechnung erfolgen soll,
4. die Exzentrizität **e**,
5. die grosse Halbachse **a**.

Die wahre Anomalie kann in drei Schritten berechnet werden:

1. Aus der Umlaufzeit des Planeten um die Sonne errechnet man eine Kreisbahn mit gleicher Umlaufzeit. Die Sonne rückt in der einzigen Brennpunkt, der Winkel von der Sonne zum Planeten auf der hypothetischen Kreisbahn wird berechnet und als *mittlere Anomalie* bezeichnet.

2. Nun wird ein Hilfskreis um die elliptische Bahn des Planeten gezogen mit dem Radius der grossen Halbachse und der Schwerpunkt wird in die Mitte dieses Kreises (auf halber Strecke zwischen den beiden Brennpunkten der Ellipse) gesetzt. Auf der Verbindungslinie Perihel-Aphel errichtet man die Senkrechte durch die Position des Planeten. Der Winkel vom Zentrum des Hilfskreise zum Schnittpunkt Senkrechte-Hilfskreis wird berechnet und als *exzentrische Anomalie* bezeichnet.

3. Aus der exzentrischen Anomalie kann man nun die *wahre Anomalie*, den Winkel Sonne-Planet und die Entfernung berechnen.

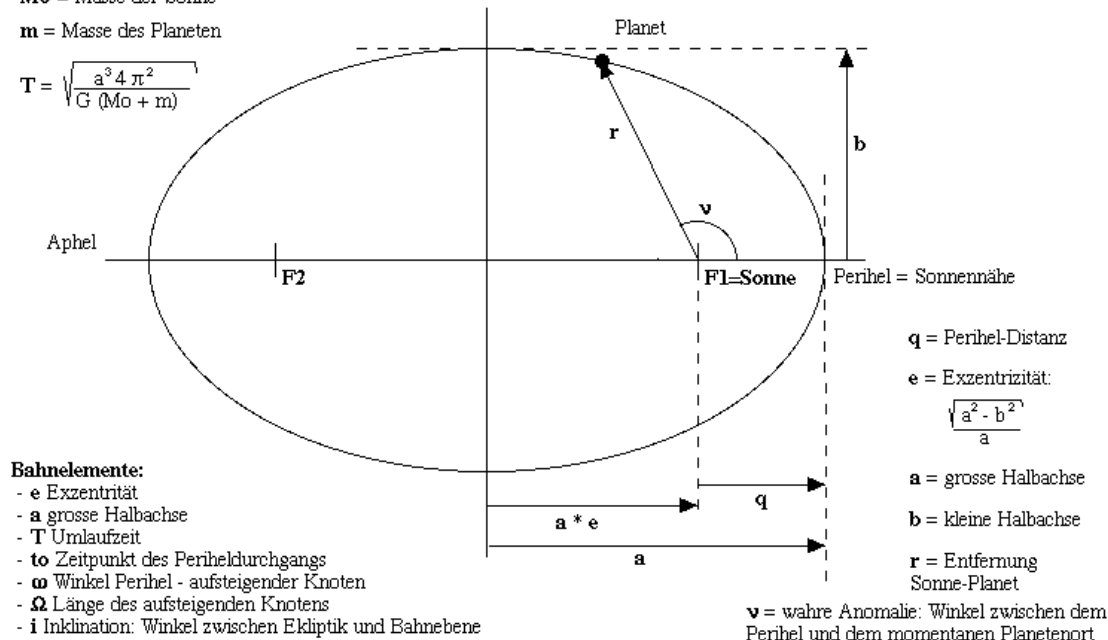
Geometrie der Ellipse

G = Gravitationskonstante

M_0 = Masse der Sonne

m = Masse des Planeten

$$T = \sqrt{\frac{a^3 4 \pi^2}{G (M_0 + m)}}$$



M = Mittlere Anomalie: Winkelabstand vom Perihel, wenn sich der Planet auf einer Kreisbahn mit der Umlaufzeit T bewegen würde

