

## Aufgaben zur E-Lehre (Widerstand)

**162.** In einem alten Haus wurden die Aluminiumleitungen durch Kupferleitungen ersetzt; insgesamt wurden 150 m Kabel verlegt. Jedes Kabel besteht aus einer Hin- und einer Rückleitung und hat einen Querschnitt von  $1,5 \text{ mm}^2$ .

Um wie viel verkleinerte sich durch diese Veränderung der Widerstand der gesamten Hausverkablung?

**238.** Die Widerstände zweier Leiter mit kreisförmigem Querschnitt, gleicher Länge und aus gleichem Material verhalten sich wie 1:2. In welchem Verhältnis stehen die Massen der beiden Leiter?

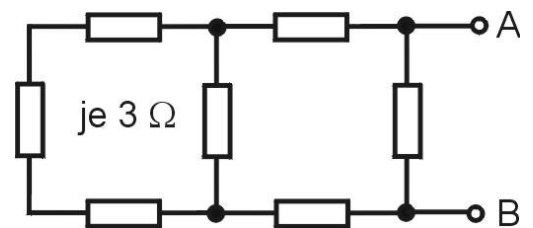
**362.** Ein Draht mit dem Widerstand  $R$  wird durch Ziehen auf die doppelte Länge gestreckt. Wie groß ist der Widerstand des Drahtes nach dieser Tortour?

**411.** Wie groß ist die Windungszahl der Spule?

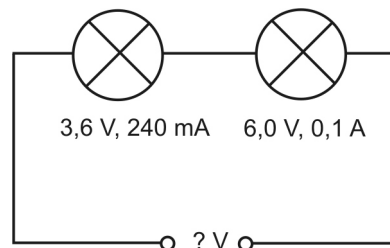
Zur Bestimmung dieser Größe wird bei einer angelegten Gleichspannung von  $6,9 \text{ V}$  ein Strom von  $46 \text{ mA}$  gemessen. Der Draht der Spule besteht aus Kupfer und hat eine Masse von  $74 \text{ g}$ . Die Spule hat einen Innendurchmesser von  $2,1 \text{ cm}$ , einen Außendurchmesser von  $3,5 \text{ cm}$  und ist  $4,5 \text{ cm}$  lang.

Hinweis zur Massebestimmung: Gemessen wurde die Masse der Spule, wie auf dem Bild zu sehen. Von einer 2. Spule wurde die Masse des Spulenträgers bestimmt und vom ersten Wert abgezogen.

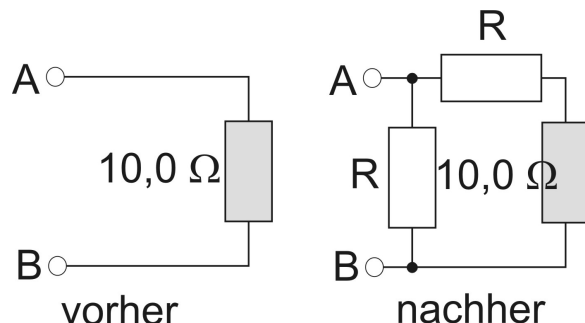
**176.** Wie groß ist der Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B, wenn jeder Einzelwiderstand  $3 \Omega$  beträgt?



**380.** Welche Spannung darf maximal an der Spannungsquelle eingestellt werden, damit keine der Lampen kaputt gehen. Die Widerstände der Lampen können als konstant angenommen werden.



**404.** Ein einzelner Widerstand hat einen Wert von  $10,0 \text{ Ohm}$ . Zu diesem Widerstand sollen zwei gleiche Widerstände  $R$  geschaltet werden, so dass sich der Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B nicht ändert. Wie groß ist  $R$ ?



**405.** Ein Strommesser hat einen Messwiderstand von  $200 \text{ Ohm}$  und einen Endausschlag von  $0,01 \text{ A}$ . Durch einen zusätzlichen Widerstand soll der Messbereich auf  $0,1 \text{ A}$  erweitert werden. Welchen Wert muss dieser Widerstand haben?

