

Austrian Young Physicists Tournament

Österreichische Physikmeisterschaft - Regionalbewerb

Leitfaden zu ausgewählten Beispielen für den Bewerb 2022

Vorwort

Die nachfolgenden Fragen und Anleitungen sollen SchülerInnen und LehrerInnen bei der Bearbeitung der AYPT-Beispiele unterstützen. Sie sind jedoch lediglich als Hilfestellung gedacht und in keinster Weise als "richtige" oder "beste" Lösungsvariante gedacht. Genauso wie in der Forschung sind auch bei AYPT-Beispielen alle Herangehensweisen, Hilfestellungen und Methoden die zum Ziel führen erlaubt. Bei Fragen zu den Beispielen oder um den Start zu erleichtern kann man sich gerne auch völlig informell an info@aypt.at wenden: Wir helfen gerne und wünschen viel Spaß mit den Beispielen!

7. THREE-SIDED DICE

Aufgabe

To land a coin on its side is often associated with the idea of a rare occurrence. What should be the physical and geometrical characteristics of a cylindrical dice so that it has the same probability to land on its side and one of its faces?



Münzen landen sehr selten auf der Kante, weil die Kante viel schmaler ist als die beiden Seiten. Wie müsste eine zylindrische "Münze"/"Würfel" aussehen um genauso wahrscheinlich auf der "Kante" zu landen wie auf den Seiten?

Mögliche Fragestellungen

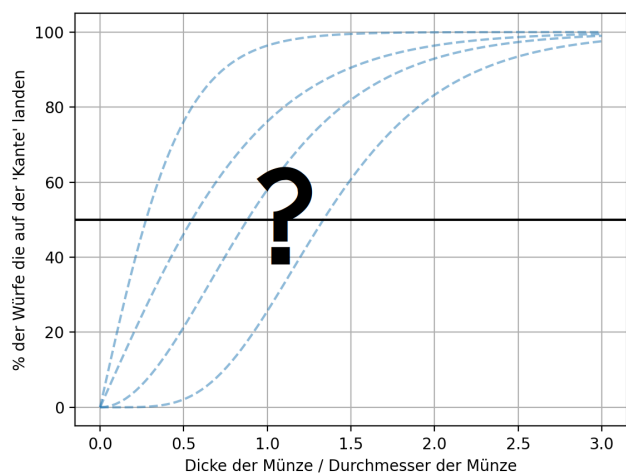
- Wie sollte die Form so einer fairen 3-seitigen "Münze" aussehen? Wie dick muss sie relativ zum Durchmesser sein?
- Ist das Material relevant? Ist die perfekte Form für eine harte Münze anders als für eine weiche (z.B. aus Gummi oder Schaumstoff)? Ist der Untergrund auf den man diese "Münze" wirft relevant?
- Ist die Art und Weise wie man die "Münze" wirft relevant?

Experimente

Dicke der Münze

Der wahrscheinlich wichtigste Parameter ist die Dicke der Münze. Sehr schmale Münzen werden fast immer auf einer der beiden Seiten landen. Sehr dicke "Münzen"/Zylinder fast immer auf der "Kante".

Bau dir verschieden dicke Münzen und wirf jede davon eine gegebene Anzahl (z.B. je 20 Mal). Wie viel % der Würfe landen jeweils auf der Kante? Wie sieht die Wahrscheinlichkeit auf der Kante zu landen als Funktion der Dicke aus? Eine mögliche Darstellung könnte eine Grafik ähnlich zu dieser hier sein:



Unsicherheitsanalyse

Fortgeschrittene können auch überlegen wie groß die Messunsicherheit dieser Kurven ist. Die genaue %-Zahl der Kantentreffer ist ja von den zufälligen Münzwürfen abhängig. Wie groß ist daher jeweils die Unsicherheit des Mittelwerts?

Material

Was passiert wenn du unterschiedliche Materialien verwendest, z.B. Holz, Kunststoff, Schaumstoff. Ist es relevant ob der Zylinder hohl ist oder nicht?