E = Exzentrische Anomalie: man errichtet die Senkrechte auf der Verbindungslinie Perihel-Aphel durch den Planeten auf einen Hilfskreis mit einem Radius von a . Der Winkel vom Perihel zum Schnittpunkt Senkrechte/Hilfskreis ist die Exzentrische Anomalie

$$E = M + e \cdot \sin(E)$$

v = Wahre Anomalie: ist der Winkel von der Sonne aus gesehen zwischen dem Perihel und dem Planeten

$$v = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right)\right)$$

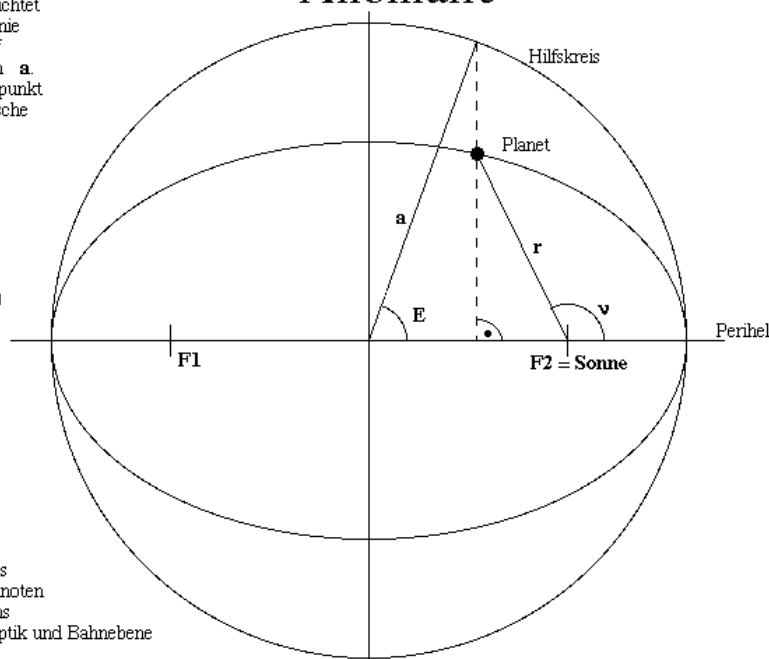
r = Entfernung Sonne-Planet

t = Berechnungszeitpunkt

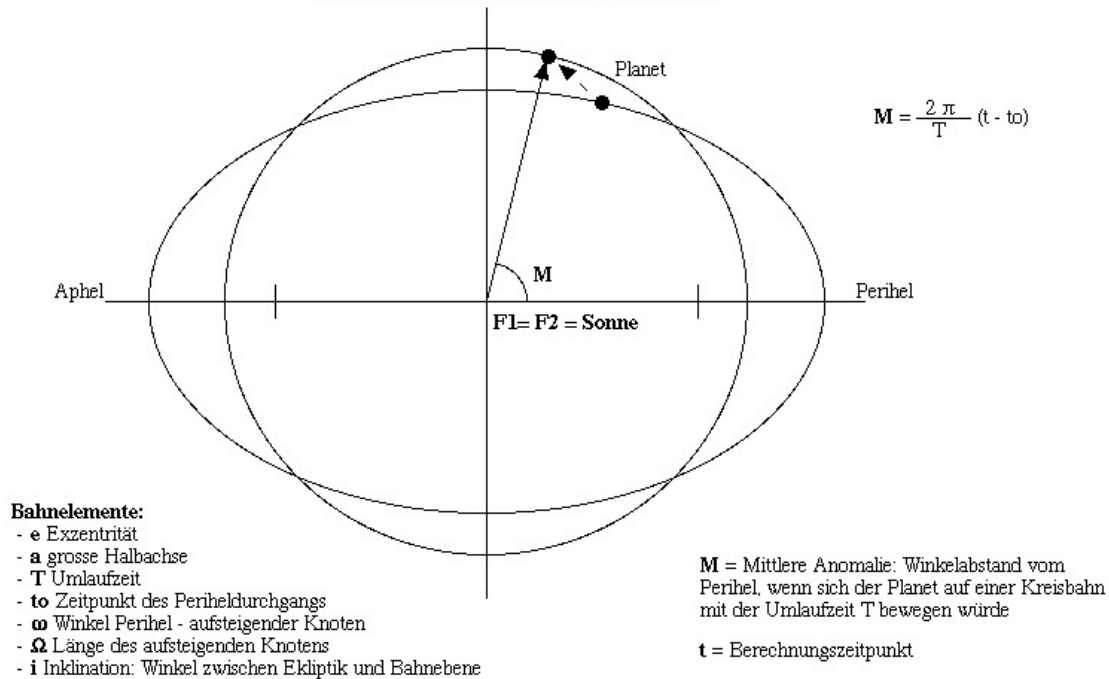
Bahnelemente:

