Blatt 5

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 18.05.2021 18 Uhr über das Abgabetool auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabetool finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link
https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/11327635464/
CourseNode/103409770339160

Bitte laden Sie die Lösung in einer einzigen, zusammenhängenden, .pdf Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre finale Abgabe hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

14) Potenzialtopf in 3 Dimensionen *(2+2+2+2=8 Punkte)*

Betrachten Sie ein Teilchen im unendlich tiefen Potenzialtopf in 3 Dimensionen:

$$V(\vec{x}) = \begin{cases} \infty & |x_i| > a \qquad \text{für ein } i \in \{1,2,3\} \\ 0 & |x_i| \le a \qquad \text{für alle } i \in \{1,2,3\} \end{cases}$$

(i) Lösen Sie das Eigenwertproblem in kartesischen Koordinaten (x_1, x_2, x_3). Benutzen Sie hierzu Separation der Variablen, d.h. machen Sie den Produktansatz $\psi(\vec{x}) = \phi_1(x_1)\phi_2(x_2)\phi_3(x_3)$.

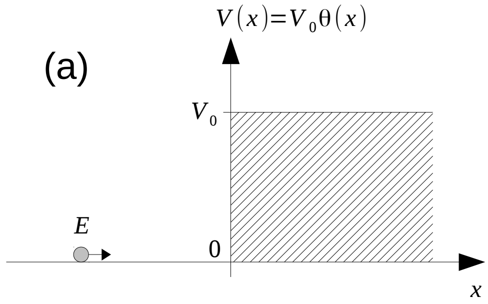
(ii) Versuchen Sie nun, die Lösung für das 3-dimensionale Problem auf die bekannte 1-dimensionale Lösung zurückzuführen.

(iii) Geben Sie die sechs niedrigsten Energieeigenwerte an und die zugehörigen Quantenzahlen. Kommentieren Sie die Existenz und Anzahl von entarteten Eigenzuständen (Entartungsgrad).

(iv) Wie lauten die ersten drei Energieeigenzustände in d Dimensionen und was ist ihr Entartungsgrad?

15) Streuung an einer Potenzialschwelle ***(3+2+3+2+2=12 Punkte)***

Ein Teilchen der Masse m und der kinetischen Energie $E > 0$ nähert sich einer Potenzialschwelle (siehe Zeichnung (a)).



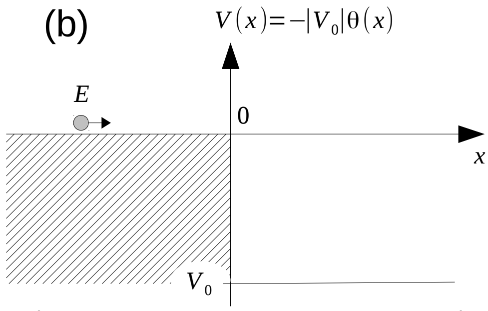
(i) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten für den Fall $E < V_0$ und erläutern Sie das Ergebnis.

(ii) Berechen Sie den Reflexionskoeffizienten für den Fall $E > V_0$.

(iii) Zeigen Sie, dass der Transmissionskoeffizient für $E > V_0$ gegeben ist durch

$$T = \sqrt{\frac{E - V_0}{E}} \frac{|F|^2}{|A|^2}$$

mit A der einlaufenden Amplitude und F der transmittierten Amplitude, und prüfen Sie, dass $R + T = 1$.



(iv) Betrachten Sie im Folgenden, dass sich das Teilchen auf einen plötzlichen Potenzialabfall zubewegt, dass also $V_0 < 0$ (siehe Zeichnung (b)). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen an der Klippe zurückreflektiert wird, wenn $E = V_0/3$?

(v) Wenn ein freies Neutron in einen Atomkern eintritt, erfährt es einen plötzlichen Abfall der potenziellen Energie von $V = 0$ außerhalb bis etwa -12MeV innerhalb des Kerns. Nehmen Sie an, ein Neutron wird bei einer Kernspaltung mit einer kinetischen Energie von 4MeV freigesetzt und trifft auf einen weiteren Atomkern. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es absorbiert wird und damit eine weitere Kernspaltung anregt?
Hinweis: Bestimmen sie die Transmission durch die Oberfläche aus $T = 1 - R$.