

Vorwort

Dies ist unsere Zusammenfassung für die Vorlesung Dimensionieren 1 von Professor Hora. Da die Vorlesung zum ersten Mal abgehalten wurde, ist es möglich, dass sie sich in den kommenden Jahren ändert und somit diese Zusammenfassung nicht mehr ganz genau den Stoff abdeckt.

Die Zusammenfassung ist so aufgebaut, dass sie als ein Rezept für die verschiedenen Berechnungen dient und ist an sich selbsterklärend. Natürlich werden sich auch noch einige Fehler finden lassen. Wenn ihr Fehler inhaltlicher Natur findet, schreibt uns eine Email an simonmu@ethz.ch oder jsieber@ethz.ch.

Abgeänderte Versionen dürfen nur unter Angabe der ursprünglichen Verfasser weitergegeben werden.

Wir hoffen die Zusammenfassung ist nützlich für euch und viel Erfolg bei der Prüfung.

Mitja Alge, Dieter Baumgartner, Emanuel Joos, Simon Muntwiler Jérôme Sieber.

Letzte Änderung: HS16

Die Kapitel zu FKM, sowie dasjenige zu Schweißverbindungen habe ich versucht möglichst im Stil der früheren Zusammenfassung zu ergänzen. Ich habe auch frühere Kapitel gestrichen (Kerbspannungskonzept), da diese bei uns nicht prüfungsrelevant waren und ein paar Graphiken weggelassen, der Übersicht halber - bei der Prüfung muss sowieso überall der genaue Wert berechnet werden, sofern möglich! Jegliche Information, die gegenüber der alten Version fehlt, ist aber nur auskommentiert! Sollte sie erwünscht sein, kann man sie mit ein paar Klicks ergänzen und die ZF neu kompilieren!

Überarbeitungen: Georg Brunner, Björn Joos. Ursprünglich von Bitja Alge, Dieter Baumgartner, Emanuel Joos, Simon Muntwiler, Jérôme Sieber

Inhaltsverzeichnis

1 Spannung und Dehnung 1

1.1 Dehnungszustände und Deformationsmasse 1

1.1.1 Lagekoordinaten und Verschiebung 1

1.1.2 Technisches Dehnungsmass 1

1.1.3 Spannungstensor aus Torsion 1

1.1.4 Logarithmisches Dehnungsmass 1

1.2 Spannungen 1

1.2.1 Umrechnung Spannungstensor → Spannungsvektor 1

1.2.2 Zusammengesetzte Beanspruchung 1

1.3 Stoffgesetz für metallische Werkstoffe 2

1.3.1 linear elastisches Stoffgesetz 2

1.3.2 Thermisch induzierte Dehnungen & Spannungen 2

2 Dauerfestigkeit 2

2.1 Beanspruchbarkeit bei dynamischer Belastung 2

2.1.1 Die drei Belastungsfälle 2

2.2 Dauerfestigkeitsschaubild nach Wöhler 2

2.2.1 Bereiche der Wöhler-Linie 2

2.2.2 Steigung der Wöhler-Linie 3

2.2.3 Einflussgrößen und Eckschwingspielzahl 3

2.3 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith 3

2.3.1 Bereiche des Smith-Diagramm 3

2.3.2 Konstruktion des Smith-Diagramm 3

2.4 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh 4

2.4.1 Bereiche des Haigh-Diagramm 4

2.4.2 Konstruktion des Haigh-Diagramm 4

3 Betriebsfestigkeit 4

3.1 Vorgehen zur Bestimmung der Sicherheiten bei Lastkollektiven mit Miner Regeln 4

3.1.1 Bestimmung aller Spannungsamplituden $\sigma_a \tau_a$ 4

3.1.2 Filtern der Spannungsamplituden nach Miner 4

3.1.3 Bezugsschwingzahl 5

3.1.4 Völligkeit & Kollektivfaktoren 5

3.1.5 Schädigungsäquivalente Ausschlagsspannung 5

3.1.6 Gestaltzeit-/ ausschlagsfestigkeiten 5

3.1.7 Sicherheit 5

4 Hypothesen 5

4.1 Gestaltänderungsenergiehypothese (von Mises; GEH) 5

4.2 Schubspannungshypothese (SH; Tresca) 5

4.3 Normalspannungshypothese (NH; Rankine) 5

4.4 Wahl der Hypothesen 6

4.5 Anstrengungsverhältnis (Carl von Bach) 6

5 Formzahlen/Kerbzahlen 6

5.1 Formzahl α für den statischen Fall 6

5.1.1 Formzahl für Absatz und Rundnut abgebildet durch mathematische Funktionen 6

5.2 Kerbwirkungszahl β_k für den dynamischen Fall 6

5.3 Bestimmung der Kerbwirkungszahlen 7

5.3.1 Methode I 7

5.3.2 Methode II (Methode der direkten Bestimmung) 7

6 Nennspannungskonzept nach DIN 743 8

6.1 Schritt 1: Berechnung der Gesamteinflussfaktoren 8

6.1.1 Berechnung der dynamische Kerbwirkzahl 8

6.1.2 Berechnung der Einflussfaktoren 8

6.2 Schritt 2: Berechnung der Vergleichsspannungen 9

6.3 Schritt 3: Bauteilwechselfestigkeit berechnen 9

6.4 Schritt 4: Einflussfaktoren der Mittelspannungsempfindlichkeit berechnen 9

6.5 Schritt 5: Bauteilfiessgrenzen bestimmen 9

6.6 Schritt 6: Spannungsamplituden der Bauteilfestigkeit berechnen 9

6.7 Schritt 7: Vorhandene Sicherheitszahlen berechnen 10

7 Festkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen nach FKM 10

7.1 Statischer Festigkeitsnachweis - FKM 10

7.1.1 Schritt 1: Bestimmung wirkenden Spannung 10

7.1.2 Schritt 2: Technologischer Grössenfaktor $K_{d,m}$ & $K_{d,p}$ 10

7.1.3 Schritt 3: Anisotropiefaktor K_A 10

7.1.4 Schritt 4: Plastische Stützzahl n_{pl} 11

7.1.5 Schritt 5: Streckgrenze & Zugfestigkeit 11

7.1.6 Schritt 6: Statische Bauteilfestigkeit 11

7.1.7 Schritt 7: Gesamt - Sicherheitsfaktor 11

7.1.8 Schritt 8: Auslastungsgrad 11

7.2 Dynamischer Festigkeitsnachweis auf Dauerfestigkeit - FKM 11

7.2.1 Schritt 1: Wirkende Spannungen 11

7.2.2 Schritt 2: Konstruktionsfaktoren bestimmen 11

7.2.3 Schritt 3: Bauteilwechselfestigkeiten bestimmen 11

7.2.4 Schritt 4: Bauteilausschlagfestigkeiten bestimmen 11

7.2.5 Schritt 5: Gesamtsicherheitsfaktor 12

7.2.6 Schritt 6: Vergleichsauslastungsgrad aus einzelnen Auslastungsgraden 12

7.3 Dynamischer Festigkeitsnachweis auf Betriebsfestigkeit - FKM 12

7.3.1 Schritt 1: Betriebsfestigkeitsfaktor bestimmen 12

7.3.2 Schritt 2: Bauteilbetriebsfestigkeiten bestimmen 12

7.3.3 Schritt 3: Auslastungsgrade 12

8 Schweissnähte 12

8.1 Statischer Festigkeitsnachweis - Schweissnahtquerschnitt 12

8.1.1 Schritt 1: Kenngrößen 12

8.1.2 Schritt 2: Beanspruchungen 12

8.1.3 Schritt 3: Bauteilfestigkeiten - Beanspruchungsabhängig 13

8.1.4 Schritt 4: Festigkeitsnachweis 13

9 Beanspruchung 14

9.1 Zug/Druck: 14

9.2 Biegung 14

9.3 Querkraft 14

9.4 Torsion 14

10 Biegelinie mit statisch unbestimmten Strukturen 14

10.1 1. Möglichkeit mit Biegedifferentialgleichung: 14

10.2 2. Möglichkeit mit Satz von Castilliano: 15

10.3 Castiliano Allgemein 15

11 Knicklast 16

12 Tragende Stabstrukturen 16

12.1 Beanspruchungsarten 16

13 Auslegung von Spezialträgern 16

13.1 Grundlagen 16

13.2 Rechteckprofil 16

13.3 Kreisquerschnitt 16

13.4 I-Träger 16

13.5 Dimensionierung von Trägern 17

14 Auslegung rotationssymmetrischer Körper 17

14.1 Rohre und Zylinder 17

14.1.1 Dünnwandige Rohre 17

14.1.2 Dickwandige Rohre 17

15 Trägheits- und Widerstandsmomente 18

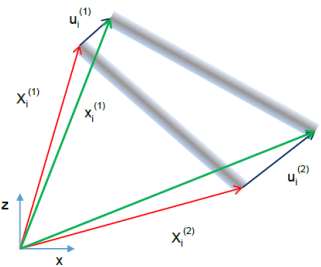
16 Tabellen 20

1 Spannung und Dehnung

In Werkstoffnormen ausnahmslos technische Definitionen. Bei Finite-Elemente-Programmen wahre Grössen.

1.1 Dehnungszustände und Deformationsmasse

1.1.1 Lagekoordinaten und Verschiebung



- $x_i = X_i + u_i$
- X_i : Lage im undeformierten Zustand
- u_i : Verschiebung
- x_i : Lage im deformierten Zustand

1.1.2 Technisches Dehnungsmass

Verschiebungen oder Belastungen führen zu Deformationen. Diese werden mit Hilfe von Dehnungen ausgedrückt.

$$\text{Technische Dehnung: } \varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \text{wobei } \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}, \dots$$

Dehnungen werden wie folgt berechnet

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{bsp. } \varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad \text{wobei } u, v, w \text{ die Verschiebungsfelder } u_i \text{ sind.}$$

Um nun den entsprechenden Spannungstensor zu berechnen verwenden wir folgende Formel:

$$\sigma = 2G \cdot \left(\varepsilon + \frac{\nu}{1-2\nu} \cdot sp(\varepsilon) I \right)$$

$$sp(\varepsilon) = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$$

Querkontraktionszahl $\nu = -\frac{\varepsilon_{quer}}{\varepsilon_{laengs}}$

Zug in z-Richtung: $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = -\nu \varepsilon_{zz}$

1.1.3 Spannungstensor aus Torsion

$$\text{Drillung (Torsion) } D = \frac{d\vartheta(x)}{dx}$$

Verschiebungen bei Torsion: $v(x, y) = -\vartheta(x)z$ $w(x, y) = \vartheta(x)y$
anschliessend analog wie oben den Spannungstensor berechnen.

ACHTUNG D muss in **Radian** eingesetzt werden.

1.1.4 Logarithmisches Dehnungsmass

Nur für die **Hauptdehnungen** einsetzbar und lautet für den 1-achsigen Fall.

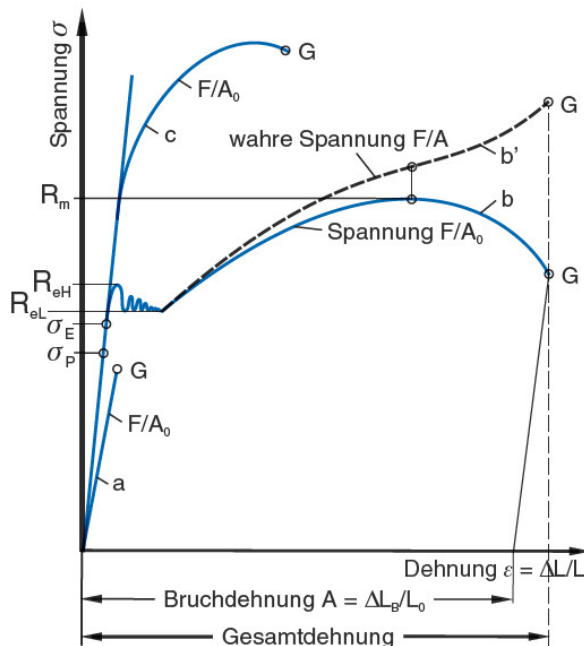
$$\phi_1 = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{L_0 + \Delta L}{L_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon) \quad \text{Wird (meistens) für plast. Dehnungen gebraucht.}$$

1.2 Spannungen

- Technische Spannung $\sigma = \frac{F}{A_0}$

- Wahre Spannung $\sigma_{eff} = \frac{F}{A_{eff}} = \sigma_{tech} e^{\phi}$

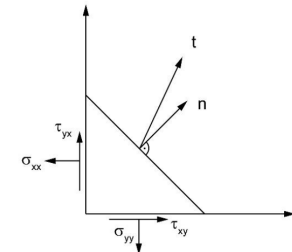
Aus der Volumenkonstanz ($l_0 A_0 = l_1 A_1$) für **plastische** Verformungen ergibt sich: $A = A_0 \cdot e^{-\phi}$



Abkürzung	Bedeutung
R_m	Zugfestigkeit
$R_{p0.2}$	Streckgrenze bis 0.2% plastische Dehnung
R_{eH}	obere Streckgrenze
R_{el}	untere Streckgrenze
ε_{el}	Elastische Dehnung
ε_{pl}	Plastische Dehnung
A_l	Lüdersdehnung (plastisch)
A_g	Gleichmassdehnung (plastisch)
A_r	Bruchdehnung (plastisch)
A_e	Einschnürdehnung
A_{20}	Bruchdehnung bei einer Probe von 20 mm

Meist nur technische Spannung entscheidend, da wir beim Dimensionieren keine plastische Verformungen zulassen.

1.2.1 Umrechnung Spannungstensor \rightarrow Spannungsvektor



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{und } n = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix}$$

Der Spannungstensor σ beschreibt den Spannungszustand an einem Punkt vollständig. Für bestimmte Berechnungen ist es vorteilhaft den Spannungsvektor t zu berechnen.

$$t = \sigma \cdot n = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \cdot n_x + \tau_{xy} \cdot n_y \\ \tau_{yx} \cdot n_x + \sigma_{yy} \cdot n_y \end{bmatrix}$$

1.2.2 Zusammengesetzte Beanspruchung

Für Zug/Druck mit Biegung

$$\sigma_{max} = \sigma_z + \sigma_{b,max} \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = \sigma_z - \sigma_{b,min}$$

Treten jedoch Zug/Druck mit Biegung und **Torsion** auf, ist eine einfache lineare Summierung nicht möglich. Wir benutzen deshalb die sog. **Festigkeitshypothesen**.

Der lineare oder einachsige Spannungszustand

$$f = \sigma \cdot \cos \phi = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad \text{daraus folgt}$$

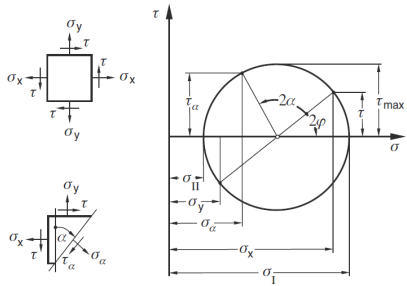
$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \phi))$$

$$\tau = -\frac{\sigma_0}{2} \cdot \sin(2 \cdot \phi)$$

$$\sigma_{max} = \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \|\tau_{max}\| = \frac{\sigma_0}{2}$$

Der ebene oder zweiachsige Spannungszustand

Gleichzeitig angreifende Normal und Schubspannungen. Wir können einen Mohrschen Kreis zeichnen und auch die maximalen Spannungen ausrechnen.



Mohrscher Kreis für den zweiachsigen Spannungszustand.

Kerngrößen:

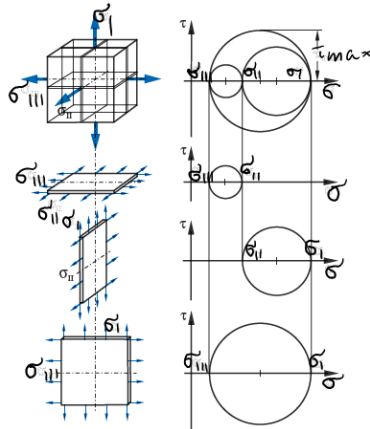
$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{max,min} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Richtungen: $\tan(2\phi_{max}) = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$ und $\phi_{min} = \phi_{max} + \frac{\phi}{2}$

Der räumliche oder dreiachsige Spannungszustand



Mohrscher Kreis für den dreiachsigen Spannungszustand

$$\tau_{max,min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_1$$

$$\sigma_{min} = \sigma_3$$

Berechnung der Hauptspannungen (Bsp. Skript Seite 2.12)

Die **Hauptspannungen** berechnen sich aus

$$\det(\sigma_{ij} - \sigma_k E) = 0$$

wobei die Eigenwerte σ_k die Hauptspannungen sind und die Eigenvektoren die zu den entsprechenden Hauptspannungen gehörenden Eigenrichtungsvektoren.

1.3 Stoffgesetz für metallische Werkstoffe

1.3.1 linear elastisches Stoffgesetz

Metallische Werkstoffe verhalten sich linear elastisch und werden mithilfe des Hookschen Gesetz beschrieben. Die Deformationen ergeben sich als Funktion der Spannungen

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{G} \tau_{ij} \text{ wobei } \gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

Schubmodul G lässt sich aus der folgenden Beziehung herleiten.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad | \quad \nu \text{ ist die Poissonzahl und immer } \leq 0.5$$

Spannungen können auch aus den vorliegenden Dehnungen berechnet werden

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_{11} + \nu[\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}]]$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_{22} + \nu[\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}]]$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_{33} + \nu[\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}]]$$

1.3.2 Thermisch induzierte Dehnungen & Spannungen

Treten zusätzlich noch thermisch induzierte Dehnungen auf, kann man diese mittels der folgenden Formel einfach berechnen.

$$\varepsilon_{therm} = \alpha \cdot \delta\vartheta$$

wobei α der Wärmeausdehnungskoeffizient mit der Einheit $[\frac{1}{K}]$ ist und $\delta\vartheta$ die Temperaturdifferenz in Kelvin.

2 Dauerfestigkeit

2.1 Beanspruchbarkeit bei dynamischer Belastung

Es wird angenommen, dass der zeitliche Verlauf harmonisch, d.h. einem Sinus- oder Cosinus-Gesetz folgt. Ein Schwingpiel entspricht einem Lastwechsel, es ergeben sich folgende Kenngrößen:

Bezeichnung	Formelzeichen	Gleichung
Mittelspannung	σ_m	$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$
Ausschlagspannung Spannungsamplitude	σ_a	$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$
Oberspannung	σ_o	$\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$
Unterspannung	σ_u	$\sigma_u = \sigma_m - \sigma_a$
Spannungsverhältnis	R	$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$
Spannungsausschlag	$\sigma(t)$	$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega \cdot t)$

2.1.1 Die drei Belastungsfälle

1. **Fall I** - ruhende Belastung:

$$\sigma = \sigma_m = \sigma_u = \sigma_o$$

$$\sigma_a = 0$$

2. **Fall II** - rein schwelende Belastung:

$$\sigma_u = 0$$

$$\sigma_o = 2 \cdot \sigma_m$$

$$\sigma_a = \sigma_m = 0.5 \cdot \sigma_o$$

3. **Fall III** - rein wechselnde Belastung:

$$\sigma_m = 0$$

$$\sigma_o = \sigma_a = -\sigma_u$$

Auch $|\sigma_o| \neq |\sigma_u|$ und $\sigma_u < 0$ gilt als wechselnd.

2.2 Dauerfestigkeitsschaubild nach Wöhler

Das Wöhlerdiagramm zeigt die Anzahl **Lastspiele**, welche eine Probe, bei einer bestimmten **Spannungsamplitude** σ_a und gegebener konstanter **Mittelspannung** σ_m , aushält.

