

ISBN 3-88314-296-4

# **Forschungsbericht 96**

BUNDESANSTALT FÜR  
MATERIALPRÜFUNG (BAM)  
BERLIN

## **Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken**

von Dr.-Ing. Heinz Eifler

---

Oktober 1983

97 Seiten, 69 Abbildungen, 7 Tabellen im Text; Anhang

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon 030/8104-1 Telex 183261 bamb d

Copyright © 1983 by Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Verlag und Vertrieb:  
Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH  
Postfach 10 11 10, 2850 Bremerhaven 1  
Telefon 0471 46093-95

## Zum Inhalt

Die inelastischen Verformungen gerissener Stahlbetonbauteile werden vom Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung beeinflusst, da sowohl das Rißfeld als auch der Verlauf der Stahldehnungen innerhalb des zwischen den Rissen liegenden Betons wesentlich davon abhängen. Verbunduntersuchungen mit Betonstabstahl BSt 420/500 RK (Rippen-TORSTAHL) und kurzer Verbundstrecke unter Berücksichtigung praxisüblicher Betondeckung der Bewehrung, plastischer Dehnungen des Bewehrungsstahles und der Entfernung des betrachteten Verbundstreckenabschnittes zum nächsten Riß sowie vergleichende Untersuchungen zur Übertragbarkeit auf Bauteile sind in Teil A beschrieben. Die Ergebnisse sind in Form grafischer und tabellarischer sowie z. T. auch funktional aufbereiteter Verbundgesetze dargestellt. Dem Einfluß dieses Verbundverhaltens auf die inelastischen Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken wird in Teil B rechnerisch nachgegangen. Die Zusammenfassung der Verformungen als Drehungen plastischer Gelenke ermöglicht für das Rechenverfahren die Benutzung von Minicomputern oder auch noch geeigneten Mikrocomputern. Vorausgesetzt wurde die Lage des plastischen Gelenkes im Bereich geringer Querkraft. Die errechneten und durch Versuchsergebnisse gestützten Trends der Einflüsse des Verbundverhaltens im Zusammenhang mit anderen Parametern auf die Drehfähigkeit plastischer Gelenke können aber auch bei Gelenken im Bereich mit  $M/(Q \cdot h) > 3,5$  vorausgesetzt werden.

## Abstract

Inelastic deformations of cracked reinforced concrete structures are influenced by bond behaviour between concrete and steel, because both, the crack pattern and the distribution of stresses in reinforcement, depend on bond. Reported in part A are bond tests with ribbed and by torsion deformed reinforcing bars (Rippen-TORSTAHL,  $f_y \geq 420 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_u \geq 500 \text{ N/mm}^2$ ) and short length of bonding, considering concrete cover as normally used in structures, plastic strains in the bar and the distance of the considered bond interval to the nearest crack. The test results are represented in the form of diagrams, tabulars and partly in the form of functions. In part B the influence of bond behaviour on inelastic deformations is considered by calculating inelastic deformations of reinforced concrete beams applying the tests results of part A. The use of minicomputers is sufficient, because the inelastic deformations are expressed in simplified form as rotation of plastic hinges. The position of a plastic hinge was assumed in a region of little shear force. However, the calculated trends, verified by results of beam tests, on the influence of bond behaviour on the rotation capacity of plastic hinges can also be predicted at a hinge in a region of the structure with a moment-shear force-ratio of  $M/(Q \cdot h) > 3,5$ .

## Vorwort

Der erste Teil der Versuche wurde im Rahmen von Untersuchungen zur Grenztragfähigkeit biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen (Eifler [12], Eifler, Plauk [14]) in den Jahren 1971 und 1972 mit finanzieller Unterstützung des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau durchgeführt. Die ergänzenden Untersuchungen begannen im Jahr 1976. Auch hier war der Anlaß das Problem des Verhaltens von Stahlbetonbauteilen bei Beanspruchungen, die weit über den Bereich der Gebrauchslast hinausgehen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Hees und Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Dierks danke ich für viele Anregungen und wertvolle Hinweise zum theoretischen Teil der Arbeit.

Dank schulde ich auch der Bundesanstalt für Materialprüfung, Berlin, für die Unterstützung meiner Arbeit, insbesondere meinen Kollegen in der Fachgruppe 2.2 „Tragfähigkeit der Baukonstruktionen“ für ihre stete Diskussionsbereitschaft.

Stellvertretend für alle, die bei den umfangreichen Arbeiten zur Entwicklung der Prüfeinrichtung, zur Ausführung der Versuche und zur Fertigstellung des Berichts tätig waren, seien die Herren Gimm, Pude und Theisel sowie Frau Gowin genannt. Auch ihnen sei herzlich gedankt.

Berlin, im Mai 1983

Heinz Eifler



## Bezeichnungen

<b>1. Einführung</b>	<b>1</b>
<b>Teil A: Verbunduntersuchungen an gerippten Betonstählen</b>	<b>3</b>
<b>2. Vorbemerkung zu den Verbunduntersuchungen</b>	<b>3</b>
<b>3. Versuchsprogramm</b>	<b>7</b>
<b>4. Materialkennwerte</b>	<b>8</b>
4.1 Beton	8
4.2 Betonstahl	9
<b>5. Ausziehversuche an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke</b>	<b>9</b>
5.1 Probekörperherstellung	9
5.2 Versuchsdurchführung	10
5.2.1 Aufteilung der Versuchsdurchführung in zwei Schritte	10
5.2.2 Einprägen einer plastischen Stahldehnung	10
5.2.3 Ausziehversuch	12
5.3 Versuchsergebnisse	14
5.3.1 Wahl des arithmetischen Mittelwertes als charakteristische Größe für das Verbundverhalten	14
5.3.2 Darstellungsformen der Versuchsergebnisse	15
5.3.3 Probekörper <i>ohne</i> Rißsimulation, Betonstahl untenliegend	20
5.3.4 Probekörper <i>mit</i> Rißsimulation, Betonstahl untenliegend	22
5.3.5 Probekörper mit <i>oben</i> liegendem Betonstahl, ohne Rißsimulation	23
5.3.6 Tastversuche mit unterschiedlichen Abständen zwischen der Verbundstrecke und der rißsimulierenden Aussparung	24
5.4 Statistische Absicherung der Versuchsergebnisse	25
5.4.1 Vorbemerkung	25
5.4.2 Prüfung auf Normalverteilung	26
5.4.3 Überprüfung der Güte des Zusammenhanges von Verbundspannung und Verschiebung	26
5.4.4 Vertrauensbereich des Mittelwertes	28
<b>6. Vergleichsversuche mit langer Verbundstrecke</b>	<b>30</b>
6.1 Vorbemerkung	30
6.2 Probekörperherstellung	30
6.3 Versuchsdurchführung	31
6.4 Versuchsergebnisse	31
6.4.1 Probekörper P.-Nr. 390	31
6.4.2 Probekörper P.-Nr. 391	32
6.5 Vergleich zu mittels kurzer Verbundstrecke errechneten Werten	32
<b>7. Verbund- und Stahlspannungen sowie plastische Stahldehnungen in einem Stahlbetonbalken</b>	<b>36</b>
<b>8. Schlußfolgerungen aus den Verbunduntersuchungen</b>	<b>38</b>
8.1 Verbundverhalten im Bereich eines Biegerisses	38
8.2 Einfluß der plastischen Stahldehnung	39
8.3 Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse auf den Verbund in einem Bauteil	39
8.4 Verteilung der Verbundspannung zwischen den Biegerissen eines Stahlbetonbauteiles	39

8.5	Einfluß der Verbundgüte auf die Dehnung der Zugbewehrung in einem Bauteil	39
8.6	Einfluß der Verbundgüte auf das Verhalten der Betondruckzone	40
8.7	Prüfanordnung	40
	<b>Teil B: Berechnung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbetonbalken</b>	<b>41</b>
9.	<b>Zielsetzung der Rechnung</b>	<b>41</b>
10.	<b>Hinweise zu Berechnungsmethoden für inelastische Verformungen von Stahlbetonbalken</b>	<b>41</b>
11.	<b>Rechenmodell</b>	<b>45</b>
12.	<b>Balkenelement</b>	<b>46</b>
12.1	Drehung eines Balkenelementes	46
12.2	Drehung eines Balkenelementes bei Versagen der Betondruckzone	52
12.3	Drehung eines Balkenelementes als Funktion der Stahlspannung im RiB	58
13.	<b>Mittlerer RiBabstand</b>	<b>60</b>
13.1	Wirksame Betonzugfestigkeit	60
13.2	Verfahren zur Berechnung des RiBabstandes	61
13.3	Beispiele für den Beanspruchungszustand zwischen Rissen und für Einflüsse auf den RiBabstand	69
14.	<b>Gesamtdrehung eines plastischen Gelenkes im Bereich geringer Querkraft</b>	<b>74</b>
15.	<b>Anwendung des Rechenprogrammes</b>	<b>76</b>
15.1	Rechenprogramm	76
15.2	Eingabewerte des Rechenprogrammes	76
15.3	Rechenbeispiele für die Drehung eines plastischen Gelenkes bei geringer Querkraft	80
16.	<b>Plastisches Gelenk im Bereich hoher Querkraft</b>	<b>87</b>
17.	<b>Zusammenfassung</b>	<b>89</b>
	<b>Literatur</b>	<b>93</b>

## Anhang

Tafel A 1: Festigkeiten des Zement-Normenmörtels		99	
Abb. A 1: Sieblinie des Betonzuschlages		99	
Tafel A 2: Kennwerte des verwendeten Betons		100	
Tafel A 3: Kennwerte der Rippentorstähle $d_e = 10$ mm		101	
Abb. A 2: Spannungsdehnungslinien von drei Rippentorstählen $d_e = 10$ mm		101	
Tafel A 4: Kennwerte der Rippentorstähle $d_e = 16$ mm		102	
Abb. A 3: Spannungsdehnungslinien von drei Rippentorstählen $d_e = 16$ mm		102	
Tafel A 5:	Einzelwerte der Verbundspannungen bei $v = 0,01 / 0,1 / 1,0$ mm sowie Höchstwert, bezogene Rippenfläche, Versagensart	ohne Rißsimulation	103
Tafel A 6:		mit Rißsimulation	104
Tafel A 7:		Betonierlage oben	105
Tafel A 8:		Abstand zum simulierten Riß variiert	105
Tafel A 9:	Mittelwerte der Verbundspannungen für eine digitale Eingabe	Rippentorstahl $d_e = 10$ mm	106
Tafel A10:		Rippentorstahl $d_e = 16$ mm	106
Tafel A11: Mittelwerte, Standardabweichungen, Variationskoeffizienten und Vertrauensbereiche der Verbundspannungen		107	
Tafel A12: Prüfung auf Normalverteilung		108	
Programmablaufplan		109	
Ausdruck des Programmes		113	



## Bezeichnungen

(soweit nicht im Text erklärt)

### 1. Geometrische Größen

<u>Im Text</u>	<u>Im Rechen-</u> <u>programm</u>	
L	-	Länge des Betonquaders
B	-	Breite des Betonquaders
H	-	Höhe des Betonquaders
$l_v$	-	Länge der Verbundstrecke
$d_s$	DS	Durchmesser eines Betonstahles
$A_s$	AS	Querschnitt der Zugbewehrung
$a_l$	-	Höhe der Längsrippen
$a_s$	-	Höhe der Schrägrippen
u	-	Umfang eines Betonstahles
$f_R$	-	bezogene Rippenfläche nach DIN 488 Blatt 3 April 1972
$a_v$	-	Abstand zwischen Verbundstrecke und rißsimu- lierender Aussparung
b	B	Balkenbreite
d	D	Balkenhöhe
l	BL	Spannweite eines Balkens
$h_x$	HX	Höhe der Betondruckzone
$h_{x,u}$	HXU	Höhe der Betondruckzone im Rißquerschnitt beim Versagen des Balkens
$h_x^I$	D-EU	Höhe der Betondruckzone im Stadium I
z	-	Hebelarm der inneren Kräfte
c	C	Betondeckung des Bewehrungsstahles
N	N	Anzahl der die Zugbewehrung bildenden Betonstähle
$\mu$	MUE	Bewehrungsprozentsatz $100 \cdot A_s/b \cdot h$
$k_e$	RKA	auf die Höhe der Biegedruckzone bezogener Ab- stand der Biegedruckkraft vom gedrückten Rand
K	BK	auf den Rißabstand $a_R$ bezogene halbe Länge des Druckzonenbereiches mit konstanter Höhe
$A_{bw}$	-	Querschnittsfläche der auf Zug beanspruchten Betonwirkungszone
$d_w$	DW	Höhe der auf Zug beanspruchten Betonwirkungszone
$\varepsilon$	-	Koordinate in Richtung Balkenachse ab Nullpunkt der Verschiebung zwischen Stahl und Beton
$\Delta s$	DELS	Intervalllänge
$\Delta s_D$	DELSB	Intervalllänge bei der Berech- nung des Integrals der Betonstauchungen
$A_{Bü}$	-	Querschnitt der Bügelbewehrung
a	-	Bügelabstand

<u>Im Text</u>	<u>Im Rechenprogramm</u>	
$d_M$	-	fiktive Manteldicke der vorhandenen Bügelbewehrung bei unendlich feiner Bügelaufteilung, $A_{Bü}/a$
$d_K$	-	Entfernung der Bügelachsen in Richtung des gedrückten Randes der Biegedruckzone
$u_Q$	-	Prozentsatz der Querbewehrung, $d_M/d_K$
$d_o$	-	Durchmesser des kleinsten, von der Umschnürungswirkung erfaßten Querschnitts in Richtung des gedrückten Randes
$F_K$	-	Kernquerschnitt
$F_o$	-	kleinster von der Umschnürungswirkung erfaßter Querschnitt
$A$	-	Aufteilungsgrad der Querbewehrung, $F_o/F_K$
$a_1$	A1	Länge des Einleitungsbereiches für die Betonzugkraft ab erstem Riß
$a_R$	AR	Rißabstand
-	AR1	Rißabstand zwischen erstem und zweitem Riß
-	AR3	Rißabstand zwischen erstem und drittem Riß
$l_p$	-	Länge eines plastifizierten Bereiches mit angenommener konstanter Krümmung $\kappa = \kappa_p$

## 2. Kennwerte für Festigkeits- und Verformungseigenschaften

$\beta_w$	BETA W	Würfeldruckfestigkeit des Betons
$\beta_w = f(t)$	-	Würfeldruckfestigkeit in Abhängigkeit von der Zeit
$\beta_{w,14}$	-	Würfeldruckfestigkeit im Alter von 14 Tagen
$\beta_{w,Prüf}$	-	Würfeldruckfestigkeit zum Zeitpunkt der Ausziehversuche
$\beta_{bZ}^{10}$	-	Biegezugfestigkeit eines 10 cm hohen unbewehrten Betonprismas
$\beta_{bZ}$	BETBZ	wirksame Betonzugfestigkeit in einem Stahlbetonbauteil
$E_b$	EB	Elastizitätsmodul des Betons
$\beta_{0,2}$	BET02	Streckgrenze (0,2 %-Grenze) des Betonstahles
$\beta_z$	BETZ	Zugfestigkeit des Betonstahles
$E_s$	ES	Elastizitätsmodul des Betonstahles
$m$	M	Exponent in der Gleichung $\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,002 \left( \frac{\sigma_s}{\beta_{0,2}} \right)^m$

## 3. Spannungen

$\tau$	EITAU	Verbundspannung
$\tau^*$	-	Verbundspannung, wenn in $m$ Versuchen der Verbund bereits versagt hat
$\tau_n$	-	Verbundspannung im Schnitt $n$
$x$		

<u>Im Text</u>	<u>Im Rechenprogramm</u>	
$\sigma_s$	SIG	Stahlspannung
$\sigma_s(n, n+1)$	-	Stahlspannung im Intervall, n+1
$\sigma_s$	SIGR	Bezeichnung der Stahlspannung bei der Ermittlung des Rißabstandes
$\sigma_{s0}$	SIGØ	Stahlspannung bei $s = 0$
$\tau_{\text{Riß}}$	SIGRIS	Stahlspannung im Rißquerschnitt
-	SIGM	Stahlspannung im Rißquerschnitt des Balkenelementes bei $x = 0$ (s. Bild 57)
$\max \sigma_{\text{Riß}}$	SIGMAX	Stahlspannung im Rißquerschnitt des Balkenelementes bei $x = 0$ im Versagenszustand des Balkens
$\sigma_{\text{Riß}, x}$	SIGX	Stahlspannung im Rißquerschnitt des Balkenelementes an der Stelle x
$\sigma_b$	-	Betonspannung
$\sigma_{bm}$	-	mittlere Betonspannung einer Biegedruckzone
$\sigma_{bm, u}$	-	mittlere Betonspannung beim Bruch der Druckzone
$\alpha_W = \frac{\sigma_{bm}}{\beta_W}$	ALPHAW	Größenbeiwert der Biegedruckkraft
$\rho_n = \frac{\sigma_{bm}}{\sigma_{bm, u}}$	RHON	Ausnutzungsgrad der Druckzone im Intervall n
$\tau_c$	-	Betonspannung an der oberen Begrenzung der Betonwirkungszone
$\sigma_u$	-	Betonspannung am zugbeanspruchten Balkenrand
$\tau_{bs}$	-	Betonspannung in Höhe der Bewehrungsschwerachse
$\sigma_{sR} = \frac{Z_{b, u}}{A_s}$	SIGSR	Anreißspannung

