ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institute for Dynamic Systems and Control
IDSC
Institut für Dynamische Systeme und Regelungstechnik

BSc - Sessionsprüfung **5.2.2011**

Regelungstechnik I (151-0591-00)

Prof. L. Guzzella

Musterlösung

Dauer der Prüfung:	**120 Minuten**
Anzahl der Aufgaben:	**8** (**unterschiedlich** gewichtet, total 69 Punkte)
Bewertung:	Um die Note 6 zu erlangen, müssen nicht alle Aufgaben gelöst werden. Bei jeder Aufgabe ist die Punktezahl angegeben. Falsche Antworten bei den Multiple-Choice Aufgaben geben Punkteabzug. (Detaillierte Angaben finden Sie bei den entsprechenden Aufgaben.)
Erlaubte Hilfsmittel:	20 A4-Blätter (**40 Seiten**) Taschenrechner (**zur Verfügung gestellt**). Die Assistenten dürfen keine Hilfe geben.
Zur Beachtung:	Lösen Sie die Aufgaben ausschliesslich auf den vorbereiteten Blättern. Alle Lösungen, ausser die Antworten bei Multiple-Choice Aufgaben, sind zu begründen.

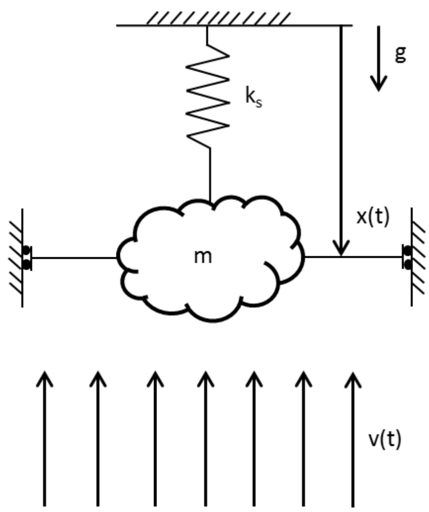
Aufgabe 1 (Modellierung und Linearisierung) 8 Punkte

Voser (Ott)

Ein Objekt mit der Masse m ist an einer Feder aufgehängt und wird von unten mit Luft angeströmt. Die Position des Objekts sei $x(t)$. Das Objekt ist seitlich reibungsfrei geführt. Die Luft hat die Geschwindigkeit $v(t)$. Diese kann eingestellt werden. Die Auftriebskraft des umströmten Objekts kann wie folgt modelliert werden:

$$F_a = \frac{1}{2} c_a \cdot \rho \cdot A \cdot v_{rel}^2 = k \cdot v_{rel}^2.$$

Diese Kraft ist abhängig von der Luftdichte ρ, von dem Auftriebsbeiwert c_a, von der Querschnittsfläche des Objekts A, und von der relativen Anströmgeschwindigkeit v_{rel}. In dieser Aufgabe kann k als konstant angenommen werden.
Die Feder ist linear (Federsteifigkeit k_s) und kann als masselos angenommen werden. Die Ruhelage der Feder ist bei 0. Die Gleichgewichtsposition des Objekts wird mit w_e bezeichnet.
Für die verwendeten Variablen gilt: $k, k_s, m, w_e > 0$.



a) (3 Punkte) Wie lauten die Differentialgleichungen, welche die vertikale Bewegung des Objekts beschreiben? Benutzen Sie die Luftgeschwindigkeit $v(t)$ als Eingangsgrösse und die Position $w(t)$ als Ausgangsgrösse des Systems. Schreiben Sie die Gleichungen in der Standardform auf, d.h. als ein System von nichtlinearen Differentialgleichungen *erster* Ordnung

$$\dot{z}(t) = f(z(t), v(t)), \quad w(t) = h(z(t), v(t)), \quad z(t) \in \mathbb{R}^2, \quad v(t), w(t) \in \mathbb{R}.$$

b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Luftgeschwindigkeit v_e, welche nötig ist, um das Objekt an der Position w_e im Gleichgewicht zu halten. Bemerkung: $w_e \leq m \cdot g / k_s$.

c) (3 Punkte) Linearisieren Sie die Systemgleichungen um diesen Gleichgewichtspunkt (auf eine Normierung wird verzichtet). Stellen Sie die Systemgleichungen in der Standardform dar (Zustandsraumdarstellung mit den Matrizen $\{A, b, c, d\}$).

Lösung 1

a) Mittels des Impulserhaltungssatzes findet man die folgende Differentialgleichung

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= m \cdot g - k_s \cdot x(t) - F_a(t) = m \cdot g - k_s \cdot x(t) - k \cdot (v(t) + \dot{x}(t))^2 \\ \ddot{x}(t) &= g - \frac{k_s}{m} \cdot x(t) - \frac{k}{m} \cdot (v(t) + \dot{x}(t))^2 \end{aligned}$$

Dies ist eine gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichung *zweiter* Ordnung. Durch folgende Wahl der Zustandsgrössen

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}$$

erhält man die Standardform *erster* Ordnung

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2(t) \\ g - \frac{k_s}{m} \cdot z_1(t) - \frac{k}{m} \cdot (v(t) + z_2(t))^2 \end{bmatrix}, \quad w(t) = z_1(t) \tag{1}$$

b) Damit das Objekt bei der Position $w_e = z_{1e}$ im Gleichgewicht ist, müssen alle Ableitungen in der Gleichung 1 gleich 0 sein.

$$\dot{z}(t) = 0 = \begin{bmatrix} z_{2e} \\ g - \frac{k_s}{m} \cdot z_{1e} - \frac{k}{m} \cdot (v_e + z_{2e})^2 \end{bmatrix}.$$

Die Zustände haben im Gleichgewichtspunkt w_e die folgenden Werte:

$$z_e = \begin{bmatrix} z_{1e} \\ z_{2e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_e \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Für die Eingangsgrösse v_e folgt:

$$v_e = \sqrt{\frac{m}{k}\left(g - \frac{k_s}{m} \cdot w_e\right)}.$$

Für die in der Aufgabenstellung gegebene Bedingung $w_e \leq m \cdot g / k_s$ ist der Term unter der Wurzel immer positiv.

c) Die Systemmatrizen des linearisierten Systems lauten:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \end{bmatrix}_{|z=z_e, v=v_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m} & -2 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}\left(g - \frac{k_s}{m} w_e\right)} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v} \end{bmatrix}_{|z=z_e, v=v_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}\left(g - \frac{k_s}{m} w_e\right)} \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial z_1} & \frac{\partial h}{\partial z_2} \end{bmatrix}_{|z=z_e, v=v_e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial v} \end{bmatrix}_{|z=z_e, v=v_e} = 0$$

Aufgabe 2 (Frequenzbereich, Zeitbereich) 8 Punkte

Zentner (Shafai)

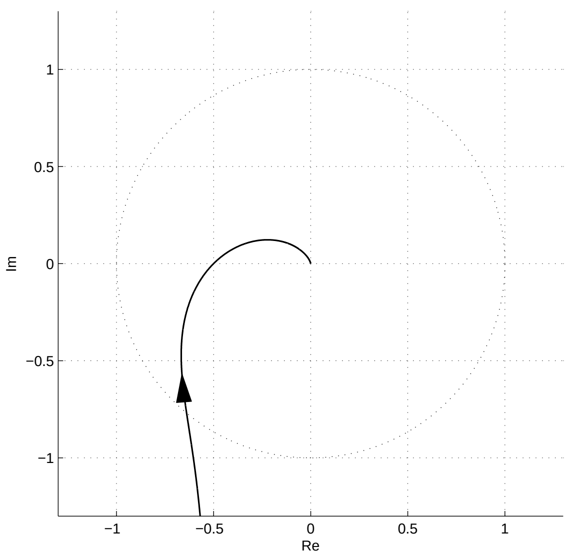
Gegeben sind 4 Übertragungsfunktionen offener Regelkreise $(L_1(s), L_2(s), L_3(s), L_4(s))$, die Nyquistdiagramme dieser offenen Regelkreise (Diagramm A, Diagramm B, Diagramm C, Diagramm D), sowie die Sprungantworten der daraus resultierenden geschlossenen Regelkreise (Sprungantwort 1, Sprungantwort 2, Sprungantwort 3, Sprungantwort 4). Ordnen Sie jeder Übertragungsfunktion das entsprechende Nyquistdiagramm des offenen Regelkreises, sowie die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises zu. Verwenden Sie für die Lösung die vorbereitete Tabelle.

