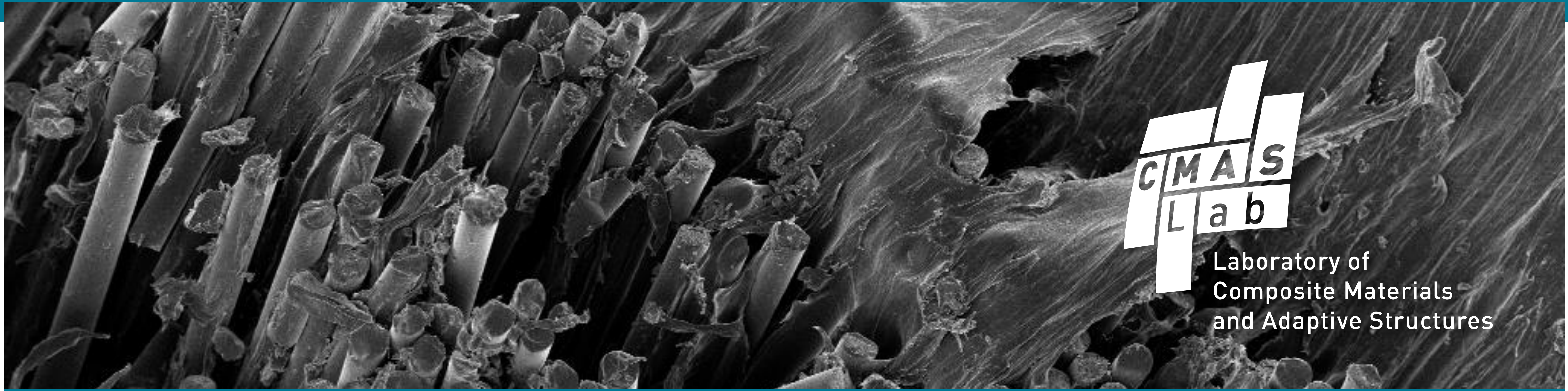


Vorlesung 151-3207-00L Leichtbau, HS 2015

Fachwerke

Paolo Ermanni

7. Oktober 2015

Leitfaden

- Allgemeines
- Ebene statisch bestimmte Fachwerke
- Statisch unbestimmte Fachwerke
- Bestimmen von Knotenverschiebungen

Aufgabe 1 und 2

Aufgabe 3 und 4

Aufgabe 5 und 6

Eiffelturm: Erstes Beispiel von Bionik-Bau

Eiffelturm: Beispiel für Bionik-Bau

Eigenschaften:

- Geringes Eigengewicht
- Hohe Steifigkeit
- Flexible/einfache Transport und Montage

… aber auch

- Differentialbauweise!

Brückenkatastrophe von Münchenstein am 15.06.1891

Quelle: http://www.ethistory.ethz.ch/besichtigungen/orte/empa

Brückenkatastrophe von Münchenstein am 15.06.1891

Quelle: http://www.ethistory.ethz.ch/besichtigungen/orte/empa

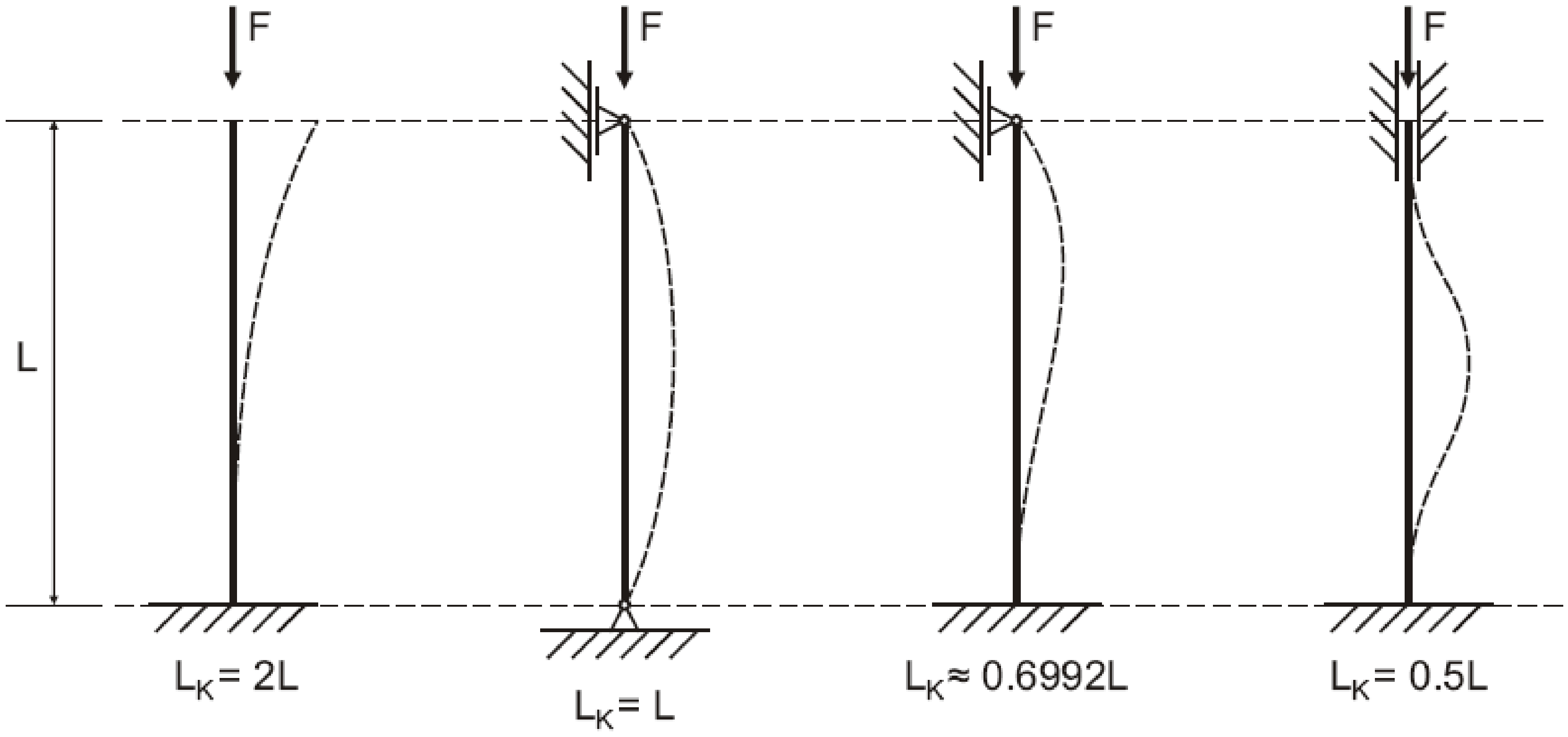
Was ist passiert ?

- Die Brücke war in einzelnen Theilen von Anfang an zu schwach und constructiv mangelhaft.
- Das verwendete Eisen entspricht in Bezug auf Festigkeit und Zähigkeit zum grösseren Theil nicht den nothwendigen Anforderungen.
- Die Brücke erfuhr bei Gelegenheit des Hochwassers vom Jahre 1881 eine bleibende Schwächung ihrer Tragfähigkeit.
- Die im Jahre 1890 angebrachten Verstärkungen erstreckten sich blos auf einzelne Theile der Brücke; andere und wesentliche Schwächen blieben bestehen.
- Eine Entgleisung des Zuges hat vor dem Einsturze der Brücke nicht stattgefunden.
- Die Hauptursache des Einsturzes liegt in den zu schwachen Mittelstreben; durch die excentrische Befestigung der Streben und durch die geringe Qualität des Eisens wurde der Einsturz wesentlich befördert.

Quelle: http://www.ethistory.ethz.ch/besichtigungen/orte/empa

Spannungsberechnung

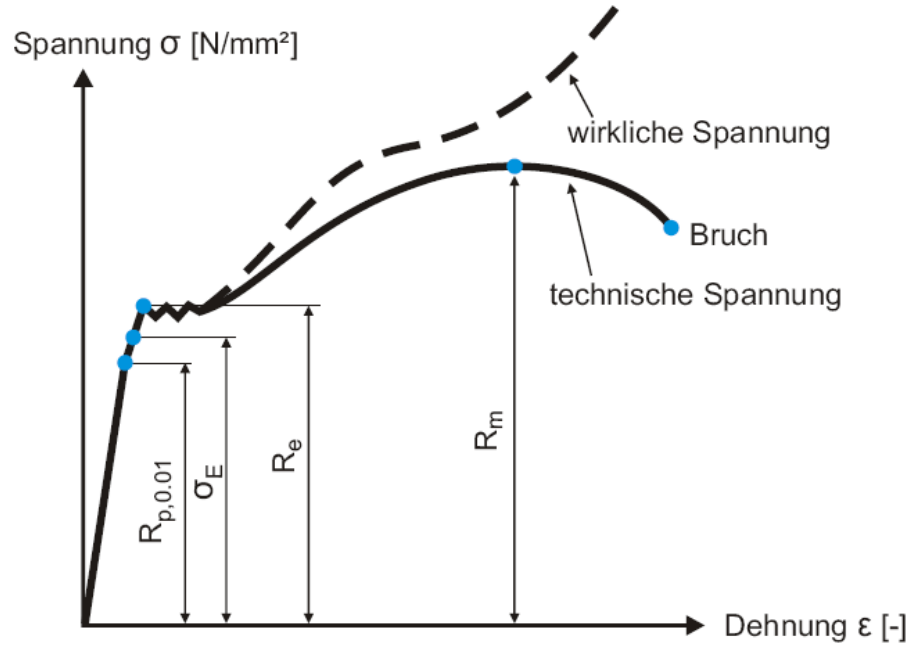
$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_K^2}$$