#### 4. Weg- und Verzerrungsgrößen

$v$		Verschiebung zwischen Betonstahl und Beton
$v_{b, n}$	VB	Verschiebung des Betons an der Stelle n ab $s = 0$
$v_{s, n}$	VS	Verschiebung des Stahles an der Stelle n ab $s = 0$
$v_n$	VR	Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton an der Stelle n bei der Ermittlung des Rißabstandes
$v_n$	VT	desgl. bei der Ermittlung der Drehung
$v_0$	-	Verschiebung bei $s = 0$
$v_{\text{Grenz}}$	-	Gültigkeitsgrenze des Ansatzes $\tau = a \cdot \tanh b \cdot v^c$
$\epsilon_s$	EPS	Stahldehnung
$\epsilon_s(n, n+1)$	-	Stahldehnung im Intervall n, n+1
$\dot{\epsilon}_s$	-	Dehngeschwindigkeit
$\epsilon_{s, p}$	EPSP	plastische Stahldehnung

<u>Im Text</u>	<u>Im Rechenprogramm</u>	
$\Delta l_s$	-	Längenänderung des Stahles innerhalb eines Balkenelementes
$\epsilon_{bs}$	EPSBS	Betondehnung in Höhe des Bewehrungsschwerpunktes
$\epsilon_b$	EIEPB	Betonstauchung des gedrückten Balkenrandes
$\epsilon_{b,u}$	EPSBO	Bruchstauchung des Betons
$\theta$	TETAG	Drehung eines plastischen Gelenkes
$\Delta\theta$	DTET	Relativdrehung der Endquerschnitte eines Balkenelementes infolge plastischer Dehnungen
$\Delta\theta_{ges}$	DTETGS	Relativdrehung der Endquerschnitte eines Balkenelementes einschließlich des elastischen Anteiles
$\Delta\theta_b$	DTETB	Relativdrehung der Endquerschnitte eines Balkenelementes bei Versagen der Druckzone

### 5. Schnittlasten und Kräfte

$Z_b$	ZB	Betonzugkraft als Resultierende der in der Betonwirkungszone wirkenden Spannungen
$Z_{b,u}$	-	zum Reißen des Betons erforderliche Zugkraft
D	-	Biegedruckkraft
$Z_s$	-	Zugkraft in der Bewehrung
$T = \tau \cdot \Sigma u$	TEB	Verbundkraft je Längeneinheit
M	MM	Biegemoment bei $x = 0$ (s. Bild 57)
$M_p$	MP	plastisches Moment ( $\sigma_s = \beta_{0,2}$ )
max M	-	Biegemoment bei Versagen des höchstbeanspruchten Balkenelementes
Q	-	Querkraft
$Q_p$	QP	Querkraft eines gelenkig gelagerten und durch eine Einzellast in Feldmitte beanspruchten Balkens bei $M = M_p$

## 1. Einführung

Im zunehmendem Umfang werden im Stahlbetonbau bei der Berechnung biegebeanspruchter Tragwerke auch inelastische Verformungen in Betracht gezogen. Dieses geschieht auch zum einen, weil die Möglichkeiten zur Berechnung solcher Verformungen durch die numerischen Rechenmethoden wie Finite Element Method (FEM) stark ausgeweitet werden konnten, s. Eibl, Iványi [11] und Plauk, Hees [40], und zum anderen, weil volkswirtschaftliche und technische Gesichtspunkte in bestimmten Fällen dafür sprechen, die Tragreserven einer Konstruktion bis zur Grenztragfähigkeit heranzuziehen, z.B. zur Absicherung gegenüber außergewöhnlichen Einwirkungen (s. Brandes et al [6], Struck [54]). Voraussetzung für die Anwendung von Rechenverfahren zur nichtlinearen Berechnung und oft bestimmend für den Aussagewert der ermittelten Ergebnisse ist dabei die Kenntnis der Materialgesetze. Während die Materialgesetze für den Bewehrungsstahl bekannt sind und sie für den Beton im wesentlichen nur noch für mehrachsige Beanspruchung einer Ergänzung bedürfen, sind sie für den Verbund zwischen Stahl und Beton trotz einer größeren Zahl von durchgeführten Verbunduntersuchungen nur unzureichend erforscht.

Nicht zuletzt aus diesem Grunde wird der Einfluß des Verbundes sehr unterschiedlich in die Berechnung einbezogen. Oft wird noch mit einem starren Verbund gerechnet, was zur Folge hat, daß in allen Bereichen, in denen die Stahldehnungen die Bruchdehnung des Betons überschreiten, der Beton als gerissen angenommen werden muß. Der Einfluß des Betons der Zugzone auf die Steifigkeit eines Stahlbetonbauteiles kann damit nicht erfaßt werden, da in Wirklichkeit der Stahl der Zugzone durch den nur in diskreten Abständen gerissenen Beton in seiner Dehnung behindert ist. Je nach Bewehrungsprozentatz, Betongüte, Oberflächenbeschaffenheit der Stähle, Querschnittsform des Bauteiles und Rißbild ist diese Behinderung unterschiedlich groß.

In einer Reihe von Arbeiten wird der Verbund indirekt berücksichtigt durch den Ansatz von ideellen Elastizitätsmoduln für Stahl [5] oder für den ganzen Stahlbetonquerschnitt [21], durch Ansatz ideeller Restbetonzugspannungen nach erfolgter Rißbildung [48] oder durch Ansatz mittlerer Krümmungen [16, 37, 42, 51, 55]. Solange die genannten Ansätze nur den Einfluß der Rißbildung erfassen sollen und die beiden Werkstoffe Beton und Stahl sich im wesentlichen noch elastisch verhalten, kann mit Ansätzen dieser Art das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen ausreichend genau beschrieben werden. Zur Verformungsberechnung plastizierter Bauwerksbereiche sind diese Ansätze nur sehr bedingt einsetzbar (s. dazu Abschnitt 10), da sie eine Proportionalität von Beanspruchung und Dehnung voraussetzen.

Eine uneingeschränkte Berücksichtigung des Verbundeinflusses auf die Verformungen ermöglichen erst die Ansätze des verschieblichen Verbundes. Nur mit ihnen kann die Verteilung der Stahlspannung zwischen zwei Biegerissen ermittelt und über die Arbeitslinie des Stahles die Verteilung der Stahldehnung errechnet werden. Nur mit ihnen ist eine über empirische Ansätze hinausgehende Berechnung der Rißabstände möglich. Der Ansatz eines verschieblichen Verbundes erlaubt es auch, alle Einflußgrößen des Verbundes entsprechend den im Bauteil vorliegenden Verhältnissen zu berücksichtigen.

Der verschiebliche Verbund wird bei den hier meist verwendeten numerischen Verfahren durch Anordnung von Federelementen zwischen Beton und Stahl mit linearer

[24,49], bilinearer [9,53] oder nichtlinearer [35,39] Kennlinie berücksichtigt. Diese Rechenverfahren setzen also die Kenntnis des tatsächlich vorhandenen Zusammenhanges von Verbundspannung und Verschiebung im Bauteil voraus. Die Bedingungen, die bekannten Verbunduntersuchungen zugrundeliegen, weichen aber häufig so weit von den im Bauteil vorhandenen ab, daß die ermittelten Verbundgesetze nur ungenau das Verbundverhalten in einem Bauteil wiedergeben. Unzureichend oder gar nicht berücksichtigt sind der Einfluß einer praxisüblichen Betondeckung, Minderung des Verbundes in der Nähe eines Biegerisses und der Einfluß plastischer Dehnungen des Stahles auf den Verbund.

Als Beitrag zur Klärung des Verbundverhaltens in einem Stahlbetonbauteil wurden deshalb die nachfolgend in Teil A beschriebenen Verbunduntersuchungen unter besonderer Berücksichtigung der Parameter, Betondeckung, Nähe eines Biegerisses und plastische Stahldehnung durchgeführt. Dem Einfluß dieses Verbundverhaltens auf die inelastischen Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken wird dann in Teil B nachgegangen. Dabei werden die inelastischen Verformungen als Drehungen von plastischen Gelenken zusammengefaßt. Das dazu entwickelte Rechenmodell, das auf einem Minicomputer oder auf einem geeigneten Mikrocomputer programmiert werden kann, berücksichtigt das in Teil A ermittelte Verbundverhalten.

## Teil A

### Verbunduntersuchungen an gerippten Betonstählen

#### 2. Vorbemerkung zu den Verbunduntersuchungen

Zur Beschreibung des Verbundverhaltens wird allgemein, analog zur Spannungsdehnungslinie eines Werkstoffes, der Zusammenhang zwischen Beanspruchung und Formänderung in der Verbundzone herangezogen. Die auf die Verbundfläche bezogene Beanspruchung wird als Verbundspannung bezeichnet und die Verschiebung des Stahles gegenüber dem Beton als Formänderungskennwert eingeführt. Die Größe der Verbundfläche ergibt sich als Produkt aus der Länge der Verbundstrecke und dem mit dem Nenndurchmesser errechneten Umfang des Betonstahles.

Häufig gewählte Versuchsanordnungen zur Bestimmung des Verbundverhaltens von Betonstählen sind der "beam-test" und der "pull-out-test". Bei dem vorwiegend durchgeführten pull-out-test, dem Ausziehversuch, wird der Betonstahl zentrisch in einem Betonwürfel einbetoniert, wobei er nur über eine definierte Länge mit dem Beton in Verbund steht [44]. Nach den Empfehlungen des RILEM/CEB/FIP-Komitees [45] soll der Betonwürfel eine Kantenlänge von  $10 \cdot d_s$  aufweisen und der Betonstahl über eine Länge von  $5 \cdot d_s$  mit dem Beton in Verbund liegen. Vor dieser Strecke ist, in Zugrichtung gesehen, eine verbundfreie Vorlänge von ebenfalls  $5 \cdot d_s$  vorzusehen.

Beide Prüfverfahren eignen sich gut für einen Vergleich des Verbundverhaltens unterschiedlicher Betonstähle und zur Untersuchung des Einflusses der Rippenhöhe, des Rippenabstandes sowie der Formgebung der Rippen. Wenn aber die Versuchsergebnisse als eine Grundlage für eine Verformungsberechnung dienen sollen, weichen die Verhältnisse in den beschriebenen Probekörpern zu sehr von denen in einem biegebeanspruchten Stahlbetonbauteil ab. In einem Stahlbetonbauteil wird die Bewehrung zur Erzielung eines großen inneren Hebelarmes überwiegend in der Nähe der Querschnittsränder des Bauteiles angeordnet. Die Betondeckung ist dadurch wesentlich kleiner als bei dem oben beschriebenen pull-out-test mit zentrisch eingesetztem Stahl. Besonders ist darauf hinzuweisen, daß sich die verminderte Verbundsteifigkeit und Verbundfestigkeit in der Umgebung eines Biegerisses ebensowenig mit dem pull-out-test erfassen läßt, wie der Einfluß plastischer Stahldehnungen auf den Verbund.

In neuerer Zeit hat Janovic [22] Verbundversuche an Ausziehkörpern durchgeführt, in denen ein Betonstahl  $d_s = 20 \text{ mm}$  exzentrisch mit einer Betondeckung von 2,0 cm bzw. 3,5 cm eingesetzt und die Verbundstrecke  $l_v = 5 \cdot d_s$  durch einen quer angeordneten Schlitz von der verbundfreien Vorlänge getrennt ist, wodurch der die Verbundstrecke enthaltende Teil des Betonkörpers eine konsolartige Form erhält. Janovic erfaßt mit dieser Probekörperform gut den Einfluß praxisüblicher Betondeckung. Durch den Schlitz wird eine Stützung der Verbundstrecke durch die verbundfreie Vorlänge verhindert.

Von verschiedenen Forschern [3,34,36,38,56,57] wird das Verbundverhalten auch an Probekörpern untersucht, die bestimmte Abschnitte eines Stahlbetonbauteiles repräsentieren sollen. So werden zur Simulation des Verbundverhaltens zwischen zwei Rissen in der Zugzone eines biegebeanspruchten Bauteiles Zugkörper mit zen-

trisch oder exzentrisch einbetoniertem, im Versuch an beiden Enden gezogenem Stahl verwendet. Das Verbundverhalten im Verankerungsbereich der Stahlbewehrung, z.B. an Auflagern, wird an Betonquadern mit exzentrisch einbetoniertem, im Versuch nur an einem Ende gezogenem Stahl simuliert. Die Stähle befinden sich über die ganze Einbettungslänge im Verbund mit dem Beton. Oft sind sie im Innern mit Dehnungsmeßstreifen versehen. Um die Dehnungsmeßstreifen anbringen zu können, müssen die Stähle zuvor längs aufgeschnitten, mit einer Nut versehen und anschließend wieder zu einem Vollquerschnitt ergänzt werden. Aus der Änderung der Stahldehnung in Richtung der Stahllängsachse wird dann die Verbundspannung abgeleitet. Die zugehörige Verschiebung kann entweder direkt gemessen oder bei Vorgabe einer Anfangsverschiebung aus der Differenz der integrierten Stahldehnungen und der dann ebenfalls gemessenen und integrierten Betondehnungen errechnet werden.

Wird der Bewehrungsstahl exzentrisch mit praxisüblicher Betondeckung eingesetzt, so haben diese Versuche den Vorteil der Praxisnähe, da der Dehnungszustand von Stahl und Beton dem im Bauteil sehr ähnlich ist und der Einfluß plastischer Stahldehnungen auf den Verbund sowie das Verbundverhalten in Rißnähe erfaßt werden können. Die Kombination der Größen Verschiebung, plastische Stahldehnung und Abstand der Verbundstrecke zum nächsten Riß ist aber nicht frei wählbar, sondern von den Festigkeiten der beiden Materialien sowie von dem Verbundverhalten abhängig. Bei Versuchen mit zentrisch eingesetztem Stahl ist weiterhin eine Übertragbarkeit des im Versuch ermittelten Verbundverhaltens auf ein Bauteil nicht gewährleistet, wenn dort der Stahl eine wesentlich kleinere Betondeckung besitzt.