2.2.1 Bereiche der Wöhler-Linie

1. **Bereich a - Statische Festigkeit:**

$$\text{Lastwechselzahl } N: 10^1 \dots 10^2$$

2. **Bereich b - Zeitfestigkeit:**

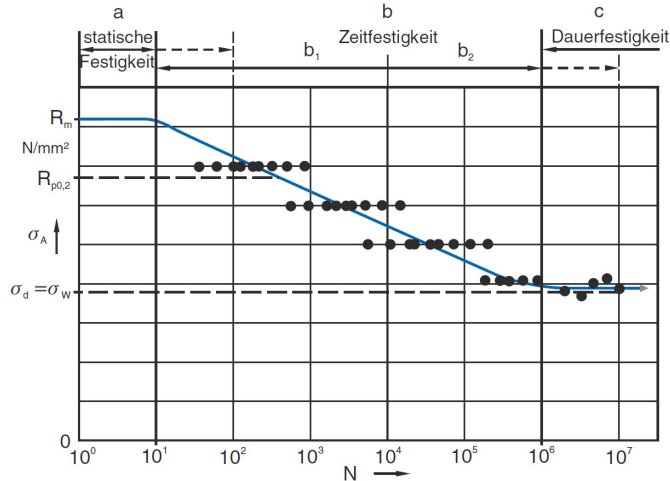
Zu den entsprechenden Lastwechselzahlen N werden Zeitfestigkeitswerte bei gegebenem σ_m (τ_m) angegeben. Des weiteren wird zwischen der Kurzzeitfestigkeit (LCF - Low Cycle Fatigue) und der Zeitfestigkeit (HCF - High Cycle Fatigue) unterschieden. Die Zeitfestigkeit wird mit einer bestimmten Überlebenswahrscheinlichkeit angegeben z.B. $P_u = 0$

Lastwechselzahl LCF N: $10^1 \dots 10^3 - 10^4$
 Lastwechselzahl HCF N: $10^3 \dots 10^4 - 10^6$

3. Bereich c - Dauerfestigkeit:

Sie ist diejenige Grenzspannung die gerade noch beliebig lange ertragen wird, ohne dass ein Bruch auftritt. Angegeben durch $\sigma_o(\tau_o)$ und $\sigma_u(\tau_u)$ oder der Spannungsausschlag $\sigma_A(\tau_A)$. Für den Fall $\sigma_m = 0$ wird die Dauerfestigkeit $\sigma_W(\tau_W)$ definiert. Die Dauerfestigkeit wird mit einer bestimmten Überlebenswahrscheinlichkeit angegeben z.B. $P_u = 0$

Lastwechselzahl N: $> 10^6 - 10^7$



2.2.2 Steigung der Wöhler-Linie

Die Neigung q im Zeitfestigkeitsbereich ist wie folgt definiert:

$$q = - \frac{\Delta(\log N)}{\Delta(\log \sigma_a)} = - \frac{\log N_1 - \log N_2}{\log \sigma_{a1} - \log \sigma_{a2}} = \frac{\log(\frac{N_1}{N_2})}{\log(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}})}$$

Die Gleichung der Wöhler-Linie ist somit:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}\right)^{-q}$$

Achtung: Die Steigung q nimmt für flach verlaufende Wöhler-Linien grosse Werte und für steil verlaufende kleine Werte an.

2.2.3 Einflussgrössen und Eckschwingenspielzahl

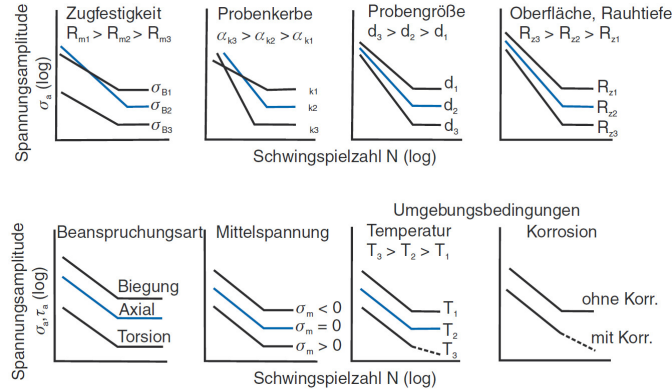
Die Lage der Eckschwingenspielzahl N_D zeigt, ab welcher Schwingzahl man den Dauerfestigkeitsbereich erreicht hat. N_D hängt hauptsächlich vom Werkstoff ab. Es bestehen aber noch weitere Einflussgrössen:

1. **Werkstoff und Werkstoffzustand** (Zusammensetzung, Wärmebehandlung, Herstellungsart...)

2. **Probengeometrie und Probenoberfläche** (Probenform, Probengrösse, Oberflächenbehandlung...)

3. **Beanspruchung** (Art, Mittelspannung, zusammengesetzte Beanspruchung...)

4. **Umgebungsbedingungen** (Temperatur, Medium...)

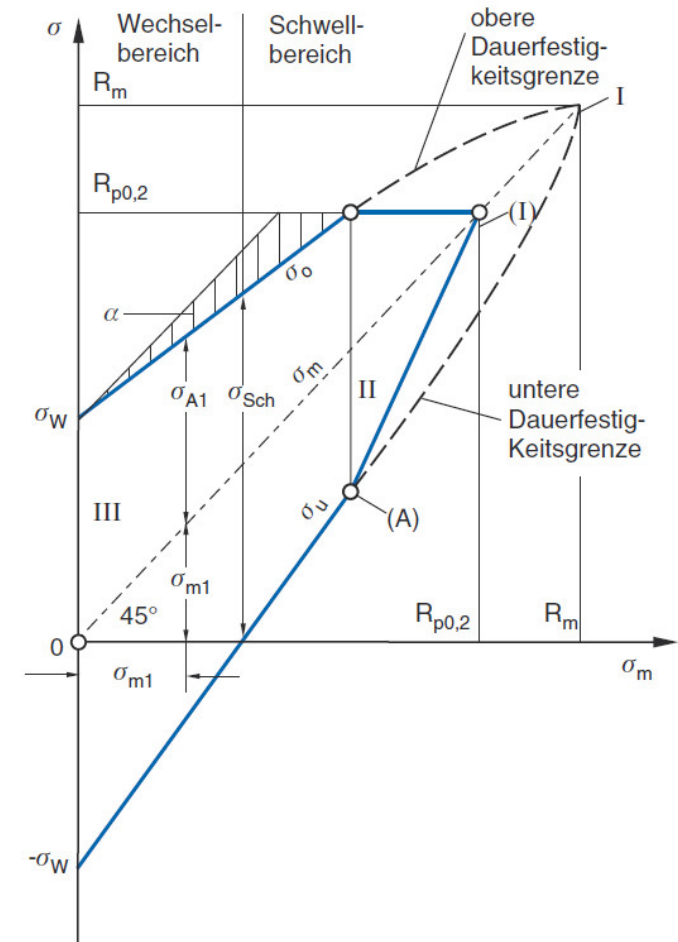


2.3 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Das Smith-Diagramm zeigt die auf die Dauer aushaltbare Ausschlagspannung σ_A zu verschiedenen Mittelspannungen. Experimentell kann man dieses Wissen aus den Wöhler-Spannungsversuchen gewinnen. Aus diesem Grund gelten Einflussgrössen des Wöhler-Diagramms hier natürlich auch. (siehe Abschnitt 2.2.3 „Einflussgrössen und Eckschwingenspielzahl“ auf Seite 3)

2.3.1 Bereiche des Smith-Diagramm

1. **Bereich I - Obere Dauerfestigkeitsgrenze:**
Theoretische Begrenzung nach oben durch Bruchfestigkeit R_m mit $\sigma_A = 0, \sigma_m = \sigma_B = R_m$.
Praktische Grenze aber schon bei $R_{p0,2}$.
2. **Bereich II - Schwellbereich:**
Begrenzung nach unten durch Ursprungsfestigkeit oder Schwellfestigkeit $\sigma_{Sch} = \sigma_{Ur} = 2 \cdot \sigma_A$ mit $\sigma_m = \sigma_A$
3. **Bereich III - Wechselbereich:**
Begrenzung nach unten durch die sog. Dauerwechselfestigkeit σ_W mit $\sigma_m = 0$.

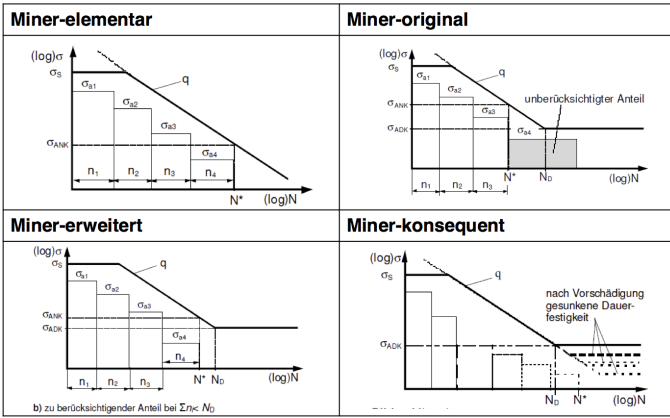


2.3.2 Konstruktion des Smith-Diagramm

Liegen keine Versuchsergebnisse vor, kann ein vereinfachtes Diagramm mit $R_m, R_{p0,2}$ und σ_W konstruiert werden (Bild zu Hilfe ziehen):

1. 45°-Linie abtragen
2. Waagerechte durch R_m und darauf $\frac{\sigma_W}{2}$ von der 45°-Linie in $-\sigma_m$ -Richtung abtragen
3. Den erhaltenen Punkt mit σ_W auf der y-Achse verbinden.
4. Begrenzung nach oben durch $R_{p0,2}$. Schnittpunkt an der 45°-Linie spiegeln.
5. Punkte verbinden.

Miner-Regeln



3.1.5 Schädigungsäquivalente Ausschlagsspannung

$$\sigma_{zd,ba} = \frac{\sigma_{zd,ba1}}{K_{K\sigma}} \text{ bzw. } \tau_{ta} = \frac{\tau_{ta1}}{K_{K\tau}}$$

3.1.6 Gestaltzeit-/ ausschlagsfestigkeiten

Bei diesem (einfachen) Fall kann man direkt die Wöhlerlinie zu Hilfe ziehen und die erlaubte Ausschlagsspannung σ_A , zur gegebenen Schwingspielzahl N_L , berechnen.

Nomenklatur:

$$\sigma_{zd,b,GA} = \sigma_{zd,b,ADK}$$

$$\tau_{t,GA} = \tau_{t,ADK}$$

Falls rein wechselnde Beanspruchung, d.h. $\sigma_{m,v} = 0$: $\sigma_{zd,b,ADK} =$

$$\sigma_{zd,b,WK} \sigma_{zd,bGZ} = \sigma_{zd,b,ANK}$$

$$\tau_{t,GZ} = \tau_{t,ANK}$$

$$\sigma_{zd,bGZ} = \sqrt[q_\sigma]{\frac{N_D}{N_L}} \cdot \sigma_{zd,bGA}$$

$$\tau_{tGZ} = \sqrt[q_\tau]{\frac{N_D}{N_L}} \cdot \tau_{tGA}$$

N_D Schwingspielzahl am unteren Knickpunkt der Wöhlerlinie ($N_D = 10^6$)

N_L auftretende Schwingspielzahl

$\sigma_{zd,bGA}, \tau_{tGA}$ Gestaltausschlagfestigkeit für Z/D, B oder T

$\sigma_{zd,bGZ}, \tau_{tGZ}$ Gestaltzeitfestigkeit für Z/D, B oder T

q_σ, q_τ Wöhlerlinienexponent, $q_\sigma = 5, q_\tau = 8$

3.1.7 Sicherheit

Zeitfestigkeit:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdGZ}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGZ}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tGZ}}\right]^2}} \geq S_{Zmin}$$

Dauerfestigkeit:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdGA}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGA}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tGA}}\right]^2}} \geq S_{Dmin}$$

$\sigma_{zd,b,a}, \tau_{t,a}$ Ausschlagsspannung für Z/D, B oder T

$\sigma_{zd,b,GZ}, \tau_{t,GZ}$ Gestaltzeitfestigkeit für Z/D, B oder T

$\sigma_{zd,b,GA}, \tau_{t,GA}$ Gestaltausschlagfestigkeit für Z/D, B oder T

Die Mindestsicherheit sollte $S_{Zmin} = 1.2$ betragen (wenn nicht anders definiert).

4 Hypothesen

4.1 Gestaltänderungsenergiehypothese (von Mises; GEH)

3D-Fall:

$$\sigma_{V,vM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

$$2D\text{-Fall: } \sigma_{V,vM} = \sqrt{(\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2) + 3(\tau_{xy}^2)}$$

Anwendung: GEH liefert den Radius des Spannungszylinders ($\sigma_{V,vM} < R_e$). Die GEH ist ungeeignet bei hydrostatischer Belastung ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), da Sprödrisse auftreten können aber $\sigma_{V,vM} = 0$ ist.

Es gilt: $\frac{\tau_{Grenz}}{\sigma_{zd,Grenz}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

4.2 Schubspannungshypothese (SH; Tresca)

3D-Fall: $\sigma_{V,SH} = 2 \cdot \tau_{max}$ $\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})$ 2D-Fall:

$$\sigma_{V,SH} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2}$$

Anwendung: Die SH besagt, dass die grösste Schubspannung unter der Gleitfestigkeit bleiben muss. Ungeeignet bei sprödem Materialverhalten.

Es gilt: $\frac{\tau_{Grenz}}{\sigma_{zd,Grenz}} = \frac{1}{2}$

4.3 Normalspannungshypothese (NH; Rankine)

3D-Fall: $\sigma_{V,NH} = \sigma_{max}$

2D-Fall: $\sigma_{V,NH} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

Anwendung: Die NH besagt, dass die grösste Normalspannung unter der Bruchfestigkeit (R_m) bleiben muss. Wird bei sprödem Materialverhalten, bei konstruktionsbedingter Verunmöglichung der Verformung oder Spannungsversprödung (hydrostatische Belastung) verwendet. Achtung: ev. Druckwerte eines Materials verwenden, wenn Druckbelastung!

3.1.3 Bezugsschwingzahl

$$N_* = \begin{cases} \sum_{i=1}^k n_i & \text{falls } N_* < N_D \\ N_D & \text{sonst} \end{cases}$$

n_i Schwingspielzahl des i-ten Kollektivs
 $N_D = 10^6$

Im zweiten Fall wird das letzte Kollektiv abgeschnitten.

3.1.4 Völligkeit & Kollektivfaktoren

$$\nu_\sigma = \sqrt[q_\sigma]{\sum_{i=1}^k \left[\frac{n_i}{N_*}\right] \cdot \left[\frac{\sigma_{zd,ba_i}}{\sigma_{zd,ba1}}\right]^{q_\sigma}}$$

$$\nu_\tau = \sqrt[q_\tau]{\sum_{i=1}^k \left[\frac{n_i}{N_*}\right] \cdot \left[\frac{\tau_{tai}}{\tau_{ta1}}\right]^{q_\tau}}$$

$$K_{K\sigma,\tau} = \sqrt[q_\sigma]{\left(\frac{1}{\nu_{\sigma,\tau}^{q_\sigma}} - 1\right)} \cdot D_M + 1$$

n_i Anzahl Schwingspiele für eine Lastkollektivstufe (LKS)

N_* Bezugsschwingzahl

$\sigma_{zd,ba_i}, \tau_{tai}$ Spannungsausschlag der LKS i

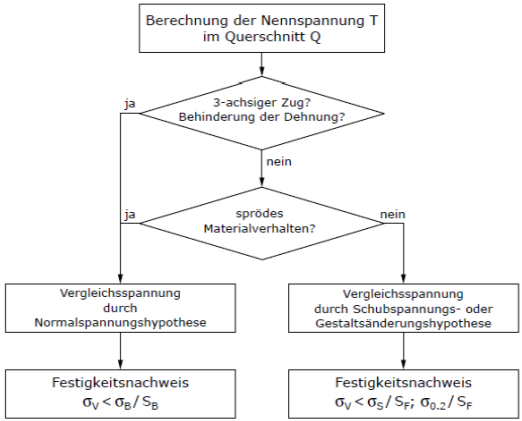
$\sigma_{zd,ba1}, \tau_{ta1}$ Grösster Spannungsausschlag des LK's

q_σ, q_τ Wöhlerlinienexponent, $q_\sigma = 5, q_\tau = 8$

D_M Minersumme, $D_M = 0.3$

k letzte zu berücksichtigende LKS-Zahl

4.4 Wahl der Hypothesen



Die GEH ist grundsätzlich der SH vorzuziehen.
Eignung bei Bruch/Fliessen:

Hypothese	GEH	SH	NS
Fliessbeginn	ja	ja	nein
Bruch	ungeeignet	Scherbruch unter Druck	Normalspannungsbruch unter Zug

Achtung: GEH und SH zeigen nicht an ob Zug oder Druck!

4.5 Anstrengungsverhältnis (Carl von Bach)

Anstrengungsverhältnis: GEH $\eta = \sqrt{3}$
 SH $\eta = 2$
 NH $\eta = 1$

Von Bach unterscheidet 3 Fälle: I: ruhend, II: schwellend, III: wechselnd.

Werte für das Anstrengungsverhältnis:

Lastfälle mit σ-Spannung	Lastfälle mit τ-Spannung			
	α ₀ bei	τ _I	τ _{II}	τ _{III}
σ _I	1	1	1,5	2
σ _{II}	0,7	0,7	1	1,35
σ _{III}	0,5	0,5	0,75	1

Wird das Anstrengungsverhältnis in die Hypothesen einbezogen ersetzt sich τ durch α₀τ! Falls nur eine Normalspannung und eine Schubspannung vorliegt ergibt sich folgende Tabelle:

Festigkeits-Hypothese Vergleichsspannung
 Normalspannungshypothese $\sigma_V = \frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0\tau)^2}]$
 Schubspannungshypothese $\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0\tau)^2}$
 Von Mises-Hypothese $\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3(\alpha_0\tau)^2}$

5 Formzahlen/Kerbzahlen

5.1 Formzahl α für den statischen Fall

Die Formzahl α ist von zwei Größen abhängig:

- von der Form der Kerbe
- von der Art der Beanspruchung (Zug/Druck, Biegung, Torsion)

Die Formzahl α ist unabhängig:

- vom Werkstoff
- von geometrisch ähnlicher Veränderung der Grösse des gekerbten Teiles (kein Grösseneinfluss)
- von der Höhe der elastischen Beanspruchung

Die Formzahl α ist zu berücksichtigen bei:

- spröden Materialien
- Glas, Keramik, Grauguss etc.

Die Formzahl α ist nicht zu berücksichtigen bei:

- duktilen Materialien
- Aluminium, Stahl, Kunststoff etc.