Punktevergabe:
Pro richtige Zuordnung: +1 Punkt
Pro falsche Zuordnung: −1 Punkt
Minimalpunktzahl der Aufgabe: 0 Punkte

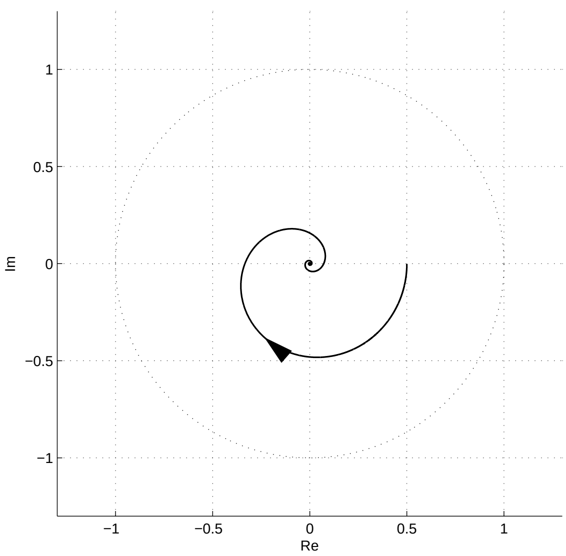
Tabelle für Lösung

Übertragungfunktion	$L_1(s) = \frac{1}{s^2+2s+2} \cdot e^{-s}$	$L_2(s) = \frac{3}{(s^2-s+6)}$	$L_3(s) = \frac{4}{(s^3+2s^2+4s)}$	$L_4(s) = \frac{(-2s+2)}{(s^2+3s+4)}$
Nyquistdiagramm				
Sprungantwort				

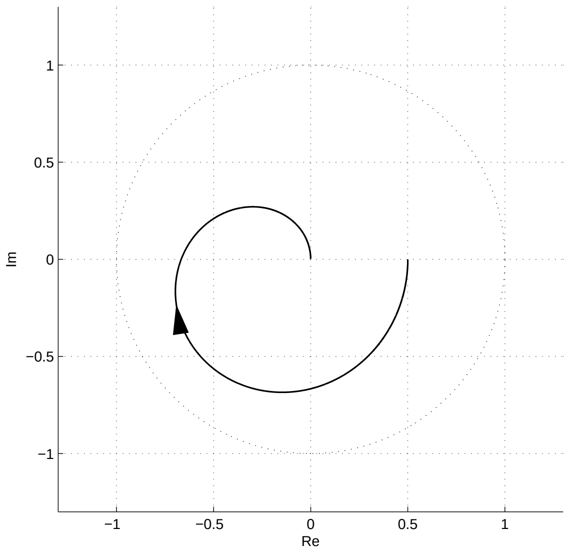
Nyquistdiagramm A



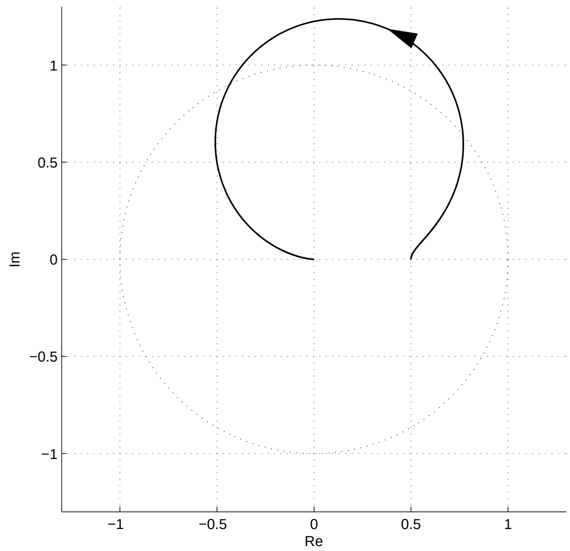
Nyquistdiagramm B



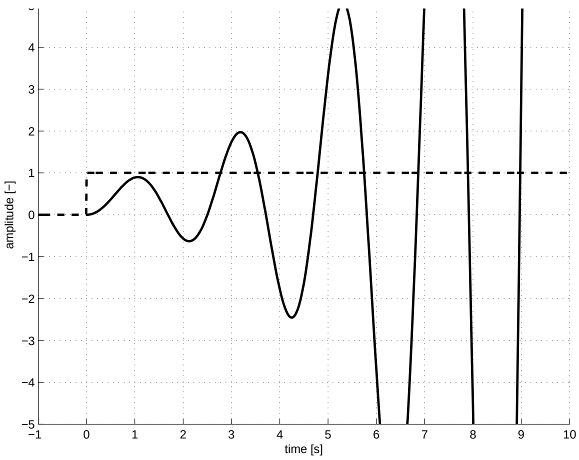
Nyquistdiagramm C



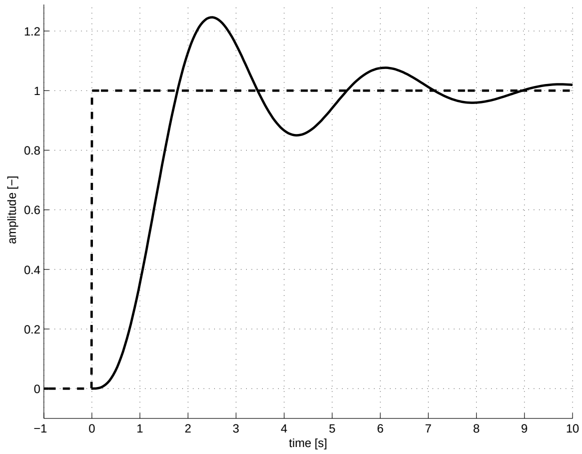
Nyquistdiagramm D



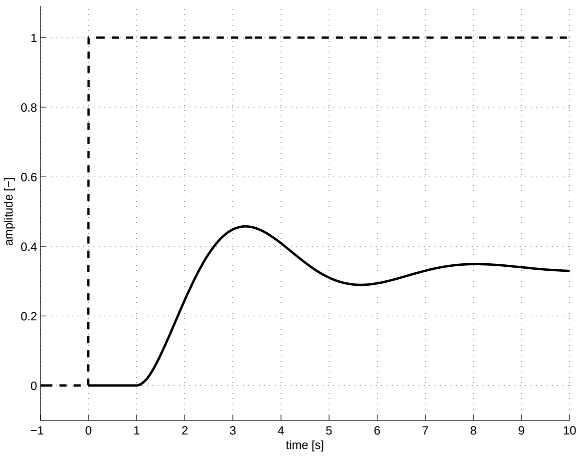
Sprungantwort 1



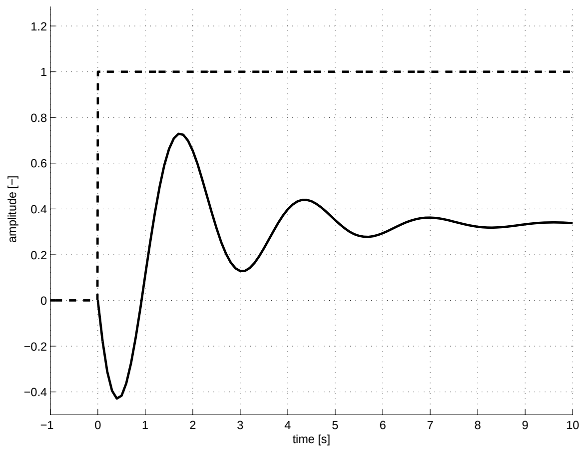
Sprungantwort 2



Sprungantwort 3



Sprungantwort 4



Lösung 2

Paare

Übertragungfunktion	$L_1(s) = \frac{1}{s^2+2s+2} \cdot e^{-s}$	$L_2(s) = \frac{3}{(s^2-s+6)}$	$L_3(s) = \frac{4}{(s^3+2s^2+4s)}$	$L_4(s) = \frac{(-2s+2)}{(s^2+3s+4)}$
Nyquistdiagramm	B	D	A	C
Sprungantwort	3	1	2	4

Erklärungen:
System 1
Das System hat eine Totzeit, diese ergibt im Nyquistdiagramm wegen der stetig fallenden Phase eine Spirale. In der Sprungantwort ist die Totzeit direkt ersichtlich. Es handelt sich also um Nyquistdiagramm B und Sprungantwort 3.

System 2
Das System hat 2 instabile Pole. Somit ist

$$\lim_{\omega \to \infty} (arg(L_2(j\omega))) = 180^\circ$$

dies trifft nur auf Diagramm D zu. Mit dem Nyquist-Kriterium (2 instabile Pole, keine Umrundung des kritischen Punkts) erkennt man, dass der geschlossene Regelkreis instabil sein muss. Somit passt nur Sprungantwort 1. Falls man das Nyquistdiagramm nicht zuordnen konnte, kann man auch die Pole des geschlossenen Regelkreises bestimmen:

$$T_2(s) = \frac{\frac{3}{(s^2-s+6)}}{1 + \frac{3}{(s^2-s+6)}} = \frac{3}{s^2 - s + 6 + 3}$$

$$s^2 - s + 6 + 3 = 0$$

$$s^2 - s + 9 = 0$$

$$\pi_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-36}}{2} = \frac{1 \pm j \cdot \sqrt{35}}{2}$$

System 3
Das System hat einen offenen Integrator, damit gilt:

$$\lim_{\omega \to 0} (|L_3(j\omega)|) = \infty$$

Dies trifft nur auf Diagramm A zu. Der offene Integrator verhindert im geschlossenen Regelkreis einen statischen Nachlauffehler, womit nur Sprungantwort 2 passt.

