

Das Halteproblem

Ein Beispiel für Nichtberechenbarkeit

Ein konkretes Beispiel für Nicht-Berechenbarkeit ist das sogenannte *Halteproblem*: Ist für ein beliebiges Programm (= einen beliebigen Algorithmus) bestimmbar, ob es eine Endlosschleife enthält? Die Antwort auf das Halteproblem ist (bzw. wäre) ein Algorithmus A, der zu einem gegebenen Programm P und seinen Eingabedaten D aussagt, ob P jemals halten wird, wenn es mit den Eingabedaten D ausgeführt wird.

Im Alltag begnügt man sich mit der Vorgabe eines Zeitlimits, innerhalb dessen ein Programm ausgeführt sein muss; benötigt es mehr Zeit als vorgegeben, so wird sein Abbruch erzwungen. Aus zwei Gründen ist dies jedoch keine Ideallösung. Zum einen verschwenden nicht innerhalb der vorgegebenen Zeit beendete Programme die gesamte, ihnen zugewiesene CPU-Zeit; zum anderen kann es natürlich auch sein, dass ein Programm just vor seiner erfolgreichen Beendigung abgebrochen wird!

Nachfolgend wird gezeigt, dass das Halteproblem nicht lösbar ist.

Annahme: Es sei A ein Algorithmus, der zu den Eingaben P (Programm) und D (Daten, die das Programm P verwendet), entscheidet, ob P(D) stoppt oder endlos läuft. Stoppt P(D), so soll A "Ok" sagen, andernfalls sagt A "Nicht Ok".

Betrachten wir nun den Algorithmus B, der zu der Eingabe P (Programm) stoppen soll, wenn A(P,P) "Nicht Ok" sagt, also wenn das Programm P auf sich selbst angewendet nicht stoppt. Entsprechend soll B(P) in eine Endlosschleife laufen, wenn A(P,P) "Ok" sagt. – Sehen wir uns an, was B(B) tut:

- 1.Fall: B(B) stoppt.
Das ist genau dann der Fall, wenn A(B,B) "Nicht Ok" sagt,
und das ist genau dann der Fall, wenn B(B) nicht stoppt!
Dies ist ein Widerspruch.
- 2.Fall: B(B) stoppt nicht, läuft also endlos.
Das ist genau dann der Fall, wenn A(B,B) "Ok" sagt,
und das ist genau dann der Fall, wenn B(B) stoppt!
Dies ist ebenfalls ein Widerspruch.

Damit ist die Annahme, es könnte solch einen Algorithmus A geben, widerlegt.