Mithilfe der Formzahl lassen sich die Normalspannungen (σ_N, τ_N) in die maximalen Spannungen im Kerbgrund anpassen:

$$\sigma_{max,zd} = \alpha_{\sigma,zd} \cdot \sigma_N$$

$$\sigma_{max,b} = \alpha_{\sigma,b} \cdot \sigma_N$$

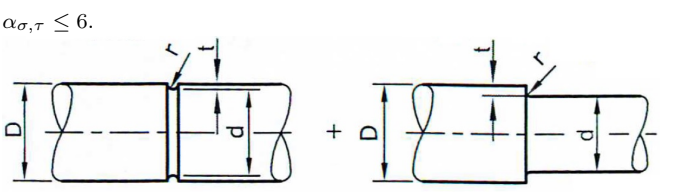
$$\tau_{max,t} = \alpha_{\tau,t} \cdot \tau_N$$

Für die meisten Kerbformen gilt:

$$\alpha_{\sigma,Zug/Druck} > \alpha_{\sigma,Biegung} > \tau_{\tau,Torsion} > 1$$

5.1.1 Formzahl für Absatz und Rundnut abgebildet durch mathematische Funktionen

Die Formzahlen für Wellenabsätze können nach der folgenden Gleichung berechnet werden, falls r/t ≥ 0.03 und d/D ≤ 0.98 sowie



$$\alpha_{\sigma,\tau} = 1 + \frac{1}{\sqrt{A \frac{r}{t} + 2B \frac{r}{d} (1 + 2 \frac{r}{d})^2 + C (\frac{r}{t})^Z \frac{d}{D}}}$$

Welle	Belastung	A	B	C	Z
Rundnut	Zug/Druck	0.22	1.37	0	0
	Biegung	0.2	2.75	0	0
	Torsion	0.7	10.3	0	0
Absatz	Zug/Druck	0.62	3.5	0	0
	Biegung	0.62	5.8	0.2	3
	Torsion	3.4	19	1	2

Blech	Belastung	A	B	C	Z
Rundnut	Zug/Druck	0.22	0.85	0	0
	Biegung	0.2	2.1	0	0
Absatz	Zug/Druck	0.5	2.5	0	0
	Biegung	0.5	6	0	0

5.2 Kerbwirkungszahl β_k für den dynamischen Fall

Die am glatten Stab ermittelte Dauerwechselfestigkeit (σ_W, τ_W) reduziert sich infolge einer Kerbe um den Faktor β_k. Diese wird als **Kerbwirkzahl** bezeichnet:

$$\beta_{\sigma} = \frac{\sigma_{zd,bW}(d)}{\sigma_{zd,bWK}}$$

$$\beta_{\tau} = \frac{\tau_{tW}(d)}{\tau_{tWK}}$$

d ist immer der Kerbgrunddurchmesser! σ_{zd,bW}(d): Wechselfestigkeit des Bauteils mit Durchmesser d im Kerbquerschnitt (durch Nennspannungen ausgedrückt). σ_{zd,bWK}, τ_{tWK}: Wechselfestigkeit der ungekerbten, polierten Rundprobe mit Durchmesser d bei sonst gleichen Bedingungen.

$$\sigma_{WG} = \frac{\sigma_W}{B_{\sigma}}$$

$$\tau_{WG} = \frac{\tau_W}{B_{\tau}}$$

Die Formzahl für den dynamischen Fall ist normalerweise kleiner als diejenige für den statischen Fall. Dies bedeutet, dass bei einer **dynamischen Belastung höhere Spannungsspitzen zulässig sind.**

$$1 \leq \beta_{\sigma} \leq \alpha_{\sigma} \quad \beta_k = \frac{\alpha_k}{n}$$

5.3 Bestimmung der Kerbwirkungszahlen

Kerarten:

- Konstruktive Kerben: Absätze, Nuten, Gewinde, Bohrungen, Querschnittsübergänge
- Kerben an Fugestellen: Schweissnähte, Klebestellen, Schraub-/Pressverbindungen
- Kerben an Fehlstellen: Oberflächenrauheiten, Oberflächenfehler (Poren/Anrisse), Einschlüsse
- Methode I: DIN 743 (experimentell bestimmte Kerbwirkungszahlen)
- Methode II: Kerbwirkungszahlen für Kerben mit bekannter Formzahl
- Methode III: FEM Berechnung

5.3.1 Methode I

Umrechnung nach Stieler

$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{n} \quad n: \text{dynamische Stützziffer}$$

Dynamische Stützziffer n ist eine Funktion es Materials (Zugfestigkeit R_m) und des bezogenen Spannungsgefälles G' . Ein hohes Spannungsgefälle ist erwünscht, da dann n grösser wird und damit die dynamische Kerbwirkungszahl β_k kleiner wird.

Weiche Randschicht

I.e. vergütete oder normalisierte Wellen oder einsatzgehärtete Wellen ohne aufgekohlten Konturen.

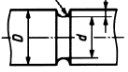
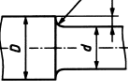
$$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 1mm} \cdot 10^{-\left(0.33 + \frac{\sigma_S(d)}{712N/mm}\right)}$$

Dies wäre z. B. bei "Vor der Verarbeitung durch Drehen vergütet":
1. Vergüten, 2. Drehen (innen drin dann nicht/weniger hart).

Harte Randschicht

$$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 1mm} \cdot 10^{-0.7}$$

Bezogenes Spannungsgefälle G'

Bauteilform	Belastung	Bezogenes Spannungsgefälle G'
	Zug-Druck	$\frac{2 \cdot (1 + \phi)}{r}$
	Biegung	$\frac{2 \cdot (1 + \phi)}{r}$
	Torsion	$\frac{1}{r}$
	Zug-Druck	$\frac{2,3 \cdot (1 + \phi)}{r}$
	Biegung	$\frac{2,3 \cdot (1 + \phi)}{r}$
	Torsion	$\frac{1,15}{r}$

Für Rundstäbe gelten die Formeln näherungsweise auch dann, wenn eine Längsbohrung vorliegt.
für $d/D > 0,67$; $r > 0$: $\phi = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{t/r} + 2}$ sonst. $\phi = 0$

5.3.2 Methode II (Methode der direkten Bestimmung)

1. $\beta_{k,\sigma}(d_{BK})$ bestimmen gemäss Tab. 8.6
2. Anpassen mit:

$$\beta_{k,\sigma}(d) = \beta_{k,\sigma}(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)}$$

Passfedern: Auf Zugfestigkeit dimensionieren

Bezugsdurchmesser $d_{BK} = 40mm$, ausserdem kann statischer Nachweis vernachlässigt werden → es existieren keine Werte für α_k
Daher $\alpha_k = \beta_k$

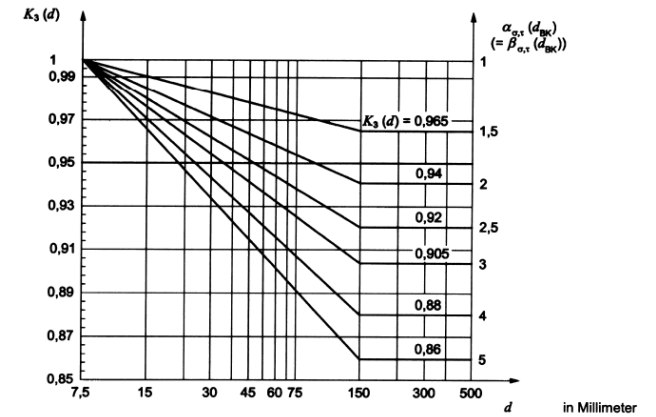
Geometrischer Grösseneinfluss $K_3(d)$

Berücksichtigt Änderung der Kerbwirkung, wenn Bauteilabmessungen von Probenabmessungen abweichen also **ALLE Abmessungen im gleichen Massstab geändert wurden** (Änderung des Spannungsgradienten). Nur dann einbeziehen, wenn:

- Bezugsdurchmesser d_{BK} vom Bauteildurchmesser d abweicht.
- Kerbwirkungszahlen $ss_\sigma(d_{BK})$ oder $ss_\tau(d_{BK})$ experimentell für Werkstoff bestimmt worden sind.

$$7.5mm \leq d \leq 150mm : K_3(d) = 1 - 0.2 \cdot \log \alpha_\sigma \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5mm}\right)}{\log(20)}$$

$$d \geq 150mm : K_3(d) = 1 - 0.2 \log \alpha_{\sigma,\tau}$$



6 Nennspannungskonzept nach DIN 743

Bei den herrschenden Spannungen wird nur mit den Nennspannungen gearbeitet. Diese werden mit den Werkstoffkennwerten verglichen, welche die Korrekturwerte für die Bauteileinflüsse wie Kerben, Oberflächenverfestigung und Stützwirkung enthalten

6.1 Schritt 1: Berechnung der Gesamteinflussfaktoren

VOR BEGINN: Sicherheitsformeln aufschreiben und prüfen, was benötigt wird!

6.1.1 Berechnung der dynamische Kerbwirkzahl

Siehe Kapitel zu FORMZAHLEN!

6.1.2 Berechnung der Einflussfaktoren

Technologischer Grösseneinfluss $K_1(d_{eff})$

Härte (damit auch Streckgrenze und Ermüdungsfestigkeit) beim Vergüten/Kernhärten/Einsatzhärten nimmt mit steigendem Durchmesser ab! $K_1(d_{eff})$ ist beanspruchungsunabhängig und wird mit dem für die Wärmebehandlung massgebendem Durchmesser d_{eff} berechnet (oft Durchmesser des Ursprungsmaterials)! Ohne spezielle Angaben gilt: $K_1(d_{eff}) =$ grösster Durchmesser der Welle!

Achtung: $K_1(d_{eff})$ ist unterschiedlich für Streckgrenze und Zugfestigkeit! Bei Wechselfestigkeit mit $\sigma_B(d) = \sigma_B(d_B) \cdot K_1(d_{eff})$ rechnen

Nitrierstähle (σ_s, σ_B), Baustähle (σ_B)	$d_{eff} \leq 100 \text{ mm}$ $K_1 = 1$	$100 \text{ mm} < d_{eff} < 300 \text{ mm}$ $K_1 = 1 - 0.23 \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{100 \text{ mm}}\right)$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1 = 0.89$
Baustähle (σ_s)	$d_{eff} \leq 32 \text{ mm}$ $K_1 = 1$	$32 \text{ mm} < d_{eff} < 300 \text{ mm}$ $d_B = 16 \text{ mm}$ $K_1 = 1 - 0.26 \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{2 \cdot d_B}\right)$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1 = 0.75$
CrNiMo-Einsatzstähle (σ_s, σ_B), Vergütungsstähle im vergüteten Zustand (σ_B), Vergütungsstähle unvergütet (σ_s, σ_B)	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}$ $K_1 = 1$	$16 \text{ mm} < d_{eff} < 300 \text{ mm}$ $d_B = 16 \text{ mm}$ $K_1 = 1 - 0.26 \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1 = 0.67$
Andere Einsatzstähle, blindgehärtet (σ_s, σ_B)	$d_{eff} \leq 11 \text{ mm}$ $K_1 = 1$	$11 \text{ mm} < d_{eff} < 300 \text{ mm}$ $d_B = 11 \text{ mm}$ $K_1 = 1 - 0.41 \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1 = 0.41$
Vergütungsstähle im vergüteten Zustand (σ_s)	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}$ $K_1 = 1$	$16 \text{ mm} < d_{eff} < 300 \text{ mm}$ $d_B = 16 \text{ mm}$ $K_1 = 1 - 0.34 \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1 = 0.57$

Es gilt immer: $d_B = 16 \text{ mm}$

Für Einsatzstähle im blind- oder einsatzgehärteten Zustand (ausser Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle): Gegensatz zu Tabelle!

$$d_{eff} \leq 16 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1$$

$$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 150 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1 - 0.41 \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$$

$$150 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm} : K_3(d) = K_1(d_{eff}) = 0.60$$

Für die Streckgrenze von Vergütungsstählen sowie anderen Baustählen im vergüteten Zustand:

$$d_{eff} \leq 16 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1$$

$$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1 - 0.34 \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$$

$$300 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm} : K_3(d) = K_1(d_{eff}) = 0.57$$

Für Nitrierstähle und die Zugfestigkeit allgemeiner und höherfester Baustähle sowie anderer Baustähle im nicht vergüteten Zustand:

$$d_{eff} \leq 100 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1$$

$$100 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1 - 0.23 \log\left(\frac{d_{eff}}{100 \text{ mm}}\right)$$

$$300 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm} : K_3(d) = K_1(d_{eff}) = 0.89$$

Die Streckgrenze für allgemeine und höherfeste Baustähle sowie für andere Baustähle im nicht vergüteten Zustand ist mit $K_1(d_{eff})$ nach Gleichung wie folgt abzumindern:

$$d_{eff} \leq 32 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1$$

$$32 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1 - 0.26 \log\left(\frac{d_{eff}}{2 \cdot d_B}\right)$$

$$300 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm} : K_3(d) = K_1(d_{eff}) = 0.75$$

Für Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle im blind- oder einsatzgehärteten Zustand und die Zugfestigkeit von Vergütungsstählen sowie anderen Baustählen im vergüteten Zustand:

$$d_{eff} \leq 16 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1$$

$$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm} : K_1(d_{eff}) = 1 - 0.26 \log\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right)$$

$$300 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm} : K_3(d) = K_1(d_{eff}) = 0.67$$

Geometrischer Grösseneinfluss $K_2(d)$

Der Unterschied zwischen grössten Biege-Ermüdungsfestigkeit σ_{bW} und Zug-/Druck-Ermüdungsfestigkeit $\sigma_{z dW}$ von glatten Stäben (gleicher Probendurchmesser) wegen makroskopischer Stützwirkung der äusseren Fasern durch innere weniger belastete Fasern. Bei Biegung existiert solchen Spannungsgefälle (im Gegensatz zu Zug/Druck-Beanspruchung) → Stützwirkung tritt ein, Wechselfestigkeit wird erhöht.

Zug/Druck	$K_2 = 1$	$K_2 = 1$
Biegung und Torsion	$7.5 \text{ mm} \leq d \leq 150 \text{ mm} :$ $K_2 = 1 - 0.2 \cdot \frac{\lg\left(\frac{d}{7.5 \text{ mm}}\right)}{\lg 20}$	$d \geq 150 \text{ mm} :$ $K_2 = 0.8$

Für Kreisringquerschnitte: $d =$ Aussendurchmesser, wenn $d \geq 150 \text{ mm}$ kann $K_2(d) = \frac{\sigma_{z dW}}{\sigma_{bW}}$ verwendet werden. Grosse Querschnitte: Biege-/Torsionsfestigkeit geht in Zug-/Druckwechselfestigkeit über (Gradient nimmt ab).

Geometrischer Grösseneinfluss K_2F

Werkstoffe	Beanspruchungsart	Vollwelle	Hohlwelle
ohne harte Randschicht	Zug/Druck	1,0	1,0
ohne harte Randschicht	Biegung	1,2	1,1
ohne harte Randschicht	Torsion	1,2	1,0
mit harter Randschicht	Zug/Druck	1,0	1,0
mit harter Randschicht	Biegung	1,1	1,0
mit harter Randschicht	Torsion	1,1	1,0

Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma, \tau}$

Wichtig für Rost. s. S. 8.30 für extreme Werte. für $\sigma_B \leq 2000 \text{ N/mm}^2$ und R_Z : gemittelte Rautiefe in μm . Wenn Spitzenwerte der Rauheit $> 2R_Z$, dann Maximalwert statt R_Z einsetzen.

$$\sigma_B(d_{eff}) = K_1(d_{eff}) \sigma_B(d_B)$$

Zug/Druck und Biegung	$K_{F\sigma} = 1 - 0.22 \cdot \lg\left(\frac{R_Z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \left(\lg\left(\frac{\sigma_B(d)}{20 \text{ N/mm}^2}\right) - 1\right)$
Torsion	$K_{F\tau} = 0.575 \cdot K_{F\sigma} + 0.425$

Bei Torsion: Für Walzhaut: Mittlere Rauheit $R_Z = 200 \mu\text{m}$
Wenn Berechnung mit exp. best. Kerbwirkungszahl durchgeführt wird, Probe aber Oberflächenrauheit R_{ZB} hat, dann gilt:

$$K_{F\sigma} = \frac{K_{F\sigma}(R_Z)}{K_{F\sigma}(R_{ZB})} \quad K_{F\tau} = \frac{K_{F\tau}(R_Z)}{K_{F\tau}(R_{ZB})}$$

Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung K_V

Verfahren	$7 \dots 8 \text{ mm} \leq d \leq 25 \text{ mm}$	$25 \text{ mm} \leq d \leq 40 \text{ mm}$
Nitrieren	1,15 ... 1,25	1,10 ... 1,15
Einsatzhärten	1,20 ... 2,10	1,10 ... 1,50
Carbonitrieren	1,10 ... 1,90	1,00 ... 1,40
Rollen	1,20 ... 1,40	1,10 ... 1,25
Kugelstrahlen	1,10 ... 1,30	1,10 ... 1,20
Induktiv- und Flammhärten	1,20 ... 1,60	1,10 ... 1,40

Anwendungsfaktor K_A

Berücksichtigt die Änderung der Beanspruchung (z. B. häufiges/heftiges Anfahren). s. S. 8.34/8.35 bzw. Kap. 9. Gegebenenfalls alles mit dem Anwendungsfaktor K_A multiplizieren (z. B. $M_{b,K} = K_A \cdot M_b$).

Bestimmung der Gesamteinflussfaktoren

$$K_\sigma = \left(\frac{\beta_\sigma}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v}$$

$$K_\tau = \left(\frac{\beta_\tau}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v}$$

- β_σ : Kerbwirkungszahl
- $K_2(d)$: geometrischer Grösseneinfluss
- $K_{F\sigma,\tau}$: Einflussfaktor der Oberflächenrauheit
- K_v : Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung

6.2 Schritt 2: Berechnung der Vergleichsspannungen

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2}$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}}$$

- σ_{mv}, τ_{mv} : Vergleichsmittelspannungen
- $\sigma_{zdm, bm}$: Mittelspannungen Zug/Druck, Biegung
- τ_{tm} : Mittelspannung Torsion

sollte $\sigma_{zdm} + \sigma_{bm} < 0$ sein, gilt:

$$\sigma_{mv} = \frac{H}{|H|} \cdot \sqrt{|H|} \text{ mit } H = \frac{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^3}{|\sigma_{zdm} + \sigma_{bm}|} + 3 \cdot \tau_{tm}^2$$

(wobei so auch bei positiven Werten gerechnet werden kann).

6.3 Schritt 3: Bauteilwechselfestigkeit berechnen

$$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW}(d_B) \cdot K_1(d_{eff})}{K_\sigma}$$

$$\sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW}(d_B) \cdot K_1(d_{eff})}{K_\sigma}$$

$$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW}(d_B) \cdot K_1(d_{eff})}{K_\tau}$$

- $\sigma_{zdW, bW}$: Zug/Druck- und Biegewechselfestigkeit
- τ_{tW} : Torsionswechselfestigkeit
- $K_1(d_{eff})$: Technologischer Grösseneinflussfaktor
- $K_{\sigma,\tau}$: Gesamteinflussfaktoren

Die Wechselfestigigkeiten können Tabellen entnommen werden und sonst gelten als Näherungswerte $\sigma_{zdW} = 0.4 \cdot R_m$, $\sigma_{bW} = 0.5 \cdot R_m$ und $\tau_{tW} = 0.3 \cdot R_m$.