**Lösungen**  
**162.**

geg.:	$\rho_{\text{Cu}} = 0,017 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ $\rho_{\text{Al}} = 0,028 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ $l = 300 \text{m}$ $A = 1,5 \text{mm}^2$	ges.:	$\Delta R$
Lösung:	1. Widerstand der Aluminiumverkablung: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ $R_{\text{Al}} = 0,028 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \frac{300 \text{m}}{1,5 \text{mm}^2}$ $R_{\text{Al}} = 5,6 \Omega$ 2. Widerstand der Kupferverkablung: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ $R_{\text{Cu}} = 0,017 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \frac{300 \text{m}}{1,5 \text{mm}^2}$ $R_{\text{Cu}} = 3,4 \Omega$ 3. Änderung: $\Delta R = R_{\text{Al}} - R_{\text{Cu}}$ $\Delta R = 5,6 \Omega - 3,4 \Omega$ $\Delta R = 2,2 \Omega$		
Antwort:	Der Widerstand verkleinert sich durch den Einsatz der Kupferleitung um 2,2 Ohm.		

238.

geg.:	$l_1 = l_2$ $\rho_1 = \rho_2$ $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$	ges.:	$\frac{m_1}{m_2}$
Lösung:	Da beide Leiter aus gleichem Material bestehen, haben sie auch die gleichen Dichten. Die Dichte ist definiert: $\rho = \frac{m}{V}$ Damit verhalten sich die Massen der Leiter genau wie die Volumen der Leiter: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2}$ Das Volumen eines Körpers ist die Querschnittsfläche mal die Länge des Körpers: $V = A \cdot l$ Damit wird: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1 \cdot l_1}{A_2 \cdot l_2}$ Da die Längen gleich sind, kann man kürzen: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1}{A_2}$ Nach dem Widerstandsgesetz: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ ist $R \sim \frac{1}{A}$ Also kann man schreiben: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_2}{R_1}$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{1}$ Und damit zum Schluss: $\frac{m_1}{m_2} = 2$ $m_1 = 2 \cdot m_2$		
Antwort:	Der Leiter mit dem kleinen Widerstand (Leiter 1) hat eine doppelt so große Masse wie der Leiter mit dem großen Widerstand (Leiter 2)		

**362.** Durch das Stecken wächst die Länge auf das Doppelte. Damit verdoppelt sich der Widerstand erst mal.  
Gleichzeitig wird der Draht aber noch dünner, so dass der Widerstand auch dadurch noch ansteigt.

Für den Querschnitt des Drahtes gilt:

$$V = A \cdot \ell$$

$$A = \frac{V}{\ell}$$

Da das Volumen gleich bleibt, die Länge sich aber verdoppelt, halbiert sich der Querschnitt. Der Widerstand verdoppelt sich, wenn sich der Querschnitt halbiert.

Damit wird der Widerstand des Drahtes durch die Streckung vervierfacht.

411.