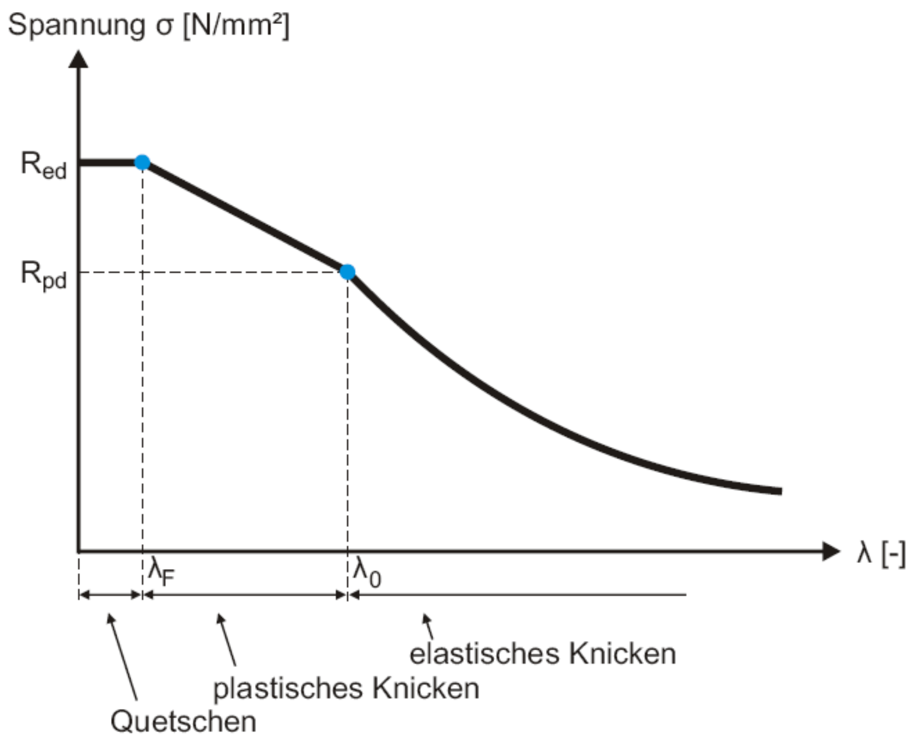
Grenzschlankheit λ_0, E-Modul und Gleichungen für die Tetmajer-Gerade für unterschiedliche Werkstoffe.

Werkstoff	E [N / mm^2]	Grenz-schlankheit λ_0	σ_K [N / mm^2] nach Tetmajer
StE 255 (St37)	210000	104	$310 - 1.14\lambda$
StE 355 (St50)	210000	89	$310 - 1.14\lambda$
Federstahl	210000	60	$355 - 0.62\lambda$
Grauguss	115000	80	$716 - 12\lambda + 0.053\lambda^2$
Nadelholz	10000	100	$29.3 - 0.194\lambda$

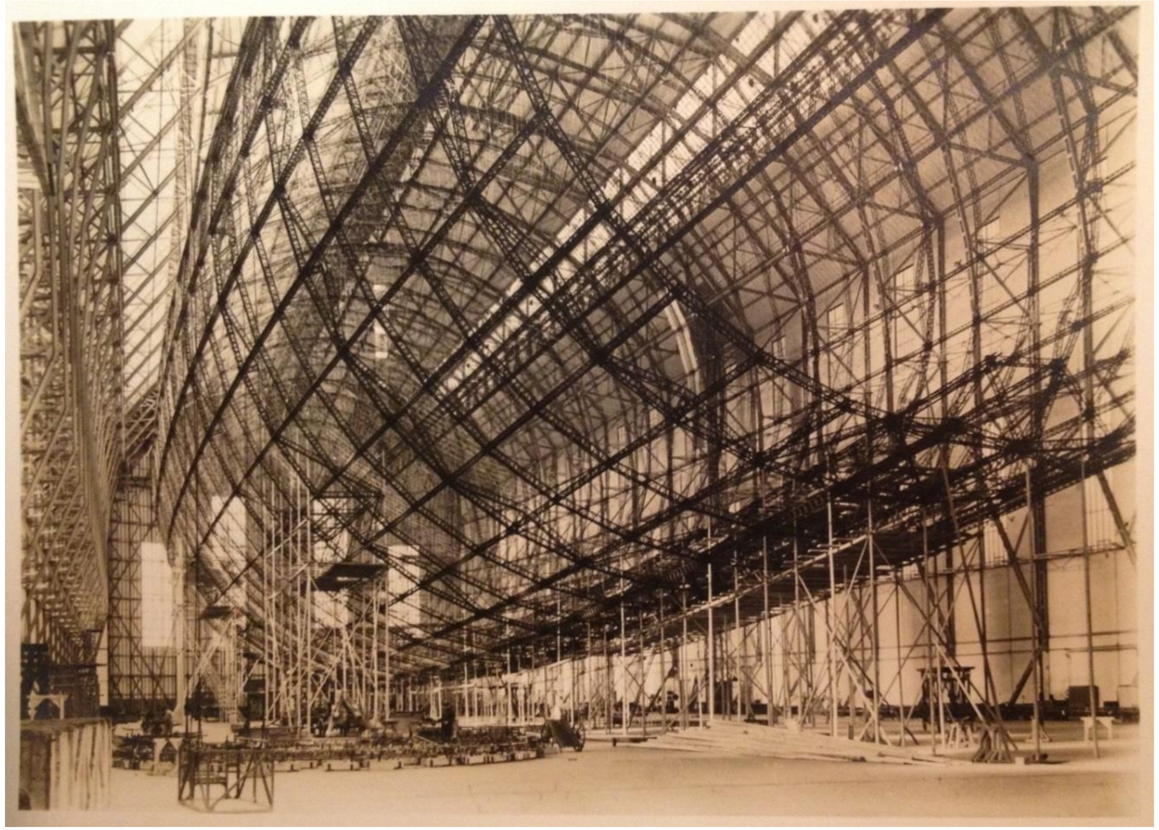
Plastisches Knicken (Tetmayer-Gerade)



$R_{p,0.01}$: 0.01%-Dehngrenze
σ_E : Elastizitätsgrenze
R_e : Streckgrenze
R_m : Zugfestigkeit



