

Theoretische Informatik und Logik

Musterklausur

Sommersemester 2021

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Definieren Sie folgende Begriffe, wobei Sie die Begriffe „(prädikatenlogische) Formel“, „Atom“, „Literal“, „Quantor“, „Skolemform“, „Substitution“, „Term“ und „deterministische Turingmaschine“ als bekannt voraussetzen dürfen:

- a) konjunktive Normalform,
- b) prädikatenlogische Klausel,
- c) allgemeinsten Unifikator,
- d) Variante einer prädikatenlogischen Klausel, sowie
- e) prädikatenlogische Resolvente.
- f) Entscheider
- g) Halteproblem
- h) $O(f)$ -zeitbeschränkte Turingmaschine
- i) berechenbare Funktion
- j) polynomielle Many-One-Reduktion

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie in Ihren eigenen Worten eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Ideen und Schritte für den in der Vorlesung dargestellten Beweis zur Reduktion des Halteproblems von Turingmaschinen auf das Postsche Korrespondenzproblem an.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Gegeben ist das folgende WHILE-Programm:

```
x0 := x1
x6 := x3
WHILE x3 != 0 DO
  x5 := x5 + x2
  x3 := x3 - 1
  x7 := x3
  x8 := 1
  WHILE x7 != 0 DO
    x7 := 0; x8 := 0
  END
  WHILE x8 != 0 DO
    x8 := x4
    x9 := 1
    WHILE x8 != 0 DO
      x8 := 0; x9 := 0
      x3 := x6
      x4 := x4 - 1
      x0 := x0 + x5
      x5 := 0
    END
    WHILE x9 != 0 DO
      x9 := 0
    END
  END
END
```

- Welchen Wert x_0 berechnet das Programm für die Eingabe $x_1 = 23, x_2 = 42, x_3 = 2, x_4 = 3$?
- Welche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ berechnet das Programm?
- Geben Sie ein zu obigem Programm äquivalentes LOOP-Programm an, oder begründen Sie, warum kein solches existiert.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Erklären Sie kurz und mit eigenen Worten, was ein pseudopolynomielles Problem ist und veranschaulichen Sie dies an einem Beispiel. Diskutieren Sie kurz, welche Bedeutung diese Eigenschaft für die praktische Lösbarkeit eines Problems hat.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben sind die folgenden prädikatenlogischen Formeln:

$$F = \forall x, y, z. (p(f(x), y) \rightarrow q(z, g(y)))$$

$$G = \neg \exists u, v. (p(u, f(v)))$$

$$H = \forall x, y. (q(x, g(f(y))))$$

Prüfen Sie mit Hilfe des Resolutionsverfahrens, ob $\{F, G\} \models H$ gilt. Geben Sie bei jeder Resolventenbildung die verwendeten Klauseln und den verwendeten allgemeinsten Unifikator an.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Erklären Sie kurz und in eigenen Worten, wie die Konsequenzrelation einer Logik modelltheoretisch definiert werden kann. Geben Sie an, wie diese allgemeine Definition bei einer konkreten Beispiellogik angewendet wird.