geg.:	$U = 6,9 \text{ V}$ $I = 46 \text{ mA}$ $m = 74 \text{ g}$ $d_i = 2,1 \text{ cm}$ $d_A = 3,5 \text{ cm}$ $\ell = 4,5 \text{ cm}$	ges.:	N
Lösungen:	<p>Zur Bestimmung der Windungszahl der Spule muss als erstes die Länge des Drahtes berechnet werden. Aus dieser Länge und dem Umfang einer Windung lässt sich dann die gesuchte Windungszahl bestimmen.</p> <p>1. Länge des Drahtes Allgemein gilt das Widerstandsgesetz:</p> $R = \rho_R \cdot \frac{\ell}{A}$ <p>In dieser Gleichung steckt schon die gesuchte Länge. Umgestellt heißt das:</p> $\ell = \frac{R \cdot A}{\rho_R}$ <p>Der Widerstand lässt sich mit den gegebenen Werten für Spannung und Stromstärke bestimmen:</p> $R = \frac{U}{I}$ <p>und eingesetzt:</p> $\ell = \frac{U \cdot A}{I \cdot \rho_R}$ <p>Der Wert <math>\rho_R</math> ist der spezifische Widerstand für Kupfer und beträgt laut Wikipedia</p> $\rho_R = 1,68 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ <p>Die Querschnittsfläche A des Drahtes ist leider nicht bekannt. Lässt sie sich trotzdem bestimmen? Ja!</p> <p>Es gilt:</p> $V = \ell \cdot A$ <p>Das Volumen ist die Länge des Drahtes mal die Querschnittsfläche. Umgestellt:</p> $A = \frac{V}{\ell}$ <p>Leider ist das Volumen noch unbekannt. Da man aber weiß, dass der Draht aus Kupfer besteht und man zum Glück die Masse bestimmt hat, kann man über die Dichte das Volumen bestimmen:</p> $\rho = \frac{m}{V}$ $V = \frac{m}{\rho}$ <p>Die Dichte lässt sich aus der Literatur o.ä. bestimmen</p> $\rho = 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		

Die Querschnittsfläche ist dann

$$A = \frac{m}{\ell \cdot \rho}$$

Diese Gleichung wird in die Gleichung für die Länge eingesetzt:

$$\ell = \frac{U \cdot m}{I \cdot \rho_R \cdot \ell \cdot \rho}$$

$$\ell^2 = \frac{U \cdot m}{I \cdot \rho_R \cdot \rho}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{U \cdot m}{I \cdot \rho_R \cdot \rho}}$$

Damit hat man eine schöne Gleichung für die Länge des Drahtes und kann diese Berechnen:

$$\ell = \sqrt{\frac{U \cdot m}{I \cdot \rho_R \cdot \rho}}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{6,9 \text{ V} \cdot 74 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{46 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1,68 \cdot 10^{-8} \frac{\Omega \cdot \text{m}^2}{\text{m}} \cdot 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$\ell = 272 \text{ m}$$

Die Einheitenbetrachtung ergibt wirklich Meter!

Das heißt, auf der Spule sind 272 m Draht. Wie viele Windungen sind das nun?

Eine Windung hat einen Umfang von

$$u = \pi \cdot d$$

Da für den Durchmesser der größte und der kleinste Wert gegeben sind, verwendet man den Mittelwert, also 2,8 cm.

Der Umfang einer Windung ist demnach:

$$u = \pi \cdot 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$u = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

also 8,8 cm.

Mit diesem Wert kann die Windungszahl berechnet werden.

$$N = \frac{\ell}{d}$$

$$N = \frac{272 \text{ m}}{8,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

$$N = 3090$$

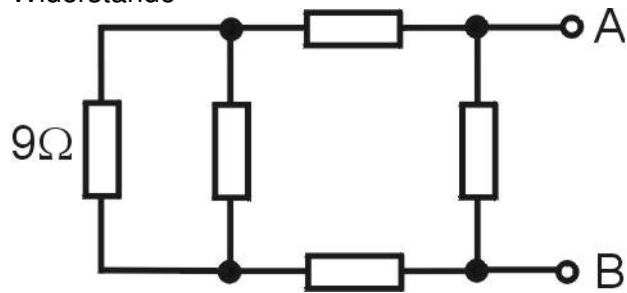
Da die gegebenen Größen maximal 2 gültige Stellen haben, kann die Windungszahl mit 3100 angegeben werden.

$$N = 31 \cdot 10^2$$

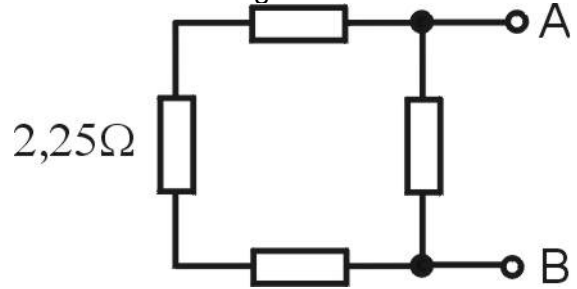
Antwort: Auf der Spule sind 3100 Windungen.