System 4
Das System hat 2 stabile Pole und eine nicht-minimalphasige Nullstelle. Somit ist

$$\lim_{\omega \to \infty} (arg(L_4(j\omega))) = -270^\circ$$

Ausserdem gilt

$$\lim_{\omega \to 0} (|L_4(j\omega)|) = 0.5$$

Dies trifft nur auf Diagramm C zu. Die nicht-minimalphasige Nullstelle führt bei der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises dazu, dass das System im ersten Moment in die 'falsche Richtung' reagiert. Somit passt nur Sprungantwort 4.

Aufgabe 3 (Reglerauslegung) **7 Punkte**

Ott (Voser)

Gegeben ist das Modell einer Regelstrecke

$$P(s) = \frac{10}{s \cdot (s+1)}$$

Die Regelstrecke sei mit hochfrequentem Messrauschen beaufschlagt.

a) (3 Punkte) Für diese Regelstrecke müssen Sie einen PD-Regler auslegen.

$$C(s) = k_p \cdot (1 + T_d \cdot s)$$

Es wird gefordert, dass das Regelsystem eine Durchtrittsfrequenz von $\sqrt{3}\ \frac{rad}{s}$ und eine Phasenreserve von 60° haben soll. Bestimmen Sie die beiden Parameter (k_p, T_d) des Reglers.

b) (3 Punkte) Der Regler soll um einen Tiefpassfilter 2. Ordnung ergänzt werden. Die Übertragungsfunktion des Filters sei:

$$F(s) = \frac{k_F}{(\tau \cdot s + 1)^2}$$

Es wird gefordert, dass die Durchtrittsfrequenz weiterhin $\sqrt{3}\ \frac{rad}{s}$ beträgt. Die Phasenreserve soll 45° betragen. Bestimmen Sie die Filterparameter (k_F, τ). Die Parameter des Reglers (k_p, T_d) werden nicht verändert.

c) (1 Punkt) Wozu dient der Tiefpassfilter und weshalb ist er in diesem Beispiel besonders wichtig? (Erklärung in 1 - 2 Sätzen)

Lösung 3

a) Aus den Spezifikationen lassen sich zwei Gleichungen für die Phase und den Betrag der Kreisverstärkung bei der Durchtrittsfrequnz ableiten. Für die Phase ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\angle\left(L(j\omega_c)\right) &= -180^\circ + 60^\circ \\
\angle\left(C(j\omega_c) \cdot P(j\omega_c)\right) &= \dots \\
\angle\left(C(j\omega_c)\right) + \angle\left(P(j\omega_c)\right) &= \dots \\
\angle\left(k_p \cdot (1 + T_d \cdot j\omega_c)\right) + \angle(10) - \angle(j\omega_c) - \angle(j\omega_c + 1) &= \dots \\
\arctan\left(\frac{T_d \cdot \sqrt{3}}{1}\right) + 0 - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) &= -120^\circ
\end{aligned}$$

Daraus lässt sich direkt T_d bestimmen:

$$T_d = \frac{1}{3} s$$

Für den Betrag der Kreisverstärkung bei der Durchtrittsfrequenz ergibt sich:

$$\begin{aligned} |L(j\omega_c)| &= 1 \\ |C(j\omega_c) \cdot P(j\omega_c)| &= 1 \\ |k_p| \cdot |1 + T_d \cdot j\omega_c| \cdot |10| \cdot \frac{1}{|j\omega_c| \cdot |j\omega_c + 1|} &= 1 \\ k_p \cdot \sqrt{1^2 + \left(T_d\sqrt{3}\right)^2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2}} &= 1 \end{aligned}$$

Woraus k_p bestimmt werden kann:

$$k_p = 0.3$$

b) Um die Spezifikationen zu erfüllen muss der Filter bei der Durchtrittsfrequenz einen Betrag von 1 und einen Phasenverlust von 15° aufweisen. Es folgt:

$$\angle(F(j\omega_c)) = -2 \cdot \arctan(\tau\sqrt{3}) = -15^\circ$$

Es folgt für τ:

$$\tau \approx 0.076s$$

Und weiter:

$$|F(j\omega_c)| = \frac{k_F}{(\tau \cdot \sqrt{3})^2 + 1} = 1$$

Es folgt:

$$k_F \approx 1.017$$

c) Der Tiefpassfilter dämpft das immer vorhandene hochfrequente Messrauschen, dies ist bei differezierenden Reglern besonders wichtig. Der PD-Regler mit dem Tiefpassfilter 2. Ordnung hat relative Ordnung 1, womit hohe Frequenzen abgedämpft werden. Ohne Filter würde der Regler das hochfrequente Rauschen stark verstärken.

Auch korrekt: Der PD-Regler $k_p(1 + T_d \cdot s)$ kann so nicht realisiert werden (relativer Grad $r = -1$). Mit dem Tiefpassfilter zusammen entsteht ein realisierbares Element (relativer Grad $r = +1$).

Aufgabe 4 (Laplace-Transformation) 10 Punkte

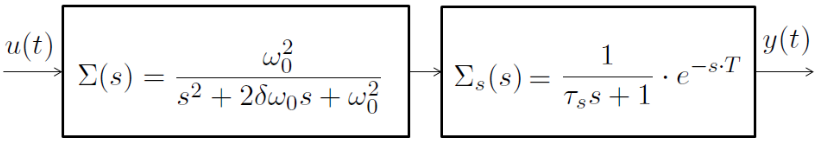
Amacher (Alberding)

Die folgenden beiden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) (4 Punkte) Gegeben sei die Übertragungsfuktion $P(s)$. Gesucht ist die Zeitantwort $y(t)$ des gegebenen Systems auf eine Anregung durch das Signal $u(t)$, wobei $\omega = 2$ gelten soll.

$$\begin{aligned} P(s) &= \frac{s+2}{(s+1)\cdot(s+3)} \\ u(t) &= h(t)\cdot\sin(\omega\cdot t) \end{aligned}$$

b) (6 Punkte) Der Ausgang eines Systems $\Sigma(s)$ wird mit Hilfe eines Sensors gemessen, der durch die Übertragungsfunktion $\Sigma_s(s)$ beschrieben werden kann. Das Blockschaltbild des Gesamtsystems sieht wie folgt aus[1]:



Für das System $\Sigma(s)$ sei (für eine Sprungantwort) folgendes bekannt:

- Die Anstiegszeit t_{90} ist 2.5 Sekunden
- Der maximale Überschwinger $\hat{\epsilon}$ beträgt 25%

i) Wie lautet (näherungsweise) die Übertragungsfunktion des Systems $\Sigma(s)$?

ii) Die Systemantwort auf eine Einheitssprungfunktion wurde gemessen. Folgende Zeitfunktion wurde in die Messdaten gefittet:

$$\begin{aligned} u(t) &= h(t) \\ y(t) &= h(t-T)\cdot\left[1 + a_1\cdot e^{b_1\cdot(t-T)} + e^{b_2\cdot(t-T)}\cdot\left(a_2\cdot\cos(\omega\cdot(t-T)) + a_3\cdot\sin(\omega\cdot(t-T))\right)\right] \end{aligned}$$

Die zugehörigen Zahlenwerte lauten wie folgt:

a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	ω	T
-0.1714	-0.8286	-0.86	-2	-0.3059	0.6932	0.01

Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ_s sowie die Totzeit T des Sensors.

[1] Beachten Sie: Das System enthält keine endlichen Nullstellen.

Lösung 4

a) Die Laplacetransformation des Eingangssignals lautet wie folgt:

$$\begin{aligned} U(s) &= \mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\{h(t)\cdot\sin(\omega\cdot t)\} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2} = \frac{2}{s^2+4} \\ &= \frac{2}{(s+2\mathrm{j})\cdot(s-2\mathrm{j})} \end{aligned}$$

Y(s) wird dann wie folgt:

$$Y(s) = P(s)\cdot U(s) = \frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+3)\cdot(s+2j)\cdot(s-2j)}$$

Mit Hilfe der Partialbruchzerlegung kann dieser Ausdruck in einfach transformierbare Terme zerlegt werden. Für p Pole π_i der Vielfachheit ϕ_i ist sie definiert durch:

$$Y(s) = \sum_{i=1}^{p}\sum_{k=1}^{\phi_i}\frac{\rho_{i,k}}{(s-\pi_i)^k} \qquad \rho_{i,k}\in\mathbb{C}$$

Die Residuen $\rho_{i,k}$ werden folgendermassen berechnet:

$$\rho_{i,k} = \lim_{s\to\pi_i}\frac{1}{(\phi_i-k)!}\left[\frac{d^{(\phi_i-k)}}{ds^{(\phi_i-k)}}\left\{Y(s)\cdot(s-\pi_i)^{\phi_i}\right\}\right]$$