- e Exzentrizität
- a grosse Halbachse
- T Umlaufzeit
- t_0 Zeitpunkt des Periheldurchgangs
- ω Winkel Perihel - aufsteigender Knoten
- Ω Länge des aufsteigenden Knotens
- i Inklination: Winkel zwischen Ekliptik und Bahnebene

Exzentrische und Wahre Anomalie



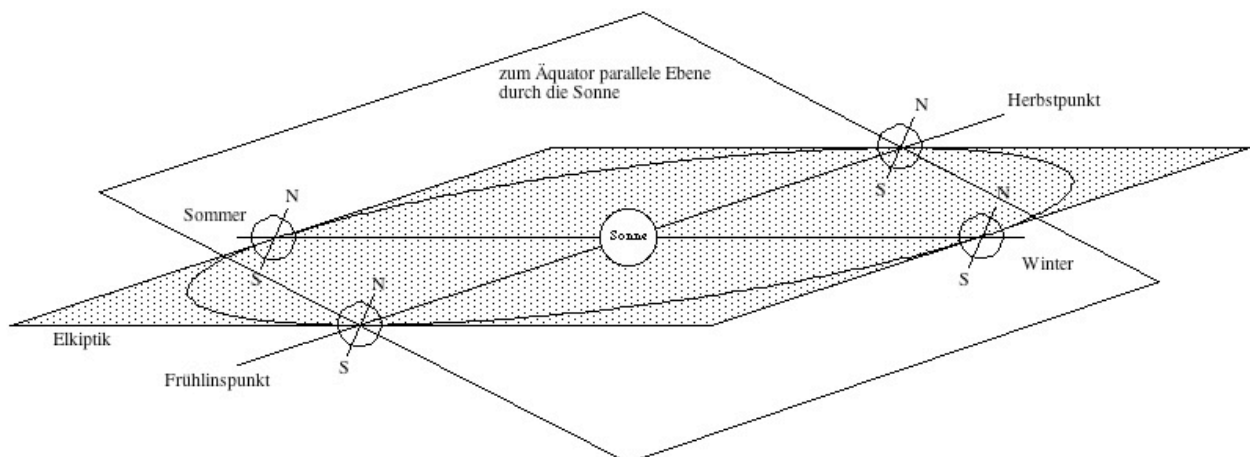
Mittlere Anomalie



2. Die Ekliptik und der Himmelsäquator

Die Bahnebene, die die Erde im Verlauf eines Jahres um die Sonne beschreibt, wird als Ekliptik bezeichnet. Dies ist natürlich auch gleichzeitig die scheinbare Bahn der Sonne um die Erde. Zeichnet man eine Ebene durch den Erdäquator, so wird diese Ebene als Himmelsäquator bezeichnet. Die Winkeldifferenz zwischen Ekliptik und Äquator beträgt ca. 23.5° . Der Ort, in der sich die Erdbahn mit der Ekliptik schneidet, und zwar von Süden nach Norden, bezeichnet man als Frühlingspunkt.