Bau der Hindenburg



https://yojimbofred.wordpress.com

Typische Anwendungsgebiete

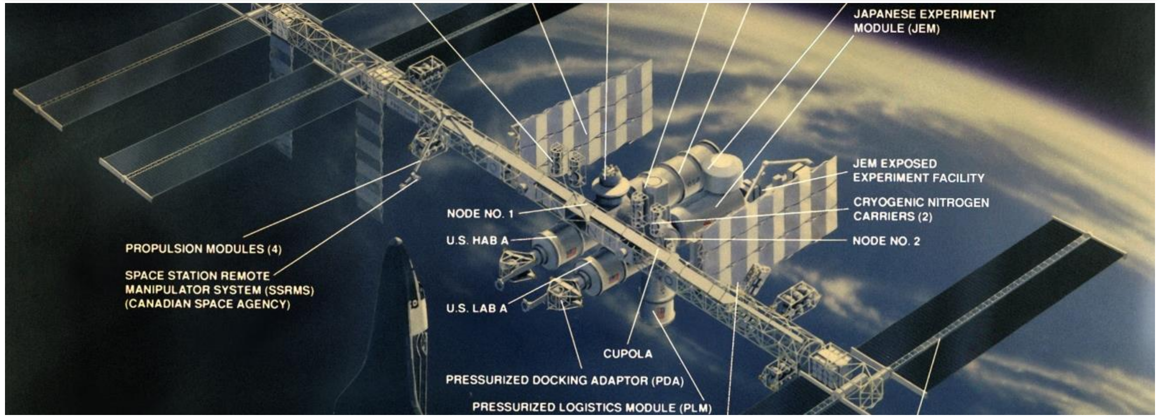
Kranbau

www.liebherr.ch

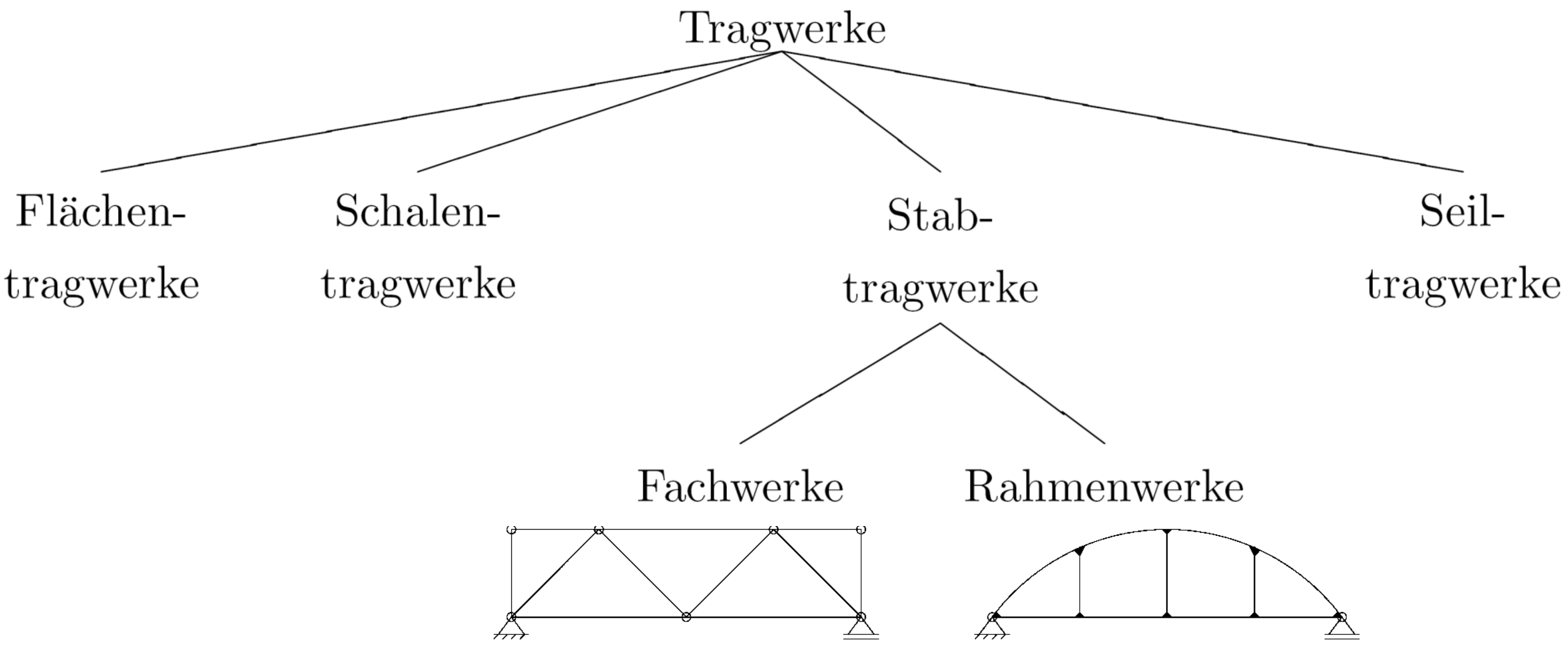
Hochspannungsleitungen

Luftfahrt

Raumfahrt



Klassifizierung der Tragwerke

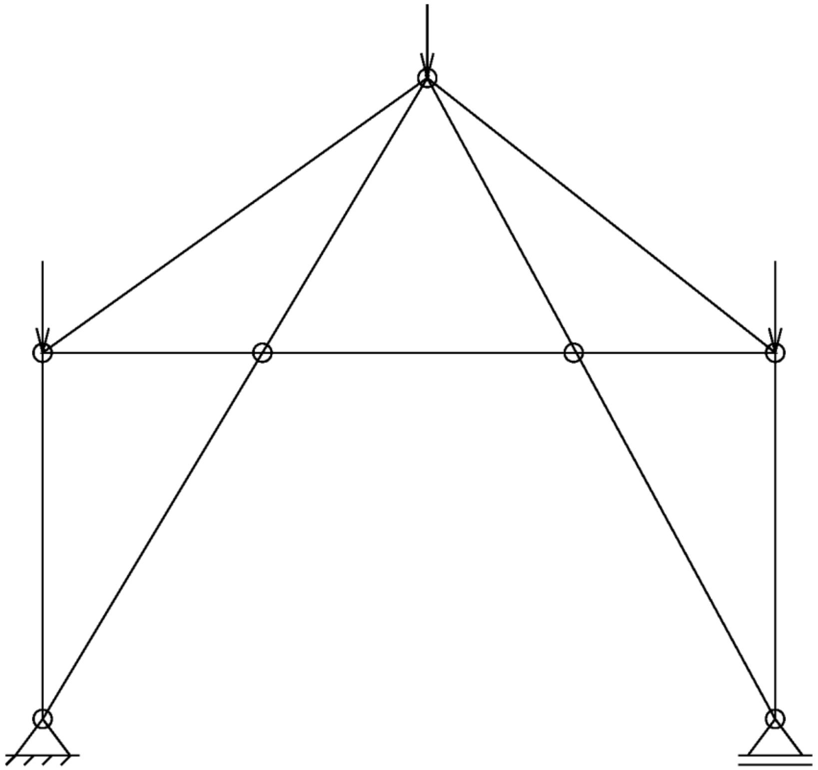


- **Fachwerke** bestehen aus schlanken Stäben, die nur axiale Kräfte aufnehmen und an ihren Enden durch reibungslose Gelenke verbunden sind. Die Lasten greifen ausschliesslich in den Gelenken an.
- **Rahmenwerke** bestehen aus biegesteifen Stäben. Die Knoten sind steif. Lasten greifen an beliebigen Stellen an.

Das ideale Fachwerk

- Die Stäbe sind **gerade, schlank, gewichtslos**.
- Die Verbindungen zwischen den Stäben sind **reibungsfreie** Gelenke, die **an den Stab Enden** angebracht sind.
- Die Stäbe nehmen nur **axiale** Zug- und Druckkräfte auf.
- Äussere Kräfte greifen ausschliesslich in den Gelenken an.

Ideales und nicht-ideales Fachwerk

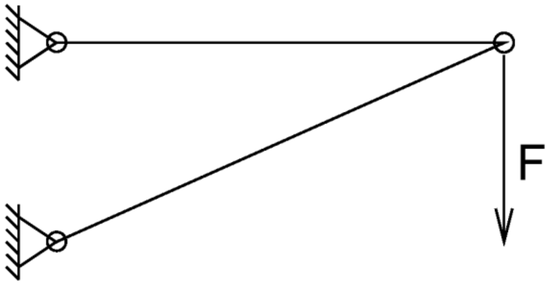


Standfestigkeit von Fachwerken

- Ein von seinen Auflagern gelöstes Fachwerk ist **innerlich standfest**, wenn seine Knotenpunkte ihre gegenseitige Lage nicht ändern können. Ein solches Fachwerk verhält sich wie ein starrer Körper, unter Vernachlässigung der Stabverformungen.
- Ein aufgelagertes Fachwerk ist **äusserlich standfest**, wenn seine Knotenpunkte ihre gegenseitige Lage nicht andern können, wiederum unter Vernachlässigung der Stabverformungen.

Stanfestigkeit am Beispiel einer Konsole

(a)



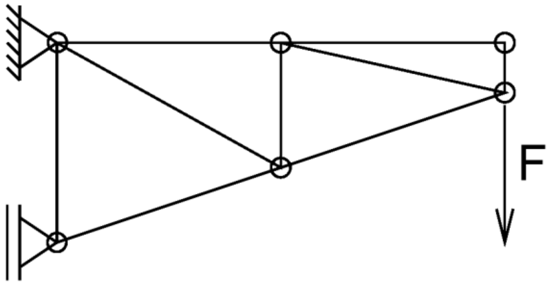
Dreigelenkbogen

äusserlich standfest

$k_2 = \boldsymbol{3},\ l = 4,\ s = 2$

$$f = 2 \cdot k_2 - l - s = $$
$$= 2 \cdot 3 - 4 - 2 = 0$$

(b)



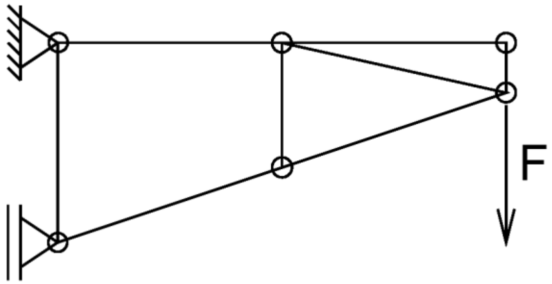
Fachwerk

innerlich standfest

$k_2 = 6,\ l = \boldsymbol{3},\ s = 9$

$$f = 2 \cdot k_2 - l - s = $$
$$= 2 \cdot 6 - 3 - 9 = 0$$

(c)



Mechanisnmus

nicht standfest

$k_2 = 6,\ l = 3,\ s = 8$

$$f = 2 \cdot k_2 - l - s = $$
$$= 2 \cdot 6 - 3 - 8 = 1 > 0$$

Freiheitsgrade

- Die Anzahl f der möglichen unabhängigen Bewegungen eines Systems heissen **Freiheitsgrade.**
- f berechnet sich im allgemeinsten Fall zu:

$$\boxed{f = k_1 + 2 \cdot k_2 + 3 \cdot k_3 - (s + l)}$$

k_1, k_2, k_3:	Anzahl gerader, ebener, räumlicher Knotenpunkte
l:	Anzahl Auflagerbindungen,
S:	Anzahl Stäbe

Standfestigkeitsbedingung

- Die Standfestigkeitsbedingung lautet: $\boxed{f \leq 0}$
  - f > 0: Das Fachwerk ist **statisch unterbestimmt** (Mechanismus)
  - f = 0: Das Fachwerk ist **statisch bestimmt**, standfest.
  - f < 0: Das Fachwerk ist **statisch unbestimmt**, standfest (auch: überbestimmt)
- Die Zahl der Freiheitsgrade f gibt Auskunft über den Grad der statischen Unbestimmtheit g bei Fachwerken.
- Beide Grössen hängen wie folgt zusammen: $\boxed{g = -f}$