Es gibt folgende Pole:

$$\pi_1 = -1;\ \pi_2 = -3;\ \pi_3 = -2\mathrm{j};\ \pi_4 = 2\mathrm{j}$$

wobei die Vielfachheiten ϕ_i alle gleich 1 sind. Damit lassen sich die Residuen berechnen:

$$\begin{aligned}
\rho_{1,1} &= \lim_{s\to-1}\frac{1}{(1-1)!}\left[\frac{d^{(1-1)}}{ds^{(1-1)}}\left\{\frac{2\cdot(s+2)}{(s+3)\cdot(s+2j)\cdot(s-2j)}\right\}\right] \\
&= \lim_{s\to-1}\frac{2\cdot(s+2)}{(s+3)\cdot(s^2+4)} = \frac{1}{5} \\
\rho_{2,1} &= \lim_{s\to-3}\frac{1}{(1-1)!}\left[\frac{d^{(1-1)}}{ds^{(1-1)}}\left\{\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+2j)\cdot(s-2j)}\right\}\right] \\
&= \lim_{s\to-3}\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s^2+4)} = \frac{1}{13} \\
\rho_{3,1} &= \lim_{s\to-2j}\frac{1}{(1-1)!}\left[\frac{d^{(1-1)}}{ds^{(1-1)}}\left\{\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+3)\cdot(s-2j)}\right\}\right] \\
&= \lim_{s\to-2j}\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+3)\cdot(s-2j)} = \frac{1}{65}(-9+7j) \\
\rho_{4,1} &= \lim_{s\to2j}\frac{1}{(1-1)!}\left[\frac{d^{(1-1)}}{ds^{(1-1)}}\left\{\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+3)\cdot(s+2j)}\right\}\right] \\
&= \lim_{s\to2j}\frac{2\cdot(s+2)}{(s+1)\cdot(s+3)\cdot(s+2j)} = \frac{1}{65}(-9-7j)
\end{aligned}$$

Die einzelnen Terme können nun einfach transformiert werden:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{s+1}+\frac{1}{13}\cdot\frac{1}{s+3}+\frac{1}{65}\cdot\left(\frac{-9+7j}{s+2j}+\frac{-9-7j}{s-2j}\right)\right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{s+1}+\frac{1}{13}\cdot\frac{1}{s+3}+\frac{1}{65}\cdot\frac{-18s+28}{s^2+4}\right\} \\ &= h(t)\cdot\left[\frac{1}{5}\cdot \mathrm{e}^{-t}+\frac{1}{13}\cdot \mathrm{e}^{-3t}+\frac{1}{65}\left(-18\cdot\cos(2t)+14\cdot\sin(2t)\right)\right] \end{aligned}$$

b) i) Näherungsweise gilt folgender Zusammenhang:

$$\hat{\epsilon} = e^{\frac{-\delta\pi}{\sqrt{1-\delta^2}}}$$

Daraus folgt für δ:

$$\delta = \sqrt{\frac{\ln^2(\hat{\epsilon})}{\ln^2(\hat{\epsilon})+\pi^2}} \approx 0.4$$

Weiter gilt:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{t_{90}}(0.14+0.4\cdot\delta) \approx 0.76$$

Das System $\Sigma(s)$ kann also wie folgt approximiert werden:

$$\Sigma(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2+2\delta\omega_0 s+\omega_0^2} \approx \frac{0.5741}{s^2+0.6118\cdot s+0.5741}$$

ii) Eine Laplacetransformation des Signals $y(\mathrm{t})$ ergibt:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \mathcal{L}\Big\{h(t-T)\Big[1+a_1\cdot e^{b_1\cdot(t-T)}+\ \ldots \\ \ldots\ &+ e^{b_2\cdot(t-T)}\cdot\big(a_2\cdot\cos(\omega\cdot(t-T))+a_3\cdot\sin(\omega\cdot(t-T))\big)\Big]\Big\} \\ &= e^{-s\cdot T}\cdot\left[\frac{1}{s}+\frac{a_1}{s-b_1}+\frac{a_2\cdot(s-b_2)}{(s-b_2)^2+\omega^2}+\frac{a_3\cdot\omega}{(s-b_2)^2+\omega^2}\right] \end{aligned}$$

Aus den Angaben im Blockschaltbild ist bekannt, dass das System keine endlichen Nullstellen enthält. Daher kann der Ausdruck für $Y(s)$ wie folgt vereinfacht werden:

$$\begin{aligned} Y(s) &= e^{-s\cdot T}\cdot\left[\frac{0\cdot s^3+0\cdot s^2+0\cdot s-b_1\cdot(b_2^2+\omega^2)}{s\cdot(s-b1)\cdot[(s-b_2)^2+\omega^2]}\right] \\ &= e^{-s\cdot T}\cdot\left[\frac{b_2^2+\omega^2}{s\cdot(\frac{s}{-b_1}+1)\cdot[s^2-2b_2s+b_2^2+\omega^2]}\right] \\ &= \frac{1}{s}\cdot\frac{0.5741}{s^2+0.6118\cdot s+0.5741}\cdot\frac{1}{\tau_s s+1}\cdot e^{-s\cdot T} \\ &= U(s)\cdot\Sigma(s)\cdot\Sigma_s(s) \end{aligned}$$

Aus der Übertragungsfunktion $\Sigma_s(s)$ des Sensors kann nun die Zeitkonstante τ_s und die Totzeit T herausgelesen werden:

$$\tau_s = \frac{1}{-b_1} = 0.5,\ T = 0.01$$

Aufgabe 5 (Stabilisierung) 10 Punkte

Guzzella (Shafai)

Das neue Modell C30 von Sauber hat leider eine starke Tendenz zum Übersteuern (unkontrolliertes Anwachsen des Gierwinkels). Bevor Kamui Kobayashi auf die Teststrecke geschickt wird, fragt Sie der Teamchef Peter Sauber, ob Kobayashi überhaupt eine Chance hat, das Fahrzeug auf der Strecke zu halten.

Als erstes holen Sie sich in der Abteilung für Fahrzeugdynamik das mathematische Modell des Rennwagens

$$\Theta \cdot \frac{d^2}{dt^2}\gamma(t) = c \cdot \gamma(t) + c \cdot \alpha(t) \tag{2}$$

wobei γ der Gierwinkel des Autos ist (output des Systems) und α der Lenkwinkel ist (input des Systems). Die Parameter wurden bereits experimentell bestimmt mit den folgenden Werten $\Theta \approx 200\ kg\, m^2$ und $c \approx 5'000\ N\, m/rad$.

Für das Fahrverhalten von Kobayashi nehmen Sie an, dass sein Übertragungsverhalten durch die folgende Gleichung beschrieben wird

$$\alpha(s) = C(s) \cdot e(s), \quad C(s) = k \cdot \frac{b \cdot s + 1}{a \cdot s + 1}, \quad k > 0,\ a > 0,\ b > 0$$

wobei der Fehler $e(t)$ die Differenz zwischen dem gewünschten und dem tatsächlichen Gierwinkel ist. Kobayashi und das Auto bilden also ein klassisches Regelsystem, wie es in Bild 1 dargestellt ist (die Störungen $d(t)$ sind z.B. die von den Randsteinen ausgeübten Querkräfte).

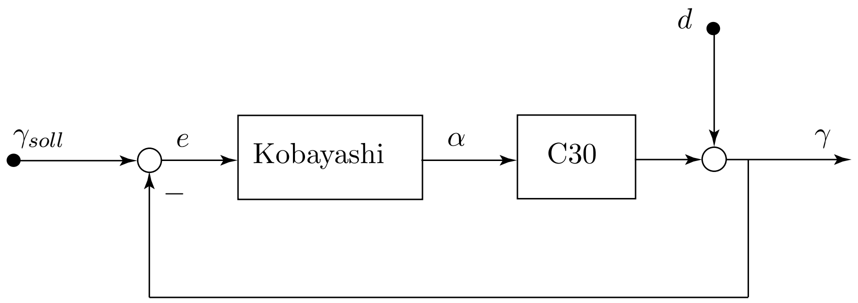


Abbildung 1: Struktur des Regelkreises.

a) (1 Punkt) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $P(s)$ des C30.

b) (1 Punkt) Berechnen Sie den Frequenzgang $P(j\omega)$ des C30.

c) (1 Punkt) Tragen Sie diesen Frequenzgang im beiliegenden Nyquistdiagramm ein.

d) (3 Punkte) Wie muss der Frequenzgang des offenen Regelkreises $L(j\omega) = P(j\omega) \cdot C(j\omega)$ *qualitativ* aussehen, damit das geschlossene Regelsystem asymptotisch stabil ist? (Skizzieren Sie diese Kurve in das beiliegende Nyquistdiagramm.) Begründen Sie Ihre Antwort!

e) (3 Punkte) Geben Sie numerische Werte für die Parameter k, a, b an, welche einen asymptotisch stabilen Regelkreis ergeben.

f) (1 Punkt) Was meinen Sie: erfüllt Kobayashi diese Anforderungen?

