

Erfolg durch König-Fragen? Eine empirische Untersuchung

Problemlösen und Heuristik sind fest in den Bildungsstandards und den Kerncurricula verankert. Wie und was lehrt man aber, wenn von heuristischen Fähigkeiten die Rede ist? Polya schlägt etwa eine Reihe von Fragen vor, die Schülerinnen und Schüler helfen sollen, mit Problemen umzugehen. König (1992, S. 24) möchte „heuristische Vorgehensweisen durch Fragen und Impulse charakterisieren, die [...] geistige Tätigkeiten in Gang setzen“. König akzentuiert die Strategien Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten (VA und RA) – mittels Fragen, die elaborierter und konkreter als Pólyas sind. „Diese Vorgehensweisen [...] lassen sich jeweils durch ein Paar von Fragen charakterisieren, nämlich die Teilziel- und die Hilfsmittelfrage. Dabei spielt die Reihenfolge, in der die Fragen gestellt werden, eine bedeutende Rolle.“ (ebd., S. 29) So ergeben sich vier Varianten von VA und RA, mit spezifischen Impulsfolgen (vgl. Gawlick 2014). Diese nennen wir König-Fragen (KF).

Möchte man solche heuristischen Vorgehensweisen vermitteln, muss man

	Vorwärtsarbeiten	Rückwärtsarbeiten
Teilziel- vor Hilfsmittelfrage	Was lässt sich aus den gegebenen Größen (geg. Bedingungen, gegebenen Punkten, Voraussetzungen) unmittelbar berechnen (ableiten, konstruieren, folgern)?	Woraus [aus welchem TZ] ließe sich die gesuchte Größe [unmittelbar] ableiten?
Hilfsmittel- vor Teilzielfrage	Begründung! (Welcher Satz, welche Definition, Formel, Umformungsregel wurde verwendet?)	Welcher Satz [Welches Hilfsmittel] wurde verwendet?
	Suche nach Sätzen [Hilfsmitteln], die gleichartige Voraussetzungen besitzen!	Betrachte das Ziel. Was könnte als Hilfsmittel dienen? Welche Sätze enthalten eine gleichartige Behauptung?
	Was lässt sich also [mit H_i] aus den Voraussetzungen ableiten?	Woraus lässt sich also die Behauptung ableiten?

Abbildung 1- König-Fragen

Schülerinnen und Schüler und deren Arbeitsweisen verstehen. Es wird die Frage aufgeworfen, ob Leistungen im Mathematikunterricht verbessert werden können, wenn sie sich bei der Bearbeitung von Problemen, eben diese Fragen stellen und auch beantworten. In seiner Abschlussarbeit beschäftigte sich der Erstautor mit diesem Thema. Es liegt die Vermutung nahe, dass die systematische Herangehensweise an Problemen mittels KF bei deren Lösung hilfreich sein kann. Zur Beantwortung dieser Frage wurde eine Studie aus dem HeuRekAP-Projekt

(vgl. Gawlick, 2012) herangezogen und hinsichtlich des natürlichen Auftretens von KF analysiert. In der Studie wurden Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung der Aufgabe K10 videografiert, um Erkenntnisse über deren Problemlöseprozesse zu erhalten. Die Geometrieaufgabe K10, bei der über

das Anwenden verschiedener Sätze auf eine Winkelgröße im Dreieck geschlossen werden soll, war in der TIMS-Studie im Schuljahr 1995/1996 eine der Aufgaben, bei denen die Lösewahrscheinlichkeit sowohl in Deutschland, als auch im internationalen Vergleich sehr gering war und die als Problem eingeordnet wurde.

Die Lösungsprozesse wurden mit der Methode der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring analysiert. Aus Theorie und dem Datenmaterial konnten verschiedene Formen von KF erarbeitet und identifiziert werden.

