

Didaktik der Mathematik/Didaktik der Informatik

Zur Genese, zum Verhältnis sowie zu den Inhalten zweier Disziplinen

Karl Josef Fuchs

Zusammenfassung. Der Beitrag beschreibt die Genese der beiden Disziplinen Didaktik der Mathematik bzw. Informatik. Im Mittelpunkt des ersten Kapitels stehen die Emanzipation der Didaktik der Informatik von der Didaktik der Mathematik von der Didaktik der Mathematik als eigenständige Wissenschaft sowie die Modelle der beiden Disziplinen. Es folgen die Betrachtungen der didaktischen Prinzipien, wobei die Diskussion der Fundamentalen Ideen einen großen Raum einnimmt. An der Fundamentalen Idee des Modellierens werden schließlich sehr ausführlich die unterschiedlichen Sichtweisen der Didaktik der Mathematik bzw. der Informatik auf einen Begriff diskutiert. Diese unterschiedlichen Sichtweisen werden durch die Unterschiede in den Modellierungskreisläufen sowie durch prototypische Aufgabenstellungen dokumentiert. Weitere didaktische Prinzipien in der Didaktik der Mathematik sowie der Informatik werden anschließend mit Verweisen auf die fachdidaktische Literatur ausgeführt. Daran schließt die Präsentation der Methodik des Mathematik- bzw. Informatikunterrichts. In einem abschließenden Epilog wird die personelle Implementierung der beiden Disziplinen an deutschsprachigen Universitäten kurz beleuchtet.

Genese der Begriffe

Erich Wittmann beschreibt in der Einführung seiner „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ (1974, 1. Auflage) im Anlehnung an Heinz Griesel (1973) die *Didaktik der Mathematik* wie folgt:

Didaktik der Mathematik ist die Wissenschaft von der Entwicklung praktikabler Kurse für Mathematiklernen, sowie der praktischen Durchführung und empirischen Überprüfung der Kurse einschließlich der Überlegungen zur Zielsetzung der Kurse und der Stoffauswahl. (Wittmann, 1974, S. 1)

Bereits 1969 sahen Burt Kaufman und Hans-Georg Steiner die Didaktik der Mathematik (1969, S. 317) nach Wittmann als *Grenzdisziplin* im Zentrum dreier sie umgebender Felder verortet:

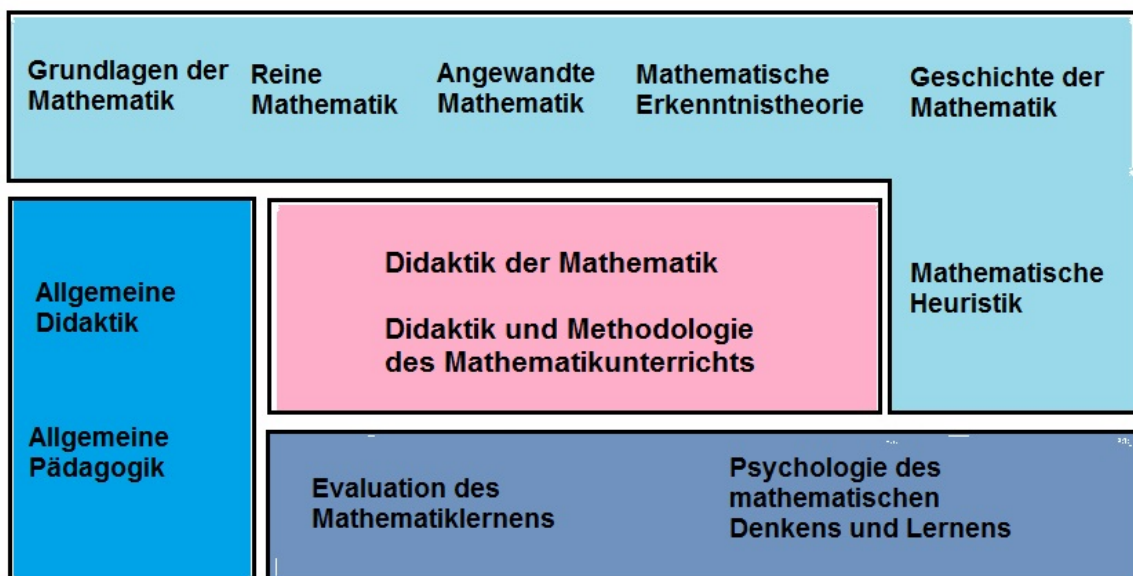


Abb. 1: Didaktik der Mathematik (Quelle: Wittmann, 1974)

Gegen Ende der 80er Jahre und Beginn der 90er Jahre gewann der Einsatz des Computers im Mathematikunterricht an Bedeutung. Einer der zentralen Fragestellungen der Methodik und Didaktik nach der geeigneten Programmiersprache nahm sich die Didaktik der Mathematik an. Es erschienen Beiträge zu dieser Thematik von Peter Bender (1987) und daran anschließende Anmerkungen zu Benders Schrift von Jochen Ziegenbalg, Herbert Löthe (1987) und Karl Fuchs (1988) im Journal für Mathematik-Didaktik (vgl. Abschnitt Fachdidaktische Prinzipien – Fundamentale Ideen).

In den 90er Jahren kam es zur Emanzipation der Didaktik der Informatik von der Didaktik der Mathematik. Hans-Stefan Siller und Karl Josef Fuchs haben 2009 diesen Emanzipationsprozess einer Didaktik der Informatik als Disziplin zwischen Theorie und Praxis wie folgt dargestellt:

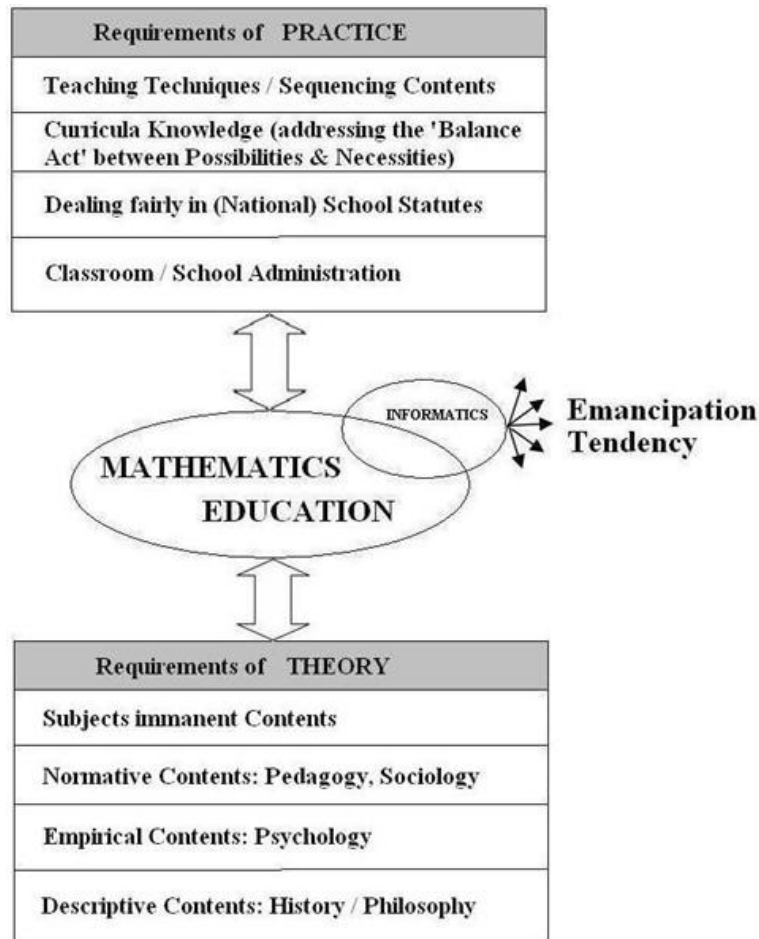


Abb. 2: Emanzipation der Didaktik der Informatik (Fuchs & Siller, 2009)

Begleitet wurde diese Emanzipation vom Entstehen einer eigenen Forschungs-Community. Die Publikationen waren im Wesentlichen stark an der Praxis orientierte, exemplarische Einzellösungen zur Gestaltung des Informatikunterrichts. Eine theoretische Fundierung fehlte zunächst weitestgehend.

Diese theoretische Fundierung der Didaktik der Informatik erfolgte 1993 durch Andreas Schwill mit seinem Beitrag ‚Fundamentale Ideen der Informatik‘, der bezeichnender Weise noch im Zentralblatt für Mathematikdidaktik erschien. Schwill orientiert sich dabei am fachdidaktischen Konzept der Fundamentalen Idee (Bruner, 1960). Eine Charakterisierung Fundamentaler Ideen erfolgt im nachfolgenden Kapitel über Didaktische Prinzipien.

Fundamentale Ideen beschreibt Bruner als langlebigen Denkprinzipien, die nach obigem ‚Emanzipationsmodell‘ zu den Requirements of THEORY zählen. Sie organisieren die Vielfalt an Themen informatischen Denkens.

Die Denkprinzipien „... besitzen eine umfassende Anwendbarkeit in vielen Bereichen, und sie ordnen und integrieren eine Vielzahl von Phänomenen...“ Schwill spricht in diesem Zusammenhang vom Horizontalkriterium.