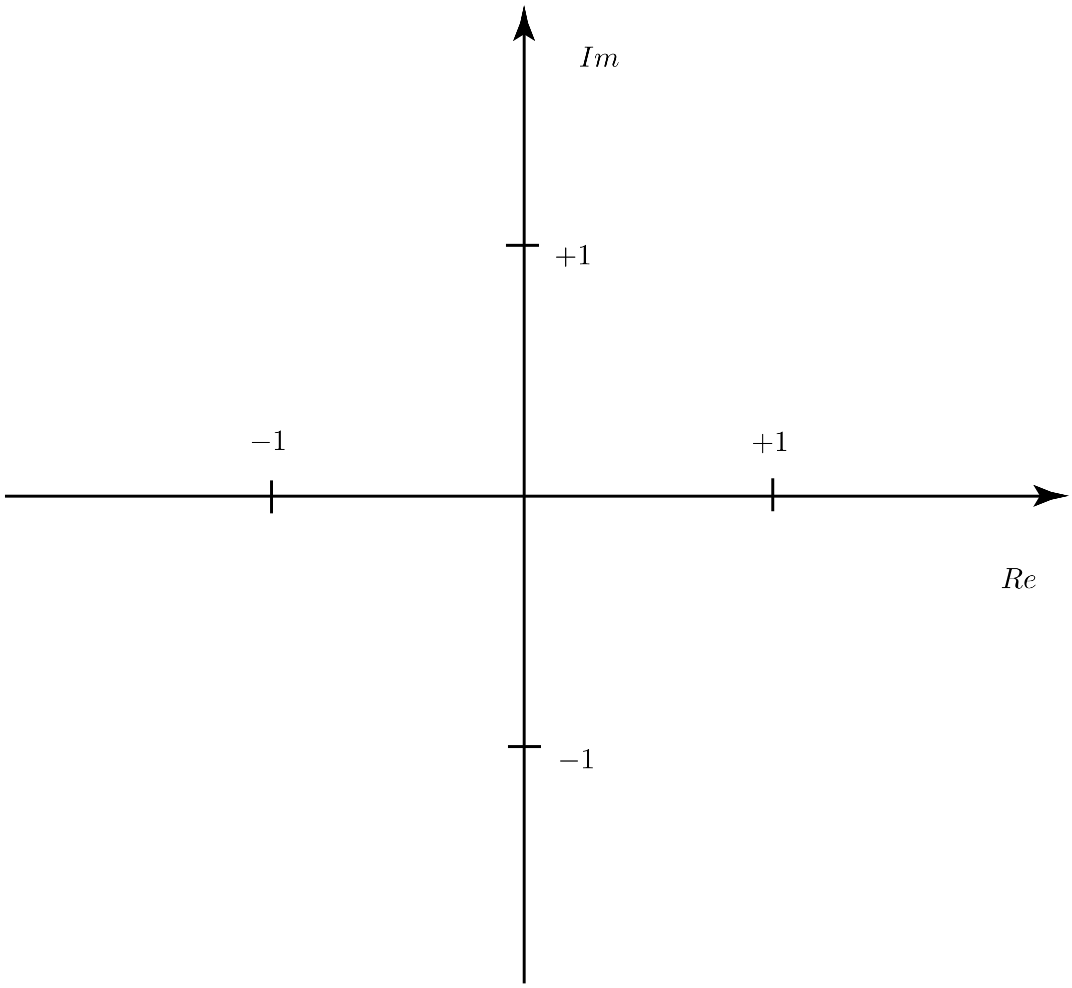


Abbildung 2: Nyquist Ebene.

Lösung 5

a) Die Übertragungsfunktion erhält man aus der Laplace-Transformation der Streckengleichung

$$\Theta \cdot s^2 \cdot \gamma(s) = c \cdot \gamma(s) + c \cdot \alpha(s) \quad \Rightarrow \quad P(s) = \frac{\gamma(s)}{\alpha(s)} = \frac{c}{\Theta \cdot s^2 - c}$$

b) Den Frequenzgang erhält man aus Übertragungsfunktion durch den Übergang $s \;\rightarrow\; j\omega$

$$P(j\omega) = \frac{c}{\Theta \cdot (j\omega)^2 - c} = \frac{-c}{\Theta \cdot \omega^2 + c}$$

c) Da $c > 0$ und $\Theta > 0$ gilt, ist der Frequenzgang $P(j\omega)$ für alle Frequenzen rein negativ. Es gelten die beiden Extremwerte

$$P(0) = -1, \quad P(j\infty) = 0$$

so dass die im Lösungsbild eingezeichnete Kurve resultiert.

d) Die Strecke hat einen instabilen Pol $\pi^+ = \sqrt{\frac{c}{\Theta}} = 5$ rad/s, der Regler hingegen ist asymptotisch stabil ($a > 0$). Laut dem Nyquistkriterium muss also der Frequenzgang des offenen Regelkreises $L(j\omega)$ den kritischen Punkt $-1 + j\,0$ einmal im Gegenuhrzeigersinn umkreisen, damit das geschlossene Regelsystem stabil ist. Eine Möglichkeit ist im Lösungsbild eingetragen.

e) Der Regler $C(s)$ ist ein Lead ($b > a$) oder ein Lag-Element ($b < a$). Im Lösungsbild ist nur der Frequenzgang $C(j\omega)$ des Lead-Elements eingetragen, da nur dieser Frequenzgang mit $P(j\omega)$ multipliziert die gewünschte Umrundung des kritischen Punkts ergibt. Es ist klar, dass $k > 1$ sein muss, damit $L(0)$ negativer als -1 ist. Da der instabile Pol der Strecke bei 5 rad/s ist, muss $1/b$ (Frequenzen ab denen die Phase des Reglers zu steigen beginnt) kleiner als $0.5 \cdot 5$ rad/s sein und $1/a$ (Frequenzen ab denen die Phase des Reglers wieder zu sinken beginnt) muss grösser $2 \cdot 5$ rad/s sein, also ist z.B. die Wahl $k = 1.5$, $b = 0.4$ s und $a = 0.1$ s eine sinnvolle Möglichkeit. (Bemerkung: Das sich daraus ergebende Nyquistdiagramm $L(j\omega)$ ist *kein* Kreis. Die im Lösungsbild gezeigte Kurve $L(j\omega)$ ist nur schematisch zu verstehen.)

f) Die Zeitkonstante $a = 0.1$ s (der Pol des Reglers) entspricht der Reaktionszeit von Kobayashi. Ein guter F1-Rennfahrer erreicht solche Werte problemlos …

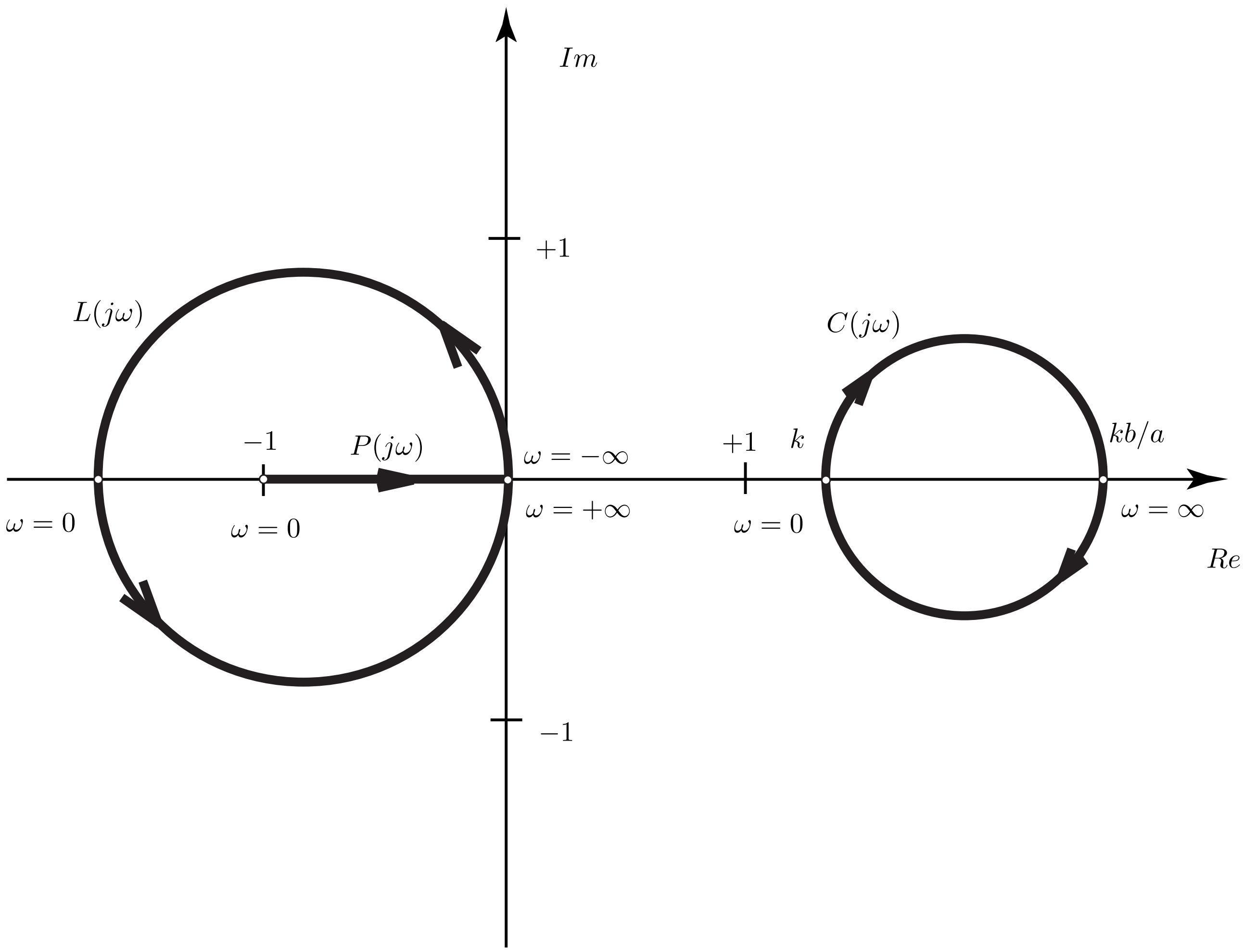


Abbildung 3: Nyquist Ebene; Lösungen.