Theorie

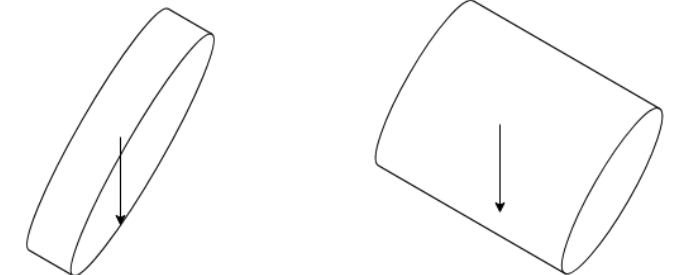
Schwerpunkt

Ob ein Ding umfällt oder stabil stehen bleibt hängt davon ab, ob der Schwerpunkt innerhalb der Auflagepunkte/Drehpunkte liegt. Die dünne Münze in der Skizze fällt leicht auf eine der beiden Seiten, weil schon bei leichter Verkippung der Schwerpunkt außerhalb des Auflagepunkts liegt und die Münze deshalb nach rechts umfällt. Verkippt man die rechte, dicke "Münze" fällt sie dagegen wieder retour auf die "Kante".

Kannst du geometrisch berechnen für welche Winkel die Münze auf die Kante kippen wird und für welche Winkel sie auf die Seite fällt? Bei wie viel % der möglichen Winkel (von 0-180°) fällt die Münze auf die Kante vs. auf die Seite? Wie hängt dieser Prozentsatz von der Dicke ab? Ergibt die Rechnung ähnliche Ergebnisse wie das Experiment? Wo gibt es Abweichungen und warum?

Schwerpunkt außerhalb
des Auflagepunkts =>
Landet auf Seite

Schwerpunkt innerhalb
des Auflagepunkts =>
Landet auf "Kante"



Dynamik

Wenn man einen Würfel oder eine Münze wirft, so hat diese ja auch Schwung und wird mehrfach chaotisch vom Tisch abprallen bevor sie zur Ruhe kommt.

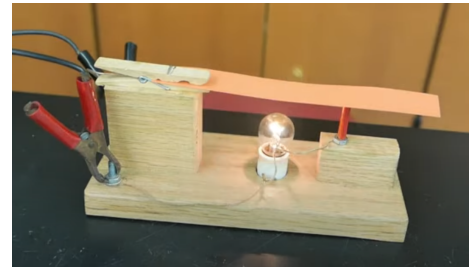
Fortgeschrittene können z.B. mittels Energie- und Impulserhaltung versuchen zu berechnen wie so eine Münze abprallt. Berechnet man diese Dynamik so lange bis die Münze zur Ruhe kommt, kann man für zufällige Startbedingungen die Endposition berechnen. Was ergibt so eine Rechnung/Computersimulation als faire Münzdicke?

5. BIMETALLIC OSCILLATOR

Aufgabe

A simple electric oscillator can be made using a bimetallic contact-breaker. Investigate the relevant parameters that affect the frequency of such an oscillator.

Ein einfacher Oszillator kann mit Hilfe eines bimetallicen Stromunterbrechers hergestellt werden. Untersuche die Parameter welche die Frequenz eines solchen Oszillators beeinflussen.



Mögliche Fragestellungen

- Wie ist das Verhalten von Bimetallen, wenn man sie erwärmt? Warum zeigen sie dieses Verhalten?
- Welche Auswirkung hat die Stärke der Wärmequelle im Stromkreis?
- Wie verhält sich die Wärmequelle, nachdem der Stromkreis unterbrochen wurde? Welchen Effekt hat das *Abkühlungsverhalten* der Wärmequelle?
- Welche Auswirkungen haben Breite, Länge und Dicke des Bimetalls?
- Wie ist der Einfluss der Biegesteifigkeit des Bimetalls?
- Wie ändert sich die Frequenz bei Variation der verwendeten Metalle?

Experimente

Man kann sich dem Problem in Schritten nähern.

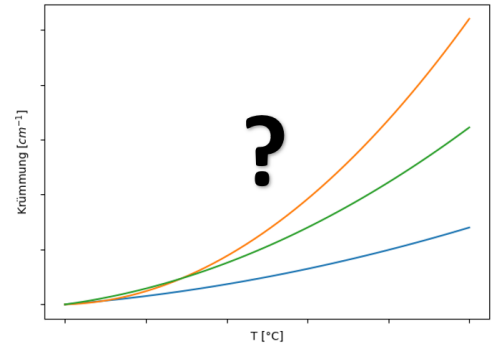
Bimetall

Der bimetalliche Stromunterbrecher ist zentral für dieses Problem. Du kannst dich zunächst einmal nur mit diesem Stück Bimetall beschäftigen. Stelle einen Streifen davon her, zu Beginn kannst du sogar nur Alufolie auf Papier oder Karton kleben (das ist dann eigentlich gar kein richtiges Bimetall, funktioniert aber auch). Beobachte wie sich das Stück Bimetall verformt, wenn du es erwärmst. Als Wärmequellen bieten sich zum initialen Experimentieren Kerze, Feuerzeug, Glühbirne, Backrohr und vieles mehr an.

