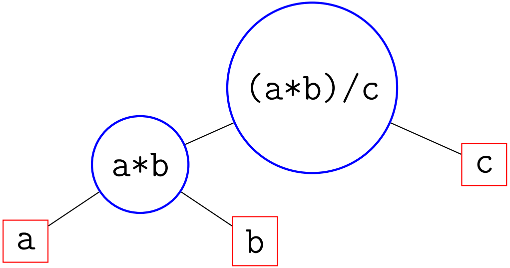
Auswertungsreihenfolgen

Wie viele gültige Auswertungsreihenfolgen gibt es für den Ausdruck

`(a*b)/c`?

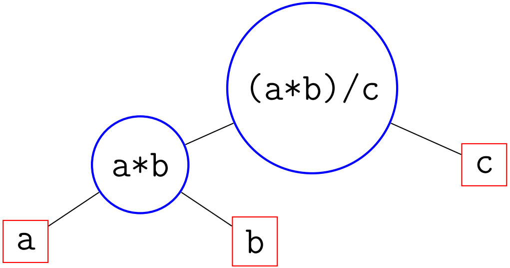


Zum Beispiel gültig: `b`, `a`, `a*b`, `c`, `(a*b)/c`.

1. 1
2. 3
3. 5
4. 8
5. 10
6. 12

Auswertungsreihenfolgen

3! = 6 Reihenfolgen für `a`, `b`, `c`.
Zwei davon (wenn `c` am Ende) ergeben je zwei Reihenfolgen (`a*b` vor oder nach `c`) $\rightarrow 8$



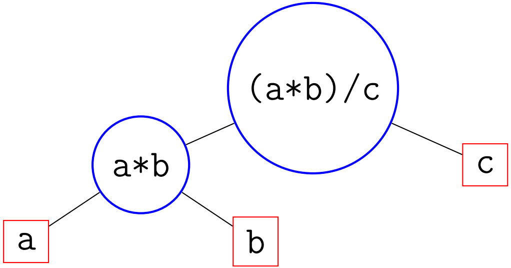
Knoten	$n_L = 3$	$n_R = 1$
Reihenfolgen	$r_L = 2$	$r_R = 1$

1. 1
2. 3
3. 5
4. 8
5. 10
6. 12

Auswertungsreihenfolgen — allgemein

Knoten: $n_L + n_R + 1 = 5$

Reihenfolgen: $r_L \cdot r_R \cdot \binom{n_L+n_R}{n_R} = 8$

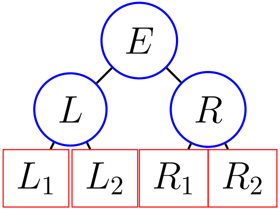


Knoten $n_L = 3 \quad n_R = 1$

Reihenfolgen $r_L = 2 \quad r_R = 1$

1. 1
2. 3
3. 5
4. 8
5. 10
6. 12

Erklärung / Anderes Beispiel für $r_L \cdot r_R \cdot \binom{n_L+n_R}{n_R}$



Ausführungsreihenfolgen für L: (L_1, L_2, L), (L_2, L_1, L), hier $r_L = 2$ ($n_L = 3$)
Ausführungsreihenfolgen für R: (R_1, R_2, R), (R_2, R_1, R), hier $r_R = 2$ ($n_R = 3$)

$\rightarrow$ Anzahl möglicher Ausführungsreihenfolgen von L *und* R: $r_L \cdot r_R$, hier $r_L \cdot r_R = 4$.

Sei nun eine solche Ausführungsreihenfolge in L und R gegeben, z.B. (L_2, L_1, L), (R_1, R_2, R). Die Ausführungen für L und R können bei eingehaltener Reihenfolge innerhalb von L und R noch auf verschiedene Arten miteinander verwoben werden: $(L_2, L_1, L, R_1, R_2, R)$, $(R_1, R_2, R, L_2, L_1, L)$, $(L_2, R_1, L_1, R_2, R, L)$,...

Das heisst, wir wählen n_L Plätze für den linken Teilbaum innerhalb von $n_L + n_N$ möglichen Plätzen in der Gesamtreihenfolge. Seien zum Beispiel die Plätze 1, 2 und 4 ausgewählt, dann verteilt sich L so: $(L_2, L_1, \star, L, \star, \star)$ und R besetzt die restlichen Plätze.

Für die Auswahl von n_L Plätzen in $n_L + n_R$ Plätzen gibt es $\binom{n_L+n_R}{n_L}$ Möglichkeiten.

$\rightarrow$ Anzahl möglicher Ausführungsreihenfolgen: $r_E = r_L \cdot r_R \cdot \binom{n_L+n_R}{n_L}$, hier $r_E = 2 \cdot 2 \cdot \binom{3+3}{3} = 4 \cdot 20 = 80$