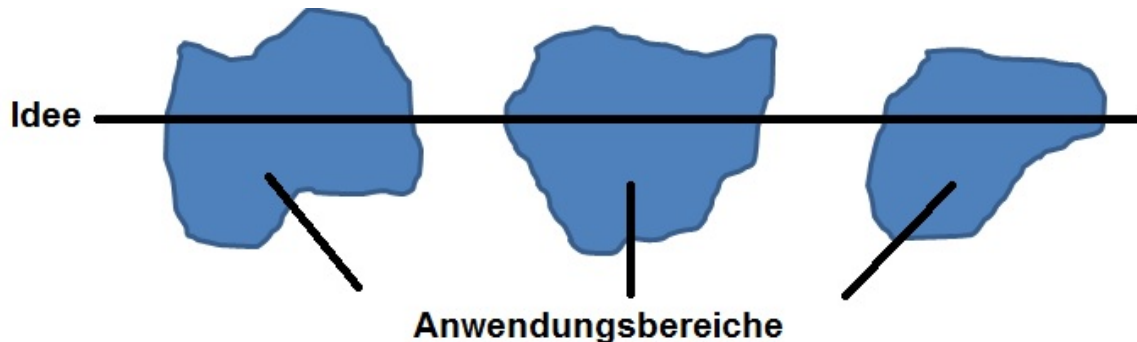


Abb. 3: Veranschaulichung des Horizontalkriteriums (Schwill, 1993)

Sie „... strukturieren den Stoff innerhalb eines Anwendungsbereichs vertikal...“, d.h. „... Eine fundamentale Idee kann auf nahezu jeder beliebigen geistigen Ebene (also einem Primarschüler ebenso wie einem Hochschüler) erfolgreich vermittelt werden...“ Schwill spricht in diesem Zusammenhang vom Vertikalkriterium.

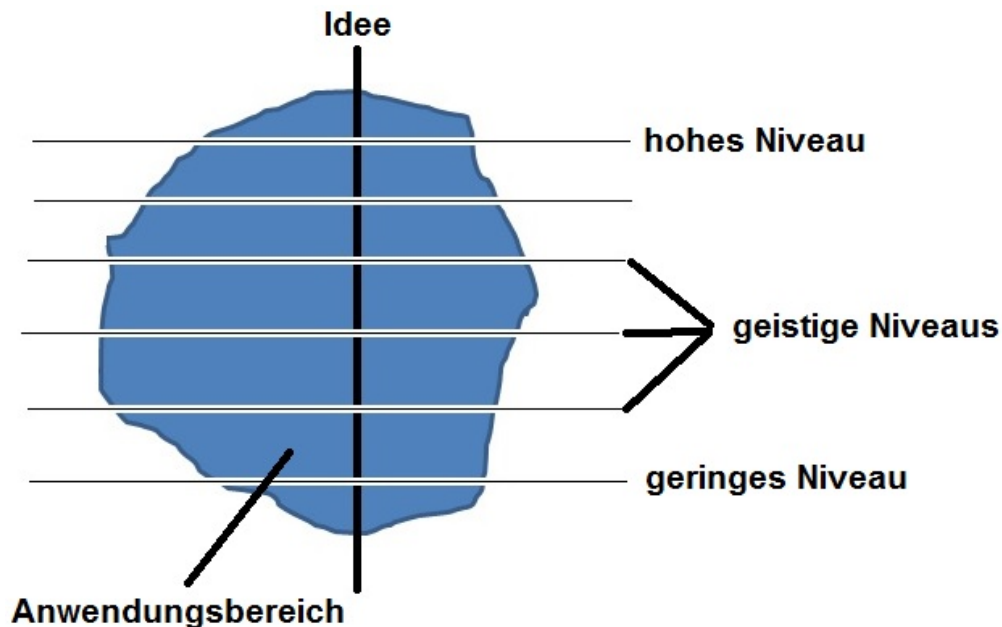


Abb.4: Veranschaulichung des Vertikalkriteriums (Schwill, 1993)

Das Denkprinzip muss aber nicht nur horizontal eine Weite und vertikal eine Fülle, sondern „... muss auch in vielfältiger Variation anwendbar sein ... d.h. eine Verankerung im Alltagsdenken, lebensweltliche Bedeutung ...“ besitzen. Schwill spricht in diesem Zusammenhang vom Sinnkriterium.

Letztendlich sollen die Denkprinzipien eine historische Dimension besitzen, d.h. „...Durch Beobachtung der geschichtlichen Entwicklung fachwissenschaftlicher Begriffe, Konzepte und Strukturen. Andererseits wird hiermit angedeutet, dass fundamentale Ideen einer Wissenschaft längerfristig gültig bleiben...“ Schwill bezeichnet diese letzte Eigenschaft der Denkprinzipien als Zeitkriterium.

Nach und nach entstanden Modelle einer Didaktik der Informatik. Die Frage nach der Grenzziehung zu den Didaktiken anderer formal- und naturwissenschaftlicher Disziplinen (vor allem zur Mathematik) stand/steht dabei im Mittelpunkt der Konzeptentwicklungen.

Ein derartiges Konzept einer Didaktik der Informatik ist jenes von Karl Josef Fuchs, das er 2005 auf der ISSEP (= Informatics in Secondary Schools-Evolution and Perspectives) Konferenz präsentierte.

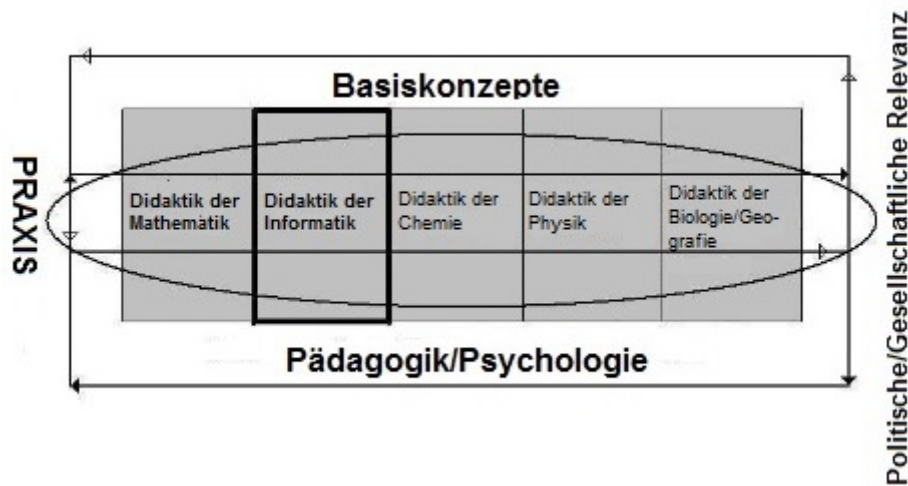


Abb. 5: Strukturmodell einer Didaktik der Informatik (Fuchs, 2005a, S. 25 & Fuchs, 2005b, S. 7)

Dieses Modell einer Didaktik der Informatik beschreibt sie als Disziplin, die sich (vergleichen wir mit Abbildung 2) sowohl der Praxis (PRACTICE, (sozial) RELEVANCE) als auch der Theorie (BASIC CONCEPTS (of Computerscience), PEDAGOGICAL/ PSYCHOLOGICAL PRINCIPLES) verpflichtet sieht. Zudem sei bemerkt, dass es in seinem Aufbau eine starke Verwandtschaft mit der eingangs präsentierten Struktur einer Didaktik der Mathematik als Grenzdisziplin besitzt.

Im Tagungsband „25 Jahre Schulinformatik in Österreich: Zukunft mit Herkunft“ beschreiben Dieter Engbring und Arno Pasternak (2010) die Didaktik der Informatik als Modell einer Informatik im Kontext (IniK), die als Beziehungsgeflecht dargestellt werden kann.

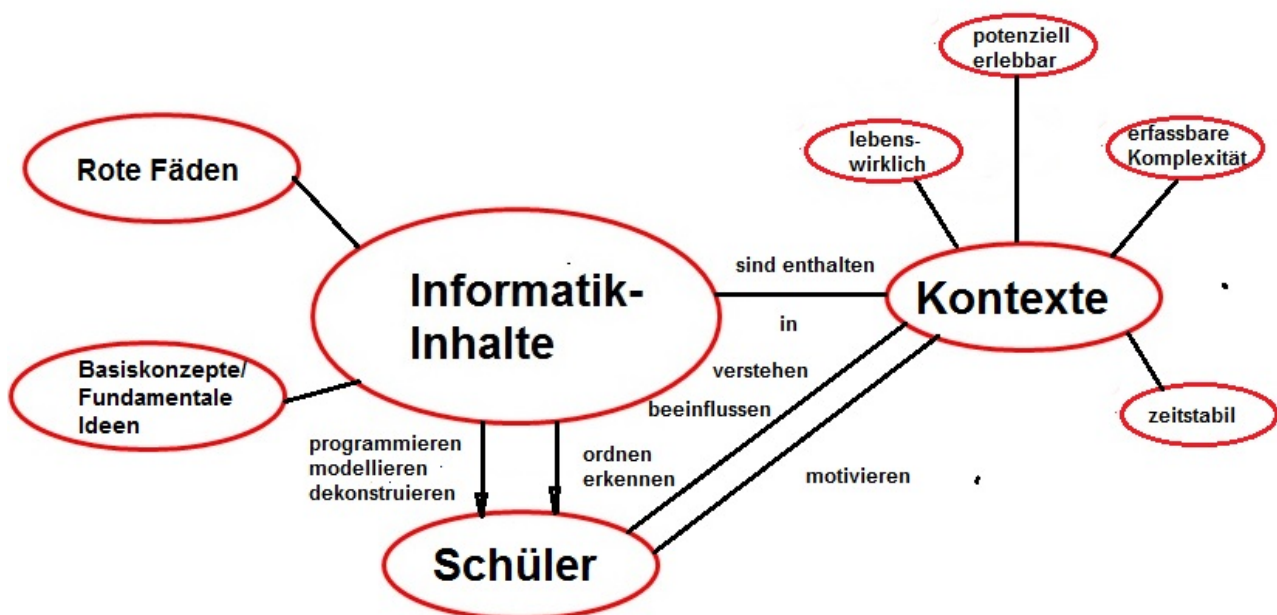


Abb. 6: Didaktik der Informatik als Beziehungsgeflecht (Engbring & Pasternak, 2010, S. 113)

Für die Ausbildung im Lehramt Informatik und „... zur Orientierung des wissenschaftlichen Nachwuchts ... d.h. Studierende im Lehramt Informatik...“ wie Sigrid Schubert und Andreas Schwill im Vorwort zu ihrem Buch „Didaktik der Informatik“ (2004) ankündigen, entstehen weitere Lehrwerke zur Didaktik der Informatik. (Hubwieser, 2003, Humbert, 2006)

Im Lehrwerk von Schubert und Schwill werden wir obiges Konzept der Fundamentalen Ideen zur theoretischen Fundierung der Didaktik der Informatik, neben einem weiteren großen Bereich, der dem Problemlösen im Informatikunterricht sowie Fragen der Kompetenzentwicklung im Umgang mit Informatiksystemen gewidmet

ist, wiederfinden. Beim Begriff Informatiksysteme (ISYS) handelt es sich um einen Begriff, den wir bereits seit Rüdiger Baumanns früher „Didaktik der Informatik“ (1996) kennen.

