Rekursive Programmiertechniken

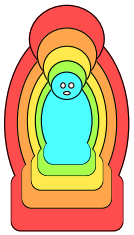
Übersicht

- Linksrekursion
- Transitive Relationen berechnen
  - Hierarchische Beziehungen: Hyponymie
- Dekomposition eines (von mehreren) Arguments
  - Listen verketten: append/3
- Akkumulatoren mit Zwischenresultaten gegen Ineffizienz
  - Listen umkehren: Naive vs. effiziente Version
- Doppelte Rekursion
  - verschachtelte Listen verflachen: flatten/2

Einfachste Rekursion mit Babuschka

Sinnvolle Definitionen von rekursiven Prozeduren müssen mindestens zwei Fälle abdecken.

- Abbruchbedingung(en)
- Rekursionsschritt(e)



Mit Babuschka spielen:

Die innerste Puppe kann nicht zerlegt werden.

Abbruchbedingung

Öffne die Puppe, lege Teile auf die Seite, spiele mit der enthaltenen Puppe weiter.

Rekursionsschritt

Linksrekursion mit Babuschka…

Linksrekursion liegt vor, wenn

- das erste Konjunkt im Rumpf dasselbe Prädikat ist wie im Kopf.

```
spiel(babuschka(Babuschka)):-
    spiel(Babuschka).
spiel(babuschka).
```

Gefahr

- Prolog-Beweiser kommt in unendlich tiefen Suchast!

```
?- spiel(Babuschka).
{ERROR: Memory allocation failed}
{Execution aborted}
```

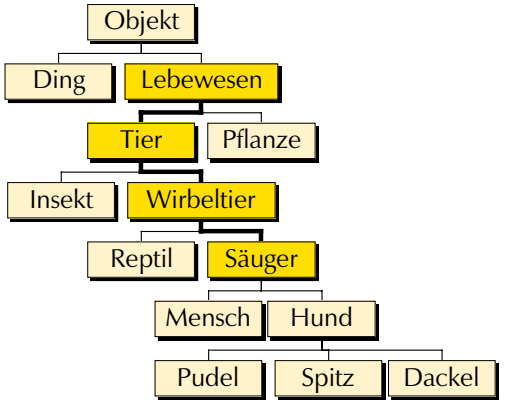
Ausweg

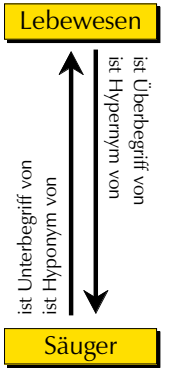
- Abbruchbedingungen vor die linksrekursive Klausel schreiben!

```
spiel(babuschka).
spiel(babuschka(Babuschka):-
    spiel(Babuschka).
```

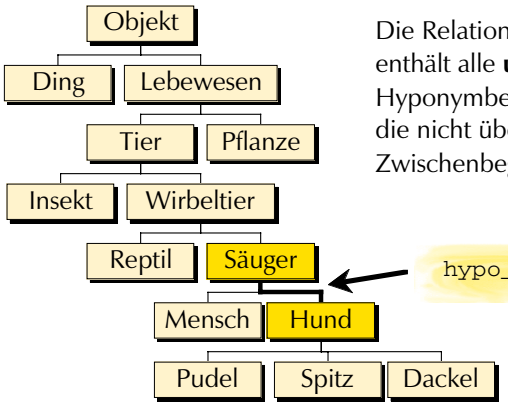
```
?- spiel(Babuschka).
Babuschka = babuschka ? ;
Babuschka = babuschka(babuschka) ? ;
...
```