Ekliptik und Himmelsäquator

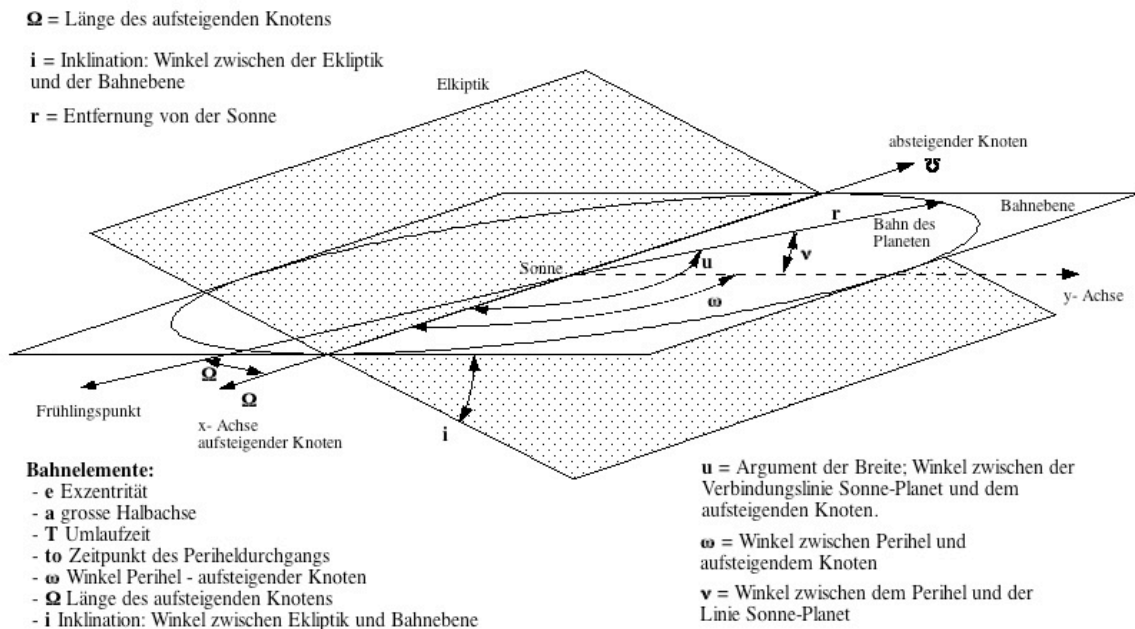


3. Das System der Bahnebene

Um die Position des Planeten in Bezug zur Sonne festzulegen, sind zusätzliche Bahnelemente nötig:

1. der Winkel des Perihels (Sonnennähe) vom aufsteigenden Knoten ω - der aufsteigende Knoten ist der Ort, in dem sich die Planetenbahn mit der Ekliptik schneidet, und zwar von Süden nach Norden,
2. die Länge des aufsteigenden Knotens Ω - dies ist der Winkel zwischen dem Frühlingspunkt und dem aufsteigenden Knoten.