6.4 Schritt 4: Einflussfaktoren der Mittelspannungsempfindlichkeit berechnen

$$\psi_{zd\sigma K} = \frac{\sigma_{zdWK}}{2 \cdot K_1(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}}$$

$$\psi_{b\sigma K} = \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_1(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}}$$

$$\psi_{\tau K} = \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_1(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \tau_{tWK}}$$

- $\sigma_{zdWK, bWK}$: Bauteilwechselfestigkeit
- τ_{tWK} : Bauteilwechselfestigkeit
- $K_1(d_{eff})$: Technologischer Grösseneinflussfaktor
- $\sigma_B(d_B)$: Bruchfestigkeit (R_m)

6.5 Schritt 5: Bauteilfliessgrenzen bestimmen

γ_F Erhöhungsfaktor der Fließgrenze

Beanspruchungsart	α_σ oder β_σ (nach DIN 743-2)	γ_F
Zug/Druck oder Biegung	bis 1,5	1,00
Zug/Druck oder Biegung	1,5 ... 2,0	1,05
Zug/Druck oder Biegung	2,0 ... 3,0	1,10
Zug/Druck oder Biegung	über 3,0	1,15
Torsion	beliebig	1,00

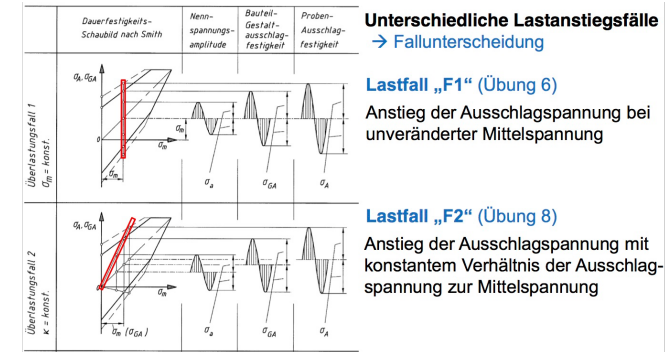
$$\sigma_{zdFK} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F, zd} \cdot \gamma_F \cdot \sigma_S(d_B)$$

$$\sigma_{bFK} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F, b} \cdot \gamma_F \cdot \sigma_S(d_B)$$

$$\tau_{tFK} = \frac{K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F, t} \cdot \gamma_F \cdot \sigma_S(d_B)}{\sqrt{3}}$$

- $K_1(d_{eff})$: Technologischer Grösseneinflussfaktor
- K_{2F} : Geometrischer Grösseneinfluss
- γ_F : Fließgrenzenerhöhung
- $\sigma_S(d_B)$: Streckgrenze (Fließgrenze)

6.6 Schritt 6: Spannungsamplituden der Bauteilfestigkeit berechnen

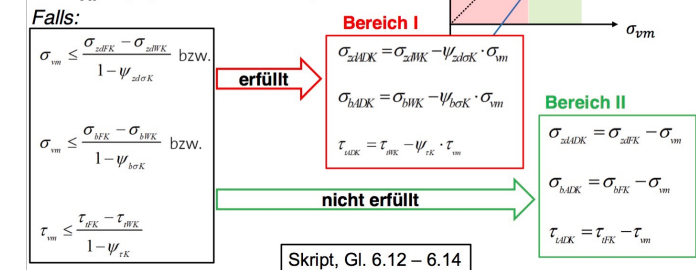


Lastfall „F1“ (Übung 6)
Anstieg der Ausschlagsspannung bei unveränderter Mittelspannung

Lastfall „F2“ (Übung 8)
Anstieg der Ausschlagsspannung mit konstantem Verhältnis der Ausschlagsspannung zur Mittelspannung

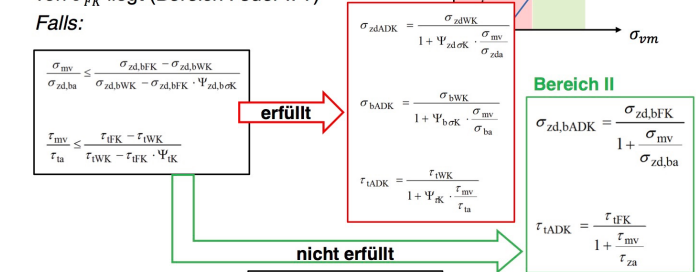
$$\sigma_{m,v} = const$$

Lastfall «F1» (Übung 6)
Überprüfe, ob σ_0 noch unterhalb von σ_{FK} liegt (Bereich I oder II?)



$$\frac{\sigma_{m,v}}{\sigma_{zd,b,a}} = const$$

Lastfall «F2» (Übung 8)
Überprüfe, ob σ_0 noch unterhalb von σ_{FK} liegt (Bereich I oder II?)



6.7 Schritt 7: Vorhandene Sicherheitszahlen berechnen

Sicherheit gegen bleibende Verformung:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \geq S_{min} \geq 1.2$$

Sicherheit gegen (Gewalt-) Bruch:
 Notwendig bei harter Randschicht, da spröde → NH-Hypothese verwenden.

$$S = \frac{1}{0.5 \cdot \left(\frac{\alpha_{k,zd} \sigma_{zdBRand} + \alpha_{k,b} \sigma_{bmax}}{\sigma_{zdFK}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_{k,zd} \sigma_{zdBRand} + \alpha_{k,b} \sigma_{bmax}}{\sigma_{zdFK}}\right)^2 + \left(\frac{2 \alpha_{k,t} \tau_{tmax}}{\tau_{tBRand}}\right)^2}\right)} \geq S_{min} \geq 1.2$$

Sicherheit gegen Dauerbruch:
 Keine Berücksichtigung der Kerbwirkung

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right)^2}} \geq S_{min} \geq 1.2$$

Wobei die (Ausschlags-)Nennspannungen gegeben sind durch:

$$\begin{aligned} \sigma_{zda} &= \frac{F_{zda}}{A} & \text{mit} & & A &= \frac{\pi(d^2 - d_i^2)}{4} \\ \sigma_{ba} &= \frac{M_{ba}}{W_b} & \text{mit} & & W_b &= \frac{\pi(d^4 - d_i^4)}{32 \cdot d} \\ \tau_{ta} &= \frac{T_a}{W_t} & \text{mit} & & W_t &= \frac{\pi(d^4 - d_i^4)}{16 \cdot d} \end{aligned}$$

d : Bauteildurchmesser im Kerbquerschnitt
 d_i : Innendurchmesser

7 Festkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen nach FKM

7.1 Statischer Festigkeitsnachweis - FKM

7.1.1 Schritt 1: Bestimmung wirkenden Spannung

Der Ausgangspunkt ist meistens eine FEM - Berechnung, die einen örtlichen Spannungstensor im kritischen Punkt liefert (muss gegeben sein)! Da die grössten Spannungen an der Oberfläche auftreten, handelt es sich um einen ebenen Spannungszustand!

Gegebenfalls müssen die wirkenden Spannungen um Druckparameter, sowie Gussfaktor angepasst werden

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\sigma_i}{f_{\sigma,i} K_{NL,i}}$$

Werkstoffgruppe	f_{σ} für Zug	f_{σ} für Druck	f_{τ}
Einsatzstahl	1	1	0,577 ^{*)}
nichtrostender Stahl	1	1	0,577
Schmiedestahl	1	1	0,577
Stahl außer diesen	1	1	0,577
GS	1	1	0,577
GJS	1	1,3	0,65
GJM	1	1,5	0,75
GJL	1	2,5	1,0 ^{*)}
Alu-Knetwerkstoff	1	1	0,577
Alu-Gusswerkstoff	1	1,5	0,75

Werkstoffsorte	GJL -100	GJL -150	GJL -200	GJL -250	GJL -300	GJL -350
$K_{Nt,Zug}$	1,15	1,15	1,10	1,10	1,05	1,05
$K_{Nt,Druck}$	0,87	0,87	0,91	0,91	0,95	0,95

GEH: $\sigma_{v,GEH} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$

NH: $\sigma_{v,NH} = MAX(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$

RESULT.: $\sigma_v = q \cdot \sigma_{NH} + (1 - q) \cdot \sigma_{GEH}$

Werkstofftyp	q
Stahl	0.000
Alu Knetlegierung	
GJS	0.264
GJM, Aluguss	0.544
GJL	1.000

Kontrolle der Mehrachsigkeit:

$$\sigma_H = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Falls:

$$h = \frac{\sigma_H}{\sigma_{v,GEH}} > 1.333$$

muss der hydrostatischer Auslastungsgrad zusätzlich berechnet werden!

7.1.2 Schritt 2: Technologischer Grössenfaktor $K_{d,m}$ & $K_{d,p}$

Siehe auch: Kapitel zu Schweißnähten

GJL	
$d_{eff} \leq 7.5$	$K_{d,m} = 1.207$
$d_{eff} > 7.5$	$K_{d,m} = 1.207 \cdot \left(\frac{d_{eff}}{7.5mm}\right)^{-0.1922}$

Nichtrostende Stähle	
$K_{d,m} = K_{d,p} = 1$	

Alle anderen Werkstoffgruppen	
$d_{eff} \leq d_{eff,N}$	$K_{d,m} = K_{d,p} = 1$
$d_{eff,N} < d_{eff} \leq d_{eff,N,max}$	$K_d = \frac{1 - 0.7686 \cdot a_d \cdot \log\left(\frac{d_{eff}}{7.5mm}\right)}{1 - 0.7686 \cdot a_d \cdot \log\left(\frac{d_{eff,N}}{7.5mm}\right)}$

Obere Werte gelten für R_m , untere Werte für R_p .

Werkstoffgruppe ^{*)}	$d_{eff,N,m}$ $d_{eff,N,p}$ in mm	$a_{d,m}$ $a_{d,p}$ ^{*)}
unlegierter Baustahl DIN-EN 10 025	40 40	0,15 0,3
Feinkornbaustahl DIN 17 102	70 40	0,2 0,3
Feinkornbaustahl DIN EN 10 113	100 30	0,25 0,3
Vergütungsstahl, vergütet DIN EN 10 083-1	16 ^{*)} 16	0,3 0,4
Vergütungsstahl, normalgeglüht DIN EN 10 083-1	16 16	0,1 0,2
Einsatzstahl, blindgehärtet DIN EN 10 084	16 16	0,5 0,5
Nitrierstahl, vergütet DIN EN 10 085	40 40	0,25 0,30
nichtrostender Stahl DIN EN 10 088-2 ^{*)}	- -	- -
Stahl für größere Schmiedestücke, vergütet, SEW 550 ^{*)}	250 250	0,2 0,25
Stahl für größere Schmiedestücke, normalgeglüht, SEW 550	250 250	0 0,15

Obere Werte gelten für R_m , untere Werte für R_p .

Werkstoffgruppe	$d_{eff,N,m}$ $d_{eff,N,p}$ in mm	$a_{d,m}$ $a_{d,p}$
Stahlguss, DIN EN 10293	nach Tabelle 5.1.9	0,15 0,3
Vergütungsstahlguss, DIN EN 10293 ^{*)}	nach Tabelle 5.1.10	0,15 0,3
GJS	60	0,15
DIN EN 1563	60	0,15
GJM	15	0,15
DIN EN 1562	15	0,15

^{*)} Für G28Mn6, G34CrMo4 und G42CrMo4 ist $a_{d,m} = 0,3$.

^{*)} Innerhalb der Werkstoffgruppe gibt es die Werkstoffsorten.

7.1.3 Schritt 3: Anisotropiefaktor K_A

In der Regel sind Festigkeitswerte richtungsabhängig (anisotropes Material). Falls die Festigkeitswerte in der *bevorzugten* Richtung gefordert sind

$$K_A = 1$$

Falls in **Querrichtung**

Stahl.

R_m in MPa	bis 600	über 600 bis 900	über 900 bis 1200	über 1200
K_A	0,90	0,86	0,83	0,80

Aluminiumknetwerkstoff.

R_m in MPa	bis 200	über 200 bis 400	über 400 bis 600
K_A	0,90	1,0	0,86 0,95 0,83 0,90

7.1.4 Schritt 4: Plastische Stützzahl n_{pl}

Ermöglicht die Ausnutzung von zusätzlichen Tragreserven! Voraussetzung: Ungleichmässige Spannungsverteilung (gegeben bei Kerben) Siehe Skript 9.21

7.1.5 Schritt 5: Streckgrenze & Zugfestigkeit

Mit den beiden Grössenfaktoren $K_{d,m}$ & $K_{d,p}$ können dann die Bauteilstreckgrenze und -zugfestigkeit berechnet werden:

$$R_p = K_{d,p} \cdot K_A \cdot R_{p,N}$$

$$R_m = K_{d,m} \cdot K_A \cdot R_{m,N}$$

K_A	Anisotropiefaktor
$K_{d,m/p}$	Technologischer Grössenfaktor
$R_{m/p,N}$	Zugfestigkeit/Streckgrenze der Normprobe

7.1.6 Schritt 6: Statische Bauteilfestigkeit

Es gilt für nicht geschweisste Bauteile:

$$\sigma_{SK} = R_p \cdot n_{pl}$$

R_p	Bauteil - Normwert Fließgrenze
n_{pl}	Plastische Stützzahl

7.1.7 Schritt 7: Gesamt - Sicherheitsfaktor

$$j_{ges} = j_S \cdot \left(j_Z \cdot \text{MAX} \left(\frac{j_m R_p}{K_{T,m} R_m}; \frac{j_p}{K_{T,p}}; \frac{j_{m,t} R_p}{K_{Tt,m} R_m}; \frac{j_{pt}}{K_{Tt,p}} \right) + \Delta j \right)$$

j_S	Lastfaktor
$j_Z = j_G$	Teilsicherheit für Guss
Δj	Zusätzlicher Teilsicherheitssummand für nicht duktile Gussteile

7.1.8 Schritt 8: Auslastungsgrad

Auslastungsgrad der Vergleichsspannung

$$a_{SK} = j_{ges} \frac{\sigma_v}{\sigma_{SK}} \leq 1$$

Auslastungsgrad der hydrostatischen Spannung

$$a_{SH,Zug} = j_{ges} \frac{\sigma_H}{\sigma_{SH,Zug}} \leq 1$$

σ_H	Herrschende hydrostatische Spannung
$\sigma_{SH,Zug} = 1.33\sigma_{SK}$	Ertragbare hydrostatische Spannung

7.2 Dynamischer Festigkeitsnachweis auf Dauerfestigkeit - FKM

7.2.1 Schritt 1: Wirkende Spannungen

Ausgangspunkt sind die Ober- und Unterspannungen in Form örtlicher Tensoren. Mit deren Hilfe können Mittel- und Ausschlagsspannungen bestimmt werden.

ACHTUNG: Folgende Schritte müssen für jeden Tensoreintrag einzeln durchgeführt werden. Eine Kombination erfolgt erst über die Auslastungsgrade.

7.2.2 Schritt 2: Konstruktionsfaktoren bestimmen

$$K_{WK,\sigma,i} = \frac{1}{n_{\sigma,i}} \left(1 + \frac{1}{K_f} \left(\frac{1}{K_R} - 1 \right) \right) \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S \cdot K_{NL,E}}$$

$$K_{WK,\tau,i} = \frac{1}{n_{\tau,i}} \left(1 + \frac{1}{K_f} \left(\frac{1}{K_R} - 1 \right) \right) \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S}$$

n_{σ}, n_{τ}	RICHTUNGSABHÄNGIGE Stützzahlen
K_f	Schätzwert der Kerbwirkungszahl
K_R	Rauheitsfaktor
K_V	Randschichtfaktor
K_S	Schutzschichtfaktor
$K_{NL,E}$	Faktor für unterschiedliches Verhalten von GJL

7.2.3 Schritt 3: Bauteilwechselfestigkeiten bestimmen

Für die Wechselfestigkeiten am gekerbten Stab gilt:

$$\sigma_{WK,i} = \frac{\sigma_{W,N}}{K_{WK,i}}$$

Falls die Wechselfestigkeit der Normprobe nicht bekannt ist, darf folgende Approximation angewandt werden:

$$\sigma_{W,N} = f_{W,\sigma} \cdot R_m = f_{W,\sigma} \cdot R_{m,N} \cdot K_{d,m} \cdot K_A$$

Werkstoffgruppe	$f_{W,\sigma}$	$f_{W,\tau}$
Einsatzstahl	0,40 ³²	0,577 ^{23&33}
nichtrostender Stahl	0,40 ³⁴	0,577
Schmiedestahl	0,40 ³⁴	0,577
Stahl ausser diesen	0,45	0,577
GS	0,34	0,577
GJS	0,34	0,65
GJM	0,30	0,75
GJL	0,34	1,0 ³⁵
Aluminiumknetwerkstoff	0,30 ³⁶	0,577
Aluminiumgusswerkstoff	0,30 ³⁶	0,75

7.2.4 Schritt 4: Bauteilausschlagfestigkeiten bestimmen

Für Mittelspannungen ungleich Null $\sigma_{m,i} \neq 0$ müssen die Bauteilausschlagfestigkeiten berechnet werden:

$$\sigma_{AK,i} = \sigma_{WK,i} \cdot K_{AK,\sigma,i}$$

$$\tau_{AK,i} = \tau_{WK,i} \cdot K_{AK,\tau,i}$$

Mittelspannungsfaktor K_{AK}

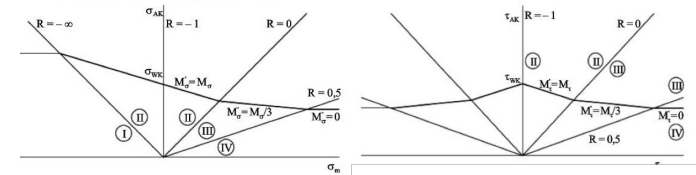
Ist eine Funktion der Mittelspannungsempfindlichkeit M_σ bzw. M_τ

$$M_\sigma = a_M \cdot 10^{-3} \cdot R_m + b_M$$

$$M_\tau = f_{W,\tau} \cdot M_\sigma$$

Werkstoffgruppe	Stahl	GS	GJS	GJM	GJL	Al Knetleg.	Al Guss
a_M	0,35	0,35	0,35	0,35	0,0	1,0	1,0
b_M	-0,1	0,05	0,08	0,13	0,5	-0,04	0,2

Die Berechnung des Mittelspannungsfaktors ist sowohl abhängig vom Bereich im Haigh Diagramm in dem sich die Belastung befindet als auch vom Überlastfall:



Überlastfall - Unterscheidung

$K_{E,\sigma}$ Eigenspannungsfaktor

$K_{E,\sigma} = 1$ für nicht geschweisste Teile

Fall 1:	$\sigma_m = const$
$s_m = \frac{\sigma_m}{K_{E,\sigma} \cdot \sigma_{WK}}$	
$s_m < -\frac{1}{1-M_\sigma}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1-M_\sigma}$
$-\frac{1}{1-M_\sigma} < s_m < \frac{1}{1+M_\sigma}$	$K_{AK,\sigma} = 1 - M_\sigma \cdot s_m$
$\frac{1}{1+M_\sigma} < s_m < \frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma)^2}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1+\frac{1}{3} \cdot M_\sigma}{1+M_\sigma} - \frac{M_\sigma}{3} \cdot s_m$
$\frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma)^2} < s_m$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma)^2}$

Fall 2:	$R = const$
$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$	
$R > 1$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1-M_\sigma}$
$-\infty \leq R \leq 0$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1+M_\sigma} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_o}$
$0 < R < 0.5$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma) \cdot (3+M_\sigma \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_o})}$
$0.5 \leq R$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma)^2}$

Fall 3:	$\sigma_{min} = const$
$s_{min} = \frac{\sigma_{min}}{K_{E,\sigma} \cdot \sigma_{WK}}$	
$s_{min} < -\frac{2}{1-M_\sigma}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1-M_\sigma}$
$-\frac{2}{1-M_\sigma} < s_{min} < 0$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1-M_\sigma \cdot s_{min}}{1+M_\sigma}$
$0 < s_{min} < \frac{2(3+M_\sigma)}{3(1+M_\sigma)^2}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1+M_\sigma} - \frac{M_\sigma \cdot s_{min}}{3+M_\sigma}$
$\frac{2(3+M_\sigma)}{3(1+M_\sigma)^2} \leq s_{min}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma}{(1+M_\sigma)^2}$

Fall 4:	$\sigma_{max} = const$
$s_{max} = \frac{\sigma_{max}}{K_{E,\sigma} \cdot \sigma_{WK}}$	
$s_{max} < 0$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1}{1-M_\sigma}$
$0 < s_{max} < \frac{2}{1+M_\sigma}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{1-M_\sigma \cdot s_{max}}{1+M_\sigma}$
$\frac{2}{1+M_\sigma} < s_{max} < \frac{4(3+M_\sigma)}{3(1+M_\sigma)^2}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma - M_\sigma \cdot s_{max}}{3-M_\sigma}$
$\frac{4(3+M_\sigma)}{3(1+M_\sigma)^2} \leq s_{max}$	$K_{AK,\sigma} = \frac{3+M_\sigma}{3(1+M_\sigma)^2}$

7.2.5 Schritt 5: Gesamtsicherheitsfaktor

Der Gesamtsicherheitsfaktor für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis ist

$$j_D = j_S \frac{j_F \cdot j_G}{K_{T,D}}$$

- j_S Lastsicherheitsfaktor
- j_F Materialsicherheitsfaktor
- j_G Gussicherheitsfaktor
- $K_{T,D}$ Temperaturfaktor

j _F	Schadensfolgen ^{s1}			
	hoch	mittel	niedrig	
regelmäßige Inspektion ^{s2}	nein	1,5	1,4	1,3
	ja	1,35	1,25	1,2
j _G				
nicht zerstörungsfrei geprüfte Gussstücke			1,4	
zerstörungsfrei geprüfte Gussstücke ^{s1}			1,25	
Premium-Gussteile ^{s2}			1,0	

7.2.6 Schritt 6: Vergleichsauslastungsgrad aus einzelnen Auslastungsgraden

Es müssen jetzt für alle anliegenden Spannungen die Auslastungsgrade ermittelt werden

$$a_{AK,i} = j_D \cdot \frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{AK,i}}$$

Kombination über GEH - & NH - Hypothese

$$a_{GEH} = \sqrt{0.5 \cdot ((a_{AK,1} - a_{AK,2})^2 + (a_{AK,2} - a_{AK,3})^2 + (a_{AK,3} - a_{AK,1})^2)}$$

$$a_{NH} = MAX(|a_{AK,1}|, |a_{AK,2}|, |a_{AK,3}|)$$

Der Vergleichsauslastungsgrad ist:

$$a_{AK,v} = q \cdot a_{NH} + (1 - q) \cdot a_{GEH}$$

7.3 Dynamischer Festigkeitsnachweis auf Betriebsfestigkeit - FKM

Ausgangspunkt stellen mehrere Teilkollektive dar, i.e.: $\sigma_{a,i} \rightarrow n_i$
 In diesem Fall muss ab **Schritt 6** des vorigen Abschnittes anders vorgegangen werden. D.h. an dieser Stelle müssen die $\sigma_{AK,i}$ bekannt sein!