Hyponymie: Unterbegriffshierarchie





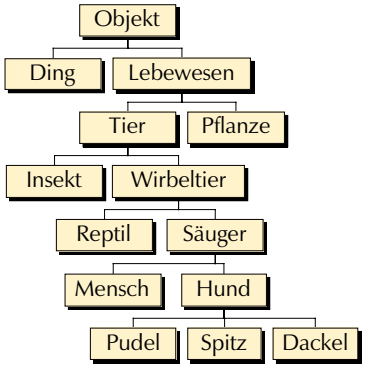
Unmittelbare Beziehung



Die Relation `hypo_fakt/2` enthält alle **unmittelbaren** Hyponymbeziehungen – also jene, die nicht über einen Zwischenbegriff vermittelt werden.

```
hypo_fakt(hund, saeuger).
```


hypo_fakt/2




```
hypo_fakt(ding, objekt).
hypo_fakt(lebewesen, objekt).
hypo_fakt(tier, lebewesen).
hypo_fakt(pflanze, lebewesen).
hypo_fakt(insekt, tier).
hypo_fakt(wirbeltier, tier).
hypo_fakt(reptil, wirbeltier).
hypo_fakt(saeuger,
wirbeltier).
hypo_fakt(mensch, saeuger).
hypo_fakt(hund, saeuger).
hypo_fakt(pudel, hund).
hypo_fakt(spitz, hund).
hypo_fakt(dackel, hund).
```

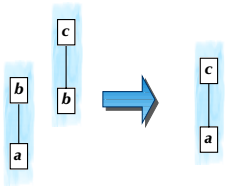

Unmittelbar und mittelbar hyponym

Problem: "Dackel" ist ein Hyponym von "Tier"

- Wie modellieren wir alle mittelbaren (=nicht unmittelbaren) Hyponymiebeziehungen, ohne sie alle einzeln aufzuzählen?

Idee: Hyponymie als transitive Relation

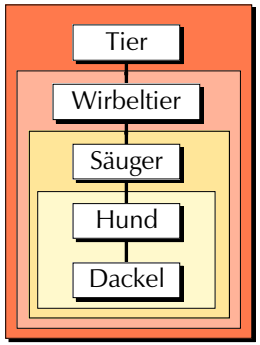
- Eine Relation *R* ist **transitiv**, falls gilt: Wenn *R*(*a*,*b*) und *R*(*b*,*c*) besteht, dann besteht *R*(*a*,*c*).



- **Also**: Wenn *a* Unterbegriff von *b* ist, und *b* ist Unterbegriff von *c*, dann ist auch *a* Unterbegriff von *c*.

hypo = hypo1 + hypo2 + hypo3 + …

Stufen der Hyponymie




```
hypo1(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, Y).
```

```
hypo2(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo_fakt(A, Y).
```

```
hypo3(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo_fakt(A, B),
  hypo_fakt(B, Y).
```

```
hypo4(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo_fakt(A, B),
  hypo_fakt(B, C),
  hypo_fakt(C, Y).
```

```
hypo1(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, Y).
```

```
hypo2(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo1(A, Y).
```

```
hypo3(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo2(A, Y).
```

```
hypo4(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo3(A, Y).
```

… hypo rekursiv

hypo2, ..., hypo4 liegt *ein* Schema zugrunde:

```
hypo1(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, Y).
```

```
hypo(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, Y).
```

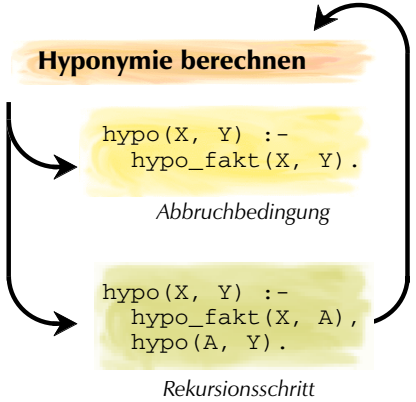
```
hypo2(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo1(A, Y).
hypo3(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo2(A, Y).
hypo4(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo3(A, Y).
```

```
hypo(X, Y) :-
  hypo_fakt(X, A),
  hypo(A, Y).
```


Bestandteile von hypo/2

Die rekursive Definition von hypo/2:

- Abbruchbedingung
  - *Unmittelbare Hyponymie*
- Rekursionsschritt
  - *Hyponymie, die über mehrere unmittelbare Stufen geht*
  - *Die Transitive "Hülle" der unmittelbaren Hyponymie wird rekursiv berechnet, d.h. die normale transitive Hyponymie-Relation.*



Listen verketten: append/3

[a, b, c] + [d, e] = [a, b, c, d, e]

Das Verketten zweier Listen wird häufig gebraucht.