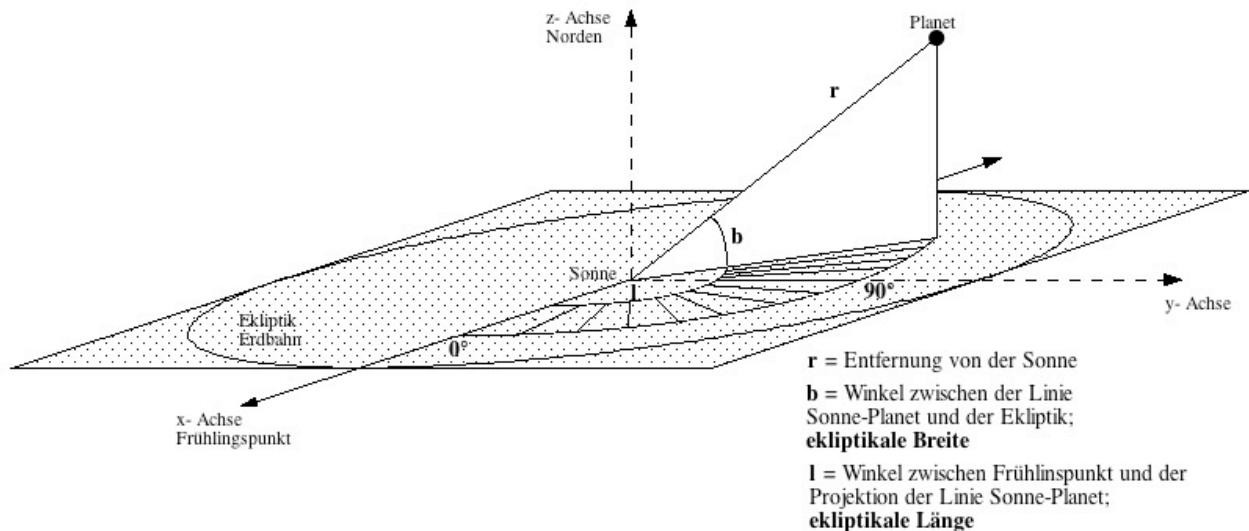
System der Bahnebene



4. Heliozentrische ekliptikale Koordinaten

In diesem System ist die Sonne der Mittelpunkt und die Ekliptik die Bezugsebene. Dazu wird das letzte noch übrige Bahnelement, die Inklination benötigt. Die Inklination i ist der Winkel zwischen der Planetenbahnebene und der Ekliptik. Der Planetenort wird definiert durch die *ekliptikale Breite* b , dem Winkel zwischen der Linie Sonne-Planet und der Ekliptik, der *ekliptikalen Länge* l , dem Winkel zwischen dem Frühlingspunkt und der Projektion der Linie Sonne-Planet. r gibt die Entfernung Sonne-Planet an.

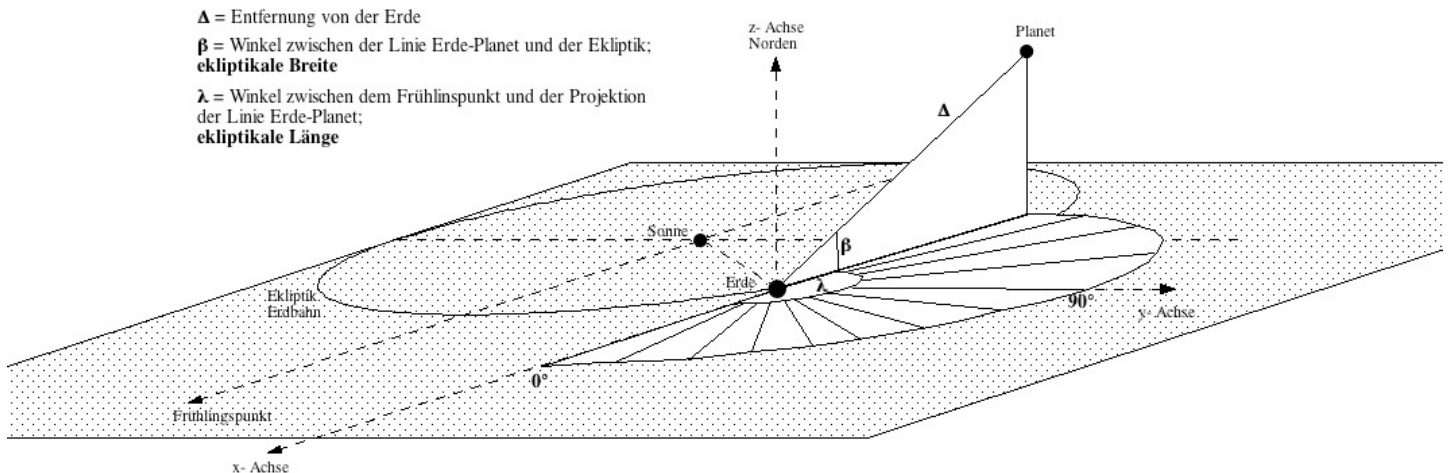
Heliozentrisches ekliptikales Koordinatensystem