176. Die Schaltung muss in einzelne, berechenbare Teile zerlegt und dafür die Ersatzwiderstände berechnet werden.

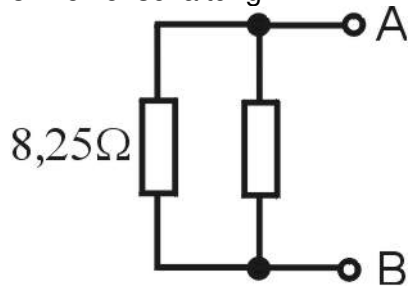
1. Reihenschaltung der drei hinteren Widerstände



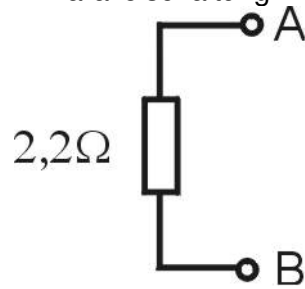
2. Parallelschaltung



3. Reihenschaltung



4. Parallelschaltung



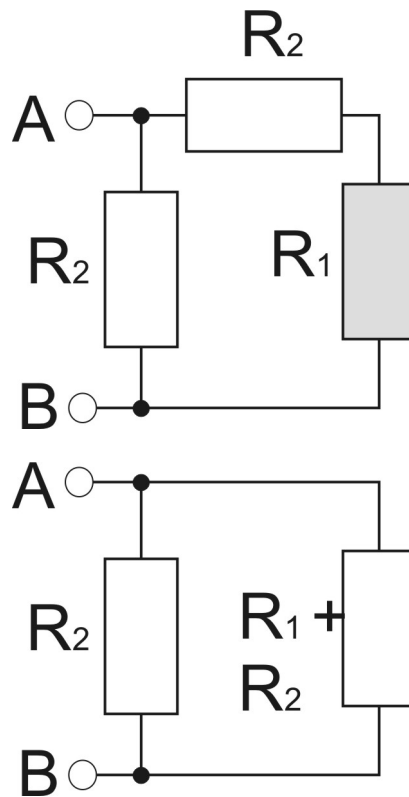
380.

geg.:	$U_1 = 3,6 \text{ V}$ $I_1 = 0,24 \text{ A}$ $U_2 = 6,0 \text{ V}$ $I_2 = 0,1 \text{ A}$	ges.:	$U_g$
Lösungen:	<p>Die Schaltung stellt eine Reihenschaltung von zwei Widerständen dar. Über jedem Widerstand fällt ein Teil der Gesamtspannung ab.</p> <p>Eine Glühlampe geht kaputt, wenn der Strom durch den Glühdraht zu groß wird. In der Reihenschaltung ist der Strom an allen Stellen gleich. Damit darf in dieser Schaltung ein maximaler Strom von 0,1 A fließen. Damit wird die Lampe 2 nicht überlastet und Lampe 1 kann deutlich mehr vertragen.</p> <p>Der Strom in einer Schaltung wird durch die anliegende Gesamtspannung und den Gesamtwiderstand der Schaltung bestimmt. Der Gesamtwiderstand lässt sich aus den gegebenen Größen berechnen: <math>R_g = R_1 + R_2</math> Die Einzelwiderstände sind <math>R_1 = \frac{U_1}{I_1}</math> <math>R_1 = \frac{3,6 \text{ V}}{0,24 \text{ A}}</math> <math>R_1 = 15 \Omega</math> Das heißt, bei einer Spannung von 3,6 V lässt diese Lampe durch ihren Widerstand von 15 Ohm die angegebenen 0,24 A fließen. Für die zweite Lampe wird der Widerstand ebenfalls berechnet: <math>R_2 = \frac{U_2}{I_2}</math> <math>R_2 = \frac{6,0 \text{ V}}{0,1 \text{ A}}</math> <math>R_2 = 60 \Omega</math> Damit ist der Gesamtwiderstand der Schaltung 75 Ohm groß und die gesuchte Spannung lässt sich berechnen: <math>R = \frac{U}{I}</math> <math>U_g = R_g \cdot I_g</math> <math>U_g = 75 \Omega \cdot 0,1 \text{ A}</math> <math>U_g = 7,5 \text{ V}</math></p>		
Antwort:	An der Spannungsquelle dürfen maximal 7,5 V eingestellt werden.		