Im Lehrbuch von Schubert und Schwill finden wir auch eine Darstellung der Didaktik der Informatik, die als Einbettung in die Wissenschaften und in die Praxis sehr an das ‚Einbettungsmodell‘ einer Didaktik der Mathematik von Wittmann erinnert.

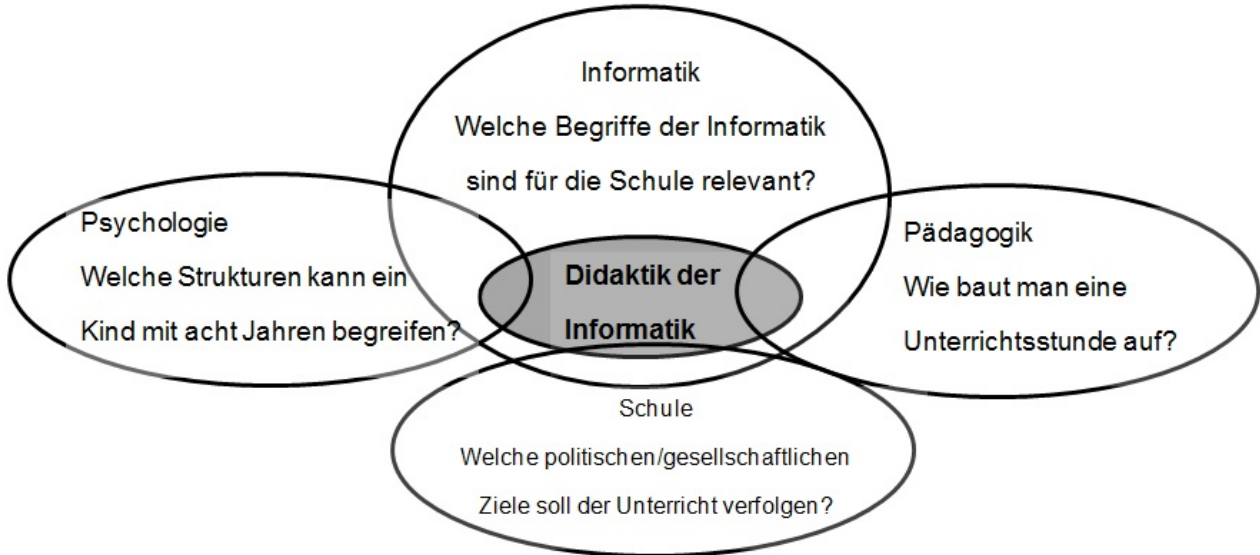


Abb. 7: Didaktik der Informatik als ‚Einbettungsmodell‘ (Schubert & Schwill, 2004, S. 14)

Im Buch von Peter Hubwieser finden wir im Theorieteil ein Konzept Informatischer Bildung repräsentiert als Dreieck:

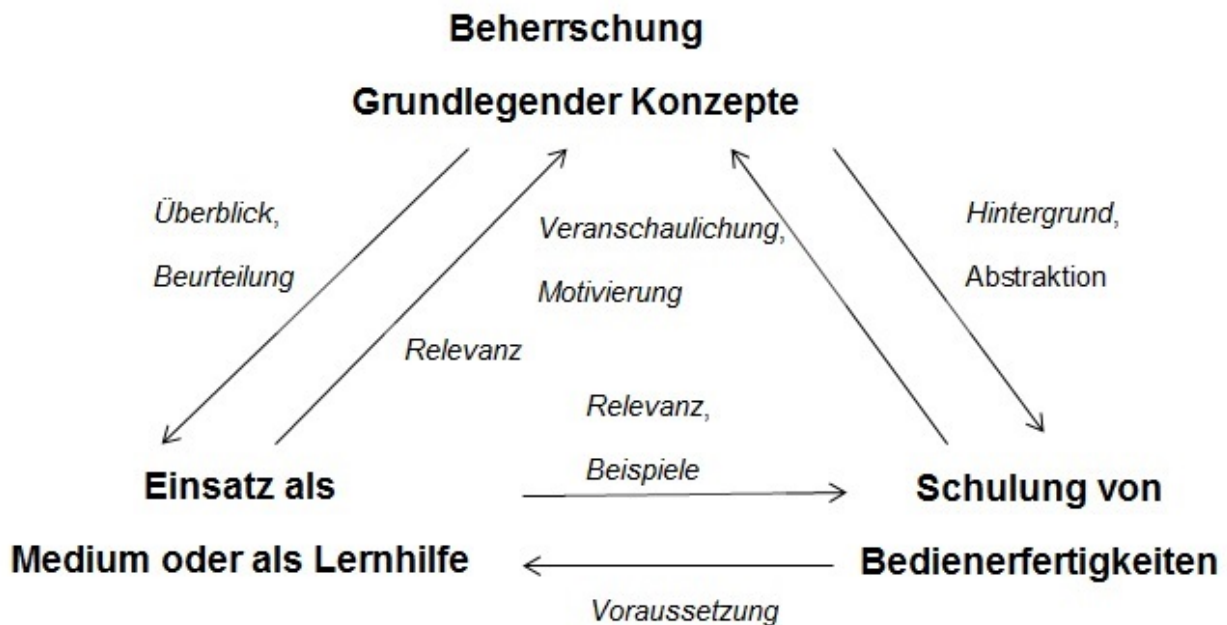


Abb. 8: Konzept informatischer Bildung ‚Hubwiesersches Dreieck‘ (Hubwieser, 2003)

Weitere Kapitel im Lehrbuch von Hubwieser sind der Fundamentale Idee der Modellbildung und deren spezielle Betrachtung in der Informatik gewidmet. Diese Frage wird im Kapitel Didaktische Prinzipien (Fundamentale Idee-Ein Begriff-Zwei Sichtweisen) noch ausführlich diskutiert.

Das Buch von Ludger Humbert (2006) widmet sich neben einer historischen Analyse der Genese der Informatik als Fachwissenschaft sowie der Entwicklung des Schulfaches Informatik vor allem den Methoden des Informatikunterrichts einschließlich Planung und Durchführung von Unterricht sowie der Leistungsmessung.

Didaktische Prinzipien

Im nachfolgenden Abschnitt werden die bedeutenden Didaktischen Prinzipien der beiden Disziplinen diskutiert. Explizit wird dabei auch auf die unterschiedlichen Sichtweisen der Didaktik der Mathematik bzw. der Informatik auf gemeinsam genutzte Didaktische Prinzipien eingegangen.

Fundamentale Ideen

Eingangs dieses Beitrags haben wir die 1993 von Schwill publizierte Charakterisierung des Denkprinzips der Fundamentalen Idee durch vier Kriterien (Horizontal-, Vertikal, Sinn- und Zeitkriterium) kennen gelernt.

Bereits 1982 publizierte Fritz Schweiger seine – wie er es nannte – Behelfsdefinition für eine Fundamentale Idee:

Eine Fundamentale Idee ist ein Bündel von Handlungen, Strategien oder Techniken, die

- (1) *in der historischen Entwicklung der Mathematik aufzeigbar sind,*
- (2) *tragfähig erscheinen, curriculare Entwürfe vertikal zu gliedern,*
- (3) *als Ideen zur Frage, was ist Mathematik überhaupt, zum Sprechen über Mathematik, geeignet erscheinen,*
- (4) *den mathematischen Unterricht beweglicher und zugleich durchsichtiger machen können,*
- (5) *in Sprache und Denken des Alltags einen korrespondierenden sprachlichen oder handlungsmäßigen Archetyp besitzen. (Schweiger, 1982)*

1985 publizierten Peter Bender und Alfred Schreiber ihre Charakterisierung einer – wie sie es nannten – Universellen Idee:

Universelle Ideen zeichnen sich aus durch

- *Weite (,logische' Allgemeinheit)*
- *Fülle (vielfältige Anwendbarkeit in Teildisziplinen),*
- *Sinn (Verankerung im Alltagsdenken)*

Einen Überblick über die Erscheinungsjahre, die Autoren und die unterschiedlichen Themen (Spalte: Beispiele) mit denen sich die Autoren beschäftigten, kann die nachfolgende Tabelle, die dem Buch ‚COMPUTER ALGEBRA SYSTEME IN DER LEHRER(INN)ENBILDUNG‘ von Karl Josef Fuchs und Simon Plangg (2018, S. 14-16) entnommen ist, verschaffen.