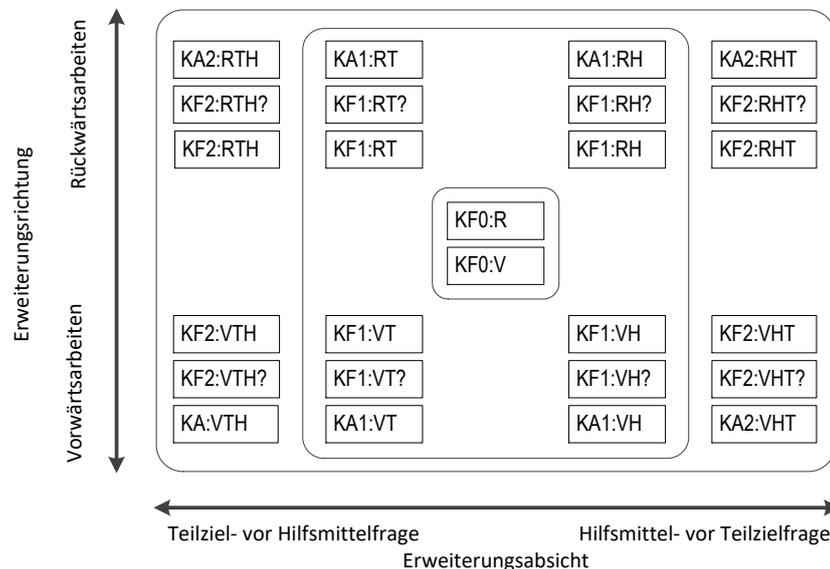


Abbildung 2 - Kategoriensystem

Daraus entstand ein erweitertes dreidimensionales Kategoriensystem (vgl. Abbildung 2), wonach die Prozesse kodiert und anschließend statistisch ausgewertet wurden. Die untersuchten Klassen wurden in drei Gruppen eingeteilt. In der Studie erhielten sie entweder ein explizites (Klasse D), ein implizites (Klasse C) oder gar kein Heurismen-training (Vergleichsgruppe A,B). In dem Heurismen-training wurden keine KF vermittelt.

	Klasse A	Klasse B	Klasse A,B (Vergleichs- gruppe)	Klasse C (implizites Training)	Klasse D (explizites Training)	Gesamt
Anzahl Schüler	9	8	17	12	15	44
K10-Punkte						
- <i>M</i>	3,67	3,38	3,53	2,75	5,00	3,82
- <i>Sd</i>	2,5	1,51	2,03	1,60	2,39	2,21
- <i>Min</i>	0	1	0	0	1	0
- <i>Max</i>	7	6	7	5	7	7

Tabelle 1 – Stichprobe und deren Leistung

Wurden dann KF in den Prozessen gefunden, konnte man davon ausgehen, dass diese dem natürlichen Sprachgebrauch der Schülerinnen und Schüler entstammten. Es wurde untersucht, ob Probanden, die das systematische Vorgehen dieser Impulse auf ganz natürliche Weise nutzen, besser Leistungen bei der Bearbeitung des Problems K10 haben oder eben nicht. Als Leistungsmaß wurden erreichte Tempelemente (vgl.

BzMU_2017_GAWLICK_Prozessanalyse) gezählt. Die Verteilung der Stichprobe und die erzielten Leistungen sind Tabelle 1 zu entnehmen.

In Tabelle 2 ist die Verteilung von KF verschiedener Stufen und Richtungen auf die untersuchten Gruppen dargestellt. Zusammenfassend zeigt sich das Bild, dass in allen Klassen spontan KF auftreten. In Klasse A, B und C wer-

	Klasse A,B			Klasse C			Klasse D		
	Σ	M	Sd	Σ	M	Sd	Σ	M	Sd
König-Fragen ges.	64	3,76	3,51	26	2,17	2,48	20	1,33	1,4
Stufe 0	30	1,76	2,28	20	1,67	1,67	12	0,8	1,08
Stufe 1	26	1,53	1,55	5	0,42	1	6	0,4	0,51
Stufe 2	8	0,47	0,87	1	0,08	0,29	2	0,13	0,35
Rückwärts-Fragen	44	2,59	2	9	0,75	0,97	16	1,07	1,22
Vorwärts-Fragen	20	1,18	2,21	17	1,42	2,31	4	0,27	0,46

Tabelle 2 – Auftreten von König-Fragen

den dabei deutlich mehr KF artikuliert als in Klasse D. Zu vermuten ist, dass das explizite Heuristentraining KF einfach unnötig gemacht oder diese überlagert hat. Die Arbeitsrichtung in allen Klassen ist, wie erwartet, eher rückwärtsgerichtet. Ein etwas überraschendes Ergebnis der Arbeit war, wie

man Abb. 3 entnehmen kann, dass die Schülerinnen und Schüler sehr häufig zuerst die Teilzielfrage stellen. In der Grafik liegt ein deutliches Gewicht auf der linken Seite. Man sollte erwarten, dass die Probanden sich auch Fragen nach anwendbaren Hilfsmitteln und Operatoren stellen. Sie könnten zum Beispiel fragen: „Welchen Satz aus dem Unterricht kann man anwenden?“. Für Schülerinnen und Schüler ist die Teilzielfrage aber scheinbar griffiger. Sie fragen sich: „Was kann ich denn hier ausrechnen“. Eventuell konnte hier ein methodisches Problem im Unterricht identifiziert werden.