- Das Prädikat `append/3` drückt die Verkettungsbeziehung aus.
  - Manchmal heisst es auch concat/3 in Programmbibliotheken.

```
?- append([a,b,c], [d,e], Ergebnis).
Ergebnis = [a,b,c,d,e]
```


Rekursive Dekomposition

Abbruchbedingung

- Die Verkettung der leeren Liste mit einer Liste *L* ergibt wieder *L*.

```
append([], L, L).
```

Rekursionsschritt

- Um eine nicht leere Liste [*X*|*L1*] mit einer Liste *L2* zu verketten, verkette *L1* mit *L2* zu *L3* und stelle *X* als Anfangselement zu *L3*.

```
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
  append(L1, L2, L3).
```

Grammatikregeln als Listenverkettung

Grammatikregeln lassen sich als Listenverkettungen von Wörtern formulieren.

S → *NP* *VP*

```
[fido,frisst] → [fido] [frisst]
```

- Eine Wortliste *X* ist ein syntaktisch korrekter Satz, falls sie aus 2 Teillisten *Y* und *Z* besteht, so dass gilt:
  - *X* ist die Verkettung der Liste *Y* und *Z* (in dieser Reihenfolge)
  - die Wortliste *Y* ist eine syntaktisch korrekte Nominalphrase
  - die Wortliste *Z* ist eine syntaktisch korrekt Verbalphrase.

Parsen mit append/3

Die Grammatikregeln lassen sich mit append/3 direkt formulieren und funktionieren als *Parser* (Programm zur syntaktischen Analyse).

```
% S --> NP VP
s(X) :-
   append(Y, Z, X),
   np(Y),
   vp(Z).

% NP --> Eigenname
np([fido]).

% VP --> Vintrasitiv
vp([frisst]).
```

```
?- s([fido,frisst]).
yes
```

"Fido frisst" ist ein syntaktisch korrekter Satz.

```
?- s([frisst,frisst]).
no
```

"frisst frisst" ist kein syntaktisch korrekter Satz.

Listen umkehren

[k, a, n, u] → [u, n, a, k]

Gelegentlich ist es nötig, eine Liste umzudrehen.

- Version I `naive_reverse/2`: »naives« Umkehren
  - Laufzeit verhält sich quadratisch (ca. $n^2/2$) zur Listenlänge n:
  - Um eine Liste der Länge 1000 umzudrehen, brauchts etwa 500'000 Schritte.
- Version II `reverse_akku/3`: Akkumulator für Zwischenresultat
  - Laufzeit verhält sich linear zur Listenlänge n.
  - Um eine Liste der Länge 1000 umzudrehen, brauchts etwa 1000 Schritte.

Akkumulatoren sind ein wichtiges Mittel zur Effizienzsteigerung!

Listen umkehren: »Naive« Version

Abbruchbedingung

- Die Umkehrung der leeren Liste ist die leere Liste.

```
naive_reverse([], []).
```

Rekursionsschritt

- Um eine nicht leere Liste [*X*|*Rest*] umzukehren, kehre den *Rest* um und verkette ihn mit der Einerliste [*X*].

```
naive_reverse([X|Rest], Ergebnis) :-
   naive_reverse(Rest, RevRest),
   append(RevRest, [X], Ergebnis).
```

Listen umkehren: Akkumulator

Akkumulatoren dienen dem Festhalten und Weitergeben von Zwischenergebnissen bei rekursiven Prädikaten.