In den hier beschriebenen Versuchen sollte jedoch gezielt und für jede gewünschte Parameterkombination der Einfluß der Verschiebung, der plastischen Stahldehnung und der Lage des betrachteten Verbundintervalls bezüglich seines Abstandes zum nächsten Riß auf das Verbundverhalten untersucht werden. Deshalb wurde als die hierfür am besten geeignete Versuchsart der Ausziehversuch mit kurzer Verbundstrecke, jedoch mit einem speziell ausgebildeten Probekörper gewählt. Die Probekörper waren abweichend von [45] so gestaltet, daß alle gewünschten Prüfbedingungen wie praxisübliche Betondeckung, Nähe eines Biegeisses und plastische Dehnung des Stahles in möglichst guter Annäherung an die Verhältnisse in einem Bauteil eingehalten bzw. variiert werden konnten. Als Betonstahl wurde Rippentorstahl (Sorte BSt 420/500 RK) als ein zur Zeit in Deutschland sehr gebräuchlicher Betonstahl verwendet (Bild 1). Statt in einem Würfel



Bild 1:

Rippentorstahl, ein durch Verwinden kaltverformter Betonstahl der Sorte BSt 420/500 RK nach DIN 488, Bl. 1 ( $\beta_{0,2} \geq 420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta_2 \geq 500 \text{ N/mm}^2$ )

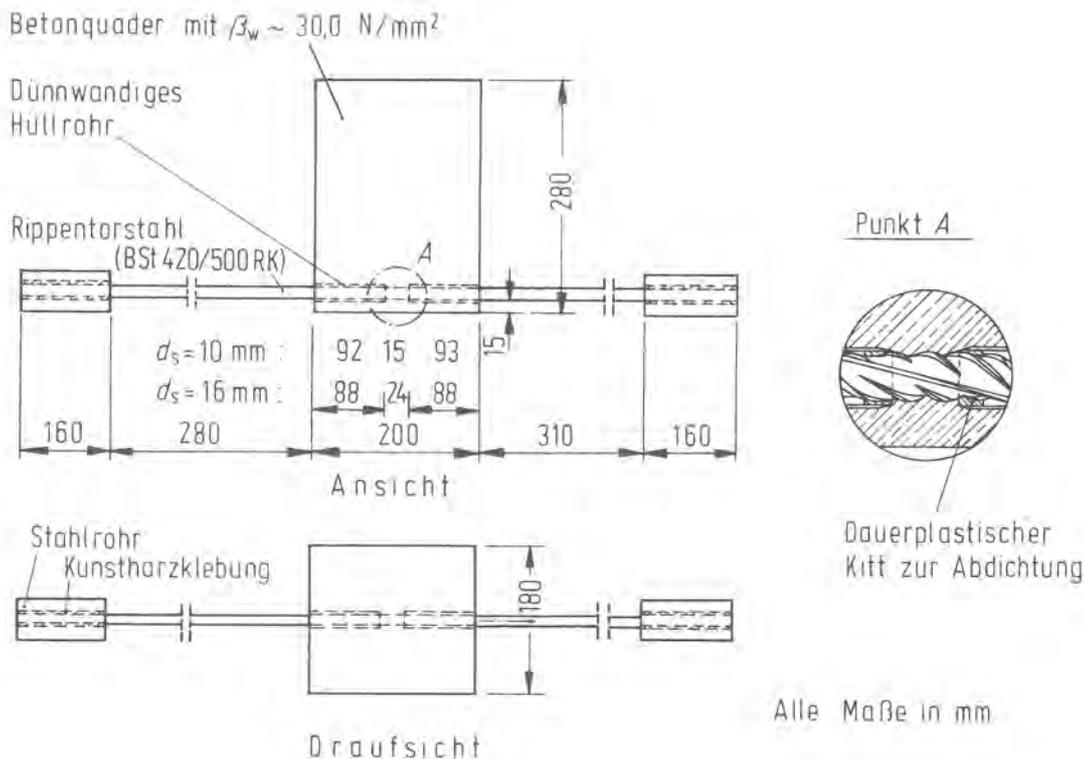


Bild 2: Probekörper ohne RiBsimulation

wurde der Betonstahl in einen Betonquader mit 200 mm Länge, 180 mm Breite und 280 mm Höhe exzentrisch liegend einbetoniert. In Betonierlage war er vorwiegend unten, in einigen Versuchen aber auch oben, mit einer Betondeckung von 15 mm eingebaut (Bild 2). Die Länge der in Längsrichtung des Quaders mittig angeordneten Verbundstrecke war mit  $1,5 \cdot d_s$  relativ kurz gewählt worden, da nur bei kurzer Verbundstrecke die Annahme einer konstanten Verteilung der Verbundspannung über die Länge der Verbundstrecke gerechtfertigt ist. Der Einfluß der Lage des betrachteten Verbundintervalls bezüglich seiner Entfernung zum nächsten RiB wurde für zwei Positionen, Intervall dicht neben einem BiegeriB und Intervall in einem größeren Abstand von einem BiegeriB, untersucht. Für die erste Anordnung, Intervall dicht neben einem BiegeriB, war zur Simulation eines Biegerisses vor der Verbundstrecke ein Schlitz senkrecht zur Stabachse ausgespart, der das Einhalten der am RiBufer bestehenden Randbedingungen gewährleistete (Bild 3). Bei den Probekörpern, an denen der Einfluß plastischer Stahldehnungen auf den Verbund ermittelt werden sollte, wurden dem Stahl im einbetonierten Zustand kurze Zeit vor dem Ausziehversuch plastische Dehnungen  $\epsilon_{s,p} = 0,8 \% / 1,6 \% / 2,4 \%$  eingeprägt.

Variiert wurden die Parameter:

- Stahldurchmesser,  $d_s = 10 \text{ mm}$  und  $d_s = 16 \text{ mm}$
- eingeprägte Stahldehnung,  $\epsilon_{s,p} = 0 \% / 0,8 \% / 1,6 \% / 2,4 \%$
- RiBsimulation, mit bzw. ohne
- Betonierlage des Stahles, unten- oder obenliegend.

Die folgenden Einflußgrößen wurden dagegen konstant gehalten:

- Stahlsorte, Rippentorstahl
- Betonzusammensetzung
- Betondruckfestigkeit,  $B_w = 30 \text{ N/mm}^2$
- Betondeckung,  $c = 15 \text{ mm}$

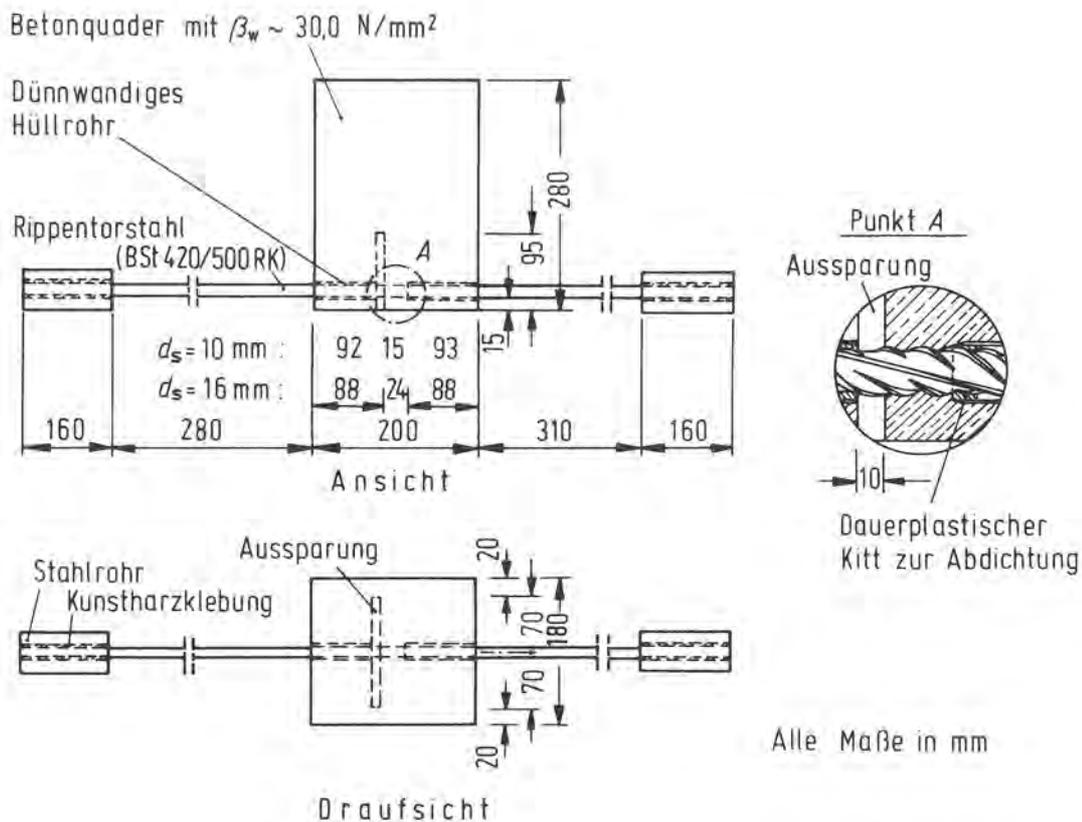


Bild 3: Probekörper mit Rißsimulation

Ergebnis der Versuche sind Verundgesetze, die - getrennt für Probekörper mit bzw. ohne Rißsimulation - die Abhängigkeit der Verbundspannung  $\tau$  sowohl von der Verschiebung  $v$  als auch von der plastischen Stahldehnung  $\epsilon_{s,p}$  angeben.

Aufgrund der Inhomogenität des Betons ist bei allen Verbundversuchen eine erhebliche Streuung der Versuchswerte unvermeidlich. Um einen Beurteilungsmaßstab für den Aussagewert der Prüfergebnisse zu erhalten, ist für vier ausgewählte Parameterkombinationen der vorliegenden Untersuchungen die Versuchszahl soweit erhöht worden, daß mit Schätzverfahren der Statistik die Güte des Zusammenhanges zwischen Verbundspannung und Verschiebung und die des Schlusses von dem an der Stichprobe ermittelten Mittelwert auf den Mittelwert der Grundgesamtheit berechnet werden konnten.

Ergänzend zu den Verbunduntersuchungen an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke sind auf zwei unterschiedliche Arten die Übertragbarkeit der in den Ausziehversuchen ermittelten Verbundgesetze auf Stahlbetonbauteile überprüft worden. Einmal wurden zwei Versuche mit langer Verbundstrecke durchgeführt, bei denen je ein Rippentorstahl  $d_s = 16 \text{ mm}$  in einem Betonquader mit 450 mm Länge, 260 mm Breite und 280 mm Höhe mit einer Betondeckung von 15 mm untenliegend einbetoniert war und über die ganze Länge des Quaders mit dem Beton in Verbund stand. Die in diesen Versuchen gemessenen Stahldehnungen bei Zugbeanspruchung des Stahles an einem Ende wurden denen mit Hilfe der ermittelten Verbundgesetze errechneten gegenübergestellt.

Zum zweiten ist für einen Stahlbetonplattenstreifen einer früheren Versuchsreihe [12] unter Verwendung der in den Ausziehversuchen ermittelten Verbundgesetze die Verteilung der Verbundspannung, der Stahlspannung und der Stahldeh-

nung zwischen zwei Biegerissen errechnet und mit den gemessenen Stahldehnungen sowie den aus ihnen abgeleiteten Stahl- und Verbundspannungen verglichen worden (s. Teil B).

Der Hauptteil der Verbundversuche ist in den Jahren 1971 und 1972 durchgeführt worden. Die Ergänzungsversuche, die für eine statistische Auswertung noch erforderlich waren, folgten 1976 und 1977.

### 3. Versuchsprogramm

In der Tafel 1 sind alle wichtigen Daten des Versuchsprogrammes zusammengestellt. Für jede Parameterkombination wurden, von einer Ausnahme (Betonstahl obenliegend,  $\epsilon_{s,p} = 2,4\%$ ) und den beiden Ergänzungsversuchen mit langer Verbundstrecke abgesehen, mindestens 3 Ausziehversuche durchgeführt. Zusätzlich zu den in Abschnitt 2 erwähnten Versuchen ist noch in 3 Tastversuchen mit einem Abstand zwischen simuliertem Riß und Verbundstrecke von 0 mm, 24 mm und 48 mm der Einfluß dieses Abstandes auf die Größe der Verbundspannungen untersucht worden.

Tafel 1: Übersicht über das Versuchsprogramm

Betonquader L/B/H	Lage des Betonstahles	Simulation eines Risses	Durchmesser des Betonstahles $d_s$	Länge der Verbundstrecke $l_v$	eingeprägte plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Anzahl der Versuche	Probekörperform s. Bild		
mm	-	-	mm	mm	%	-	-		
200/ 180/ 280	unten	ohne	10	15	0	3	2		
					0,8	4			
					1,6	5			
					2,4	3			
		mit	16	24	0	8			
					0,8	4			
					1,6	15			
					2,4	3			
	unten	mit	10	15	0	3	3		
					0,8	4			
					1,6	3			
					2,4	3			
			unten	mit	16	24		0	12
								0,8	3
unten	mit	16	24	1,6	10				
				2,4	3				
unten	ohne	16	24	0	3	3			
				2,4	2				
unten	mit <sup>1)</sup>	16	24	0	3	22			
				2,4	2				
450/ 260/ 280 2)	unten	mit	16	450	2,4	2	28		

1) Abstand zwischen simuliertem Riß und Verbundstrecke:  
0 mm, 24 mm und 48 mm, je Abstand 1 Versuch

2) Probekörper mit langer Verbundstrecke zur Prüfung der Übertragbarkeit der an kurzer Verbundstrecke ermittelten Verbundgesetze

#### 4. Materialkennwerte

##### 4.1 Beton

Die Verbunduntersuchungen sollten an Probekörpern mit einer Betonwürfeldruckfestigkeit von  $30 \text{ N/mm}^2$  durchgeführt werden. Um die gewählte Druckfestigkeit möglichst genau einhalten zu können, erfolgten die Ausziehversuche nicht nach einem bestimmten Zeitraum (z.B. 28 Tage), sondern variabel zu dem Zeitpunkt, in dem nach der für jede Mischung erstellten Erhärtungskurve ( $R_w = f(t)$ ), die an Würfeln mit 20 cm Kantenlänge ermittelte Druckfestigkeit den Wert  $30 \text{ N/mm}^2$  erreichte. Bis auf die beiden Mischungen 33 und 34 (s. Tafel A2, Anhang), für die Transportbeton verwendet wurde, sind alle Mischungen in der Bundesanstalt für Materialprüfung hergestellt worden.

Das sich aus 5 Korngruppen zusammensetzende Zuschlagstoffgemisch war für alle Mischungen gleich. Die Zement- und Wasseranteile wurden geringfügig zur Steuerung des gewünschten Erhärtungslaufes geändert.

Ein Kubikmeter frisch verdichteter Beton setzte sich zusammen aus:

Zement		265 bis 300 kg
Wasser		186 bis 228 kg
Berliner Sand (0-1 mm)	350 kg	
Sand	0-3 mm	590 kg
Grobsand	3-7 mm	125 kg
Kies	7-15 mm	270 kg
Kies	15-30 mm	450 kg

Als Zemente wurden ein Portlandzement PZ 375 (nach DIN 1164, Portlandzement, Eisenportlandzement, Hochofenzement, Ausgabe Dez. 1958) und Portlandzemente PZ 450 F und PZ 350 F (nach DIN 1164, Blatt 1, Ausgabe Juni 1970) verwendet. In der Tafel A1 (s. Anhang) sind die ermittelten Festigkeiten des Zement-Normenmörtels zusammengestellt. Probenvorbereitung und Prüfung erfolgten nach DIN 1164, Ausgabe Dez. 1958 bzw. Ausgabe Juni 1970.

Die nach DIN 4226, Betonzuschlagstoffe aus natürlichem Vorkommen, vorläufige Richtlinien für die Lieferung und Abnahme, Ausgabe Juli 1947, ermittelte Sieblinie des Zuschlagstoffgemisches ist in Bild A1 (s. Anhang) dargestellt. Sie liegt für Korndurchmesser kleiner 7 mm im brauchbaren, für größere Durchmesser im besonders guten Bereich nach DIN 1045, Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton, Ausgabe November 1959. Der Mischungsaufbau war Anfang 1971, also vor dem Erscheinen der jetzt gültigen Ausgaben der Normen DIN 4226 (Ausgabe Dezember 1971) und DIN 1045 (Ausgabe Januar 1972) festgelegt worden. Um den möglichen Einfluß, der mit diesen Neuausgaben der genannten Normen verbundenen Änderung der Korngruppeneinteilung auf die Betoneigenschaften zu vermeiden, wurde die Anfang 1971 gewählte Zusammensetzung des Betonzuschlaggemisches für die Versuche im Jahr 1972 und auch für die Ergänzungsversuche in den Jahren 1976 und 1977 beibehalten. In Tafel A2 (s. Anhang) sind für alle Betonmischungen die verwendeten Zemente, Zementmengen, Wasserzementwerte, Ausbreitmaße und Druckfestigkeiten zusammengestellt. Die Probewürfel zur Bestimmung der Würfeldruckfestigkeit wurden bis zu einem Alter von 7 Tagen feucht und anschließend bis zur Prüfung in einem Keller bei rd. 22 °C und 50 % rel. Feuchte gelagert. Da neben gleichen Herstellungs- und Lagerungsbedingungen das Volumen der Auszieh-Probekörper nur wenig größer war als das der Probewürfel, und der

Frischbeton der beiden Probekörperarten gleichartig mittels Innenrüttler ( $\emptyset$  25 mm) verdichtet wurde, kann vorausgesetzt werden, daß der Beton der Auszieh-Probekörper die gleiche Festigkeit aufwies wie der der Probewürfel.

#### 4.2 Betonstahl

Für die Verbunduntersuchungen wurde Rippentorstahl, ein Betonstabstahl der Sorte BSt 420/500 RK nach DIN 1045, Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung, Ausgabe Januar 1972 und DIN 488, Betonstahl, Ausgabe April 1972 mit den Durchmessern  $d_s = 10$  mm und  $d_s = 16$  mm verwendet.