Leitfaden

- Allgemeines
- Ebene statisch bestimmte Fachwerke
- Statisch unbestimmte Fachwerke
- Bestimmen von Knotenverschiebungen

Aufgabe 1 und 2

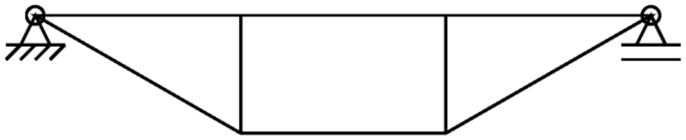
Aufgabe 3 und 4

Aufgabe 5 und 6

Statische Bestimmtheit von Fachwerken

$$\boxed{f = 2 \cdot k - (s + l)}$$

(a)

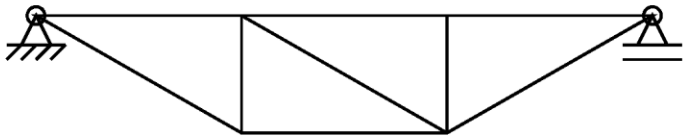


Statisch unterbestimmt

$k = 6,\ l = 3,\ s = 8$

$$f = 2 \cdot k - l - s = $$
$$= 2 \cdot 6 - 3 - 8 = 1 > 0$$

(b)

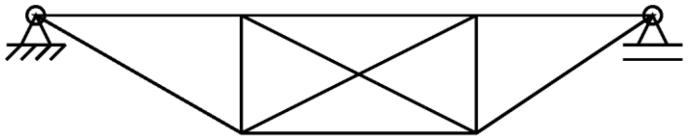


Statisch bestimmt

$k = 6,\ l = 3,\ s = 9$

$$f = 2 \cdot k - l - s = $$
$$= 2 \cdot 6 - 3 - 9 = 0$$

(c)



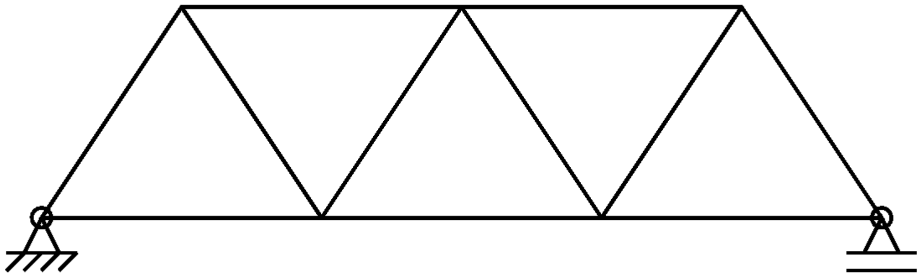
Einfach statisch unbestimmt

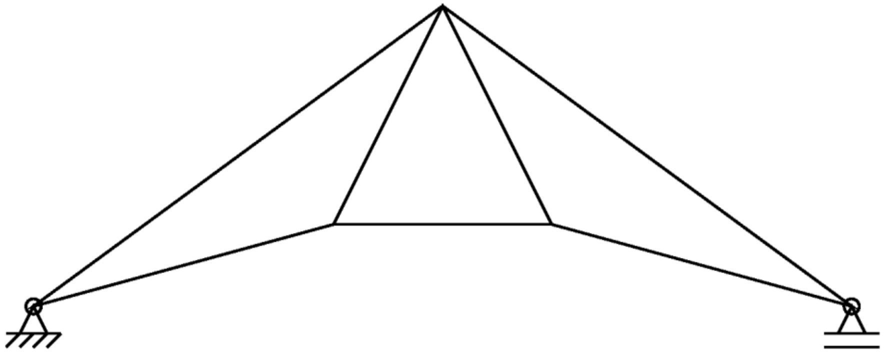
$k = 6,\ l = 3,\ s = 10$

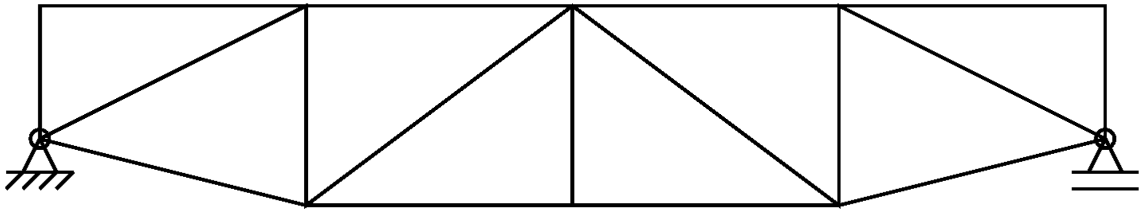
$$f = 2 \cdot k - l - s = $$
$$= 2 \cdot 6 - 3 - 10 = -1 < 0$$

Klassifizierung der ebenen Fachwerken: Einfaches Fachwerk

- Das einfache Fachwerk ist aus Dreiecken aufgebaut. Jeder neue Knotenpunkt wird durch zwei neue Stäbe angeschlossen.

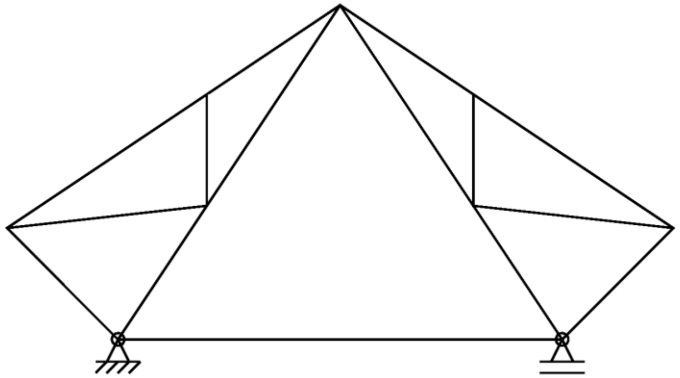


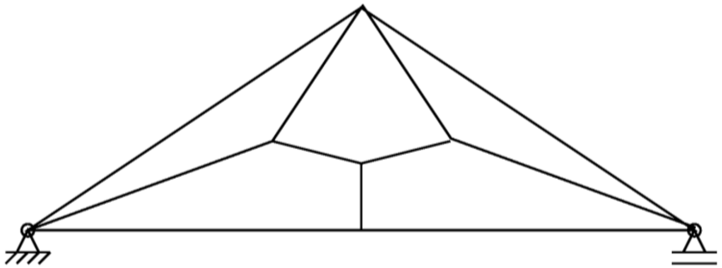


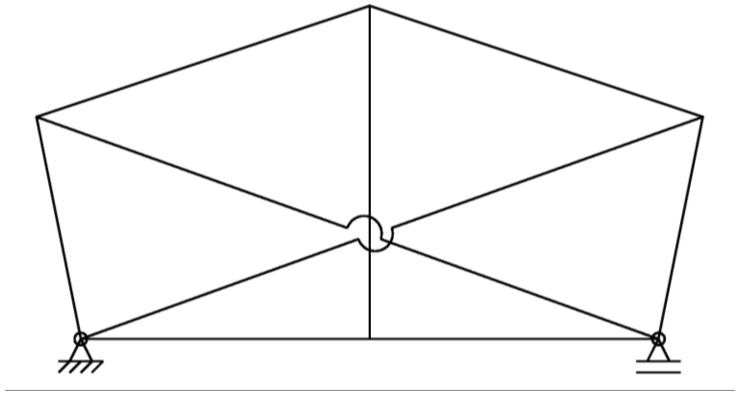


Klassifizierung der ebenen Fachwerken: nicht-einfaches oder zusammengesetztes Fachwerk

- Das nicht-einfache oder zusammengesetzte Fachwerk ist daran erkennbar, dass in jedem Knoten mindestens drei Stäbe zusammentreffen.



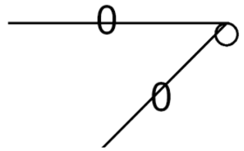




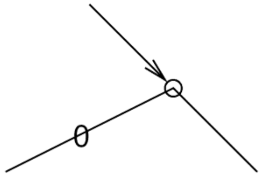
Nullstäbe

- In Fachwerken treten oft Stäbe auf, die keine Kraft aufnehmen, aber zur Wahrung der Standfestigkeit des gesamten Fachwerks notwendig sind.
- Sie werden als Nullstäbe bezeichnet.
- Zur Erkennung von Nullstäben gelten drei einfache Regeln:

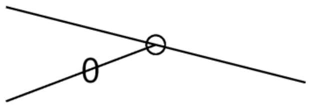
1. Die Stäbe an einem unbelasteten, zwei-stäbigen Knoten sind Nullstäbe



2. Wenn an einem unbelasteten drei-stäbigen Knoten zwei Stäbe gleiche Richtung haben, ist der dritte Stab ein Nullstab.



3. Wenn an einem unbelasteten drei-stäbigen Knoten zwei Stäbe gleiche Richtung haben, ist der dritte Stab ein Nullstab.



Berechnungsmethoden

- **Analytische Methoden:** $\sum X_i$ und $\sum Y_i$ für jeden Knoten nach Ermittlung der Auflagerlasten
- **Graphische Methoden** (Cremona Plan) → Skript
- **Methode von Ritter** (Ritterscher Schnitt): Schneiden von drei Stäben und Erfüllen der Gleichgewichtsbedingung für das Restfachwerk. Diese Methode eignet sich für einfache und nicht-einfache Fachwerke → Skript
- ….