In welchem Temperaturbereich verformt sich das Bimetall? Reichen 40-50 Grad bereits für eine sichtbare Verformung aus? Oder sind höhere Temperaturen erforderlich?

Kannst du die Stärke der Krümmung des Bimetalls messen? Eine Möglichkeit wäre der Winkel zwischen Beginn und Anfang des Bimetall Stücks. Diesen Messwert könnte man noch durch die Länge des Stücks dividieren, um für unterschiedlich lange Stücke, vergleichbare Krümmungen zu bekommen.

Interessant wäre es, wenn du messen könntest, wie sich die Krümmung mit der Temperatur ändert. Dafür müsstest du die Bimetallstücke auf verschiedene Temperatur bringen und bei jeder Temperatur die Krümmung messen. Falls dir das nicht gelingt, kannst du das Bimetallstück mit einer wohldefinierten Wärmequelle erhitzen und messen, wie sich die Krümmung mit der Zeit verändert. Du kannst dafür beispielsweise eine Glühlampe verwenden, die bereits eine Zeit lang brennt und in einem bestimmten Abstand auf das Bimetallstück strahlt. Du kannst auch eine Kerze verwenden, wobei es da möglicherweise schwieriger ist wohldefinierte Bedingungen zu schaffen.



Du kannst bei der Herstellung des bimetalischen Stromunterbrechers unterschiedliche Metalle verwenden und diesen auch in unterschiedlichen Dimensionen (Länge, Dicke, Breite) herstellen. Entscheide dich für ein paar solcher Parameter, durch die sich unterschiedliche Bimetallstücke unterscheiden. Stelle systematisch Streifen mit unterschiedlichen Parametern her und führe Messungen des Krümmungsverhalten bei Erwärmung durch, um zu untersuchen welchen Einfluss die gewählten Parameter haben.

Es gibt viele Möglichkeiten das Experiment zu variieren, lass dich dadurch nicht einschüchtern und konzentriere dich zunächst einmal auf wenige Bimetallstreifen, die du einfach herstellen und vermessen kannst.

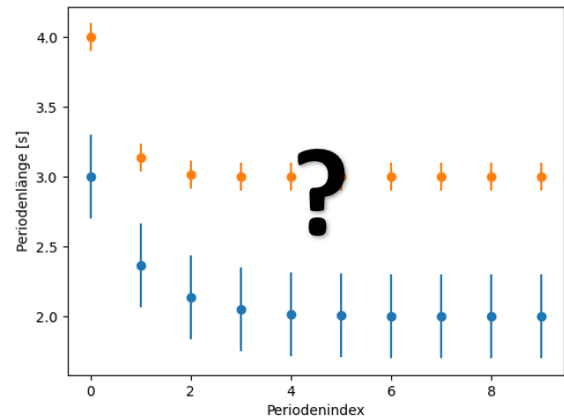
Bimetall im Stromkreis

Im zweiten Schritt kannst du die Bimetallstücke in einen Stromkreis einbauen. Du kannst zunächst noch eine Wärmequelle mit einer unabhängigen Energieversorgung verwenden, die also nicht davon beeinflusst wird, wenn das Bimetallstück den Stromkreis unterbricht. Du kannst dann beispielsweise für unterschiedliche Bimetallstücke bestimmen, wie lange es mit derselben Wärmequelle dauert bis der Stromkreis unterbrochen wird. Danach kannst du auch untersuchen, wie lange es nach der Erwärmung dauert bis der Stromkreis wieder geschlossen wird. Die Dauer dieser beiden Vorgänge wird dir vielleicht eine Idee geben, wie viel Zeit eine Periode des Oszillators in Anspruch nehmen wird.

Um den Oszillator zu konstruieren muss die Wärmequelle ihr Verhalten verändern, wenn der Stromkreis durch die Krümmung des Bimetallstücks geöffnet wird. Du kannst dafür z.B. eine Glühbirne verwenden. Wenn der Stromkreis unterbrochen ist, wird der Glühbirne keine Wärme mehr zugeführt. Die Glühbirne könnte das Bimetallstück aber dennoch eine Zeit lang weiter erwärmen.