7.3.1 Schritt 1: Betriebsfestigkeitsfaktor bestimmen

Es gilt:

$$K_{BK} = \left(\frac{A \cdot N_D \cdot D_m}{N_{tot}} \right)^{\frac{1}{k}}$$

wobei der Faktor A von der Miner - Methode abhängt (FKM empfiehlt Miner - Elementar/-Konsequent). Für Miner - Elementar

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{N_{tot}} \sum n_i \left(\frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{a,1}} \right)^k$$

Ausserdem gilt für den **Wöhlerexponenten k = 5**

7.3.2 Schritt 2: Bauteilbetriebsfestigkeiten bestimmen

$$\sigma_{BK,i} = \sigma_{AK,i} \cdot K_{BK,\sigma,i}$$

$$\tau_{BK,i} = \tau_{AK,i} \cdot K_{BK,\tau,i}$$

ACHTUNG: BEGRENZUNG DER BETRIEBSFESTIGKEIT über die Streckgrenze

$$\sigma_{BK,max} = 0.75 \cdot R_p \cdot n_{pl} = 0.75 \cdot R_{p,N} \cdot K_{d,p} \cdot K_A$$

7.3.3 Schritt 3: Auslastungsgrade

Wie für den Einzelkollektiv Fall nur mit a_{BK} statt a_{AK}

Die zyklischen Auslastungsgrade sind:

$$a_{BK,i} = j_D \cdot \frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{BK,i}}$$

Kombination über GEH - & NH - Hypothese

$$a_{GEH} = \sqrt{0.5 \cdot ((a_{BK,1} - a_{BK,2})^2 + (a_{BK,2} - a_{BK,3})^2 + (a_{BK,3} - a_{BK,1})^2)}$$

$$a_{NH} = MAX(|a_{BK,1}|, |a_{BK,2}|, |a_{BK,3}|)$$

Der Vergleichsauslastungsgrad ist:

$$a_{BK,v} = q \cdot a_{NH} + (1 - q) \cdot a_{GEH}$$

8 Schweißnähte

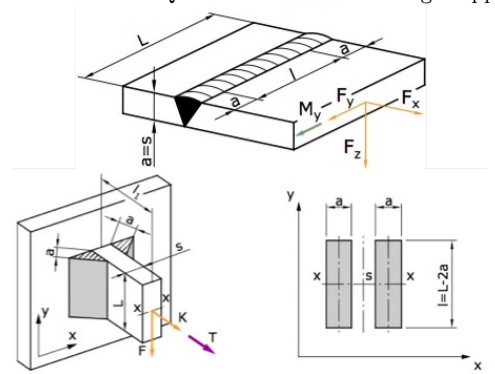
8.1 Statischer Festigkeitsnachweis - Schweißnahtquerschnitt

Schweißnahtübergangsquerschnitt: Querschnitt direkt vor der Schweißnaht → Berechnung wie **OHNE** Schweißnaht!

Schweißnahtquerschnitt: Querschnitt durch die Schweißnaht → Effekte der Schweißnaht einbeziehen!

8.1.1 Schritt 1: Kenngrößen

Immer **Endkraterabzug** berücksichtigen (falls nicht explizit Gegenmassnahmen erwähnt). D.h. das doppelte der Schweißnahtdicke a von ihrer Länge abziehen.
 Bei Kehlnaht: Querschnittsflächen = Umgeklappte Anschlussflächen



8.1.2 Schritt 2: Beanspruchungen

Kritische Stellen suchen & Endkraterabzug beachten

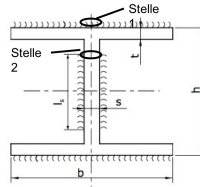
1. Zug/Druck: Die gesamte Fläche einbeziehen
2. Biegung: Trägheitsmoment für die gesamte Fläche berechnen
3. Schubspannung: Nur Flächen, die **PARALLEL** zur Krafttrichtung liegen:
 - a) I - Träger: Steg
 - b) Dünnwandiges Rechteck: Beide parallele Flächen
 - c) Dünnwandiges Rohr: $A = r\pi \cdot a$
4. Torsion (runder Querschnitt): Gesamte Fläche einbeziehen
 - a) Dünnwandiges Rechteck: $\tau = \frac{M_T}{2A_m \cdot a}$
 - b) Dünnwandiges Rohr: $\tau = \frac{M_T \cdot r_a}{J_{pol}}$

Beispiel I - Träger: Kritische Stelle 1:

- $\sigma_{zd} = \frac{N}{A_{ges}}$
- $\sigma_b = \frac{M_b(0.5h+a)}{I_{yy}}$
- $\tau_s = 0$

Kritische Stelle 2:

- $\sigma_{zd} = \frac{N}{A_{ges}}$
- $\sigma_b = \frac{M_b(0.5l_s-a)}{I_{yy}}$
- $\tau_s = \frac{V}{A_{Steg}}$



8.1.3 Schritt 3: Bauteilfestigkeiten - Beanspruchungsabhängig

Die Fließgrenzen werden durch die Schweißnähte verringert! Bei verschiedenen Materialien → kleineres R_p nehmen.

$$\sigma_{F,i} = v_2 v_3 K_{d,p} R_{p0.2}$$

i i-te Beanspruchung
 v_2 Nahtgütebeiwert
 v_3 Beanspruchungsbeiwert
 $K_{d,p}$ Grössenfaktor

8.1.4 Schritt 4: Festigkeitsnachweis

1. Fall Gleiche Beanspruchungsbeiwerte Berechne die Vergleichspannung nach GEH:

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_{zd} + \sigma_b)^2 + 3(\tau_s + \tau_t)^2}$$

Diese kann dann mit der Zug/Druck - Fließgrenze verglichen werden:

$$S_F = \frac{\sigma_{Fzd}}{\sigma_v}$$

2. Fall Unterschiedliche Beanspruchungsbeiwerte

Der Sicherheitsbeiwert für jeden Belastungstyp ist:
 $S_{F,zd} = \frac{\sigma_{F,zd}}{\sigma_{zd}} > 1$ $S_{F,b} = \frac{\sigma_{F,b}}{\sigma_b} > 1$
 $S_{F,s} = \frac{\sigma_{F,s}}{\sigma_s} > 1$ $S_{F,t} = \frac{\sigma_{F,t}}{\sigma_t} > 1$

Die gesamte Sicherheit folgt mit aus der Festigkeitshypothese abgeleitet nach der GEH:

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{S_{F,zd}} + \frac{1}{S_{F,b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{S_{F,s}} + \frac{1}{S_{F,t}}\right)^2}}$$

Nahtgütebeiwert

v_2	Bewertungsgruppe Stahl nach DIN 8563T3	Anforderungen an Ausführung und Kontrolle
0.5	-	
0.8	CS, CK	Sichtprüfung
0.9	BS, BK	Normalgüte, stichprobenweise durchstrahlt (wenig Poren- und Schlackeneinschlüsse)
1.0	AS, AK	Sondergüte, ganz durchstrahlt (frei von Rissen und Binde- und Wurzelfehlern und Einschlüssen, alle beteiligten Schweißer gleichmässig erfasst, mind. Nahtgüte „blau“ nach IIW - Katalog)

Beanspruchungsbeiwert

Nahtform	Beanspruchungsart	v_3 Stahl	v_3 Alu
Stumpf	Zug	1.0	1.0
	Druck	1.0	1.0
	Biegung	1.0	1.0
	Torsion	0.8	0.65
Kehl	alle	0.8	0.65

Fussnoten

- Mit $a_d = a_{d,m}$ folgt $K_d = K_{d,m}$, mit $a_d = a_{d,p}$ folgt $K_d = K_{d,p}$
- Berechnung von $K_{d,m}$ mit $d_{eff,N} = d_{eff,N,m}$ und $d_{eff,max} = d_{eff,max,m}$
 Berechnung von $K_{d,p}$ mit $d_{eff,N} = d_{eff,N,p}$ und $d_{eff,max} = d_{eff,max,p}$
- Für Walzstahl gilt: $d_{eff,max,m} = d_{eff,max,p} = 250mm$
- Für Bauteile aus vergütetem Vergütungsstahl, einsatzgehärtetem Einsatzstahl, vergütetem und nitriertem Nitrierstahl, Vergütungsstahlguss, GJS, GJMB, GJMw und GJL
- Für Bauteile aus unlegiertem Baustahl, Feinkornbaustahl, normalgeglühtem Vergütungsstahl und allgemeinem Stahlguss
- Für 28NiCrMoV85 und 33NiCrMo145 gilt $d_{eff,N,m} = d_{eff,N,p} = 500mm$ bzw. $1000mm$ bei unveränderten Werten $a_{d,m}$ und $a_{d,p}$

Grössenfaktor

Außer für GJL gilt:

$$-d_{eff} \leq d_{eff,N}^{(2)} \quad K_d = 1,$$

$$-d_{eff,N} < d_{eff} < d_{eff,max}^{(2),3)}$$

$$K_d = \frac{1 - 0,7686 \cdot a_d \cdot \lg(d_{eff}/7,5 \text{ mm})}{1 - 0,7686 \cdot a_d \cdot \lg(d_{eff,N}/7,5 \text{ mm})} \quad (3.54A)$$

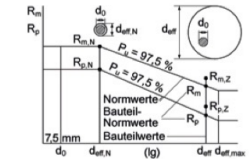
$$-d_{eff} \geq d_{eff,max}^{(2),3)} \quad K_d = K_d(d_{eff,max})$$

Für GJL gilt:

$$-d_{eff} \leq 7,5 \text{ mm} \quad K_{d,m} = 1,207,$$

$$-d_{eff} > 7,5 \text{ mm}$$

$$K_{d,m} = 1,207 \cdot (d_{eff}/7,5 \text{ mm})^{-0,1922} \quad (3.55B)$$



Spalten
Werkstoffabhängig
(3.54A)

Querschnittsform	$d_{eff}^{(4)}$	$d_{eff}^{(5)}$
	d	d
	2s	s
	2s	s
Blech	$2b \cdot s$	s
Rechteck	$b + s$	b
Quadrat	b	b

Werkstoffgruppe	$d_{eff,N,m}$ $d_{eff,N,p}$ in mm	$a_{d,m}$ $a_{d,p}$
unlegierter Baustahl (DIN EN 10 025)	40	0,15
	40	0,3
Feinkornbaustahl (DIN EN 17 102)	70	0,2
	40	0,3
Feinkornbaustahl (DIN EN 10 113)	100	0,25
	30	0,3
Vergütungsstahl vergütet (DIN EN 10 083-1)	16	0,3
	16	0,4
Vergütungsstahl, normalgeglüht (DIN EN 10 083-1, -2)	16	0,1
	16	0,2
Einsatzstahl blindgehärtet (DIN 17 210)	11	0,5
	11	0,5
Nitrierstahl, vergütet (DIN 17 211)	100	0,2
	100	0,25
Stahl für größere Schmiedestücke, vergütet (SEW 550) ⁽⁶⁾	250	0,2
	250	0,25
Stahl für größere Schmiedestücke, normalgeglüht (SEW 550)	250	0
	250	0,15
Stahlguß (DIN 1681)	100	0,15
	100	0,3
Vergütungsstahlguß, luftvergütet (DIN 17 205)	300	0,15
	300	0,3
Vergütungsstahlguß, flüssigkeitsvergütet (DIN 17 205) ⁽⁷⁾	100	0,3
	100	0,3
GJS (DIN EN 1563)	60	0,15
	60	0,15
GJMw, GJMB (DIN EN 1562)	15	0,15
	15	0,15
GJL (DIN EN 1561)	20	0,25
	-	-

9 Beanspruchung

9.1 Zug/Druck:

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A}$$

Mit der Kraft F_x , die im Schwerpunkt angreift und der Querschnittsfläche A
 \Rightarrow konstantes σ_x über den gesamten Querschnitt.

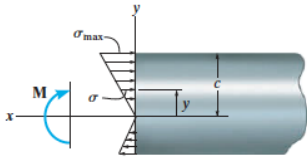
9.2 Biegung

Normalspannung infolge Biegung:

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

$$\sigma_{x,max} = \frac{M_z}{I_z} \cdot c = \frac{M_z}{W_z}$$

$$W_z = \frac{I_z}{y_{max}}$$



W_z ist das Widerstandsmoment

- Kreisquerschnitt: $W_z = \frac{\pi}{32} \cdot d^3$

- Kreisring: $W_z = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$

I_z axiales Flächenträgheitsmoment

- $I_z = \int y^2 dA$

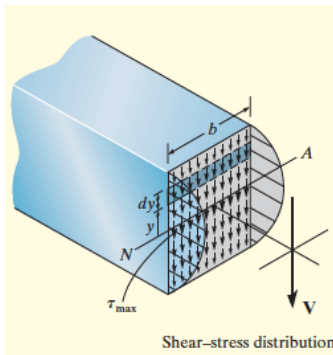
Steiner Theorem:

$$I_z = I_{\text{Schwerpunkt}} + Ad^2$$

9.3 Querkraft

$$\tau = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot b}$$

Q : Querkraft
 S_y : Statisches Moment
 b : Breite



Statisches Moment S_y (Flächenträgheitsmoment ersten Grades):

- $S_y = \int y dA$

- $S_y = y' \cdot A'$

- y' = Abstand von der Achse (Neutralachse) zum Schwerpunkt von A' ($y' = h/4$ falls τ_{max} gesucht ist)

- A' = Teil der Querschnittsfläche oberhalb des Punktes an dem die Schubspannung berechnet wird ($A' = A/2$ falls τ_{max} gesucht ist)

- Für den Kreisrunden Querschnitt: $\tau_{zx}(z) = \frac{4Q_z}{3A} \cdot \left[1 - \frac{z^2}{r^2} \right]$

- Für den rechteckigen Querschnitt: $\tau_{zx}(z) = \frac{3Q_z}{2A} \cdot \left[1 - \frac{4z^2}{h^2} \right]$
 (Maximal in der Mitte wenn $z=0$)

9.4 Torsion

Schubspannungen infolge Torsion:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t}$$

M_t : Torsionsmoment

W_t : polares Widerstandsmoment

Polares Widerstandsmoment:

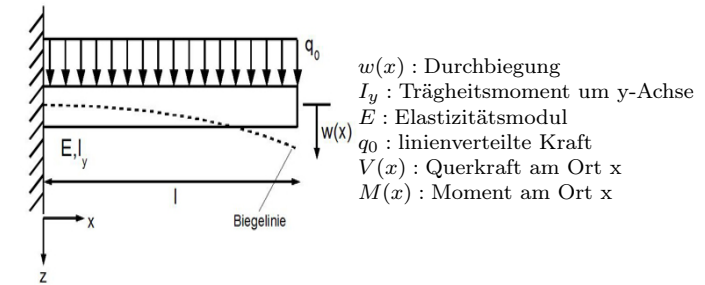
- $W_t = \frac{I_p}{r_a}$

- Kreisquerschnitt: $W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$, $I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$

- Kreisring: $W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$, $I_p = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$

10 Biegelinie mit statisch unbestimmten Strukturen

10.1 1. Möglichkeit mit Biegedifferentialgleichung:



$w(x)$: Durchbiegung
 I_y : Trägheitsmoment um y-Achse
 E : Elastizitätsmodul
 q_0 : linienverteilte Kraft
 $V(x)$: Querkraft am Ort x
 $M(x)$: Moment am Ort x

Hinweis: Bild dient nur zur Verdeutlichung der Begriffe. Dieser Balken ist statisch bestimmt gelagert.

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{16EI}$	$v_{max} = \frac{-PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px}{48EI} (3L^2 - 4x^2)$ $0 \leq x \leq L/2$
	$\theta_1 = \frac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \frac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v _{x=a} = \frac{-Pba}{6EIL} (L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \frac{-Pbx}{6EIL} (L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$
	$\theta_1 = \frac{-M_0L}{6EI}$ $\theta_2 = \frac{M_0L}{3EI}$	$v_{max} = \frac{-M_0L^2}{9\sqrt{3}EI}$ at $x = 0.5774L$	$v = \frac{-M_0x}{6EIL} (L^2 - x^2)$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{24EI}$	$v_{max} = \frac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx}{24EI} (x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \frac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \frac{7wL^3}{384EI}$	$v _{x=L/2} = \frac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{max} = -0.006563 \frac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \frac{-wx}{384EI} (16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL}{384EI} (8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \leq x < L$
	$\theta_1 = \frac{-7w_0L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \frac{w_0L^3}{45EI}$	$v_{max} = -0.00652 \frac{w_0L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \frac{-w_0x}{360EIL} (3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI} (3L - x)$
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{8EI}$	$v_{\max} = \frac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px^2}{12EI} (3L - 2x) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-PL^2}{48EI} (6x - L) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{\max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI} (x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{M_0L}{EI}$	$v_{\max} = \frac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0x^2}{2EI}$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{48EI}$	$v_{\max} = \frac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI} (x^2 - 2Lx + \frac{1}{2}L^2) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL^3}{384EI} (8x - L) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-w_0L^3}{24EI}$	$v_{\max} = \frac{-w_0L^4}{30EI}$	$v = \frac{-w_0x^2}{120EI} (10L^3 - 10L^2x + 5Lx^2 - x^3)$

Differentialgleichungen:

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 w}{dx^4} = q_0$$

$$E \cdot I \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = V(x)$$

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = M(x)$$

Vorgehen:

1. Integriere die erste Differentialgleichung 4 mal. Dies ergibt 4 Konstanten c_i
2. Finde die 4 Konstanten mittels Randbedingungen
3. Beispiele: $M(0) = 0$ oder $w(0) = 0$ etc.

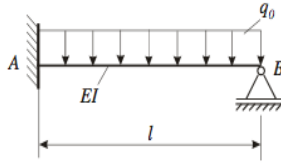
10.2 2. Möglichkeit mit Satz von Castilliano:

Ziel: Berechnung der Verschiebung an einem bestimmten Ort eines statisch unbestimmten Balken.

1. Hilfskraft H am Ort an dem man die Verschiebung sucht einführen.
2. Berechnung der Lagerkräfte und Momente. (alles ausgedrückt durch eine unbekannte Lagerkraft)

3. Freischnitte Zeichnen: $Q(x_i)$, $N(x_i)$ und $M(x_i)$ berechnen. (Achtung: wenn eine neue Kraft hinzukommt, muss ein neuer Freischnitt gezeichnet werden. Auch bei der Hilfskraft H.)