Knotenpunkt-Gleichgewichtsverfahren (Knotenschnittverfahren)

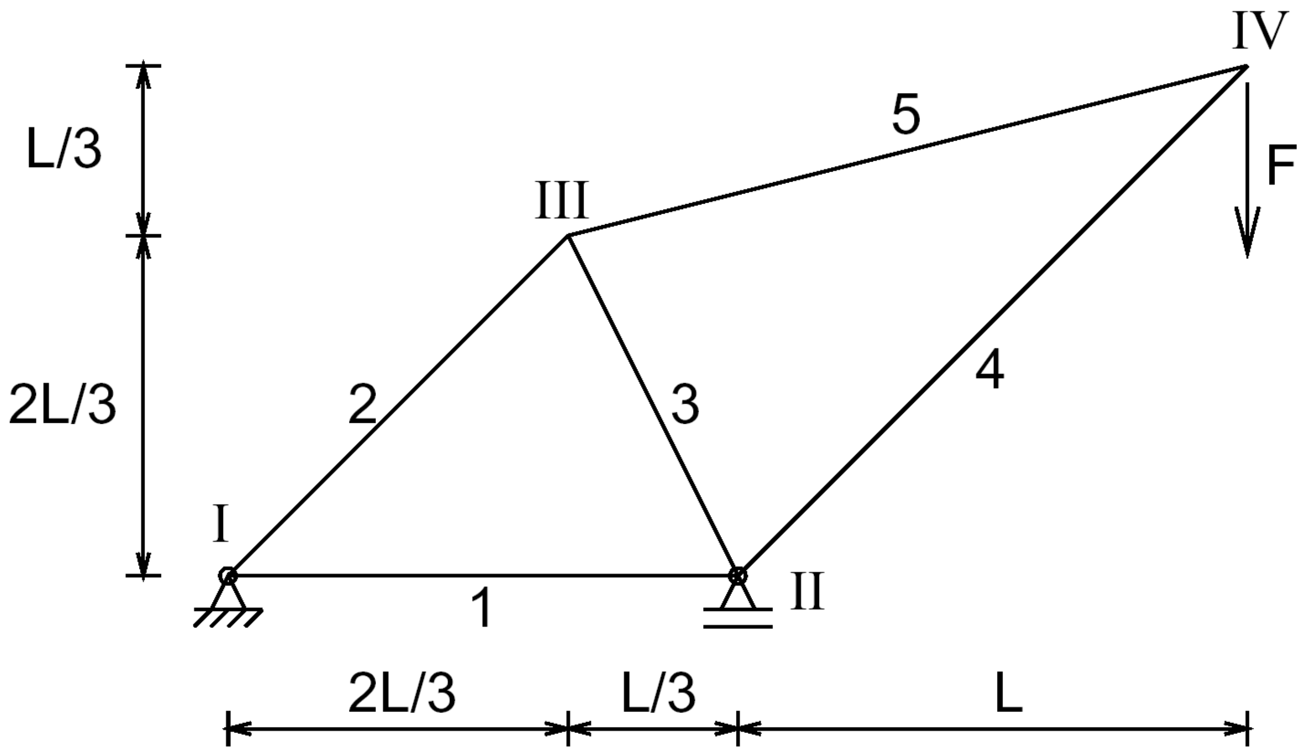
- **Gegeben:** Statisch bestimmtes ebenes Fachwerk mit l Auflagerbindungen.
- **Gesucht:** Stabkräfte und Auflagerreaktionen.
- **Vorgehen:**

1. Berechnen der Auflagerreaktionen durch Freischneiden des gesamten Fachwerks und Bilden von Kräfte- und Momentengleichgewicht.
2. Freischneiden sämtlicher Knoten und Formulieren der Knotengleichgewichte eines jeden Knotens.

$$\left.\begin{array}{ll} F_{Rix}: & \sum_j S_{ij} \cos\alpha_{ij} + F_{ix} = 0 \\ F_{Riy}: & \sum_j S_{ij} \sin\alpha_{ij} + F_{iy} = 0 \end{array}\right\} \quad \text{für } i = 1,\ldots,k \quad (i \neq j)$$

3. Auflösen des zusammengesetzten Systems nach den unbekannten Stabkräften.

Beispiel



Beachten Sie Bitte die Beschriftungskonvektionen:

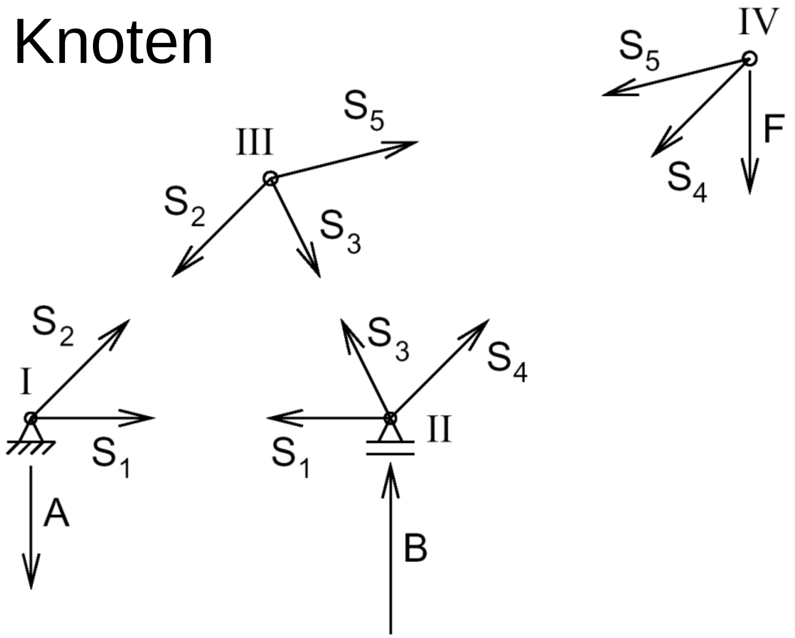
- *Kräfte* werden mit Grossbuchstaben beschriftet. (A, B, F, S,. . .)
- *Stäbe* werden mit arabischen Ziffern beschriftet. (1, 2 ,. . .)
- *Knoten* werden mit römischen Ziffern beschriftet. (I, II, . . .)
- Polygone des Fachwerks werden mit Kleinbuchstaben beschriftet. ((a), (b),…)

Beispiel (Fortsetzung)

- Auflagerreaktionen:

$$\left.\begin{array}{llcl} F_{Ry}: & -A+B-F & = & 0 \\ M_{II}: & L\cdot A - L\cdot F & = & 0 \end{array}\right\} \text{ daraus folgt: } \left\{\begin{array}{lcl} A & = & F \\ B & = & 2\cdot F \end{array}\right.$$

- Freischneiden sämtlicher Knoten



Beispiel (Fortsetzung)

- Formulierung der Knotengleichgewichte

$I_x:$
$$S_1 + \frac{\frac{2}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}L\right)^2 + \left(\frac{2}{3}L\right)^2}} S_2 = 0$$

$I_y:$
$$\frac{\frac{2}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}L\right)^2 + \left(\frac{2}{3}L\right)^2}} S_2 = A$$

$III_x:$
$$-\frac{\frac{2}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}L\right)^2 + \left(\frac{2}{3}L\right)^2}} S_2 + \frac{\frac{1}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}L\right)^2 + \left(\frac{2}{3}L\right)^2}} S_3 + \frac{L + \frac{1}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}L\right)^2 + \left(L + \frac{1}{3}L\right)^2}} S_5 = 0$$

$IV_x:$
$$-\frac{L}{\sqrt{L^2 + L^2}} S_4 - \frac{L + \frac{1}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}L\right)^2 + \left(L + \frac{1}{3}L\right)^2}} S_5 = 0$$

$IV_y:$
$$-\frac{L}{\sqrt{L^2 + L^2}} S_4 - \frac{\frac{1}{3}L}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}L\right)^2 + \left(L + \frac{1}{3}L\right)^2}} S_5 = F$$

Beispiel (Fortsetzung)

- Stabkräfte

i	F	A	B	1	2	3	4	5
$\frac{S_i}{F}$	1	1	2	-1	$\sqrt{2}$	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$	$-\frac{4}{3}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{17}}{3}$
$\frac{S_i}{\text{kN}}$	20	20	-40	-20	28.3	-14.9	-37.7	27.5

Leitfaden

- Allgemeines
- Ebene statisch bestimmte Fachwerke
- Statisch unbestimmte Fachwerke
- Bestimmen von Knotenverschiebungen

Aufgabe 1 und 2

Aufgabe 3 und 4

Aufgabe 5 und 6

Anwendung von Energiesätzen

- Formänderungsenergie beim Stab: $\mathcal{U} = \int \frac{1}{2}\frac{N^2}{EA}dx + \int \frac{1}{2}\frac{M_T^2}{GI_T}dx + \int \frac{1}{2}\frac{M^2}{EI}dx$