Dieser Betonstahl mit einer Streckgrenze von mindestens  $420 \text{ N/mm}^2$  und einer Zugfestigkeit von mindestens  $500 \text{ N/mm}^2$  ist ein durch Verwinden kaltverformter Rippenstahl mit zwei schraubenförmig verlaufenden Längsrippen, Schlaglänge 10 bis  $12 d_s$ . Zwischen den Längsrippen sind sichelförmige Schrägrippen angeordnet (Bild 1). Die Sollhöhe der Längsrippen beträgt  $0,1 \cdot d_s$ , die der Schrägrippen in deren Mitte  $0,07 \cdot d_s$ . Die bezogene Rippenfläche (s. DIN 488, Blatt 3, Betonstabstahl, Prüfungen) soll bei  $d_s = 10$  mm mindestens  $f_R = 0,060$ , bei  $d_s = 16$  mm mindestens  $f_R = 0,065$  betragen.

Die Kennwerte der verwendeten Betonstähle sind in Tafel A3 (s. Anhang) und Tafel A4 (s. Anhang) zusammengestellt. Für einige Betonstähle sind in Bild A2 (s. Anhang) für  $d_s = 10$  mm und in Bild A3 (s. Anhang) für  $d_s = 16$  mm die während des Verformens der Betonstähle vor dem Ausziehversuch bis  $\epsilon_{s,p} = 2,4$  % aufgezeichneten Spannungsdehnungslinien dargestellt.

### 5. Ausziehversuche an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke

#### 5.1 Probekörperherstellung

Um einen Verbund zwischen Betonstahl und Beton außerhalb der Verbundstrecke zu verhindern, wurden vor und hinter der Verbundstrecke dünnwandige Hüllrohre über den Betonstahl gestreift. Die die Verbundstrecke abgrenzenden Enden der Hüllrohre waren zur Vermeidung eines Sprunges im Längsprofil abgeschragt. Außerdem wurden alle Rohrenden gegen Eindringen von Zementschlempen mit dauerelastischem Kitt abgedichtet (Bilder 2 und 3, Punkt A). Da der Querschnitt des Betonstahles in Anbetracht der zum Einprägen einer plastischen Stahldehnung erforderlichen Last nicht geschwächt werden durfte, wurden für die Einleitung der Last die Betonstahlenden in dickwandigen Rohrabschnitten verankert.

Die Verbindung zwischen Betonstahl und Rohrabschnitt erfolgte durch Ausfüllen des Ringspalt zwischen den beiden Teilen mit einem Kunstharz (45 % Versamid 140 und 55 % Epoxydharz BN 780 der Firma Schering, Berlin). Zuvor war der Betonstahl im Bereich der Klebung mit verdünnter, auf  $80$  °C erwärmter Schwefelsäure zu Beginn der Versuchsreihe und bei späteren Versuchen durch Sandstrahlen gereinigt worden. Nach Erwärmen des Betonstahles und der Rohrabschnitte auf  $120$  °C wurden der Betonstahl und jeweils ein Rohrabschnitt auf einer die koaxiale Lage sichernden Lehre arretiert, der Ringspalt mit dem Kunstharz vergossen und der Stahl zum Aushärten 20 Minuten bei  $150$  °C gelagert. Mit dieser Verbindung wurden Festigkeiten in der Klebfuge von rd.  $20 \text{ N/mm}^2$  erreicht.

In einer größeren Anzahl von Vorversuchen war die zur Aufnahme der Bruchlast des Betonstahles erforderliche Länge des Rohrabschnittes und die günstigste Ge-

staltung der Rohrrinnenfläche ermittelt worden. Der in der beschriebenen Art vorbereitete Betonstahl wurde in eine Stahlschalung eingesetzt, die eine exakte Fixierung der Lage des Stahles erlaubte. Bei Probekörpern mit simuliertem Riß war vor der Verbundstrecke eine 10 mm dicke, von einem Blech gehaltene Platte aus Polystyrol-Hartschaum eingebaut worden. Der Beton wurde in zwei Schichten eingebracht und jede Schicht mit einem Innenrüttler,  $\varnothing$  25 mm, verdichtet. Die Lagerung der Probekörper erfolgte bis zum Alter von 7 Tagen unter feuchten Tüchern und bis zur Prüfung anschließend in einem Keller bei rd. 22 °C und 50 % rel. Feuchte.

Aus jeder Mischung konnten 4 Auszieh-Probekörper sowie 5 Betonwürfel mit 20 cm Kantenlänge zur Ermittlung der Erhärtungskurve hergestellt werden.

Nach dem Erhärten des Betons war bei den Probekörpern mit simuliertem Riß der eingebaute Polystyrol-Hartschaum entfernt und so die ein Rißufer simulierende Aussparung erzeugt worden (s. Bild 3).

## 5.2 Versuchsdurchführung

### 5.2.1 Aufteilung der Versuchsdurchführung in zwei Schritte

Bei inelastischen Verformungen eines Stahlbetonbauteiles finden gleichzeitig plastische Stahldehnungen sowie Verschiebungen des Stahles gegenüber dem Beton statt.

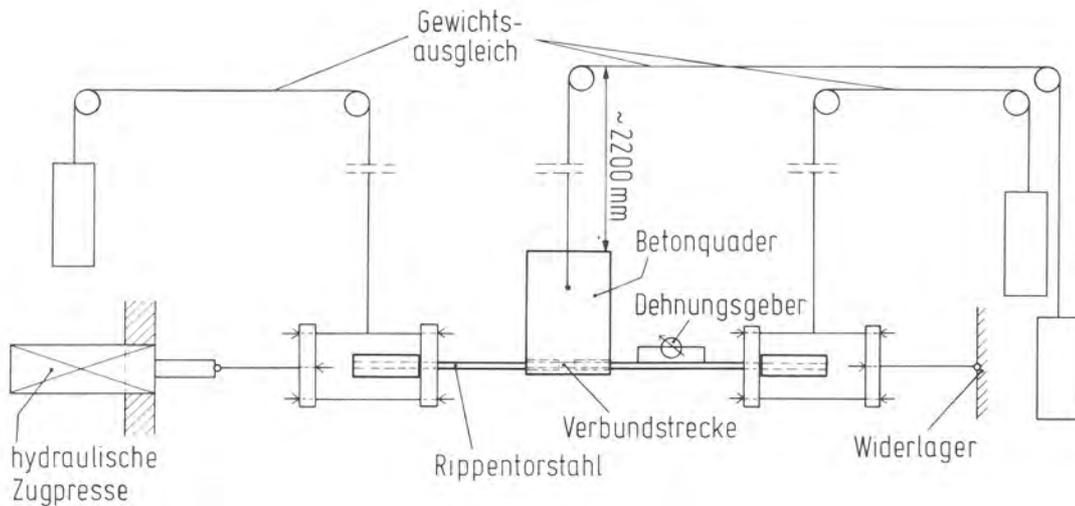
Aus technischen Gründen war es aber nicht möglich, im Versuch dem einbetonierten Stahl eine plastische Dehnung einzuprägen und gleichzeitig eine Verschiebung zwischen Stahl und Beton zu erzeugen. Abgesehen von dieser technischen Schwierigkeit fehlte aber auch jeder Anhalt für die Zuordnung von plastischer Stahldehnung und Verschiebung, etwa in welchem Verhältnis die beiden Größen also während des Versuches hätten gesteigert werden sollen.

Deshalb mußte der Versuchsablauf in zwei Schritten durchgeführt werden. Zunächst wurde dem einbetonierten Stahl eine definierte plastische Dehnung eingeprägt. Anschließend erfolgte in einem zweiten Schritt der eigentliche Ausziehversuch.

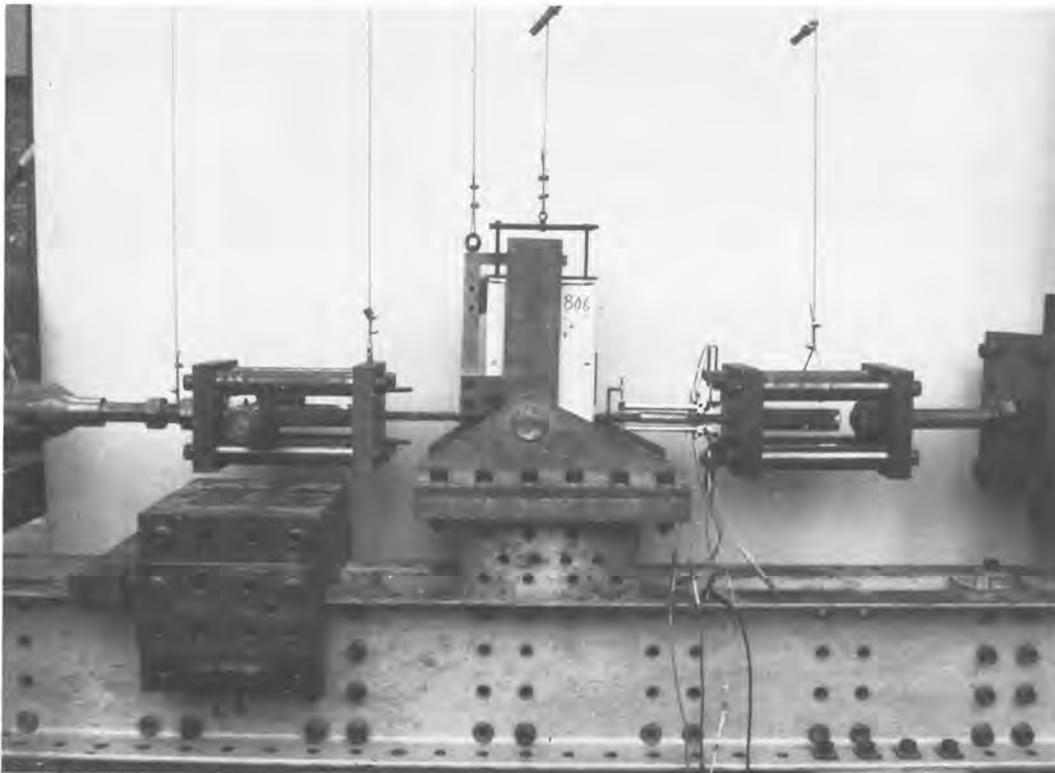
### 5.2.2 Einprägen einer plastischen Stahldehnung

Hierzu ist ein Ende des waagrecht angeordneten Betonstahles an einem Festpunkt verankert worden. Am anderen Ende wurde eine durch eine Zugpresse erzeugte Zugkraft aufgebracht. Damit alle Teile ohne wesentlichen Widerstand den sich während des Verformens einstellenden Verschiebungen folgen konnten, waren die Lasteinleitungsrichtungen und der Probekörper an dünnen Drahtseilen aufgehängt. Die Gewichte der einzelnen Teile wurden durch Gegengewichte ausgeglichen. Die Einzelheiten zum Versuchsstand sind aus der Schemaskizze, Bild 4, und aus dem Foto, Bild 5, zu ersehen.

Die auf den Bewehrungsstahl aufzubringende Zugkraft wurde kontinuierlich gesteigert. Nach Überschreiten der Streckgrenze betrug die Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s \sim 200 \cdot 10^{-6}/s$ . Die Dehnungen des Stahles wurden mit einem Dehnungsgeber DM 2 der Firma Mohr & Federhaff, Meßlänge 160 mm gemessen, der mit zwei Differential-Transformator-Weggebern, Meßbereich  $\pm 6,25$  mm versehen war (s.



**Bild 4:** Vorrichtung für das Einprägen einer plastischen Stahldehnung



**Bild 5:** Prüfstand mit einem zum Einprägen einer plastischen Dehnung vorbereiteten Probekörper. (Der Betonquader hat keinen Kontakt mit dem Widerlager der Ausziehvorrichtung, sein Gewicht wird durch ein Gegengewicht ausgeglichen)

Bild 6). Zu kontrollieren war, ob die außerhalb des Betonkörpers durch den Dehnungsgeber gemessene Stahldehnung mit der in der Verbundstrecke erfolgten Stahldehnung übereinstimmte. Hierfür war bei mehreren Probekörpern der Stahl im Bereich der Verbundstrecke mit eingeritzten Meßmarken versehen worden. Die aus der Abstandsänderung der Meßmarken errechnete plastische Dehnung stimmte mit der von dem Dehnungsgeber gemessenen überein.

Die aufgebrachte Zugkraft wurde bei Stählen  $d_s = 10 \text{ mm}$  mit einer Kraftmeßdose, bei Stählen  $d_s = 16 \text{ mm}$  mit einem in den Hydraulikkreis eingesetzten Druckgeber gemessen. Die gemessenen Kraft- und Verformungswerte wurden während des Versuches von einem x-y-Schreiber als Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahles aufgezeichnet (s. Bilder A2 und A3 im Anhang).

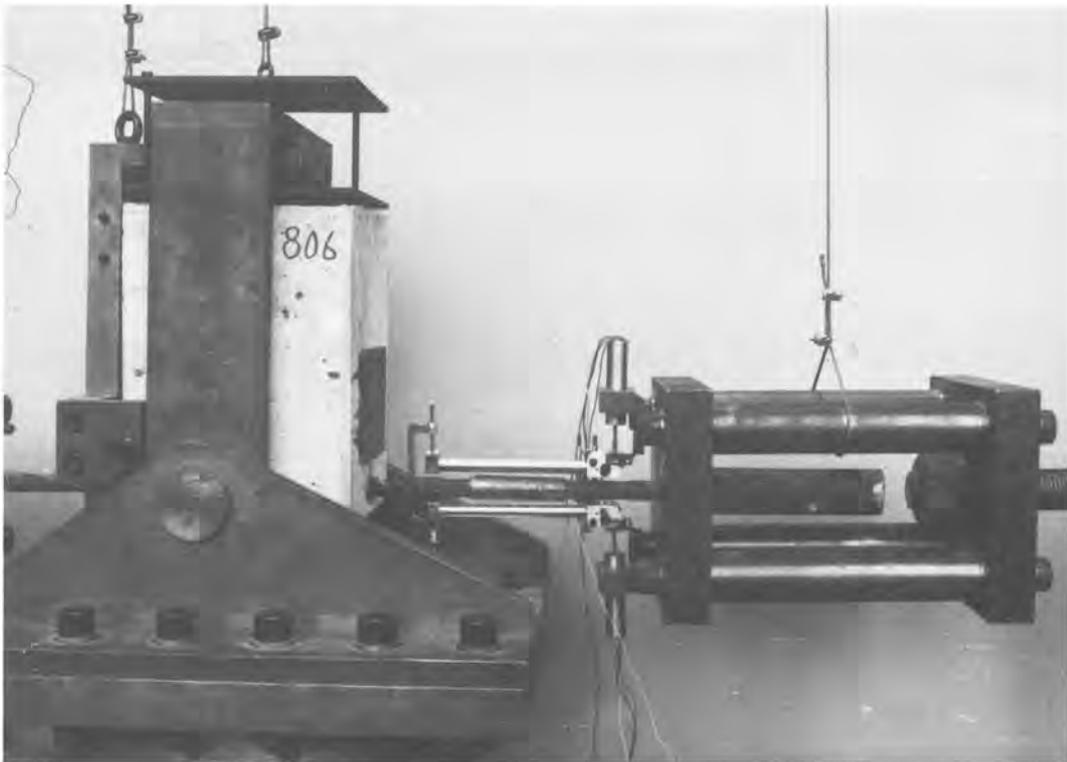


Bild 6: Anordnung des Dehnungsgebers DM 2 mit 160 mm Meßlänge

### 5.2.3 Ausziehversuch

In gleicher Weise wie bei dem Einprägen einer plastischen Stahldehnung erfolgte im Ausziehversuch die Beanspruchung des Probekörpers horizontal. Der Betonquader war zur zwangungsfreien Abgabe der eingeleiteten Horizontalkraft in einer Vorrichtung gelagert, die eine Drehung des Probekörpers um die beiden Achsen senkrecht zur Längsachse des Betonstahles ermöglichte. Die Gewichte der Lasteinleitungsvorrichtung und des Widerlagers wurden wiederum durch Gegengewichte ausgeglichen (s. Bild 7).