- Es muss eine Argumentstelle für den Akkumulator geschaffen werden.

```
reverse(Liste, UmgekehrteListe) :-
   reverse_akku(Liste, [], UmgekehrteListe).
```

- reverse/2 wird auf reverse_akku/3 reduziert.
- Am Anfang ist der Akkumulator leer, d.h. die leere Liste.

Akkumulator: Abbruchbedingung

Abbruchbedingung

- Bei der Umkehrung der leeren Liste enthält das akkumulierte Zwischenresultat das Endresultat.

```
reverse_akku([], Akku, Akku).
```

- Für leere Listen wird reverse/2 korrekt durch reverse_akku/3 abgebildet…

```
?- reverse([], RL).
RL = []
```

⇨

```
?- reverse_akku([], [], RL).
RL = []
```


Akkumulator: Rekursionsschritt

Rekursionschritt

- Um eine nicht leere Liste [*X*|*Rest*] umzukehren, kehre den *Rest* mit dem neuen Zwischenresultat [*X*|*Akku*] um.

```
reverse_akku([X|Rest], Akku, Ergebnis):-
   reverse_akku(Rest, [X|Akku], Ergebnis).
```

- Die Eingabeliste schrumpft mit jedem rekursiven Aufruf.
- Die Akkumulatorliste wächst mit jedem rekursiven Aufruf und stellt dann beim Abbruch das Ergebnis dar.
- Metapher: Die Elemente der Eingabeliste werden im Akkumulator umgestapelt!

Programmiertechnik Akkumulatoren

Akkumulatoren werden normalerweise

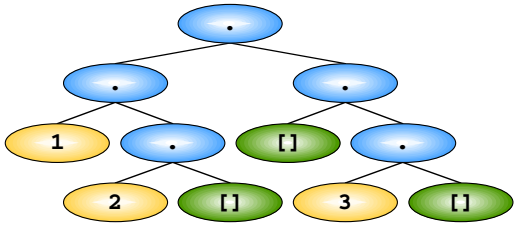
- **initialisiert** beim ersten Aufruf
- **akkumuliert** bei rekursiven Schritten
- **unifiziert** zum Endresultat beim Erreichen der Abbruchbedingung

```
reverse(Liste, UmgekehrteListe) :-
   reverse_akku(Liste, [], UmgekehrteListe).

reverse_akku([], Akku, Akku).

reverse_akku([X|Rest], Akku, Ergebnis):-
   reverse_akku(Rest, [X|Akku], Ergebnis).
```

Doppelrekursion: Verschachtelte Listen

Da Listen normale Terme sind, kann eine Liste auch Element einer anderen Liste sein.

```
?- [[1,2],[],3] = '.'('.'(1,'.'(2,[])),'.'([],'.'(3,[]))).
yes
```



Verschachtelte Listen verflachen

```
?- flatten([[1,2],[],3], Liste).
Liste = [1,2,3]
```

Das Prädikat flatten/2 wandelt eine verschachtelte Liste in flache Listen um.

- Was ist eine flache Liste?

  Eine flache Liste ist eine Liste, deren Elemente keine Listen sind.

- Was ist eine verschachtelte Liste?

  Eine verschachtelt Liste ist eine Liste, deren Elemente zum Teil aus Listen bestehen.

  - Listen sind verschachtelte Datenstrukturen, also sind verschachtelte Listen verschachtelte verschachtelte Datenstrukturen…

Definition von flatten/2

Abbruchbedingung "leere Liste"

```
flatten([],[]).        % Leere Liste ist flach
```

Abbruchbedingung "keine Liste"

```
flatten(X,[X]):-       % Terme in flache Listen packen,
   \+ is_list(X).      % die keine Listen sind
```

Rekursionsschritt "Doppelte Rekursion"

```
flatten([Kopf|Rest], FlacheListe):-
   flatten(Kopf, FlacherKopf),          % Kopf verflachen
   flatten(Rest, FlacherRest),          % Rest verflachen
   append(FlacherKopf, FlacherRest, FlacheListe).
                                        % und verketten
```