- Formänderungsenergie bei Fachwerken: $\boxed{\mathcal{U} = \sum_i \frac{1}{2}\frac{S_i^2 . L_i}{(EA)_i}}$

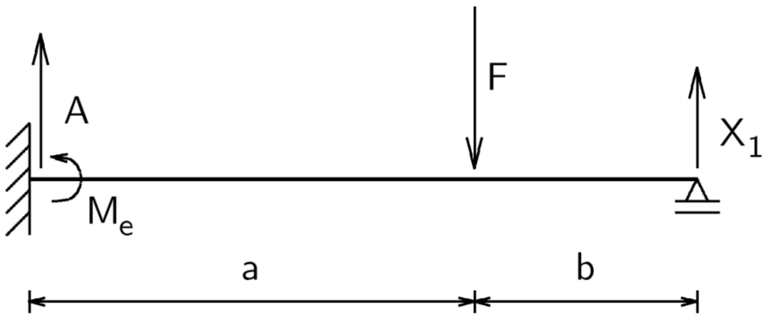
- Prinzip der virtuellen Arbeit:

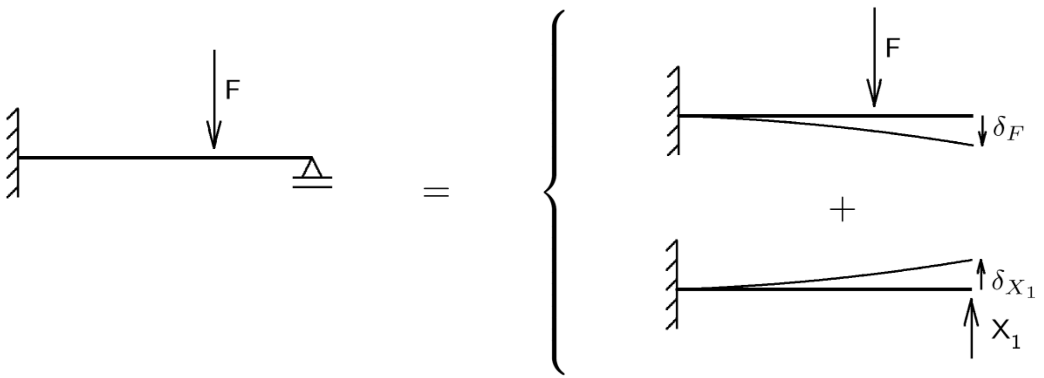
$$\delta W_a = \delta \mathcal{U}$$

δW_a: *virtuelle Arbeit*
$\delta \mathcal{U}$: *virtuelle Formänderungsenergie*

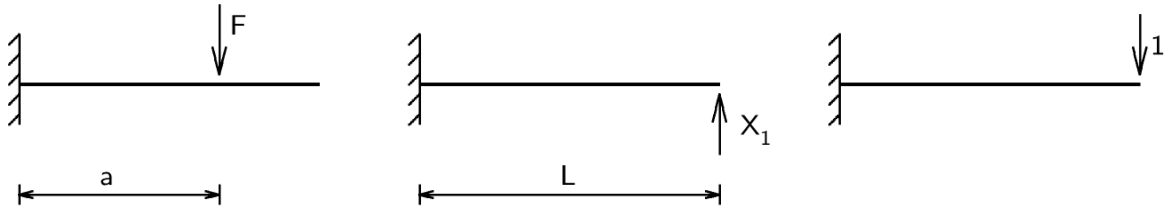
Kraftgrössenverfahren: Grundsätzliche Vorgehensweise

- Statisch unbestimmtes Problem:
- n-Bindungskomponente entsprechend des Grads der statisch Unbestimmtheit aufheben. Es entsteht ein statisch bestimmtes Grundsystems.
- Unter der vorgegebenen äusseren Last werden im Grundsystem Verschiebungen eintreten, die im statisch unbestimmten Ausgangssystem nicht möglich sind.





Kraftgrössenverfahren



- n-statisch bestimmte Ersatzprobleme Definieren (sbEP).
- An der Stelle der gelösten Bindungskomponente wird eine Einheitskraft/ Einheitsmoment in Richtung der freigemachten Verschiebung oder Drehung eingeführt.
- Ermittlung der Deformationen mittels Arbeitsgleichungen

$$\delta_F = v_F(L) = \int_0^L \bar{M}_{bF}(x) \frac{M_{bF}(x)}{\mathrm{EI}_z} dx$$

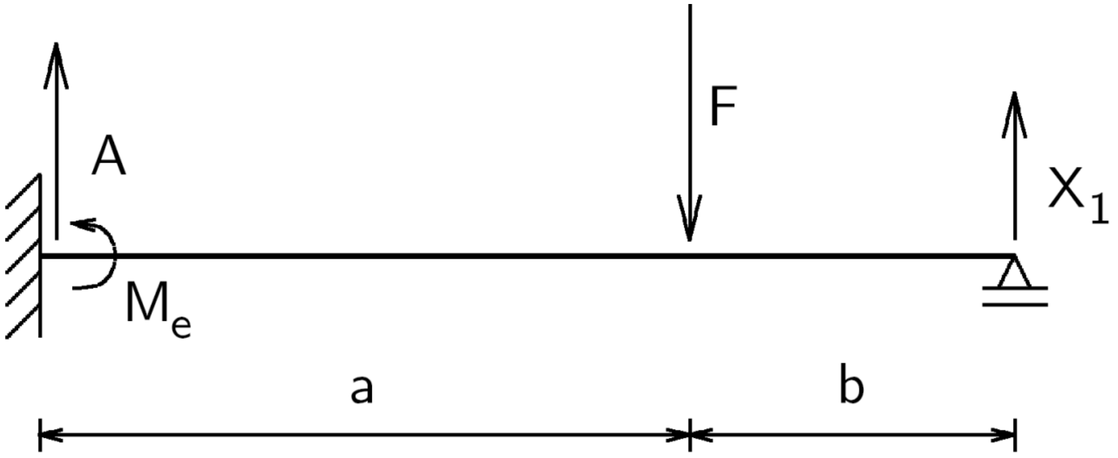
$$\delta_{X_1} = v_{X_1}(L) = \int_0^L \bar{M}_{bX_1}(x) \frac{M_{bX_1}(x)}{\mathrm{EI}_z} dx$$

- Verträglichkeitsbedingungen

$$\boxed{\delta_F + \delta_{X_1} = 0}$$

Kraftgrössenverfahren
Beispiel: Statisch unbestimmt gelagerter Biegebalken

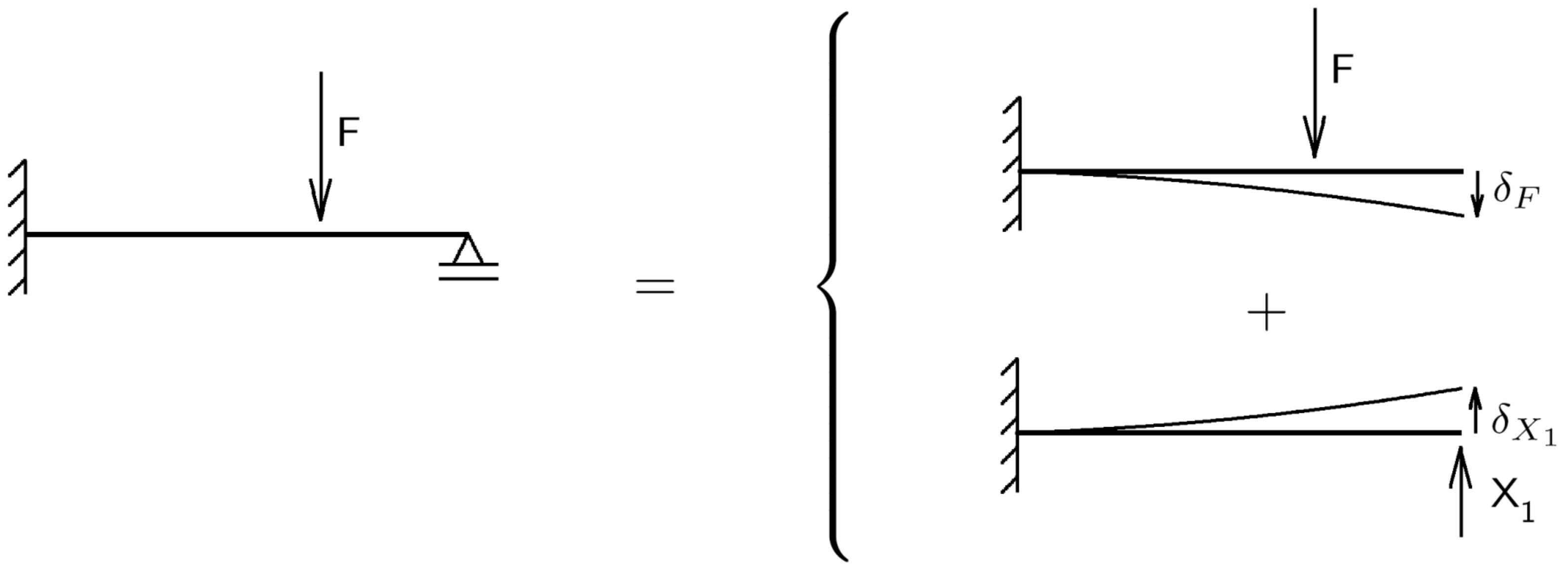
- Gleichgewichtsbedingungen:



$$F_{Ry}: \quad A - F + X_1 = 0$$
$$M_z: \quad a \cdot F - L \cdot X_1 - M_e = 0$$