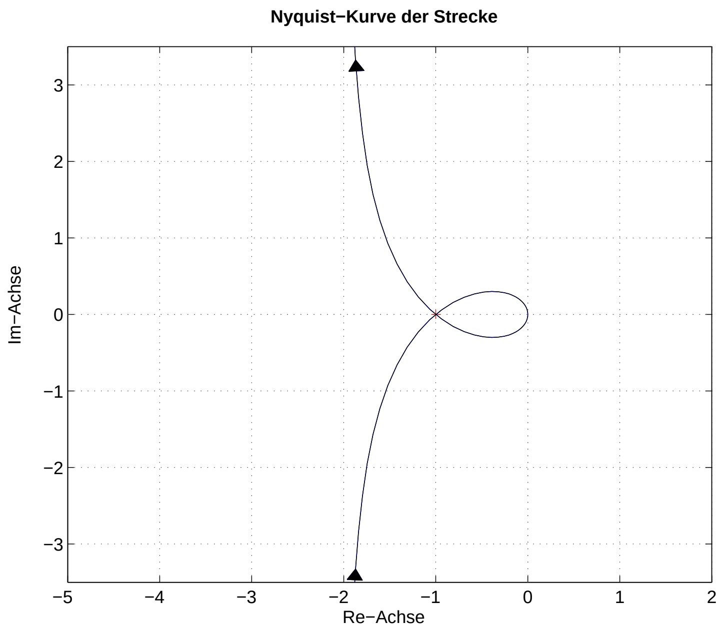
Aufgabe 6 (Nyquist-Plot, Nyquist-Kriterium) 10 Punkte

Shafai (Guzzella)

a) (3 Punkte) Gegeben ist die Übertragungsfunktion einer Strecke mit den beiden Parametern k und a, wobei $a > 0$:

$$P(s) = \frac{k}{s} \cdot \frac{s-a}{s+a}.$$

Im folgenden Bild ist ausserdem das Nyquist-Diagramm $P(j\omega)$ der Strecke aufgezeichnet.

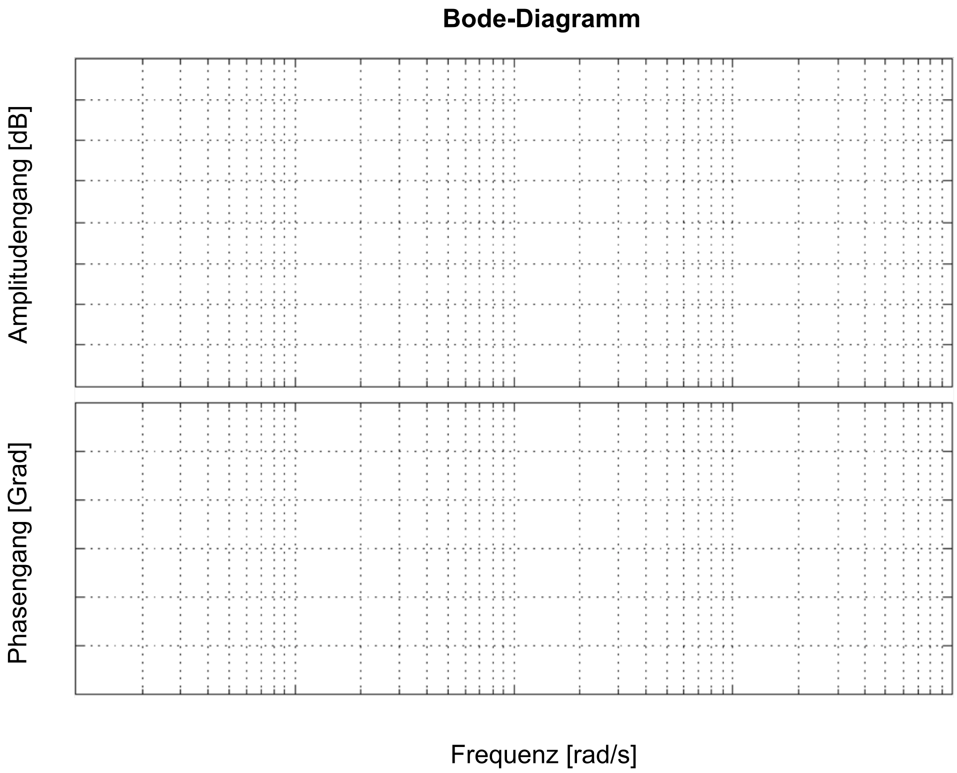


Verwenden Sie die folgenden zwei Informationen aus dem Nyquist-Diagramm, um die beiden Parameter k und a zu bestimmen:

$$P(j \cdot 1) = -1 + 0 \cdot j$$

$$\lim_{w \to 0^+} P(j\omega) = -2 - \infty \cdot j$$

b) (2 Punkte) Skizzieren Sie den Frequenzgang der Strecke für $\omega \in [0, \infty]$ im vorbereiteten Bode-Diagramm auf der nächsten Seite. In der Skizze müssen folgende Grössen exakt angegeben werden: Die Steigung(en) im Amplitudengang in dB/dek, der Durchtrittspunkt der Nyquistkurve in den Einheitskreis, die beiden Grenzwerte für $w \to 0^+$ und $w \to \infty$ im Phasengang.



c) (2 Punkte) Nun möchten Sie einen stabilisierenden P-Regler $C(s) = k_p$ für die Strecke $P(s)$ finden. Entscheiden Sie anhand des Nyquist-Kriteriums, für welche Verstärkungen k_P die Strecke mit einem P-Regler stabilisiert werden kann.

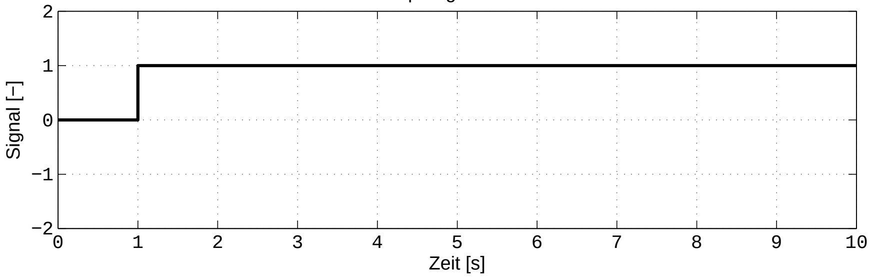
d) (1 Punkt) Wie gross ist die Phasenreserve des Regelsystems mit $k_p = 1$?

e) (2 Punkte) Da Sie mit dem Reglerverhalten noch nicht zufrieden sind, benutzen Sie statt einem P-Regler einen PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$C(s) = 0.5 + 0.5 \cdot s.$$

Zeichnen Sie qualitativ die Einheitssprungantwort des geschlossenen Regelkreises in untenstehendes Bild. Der Einheitsprung erfolgt bei 1 Sekunde.

Hinweis: Falls Sie die Teilaufgabe a) nicht gelöst haben, dürfen Sie diese Teilaufgabe für $k = -1$ und $a = 1$ lösen.