Durchgeführte Tastversuche zeigten, daß infolge des spiralförmigen Verlaufes der Längsrippen der Betonstahl sich bereits bei einer Verschiebung von rd. 0,1 mm aus dem Beton herausdreht und die Drehung mit der Verschiebung linear zunimmt. Diese Drehung ist in einem Bauteil nicht möglich. Deshalb wurden zu ih-

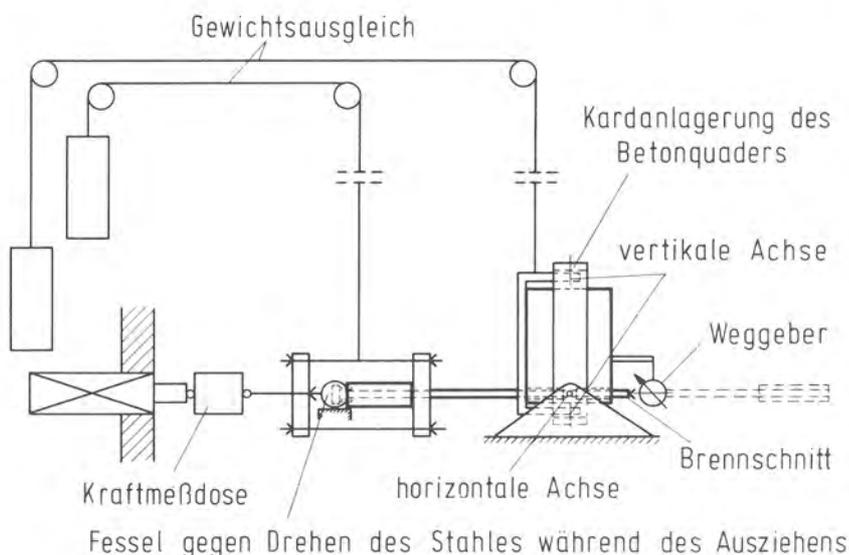


Bild 7:  
Einrichtung für die Ausziehversuche

rer Verhinderung im Versuch am Widerlager zwei Anschläge zur Aufnahme des Drehmomentes angebracht sowie an dem der Krafteinleitung dienenden und mit dem Betonstahl fest verbundenen Rohrabschnitt eine Traverse vorgesehen, welche sich über zwei kugelgelagerte Rollen auf zwei Laufbahnen abstützte und so ein Drehen des Betonstahles während des Ausziehens verhinderte (s. Bild 8).

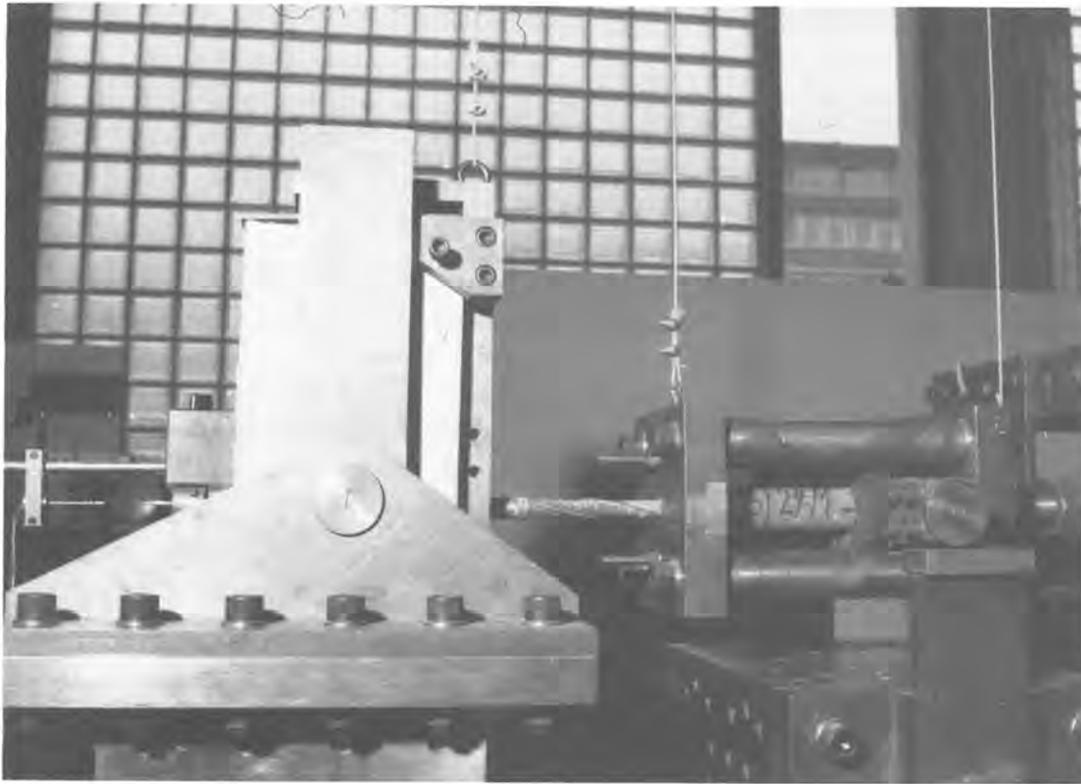


Bild 8:

Prüfstand mit einem zum Ausziehen vorbereiteten Probekörper. (Zur besseren Darstellung der Drehfessel gegenüber Bild 7 von der Gegenseite fotografiert)

Im Ausziehversuch erzeugte eine 50 kN-Zugpresse die auf den Betonstahl einwirkende Zugkraft, die von einer zwischengeschalteten Kraftmeßdose elektrisch gemessen wurde. Ein an dem Betonquader befestigter Differential-Transformator-Weggeber, Meßbereich  $\pm 2,5$  mm, maß die Verschiebung des Stahles gegenüber dem Beton am unbelasteten Ende des Stahles (Auflösung in Verbindung mit dem Registriergerät  $\sim 0,002$  mm). Zugkraft und Verschiebung wurden von einem Zweikoordinaten-Schreiber registriert, der so während des Versuches das Verbundspannung-Verschiebungs-Diagramm aufzeichnete.

Die Last wurde kontinuierlich bis zum Versagen des Verbundes gesteigert. Ihre Steuerung erfolgte manuell. Solange der Lastanstieg den Verschiebungsanstieg überwog, wurde die Last entsprechend einer Geschwindigkeit der Verbundspannung von  $0,015$  bis  $0,020$  N/mm<sup>2</sup> je Sekunde gesteigert. Bei Überwiegen des Verschiebungsanstieges wurde der Versuch nicht mehr lastabhängig, sondern verschiebungsabhängig mit einer Verschiebungsgeschwindigkeit von rd.  $0,01$  bis  $0,015$  mm je Sekunde gesteuert.

### 5.3 Versuchsergebnisse

#### 5.3.1 Wahl des arithmetischen Mittelwertes als charakteristische Größe für das Verbundverhalten

Bei der Beurteilung der Versuchsergebnisse wird davon ausgegangen, daß das Verhalten einer großen Anzahl von hintereinandergereihten, oder bei mehreren Stählen im Querschnitt auch von parallelliegenden Verbundintervallen die Verformungen des Bauteiles beeinflußt und so mit großer Wahrscheinlichkeit ein Ausgleich örtlicher Einflüsse wie Inhomogenität des Betons zu erwarten ist. Da es weiterhin bei einer Verformungsberechnung meist nicht sinnvoll ist, Werte außerhalb einer bestimmten Fraktile als auf "der sicheren Seite liegend" anzusetzen, ist der Mittelwert als die beste Repräsentation für das Verhalten des Verbundkollektivs anzusehen.

Eine andere Möglichkeit, den Einfluß der Zufallsgröße "Verbundspannung" auf die Verformungen zu erfassen, wäre das Berechnen einer oberen und unteren Schranke der Verformung durch Verwendung einer oberen und unteren Fraktile der Verbundspannungswerte. Dieses Verfahren ist jedoch nur sehr bedingt anwendbar, weil ein "besserer Verbund" die Verformung nicht einsinnig beeinflußt, sondern sie sowohl durch Dehnungsbehinderung des Stahles mindern wie auch durch stärkere Rißbildung vergrößern kann.

Aufgrund dieser Überlegungen sind im folgenden die Versuchsergebnisse als Mittelwerte dargestellt.

Einer Regelung bedarf es für den Fall, daß ab einer bestimmten Verschiebung in  $m$  Versuchen der Verbund bereits versagt hat. Nähme man bereits ab dieser Verschiebung ein allgemeines Verbundversagen an, obwohl in  $n_0 - m$  Fällen der Verbund noch intakt ist, würde der Verbundeinfluß auf die Verformungen unterschätzt werden. Es wird deshalb davon ausgegangen, daß der Verbund im Bauteil mit der gleichen Häufigkeit versagt, wie es in den Versuchen beobachtet werden konnte. Dann müssen bei der Mittelung die Fälle des Verbundversagens durch den Ansatz  $\tau_{\kappa v} = 0$  berücksichtigt werden.

Für Verschiebungen, bei denen bereits in einem oder in mehreren Versuchen der Verbund versagt hat, läßt sich nämlich bei Berücksichtigung der Häufigkeiten für bereits versagten Verbund bzw. für noch intakten Verbund wie folgt eine mittlere Verbundspannung  $\bar{\tau}_{\kappa}^*$  errechnen.

Bezeichnungen:

Verbundspannung des  $v$ -ten Versuches bei einem gewählten Verschiebungswert  $v_{\kappa}$

$\tau_{\kappa v}$

Mittelwert der zur Verschiebung  $v_{\kappa}$  zugehörigen Verbundspannungen

$\bar{\tau}_{\kappa}^*$

("\*": Zeichen für Verbundversagen in wenigstens einem Fall)

Versuchsanzahl der betreffenden Parameterkombination

$n_0$

Anzahl der Versuche, bei denen der Verbund bei der betreffenden Verschiebung bereits versagt hat

$m$

Anzahl der Versuche bei der betreffenden Verschiebung  $v_{\kappa}$  ohne Verbundversagen

$n_0 - m$

Häufigkeit für noch intakten Verbund

$$P_1 = \frac{n_0 - m}{n_0}$$

Zugehöriger Mittelwert mit  
( $n_0 - m$ )-Werten  $\tau_{k,v} > 0$

$$\bar{\tau}_{k,1} = \frac{\sum_{v=1}^{n_0 - m} \tau_{k,v}}{n_0 - m}$$

Häufigkeit für bereits versagten Verbund

$$P_2 = \frac{m}{n_0}$$

Zugehöriger Mittelwert

$$\bar{\tau}_{k,2} = 0$$

Die resultierende mittlere Verbundspannung  $\bar{\tau}_k^*$  ergibt sich aus der Summe der mit ihren Häufigkeiten multiplizierten Mittelwerte  $\bar{\tau}_{k,1}$  und  $\bar{\tau}_{k,2}$

$$\bar{\tau}_k^* = P_1 \cdot \bar{\tau}_{k,1} + P_2 \cdot \bar{\tau}_{k,2}$$

Werte für  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\bar{\tau}_{k,1}$  und  $\bar{\tau}_{k,2}$  eingesetzt:

$$\bar{\tau}_k^* = \frac{n_0 - m}{n_0} \cdot \frac{\sum_{v=1}^{n_0 - m} \tau_{k,v}}{n_0 - m} + \frac{m}{n_0} \cdot 0$$

$$\bar{\tau}_k^* = \frac{\sum_{v=1}^{n_0 - m} \tau_{k,v}}{n_0}$$

Die resultierende mittlere Verbundspannung ist also die Summe der Verbundspannungen der Versuche mit noch intaktem Verbund bezogen auf die Gesamtanzahl der Versuche einer Parameterkombination.

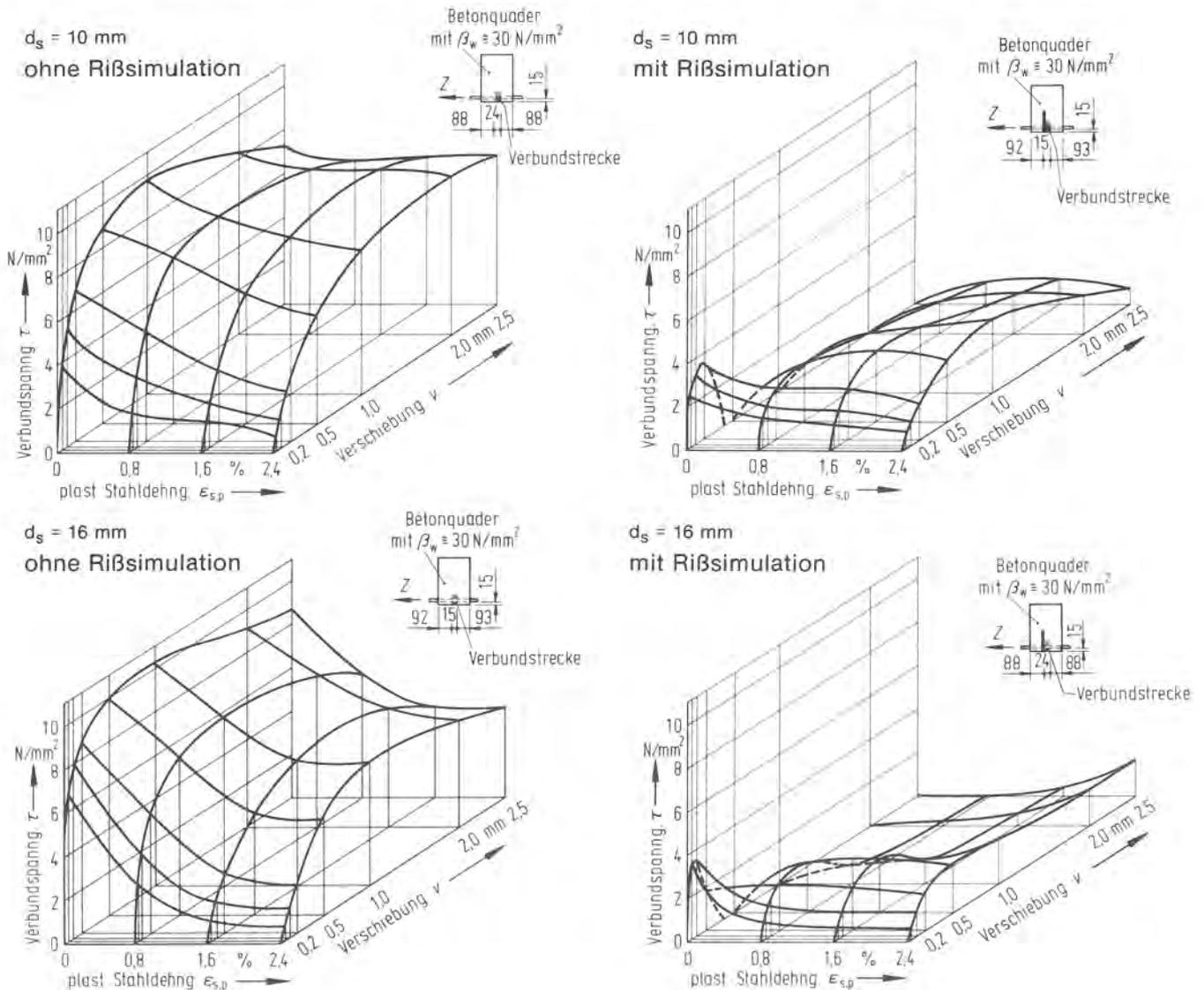
### 5.3.2 Darstellungsformen der Versuchsergebnisse

Zur Übersicht sind in Tafel 2 die Mittelwerte der Verbundspannungen bei den Verschiebungen 0,01 mm, 0,1 mm und 1,0 mm sowie die Höchstwerte der Verbundspannungen zusammengestellt. Die Einzelwerte dieser Verbundspannungen sowie die Rippenhöhen in der Verbundstrecke, die bezogenen Rippenflächen und die Versagensarten können für Probekörper ohne Rißsimulation der Tafel A5 (s. Anhang), für Probekörper mit Rißsimulation der Tafel A6 (s. Anhang) und für die Sonderfälle, oberliegender Betonstahl sowie variiertes Abstand zwischen simuliertem Riß und Verbundstrecke, den Tafeln A7 und A8 (s. Anhang) entnommen werden. Die Spalte "Versagensart" der einzelnen Tabellen ist aufgefächert entsprechend den drei beobachteten Bruchformen, Abscheren der Betonkonsolen zwischen den Rippen des Bewehrungsstahles, Spaltbruch in der Betondeckung und Bilden eines zur Stahlachse konzentrischen Ausbruchkegels.