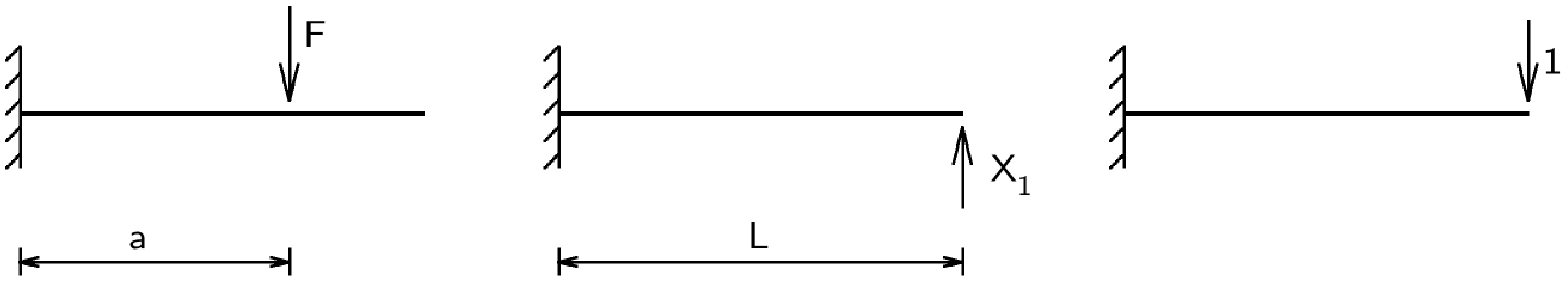
Kraftgrössenverfahren
Beispiel: Statisch unbestimmt gelagerter Biegebalken

- Bindungen entsprechend des Grades der statisch Unbestimmtheit aufheben:



Kraftgrössenverfahren
Beispiel: Statisch unbestimmt gelagerter Biegebalken

- Statisch bestimmtes Ersatzproblem (SbEP):



$0 \leq x < a: \quad M_{bF}(x) = (a - x) \cdot L$

$a \leq x \leq L: \quad M_{bF}(x) = 0$

$0 \leq x \leq L: \quad M_{bX_1}(x) = -(L - x) \cdot X_1$

$0 \leq x \leq L: \quad \bar{M}_{bX_1}(x) = (L - x) \cdot 1$

Kraftgrössenverfahren
Beispiel: Statisch unbestimmt gelagerter Biegebalken

- Ermittlung der Verschiebungen:

$$\delta_F = v_F(L) = \int_0^L \bar{M}_{bF}(x) \frac{M_{bF}(x)}{\mathrm{EI}_z} dx \qquad \delta_F = \int_0^a (L-x)\frac{(a-x)F}{\mathrm{EI}_z} dx = \frac{1}{2}a^2\left(L-\frac{1}{3}a\right)\frac{F}{\mathrm{EI}_z}$$

$$\delta_{X_1} = v_{X_1}(L) = \int_0^L \bar{M}_{bX_1}(x) \frac{M_{bX_1}(x)}{\mathrm{EI}_z} dx \qquad \delta_{X_1} = \int_0^L (L-x)\frac{-(L-x)X_1}{\mathrm{EI}_z} dx = -\frac{1}{3}L^3\frac{X_1}{\mathrm{EI}_z}$$

- Ermittlung der Lagerkräfte so dass:

$$\boxed{\delta_F + \delta_{X_1} = 0}$$

$$X_1 = \frac{3}{2}\frac{a^2(L-\frac{1}{3}a)}{L^2}F$$

$$A = \frac{2L^3-3a^2L+a^3}{2L^3}F$$

$$M_e = \frac{2aL^2-3a^2L+a^3}{2L^2}F$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

1. Formulieren der Gleichgewichtsbedingungen am Fachwerk.

2. Formulieren des **statisch bestimmten Ersatzsystems** (auch Nullsystem) durch Auftrennen von g statisch unbestimmten Auflagerbindungen bzw. Stäbe.

3. Ermitteln der Stabkräfte und Auflagerreaktionen S_{i0} im Ersatzsystem unter den Grundbelastungen. (Indizes i für die (s + l) Stäbe und Auflager)

4. Einführen einer Einheitslast $\bar{S}_m = 1$ in Richtung der m-ten Auflagerbindung bzw. eines Einheitskräftepaar an den Knoten in Richtung des m-ten geschnittenen Stabes und Ermitteln der Auflagerreaktionen bzw. der Stabkräfte.

5. Wiederholen des Verfahrens für alle m = 1,…g.

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken (Forts.)

6. Ermitteln der Verschiebungen der Knotenpunkte jeder gelösten Auflagerbindung:

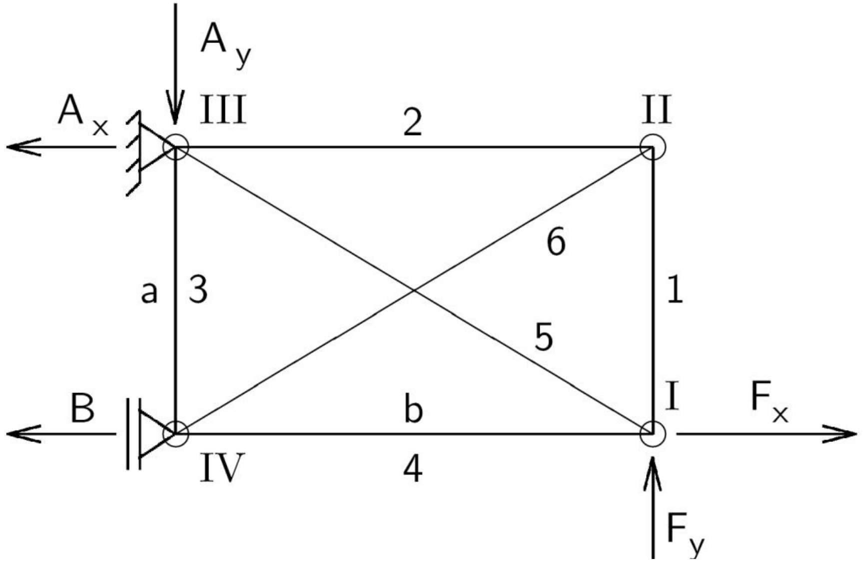
$$\delta_{m0} = \sum_{i=1}^{s+l} \frac{S_{i0}\ \bar{S}_{im}}{\mathrm{E}_i\ \mathrm{A}_i}\ \mathrm{L}_i \quad , \quad \bar{\delta}_{mn} = \sum_{i=1}^{s+l} \frac{\bar{S}_{im}\ \bar{S}_{in}}{\mathrm{E}_i\ \mathrm{A}_i}\ \mathrm{L}_i \qquad \text{für } m,n = 1,\ldots,g$$

7. Formulieren und Auflösen des Gleichungssystems der unbekannten Kräfte S_n:

$$\delta_{m0} + \sum_{n=1}^{g} S_n\ \bar{\delta}_{mn} = 0 \qquad m = 1,\ldots,g$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

1. Formulieren der Gleichgewichtsbedingungen am Fachwerk.



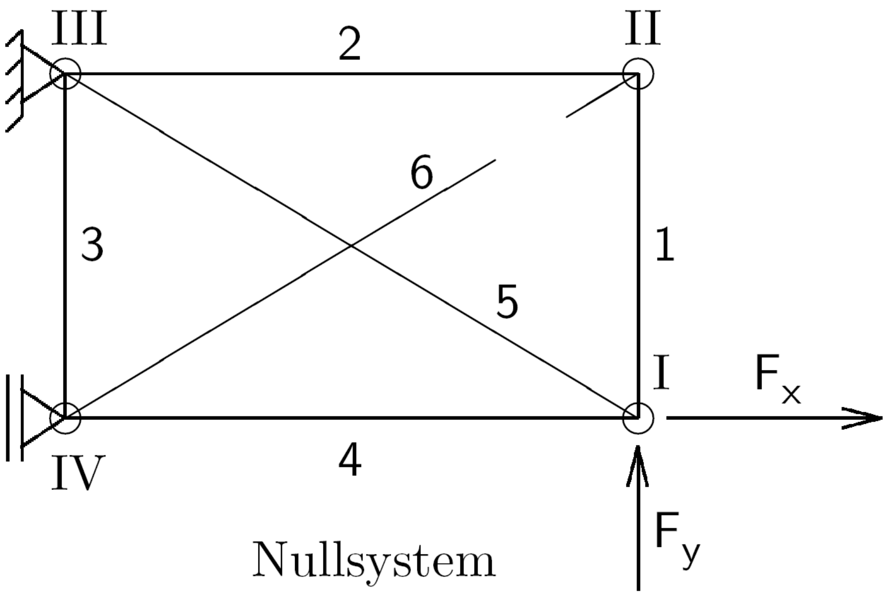
$$k = 4,\ l = 3,\ s = 6$$
$$f = 2 \cdot k - l - s = -1 < 0$$

$$\left.\begin{aligned} A_x + B - F_x &= 0 \\ A_y - F_y &= 0 \\ -aB + aF_x + bF_y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