Tab. 1: Chronologie Fundamentaler Ideen

| Erscheinungsjahr | Autor | Beispiele |
|------------------|-----------------------------------|--|
| 1978 | Vollrath (1978) | Struktur Abbildung |
| 1979 | Kronfellner (1979) | Linearisierung |
| 1982 | Wolpers, Klika & Tietze (1982) | Algorithmus Approximation, Funktion |
| 1982 | Schweiger (1982/2010, S. 49ff) | Linearisierung Die Kraft des Formalen Erweitertes Umdefinieren |

| | | |
|------|---|---|
| 1985 | Bender & Schreiber (1985) | Algorithmus, Optimalität Abstraktion Abbildung |
| 1988 | Fuchs (2007) | Projektion EDV-Nutzung |
| 1988 | Dankwerts (1988) | (Linearität als) Approximation |
| 1989 | Knöß (1989) | Algorithmisierung Modularisierung Strukturierung (Daten-und Kontrollstrukturen) |
| 1989 | Vollrath (1989) | Funktionales Denken (Zuordnung- /Veränderungscharakter) |
| 1995 | Humenberger & Reichel (1995) | Modellbilden Schreiben des Arbeitsablaufs Algebraische vs. numerische Äquivalenz |
| 1995 | Aspetsberger, Fuchs & Schweiger (1997) | Linearität, Prototypen Invarianz |
| 1996 | Heymann (2013) | Messen |
| 1997 | Führer (1997) | Funktionale Variation Algorithmisierung Approximation |
| 2004 | Schubert & Schwill (2004) | Algorithmisierung Strukturierte Zerlegung |
| 2005 | Vohns (2005) | Beispiele nach Kategorisierung in Quantität und Form |
| 2006 | Siller (2008) | Modellbildung |
| 2011 | Borys (2011) | Kodierung |

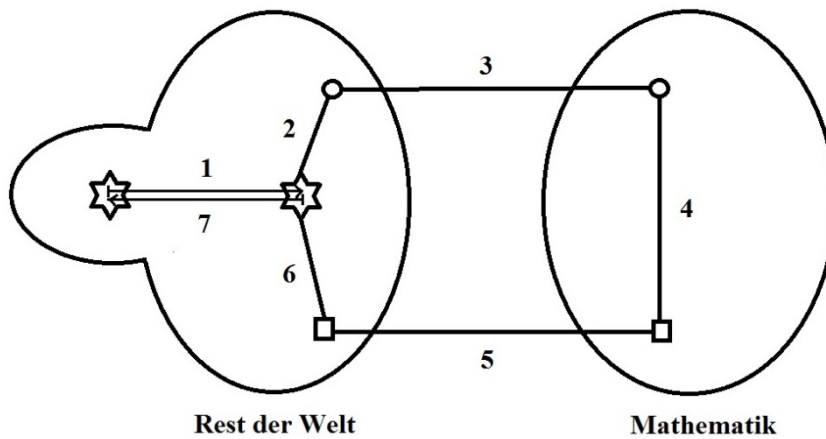
Ein Begriff-Zwei Sichtweisen

Exemplarisch werden wir im Folgenden die unterschiedlichen Sichtweisen der Didaktik der Mathematik bzw. der Informatik auf die gemeinsame Fundamentale Idee des Modellierens (Siller, 2008a) ausführlich darstellen. Der unterschiedliche Fokus der beiden Disziplinen auf die Übersetzung eines Realproblems in die ‚Welt der Mathematik‘ bzw. ‚Welt der Informatik und zurück, kann vereinfacht schematisch in einem Dreischritt dargestellt werden.

Tab. 2: Modellbilden-Unterschiedliche Sichtweisen

| | | |
|-------------------|-----------------------|----------|
| MATHEMATIK | | |
| Entwickeln | Beschreiben | Bewerten |
| INFORMATIK | | |
| Entwickeln | Implementieren | Bewerten |

Betrachten wir verschiedene Modellierungskonzepte in der Mathematik (Blum & Leiß, 2005 (Fuchs & Plangg, 2018)); Weigand & Weller, 1997; Engel, 1998).



| # | Quelle | Ziel |
|---|-------------------------|-------------------------|
| 1 | Realsituation | Situationsmodell |
| 2 | Situationsmodell | Reales Modell/Problem |
| 3 | Reales Modell/Problem | Math. Modell/Problem |
| 4 | Math. Modell/Problem | Mathematische Resultate |
| 5 | Mathematische Resultate | Reale Resultate |
| 6 | Reale Resultate | Situationsmodell |
| 7 | Situationsmodell | Realsituation |

Abb. 9: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (Fuchs & Plangg, 2018)

Gemeinsam ist allen Konzepten der Dreischritt mit

- Schritt 1: Entwickeln – In den Konzepten Konstruieren/Verstehen, Vereinfachen/Strukturieren, Spielen/Analysieren, Entdecken, Abstrahieren, Simulieren, Datenerhebung genannt,
- Schritt 2: Übertragen in die Sprache der Mathematik (= Beschreiben) - In den Konzepten Experimentieren, gezieltes Spielen Mathematisierung, Mathematisches Arbeiten, Kalibrierung genannt
- Schritt 3: Bewerten – In den Konzepten Interpretieren, Argumentieren, Dokumentieren, Validieren, Darlegen, Erklären, Modellkritik genannt.

Modellbilden ist eine der vier Handlungsdimensionen des im Zuge der Bildungsstandards entwickelten Kompetenzmodells Mathematik für die Sekundarstufe I (A–AUK, 2007).

Eine Sammlung prototypischer Aufgaben für die Sekundarstufe I findet sich in den Beiträgen von Fuchs und Werner Blum (2008) sowie im Sammelband ‚Exemplarische beziehungsreiche Aufgaben‘ (BM:BWK, 2006).

Beispiel einer prototypischen Aufgabe für das Modellbilden im Fach Mathematik in der Sekundarstufe II ist die ‚Treibstoffaufgabe‘ (Fuchs 2007, S. 257-260). Im Mittelpunkt des Modellierungskreislaufs steht der Prozess des Beschreibens der Abhängigkeit des Treibstoffverbrauchs eines PKW von der Geschwindigkeit durch reelle Polynomfunktionen.

Modellierungsaufgaben spielen auch eine große Rolle im schriftlichen Teil der standardisierten Reife- und Diplomprüfung (sRDP) in Österreich. Fuchs, Christian Kraler und Plangg haben das Design dieser Aufgaben auf dem 13. International Congress on Mathematical Education (ICME) 2016 in Hamburg kritisch beleuchtet (Fuchs, Kraler & Plangg, 2017).

Eine Brücke zur Informatik hat Hans-Stefan Siller mit seinem Modellierungskonzept (Siller, 2009), das eine Erweiterung der Konzepte in der Mathematik ist, geschlagen.

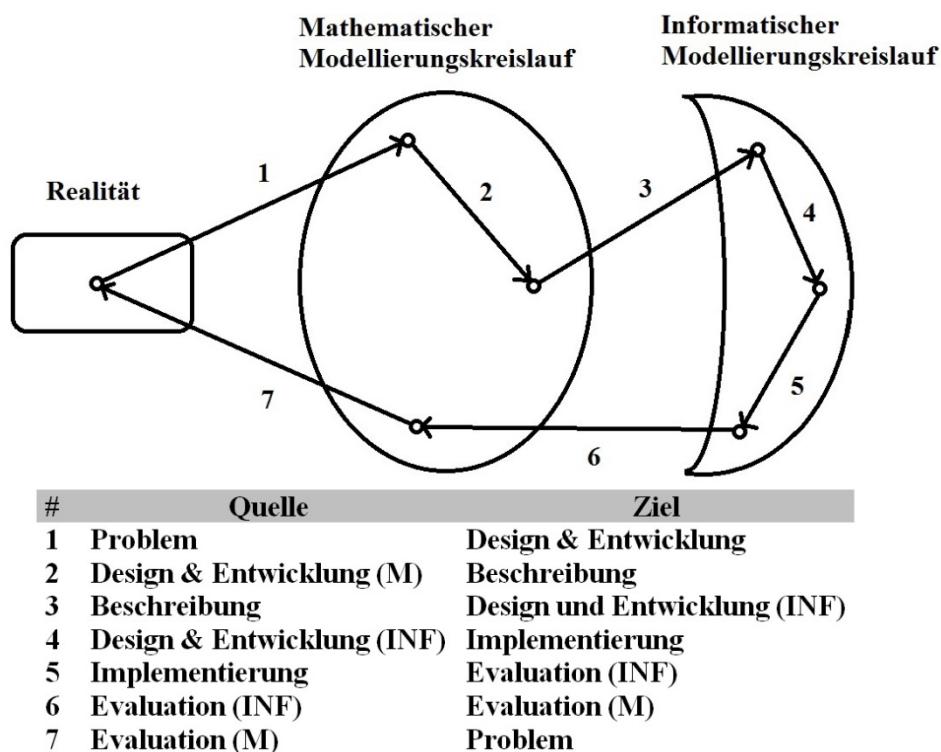


Abb. 10: Modellierungskreislauf nach Siller (Fuchs & Plangg, 2018)

Die Erweiterung durch den informatischen Modellkreislauf weist bereits darauf hin, wo der Fokus der Informatik beim Modellieren liegt. Blenden wir den ersten und den dritten Schritt aus unserer Tabelle (Tab. 2) aus, so liegt im zweiten Schritt der Informatik der Fokus auf dem *Implementieren*.

So wie alle Modellierungskonzepte der Mathematik hat auch das Modellierungskonzept der Informatik *iterativen Charakter*, d.h. das Modellieren ist nicht als einmaliger Einbahn-, Wasserfallprozess zu sehen. Vielmehr wird zumeist der Dreischritt nach dem Bewerten eines Entwurfs in einen weiteren Durchgang wieder im Entwickeln (Modifizieren) münden (Fuchs & Landerer, 2007b).

Ein Beleg für den Fokus der Informatik auf die *Implementierung* ist das Buch „Didaktik der Informatik“ von Hubwieser (2003), der der Modellierung eine bedeutende Rolle zuschreibt. Die *Implementierung* wird durch die Prädikate, die den einzelnen Modellierungen zugeordnet werden, deutlich. So heißen die Kapitel 3 und 7 (*Funktionale Modellierung*), das Kapitel 5 (*Zustandsorientierte Modellierung*) und Kapitel 6 (*Objektorientierte Modellierung*).

Eine prototypische Aufgabe zur Modellbildung im Fach Informatik könnte wie folgt aussehen:

Ordnen Sie die nachfolgenden Quelltexte/Kodierungen zum Thema Sortieren den zuvor genannten informatischen Modellierungsparadigmen zu!