So wie die Bimetallstücke, könntest du auch die Wärmequelle mit Parametern variieren, die beispielsweise beschreiben wie viel Wärme an das Bimetallstück übertragen wird oder wie schnell die Wärmequelle abkühlt, wenn der Stromkreis unterbrochen wird.

Führe systematisch Experimente mit unterschiedlichen Parametern durch und messe z.B. die Länge der einzelnen Perioden. Verändern sich die Periodenlängen mit der Zeit?



Vereinfachtes Setup ohne Glühbirne

Du kannst auch einen alternativen, einfacheren Versuchsaufbau ausprobieren: Wenn du das Bimetallstück ohne Glühbirne in einen Stromkreis (mit einem geeigneten Vorwiderstand) gibst, könnte es ebenfalls zum wechselnden Schließen und Öffnen des Stromkreises kommen. Denn durch den Stromfluss durch das Bimetall wird es insbesondere beim Kontaktpunkt des Bimetallsschalters zu Wärmeentwicklung kommen, aber nur wenn der Stromkreis geschlossen ist.

Sicher gibt es auch noch viele weitere mögliche Versuchsaufbauten. Lasse dich von den Vorschlägen hier nicht in deiner Kreativität einschränken.

Unsicherheitsanalyse

Fortgeschrittene könnten sich überlegen, wie groß deine Messunsicherheit ist, indem sie dasselbe Experiment mehrmals durchführen. Im Idealfall sollten die Experimente dabei so unabhängig wie möglich sein. Das heißt beispielsweise, dass du idealerweise auch die Bimetallstreifen für jedes Experiment neu herstellen solltest. Versuche daraus einen Messfehler zu bestimmen.

Theorie

So wie die Experimente kannst du auch bei der Entwicklung deiner Theorie schrittweise vorgehen.

Bimetall

Versuche eine einfache Erklärung zu finden, warum sich Bimetalle bei Erwärmung krümmen. Eventuell kannst du das in deinem Report mit einfachen Worten und Skizzen ohne viel komplizierte Mathematik erklären.

Fortgeschrittene können versuchen ein quantitatives Modell für das Krümmungsverhalten der Bimetalle unter Erwärmung zu finden. Ein solches Modell erklärt nicht nur, warum es zu dem Verhalten kommt, sondern könnte zum Beispiel die Krümmung des Bimetalls bei einer bestimmten Temperatur vorhersagen.

Idealerweise kannst du die Vorhersagen deiner Theorie mit dem Ergebnissen deiner Experimente vergleichen.

Bimetall im Stromkreis

Finde eine einfache Erklärung warum es in deinen Experimenten zu Oszillationen kommt.

Fortgeschrittene können ein Modell für die Wärmequelle und den Wärmeübertrag auf das Bimetall aufstellen. Dieses Modell könnte vorhersagen, wie sich die Temperatur des Bimetalls mit der Zeit verändert, abhängig davon ob der Stromkreis offen oder geschlossen ist. Wenn man dann das Modell oder die experimentellen Ergebnisse für die Bimetalle hernimmt, die beschreiben bei welcher Temperatur sich das Bimetall wie stark krümmt, so könnte man damit wiederum vorhersagen wann der Stromkreis offen oder geschlossen ist. So könnte man ein dynamisches Modell erstellen, das eine Vorhersage gibt wie sich der Zustand des Systems Zeitschritt für Zeitschritt verändert.

13. Candle Powered Turbine

Aufgabe

A paper spiral suspended above a candle starts to rotate. Optimise the setup for maximum torque.

Eine über einer Kerze aufgehängte Papierspirale beginnt sich zu drehen. Optimierte den Aufbau für ein maximales Drehmoment.

Mögliche Fragestellungen

- Wie beeinflusst die Kerze die Papierspirale – wie funktioniert eine Turbine?
- Wie beeinflussen geometrische Parameter der Papierspirale die Drehgeschwindigkeit?
- Was ist das Verhältnis zwischen Drehgeschwindigkeit und Drehmoment?
- Was wird verwendet um Turbinen effizienter zu machen – relevante Parameter bzgl Spirale?
- Wie kann man den effektiven Luftstrom auf die Papierspirale erhöhen – relevante Parameter bzgl Kerze?
- Wie kann man das Drehmoment der Spirale ermitteln – muss die Reibung zwischen Spirale und Aufhängepunkt einbezogen werden?

Experimente

Papierspirale

Eine Papierspirale kann man mit Hilfe eines runden Papierkreises, einer Spiralschablone und einer Schere machen. Dabei sollte beachtet werden, dies möglichst sauber zu machen, um die Experimente reproduzierbar und genau durchführen zu können.