4. **Verschiebung in einem Lager ist gleich null. (Da Lagerkraft gesucht ist.)** Mittels Satz von Castiliano eine Gleichung aufstellen um eine der unbekanntenen Lagerkräfte zu berechnen. Kurze Erläuterung:



$$E \cdot I \cdot \Delta_A = \int_0^{l^*} M(x_1) \cdot \frac{\delta M(x_1)}{\delta A_y} dx_1 + \int_{l^*}^l M(x_2) \cdot \frac{\delta M(x_2)}{\delta A_y} dx_2 = 0$$

Δ_A : Verschiebung im Lager $AM(x_i)$: Momente mit A_y variabel
Momente abgeleitet nach der gesuchten Lagerkraft l^* : Ort an dem die Verschiebung gesucht ist, bzw. an welchem H eingeführt wurde

Nun können alle Lagerkräfte bestimmt werden.

5. Zum Schluss, kann wiederum mittels Satz von Castiliano, die Verschiebung berechnet werden.

$$E \cdot I \cdot \Delta_H = \int_0^{l^*} M(x_1) \cdot \frac{\delta M(x_1)}{\delta H} dx_1 + \int_{l^*}^l M(x_2) \cdot \frac{\delta M(x_2)}{\delta H} dx_2$$

$M(x_i)$: Momente mit $H = 0$

***Falls nur die Lagerkräfte gesucht sind Schritte 1 bis 4 durchführen ohne die Hilfskraft H einzuführen.**

10.3 Castiliano Allgemein

Die partielle Ableitung der in einem linear elastischen Körper gespeicherten Formänderungsenergie nach der äusseren Kraft ergibt die Verschiebung w des Kraftangriffspunktes in Richtung dieser Kraft. Analog ergibt die partielle Ableitung der Formänderungsenergie nach einem Moment die Verdrehung ϕ des Balkens am Angriffspunkt dieses Momentes. Um die Durchbiegung an Stellen ohne Kräfteinwirkung mit dem Satz von Castigliano bestimmen zu können, müssen an diesen Stellen Hilfskräfte H eingeführt werden, die nach dem Ableiten zu Null gesetzt werden. Falls an der Stelle der gesuchten Verschiebung bereits eine Kraft in die richtige Richtung wirkt, so muss keine Hilfskraft eingeführt werden.

Fachwerke:

$$\Delta = \sum S_i \cdot \frac{\delta S_i}{\delta P} \cdot \frac{L_i}{AE}$$

Δ : Verschiebung am gesuchten Knotenpunkt in gesuchte Richtung S_i : Stabkräfte, falls Hilfskraft eingeführt wurde $H=0 \frac{\delta S_i}{\delta P}$: Ableitung der Stabkräfte nach der Kraftwelche in Verschiebungsrichtung

1. alle Stabkräfte S_i bestimmen (Drei-Kräfte-Schnitt, Knotengleichgewicht)
2. Stabkräfte nach P bzw. nach H ableiten
3. falls H eingeführt wurde $S_i(H=0)$
4. in Formel einsetzen und auflösen

Balken Verschiebung:

$$\Delta = \int_0^l M(x) \cdot \frac{\delta M(x)}{\delta P} \cdot \frac{1}{EI} dx$$

Δ : Verschiebung am gesuchten Ort $M(x)$: Moment welches durch Beanspruchung Kraft am Ort und in Richtung der gesuchten Verschiebung $\frac{\delta M(x)}{\delta P}$: Ableitung des Momentes nach der Kraft P

1. (Bestimmen der Lagerkräfte) Freischnitt so wählen, dass Lagerkräfte nicht benötigt werden.
2. Beanspruchung $M(x)$
3. $M(x)$ nach P ableiten und in Formel einsetzen
4. falls H eingeführt $M(H=0)$

Balken Verdrehung:

$$\theta = \int_0^l M(x) \cdot \frac{\delta M(x)}{\delta m} \cdot \frac{1}{EI} dx$$

θ : Verdrehung am gesuchten Ort $M(x)$: Moment welches durch Beanspruchung Moment das eingeführt wird am Ort der gesuchten Verdrehung $\frac{\delta M(x)}{\delta m}$: Ableitung des Momentes $M(x)$

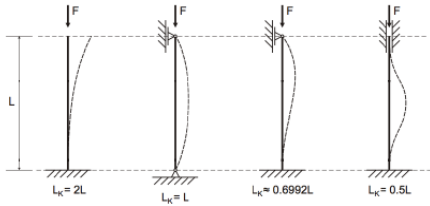
1. (Bestimmen der Lagerkräfte)
2. Beanspruchung $M(x)$
3. Moment m einführen am Ort der gesuchten Verdrehung
4. falls schon ein Moment am gesuchten Ort \rightarrow kein m einführen
5. $M(x)$ nach m ableiten und einsetzen
6. falls m eingeführt $M(m=0)$

11 Knicklast

Ablauf:

1. Ermittlung der Schlankheit λ
2. Entscheidung für die anzuwendende Theorie
 - a) Quetschen: $\lambda < \lambda_F$
 - b) Tetmayer: $\lambda_F < \lambda < \lambda_0$ plastischen Knicken
 - c) Euler: $\lambda > \lambda_0$ elastischen Knicken (wichtigster fall für uns)
3. Berechnung der Sicherheit mit der entsprechenden Gleichung für die Knickspannung

Schlankheit:	$\lambda = \frac{L_K}{\sqrt{I_y/A}}$
Grenzschlankheit (falls nicht gegeben)	$\lambda_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_e}}$
"Fliesschlankheit"	$\lambda_F = \frac{a - R_e}{b}$
Knicklast (Euler)	$F_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$
Knickspannung (Euler)	$\sigma_k = \frac{F_k}{A}$
Tetmajer Gerade	$\sigma_k = a - b \cdot \lambda$



Werkstoff	E [N/mm²]	Grenzschlankheit λ_0	σ_k [N/mm²] nach Tetmajer
StE 255 (St37)	210000	104	310 - 1.14λ
StE 355 (St50)	210000	89	310 - 1.14λ
Federstahl	210000	60	355 - 0.62λ
Grauguss	115000	80	716 - 12λ + 0.053λ²
Nadelholz	10000	100	29.3 - 0.194λ

Tabelle 2.2: Grenzschlankheit λ_0 , E-Modul und Gleichungen für die Tetmajer-Gerade für unterschiedliche Werkstoffe.

Werkstoff	Koeffizient a	Koeffizient b	Koeffizient c
Nadelholz	29,3	-0,194	0,000
Gusseisen (Grauguss)	776,0	-12,000	0,053
Baustahl S235JRG2 (St37)	310,0	-1,140	0,000
Baustahl S355J2G3 (St52)	335,0	-0,620	0,000

12 Tragende Stabstrukturen

12.1 Beanspruchungsarten

Zur Erinnerung : Wir können Stabstrukturen auf vier Arten belasten. (siehe Abschnitt 9 „Beanspruchung“ auf Seite 14)

- Zug/Druck (Längskraftbeanspruchung)
- Biegebeanspruchung
- Schubbeanspruchung infolge Querlasten
- Torsionsbeanspruchung

Bei der Dimensionierung sind folgende Grössen zu kontrollieren:

- Kritischer Spannungszustand gegenüber Fließen
- Kritische Knicklast
- Durchbiegung bei einfachen und mehrfach gelagerten Stukturen

Beanspruchung	Beziehung	Dimensionierung
Zug, Druck	$\sigma_x = \frac{F}{A}$	Beanspruchung ist oft nicht dimensionierend.
Biegebeanspruchung	$\sigma_x = \frac{M_z}{I_y} z$ $\sigma_{x,max} = \frac{M_z}{I_y} z_{max} = \frac{M_z}{W_y}$ $W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$ $W_y = \frac{I_y}{\frac{Q_z \cdot S_y}{b(\eta)}}$	Für eine kreisrunde Welle/Achse gilt: $W_y = \frac{\pi}{32} d^3$ $d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_z}{\pi \sigma_{b,zul}}} \approx 2.17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_z}{\sigma_{b,zul}}}$
Querkraft	$S_y = \int_A \eta dA$ Für den Kreisquerschnitt gilt: $\tau_{zx}(z) = \frac{4Q_z}{3A} \left[1 - \left(\frac{z}{r}\right)^2\right]$	Beanspruchung ist nur bei sehr kurzer Länge dimensionierend.
Torsion	$ \tau_{max} = \frac{M_t}{W_t}$ $W_t = \frac{I_t}{r}$ $\vartheta = \frac{M_t}{G I_t}$	Für eine kreisrunde Welle gilt: $W_t = \frac{\pi}{16} d^3$ $d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi \tau_{t,zul}}} \approx 1.72 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_t}{\tau_{t,zul}}}$

13 Auslegung von Spezialträgern

13.1 Grundlagen

Bei Balken, die auf Biegung beansprucht werden, kommt es grundsätzlich auch zu einer Querkraft Q und einer Schubspannung τ . Mit den Vereinfachungen:

- Schubspannung über ganze Breite b konstant
- y-Komponente von τ wird vernachlässigt

Kommen wir auf die Gleichungen:

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$$

$$S = \int_{A'} y' dA'$$

$$I = \int_A y'^2 dA$$

Q	Querkraft
S	statische Teilflächenmoment (Mech II = first moment of A w.r.t the normal axis)
I	Flächenträgheitsmoment
b	Breite an gew. Stelle

13.2 Rechteckprofil

$$\tau_m = \frac{Q}{b \cdot h} \text{ mittlere Schubspannung}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \tau_m = \frac{3Q}{2bh} \text{ maximale Schubspannung}$$

$$I = \frac{h^3 \cdot b}{12}$$

13.3 Kreisquerschnitt

$$\tau_m = \frac{Q}{\pi r^2} \text{ mittlere Schubspannung}$$

$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \cdot \tau_m = \frac{4Q}{3\pi r^2} \text{ maximale Schubspannung}$$

$$I = \frac{\pi}{4} \cdot (R^4 - r^4) \text{ I für einen Kreisring, für Kreis } r=0$$

Die Randschubspannung des Kreises erhält man nicht mehr mit der bekannten Formel, da die Vernachlässigung der y-Komponente hier nicht mehr zulässig ist. Die Randschubspannung ist:

$$\tau_0 = \frac{\tau_z}{\cos \phi} = \frac{4Q}{3\pi r^2} \cos \phi = \frac{4}{3} \tau_m \cos \phi$$

13.4 I-Träger

Die Schubspannung in einem I-Träger kann man mit der bereits erwähnten Formel berechnen. Spezialfall eines Träger mit Schlitz in der Neutralachse (somit für Biegespannung unwesentlich): Der Träger kann als eine Kombination zweier einzelner, beidseitig eingespannter Biegeträger betrachtet werden. Wobei die Schubspannung beim Schlitz natürlich 0 betragen muss.

$$\frac{T_{maxT}}{T_{maxI}} = 1.38 \text{ bei unendliche Schmalem Schlitz}$$

T_{maxT} maximale Querkraft mit Schlitz
 T_{maxI} maximale Querkraft ohne Schlitz

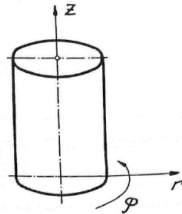
13.5 Dimensionierung von Trägern

Da in Trägern Schub- und Biegespannung auftreten, müssen diese zur Vergleichsspannung zusammengestellt werden. Dies kann entweder mit der Schubspannungshypothese oder der Gestaltänderungshypothese gemacht werden. Schubspannungen spielen nur bei kurzen Trägern eine Rolle.

14 Auslegung rotationssymmetrischer Körper

14.1 Rohre und Zylinder

Im Folgenden wird das rechts abgebildete Koordinatensystem benutzt (Zylindrisches Koordinatensystem). Alle Spannungen, Dehnungen und Kräfte werden in diesem dargestellt.



14.1.1 Dünnwandige Rohre

Definition: dünnwandig wenn gilt: $\frac{\text{mittlerer Radius } r_m}{\text{Wanddicke } s} \geq 100$. Dadurch wird die radiale Spannung σ_r vernachlässigbar klein.

Zylinder:

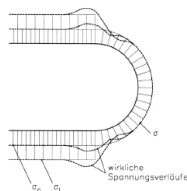
$$\sigma_\theta = \frac{r_i}{s} (p_i - p_a) \quad \sigma_z = \frac{r_i}{2s} (p_i - p_a)$$

σ_z ist somit **halb so gross** wie σ_θ ! → Längsriss

Kugel:

$$\sigma_{\theta, Kugel} = \frac{r_i}{2s} (p_i - p_a)$$

Kein σ_z !



Theoretisch müsste sich die Spannung σ_θ beim Übergang Zylinder auf Halbkugel halbieren. Durch die Stülpung des Mantels ergibt sich aber eine Spannungsüberhöhung!

Ausgehend von folgendem Spannungszustand:

	max	mittel	min
Zylinder	$\sigma_\theta = \frac{r_i}{s} (p_i - p_a)$	$\sigma_z = \frac{\sigma_\theta}{2}$	$0 \geq \sigma_r \geq p_i$

Beachte: in radiale Richtung herrscht Druck nicht Zug!
 Mit der Annahme $\sigma_r = \frac{p_i}{2}$ und der Schubspannungshypothese folgt die Vergleichsspannung:

$$\sigma_v = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{r_i p_i}{s} + \frac{p_i}{2} \leq \sigma_{zul}$$

Daraus ergibt sich für die **Dimensionierung**:

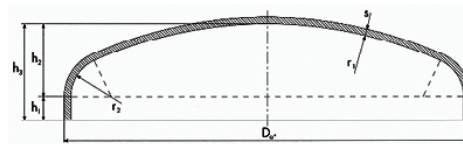
$$s_{min, Zylinder} = \frac{D_a p_i}{2 \cdot \frac{R_{p0.2}}{S_F} \nu + p_i} = \frac{D_i p_i}{2 \cdot \frac{R_{p0.2}}{S_F} \nu - p_i}$$

$$s_{min, Boden} = \frac{D_a \cdot p_i \cdot \beta}{4 \cdot \frac{R_{p0.2}}{S_F} \nu + p_i} = \frac{D_i \cdot p_i \cdot \beta}{4 \cdot \frac{R_{p0.2}}{S_F} \nu - p_i}$$

Mit Durchmesser D, Schweißnahtfaktor $\nu < 1$, Berechnungsbeiwert $\beta > 1$ ($y = \frac{s}{D_a}$)

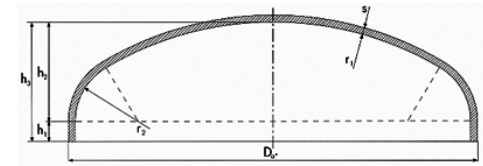
Sicherheitsfaktoren S_F	Walz und Schmiedestahl	Stahlguss	Berechnungsbeiwert β
innerer Überdruck	1,5	2,0	1,1
äußerer Überdruck	1,8	2,4	$1,9 + 0,0325 / y^{0,7}$
			$1,55 + 0,0255 / y^{0,65}$

KLÖPPERBÖDEN DIN 28011



$r_1 = D_a$	
$r_2 = 0,1 \times D_a$	
$h_1 \geq 3,5 \times s$	
$h_2 = 0,1935 \times D_a - 0,455 \times s$	$s = \text{Nennwandstärke/Nominal thickness}$
$h_3 = h_1 + h_2$	$* D_a = D_o = D$
V (Wölbung)	$\approx 0,1 \times (D_a - 2 \times s)^2$ ohne Bordhöhe h_1
A_a (äußere Oberfläche)	$\approx 0,99 \times D_a^2$ ohne Bordhöhe h_1
A_i (innere Oberfläche)	$\approx 0,99 \times (D_a - 2 \times s)^2$ ohne Bordhöhe h_1

KORBBOGEN BÖDEN DIN 28013



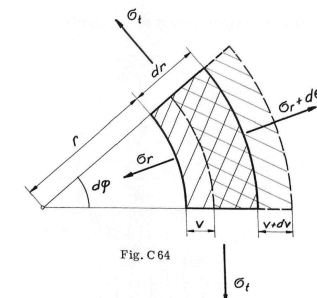
$r_1 = 0,8 \times D_a$	
$r_2 = 0,154 \times D_a$	
$h_1 \geq 3,5 \times s$	
$h_2 = 0,255 \times D_a - 0,635 \times s$	$s = \text{Nennwandstärke/Nominal thickness}$
$h_3 = h_1 + h_2$	$* D_a = D_o = D$
V (Wölbung)	$\approx 0,1298 \times (D_a - 2 \times s)^2$ ohne Bordhöhe h_1
A_a (äußere Oberfläche)	$\approx 1,08 \times D_a^2$ ohne Bordhöhe h_1
A_i (innere Oberfläche)	$\approx 1,08 \times (D_a - 2 \times s)^2$ ohne Bordhöhe h_1

14.1.2 Dickwandige Rohre

Definition: Es wird ein axialsymmetrisches Problem betrachtet. Gleichzeitig wirkt **keine Kraft in z-Richtung** → ebener Spannungszustand mit $\sigma_z = 0$.

Annahmen: Da nur Drücke auftreten, ist die Belastung konstant und stetig → $\frac{\partial}{\partial \phi}(\dots) = 0$.

Die Querschnittsflächen bleiben eben und verformen sich nicht. Aus der Abbildung folgen die Dehnungen: ($\epsilon_\phi = \epsilon_t$)



$$\epsilon_t = \frac{(v+r)d\phi - rd\phi}{rd\phi} = \frac{v}{r}$$

$$\epsilon_r = \frac{(v+dv) - v}{dr} = \frac{dv}{dr}$$

Mit dem Hook'schen Gesetz ergeben sich die Differentialgleichungen:

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{v}{r} + \nu \frac{dv}{dr} \right)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{dv}{dr} + \nu \frac{v}{r} \right)$$

$v(r)$ bezeichnet die Formänderung.

Durch Kräftegleichgewicht am Differenzialelement und lösen der

Diff. Gleichungen ergeben sich für die Spannungen:

$$\sigma_t = \sigma_\phi = \frac{\kappa^2 p_i - p_a}{1 - \kappa^2} + (p_i - p_a) \left(\frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2} \right) \left(\frac{r}{r_a} \right)^2$$

$$\sigma_r = \frac{\kappa^2 p_i - p_a}{1 - \kappa^2} - (p_i - p_a) \left(\frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2} \right) \left(\frac{r}{r_a} \right)^2$$

Mit $\kappa = \frac{r_i}{r_a}$; die Spannungen gelten für den Punkt mit radialem Abstand r.

Die grösste Spannung ist immer die tangentielle Spannung (σ_t) an der Innenseite ($r = r_i$)!

Darum interessiert die Vergleichsspannung an der Innenseite:

GEH: $\sigma_{v,i,GEH} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r} = (p_i - p_a) \frac{\sqrt{3 + \kappa^4}}{1 - \kappa^2}$

SH: $\sigma_{v,i,SH} = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2} = \sigma_t - \sigma_r = 2 \cdot \frac{p_i - p_a}{1 - \kappa^2}$

Durchmesser- und Wanddickenänderung Die Durchmesseränderung ist direkt gegeben durch: $\epsilon_t = \frac{\Delta d}{d}$

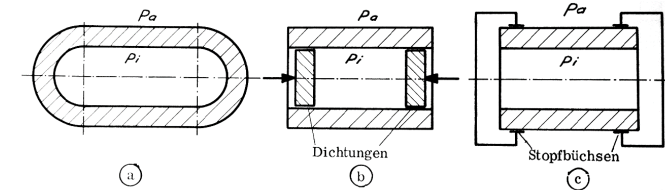
Wobei $\epsilon_t = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu) \frac{\kappa^2 p_i - p_a}{1 - \kappa^2} + (1 + \nu) (p_i - p_a) \frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2} \left(\frac{1}{\left(\frac{r}{r_a} \right)^2} \right) \right]$

Die Wanddickenänderung ergibt sich aus der Differenz der radialen Verschiebungen innen und aussen der Rohrwand.

$\epsilon_r = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu) \frac{\kappa^2 p_i - p_a}{1 - \kappa^2} - (1 + \nu) (p_i - p_a) \frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2} \left(\frac{1}{\left(\frac{r}{r_a} \right)^2} \right) \right]$

Überlagerung einer Axialbeanspruchung Wenn eine Spannung in z-Richtung überlagert wird, muss genau geprüft werden wie das Ende des Zylinders aussieht → wie sieht die wirkende Spannung aus!