**404.** Der Gesamtwiderstand der Schaltung beträgt in beiden Fällen 10 Ohm. Es muss also für die zweite Schaltung die Gleichung zur Berechnung des Gesamtwiderstandes aufgestellt und daraus der gesuchte Widerstand berechnet werden.

Zur besseren Darstellung werden die Widerstände bezeichnet: der 10 Ohm mit  $R_1$ , der unbekannte mit  $R_2$  und der Gesamtwiderstand mit  $R_{\text{ges}}$ .



Die beiden rechten Widerstände sind in Reihe geschaltet und werden zusammengefasst.  
Damit ergibt sich für den Gesamtwiderstand:

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_2 + (R_1 + R_2)}$$

Als einziger unbekannter Widerstand ist  $R_2$  enthalten, nach dem umgestellt wird.

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_2 R_1 + R_2^2}{R_2 + R_1 + R_2}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_2 R_1 + R_2^2}{2 \cdot R_2 + R_1}$$

Da der Gesamtwiderstand genau so groß wie der Widerstand  $R_1$  sein soll, kann man ihn ersetzen:

$$R_1 = \frac{R_2 R_1 + R_2^2}{2 \cdot R_2 + R_1}$$

$$R_1 \cdot (2 \cdot R_2 + R_1) = R_2 R_1 + R_2^2$$

$$2R_1 R_2 + R_1^2 = R_2 R_1 + R_2^2$$

Das sieht nach einer quadratischen Gleichung aus. Also Normalform:

$$0 = R_2 R_1 + R_2^2 - 2R_1 R_2 - R_1^2$$

Ordnen:

$$0 = R_2^2 - R_1 R_2 - R_1^2$$

Allgemeine Lösungsformel:

$$R_2 = \frac{R_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1}{2}\right)^2 + R_1^2}$$

Setzt man ein, erhält man einen negativen und damit sinnlosen Wert und 16,2 Ohm

405.

Der Widerstand muss parallel zum Messgerät geschaltet werden. Damit wird ein Teil des Stromes umgeleitet, der Strom teilt sich auf zwei Teilströme auf. Es gilt:

$$I_{\text{ges}} = I_M + I_R$$

Weiterhin ist die Spannung, die an dem Messgerät und an dem gesuchten Widerstand anliegt, gleich groß:

$$U_{\text{ges}} = U_M = U_R$$

Durch die Aufgabenstellung sind vorgegeben:

$$I_{\text{ges}} = 0,1 \text{ A}$$

$$I_M = 0,01 \text{ A}$$

Damit ist klar, dass durch den Widerstand ein Strom von 0,09 A fließen muss.

Wenn durch das Messgerät mit 200 Ohm Widerstand ein Strom von 0,01 A fließen, muss dafür eine bestimmte Spannung anliegen. Die lässt sich berechnen:

$$R = \frac{U}{I}$$

$$U = R \cdot I$$

$$U = 200 \Omega \cdot 0,01 \text{ A}$$

$$U = 2 \text{ V}$$

Diese Spannung liegt auch an dem gesuchten Widerstand an. damit ist klar, dass durch den Widerstand bei einer Spannung von 2 V ein Strom von 0,09 A fließen muss und der Widerstandswert lässt sich berechnen:

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{2 \text{ V}}{0,09 \text{ A}}$$

$$R = 22,2 \Omega$$