Graphisch sind die Versuchsergebnisse in den Bildern 9, 10 und 11 zusammengestellt worden. Es wurden hierfür drei verschiedene Darstellungsformen gewählt. Zunächst ist in Bild 9 zur allgemeinen Übersicht die Abhängigkeit der Verbundspannung von der Verschiebung und der plastischen Stahldehnung räumlich dargestellt. Die beiden Bilder 10 und 11 zeigen die Abhängigkeit der Verbundspannung

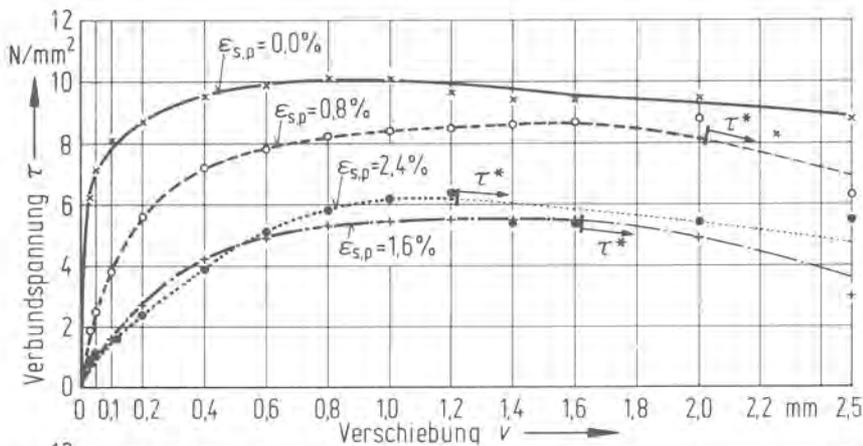
**Tafel 2:** Zusammenstellung der ermittelten Verbundspannungen (Mittelwerte), Anzahl der Versuche

Lage des Stahles bei dem Betonieren	Simulation eines Risses	Stahldurchmesser $d_s$	eingeprägte plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Verbundspannungen bei $v=0,01/0,1/1,0$ mm und Höchstwert (Mittelwerte aus $n$ Versuchen)				Anzahl der Versuche $n$
				$\tau_{0,01}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{1,0}$	$\max \tau$	
-	-	mm	%	N/mm <sup>2</sup>				-
unten	ohne	10	0	4,4	8,1	10,2	10,2	3
			0,8	1,3	3,8	8,4	8,8	4
		16	0	1,8	5,2	9,8	11,0	8
			0,8	0,3	3,1	9,1	9,1	3
	mit	10	0	1,1	3,3	0	3,5	3
			0,8	0,5	1,8	1,6	2,7	4
		16	0	2,1	3,6	0	3,8	12
			0,8	0,3	1,4	1,0	2,7	3
oben	ohne	16	0	0,8	2,4	4,3	4,4	3
			2,4	0,4	1,0	4,2	5,2	2

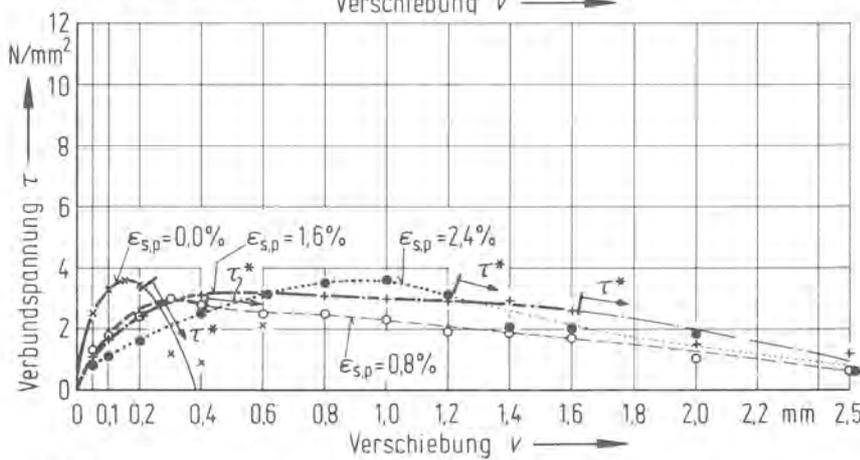


**Bild 9:** Verbundspannung in Abhängigkeit von der Verschiebung und der plastischen Stahldehnung, Stahl untenliegend. Links ohne Rißsimulation, rechts mit Rißsimulation.

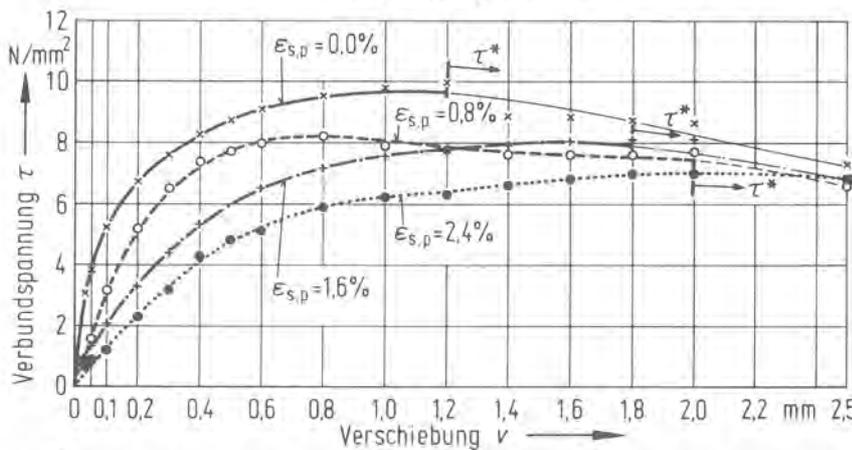
von der Verschiebung mit der plastischen Stahldehnung als Scharparameter bzw. ihre Abhängigkeit von der plastischen Stahldehnung mit der Verschiebung als Scharparameter.



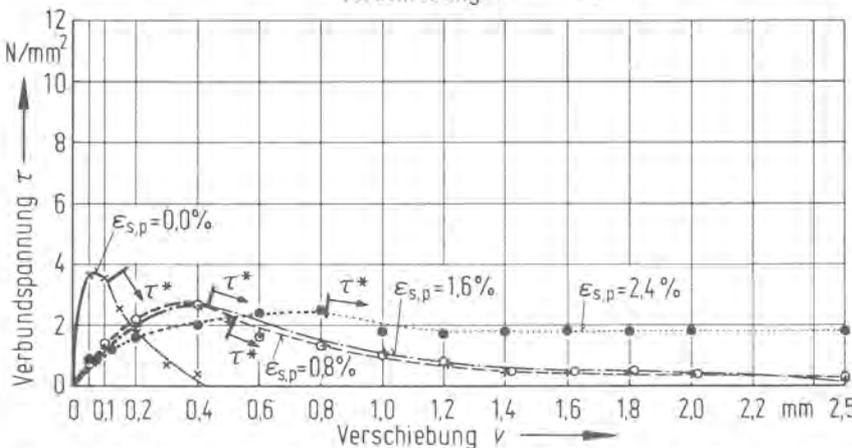
$d_s = 10 \text{ mm}$   
ohne Rißsimulation



$d_s = 10 \text{ mm}$   
mit Rißsimulation

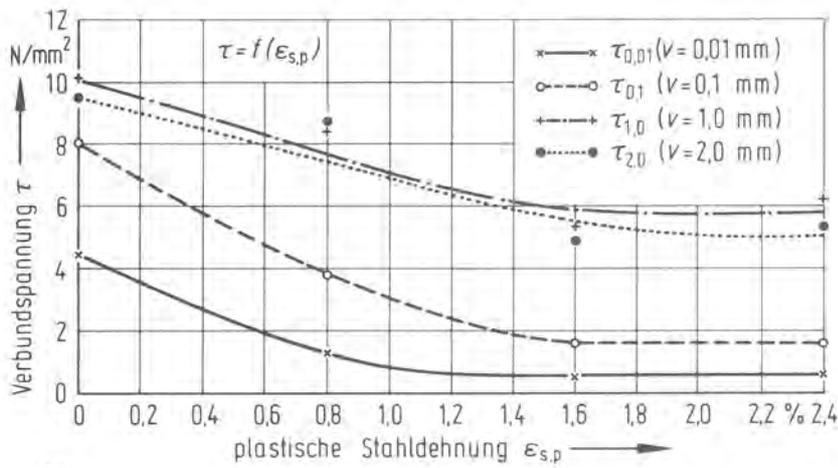


$d_s = 16 \text{ mm}$   
ohne Rißsimulation

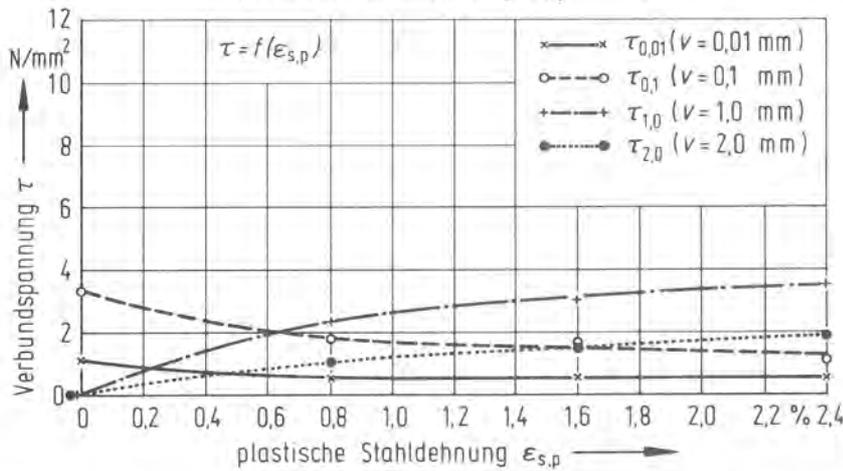


$d_s = 16 \text{ mm}$   
mit Rißsimulation  
 $\tau^*$  : Verbundspannung, wenn in einem oder mehreren Versuchen der Verbund bereits versagt hat (s. Abschnitt 5.3.1).

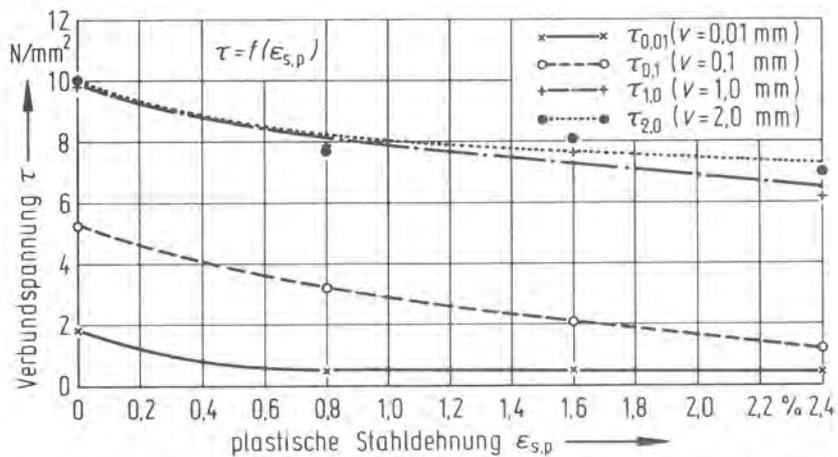
Bild 10: Verbundspannung in Abhängigkeit von der Verschiebung mit plastischer Stahldehnung als Scharparameter, Stahl untenliegend.



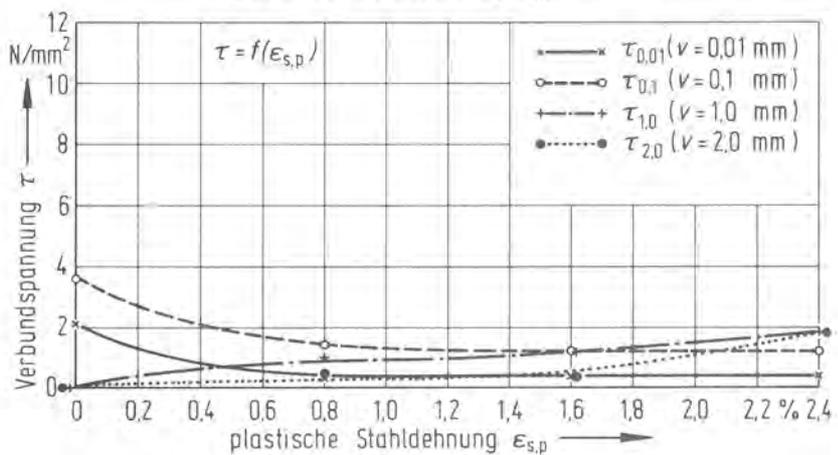
$d_s = 10$  mm  
ohne Rißsimulation



$d_s = 10$  mm  
mit Rißsimulation



$d_s = 16$  mm  
ohne Rißsimulation



$d_s = 16$  mm  
mit Rißsimulation

Bild 11: Verbundspannung in Abhängigkeit von der plastischen Stahldehnung mit ausgewählten Verschiebungen als Scharparameter, Stahl untenliegend.

Für eine digitale Eingabe der Verbundgesetze in eine numerische Berechnung sind die Zahlenwerte der Verbundspannungen in Abhängigkeit von der plastischen Stahldehnung und ausgewählten Verschiebungen in Gruppen getrennt nach Stahldurchmesser, Anordnung oder Fehlen eines simulierten Risses und Betonierlage in den Tafeln A9 und A10 (s. Anhang) zusammengestellt.

In Funktionsform werden die ermittelten Verbundgesetze im Bereich ansteigender Verbundspannungen gut durch den Ansatz

$$\tau = a \cdot \tanh(b \cdot v^c)$$

beschrieben. Für untenliegende Stähle können die Größen a, b und c des weiteren als Funktionen der plastischen Stahldehnung angegeben werden (s. Tafel 3), so daß für untenliegende Stähle die Verbundspannungen in Abhängigkeit von der Verschiebung v und auch von der jeweils vorhandenen plastischen Stahldehnung  $\epsilon_{s,p}$  berechnet werden können. Das Bild 11a zeigt nach obigem Ansatz berechnete Verbundspannungskurven im Vergleich mit den in Versuchen ermittelten für einen untenliegenden Stahl,  $d_s = 16 \text{ mm}$ , ohne Rißsimulation.

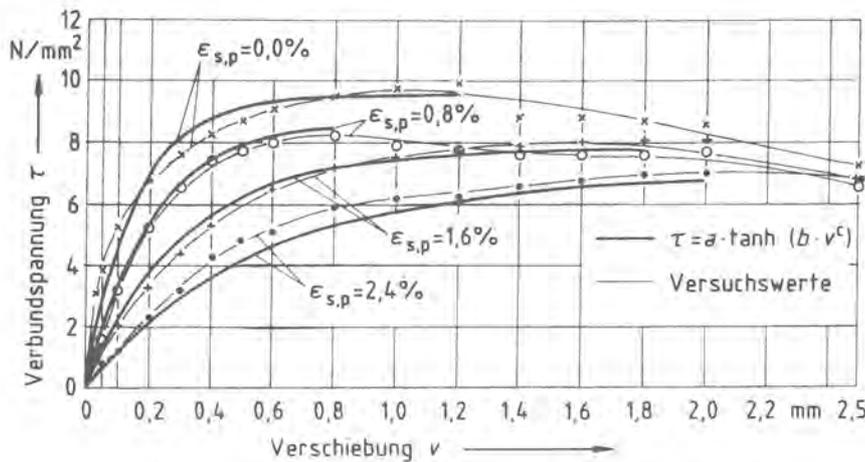


Bild 11a:

Funktion  $\tau = a \cdot \tanh(b \cdot v^c)$  im Vergleich mit Versuchswerten für einen untenliegenden Betonstahl  $d_s = 16 \text{ mm}$ , ohne Rißsimulation

Tafel 3: Größen a, b und c der Funktion  $\tau = a \cdot \tanh(b \cdot v^c)$ , Gültigkeitsgrenze  $v_{\text{Grenz}}$ .

Stahl untenliegend, ohne Rißsimulation					
$d_s$	$\epsilon_{s,p}$	a	b	c	$v_{\text{Grenz}}$ [mm]
10	0,0	$9,96 - 200 \cdot \epsilon_{s,p}$	$2,64 - 29,0 \cdot \epsilon_{s,p}$	$0,41 + 0,37 \cdot \sin\left(\frac{\epsilon_{s,p}}{0,04} \cdot \pi\right)$	1,2
	0,8				1,6
	1,6				1,6
	2,4				1,6
16	0,0	$9,69 - 110 \cdot \epsilon_{s,p}$	$3,31 - 88,6 \cdot \epsilon_{s,p}$	0,8	1,2
	0,8				0,8
	1,6				1,8
	2,4				2,0
Stahl untenliegend, mit Rißsimulation					
10	0,0	$3,35 + 17,1 \cdot \epsilon_{s,p}$	$\frac{0,04}{0,0035 + \epsilon_{s,p}}$	$0,79 - 9,21 \cdot \epsilon_{s,p}$	0,2
	0,8				0,4
	1,6				0,8
	2,4				1,0
16	0,0	$3,58 - 4,69 \cdot \epsilon_{s,p}$	$\frac{0,05}{0,0025 + \epsilon_{s,p}}$	$0,834 - 9,3 \cdot \epsilon_{s,p}$	0,1
	0,8				0,4
	1,6				0,4
	2,4				0,8
Stahl obenliegend, ohne Rißsimulation					
16	0,0	4,35	2,70	0,610	0,8
	2,4	5,50	0,94	0,670	2,5

Im Fall "Betonstahl obenliegend" sind die Verbundspannungen nur für zwei Werte der plastischen Stahldehnung,  $\epsilon_{s,p} = 0,0\%$  und  $\epsilon_{s,p} = 2,4\%$ , ermittelt worden. Da diese Werte für eine Beschreibung der Abhängigkeit der Größen  $a$ ,  $b$  und  $c$  von der plastischen Stahldehnung nicht ausreichen, sind für obenliegende Stähle die Werte  $a$ ,  $b$  und  $c$  für beide plastische Stahldehnungen in Tafel 3 getrennt als Konstanten angegeben. Ebenfalls aus Tafel 3 sind die den Gültigkeitsbereich des Ansatzes  $\tau = a \cdot \tanh(b \cdot v^c)$  abgrenzenden Verschiebungen  $v_{\text{Grenz}}$  zu ersehen.