Der nächste Aspekt ist die Aufhängung der Papierspirale, wobei versucht werden sollte, Reibungs-komponenten in Drehrichtung so weit wie möglich zu eliminieren und Objekte, die den Luftstrom zur Papierspirale beeinträchtigen, zu vermeiden. Es wird sich wahrscheinlich herausstellen, dass die Luftreibung auf die Spirale viel dominanter als jede andere Art von Reibung ist.

Kerze

Zuerst sollte einmal eine Kerze möglichst zentral unter der Spirale platziert werden. Dann wäre es interessant mehrere Kerzen auszuprobieren und den Einfluss von deren Konfiguration (Symmetrie vom Zentrum) auf das Drehmoment von der Spirale zu beobachten.

Messung des Drehmoments

Die Messung des Drehmoments ist nicht auf üblicherweise, wie durch die gezielte Verrichtung von Arbeit (z.B. das Hochziehen einer Last) von dem drehenden Objekt möglich, da die Papierspirale zu leicht ist. Stattdessen schaut man sich fast ausschließlich die Drehgeschwindigkeit der Spirale an: dies kann mit einem Photogate, einem IR-Drehmessgerät oder einer pixel-tracking software

(für ein Punkt auf der Spirale) gemacht werden. Ein Vorschlag für die Messung des Drehmoments: Man wartet bis sich das System auf einer annähernd konstanten Drehgeschwindigkeit ω_e bleibt. Das heißt, dass das Drehmoment T durch den Luftstrom die Reibung F_D ausgleicht. Dann nimmt man die Kerze unter der Spirale weg und schaut sich den Verlauf der abnehmenden Drehgeschwindigkeit an.

$$T + F_D = J \frac{d\omega}{dt} \quad \text{mit } T=0$$

Die Luftreibung sollte geschwindigkeitsabhängig sein:

$$F_D \propto \omega^2$$

Man kann die Proportionalitätskonstante k , welche Eigenschaften der Luft und Geometrie der Spirale beinhaltet, anhand der experimentellen Daten bestimmen (ein k finden wo der Verlauf der Kurve möglichst gut zu den Daten passt). Dafür braucht man nur ein Ausdruck für das Trägheitsmoment J (entweder berechnet oder approximiert):

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k}{J} \omega^2$$

Mit dem k und der Equilibriumsbedingung für eine konstante Drehgeschwindigkeit mit der Kerze unter der Spirale kann das Drehmoment bestimmt werden:

$$T = |F_D| = k \omega_e^2$$

Es gibt auch weitere Methoden zur Drehmomentmessung und der Vorschlag hier ist nicht die genaueste oder beste Variante – lass deiner Kreativität freien Lauf.

Optimierung der „Turbine“

Nachdem du eine geeignete Methode zur Drehmomentmessung gefunden hast, kannst du das eigentliche Problem behandeln – die Optimierung der „Turbine“. Dafür solltest du dir relevante Parameter bzgl Spirale und Kerze überlegen und dazu systematisch Messserien machen. Das heißt einen bestimmten Parameter (zB Dicke der Spirale oder Anzahl der Kerzen) zu ändern, wobei alle anderen konstant bleiben sollten. Durch qualitative Trends kann dann ein optimales Setup designed werden, wo die Wahl der Parameter zusammenspielen um das maximale Drehmoment zu erzielen. Die Optimierung von Turbinen wurde schon sehr detailliert in Literatur behandelt. Also lassen sich vielleicht dadurch neue Parameter finden, die einen Einfluss auf das Drehmoment haben.

Weitere Analysemethoden

Um beim Problem mehr in die Tiefe zu gehen, wäre es auch sicher gut den Luftstrom zu analysieren, wodurch sich die Spirale erst zu drehen anfängt. So kann man mit einem Hitzdrahtanemometer die Windgeschwindigkeit bestimmen. Für verschiedene Kerzenparameter (Anzahl, Symmetrie, etc.) kann dann für verschiedene Höhen unter der Spirale ein Windprofil ausgemessen werden. Das zeigt die Struktur des Luftstroms, was potenziell für eine theoretische Simulation als input dienen könnte.

Ebenfalls kann durch Schlieren-Optik die Luftstrom um die Spirale visualisiert werden. Diese Methode basiert auf die leicht verschiedenen Brechungsindexen abhängig von der Temperatur, Dichte oder Druck der Luft vor einem leicht konkaven Spiegel. Mit dieser Methode kann die qualitative Erklärung des Problems leicht dargestellt werden.