5. Geozentrische ekliptikale Koordinaten

Als Zentrum der folgenden Berechnungen wird der Erdmittelpunkt gesetzt. Dies bedingt, dass alle bisher aufgezeigten Berechnungen für die Erde ebenfalls ausgeführt werden müssen. Es muss also bekannt sein, wo sich die Erde zum Zeitpunkt der Berechnung auf ihrer Bahn um die Sonne befindet. Der Planetenort wird durch die *ekliptikale Breite* b , den Winkel zwischen der Linie Erde-Planet und der Ekliptik, die *ekliptikale Länge* l , den Winkel zwischen dem Frühlingspunkt und der Projektion der Linie Erde-Planet, sowie die Entfernung D zwischen Erde und Planet definiert.

Geozentrisches ekliptikales Koordinatensystem

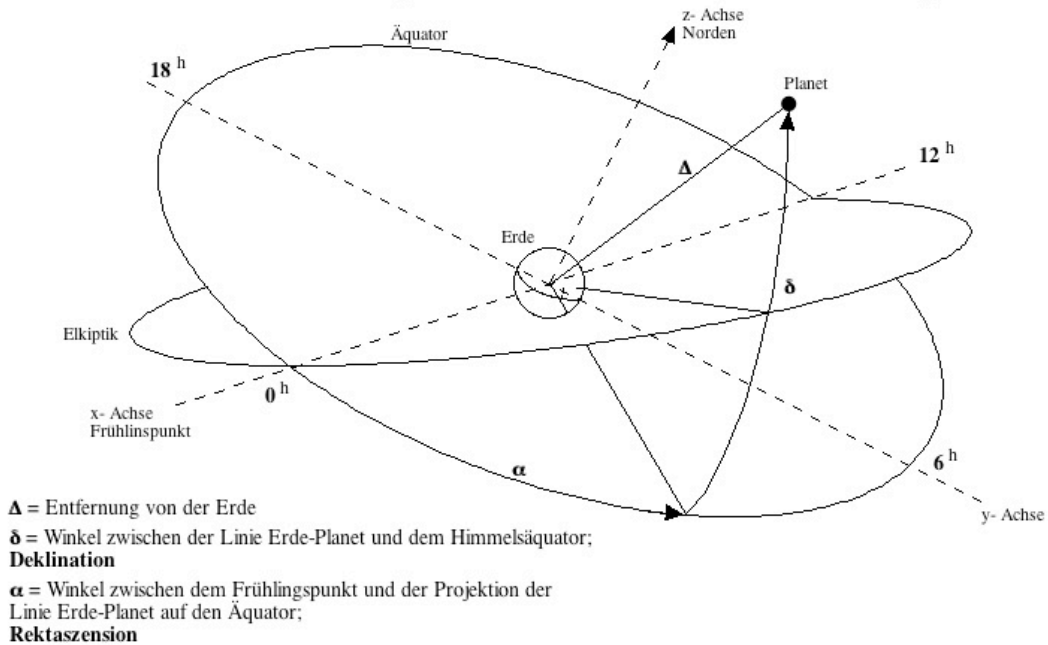


6. Geozentrische äquatoriale Koordinaten

Als Zentrum ist wiederum der Erdmittelpunkt angenommen, die Bezugsebene wird aber von der Ekliptik auf den Himmelsäquator umgerechnet. Dazu wird die Schiefe der Ekliptik von ca. 23.5° mit eingerechnet. Der Ort des Planeten wird definiert mit der *Deklination* d , dem Winkel zwischen der Linie Erde-Planet und dem Himmelsäquator, der *Rektaszension* a , dem Winkel zwischen dem Frühlingspunkt und der Projektion der Linie Erde-Planet auf den Äquator, sowie der Entfernung D .