Für die Zuordnungen sind die zuvor angeführten Prädikate für die jeweiligen Implementierungen hilfreich. Diese lauten:

Funktionale Modellierung

Ein Modell wird also mit Hilfe von Funktionen (Funktionsdefinitionen) und geschachtelten Funktionsaufrufen beschrieben und als Programm dargestellt. (Charakterisierung nach Siller (2008b))

Zustandsorientierte Modellierung

Bei dieser Art von Implementierung werden Systeme mit einem bestimmten Verhalten entwickelt. Es werden Systeme betrachtet, die sich mit Zuständen und Zustandsübergängen modellieren lassen. Schematisch lässt sich die Arbeitsweise dieser Systeme wie folgt darstellen:

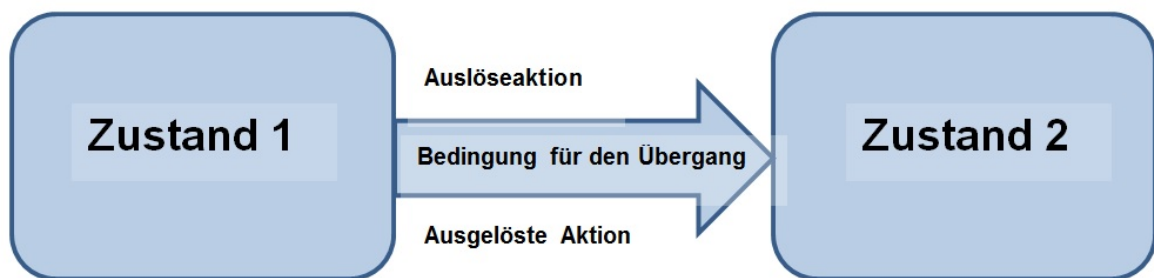


Abb. 11: Zustandsorientierte Modellierung

Die Mathematisierungen werden oft mittels Differenzengleichungen vorgenommen.

Objektorientierte Modellierung

Zur Lösung eines realen Problems wird die vorliegende Umwelt mit Hilfe von Klassen beschrieben. Das vorliegende Modell ist also nichts anderes als ein Bauplan. Durch die konkreten Wert-Belegungen der Eigenschaften, d.h. durch Instanzierung, erhält man Objekte, mit denen das Modell für einen entsprechenden Sachverhalt beschrieben werden kann. (Charakterisierung nach Siller (2008b))

Quelltext 1¹: Sortieren durch Einfügen

```

public class SelectionSorter
{
    private int[] a; // zu sortierendes Array
    // übernimmt die Referenz auf ein Array und sortiert es

    public void sort(int[] anArray)
    {
        a=anArray;
        selectionSort();
    }

    // sortiert das Array a mit Selectionsort
    private void selectionSort()
  
```

¹ https://de.wikibooks.org/wiki/Algorithmensammlung:_Sortierverfahren:_Selectionsort#_Java - Aufruf am 21.11.2020

```
{
    for (int i=0; i<a.length-1; i++)
    {
        int minpos=minimumPosition(i);
        swap(minpos, i);
    }
}

// findet die Position der kleinsten Zahl ab Position from
private int minimumPosition(int from)
{
    int minpos=from;
    for (int i=from+1; i<a.length; i++)
        if (a[i]<a[minpos])
            minpos=i;
    return minpos;
}

// vertauscht zwei Einträge im Array
private void swap(int i, int j)
{
    int temp=a[i];
    a[i]=a[j];
    a[j]=temp;
}
}
```

Kodierung 2²: Sortieren durch Direktes Einfügen (Dargestellt soll die Anzahl der Vergleiche v_n in Abhängigkeit von der Anzahl n der Elemente werden)

² [https://vowi.fsinf.at/wiki/TU_Wien:Mathematik_2_UE_\(diverse\)/Übungen_SS06/Differenzgleichungen_24](https://vowi.fsinf.at/wiki/TU_Wien:Mathematik_2_UE_(diverse)/Übungen_SS06/Differenzgleichungen_24) - Aufruf am 21.11.2020

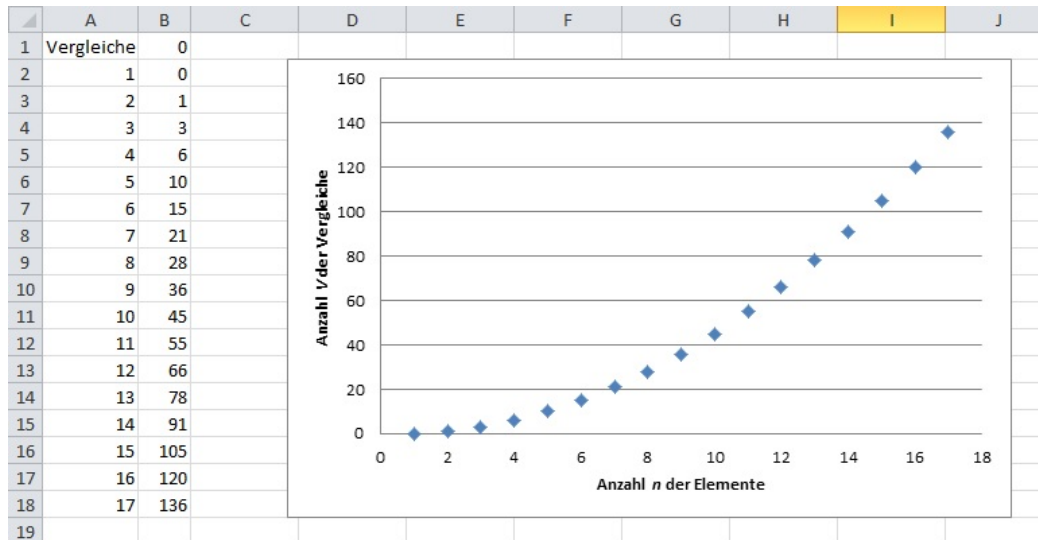


Abb. 12: Sortieren durch Direktes Einfügen

Formeln: $B_1 := 0$;

für $i = 1, 2, 3, \dots$ & $j = i + 1$: $B_j := B_i + A_j - 1$

Quelltext 3³: Sortieren durch Einfügen

```
(require (lib "list.ss"))
(define selection_sort
  (lambda (l)
    (if (empty? l)
        '()
        (let ((m (apply min l)))
          (cons m (selection_sort (remove m l))))
        ))))
```

Ähnlich verhält es sich mit der Idee der Approximation im Sinne von ‚Annähern‘ in der Didaktik der Mathematik. Die Didaktik der Informatik sieht die Idee eher im Sinne einer ‚Diskretisierung‘ (etwa von Bildschirm-punkten). Als Beispiel für diese Sichtweise soll die Verwendung einer Tabelle als Rastergrafik (Hubwieser, 2003, S. 138ff) für eine ‚Übertriebene‘ Rasterdarstellung eines Viertelkreises dienen.

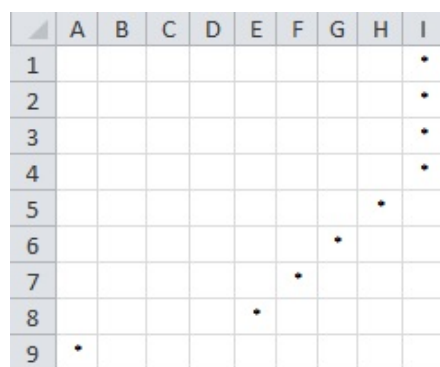


Abb. 13: Gerasteter Viertelkreis (Code: =WENN(1+GANZZAHL(WURZEL(81-ZEILE())^2))=SPALTE(),"•","")

³ https://de.wikibooks.org/wiki/Algorithmensammlung:_Sortierverfahren:_Selectionsort#_Scheme - Aufruf am 21.11.2020)

Die Autoren Schwill und Marco Thomas haben in ihren Beiträgen (Schwill, 1994; Thomas, 2000) das Verhältnis von mathematischer und informatischer Modellierung ebenfalls diskutiert. Grundsätzlich stimmen die beiden Autoren in ihren Auffassungen zur Modellierung mit jener von Siller (Abb. 10) überein, d.h. Die informatische Modellierung setzt als ‚Erweiterung‘ auf eine vorangegangene mathematische Modellierung auf. Die „... Modelle der Mathematik ...“ sind „... im Endergebnis meist symbolisch ...“ (Schwill, 1994, S. 24). Sie bilden als „... Symbole beschreibende, statische Strukturen ...“ (Thomas, 2000, S. 41). Schwill und Thomas nun charakterisieren den Beitrag der informatischen Modellierung in einer Schaffung enaktiver Modelle mit dem Ziel einer „... Beherrschung und Nutzung komplexer Prozesse und Strukturen ... (Thomas, 2000, S. 44) bzw. Modellierung der „...Wirklichkeit ... durch Objekte ...an denen man Handlungen vornehmen kann, und die selber aktiv werden und auf andere Objekte einwirken können, die folglich vom Menschen kognitiv erfaßt werden ...“ (Schwill, 1994, S. 24)

Das Genetische, das Exemplarische, das Operative Prinzip und Prinzipien der Repräsentation

In den Büchern zur Didaktik der Mathematik erfolgen die Diskussionen der einzelnen fachdidaktischen Prinzipien schon seit den „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ (1. Auflage 1974) von Wittmann explizit, d.h. den einzelnen Prinzipien werden sehr oft eigene Kapitel gewidmet.