Lösung 6

a) (3 Punkte)
Der Frequenzgang wird zunächst in Real- und Imaginär-Teil zerlegt:

$$P(j\omega) = \frac{k}{j\omega} \cdot \frac{j\omega - a}{j\omega + a} = \frac{2ak}{\omega^2 + a^2} - \frac{k \cdot (\omega^2 - a^2)}{\omega \cdot (\omega^2 + a^2)} \cdot j$$

Mit Hilfe der Information über den Real-Teil für $w \to 0^+$ erhalten wir

$$k = -a$$

Mit Hilfe der Information über den Real-Teil für $w = 1$ erhalten wir

$$\frac{2ak}{1 + a^2} = -1$$

$k = -a$ eingesetzt ergibt:

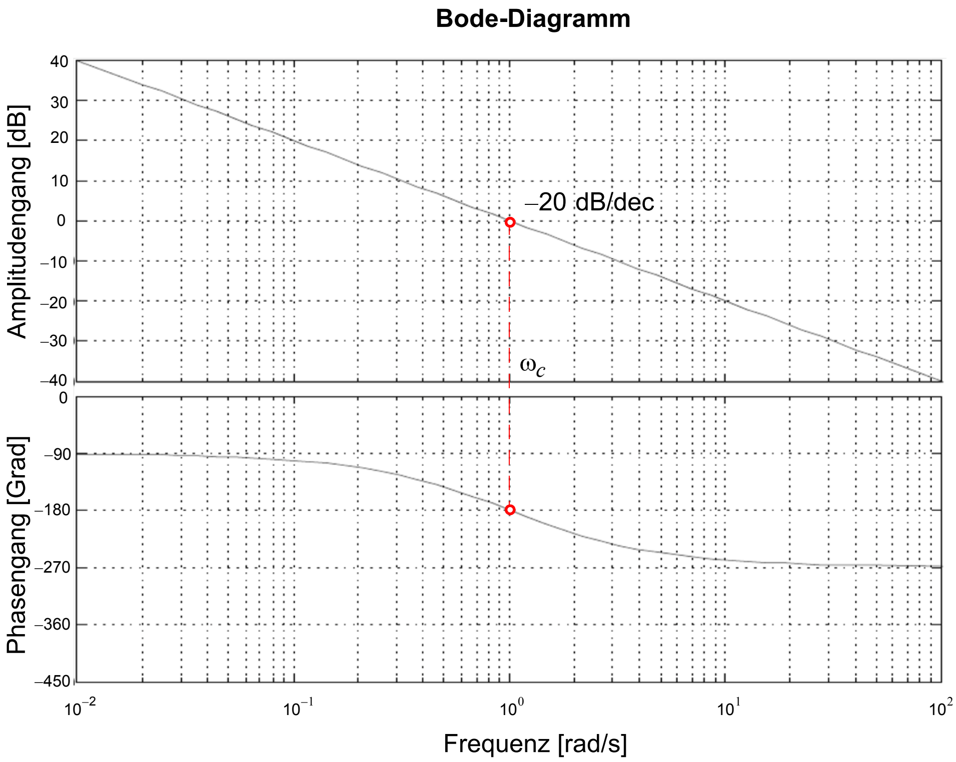
$$\frac{-2a^2}{1 + a^2} = -1 \quad \Rightarrow a^2 = 1 \quad \Rightarrow a = \pm 1$$

Da a positiv sein muss, erhalten wir für die beiden Parameter: $a = 1$ und $k = -1$.

b) (2 Punkte)
Amplitudengang und Phasengang von $P(j\omega)$ lauten
(siehe „Allpasselement" in Bibliothek im Buch!):

$$|P(j\omega)| = |\frac{k}{j\omega}| \cdot 1 = \frac{1}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \text{Die Steigung beträgt: – 20dB/dec}$$

$$\angle P(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - \angle \frac{j\omega - a}{j\omega + a}$$



c) (2 Punkte)
Zuerst bestimmt man die Pole der Strecke.

$$s(s+a) = 0 \quad \Rightarrow s_1 = 0, s_2 = -a < 0, \text{ da } a > 0!$$

Da der Regler selbst keine instabilen oder grenzstabilen Pole hat, folgt für den offenen Regelkreis

$$n_+ = 0,\ n_0 = 1$$

Laut dem Nyquist-Kriterium

$$n_c = n_+ + \frac{n_0}{2} = 0.5,$$

muss der Nyuistpunkt 0.5 mal im Gegenuhrzeigersinn umrundet werden. Gemäss dem Nyquistdiagramm des offenen Regelkreises ist dies erfüllt für

$$0 < k_P < 1$$

d) (1 Punkt)
Die Phasenreserve kann direkt aus dem Nyquist-Diagramm abgelesen werden und beträgt $\varphi = 0$.

e) (2 Punkte)
Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises berechnet sich wie folgt

$$T(s) = \frac{C(s) \cdot P(s)}{C(s) \cdot P(s) + 1} = \frac{\frac{(1-s)\cdot(s+1)}{(s+1)\cdot s \cdot\ 2}}{\frac{(1-s)\cdot(s+1)}{(s+1)\cdot s \cdot\ 2} + 1} = \frac{1-s}{1+s} = \frac{1}{s+1} + \frac{-s}{s+1}$$

Die Einheitssprungantwort ist also die Parallelschaltung einer Sprunganwort eines Tiefpasses 1. Ordnung und einer negativen Impulsantwort eines Tiefpasses 1. Ordnung. Die Einheitsprungantwort im Frequenzbereich berechnet sich wie folgt

$$Y(s) = T(s) \cdot U(s)$$

mit

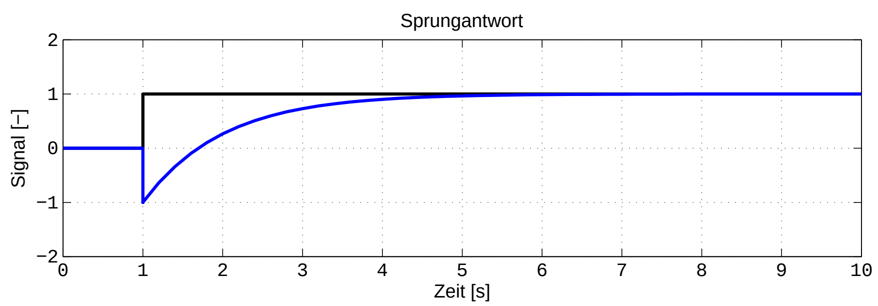
$$U(s) = \frac{1}{s}$$

ergibt sich

$$Y(s) = \frac{1}{s \cdot (s+1)} - \frac{1}{s+1}.$$

Daraus folgt mit inverser Laplacetransformation

$$y(t) = (1 - e^{-t}) - e^{-t} = 1 - 2 \cdot e^{-t}.$$



Aufgabe 7 (Systemanalyse) 8 Punkte

Alberding (Amacher)

In der Zellbiologie wird die elektrische Spannung, die eine Nervenzelle gegenüber ihrer Umgebung aufweist, als Membranpotential bezeichnet. Dessen nichtlineare Dynamik lässt sich vereinfacht durch das *FitzHugh-Nagumo-Modell* beschreiben, welches sich linearisiert um seine Ruhelage zu

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.45 & -1 \\ 0.08 & -0.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

ergibt. Hierbei bezeichnet $y(t)$ die Abweichung des Membranpotentials von der Ruhelage und $u(t)$ einen externen (z.B. durch eine Elektrode applizierten) Strom.

a) (1 Punkt) Ist das System im Sinne von Lyapunov stabil, asymptotisch stabil oder instabil?

b) (2 Punkte)

i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Systems. Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich.

ii) Ist das System minimalphasig?

c) (1 Punkt) Ist das System vollständig steuerbar?

d) (1 Punkt) Ist das System vollständig beobachtbar?

e) (3 Punkte) Diskutieren Sie folgende Fragen auf Grundlage des gegebenen Modells und Ihrer Ergebnisse der vorigen Teilaufgaben.

i) Das Membranpotential soll durch kurzzeitiges Anlegen eines schwachen externen Stroms geringfügig aus seiner Ruhelage ausgelenkt werden. Wird es danach zu seiner Ruhelage zurückkehren?

ii) Es soll ein externer Strom in Form eines Sprungs angelegt werden. Wird es daraufhin einen Zeitpunkt geben, an dem die Abweichung des Membranpotentials von der Ruhelage das Vorzeichen wechselt?

iii) Liesse sich die Beziehung von externem Strom zur Abweichung des Membranpotentials von der Ruhelage durch ein System erster Ordnung beschreiben?

Lösung 7

a) (1 Punkt) Die Eigenwerte λ_i der Systemmatrix A ergeben sich durch

$$\det(A - \lambda I) = \lambda^2 - \mathrm{spur}(A) \cdot \lambda + \det(A) = \lambda^2 + 0.5\,\lambda + 0.1025 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = -0.25 \pm 0.2\,\mathrm{j}.$$

Beide Eigenwert liegen in der linken Halbebene, somit ist das System im Sinne von Lyapunov asymptotisch stabil.

b) (2 Punkte)

i) Die Übertragungsfunktion lässt sich durch

$$\begin{aligned}\Sigma(s) =& c \cdot (sI - A)^{-1} \cdot b + d = \frac{c \cdot \mathrm{Adj}(sI - A) \cdot b}{\det(sI - A)} + d \\ =& \frac{\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + 0.05 & * \\ * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{s^2 + 0.5\,s + 0.1025} = \frac{s + 0.05}{s^2 + 0.5\,s + 0.1025}\end{aligned}$$

bestimmen.

ii) Die einzige Nullstelle des Systems

$$\zeta_1 = -0.05$$

liegt in der linken Halbebene, somit ist das System minimalphasig.

c) (1 Punkt) In der in b) hergeleiteten Übertragungsfunktion treten keine Pol-/Nullstellenkürzungen auf, womit die gegebene Zustandsraumdarstellung minimale Ordnung besitzt. Dies impliziert vollständige Steuerbarkeit.