Die Deklination und die Rektaszension sind ebenfalls die Parameter, mit denen die Positionen von Sternen angegeben werden. Die folgenden Berechnungen sind ebenfalls für die Sterne gültig.

Geozentrisches äquatoriales Koordinatensystem

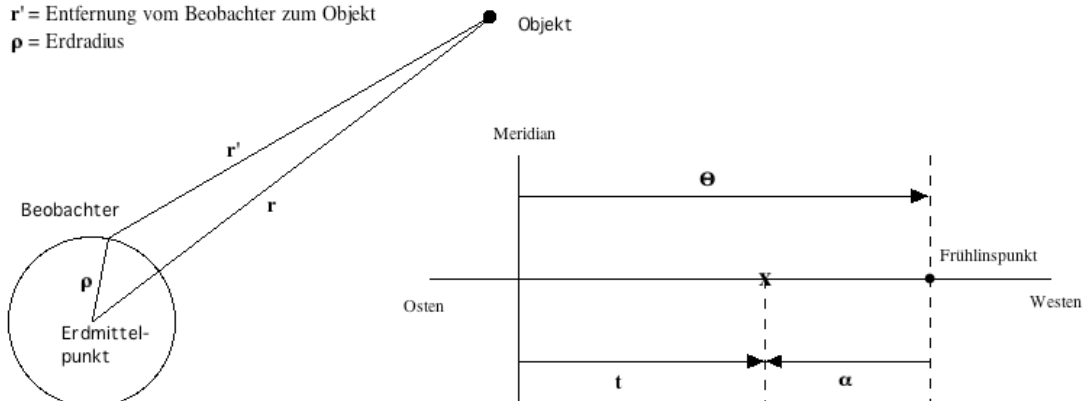


7. Topozentrische äquatoriale Koordinaten

In diesem System wird der Bezugspunkt vom Erdmittelpunkt auf die Erdoberfläche an den Ort des Beobachters gelegt. Dazu sind die geografische Breite und Länge des Beobachtungsortes nötig. Daraus kann dann die effektive Deklination und Rektaszension errechnet werden. Dieser Schritt ist nur nötig, wenn sich das Objekt sehr nahe der Erde befindet. Ansonsten aber erübrigt sich die Umrechnung. Aus der Position des Beobachters lässt sich der Stundenwinkel, d. h. die Zeitdifferenz zwischen der Sternzeit und der auf den momentanen Frühlingspunkt und Äquator bezogenen Rektaszension einer Sterns oder Planeten berechnen.

Topozentrisches äquatoriales Koordinatensystem

r = Entfernung vom Erdmittelpunkt zum Objekt
 r' = Entfernung vom Beobachter zum Objekt
 ρ = Erdradius



Θ = **Sternzeit**: die auf den momentanen Frühlingspunkt und Äquator bezogene Rektaszension des Zenitpunktes.