Beispiele für Randbedingungen:



Tipp Spannungsberechnung: $F = p \cdot A$, $\sigma = \frac{F}{A}$

Beispiel: abgeschlossener, verschweisster Zylinder

$\sigma_z = \frac{r_i^2 \pi p_i - r_a^2 \pi p_a}{(r_a^2 - r_i^2) \pi}$

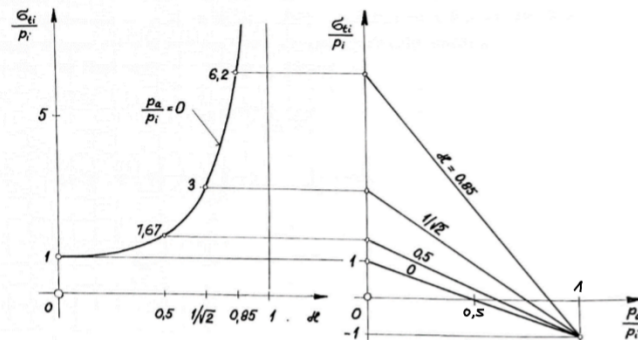
Spezialfälle

- **Aussendruck** ($p_a = 0$): p_a fällt aus Gleichungen raus
- **Innendruck** ($p_i = 0$): p_i fällt aus Gleichungen raus → alles Druckspannungen!
- **Sehr grosse Wandstärke** ($p_i = 0, r_i \rightarrow 0$): $\sigma_{t,i,max} = -2p_a$, kleine Löcher in der Mitte sind sehr gefährlich (doppelter Aussendruck)!
- **Sehr hohe Innendrucke:** Wertet man die Gleichungen aus folgt, dass bei noch so dicker Wand kein Zylinder mit herkömmlichen Material hergestellt werden kann! Lösung: Erzeugung von

Druckspannungen an der Innenwand vor der Belastung durch Innendruck. Es gibt folgende Möglichkeiten:

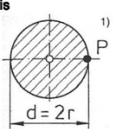
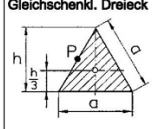
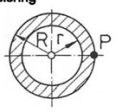
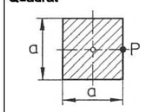
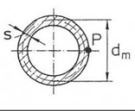
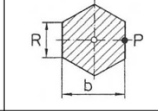
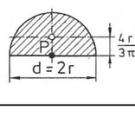
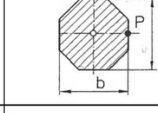
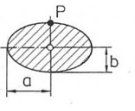
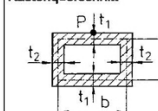
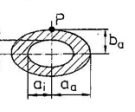
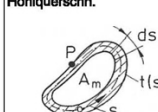
1. Aufschumpfen eines Aussenmantels → Druckspannung innen, Zugspannung aussen
2. plastische Vorbeanspruchung mit hohem Innendruck
3. Stahl-Bandagierung (Schierenbeck-Verfahren)

- Auswirkung eines Aussendruckes auf die maximale Spannung an der Innenwand: $\left(\frac{\sigma_{t,i}}{p_i} = \frac{1 + \kappa^2}{1 - \kappa^2} - \frac{2}{1 - \kappa^2} \frac{p_a}{p_i} \right)$



15 Trägheits- und Widerstandsmomente

Querschnitt	I	W _x	I _x , I _y	W _{bx} , W _{by}
1	$\frac{\pi d^4}{32} = I_p$	$\frac{\pi d^3}{16} = W_p$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
2	$\frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{32} = I_p$ Für geringe Wanddicken, d.h. $\left(\frac{t}{d_m} \right)^2 \ll 1$: $\pi d_m^2 t^3 / 4$	$\frac{\pi(d_o^3 - d_i^3)}{16 d_m} = W_p$	$\frac{\pi(d_o^4 - d_i^4)}{64}$	$\frac{\pi(d_o^3 - d_i^3)}{32}$
3	$0,133 \cdot b^2 A$ $= 0,115 \cdot b^4$	$0,217 \cdot b A$ $= 0,188 \cdot b^3$	$\frac{5 \cdot \sqrt{3}}{144} \cdot b^4$ $= 0,0801 \cdot b^4$	$W_{bx} = \frac{5}{48} b^3$ $= 0,104 \cdot b^3$ $W_{by} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{72} b^3$ $= 0,120 \cdot b^3$
4	$0,130 \cdot b^2 A$ $= 0,108 \cdot b^4$	$0,223 \cdot b A$ $= 0,185 \cdot b^3$	$\frac{\sqrt{2} \cdot 2 + 1}{6(2 + \sqrt{2})^2} b^4$ $= 0,0547 \cdot b^4$	$0,08632 \cdot b^3$
5	$0,141 \cdot b^4$	$0,208 \cdot b^3$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{b^3}{6}$
6	$\frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2} = \frac{\pi a^3 b^4}{a^2 + b^2}$	$\frac{\pi a b^2}{2} = \frac{\pi n b^3}{2}$	$I_x = \frac{\pi a^2 b}{4}$ $I_y = \frac{\pi b^2 a}{4}$	$W_x = \frac{\pi a^2 b}{4}$ $W_y = \frac{\pi b^2 a}{4}$
7	$\frac{b^4}{46,19} = \frac{h^4}{28}$	$\frac{b^3}{20} = \frac{h^3}{13}$	$I_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_y = \frac{hb^3}{48}$	$W_x = \frac{bh^2}{24} \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \right)$ $W_y = \frac{hb^2}{24}$
8	$c_x h b^3 = c_x n b^4$	$c_y h b^2 = c_y n b^3$	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$
	n=h/b	1 1,5 2 3 4 6 8 10 ∞		
	c ₁	0,141 0,196 0,229 0,263 0,281 0,298 0,307 0,312 0,333		
	c ₂	0,208 0,231 0,246 0,267 0,282 0,299 0,307 0,312 0,333		
	c ₃	1,000 0,858 0,796 0,753 0,745 0,743 0,743 0,743 0,743		

Kreis 	$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi r^4}{2}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi r^3}{2}$	Gleichschenkl. Dreieck 	$I_t = \frac{a^4}{46,19} \approx \frac{h^4}{26}$ $W_t = \frac{a^3}{20} = \frac{h^3}{13}$
Kreisring 	$I_p = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$ $W_p = \frac{\pi}{2} \frac{(R^4 - r^4)}{R}$	Quadrat 	$I_t = 0,141 a^4$ $W_t = 0,208 a^3$
Dünnw. Kreisring 	$s \ll d_m$ $I_p = \frac{\pi}{4} d_m^3 s$ $W_p = \frac{\pi}{2} d_m^2 s$	Sechskant 	$I_t = 0,115 b^4$ $= 0,460 R^4$ $W_t = 0,188 b^3$ $= 0,532 R^3$
Halbkreis 	$I_t = 0,296 r^4$ $W_t = 0,348 r^3$	Archkant 	$I_t = 0,108 b^4$ $W_t = 0,185 b^3$
Ellipse 	$I_t = \pi \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}$ $W_t = \frac{\pi}{2} a b^2$	Dünnwandiger Kastenquerschnitt 	$t_1 < t_2 \ll b, h$ $I_t = \frac{2 (bh)^2}{b \frac{h}{t_1} + \frac{h}{t_2}}$ $W_t = 2 b h t_{\min}$
Hohlellipse 	$a_a : b_a = a_i : b_i = c$ $I_t = \pi \frac{c^3 (b_a^4 - b_i^4)}{1 + c^2}$ $W_t = \frac{\pi c (b_a^4 - b_i^4)}{2 b_a}$	Dünnwandiger Hohlquerschn. 	$I_t = \frac{4 A_m^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}}$ $W_t = 2 A_m t_{\min}$

1) P = Orte für τ_{\max}

16 Tabellen

Sorte	Bezeichnung des Werkstoffes nach DIN EN 10 025
Werkstoff-Nr.	Bezeichnung nach der Norm: M.AAxx M: 1: Stahl 2: Nichteisen-Schwermetalle 3: Nichteisen-Leichtmetalle 4: Pulvermetalle 5 – 8 Nichtmetallische Werkstoffe: AA: Werkstofftyp (00-19: Roheisen; 20-49 Sonderroheisen; 60-69 Gusseisen; 70-79 GE Kugelgraphit, xx: Folgenummer
R _{m,N}	Zugfestigkeit in Form des technischen Spannungsmasses N steht für Normwert
R _{e,N}	Streckgrenze (Fließgrenze) im einachsigen Zugversuch (R, R _{0,2})
A	Bruchdehnung in %. Nicht näher angegeben wie gemessen A ₃ , A ₅
σ _{zdW,N}	Wechselfestigkeit unter Zug -Druck
σ _{Sch,N}	Schwellfestigkeit unter Zug-Druck
σ _{bW,N}	Biegewechselfestigkeit
τ _{sW,N}	Wechselfestigkeit unter Schublasten
τ _{tW,N}	Wechselfestigkeit unter Torsion

Index N: Normwerte. Steht für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 97,5%
Charakteristische Werkstoffkennwerte

Fließkriterium (Hypothese)	Relation R _e /τ _F	Relation τ _F / R _e
Tresca Schubspannungshypothese	2	0.5
v. Mises Gestaltänderungsenergiehypothese	√3 = 1.73	0.577 = 0.58

	E-Modul $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	ν [-]	α $\left[\frac{10^{-6}}{K}\right]$
Stahl	210'000	0.27- 0.3	13.0
Grauguss	90'000 – 145'000	0.26	9.0
Aluminium	70'000	0.34	23.1
Titan	110'000	0.33	10.8

Tab. 2.1 Elastische Konstanten E und ν, sowie Wärmeausdehnungskoeffizient α für typische Konstruktionswerkstoffe

Sorte	Werkstoff Nr.	R _{m,N}	R _{e,N} ⁺²	A	σ _{w,zd,N}	σ _{Sch,zd,N}	σ _{w,b,N}	τ _{w,s,N}	τ _{w,t,N}	a _{d,m} ⁺³	a _{d,p} ⁺³
S 275 N	1.0490	370	275	24	165	160	185	95	110	0,30	0,30
S 275 NL	1.0491										
S 355 N	1.0545	470	355	22	210	200	235	120	140	0,25	0,28
S 355 NL	1.0546										
S 420 N	1.8902	520	420	19	235	215	260	135	150	0,23	0,30
S 420 NL	1.8912										
S 460 N	1.8901	550	460	17	245	225	275	140	160	0,00	0,22
S 460 NL	1.8903										
S 275 M	1.8818	360	275	24	160	158	180	95	105	0,30	0,30
S 275 ML	1.8819										
S 355 M	1.8823	450	355	22	205	190	225	115	130	0,25	0,28
S 355 ML	1.8834										
S 420 M	1.8825	500	420	19	225	210	250	130	145	0,23	0,30
S 420 ML	1.8836										
S 460 M	1.8827	530	460	17	240	220	265	140	155	0,00	0,22
S 460 ML	1.8838										

Tab. 4.1 Festigkeitskennwerte für schweisgeeignete Feinkornbaustähle im normalgeglühten Zustand (Tab. 5.1.3). Alle Festigkeitswerte in MPa; Bruchdehnungen A in %

Lastwechselzahl N	Bereich	Bezeichnung
< 10 ¹ ... 10 ²	a	Statische Festigkeit
10 ¹ ... 10 ² – 10 ³ ... 10 ⁴	b ₁	Kurzzeitfestigkeit (LCF – Low Cycle Fatigue)
10 ³ ... 10 ⁴ – 10 ⁶	b ₂	Zeitfestigkeit (HCF – High Cycle Fatigue)
> 10 ⁶ – 10 ⁷	c	Unterspannung

Tabelle 5.2 Bereiche der Wöhlerlinie

Kurzname ^{a)}	σ_B ^{a)} N/mm ²	σ_S ^{a),c)} N/mm ²	σ_{zdw} ^{b)} N/mm ²	σ_{bW} ^{b), d)} N/mm ²	τ_{tW} ^{b), d)} N/mm ²
S235JR	360	235	140	180	105
S275JR	410	275	170	215	125
E295	470	295	195	245	145
S355JO	470	355	205	255	150
E335	570	335	235	290	180
E360	670	360	275	345	205

a) Nach DIN EN 10025, $d_B \leq 100$ mm
b) Richtwerte berechnet nach Gleichung (1) bis (3)
c) gilt für Werkstoff-Bezugsdurchmesser $d_B < 16$ mm
d) gilt für Werkstoff-Bezugsdurchmesser $d_B \leq 7,5$ mm

Tabelle 5.3 Festigkeitswerte für unlegierte Baustähle nach DIN EN 10025-2

Sorte	Werkstoff Nr.	$R_{m,N}$	$R_{e,N}$ ^{↖2}	A	$\sigma_{W,zd,N}$	$\sigma_{Sch,zd,N}$	$\sigma_{W,b,N}$	$\tau_{W,s,N}$	$\tau_{W,t,N}$
S185	1.0035	310	185	10	140	138	155	80	90
S235JR	1.0038	360	235	17	160	158	180	95	105
S235J0	1.0114								
S235J2	1.0117								
S275JR	1.0044	430	275	15	195	185	215	110	125
S275J0	1.0143								
S275J2G	1.0145								
S355JR	1.0045	510	355	14	230	215	255	130	150
S355J0	1.0553								
S355J2	1.0577								
S355K2	1.0596								
S450J0	1.0590	550	450	—	250	225	275	145	160
E295	1.0050	490	295	12	220	205	245	125	145
E335	1.0060	590	335	8	265	240	290	155	170
E360	1.0070	690	360	4	310	270	340	180	200

↖1 Gleichwertiger Durchmesser $d_{eff,N} = 40$ mm.

↖2 $R_{e,N} / R_{m,N} < 0,75$ für alle Werkstoffsorten.

Tabelle 5.1.9 Festigkeitskennwerte in MPa von Stahl für größere Schmiedestücke nach SEW 550 (August 1976)^{↖1 ↖2}

Sorte	Werkstoff Nr.	$R_{m,N}$	$R_{e,N}$	$\sigma_{W,zd,N}$	$\sigma_{Sch,zd,N}$	$\sigma_{W,b,N}$	$\tau_{W,s,N}$	$\tau_{W,t,N}$	$a_{d,m}$ ^{↖3}	$a_{d,p}$ ^{↖3}
-------	---------------	-----------	-----------	-------------------	---------------------	------------------	----------------	----------------	-------------------------	-------------------------

Vergüteter Zustand.

Ck 22	1.1151	410	225	165	155	185	95	105	0,00	0,16
Ck 35	1.1181	490	295	195	185	215	115	130	0,00	0,22
Ck 45	1.1191	590	345	235	215	260	135	155	0,00	0,19
Ck 50	1.1206	630	365	250	225	275	145	165	0,00	0,25
Ck 60	1.1221	690	390	275	240	300	160	180	0,00	0,27
20 Mn 5	1.1133	490	295	195	185	215	115	130	0,00	0,22
28 Mn 6	1.1170	590	390	235	215	260	135	155	0,26	0,31
20 MnMoNi 4 5	1.6311	580	420	230	210	255	135	150	0,18	0,23
22 NiMoCr 4 7	1.6755	560	400	225	205	245	130	145	0,00	0,00
24 CrMo 5	1.7258	640	410	255	230	280	150	165	0,24	0,26
34 CrMo 4	1.7220	690	460	275	240	300	160	180	0,23	0,30
42 CrMo 4	1.7225	740	510	295	255	320	170	190	0,34	0,37
50 CrMo 4	1.7228	780	590	310	265	340	180	200	0,23	0,30
32 CrMo 12	1.7361	880	685	350	290	380	205	225	0,27	0,33
34 CrNiMo 6	1.6582	780	590	310	265	340	180	200	0,19	0,26
30 CrNiMo 8	1.6580	880	685	350	290	380	205	225	0,19	0,22
28 NiCrMoV 8 5 ^{↖2}	1.6932	780	635	310	265	340	180	200	0,22	0,26
33 NiCrMo 14 5 ^{↖2}	1.6956	930	785	370	305	400	215	235	0,35	0,37

Normalgeglühter Zustand.

Ck 22	1.1151	410	225	165	155	185	95	105	0,00	0,16
Ck 35	1.1181	490	275	195	180	215	115	130	0,00	0,19
Ck 45	1.1191	590	325	235	215	260	135	155	0,00	0,16
Ck 50	1.1206	620	345	250	220	270	145	160	0,00	0,15
Ck 60	1.1221	680	375	270	240	295	155	175	0,00	0,14

↖1 Die Ermüdungsfestigkeitskennwerte sind vorläufige Werte.

↖2 Gleichwertiger Durchmesser $d_{eff,N} = 500$ mm für 28 NiCrMoV 8 5 und $d_{eff,N} = 1000$ mm für 33 NiCrMo 14 5, für alle anderen Werkstoffsorten $d_{eff,N} = 250$ mm.

↖3 Genauere, werkstoffsortenabhängige Werte anstelle der nur werkstoffgruppenabhängigen Werte in Tabelle 1.2.1 bzw. Tabelle 3.2.1.