Alternativ kann die Steuerbarkeitsmatrix $\mathcal{R}$ aufgestellt werden:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} b & A \cdot b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.45 \\ 0 & 0.08 \end{bmatrix}.$$

Diese besitzt vollen Rang, somit ist das System vollständig steuerbar.

d) (1 Punkt) In der in b) hergeleiteten Übertragungsfunktion treten keine Pol-/Nullstellenkürzungen auf, somit besitzt die gegebene Zustandsraumdarstellung minimale Ordnung und ist vollständig beobachtbar.

Alternativ lässt sich zeigen, dass die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} c \\ c \cdot A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.45 & -1 \end{bmatrix}$$

vollen Rang besitzt, das System ist vollständig beobachtbar.

e) (3 Punkte)

i) Ja, denn das System ist asymptotisch stabil.

ii) Nein, denn das System ist minimalphasig. Ein *inverse response* Verhalten in der Sprungantwort eines stabilen Systems tritt genau dann auf, wenn das System nicht-minimalphasig ist.

iii) Nein, das System besitzt bereits minimale Ordnung (es ist vollständig steuerbar und vollständig beobachtbar bzw. es tritt keine Pol-/Nullstellenkürzung auf). Das Ein-/Ausgangsverhalten kann daher nicht durch ein System niedrigerer Ordnung beschrieben werden.

Aufgabe 8 (Multiple-Choice) 8 Punkte

Shafai (Guzzella)

Entscheiden Sie bei den folgenden Aussagen, ob sie richtig oder falsch sind. Markieren Sie das entsprechende Kästchen mit einem Kreuz (☒).

Die Antworten sind **nicht** zu begründen. Alle Fragen sind gleich gewichtet (1 Punkt). Falsch beantwortete Fragen geben je einen Punkt Abzug[2]. Nicht beantwortete Fragen geben 0 Punkte. Das Punkteminimum für die gesamte Aufgabe beträgt 0 Punkte.

a) Die Differentialgleichung $\delta\dot{x} = -30 \cdot \delta x + 6 \cdot \delta u$ beschreibt das linearisierte System des nichtlinearen Systems $\dot{x} = -x^3 - 3x + u^2$ um den Gleichgewichtspunkt $\{x_e = 3, u_e = 6\}$.

☐ Richtig ☐ Falsch

b) Das System mit der Übertragungsfunktion $\Sigma(s) = \frac{s+30}{s^2-7s+6}$ erzeugt für ein konstantes Eingangssignal $u(t) = 1$ und für $t \to \infty$ ein konstantes Ausgangssignal von 5.

☐ Richtig ☐ Falsch

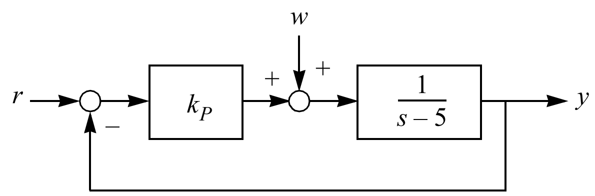
c) Die Pole des Systems mit der Übertragungsfunktion $\Sigma(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s^2+4s+3)}$ stimmen mit dessen Eigenwerte überein.

☐ Richtig ☐ Falsch

d) Eine instabile Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $\frac{1}{(s-1)^2}$ kann mit einem PD-Regler $C(s) = k_p + k_d \cdot s$, mit den Reglerparametern k_p und k_d stabilisiert werden.

☐ Richtig ☐ Falsch

e) Eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{1}{s-5}$ wird mit einem P-Regler geregelt. Die Regelstrecke hat eine Störgrösse w an dessen Eingang.



Mit einem $k_P = 5$ kann erreicht werden, dass die Impulsantwort (d.h. $w(t) = \delta(t)$ bei anfänglicher Ruhelage und $r(t) = 0$) nicht grösser als 1 wird (d.h. $y(t) \leq 1$, $\forall t \geq 0$).

☐ Richtig ☐ Falsch

[2] Seien Sie also vorsichtig!

f) Eine asymptotisch stabile Strecke wird mittels eines PI-Reglers geregelt. Die Reglerparameter k_p (Verstärkung des P-Teils) und T_i (Nachstellzeit = Zeitkonstante des Integrators) sind so eingestellt, dass die Ausgangsgrösse des Regelsystems eine bleibende harmonische Schwingung aufweist (grenzstabiles Regelsystem!). Falls die Nachstellzeit reduziert wird, wird das Regelsystem asymptotisch stabil.

☐ Richtig ☐ Falsch

g) Ein asymptotisch stabiles Regelsystem hat mindestens eine garantierte Verstärkungsreserve von $k < 2$, falls dessen Sensitivität die Bedingung $\max_\omega |S(j\omega)| < 2$ erfüllt.

☐ Richtig ☐ Falsch

h) Die Kreisverstärkung $L(s) = C(s) \cdot P(s)$ eines Regelsystems hat zwei instabile Pole. Das Regelsystem ist asymptotisch stabil, da die Nyquistkurve $L(j\omega)$ für ω von $-\infty$ bis $+\infty$ zwei mal den Punkt -1 im Uhrzeigersinn umläuft.

☐ Richtig ☐ Falsch

Lösung 8

a) Falsch. Die Systemparameter A und b in der linearisierten Differentialgleichung

$$\delta\dot{x} = A \cdot \delta x + b \cdot \delta u$$

erhalten wir durch partielle Differentiation der Funktion $f(x,u) = -x^3 - 3x + u^2$ nach x resp. u und deren Auswertung an der Gleichgewichtslage wie folgt:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}|_{x=x_e,u=u_e} = -3 \cdot 3^2 - 3 = -30 \\ b &= \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}|_{x=x_e,u=u_e} = 0 + 0 + 2u_e = 2 \cdot 6 = 12 \end{aligned}$$

b) Falsch. Das System weist zwei instabile Pole $\pi_1 = 1$ und $\pi_2 = 6$ auf, da diese Werte die Nullstellen des Nennerpolynoms sind: $s^2 - 7s + 6 = (s-1)(s-6) = 0$. Aus diesem Grund kann der Endwertsatz $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = \Sigma(0)$ nicht angewendet werden, da der Limes $\lim_{t\to\infty} y(t)$ nicht existiert.

c) Falsch. Durch Faktorisierung des Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion $(s+2)(s^2+4s+3) = (s+2)(s+1)(s+3)$ kann der Faktor $s+1$ im Nenner und Zähler gekürzt werden (Pol-Nullstellen-Kürzung). Deshalb erhalten wir als Pole des Systems nur $\pi_1 = -2$ und $\pi_2 = -3$, wobei $\pi_1 = -1$ noch zusätzlich zu den Eigenwerten des Systems gehört!

d) Richtig. Die charakteristische Gleichung für die Bestimmung der Pole des Regelsystems erhalten wir mit $1 + L(s) = 0$ wie folgt:
$1 + L(s) = 1 + C(s)P(s) = 1 + \frac{k_p + k_d \cdot s}{(s-1)^2} = 0 \Rightarrow s^2 + (k_d - 2)s + (k_p + 1) = 0.$
Mit den beiden Regelerparametern k_p und k_d können mit dieser Gleichung beliebige Pole für das Regelsystem vorgegeben werden. Deshalb ist das Regelsystem stabilisierbar!

e) Richtig. Die Übertragungsfunktion des Störverhaltens des Regelsystems (für $r(t) = 0$) lautet $\frac{1}{s+(k_P-5)}$. Für $k_p = 5$ ist das Störverhalten ein Integrator: $\frac{1}{s}$. Sie entspricht auch der Laplacetranformierten der Einheitsimpulsantwort, da die Laplacetransformierte der Einheitsimpulsfunktion $\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$ ist! Durch Rücktransformation erhalten wir die Impulsantwort des Regelsystems auf einer Störung als $y(t) = h(t)$ ($h(t)$: Sprung-Funktion). Da die Sprung-Funktion für alle Zeiten $t > 0$ gleich Eins ist und für $t = 0$ gleich Null ist, ist die Aussage richtig!

f) Falsch. Eine Reduktion der Nachstellzeit T_i bewirkt eine negative Phasendrehung und eine Vergrösserung der Gesamtverstärkung des PI-Reglers. Dies sieht man am besten aus dem Frequenzgang $C(j\omega) = k_P(1 - \frac{1}{T_i\omega}j)$ eines PI-Reglers.

g) Richtig. Falls die Bedingung $\max_{\omega} |S(j\omega)| < 2$ erfüllt ist, wird die Kreisverstärkung $L(j\omega)$ eine Kreisscheibe mit dem Mittelpunkt $(-1, 0\cdot j)$ und dem Radius $1/2$ nicht betreten (siehe Kapitel 10.4.2 die Gleichugn (10.20)!). Deshalb ist mindestens eine Verstärkungsreserve von $(\frac{2}{3} <)k < 2$ garantiert.

h) Falsch. Für die asymptotische Stabilität sollte gemäss Nyquist-Kriterium die Nyquistkurve zweimal im "Gegenuhruhreigersinn"den Punkt -1 umlaufen (nicht im Uhrzeigersinn!).