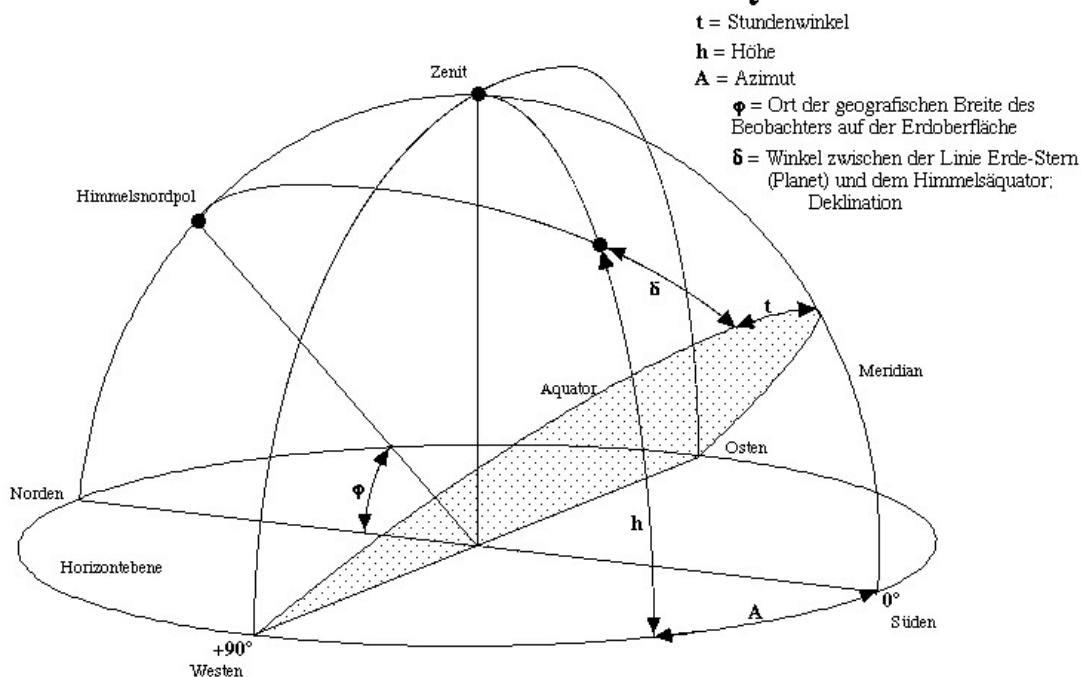
t = **Stundenwinkel**: die Zeitdifferenz zwischen der Sternzeit und der auf den momentanen Frühlingspunkt und Äquator bezogenen Rektaszension eines Sterns (Planet)

α = **Rektaszension**: Winkel zwischen dem Frühlingspunkt und der Projektion der Linie Erde-Stern (Planet) auf den Äquator;

8. Horizontale Koordinaten

Der Beobachter ist das Zentrum der Berechnungen, wobei die Bezugsebene vom Himmelsäquator auf den lokalen Horizont umgerechnet wird. Für einen Beobachter ist dies die natürliche Art, ein Objekt in der Ferne zu beschreiben. Süden entspricht dem Azimut A von 0° , Westen wird mit $+90^\circ$ angegeben, die Höhe h wird vom theoretischen, lokalen Horizont aus gemessen. In der Astronomie werden diese Koordinaten selten verwendet, höchstens für die Berechnung von Auf- und Untergangszeiten.

Horizontales Koordinatensystem



Zum Schluss

In diesem Beitrag habe ich bewusst auf die Mathematik verzichtet. Für jeden beschriebenen Schritt sind mehrere trigonometrische Berechnungen nötig, zum Teil sind auch iterative Schritte nötig.

Nicht alle Objekte bewegen sich auf elliptischen Bahnen. Kometen können sich auch auf parabolischen oder hyperbolischen Bahnen bewegen. Dazu muss der erste Schritt der Berechnungen, d.h. «die elliptische Bahn» angepasst werden. Alle anderen Schritte sind für alle Bahnarten gleich.

Als Grundlage für diesen Beitrag diente das Taschenbuch 10, «Grundlagen der Ephemeridenrechnung» von Oliver Montenbruck, Verlag Sterne und Weltraum.

Robert Glaisen

Das benützte grichische Alphabet

a alpha
b beta
g gamma
d delta
D Delta
n ypsilon
w omega
W Omega
j phi
l lambda
Q Theta
r rho