Theorie

Qualitative Theorie

Warum fängt sich die Spirale an zu drehen? Die Kerze produziert sehr viel Hitze, wodurch umliegende Luft auftreibt und gegen die Papierspirale trifft. Der Luftstrom wird an dem leicht nach unten abgewinkelten Papier „gespalten“. Das produziert dann wie bei einem Flugzeug eine Auftriebskraft (senkrecht auf Luftstrom). Diese hat dann eine Komponente in Drehrichtung der Spirale. Abhängig von der Geometrie der Spirale (wie der Luftstrom an das Papier trifft) und Kerzenparameter (Stromstärke und Struktur) kann diese Auftriebskraft variieren.

Quantitative Theorie

Die quantitative Theorie bei diesem Problem ist ein wenig schwer zu entwickeln und um wirklich zu Ergebnissen zu kommen, die man mit Experimenten vergleichen kann, sollte man sich zuerst die Grundlagen von Fluidodynamik anschauen und auch ein wenig Differentialrechnung. Weiters ist es nicht wirklich möglich die Struktur des Luftstromes allein von Kerzenparametern zu bestimmen, also wäre es hilfreich, wenn nicht nötig, das Windprofil für verschiedene Parameter auszumessen und als input für die Theorie zu verwenden.

Analytischer Ausdruck für Drehmoment

Um einen analytischen Ausdruck für das Drehmoment zu finden, muss man das System vereinfachen und muss daher Annahmen treffen:

- Luftstrom ist inkompressibel und es gibt einen stetigen Fluss
- Luftstrom ist komplett parallel zur Rotationsachse der Spirale
- Ausgänge für die Luft, die in die Spirale geht sind gleichwertig
- Luft, die die Spirale verlässt hat dieselbe Geschwindigkeit und ist normal zur Ausgangsfläche gerichtet

Nun kann man sich Grenzbedingungen anschauen: (1) die Impulsgleichung, (2) die Zuflussrate muss gleich sein wie die Abflussrate (inkompressibel) und die Geometrie der Spirale. Ein Beispiel für so einen Ansatz lässt sich für eine ähnliche Spiralenform – der Archimedes Spiralturbine – hier finden: <https://doi.org/10.3390/en7127893>. Natürlich gibt es auch andere Ansätze einen analytischen Term für das Drehmoment herzuleiten. Jedoch ist man bei keinen davon in der Lage das System genau zu beschreiben und muss Annahmen treffen. Dadurch kann man oft qualitative Trends vorhersagen, aber wenn man Theorie und Experiment wirklich vergleichen will, ist eine numerische Lösung notwendig.

CFD (für Fortgeschrittene)

Man kann den Luftstrom und das verursachte Drehmoment genau berechnen, indem man praktisch jedes Luftelement betrachtet und für deren Interaktion miteinander Gleichungen findet. Dies wird üblicherweise in Form einer CFD (Computational Fluid Dynamics) Simulation gemacht. Es gibt viele open-source software, die einem erlauben den Luftstrom um ein Objekt zu simulieren. Zuerst muss man das Objekt 3D modellieren und diverse Parameter der Simulation einstellen (Windprofil, Turbulenzmodell, Diskretisierung, etc.). Das erfordert etwas tieferes Wissen der Materie und kann durchaus lange dauern sich das beizubringen.

CFD+FDS (für Fortgeschrittene)

Wenn man aber wirklich keinen experimentellen input bei der Theorie haben will ist es auch möglich die Luftstromstruktur von der Kerze aus zu beobachten. Bei einer FDS (Fire Dynamics Simulator) Simulation werden ähnlich wie beim CFD die einzelnen Luftelemente betrachtet, aber spezialisiert auf Wärmetransport. Diese Art von Simulation würde auch den Einfluss der Kerzenkonfiguration auf den Luftstrom erkennbar machen und würde eine komplette Betrachtung des Problems darstellen. Diese Theorie würde ebenfalls ein relativ hohes Grad an Wissen über Fluidodynamik voraussetzen.

Achtung: FDS und CFD Simulationen sind sehr rechenaufwendig und auf normalen PCs eher schwer durchführbar – falls wirklich so eine Theorie angestrebt wird, ist es ratsam sich bei Hochschulen nach Rechenclustern oder Ähnliches zu erkundigen.