Für den Bereich abfallender Verbundspannungen läßt sich kein funktionaler Zusammenhang angeben. Die Verbundspannungen in diesem Bereich können jedoch den Tafeln A9 bzw. A10 im Anhang entnommen werden.

### 5.3.3 Probekörper ohne Rißsimulation, Betonstahl untenliegend

Zwischen Probekörpern mit den Betonstählen  $d_s = 10 \text{ mm}$  und  $d_s = 16 \text{ mm}$  ergaben sich bezüglich der Verbundspannungshöchstwerte bei allen untersuchten plastischen Stahldehnungen nur geringe, innerhalb der Streubreite liegende Unterschiede (s. Bild 9). Die Maxima der Verbundspannungskurven  $\tau = f(v)$  liegen für beide Stahldurchmesser und alle plastischen Stahldehnungen bei einer Verschiebung  $v \approx 1 \text{ mm}$ .

Der Einfluß plastischer Stahldehnungen zeichnet sich deutlich ab. Mit steigender plastischer Stahldehnung  $\epsilon_{s,p}$  fallen die Verbundspannungen bei Verschiebungen  $v > 0,5 \text{ mm}$  bis auf rd. 60 % der bei  $\epsilon_{s,p} = 0,0\%$  ermittelten Werte ab. Bei Verschiebungen  $v < 0,5 \text{ mm}$  ist der Abfall wesentlich stärker. In diesem Verschiebungsbereich wird die durch den Anstieg der Kurve  $\tau = f(v)$  charakterisierte Verbundsteifigkeit durch die plastische Stahldehnung erheblich herabgesetzt.

Der durch steigende plastische Stahldehnung bedingte Abfall der Verbundspannungen findet im wesentlichen in dem Bereich von  $\epsilon_{s,p} = 0,0\%$  bis  $\epsilon_{s,p} = 1,6\%$  statt. Die für  $\epsilon_{s,p} = 1,6\%$  und  $\epsilon_{s,p} = 2,4\%$  ermittelten Verbundspannungen unterscheiden sich nur geringfügig.



Bild 12:

P.-Nr. 448 ohne Rißsimulation,  $d_s = 10 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_{s,p} = 0,8\%$ , nach dem Ausziehversuch, Verbundstrecke freigelegt. Die Betonkonsolen sind völlig abgeschert, Betondeckung ungerissen.

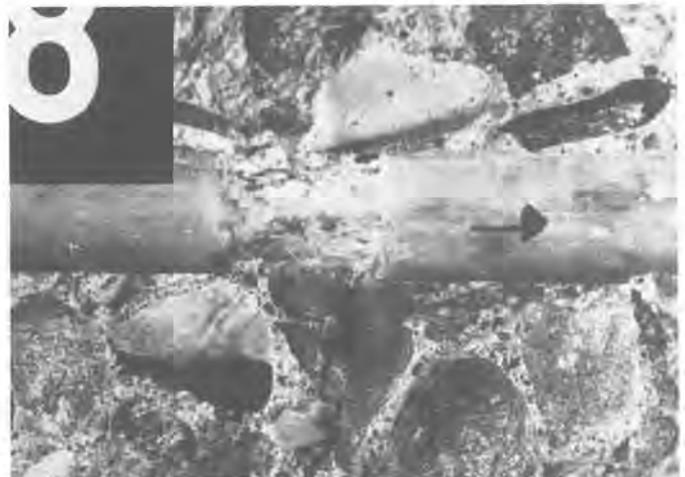


Bild 13:

P.-Nr. 89 ohne Rißsimulation mit  $d_s = 16 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_{s,p} = 0,0\%$ . Die Betonkonsolen sind völlig abgeschert, Betondeckung ungerissen.

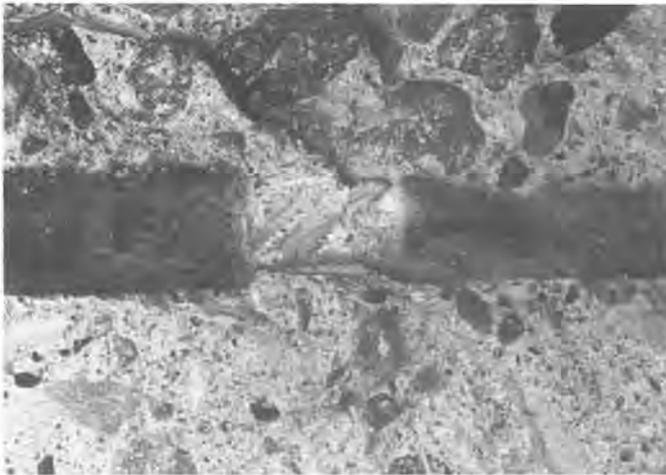


Bild 14:

P.-Nr. 591 ohne Rißsimulation,  $d_s = 16 \text{ mm}$ ,  
 $\epsilon_{s,p} = 0,8 \%$ . Die Betonkonsolen sind abge-  
 schert, ihre Basen sind aber noch erkennbar.  
 Kein Riß in der Betondeckung.

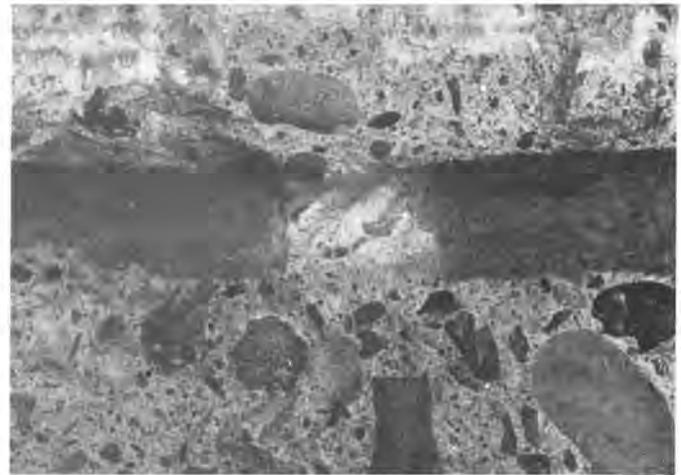


Bild 15:

P.-Nr. 592 ohne Rißsimulation,  $d_s = 16 \text{ mm}$ ,  
 $\epsilon_{s,p} = 2,4 \%$ . Wie Bild 14.

Alle Probekörper ohne Simulation eines Risses versagten durch Abscheren der zwischen den Rippen des Betonstahles befindlichen Betonkonsolen. Ein Spaltbruch durch Aufreißen der Betondeckung fand von einer Ausnahme abgesehen nicht statt (s. Bilder 12 bis 15).

Im Vergleich der Ergebnisse mit Verbundgesetzen, die von anderen Autoren [30,36,44,57] in Versuchen mit zentrisch eingesetzten, nicht plastisch gedehnten Stählen ermittelt wurden, sind die in den vorliegenden Versuchen bei plastisch nicht gedehnten Stählen ohne Rißsimulation erhaltenen Höchstwerte der Verbundspannungen niedriger und werden infolge einer ebenfalls kleineren Verbundsteifigkeit erst nach größeren Verschiebungen erreicht. Als Ursache für die gegenüber Versuchen mit zentrisch eingesetzten Stählen geringeren Verbundfestigkeiten und Verbundsteifigkeiten ist entsprechend den nachfolgenden Überlegungen die vorhandene Betondeckung von nur 15 mm anzusehen.

Die von den Rippen eines zentrisch einbetonierten Bewehrungsstahles auf den Beton übertragene Kraft erzeugt im Beton einen kegelförmigen Druckspannungszustand. Die Radialkomponente dieses Spannungszustandes hat am Kegelfu Ringzugspannungen und an der Kegelspitze Ringdruckspannungen sowie radiale auf den Bewehrungsstahl als Querdruck wirkende Druckspannungen zur Folge. Ringdruckspannung und radialer Querdruck bewirken eine Erhöhung der aufnehmbaren Pressung zwischen Stahlrippe und Betonkonsole, da sie zusammen mit der in Richtung der Stahlachse wirkenden Druckspannung aus der Pressung zwischen Stahlrippe und Betonkonsole einen dreiaxialen Druckspannungszustand bilden. Darüber hinaus wird die Tragfähigkeit der Betonkonsolen auf Abscheren durch die radial und damit normal auf die Scherflächen der Betonkonsolen wirkenden Druckspannungen angehoben. Ist der Stahl jedoch wie in den hier durchgeführten Versuchen exzentrisch mit geringer Betondeckung zu einer Seite einbetoniert, so kann sich der kegelförmige Druckspannungszustand nicht frei ausbilden. Im Bereich der Betondeckung wird die Neigung der Druckspannungen zur Stahlachse und damit der auf den Stahl wirkende Querdruck geringer sein als bei einem zentrisch eingesetzten Stahl. Aus Gleichgewichtsgründen kann der Querdruck auf den Stahl auf der der Betondeckung diametral gegenüberliegenden Seite auch nur die in der Betondeckung

kung erreichte Größe haben. Der für den Verbund günstige Einfluß eines Querdruckes kann sich also bei einem Stahl mit geringer Betondeckung gegenüber einem zentrisch eingesetzten nur zum Teil auswirken. Selbst wenn die Betondeckung infolge der Ringzugspannung noch nicht aufgerissen ist, wird das Verbundverhalten eines Stahles bei geringer Betondeckung schlechter sein als bei zentrischer Lage im Probekörper.

#### 5.3.4 Probekörper mit Rißsimulation, Betonstahl untenliegend

Das Verhalten von Probekörpern mit Rißsimulation weicht ganz erheblich vom Verhalten der Probekörper ohne Rißsimulation ab (s. Bild 9). Die Höchstwerte der Verbundspannungen betragen weniger als 40 % der entsprechenden Werte für Probekörper ohne Rißsimulation. Der Abfall der Verbundspannungshöchstwerte ist dabei bei Probekörpern mit Betonstählen  $d_s = 16$  mm größer als bei denen mit Betonstählen  $d_s = 10$  mm.

Das abweichende Verhalten ist darauf zurückzuführen, daß bei Probekörpern mit Rißsimulation nicht mehr das Versagen der Betonkonsolen allein maßgebend ist, sondern auch das Verhalten des die Verbundstrecke umgebenden, durch simulierten Riß und Probekörperunterseite begrenzten Betons. Im Gegensatz zu den Probekörpern ohne Rißsimulation, bei denen die eingeleitete Kraft im wesentlichen durch Druckspannungen in den Beton vor der Verbundstrecke abgegeben wird, ist bei den Probekörpern mit Rißsimulation eine Kraftabgabe an dem umgebenden Beton vorwiegend nur über Zugspannungen möglich.

Schon bei relativ kleinen Verbundspannungen überschreitet die Beanspruchung des Betons dessen Zugfestigkeit. Es bildet sich, ausgehend von der durch simulierten Riß und Probekörperunterseite gebildeten Kante, ein kreisförmig um den Betonstahl verlaufender Ausbruchkegel aus.

Abgesehen von den wesentlich geringeren Höchstwerten der Verbundspannungen zeigen die Flächen  $\tau = f(v, \epsilon_{s,p})$  bei Probekörpern mit Rißsimulation auch eine ganz andere Charakteristik. Während die an Probekörpern ohne Rißsimulation ermittelten Verbundspannungen mit steigender plastischer Stahldehnung stetig sinken und die Kurven  $\tau = f(v)$  bei allen untersuchten plastischen Stahldehnungen sich in ihrem Verlauf ähneln, ergeben sich bei Probekörpern mit Rißsimulation je nach Größe der plastischen Stahldehnung ganz unterschiedliche Verläufe der Kurven  $\tau = f(v)$ .

Bei den Probekörpern mit Betonstählen ohne plastische Dehnung erreichen die Verbundspannungen bereits bei einer Verschiebung von 0,1 bis 0,2 mm ihr Maximum, fallen dann aber schroff ab. Nach einer Verschiebung von 0,3 bis 0,4 mm versagt der Verbund durch Bilden eines Ausbruchkegels ohne Abscheren der Betonkonsolen (s. Bild 16).

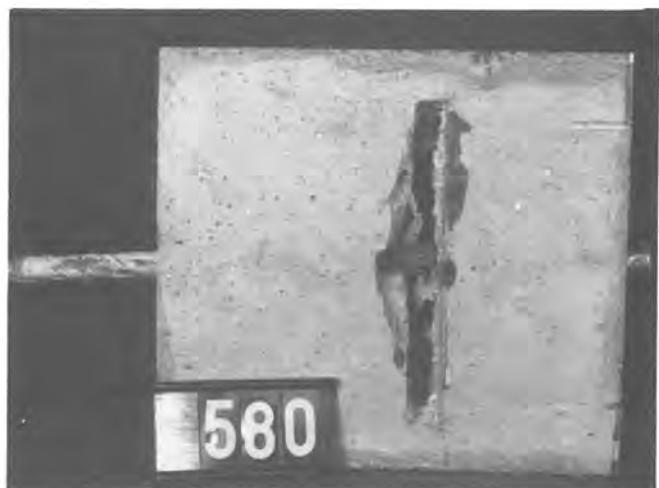
Mit steigender plastischer Stahldehnung ist dagegen die Verformungsfähigkeit des Verbundes wesentlich größer. Dieses abweichende Verhalten kann wie folgt erklärt werden:

Infolge des Einprägens einer plastischen Stahldehnung haben bereits vor dem Ausziehversuch Verschiebungen des Betonstahles symmetrisch zur Verbundstreckenmitte stattgefunden. Hierbei wurden die Betonkonsolen der zugseitigen Verbundstreckenhälfte in gleicher Richtung wie im späteren Ausziehversuch, und die der zugabgewandten Hälfte in entgegengesetzter Richtung beansprucht. Da in der zugabgewandten Hälfte infolge der Verschiebungsumkehr beim Ausziehversuch erst



**Bild 16:**

P.-Nr. 260 mit Rißsimulation,  $d_s = 16$  mm,  $\epsilon_{s,p} = 0,0$  %. Der Ausbruchkegel reicht über die ganze Breite der Aussparung. Seine Höhe entspricht fast der Länge der Verbundstrecke.



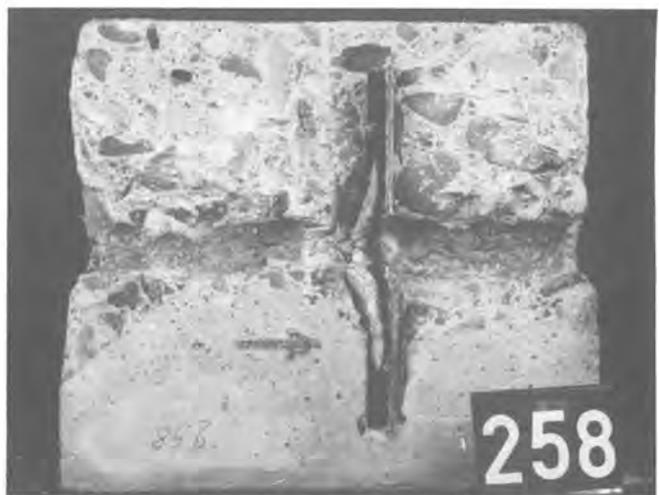
**Bild 17:**

P.-Nr. 580 mit Rißsimulation,  $d_s = 10$  mm,  $\epsilon_{s,p} = 0,8$  %, vor dem Freilegen der Verbundstrecke. - Die durch Quaderunterseite und Rißsimulation gebildete Kante ist zusammen mit einem Ausbruchkegel weggerissen worden. Höhe des Kegels an der Unterseite (Prüflage) 11 mm.



**Bild 18:**

P.-Nr. 580 wie Bild 17, Verbundstrecke aber freigelegt. Die Höhe des Ausbruchkegels beträgt oberhalb des Betonstahls (in Prüflage) 7 mm. In dem verbliebenen Teil der Verbundstrecke sind die Konsolen abgeschert.