Lutz Führer beschreibt in seiner „Pädagogik des Mathematikunterrichts“ (1997, 1. Auflage) das Genetische Prinzip im Kapitel „Bildung als Prozeß“ durch folgende Merkmale:

... Jeder Unterricht soll sich an der Entwicklung orientieren ... (Führer, 1997, S. 45)

Großen Raum spendet Führer dem Genetisch-Historischen Prinzip:

... nicht belehren oder unterweisen wollen, sondern helfen beim eigenen Zurechtfinden und Urteilen über das, was tatsächlich der Fall ist ... (Führer, 1997, S. 46)

Das Genetische Prinzip wird von Kristina Reiss und Christoph Hammer in ihren „Grundlagen der Mathematikdidaktik“ (mit Verweisen auf die bedeutenden Didaktiker Hans Freudenthal und Martin Wagenschein) durch folgende Merkmale charakterisiert:

... Die Grundidee des Genetischen Prinzips ist, dass sich in der Behandlung von mathematischen Inhalten im Unterricht auch ihre Genese widerspiegeln sollte. Dabei kann das Wort „Genese“ in zweifacher Hinsicht verstanden werden, nämlich einerseits im Sinne einer historischen Genese, die Entwicklungen in der Wissenschaft in den Vordergrund stellt, und andererseits im Sinne einer psychologischen Genese, die eher individuelle Entwicklungen berücksichtigt. (Reiss & Hammer, 2013, S. 23)

Zum Exemplarischen Prinzip schreibt Führer:

... Der nach guten Initialfragen durchlebte und durchlittene Geburtsprozeß für besonders lohnende, fachtypische Ergebnisse läßt diese automatisch affektiv auf und läßt sie so mit charakteristischen Zügen ihrer Genesis unvergeßlich und zugleich paradigmatisch werden... (Führer, 1997, S. 45)

Das Operative Prinzip, das im Wesentlichen den Theorien von Jean Piaget und Hans Aebli folgt, charakterisieren die beiden zuvor genannten Autor(inn)en Reiss und Hammer als

... Lernen, das (auf) eigenes Handeln abhebt ... und die wichtige Rolle der Verinnerlichung von Handlungen betont ... (Reiss & Hammer, 2013, S. 74)

Bei den Prinzipien zur Repräsentation verweisen die meisten Autor(inn)en auf der E-I-S Modell von Jerome Seymour Bruner. Danach soll ein sinnstiftender Mathematikunterricht spiralförmig, d.h. aufsteigend (vgl. Spiralprinzip im Abschnitt Methodik) die Repräsentationsebenen, die Handlungsebene (Enaktiv), die Ikonischen Ebene und die Symbolebene zur Darbietung von Lehr- und Lernstoff nutzen. (Bruner, Oliver & Greenfield, 1988),

Ganz anders sieht es mit der Behandlung der fachdidaktischen Prinzipien Genetisches, Exemplarisches, Operatives Prinzip sowie den Prinzipien der Repräsentation in den im Abschnitt über die Genese der Begriffe genannten Lehrbüchern zur Didaktik der Informatik aus. Im Gegensatz zur stark expliziten Behandlung der genannten fachdidaktischen Prinzipien in der Didaktik der Mathematik sehe ich bei der Didaktik der Informatik

eine überwiegend integrative Behandlung einzelner Prinzipien im Kontext von Kapiteln über lernpsychologischer Fundierung, über Lerninhalte und Lernziele (bei Hubwieser), zur Didaktik der Informatik und ihre Geschichte, zur Kompetenzentwicklung (bei Schubert und Schwill) oder Grundfragen des Lernens und Geschichte, Konzepte und Stand der Schulinformatik (bei Humbert).

Bei Schubert, Schwill (2004) und Humbert (2006) dienen abwechslungsreiche Repräsentationen in großer Zahl der Veranschaulichung von Sachverhalten. Dabei werden Grafiken, Tabellen, ein Einbinden von Alltagserfahrungen sowie Beispiele auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus angeboten. (Profke, 1994).

Methodik des Mathematik- bzw. Informatikunterrichts

Zunächst sind hier alle Methoden zu nennen, die als Ableitungen aus den betreffenden Prinzipien gewonnen werden.

Aus der Hypothese "... The early teaching of science, mathematics, social studies, and literature should be designed to teach these subjects with scrupulous intellectual honesty, but with an emphasis upon the intuitive grasp of ideas and upon the use of these ideas. ..." (Bruner, 1960, S. 13) leitet Bruner die Methode eines Unterrichts nach dem Spiralprinzip ab. Fundamentale Ideen dienen als ordnende Prinzipien, als ‚Federn‘ in der einzelnen Spirale, wobei die Ideen in altersgemäßen Repräsentationen (enaktiv/handelnd, ikonisch, symbolisch) auf den einzelnen Stufen der Spirale bei ansteigender Abstraktion aufgegriffen werden.

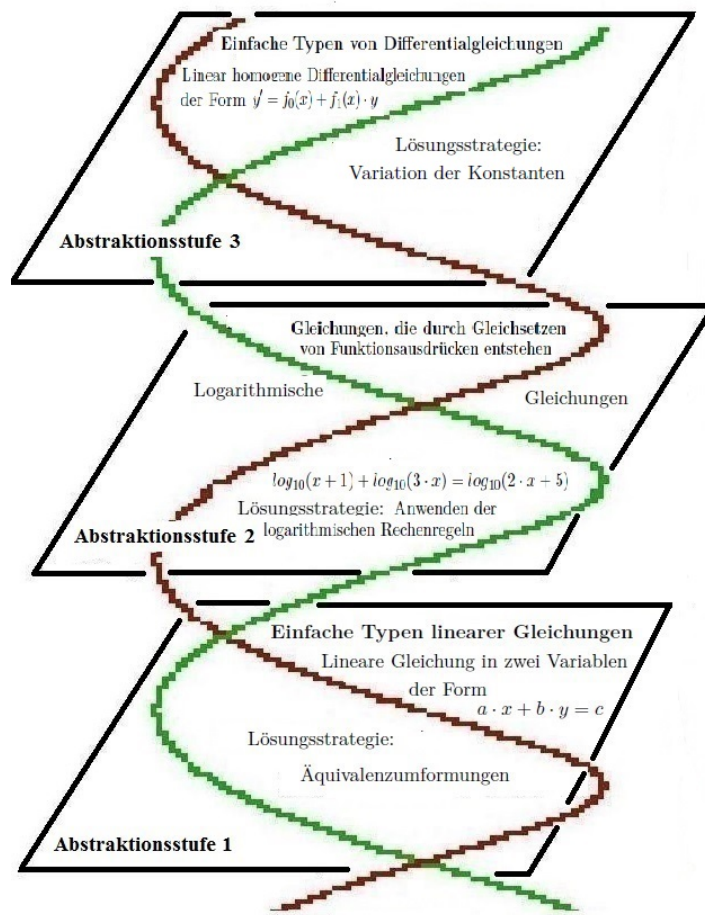


Abb. 14: Lernspirale aus der Mathematik (Thema: Gleichungslösen)

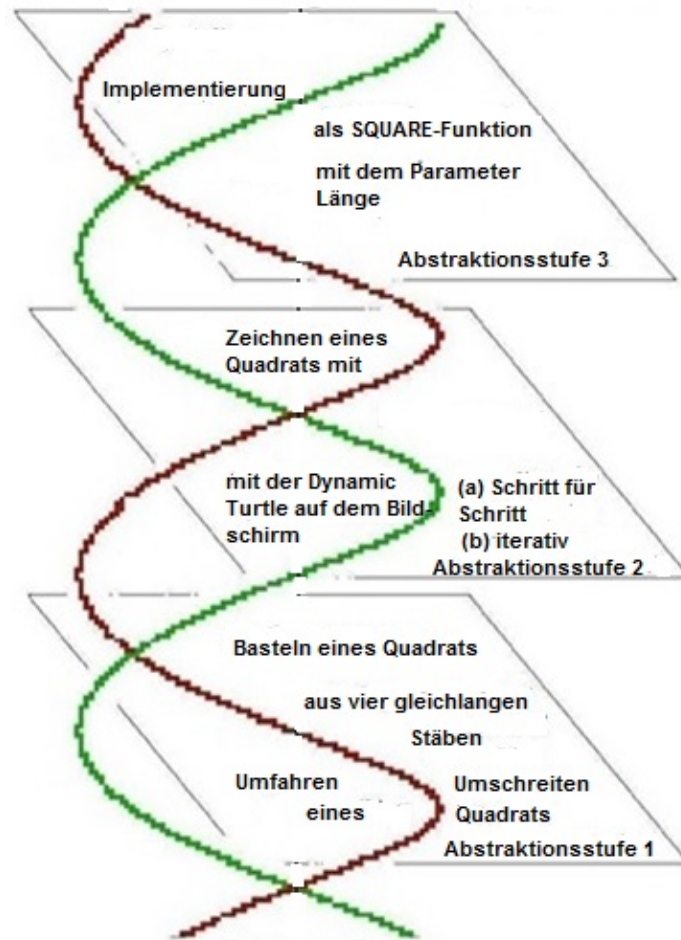


Abb. 15: Lernspirale aus der Informatik (Thema: Funktionale Modellierung Geometrischer Objekte)

Wittmann leitet in seinen „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ aus dem Spiralprinzip die beiden nachfolgenden Vorgangsweisen für den Mathematikunterricht ab:

Prinzip des vorwegnehmenden Lernens

Die Behandlung eines Wissensgebietes soll nicht aufgeschoben werden, bis eine endgültig abschließende Behandlung möglich erscheint, sondern ist bereits auf früheren Stufen in einfacher Form einzuleiten.

Prinzip der Fortsetzbarkeit

Die Auswahl und die Behandlung eines Themas an einer bestimmten Stelle des Curriculums soll nicht ad hoc, sondern so erfolgen, daß auf höherem Niveau ein Ausbau möglich wird. Zu vermeiden sind vordergründige didaktische Lösungen, die später ein Umdenken erforderlich machen. (Wittmann, 1974, S. 68)

Die Genetische Methode ist eine Ableitung aus dem Genetischen Prinzip.

Dazu heißt es in Führers „Pädagogik des Mathematikunterrichts“

... Ein Unterricht, der Entwicklungsprozesse besonders betont und über materiale Ergebnisse stellt, heißt „genetischer Unterricht“... (Führer, 1997, S. 45)

oder in den „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ von Wittmann, der in diesem Zusammenhang Felix Klein (1924) zitiert:

Die Darstellung auf der Schule muß nämlich, um ein Schlagwort zu gebrauchen, psychologisch, nicht systematisch sein ... man sollte im ganzen Unterricht, auch auf der Hochschule, die Mathematik stets verknüpft halten mit allem, was den Menschen gemäß seinen sonstigen Interessen auf seiner jeweiligen Entwicklungsstufe bewegt und was nur irgend in Beziehung zur Mathematik sich bringen läßt.

... anschaulich und genetisch, d. h., das ganze Lehrgebäude wird auf Grund bekannter anschaulicher Dinge ganz allmählich von unten aufgebaut; hierin liegt ein scharf ausgeprägter Gegensatz gegen den meist auf Hochschulen üblichen logischen und systematischen Unterrichtsbetrieb.