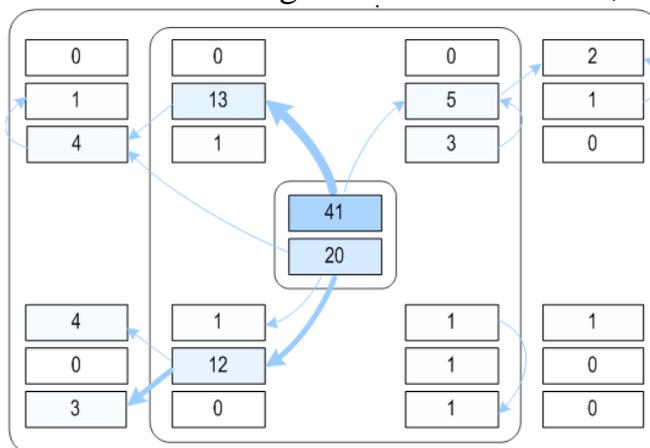


Abbildung 3

Korreliert das Auftreten von KF mit Erfolg bei der Lösung von K10? In Tabelle 3 sind die errechneten Korrelationskoeffizienten zwischen der Anzahl gestellter KF und dem betrachteten Leistungsmaß dargestellt.

Auch hier zeigte sich ein zweigespaltenes Bild. Klasse D, die verhältnismäßig wenige KF stellte, hatte den größeren Erfolg. Hier kann man sogar einen

	Klasse A,B	Klasse C	Klasse D	Gesamt
K10-Punkte	,53*	,65*	-0,38	0,18

Tabelle 3 – Korrelation zwischen König-Fragen und Leistung

schwachen umgekehrten Zusammenhang feststellen (statistisch nicht signifikant). Betrachtet man Klassen A, B und C ergibt sich das Bild, welches erwartet wurde. Sowohl für die Vergleichsgruppe als auch für Klasse C konnte ein signifikanter hoher Zusammenhang zwischen der Anzahl gestellter KF und dem Erfolg der Probanden ermittelt werden. Einfach gesagt heißt das, dass Probanden, die viele KF stellten, auch mehr Erfolg bei der Problemlösung hatten.

Die Einzelfallanalyse zeigt: 3 von 6 König-Antworten (KA) finden sich in den 9 (von 46) erfolgreichen Prozessen - und 3 von 4 erfolgreichen Problemlösern stellen und beantworten KF. Ein differenziertes Bild des Nutzens von KF ergibt sich, wenn man die bei K10 auftretenden KF und KA am Barriereband (vgl. Gawlick und Zehrt in diesem Band) einträgt: Der trainierte Problemlöser D11 nutzt KF2: RHT (RA; Hilfsmittel- vor Teilzielfrage) zur Planentwicklung *vor* der Barriere. Die untrainierten Problemlöser A17 und A25 nutzen dagegen KF1:VT? (VA; Teilzielfrage) an der Barriere, um die Distanz zum Ziel zu verkleinern. C21 findet so zwar auch den richtigen Schritt – aber um ihn zu nutzen, müsste das Aufgabenverständnis umstrukturiert werden: Weg vom Einsetzen von Werten, hin zu Termumformungen. Dies geht über KF hinaus. Aber allein die Tatsache, dass das Nutzen der heuristischen Strategien VA und RA - charakterisiert durch die systematische Vorgehensweisen von König-Fragen - durch Schülerinnen und Schüler Erfolg mit sich bringt, sollte dazu anregen, sich eben mit diesen Fragen und Impulsen zu beschäftigen.

Literatur

König, H.. (1992): *Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen*. In: *Der Mathematikunterricht*, 38 (3). Seelze: Friedrich-Verlag

Gawlick, T. (2014): *Die Idee der heuristischen Rekonstruktion*. In: *Der Mathematikunterricht*, 60 (5). Seelze: Friedrich-Verlag

Gawlick, T. (2012). Hannoveraner Studien zum Problemlösen. In Ludwig, M. & Kleine, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 1017-1018). Münster: WTM.