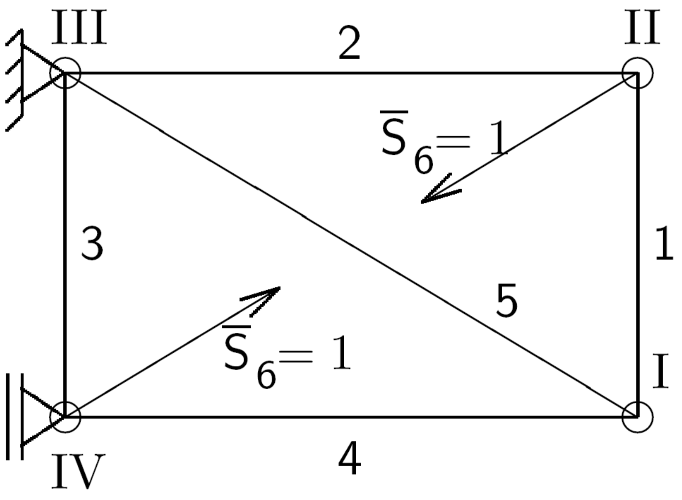
$$\Rightarrow \quad \left\{\begin{aligned} A_x &= -\tfrac{b}{a} F_y \\ A_y &= F_y \\ B &= F_x + \tfrac{b}{a} F_y \end{aligned}\right.$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

2. Formulieren des **statisch bestimmten Ersatzsystems** (auch Nullsystem) durch Auftrennen von g statisch unbestimmten Auflagerbindungen bzw. Stäbe.



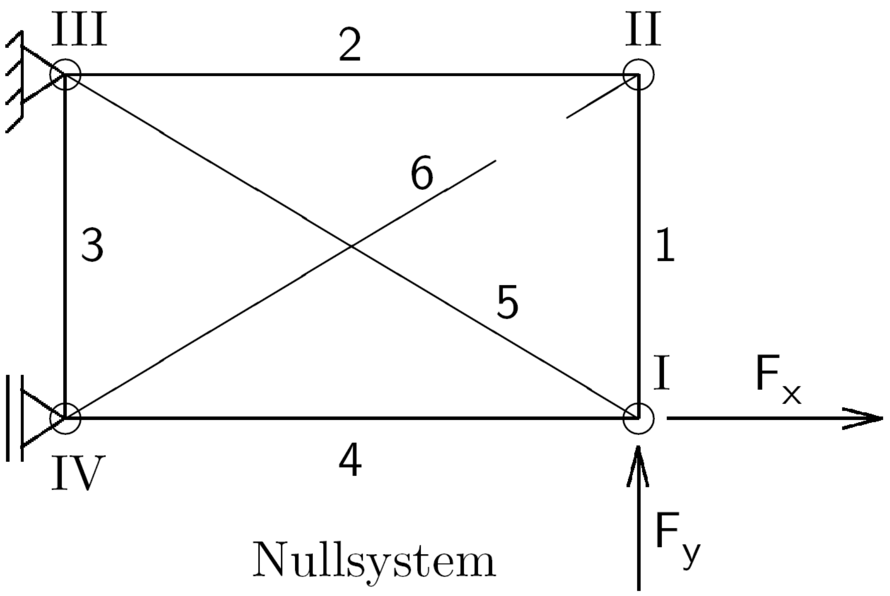
Nullsystem



Einheitslast

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

3. Ermitteln der Stabkräfte und Auflagerreaktionen S_{i0} im Ersatzsystem unter den Grundbelastungen. (Indizes i für die (s + l) Stäbe und Auflager)



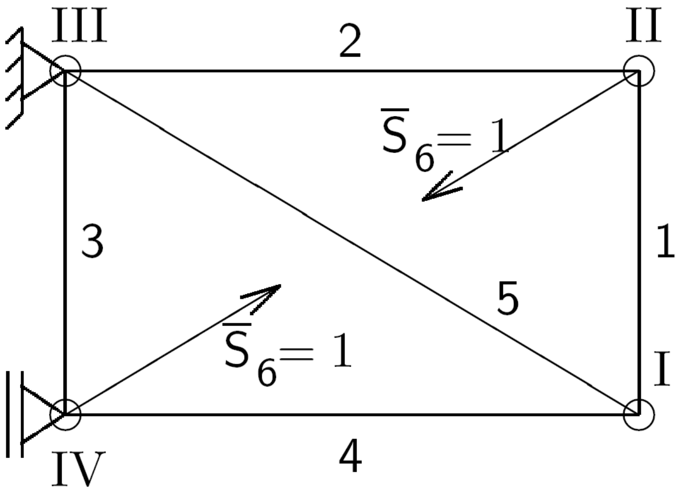
$$S_{10} = S_{20} = S_{30} = 0$$

$$S_{40} = F_x + \frac{b}{a} F_y$$

$$S_{50} = -\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} F_y$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

4. Einführen einer Einheitslast $\bar{S}_m = 1$ an den Knoten in Richtung des m-ten geschnittenen Stabes und Ermitteln der Stabkräfte.



Einheitslast

$$
\left.\begin{aligned}
I_y:&\quad \bar{S}_{11} + \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\bar{S}_{51} = 0\\
II_x:&\quad -\bar{S}_{21} - \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0\\
II_y:&\quad -\bar{S}_{11} - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0\\
IV_x:&\quad \bar{S}_{41} + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0\\
IV_y:&\quad \bar{S}_{31} + \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0
\end{aligned}\right\}
\left\{\begin{aligned}
\bar{S}_{11} &= \bar{S}_{31} = -\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\
\bar{S}_{21} &= \bar{S}_{41} = -\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\\
\bar{S}_{51} &= 1
\end{aligned}\right.
$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken

5. Wiederholen des Verfahrens für alle m = 1,…g.

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken (Forts.)

6. Ermitteln der Verschiebungen der Knotenpunkte jeder gelösten Auflagerbindung:

$$\delta_{10} = \frac{S_{40}\bar{S}_{41}}{\mathsf{E}_4\mathsf{A}_4}\mathsf{L}_4 + \frac{S_{50}\bar{S}_{51}}{\mathsf{E}_5\mathsf{A}_5}\mathsf{L}_5$$

$$= -\frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}\mathsf{E}_4\mathsf{A}_4}F_x - \left(\frac{b^3}{a\sqrt{a^2+b^2}\mathsf{E}_4\mathsf{A}_4} + \frac{a^2+b^2}{a\mathsf{E}_5\mathsf{A}_5}\right)F_y$$

$$\bar{\delta}_{11} = \frac{\bar{S}_{11}^2}{\mathsf{E}_1\mathsf{A}_1}\mathsf{L}_1 + \frac{\bar{S}_{21}^2}{\mathsf{E}_2\mathsf{A}_2}\mathsf{L}_2 + \frac{\bar{S}_{31}^2}{\mathsf{E}_3\mathsf{A}_3}\mathsf{L}_3 + \frac{\bar{S}_{41}^2}{\mathsf{E}_4\mathsf{A}_4}\mathsf{L}_4 + \frac{\bar{S}_{51}^2}{\mathsf{E}_5\mathsf{A}_5}\mathsf{L}_5 + \frac{\bar{S}_{61}^2}{\mathsf{E}_6\mathsf{A}_6}\mathsf{L}_6$$

$$= \frac{a^3}{a^2+b^2}\left(\frac{1}{\mathsf{E}_1\mathsf{A}_1} + \frac{1}{\mathsf{E}_3\mathsf{A}_3}\right) + \frac{b^3}{a^2+b^2}\left(\frac{1}{\mathsf{E}_2\mathsf{A}_2} + \frac{1}{\mathsf{E}_4\mathsf{A}_4}\right) + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\mathsf{E}_5\mathsf{A}_5} + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\mathsf{E}_6\mathsf{A}_6}$$

Vorgehen bei statisch unbestimmten Fachwerken (Forts.)

7. Formulieren und Auflösen des Gleichungssystems der unbekannten Kräfte S_n:

$$\boxed{\delta_{10} + S_6\,\bar{\delta}_{11} = 0}$$

Leitfaden

- Allgemeines
- Ebene statisch bestimmte Fachwerke
- Statisch unbestimmte Fachwerke
- Bestimmen von Knotenverschiebungen

Aufgabe 1 und 2

Aufgabe 3 und 4

Aufgabe 5 und 6

Bestimmen von Knotenverschiebungen

- Durch eine ähnliche Vorgehensweise wie bei der Berechnung von Einflusszahlen gehen auch die Verschiebungen eines beliebigen Knotens hervor.

1. Zunächst wird festgelegt, in welcher Richtung die Knotenverschiebung interessiert, indem wieder eine 1-Grösse im betreffenden Knoten angetragen wird.
2. Anschließend werden wieder sämtliche Stabkräfte im 0- und im 1-System ermittelt.
3. Die Verschiebung in 1-Richtung des betreffenden Knotens errechnet sich dann wie folgt:

$$\boxed{f_i = \delta_{01} = \sum_{r=1}^{s} \frac{S_{0r} S_{1r}}{E_r A_r} l_r}$$