Noch eine Seite dieses ganzen Unterrichts will ich hervorheben, die im Hochschulunterricht gerade meist vernachlässigt zu werden pflegt. Es werden nämlich von vorneherein die Anwendungen des Rechnens im praktischen Leben aufs stärkste betont. (Wittmann, 1974, S. 98)

Deutliche Spuren hat das Operative Prinzip in der Didaktik der Mathematik und Informatik als Handlungsorientierter Unterricht (HOU) hinterlassen.

Die Handlungsprodukte als Ergebnisse eines HOU sind jedoch in den beiden Disziplinen Mathematik und Informatik unterschiedlich.

In der Mathematik stehen etwa die Fähigkeit des Schätzens im Umgang mit Dezimalzahlen oder die Fertigkeit im Umgang mit Diagrammen in der explorativen Datenanalyse in der Sekundarstufe I oder die Ausbildung von Strategien im Kontext von Geometrie, Algebra, Analysis sowie Stochastik als Handlungsprodukte in der Sekundarstufe II im Mittelpunkt. In der Informatik steht das Computational Thinking (CT) im Fokus des HOU. Hier sind vor allem die Arbeiten von Seymour Papert (1971, 1980 & 2020) zu nennen. In der von ihm begründeten Position des Konstruktivismus werden CT und Programmieren kritisch beleuchtet. Vertreter(innen) einer lerntheoretischen Position, die sich Konstruktivismus (Def_KO, 2020) nennt, setzen sich ebenfalls stark mit handlungsorientierten Konzepten auseinander. Sie berufen sich stark auf die Arbeiten von Papert.

Fächerübergreifender, Anwendungsorientierter Unterricht (FÜU & AWOU) und Entdeckender Unterricht/Lernen durch Exploration

Auf eine Differenzierung des FÜUs nach Fach- und Sozialstruktur sowie nach zeitlichen Rahmenbedingungen weisen Fuchs und Plangg im Kontext von Computer Algebra Systemen hin.

Je nach Fokus.....auf den Anteil der jeweiligen Fachstruktur am Unterrichtsthema (d.h. auf inhaltliche bzw. methodische Betrachtungen),

...auf die Sozialstruktur des Klassenverbandes (d.h. keinerlei Differenzierung in sozialer Hinsicht bis hin zur Teilnahme von Schüler(inne)n aus verschiedenen Schulformen und Schultypen),

...auf zeitliche Rahmenbedingungen (d.h. Unterricht findet im Rahmen der, durch den Stundenplan festgesetzten Mathematikstunden, statt bis hin zu Kursen, die außerhalb des üblichen Stundenrahmens zumeist freiwillig besucht werden) sowie

...auf die Lernorte (d.h. Verbleib im Stammklassenraum bis hin zu einem gänzlich aufgelösten Fachunterricht an außer-schulischen Lernorten bzw. an Orten, die im Rahmen von Projektwochen oder Exkursionen aufgesucht werden),

wird die Form des Unterrichts auch als fächerkoordinierender bzw. fachergänzender bzw. fächeraussetzender Unterricht bezeichnet. (Fuchs & Plangg, 2018, S. 64)

Beispiele zum FÜU in der Mathematik sind etwa die Verbindung der Fächer Mathematik-Physik mit den zahlreichen Modellierungsaufgaben zum Thema gleichförmige Bewegung im Rahmen der schriftlichen sRDP (A_SRDP, 2020), der Fächer Mathematik-Geographie und Wirtschaftskunde wie die Aufgabe aus der Mikroökonomie-Angebot und Nachfrage (Fuchs & Plangg, 2018, S. 65ff), der Fächer Mathematik-Biologie wie die Behandlung von Räuber-Beute Systemen (Thielert, 2014) oder der Fächer Mathematik-Musik. (Siller & Siller, 2007)

Das Spektrum der Beispiele zum FÜU in der Informatik reicht von Verbindungen Informatik–Mathematik bis Informatik–Sprachen. Beispiele für einen fächerverbundenen Unterricht sind etwa die Behandlung des Themas Digitale Grundbildung an der Technologischer Fachoberschule Meran (DGB_Meran, 2017) oder eine von Studierenden der PH Heidelberg erstellte Liste von Themen zum FÜU Informatik mit den Fächern Mathematik, Physik, Sport, Technik und Kunst. (FÜU_PH Heidelberg, 2020)

FÜU ist sehr oft als AWOU organisiert. Diese Form des Unterrichts gibt auch eine Antwort auf die Frage Wozu macht man Mathematik? Der AWOU soll doch wesentlich dem „...Erkennen von Mathematik in der uns umgebenden Welt als eine Grundlage für mathematische Lehr-Lernprozesse...“ dienen. (Bruder et al, 2015)

Und wie sieht es mit dem AWOU in Informatik aus? In der Informatik steht der Benutzer im AWOU im Vordergrund. Es geht vor allem um die Nutzung von Anwendersystemen wie Textverarbeitung, Tabellenkalkulation und Datenbanken zur Lösung alltäglicher Fragestellungen. Hubwieser bedauert in diesem Zu-

sammenhang, d.h. bei der Verwendung vorgegebener Standardsoftware, zumeist ... die eigentlich interessanten inneren Konzeptionen wie Datenstrukturen und Problemlösungsstil ... (Hubwieser, 2003, S. 53) den Schüler(inne)n verborgen bleiben.

FÜU und AWOU geben die Antworten auf die Fragen nach ...:

- Schülerorientierung, Förderung der Selbstständigkeit, PROBLEMORIENTIERTES Vorgehen, Lebensweltbezug, dem Erlernen geistige Grundtechniken,
- der Wirksamkeit Pädagogischer/Differenzialpsychologische Dispositionen wie Motivation und Kreativität sowie ganzheitlichem Lernen,
- der Förderung von vernetztem Denken bzw. reflexivem Lernen.

Werfen wir zum Abschluss unserer Betrachtungen der Methodik noch einen Blick auf den Entdeckenden Mathematikunterricht bzw. auf das durch ähnliche Merkmale charakterisierte Lernen durch Exploration in der Informatik.

In der Mathematik hat der Fachdidaktiker Heinrich Wienand Winter dieser Methode besonderes Augenmerk geschenkt (Winter, 2015). Entdeckender Unterricht ist nach Winter ein theoretisches Konstrukt, das durch folgende Merkmale charakterisiert wird:

- Gewinnen von Einsicht: Dies kann nur als Prozess verstanden werden, den die/ der Lernende nur ganz persönlich für sich vollziehen kann.
- Die spezifische Wissensstruktur der Mathematik: Eigene Erfahrungen der Schüler(innen) sichern zum einen die hohe innere logische Struktur und Verflechtungen mathematischer Inhalte, zum anderen sichert der problemlösende, d.h. über viele anschaulich Situationen gewonnene, Zugang die Möglichkeit eigenständigen Erkundens aus dem Alltagswissen heraus.
- Möglichkeit zu intellektueller und emotionaler Identifikation: Diese Form des Unterrichts schafft für die Schüler(innen) eine besondere Möglichkeit die natürlich angelegte Neugier und Wissbegier des Menschen auszuleben.
- Stärkung der Transferleistungen: Das ständig erforderliche Umorganisieren und Absuchen von vorhandenem Wissen legt die Vermutung nahe, dass das Übertragen und Vernetzen von Kenntnissen und Fertigkeiten erleichtert wird. Natürlich kann nicht ausgeschlossen werden, dass sich die Schüler(innen) auch thematisch ‚im Kreis drehen‘.
- Nachhaltigkeit: Als Konsequenz aus den bisher genannten Merkmalen kann vermutet werden, dass Inhalte/ Begriffe/ Strukturen von den Schüler(innen) ‚langwährend‘ behalten werden bzw. leichter erinnert werden.

In der Informatik charakterisieren Schubert und Schwill (2004, S. 129) diese Methode als Lernen durch Exploration, indem sie auf die Definition des Mediendidaktikers Michael Kerres zurückgreifen.

Exploratives Lernen (= entdeckendes, forschendes oder autonomes Lernen) weist eine hohe Selbstverbindlichkeit auf. (Kerres, 2002, S. 217)

Epilog

Zusammenfassend ist zu sagen, dass eine scharfe Trennung von Didaktik der Mathematik bzw. Informatik zweifelsohne nicht möglich ist. Diesem Umstand Rechnung tragend werden an deutschsprachigen Universitäten Lehre und Forschung in den beiden Disziplinen zum einen in Personalunion von einer Person vertreten. Zum anderen gibt es Universitäten, die für beide Fächer eigene Fachbereiche eingerichtet haben. Im Jahr 2009 gab es laut Humbert (2009) mindestens 35 Hochschulen an denen das *Lehramt Informatik* in der Bundesrepublik Deutschland studiert werden konnte. In Österreich kann das Lehramt an Höheren Schulen – *Informatik und Informatikmanagement* genannt – an den Universitäten Wien, Linz, Salzburg, Innsbruck, Klagenfurt und Graz belegt werden. An der Friedrich-Schiller Universität Jena oder der Martin-Luther Universität Halle/Wittenberg ebenso wie an der Paris-Lodron-Universität Salzburg werden die Didaktik der Mathematik und der Informatik in Personalunion von einer Person vertreten. An der Technischen Universität München oder der Universität Potsdam ebenso wie an der Johannes-Kepler-Universität Linz ist für jedes Fach jeweils ein eigener Fachbereich eingerichtet.