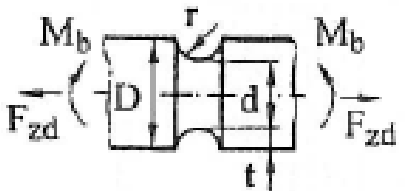
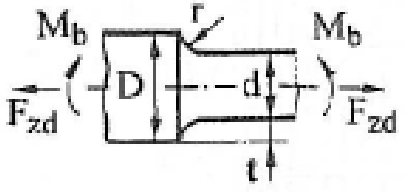
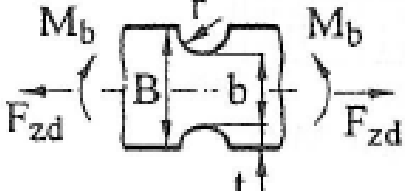
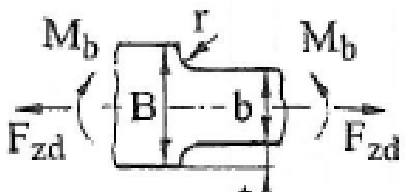
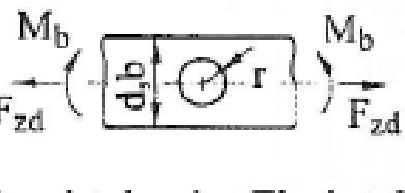
Tabelle 5.1.16 Festigkeitskennwerte in MPa für Aluminiumknetwerkstoff, Bänder, Bleche, Platten nach DIN EN 485-2 (Januar 2009) (Auswahl)

Werkstoff	Zustand	Nennstärke in mm über bis		R _m	R _e	σ _{w,zd}	σ _{Sch,zd}	σ _{w,b}	τ _{w,s}	τ _{w,t}	A ^{∅1} %	Härte HB
EN AW-2014	T3	≥ 0,4	1,5	395	245	120	85	140	70	85	14	111
		1,5	6,0	400	245	120	90	140	70	85	14	112
Al Cu4SiMg	T4	≥ 0,4	1,5	395	240	120	85	140	70	85	14	110
	T451	1,5	6,0	395	240	120	85	140	70	85	14	110
		6,0	12,5	400	250	120	90	140	70	85	14	112
	T451	12,5	40,0	400	250	120	90	140	70	85	10*	112
		40,0	100,0	395	250	120	85	140	70	85	7*	111
	T42	≥ 0,4	6,0	395	230	120	85	140	70	85	14	110
		6,0	12,5	400	235	120	90	140	70	85	14	111
		12,5	25,0	400	235	120	90	140	70	85	12*	111
	T6	≥ 0,4	1,5	440	390	130	95	150	75	95	6	133
	T651	1,5	6,0	440	390	130	95	150	75	95	7	133
	6,0	12,5	450	395	135	95	155	80	95	7	135	
	T651	12,5	40,0	460	400	140	95	160	80	100	6*	138
		40,0	60,0	450	390	135	95	155	80	95	5*	135
		60,0	80,0	435	380	130	95	150	75	95	4*	131
		80,0	100,0	420	360	125	90	145	75	90	4*	126
		100,0	120,0	410	350	125	90	145	70	90	4*	123
	T62	≥ 0,4	12,5	440	390	130	95	150	75	95	7	133
		12,5	25,0	450	395	135	95	155	80	95	6*	135
EN AW-2017A	T4	≥ 0,4	1,5	390	245	115	85	135	70	85	14	110
	T451	1,5	6,0	390	245	115	85	135	70	85	15	110
		6,0	12,5	390	260	115	85	135	70	85	13	111
Al Cu4MgSi(A)	T451	12,5	40,0	390	250	115	85	135	70	85	12*	110
		40,0	100,0	385	240	115	85	135	65	85	10*	108
		100,0	120,0	370	240	110	85	130	65	80	8*	105
		120,0	150,0	350	240	105	80	125	60	75	4*	101
	T42	≥ 0,4	3,0	390	235	115	85	135	70	85	14	109
	3,0	12,5	390	235	115	85	135	70	85	15	109	
	12,5	25,0	390	235	115	85	135	70	85	12*	109	
EN AW-2024	T4	≥ 0,4	1,5	425	275	130	90	145	75	90	12	120
		1,5	6,0	425	275	130	90	145	75	90	14	120
Al Cu4Mg1	T3	≥ 0,4	1,5	435	290	130	95	150	75	95	12	123
	T351	1,5	3,0	435	290	130	95	150	75	95	14	123
		3,0	6,0	440	290	130	95	150	75	95	14	124
		6,0	12,5	440	290	130	95	150	75	95	13	124
	T351	12,5	40,0	430	290	130	95	150	75	90	11*	122
		40,0	80,0	420	290	125	90	145	75	90	8*	120
		80,0	100,0	400	285	120	90	140	70	85	7*	115
		100,0	120,0	380	270	115	85	135	65	85	5*	110
		120,0	150,0	360	250	110	80	130	60	80	5*	104
	T42	≥ 0,4	6,0	425	260	130	90	145	75	90	15	119
		6,0	12,5	425	260	130	90	145	75	90	12	119
		12,5	25,0	420	260	125	90	145	75	90	8*	118
	T8	≥ 0,4	1,5	460	400	140	95	160	80	100	5	138
	T851	1,5	6,0	460	400	140	95	160	80	100	6	138
		6,0	12,5	460	400	140	95	160	80	100	5	138
T851	12,5	25,0	455	400	135	95	155	80	95	4*	137	
	25,0	40,0	455	395	135	95	155	80	95	4*	136	
T62	≥ 0,4	12,5	440	345	130	95	150	75	95	5	129	
	12,5	25,0	435	345	130	95	150	75	95	4*	128	

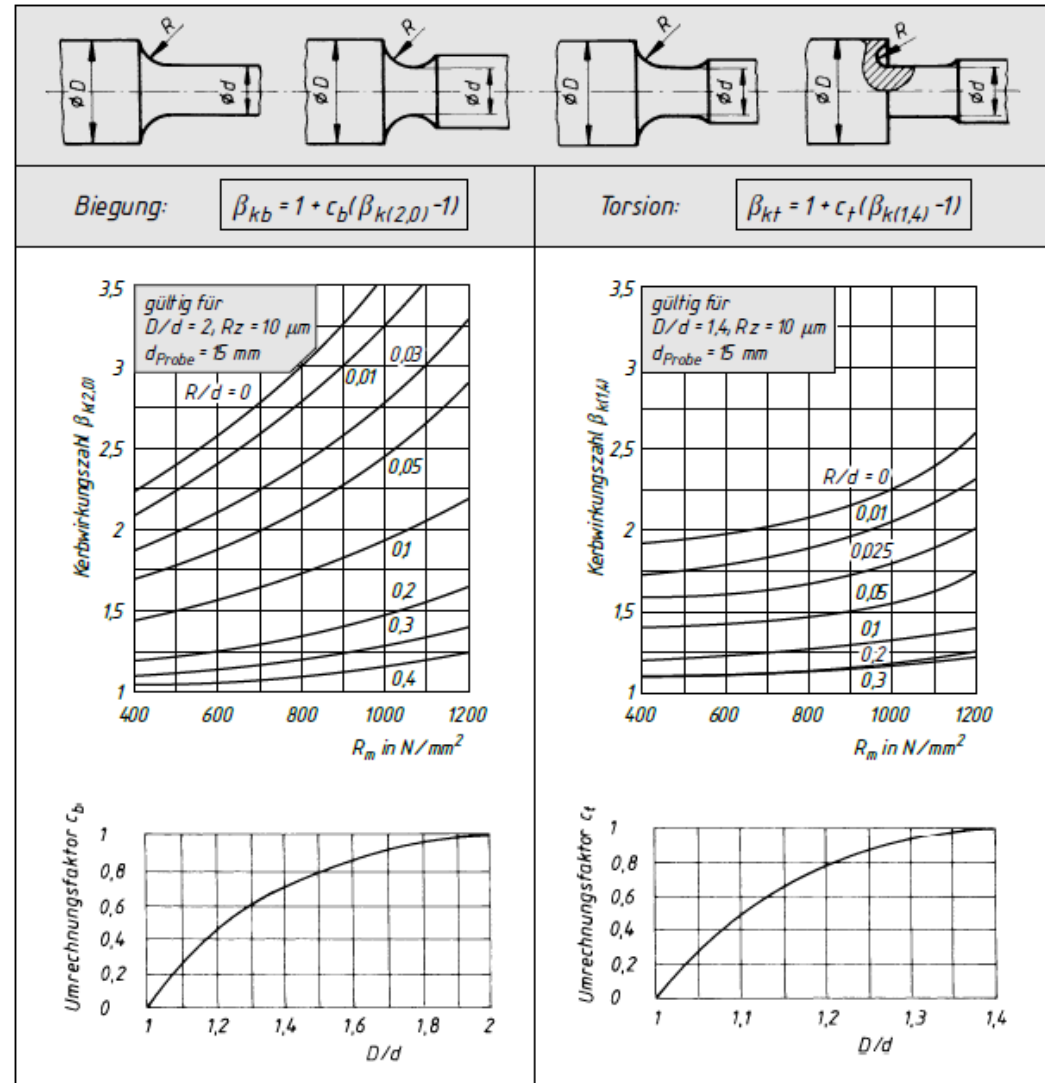
∅1 Bruchdehnung A mit Messlänge 50 mm bzw. (mit *) Bruchdehnung A₅ mit Messlänge fünfmal Probendurchmesser.

	$\alpha_{\alpha,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \frac{r}{t} + 7 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \frac{r}{t} + 11,6 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{r}{t}\right)^3 \frac{d}{D}}}$
	$\alpha_{\alpha,t} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3,4 \frac{r}{t} + 38 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2 + 1,0 \left(\frac{r}{t}\right)^2 \frac{d}{D}}}$
	$\alpha_{\alpha,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \frac{r}{t} + 2,74 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,20 \frac{r}{t} + 5,5 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,t} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,7 \frac{r}{t} + 20,6 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,5 \frac{r}{t} + 5 \frac{r}{b} \left(1 + 2 \frac{r}{b}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,5 \frac{r}{t} + 12 \frac{r}{b} \left(1 + 2 \frac{r}{b}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \frac{r}{t} + 1,7 \frac{r}{b} \left(1 + 2 \frac{r}{b}\right)^2}}$
	$\alpha_{\alpha,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,2 \frac{r}{t} + 4,2 \frac{r}{b} \left(1 + 2 \frac{r}{b}\right)^2}}$

Tab. 8.1 Formzahlen abgebildet durch mathematische Funktionen

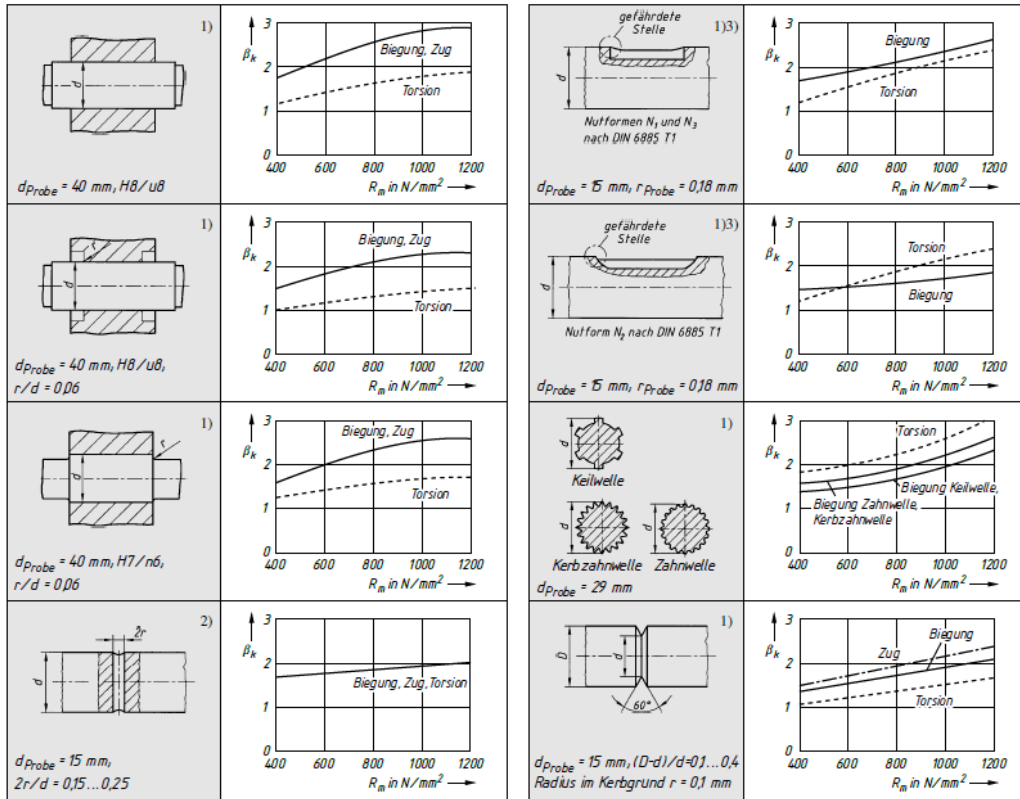
Bauteilform	$\bar{G}_\sigma(r) \div 2+3$	$\bar{G}_\tau(r) \div 4$
	$\frac{2}{r} \cdot (1 + \varphi)$	$\frac{1}{r}$
	$\frac{2,3}{r} \cdot (1 + \varphi)$	$\frac{1,15}{r}$
	$\frac{2}{r} \cdot (1 + \varphi)$ $\div 5$	-
	$\frac{2,3}{r} \cdot (1 + \varphi)$ $\div 5$	-
	$\frac{2,3}{r}$ $\div 5$	-
Rundstab oder Flachstab	$\div 5$	-

Spannungsgefälle G'



Biegung	$\sigma_n = M/(\pi d^3/32)$
Torsion	$\tau_n = T/(\pi d^3/16)$

b) Welle-Nabe-Verbindungen und Spitzkerbe



1) Zug	$\sigma_n = F/(\pi d^2/4)$	2) Zug	$\sigma_n = F/(\pi d^2/4 - 2r \cdot d)$
Biegung	$\sigma_n = M/(\pi d^3/32)$	Biegung	$\sigma_n = M/(\pi d^3/32 - r \cdot d^2/3)$
Torsion	$\tau_n = T/(\pi d^3/16)$	Torsion	$\tau_n = T/(\pi d^3/16 - r \cdot d^2/3)$

3) Bei zwei Passfedern ist der β_k -Wert mit 1,15 zu multiplizieren.

Tab. 8.5 Kerbwirkungszahlen

Wellen- und Nabenform	$\sigma_B(d)$ in N/mm^2									
	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	
	$\beta_{\sigma}(d_{BK})$	2,1 ^a	2,3 ^a	2,5 ^a	2,6 ^a	2,8 ^a	2,9 ^a	3,0 ^a	3,1 ^a	3,2 ^a
	$\beta_{\tau}(d_{BK})$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0
$\beta_{\sigma}(d_{BK}) \approx 3,0 \cdot (\sigma_B(d)/1000 N/mm^2)^{0,38}$ $\beta_{\tau}(d_{BK}) \approx 0,56 \cdot \beta_{\sigma}(d_{BK}) + 0,1$										
Bei zwei Passfedern ist die Kerbwirkungszahl $\beta_{\sigma,\tau}$ mit dem Faktor 1,15 zu erhöhen (Minderung des Querschnittes) $\beta_{\sigma(2Passfedern)} = 1,15 \cdot \beta_{\sigma}$										
	$\beta_{\sigma}(d_{BK})$	1,8	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
	$\beta_{\tau}(d_{BK})$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9
$\beta_{\sigma}(d_{BK}) \approx 2,7 \cdot (\sigma_B(d)/1000 N/mm^2)^{0,43}$ $\beta_{\tau}(d_{BK}) \approx 0,65 \cdot \beta_{\sigma}(d_{BK})$										
	Die Kerbwirkungszahl des Absatzes (Übergang d zu d_1) ist nach Abschnitt 4.3 zu bestimmen. Es ist dabei ein Durchmesser Verhältnis von $d_1/(1,1 \cdot d)$ für die Ermittlung der Formzahl anzunehmen. Der Presssitz beeinflusst die Kerbwirkung des Wellenübergangs im Allgemeinen nur wenig.									
	Nur bei ungünstiger Gestaltung kann es zur gegenseitigen Beeinflussung der Kerbwirkung im Wellenübergang (Radius r) und Nabensitz kommen. Dieses kann bei sehr kleinen Unterschieden zwischen d_1 und d und direkt am Nabensitz liegenden Wellenübergängen eintreten. Bei kleinen rechnerischen Sicherheiten und großer Bedeutung der Anlage ist die Haltbarkeit der Welle dann gesondert zu überprüfen (z. B. mittels FEM oder experimentell; siehe auch [7]). Hinsichtlich des minimalen Gesamtvolumens der Welle im Bereich der Welle-Nabe-Verbindung sind die Abmessungen für maximale Übertragbarkeit $d/d_1 \approx 1,1$ und $r/(d-d_1) \approx 2$ [10]. Weitere Hinweise zu Kerbwirkungszahlen und Einflüssen siehe DIN 7190.									
Nennspannungen: Bezugsdurchmesser $d_{BK} = 40 \text{ mm}$										
Zug: $\sigma_n = 4 \cdot F / (\pi \cdot d^2)$ Einflussfaktor der Oberflächenrauheit: $K_{F\sigma} = 1$ oder $K_{F\tau} = 1$										
Biegung: $\sigma_n = 32 \cdot M_b / (\pi \cdot d^3)$ Biege- oder Torsionsmoment wird auf die Nabe übertragen										
Torsion: $\tau_n = 16 \cdot M_t / (\pi \cdot d^3)$ Die Kerbwirkungszahlen gelten für die Enden des Nabensitzes.										
Bei Zug/Druck gelten die gleichen Werte wie für Biegung										
^a Die angegebenen $\beta_{\sigma,\tau}$ -Werte sind Richtwerte. Sie enthalten Einflüsse, die abhängig von der Passung, dem Verhältnis für π_m/σ_{ba} , der Wärmebehandlung und den Abmessungen der Nabe zu Abweichungen in der Belastbarkeit führen. Ein Übermaß zwischen Welle und Nabe erhöht die Tragfähigkeit. Mit $\pi_m/\sigma_{ba} > 0,5$ steigt die Belastbarkeit, da infolge der Passfeder die durch Torsion entstehende Reibung in der Trennfuge das wirksame Biegemoment in der Welle-Nabe-Verbindung reduziert, was bei Stählen ohne harte Randschicht experimentell nachgewiesen wurde. Bei reiner Umlaufbiegung ($\pi_m/\sigma_{ba} = 0$) sind dagegen Tragfähigkeitsminderungen um den Faktor 1,3 möglich. Die Tragfähigkeit von Passfederverbindungen kann abhängig von der Laufzeit durch Tribokorrosion stetig sinken. Weitere Angaben zu Kerbwirkungszahlen und Einflüssen siehe DIN 6892.										

Tab. 8.6 Kerbwirkungszahlen für Wellen-Naben Verbindungen

Verfahren		d in mm	K _v
Chemisch-thermische Verfahren	Erhöhung der Dauerfestigkeit bei		
Nitrieren Nitrierhärte tiefe 0,1 mm bis 0,4 mm Oberflächenhärte 700 HV10 bis 1000 HV10	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 ¹⁾ • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen mit nitrierten Stählen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	8...25 1,15...1,25
		a	25...40 1,10...1,15
	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (nicht nitriert) 	b	8...25 1,5 ... 2,5
		b	25...40 1,2 ... 2,0
Einsatzhärten Einsatzhärte tiefe 0,2 mm bis 0,8mm Oberflächenhärte 670 HV bis 750 HV	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 ¹⁾ • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen mit einsatzgehärteten Stählen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	8...25 1,2 ... 2,1
		a	25...40 1,1 ...1,5
	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (nicht einsatzgehärtet) 	b	8...25 1,5 ...2,5
		b	25...40 1,2 ...2,0
Karbonitrierhärten Härte tiefe 0,2 mm bis 0,4 mm Oberflächenhärte mindestens 670 HV10	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 ¹⁾ • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen mit karbonitrierten Stählen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	8 ... 25 1,1 ... 1,9
		a	25 ... 40 1 ... 1,4
	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (nicht karbonitriert) 	b	8 ... 25 1,4 ... 2,25
		b	25 ... 40 1,1 ... 1,8
Mechanische Verfahren	Erhöhung der Dauerfestigkeit bei		
Rollen	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen für Proben mit mechanisch behandelten Oberflächen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	7...25 1,2 ... 1,4
		a	25...40 1,1 ... 1,25
	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (ohne mechanische Oberflächenbehandlung) 	b	7...25 1,5 ... 2,2
		b	25...40 1,3 ... 1,8
Kugelstrahlen	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen für Proben mit mechanisch behandelten Oberflächen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	7...25 1,1 ... 1,3
		a	25...40 1,1 ...1,2
	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (ohne mechanische Oberflächenbehandlung) 	b	7...25 1,4 ... 2,5
		b	25...40 1,1 ... 1,5
Thermische Verfahren	Erhöhung der Dauerfestigkeit bei		
Induktivhärten Flammenhärten Einhärte tiefe 0,9 bis 1,5 mm Oberflächenhärte 51 bis 64 HRC	<ul style="list-style-type: none"> • $\beta_{\sigma_r} = \alpha/n$ ermittelt nach DIN 743-2 ¹⁾ • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchsergebnissen mit induktiv-(flammen-)gehärteten Stählen ¹⁾ • ungekerbten Proben/Wellen 	a	7...25 1,2 ... 1,6
		a	25...40 1,1 ... 1,4
	<ul style="list-style-type: none"> • β_{σ_r} ermittelt aus Versuchswerten nach DIN 743-2 (ohne thermische Oberflächenbehandlung) 	b	7...25 1,4 ... 2,0
		b	25...40 1,2 ... 1,8
<p>a K_v gilt für die Erhöhung der Dauerfestigkeit der glatten oberflächenverfestigten Probe gegenüber der glatten nicht oberflächenverfestigten Probe.</p> <p>b K_v gilt für die Erhöhung der Dauerfestigkeit der gekerbten oberflächenverfestigten Probe gegenüber der gekerbten nicht oberflächenverfestigten Probe.</p> <p>¹⁾ K_v berücksichtigt Festigkeitserhöhung des ungekerbten Bauteils (Grundwerkstoff). Minderung der Kerbwirkung ist bereits in n bzw. β_{σ_r} enthalten.</p>			

Tab. 8.7 Einfluss der Oberflächenverfestigung n. DIN 743-2 (2012) [3], St.7