Literatur

- Aspetsberger, K., Fuchs, K. & Schweiger, F. (1997). Fundamental ideas and symbolic algebra. In: Berry, J. et al. Hrsg. *The state of Computer Algebra in Mathematics Education*. Bromley: UK, S. 45-51.
- A–AUK (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. https://www.grg21oe.at/mathe_geom/2007-05-09_BIST-M8.pdf – Aufruf: 21.11.2020.
- A_SRDP (2020). *Aufgabenpool der schriftlichen sRDP*. <https://aufgabenpool.at/ahs/> – Aufruf: 21.11.2020.
- Baumann, R. (1996). *Didaktik der Informatik*. Klett Verlag: Stuttgart.
- Bender, P. (1987). Kritik der Logo Philosophie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Heft 1/2, 3-103.
- Bender, P. & Schreiber, A. (1985). *Operative Genese der Geometrie-Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*-Band 12, Verlage HPT & B.G. Teubner: Wien, Stuttgart.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren*, 128, 18–21.
- BM:BWK (2006). *Exemplarische beziehungsreiche Aufgaben*. In: Stockhammer, R. & Baumühlner, J. <https://matheprojekt.ph-tirol.at/sites/matheprojekt/files/download/exbezaufgaben.pdf> Erweiterung des Aufgabenpools der Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe, Wien.
- Borys, T. (2011). *Codierung und Kryptologie*. Springer Fachmedien: Wiesbaden.
- Bruder, R. et al Hrsg. (2015). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Springer Spektrum: Berlin, Heidelberg.
- Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts, US.
- Bruner, J.S., Oliver, R. S. & Greenfield, P. M. (1988). Studien zur kognitiven Entwicklung. Klett-Cotta: Stuttgart.
- Dankwerts, R. (1988). Linearität als organisierendes Element zentraler Inhalte der Schulmathematik. *DdM 2*, 149-160.
- Def_KO (2020). Die Lerntheoretische Position des Konstruktivismus: <https://de.wikipedia.org/wiki/Konstruktivismus> - Aufruf: 21.11.2020.
- DGB_Meran (2017). *Dreijahresplan 17-20 der TFOS Meran*. https://dreijahresplan.rg-me.it/dreijahresplan/sites/default/files/imce/dokumente/FueLA-Fachcurr-RGTFO_16_17.pdf – Aufruf: 21.11.2020.
- Engbring, D. & Pasternak, A. (2010). InIK – Versuch einer Begriffsbestimmung. In: Brandhofer, G. et al Hrsg. *25 Jahre Schulinformatik-Zukunft mit Herkunft*. books@ocg.at (Band 271): Wien, S. 100-115.
- Engel, J. (1998). Zur stochastischen Modellierung funktionaler Abhängigkeiten: Konzepte, Postulate, Fundamentale Ideen. *Mathematische Semesterberichte*, 45, 95-112.
- Fuchs, K. (1988). Erfahrungen und Gedanken zu Computern im Unterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Heft 9, 247–256.
- Fuchs, K.J. (2005a). How strict may, should, must the borders be drawn? In: Peter Micheuz et al Hrsg. *Innovative Concepts for Teaching Informatics. Informatics in Secondary Schools: Evolution and Perspectives* (Proceedings), Verlag Carl Ueberreuter: Wien, S. 23 – 37.
- Fuchs, K.J. (2005b). Didaktik der Informatik. *CD Austria-Informatikunterricht an den AHS: Unterricht-Schulversuche-Projekte-Didaktische Konzepte*, Heft 3, 5-7.
- Fuchs, K.J. (2007). Fachdidaktische Studien. In: Fuchs, K.J. Hrsg. *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg*-Band 1, Aachen: Shaker Verlag.
- Fuchs, K. & Landerer, C. (2007). PBL im Informatikunterricht. In: Zumbach, J., Weber, A., & Olsowski, G. Hrsg. *Problembasiertes Lernen*. Bern: hep Verlag, S. 158-175.
- Fuchs, K.J. & Blum, W. (2008). Selbständiges Lernen im Mathematikunterricht mit ‚beziehungsreichen‘ Aufgaben. In: Thonhauser, J. Hrsg. *Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen*, Waxmann Verlag: Münster, S. 135-148.
- Fuchs, K.J. & Siller, H-S. (2009): The Complexity of Mathematics and Informatics Education’s – Theoretical and Practical Face. In: *Proceedings of the Int’l Journal of Arts and Sciences Conference*, Las Vegas, 9 Seiten.
- Fuchs, K.J., Kraler, Chr. & Plangg, S. (2017). The Shift of Contents in Prototypical Tasks Used in Education Reforms and Their Influence on Teacher Training Programs. In: Kaiser, G. Hrsg. *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education; ICME-13 Monographs*, Springer-Open Verlag, S. 725, 726.
- Fuchs, K.J. & Plangg, S. (2018). *COMPUTER ALGEBRA SYSTEME IN DER LEHRER(INNEN)BILDUNG*. Münster: WTM-Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.
- Führer, L. (1997). *Pädagogik des Mathematikunterrichts*. Verlag Friedrich Vieweg & Sohn: Braunschweig, Wiesbaden.
- FÜU_PH Heidelberg (2020). *Fächerverbindender Unterricht und Informatik*. https://wiki.zum.de/wiki/PH_Heidelberg/Bausteine/F%C3%A4cherverbindender_Unterricht_und_Informatik – Aufruf: 21.11.2020.

- Griesel, H. (1973). *Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten*-Band 1: Mengen, Zahlen, Relationen, Topologie? Hannover: Schroedel Verlag.
- Heymann, H. W. (2013). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Beltz Verlag: Weinheim.
- Hubwieser, P. (2003). *Didaktik der Informatik*-Grundlagen, Konzepte, Beispiele-1. Auflage. Springer Verlag: Berlin, Heidelberg, New York.
- Humbert, L. (2006). *Didaktik der Informatik mit praxiserprobtem Unterrichtsmaterial*-2. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag: Wiesbaden.
- Humbert, L. (2009). Informatikdidaktik-Einschätzung der Landschaft. https://www.researchgate.net/publication/2212085-54_Informatikdidaktik_-_Einschätzung_der_Landschaft - Aufruf: 21.11.2020.
- Humenberger, H. & Reichel, H.Chr. (1995). *Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht*. Bibliographisches Institut: Mannheim.
- Kaufman, B. & Steiner, H-G. (1969). The CSMP Approach to Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics*, 1(3), 312-326.
- Kerres, M. (2002). *Multimediale und telemediale Lernumgebungen*-2. Auflage, Verlag Oldenbourg: München.
- Klein, F. (1924). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt*, Band 1, Verlag Julius Springer: Berlin.
- Knöß, P. (1989). *Fundamentale Ideen der Informatik im Mathematikunterricht*. Deutscher Universitätsverlag: Wiesbaden.
- Kronfellner, M. (1979). Das Prinzip der Linearisierung. *Math did* 2, 1-32.
- Löthe, H. (1987). *Journal für Mathematik-Didaktik*, Heft 8, 315–319.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms*. New edition und Vorwort von Mitchel Resnick/LOGO Papert Professor of Learning Research-MIT Media Lab (2020), Basic books: New York/US.
- Papert, S. & Solomon, C. (1971). TWENTY THINGS TO DO WITH A COMPUTER. *Artificial Intelligence Memo No. 248 & LOGO Memo No. 3*, 40 Seiten.
- Profke, L. (1994). VERANSCHAULICHEN...nicht nur Visualisieren. In: H. Kautschitsch & W. Metzler Hrsg. *Anschauliche und experimentelle Mathematik 2*. Verlag Holder-Pichler-Tempsky: Wien, S.13-30
- Reiss, K. & Hammer, Chr. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik*. Springer Verlag: Basel.
- Schubert, S. & Schwill, A. (2004). *Didaktik der Informatik*-1. Auflage. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg.
- Schweiger, F. (1982). Fundamentale Ideen zur Analysis und handlungsorientierter Unterricht. *Beiträge zum Mathematikunterricht* (1982), S. 103-111.
- Schweiger, F. (2010). Fundamentale Ideen. In: Fuchs, K.J. Hrsg. *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg*-Band 3, Aachen: Shaker Verlag.
- Schwill, A. (1993). Fundamentale Ideen der Informatik. *Zentralblatt für Didaktik der Informatik*, Vol. 25, No. 1, 20-31.
- Schwill, A. (1994). Fundamentale Ideen in Mathematik und Informatik. In H. Hischer & M. Weiß Hrsg. *Fundamentale Ideen. Zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik*. Verlag Franzbecker: Hildesheim, S. 18–25.
- Siller, A. & H-S. (2007). Fächerübergreifender Unterricht in Mathematik und Musik. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007, Verlag Franzbecker: Hildesheim, S. 225-228.
- Siller, H-S. (2008a). Modellbilden-eine zentrale Leitidee der Mathematik. In: Fuchs, K.J. Hrsg. *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg*-Band 2. Aachen: Shaker Verlag.
- Siller, H-S. (2008b). Zwei Fächer, eine Idee-Funktionales Modellieren in Mathematik und Informatik. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG)*, Heft Nr. 41
- Thielert, J. & A. (2014). *Räuber- und Beute-Simulation in der Mathematik*- Simulation komplexer Systeme. GRIN Verlag: München.
- Thomas, M. (2000). Modelle im Schulfach Informatik. In: Hischer, H. Hrsg. *Modellbildung, Computer und Mathematikunterricht*. Verlag Franzbecker: Hildesheim, S. 39-48.
- Vohns, A. (2005). Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen: Versuch einer konstruktiven Zusammenführung am Beispiel der Addition von Brüchen. *Journal für Mathematikdidaktik*, Jg. 26, H1, 52-79.
- Vollrath, H-J. (1978). Rettet die Ideen. *MNU* H. 8, 449-455.
- Vollrath, H-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik* 10(1), 3-37.
- Wagenschein, M. (1970). *Verstehen lernen*. Beltz: Weinheim.
- Weigand, H-G. & Weller, H. (1997). Das Lösen realitätsorientierter Aufgaben zu periodischen Vorgängen mit Computeralgebra. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Vol. 29, issue 5, 162-169.

- Winter, H. W. (2015). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht: Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*-Aktualisierte Auflage. Springer Spektrum: Berlin, Heidelberg.
- Wittmann, E. (1974). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*-1. Auflage. Vieweg Verlag: Braunschweig.
- Wolpers, H., Klika, M. & Tietze, U-P. (1982). *Mathematik in der Sekundarstufe II*. Vieweg Verlag: Wiesbaden.
- Ziegenbalg, J. (1987). Anmerkungen zur „Kritik der Logo-Philosophie“. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Heft 8, 305–313.

Adresse des Autors:

Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Karl Josef Fuchs
Paris-Lodron-Universität Salzburg
School of Education/Fachbereich Mathematik
Hellbrunnerstraße 34
5020 Salzburg
KarlJosef.FUCHS@sbg.ac.at