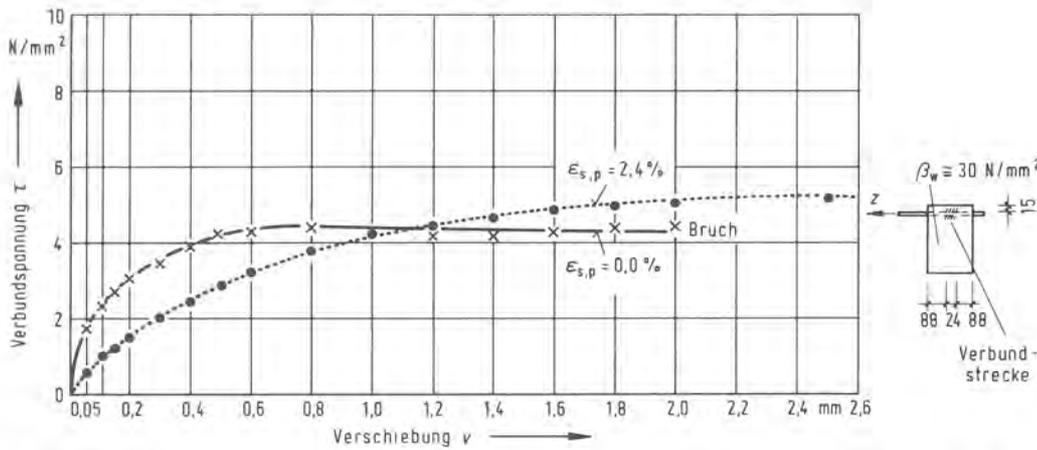
**Bild 19:**

P.-Nr. 258 mit Rißsimulation,  $d_s = 16$  mm,  $\epsilon_{s,p} = 1,6$  %, Verbundstrecke freigelegt. Der Ausbruchkegel reicht bis zur Mitte der Verbundstrecke. In dem verbliebenen Teil der Verbundstrecke sind die Betonkonsolen abgeschert.

nach einer bestimmten Verschiebung Verbundspannungen aktiviert werden können, konzentriert sich die Verbundbeanspruchung auf die zugseitige Verbundstreckenhälfte und führt dort zum Bilden eines Ausbruchkegels. Nun findet eine Verlagerung der Kraftübertragung von der zugseitigen zur noch intakten zugabgewandten Verbundstreckenhälfte statt, in der das endgültige Versagen wie bei den Probekörpern ohne Rißsimulation durch Abscheren der Betonkonsolen erfolgt (s. Bilder 17, 18 und 19). Je größer die plastische Stahldehnung ist, umso größer ist auch die Verschiebung, die zur Aktivierung der Verbundspannung in der zugabgewandten Verbundstreckenhälfte erforderlich ist. Die zu den Maxima der Verbundspannungen zugehörigen Verschiebungen steigen mit der plastischen Stahldehnung.

### 5.3.5 Probekörper mit obenliegendem Betonstahl, ohne Rißsimulation

Bei den Probekörpern mit obenliegendem, unverformtem Betonstahl waren die ermittelten Verbundspannungen nur rd. halb so hoch wie bei untenliegendem Beton-



**Bild 20:** Verbundspannung eines oberliegenden Rippentorstahles  $d_s = 16 \text{ mm}$  in Abhängigkeit von der Verschiebung, ohne Rißsimulation, plastische Stahldehnung als Scharparameter.

stahl. Der Verlauf der Kurven  $\tau = f(v)$  (s. Bild 20) ist wesentlich flacher als bei Probekörpern mit untenliegendem Betonstahl. Diese verminderte Verbundsteifigkeit ist auf die geringere Betonfestigkeit in der oberen Zone des Betonquaders zurückzuführen, da dort gegenüber dem übrigen Teil des Betonkörpers die Verdichtung schlechter ist und sich bei dem Setzvorgang des Frischbetons Wasseransammelt, was an den zurückgebliebenen Poren gut zu erkennen ist (s. Bild 21). Infolge des Setzvorganges bilden sich außerdem unter dem Betonstahl Hohlräume, die eine radialsymmetrische Kraftübertragung vom Betonstahl auf den Beton unmöglich machen.

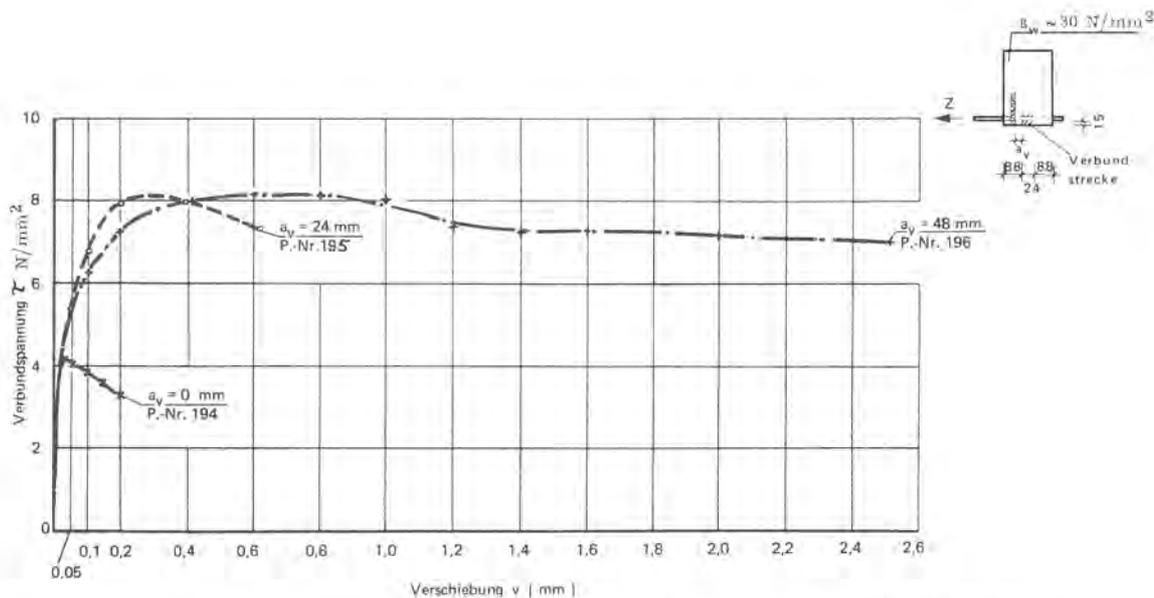


**Bild 21:**

P.-Nr. 272 mit obenliegendem Betonstahl, ohne Rißsimulation,  $d_s = 16 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$ .  
- Die Betonkonsolen sind abgeschert, aber nicht über ihre ganze Höhe wie bei untenliegendem Stahl (s. Bild 13).  
Betondeckung nicht gerissen.

### 5.3.6 Tastversuche mit unterschiedlichen Abständen zwischen der Verbundstrecke und der rißsimulierenden Aussparung

In Tastversuchen wurden drei aus einer Betonmischung hergestellte Probekörper mit Rißsimulation und untenliegendem, unverformtem ( $\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$ ) Betonstahl  $d_s = 16 \text{ mm}$  geprüft. Der Abstand zwischen Verbundstrecke und dem simulierten Riß wurde jedoch mit 0,0; 24 und 48 mm variiert. In Bild 22 sind die in den drei Versuchen ermittelten Kurven  $\tau = f(v)$  dargestellt. Der Versuch mit dem Abstand 0,0 mm entsprach den Versuchen der Serie "mit Simulation eines Biegerisses". Auch hier ergab sich ein Maximum der Verbundspannung von rd.  $4,0 \text{ N/mm}^2$  und ein Versagen der Verbundstrecke bei einer geringen Verschiebung von 0,2 mm. Der zweite Versuch mit einem Abstand zwischen simuliertem Riß und Verbundstrecke



**Bild 22:** Verbundspannung eines Rippentorstahles  $d_s = 16 \text{ mm}$  in Abhängigkeit von der Verschiebung bei unterschiedlichen Abständen  $a_v$  der Verbundstrecke zu einem simulierten RiB.

von 24 mm brachte zwar schon den gleichen Höchstwert der Verbundspannung wie der dritte Versuch, bei dem der Abstand 48 mm betrug, die Verbundstrecke versagte jedoch bereits bei einer Verschiebung von 0,6 mm. Im dritten Versuch mit einem Abstand von 48 mm wurde die gleiche Verschiebung wie bei den Versuchen ohne simuliertem RiB erreicht.

Ogleich diese Werte nur Ergebnisse von Einzelversuchen sind, so ist doch erkennbar, daß durch die Nähe eines Biegerisses die Verformungsfähigkeit eines Verbundintervalls in stärkerem Maße beeinflußt wird, als die Höhe der aufnehmbaren Verbundspannung.

#### 5.4 Statistische Absicherung der Versuchsergebnisse

##### 5.4.1 Vorbemerkung

Um Schätzverfahren der Statistik zur Auswertung und Beurteilung der Versuchsergebnisse anwenden zu können, wurde für vier Parameterkombinationen, Stahl  $d = 16 \text{ mm}$  untenliegend, mit und ohne RiBsimulation, jeweils für plastische Stahldehnung  $\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$  und  $\epsilon_{s,p} = 1,6 \%$ , in Ergänzungsversuchen die Versuchszahl je Parameterkombination auf 8 bis 15 erhöht. Die statistischen Grundwerte, Mittelwert  $\bar{v}_k$ , Standardabweichung  $s_k$  und Variationskoeffizient  $V_k$ , jeweils zugehörig zu einer gewählten Verschiebung  $v_k$ , sind der Tafel A11 im Anhang zu entnehmen.

Die im folgenden erläuterten statistischen Verfahren können jedoch nur eine Aussage für die oben genannten vier Parameterkombinationen liefern. Für die übrigen Parameterkombinationen sind aber bei ausreichender Versuchszahl ähnliche Aussagen wahrscheinlich.

Mit Hilfe der Statistik sollen zwei Fragen beantwortet werden:

- In welchem Maße kann der ermittelte Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Verschiebung als gesichert angesehen werden?
- Wie gut ist der Schluß von dem an der Stichprobe bestimmten Mittelwert der Verbundspannung auf den Mittelwert der Grundgesamtheit?

Zur Beantwortung der ersten Frage wird das Bestimmtheitsmaß  $\hat{B}_E$  und zur Beantwortung der zweiten Frage der Vertrauensbereich des Mittelwertes berechnet. Da beide Berechnungen voraussetzen, daß die Grundgesamtheit normalverteilt ist, muß zunächst gezeigt werden, daß die Ergebnisse der Stichproben nicht dagegen sprechen, daß die Grundgesamtheit normalverteilt ist.

#### 5.4.2 Prüfung auf Normalverteilung

Zur Prüfung der Hypothese, daß die Stichprobe aus einer Normalverteilung  $(\mu, \sigma)$  stammt, wird der Kolmogoroff-Smirnow-Anpassungstest angewendet. Dieser Test eignet sich im vorliegenden Fall besonders gut, weil er neben einer stetigen Verteilung der Einzelwerte nur eine Stichprobenanzahl  $n > 5$  voraussetzt. Die unbekannten Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  werden durch den arithmetischen Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $s$  der Stichprobe geschätzt. Die zu einer gewählten Verschiebung einer Parameterkombination zugehörigen  $n_0$  Einzelwerte  $\tau_v$  der Verbundspannungen sind der Größe nach zu ordnen. Es werden die Summenfunktion der Stichprobe

$$F_n(\tau) = \frac{v}{n_0}$$

berechnet und mit Hilfe der standardisierten Werte

$$u_v = \frac{\tau_v - \bar{x}}{s}$$

die Summenwahrscheinlichkeiten

$$\Phi(u)$$

einem Tabellenwerk entnommen [18].

Von der für jeden Einzelwert zu ermittelnden Differenz von Summenfunktion und Summenwahrscheinlichkeit ist der absolut größte Wert mit einem Schwellenwert zu vergleichen, der in Abhängigkeit von der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  und der Stichprobenanzahl  $n$  einer Tabelle zu entnehmen ist. Ist die Differenz kleiner als der Schwellenwert, so wird die Hypothese, daß die Stichprobe aus der Normalverteilung stammt, nicht verworfen.

Die zahlenmäßige Durchführung des Testes ist in der Tafel A12 angegeben. Als zweiseitige Irrtumswahrscheinlichkeit wurde  $\alpha = 10\%$  ( $\alpha' = \alpha'' = \frac{\alpha}{2}$ ) angenommen. Für die untersuchten vier Parameterkombinationen ergab der Test, daß die Hypothese einer Normalverteilung aufrechterhalten werden kann, m.a.W. die Versuchsergebnisse sprechen nicht dagegen, im untersuchten Bereich eine Normalverteilung als Näherung zugrunde zu legen.

#### 5.4.3 Überprüfung der Güte des Zusammenhanges von Verbundspannung und Verschiebung

Als Bewertungsmaßstab für den Zusammenhang von Verbundspannung und Verschiebung wird das Bestimmtheitsmaß gewählt. Der häufig verwendete Korrelationskoeffizient kann im vorliegenden Fall nicht herangezogen werden, weil eine Korrelationsanalyse gleichwertige Zufallsvariable voraussetzt. Hier ist aber lediglich die Verbundspannung eine Zufallsvariable. Das zweite Merkmal, die Verschiebung, ist keine Zufallsgröße, sondern wurde als Einflußgröße systematisch verändert. Das Bestimmtheitsmaß kann jedoch auch bei Vorhandensein einer systematisch geänderten Einflußgröße ermittelt werden.

Grundgedanke des Bestimmtheitsmaßes ist, daß die Gesamtvariabilität der Zielgröße, hier die Verbundspannung, sich aufspalten läßt in eine durch die Veränderung der Einflußgröße erklärbare Variabilität und eine Restvariabilität, die auf Zufallsschwankungen um die Mittelwertslinie zurückzuführen ist. Dieser Zusammenhang kommt in der folgenden Gleichung der Summen von quadratischen Abweichungen (nach Stange [50]) zum Ausdruck:

$$s_{\tau\tau} = s_{\bar{\tau}\bar{\tau}} + s_{e'e'}$$

mit:

Summe der quadratischen Abweichungen insgesamt

$$s_{\tau\tau} = \sum_{\kappa=1}^K \sum_{\nu=1}^{n_{\kappa}} (\tau_{\kappa\nu} - \bar{\tau})^2$$

Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den Gruppenmittelwerten

$$s_{\bar{\tau}\bar{\tau}} = \sum_{\kappa=1}^K \sum_{\nu=1}^{n_{\kappa}} (\bar{\tau}_{\kappa} - \bar{\tau})^2$$

Summe der quadratischen Abweichungen um die Mittelwertslinie

$$s_{e'e'} = \sum_{\kappa=1}^K \sum_{\nu=1}^{n_{\kappa}} (\tau_{\kappa\nu} - \bar{\tau}_{\kappa})^2$$

wobei

K Anzahl der zur Berechnung von Gruppenmittelwerten ausgewählten Verschiebungen ( $v_1, \dots, v_{\kappa}, \dots, v_K$ )

$n_0$  Versuchsanzahl je Parameterkombination

$n_{\kappa}$  Versuchsanzahl bei der Verschiebung  $v_{\kappa}$   
(bei gleicher Versuchsanzahl je Verschiebungswert:  $n_{\kappa} = \text{konst.} = n_0$ )

$\tau_{\kappa\nu}$   $\nu$ -ter Einzelwert der Verbundspannung bei einer ausgewählten Verschiebung  $v_{\kappa}$  ( $\tau_{\kappa 1}, \dots, \tau_{\kappa\nu}, \dots, \tau_{\kappa n_0}$ )

$$\bar{\tau}_{\kappa} = \frac{\sum_{\nu=1}^{n_0} \tau_{\kappa\nu}}{n_0} \quad \text{Gruppenmittelwert}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{\kappa=1}^K \sum_{\nu=1}^{n_0} \tau_{\kappa\nu}}{K \cdot n_0} \quad \text{Mittelwert aller Verbundspannungswerte}$$

Bei Division der ersten Gleichung durch  $s_{\tau\tau}$  ergibt sich:

$$\frac{s_{\bar{\tau}\bar{\tau}}}{s_{\tau\tau}} + \frac{s_{e'e'}}{s_{\tau\tau}} = 1$$

Das erste Glied der Gleichung stellt den relativen Anteil der Gesamtvariabilität dar, der auf den Zusammenhang  $\bar{\tau} = f(v)$  zurückzuführen ist. Es wird als das Bestimmtheitsmaß für den empirischen Zusammenhang zwischen  $\tau$  und  $v$  bezeichnet.

$$\hat{B}_E = \frac{s_{\bar{\tau}\bar{\tau}}}{s_{\tau\tau}}$$

Je näher  $\hat{B}_E$  an "1" liegt, desto besser ist der Zusammenhang von  $\tau$  und  $v$ . Die Ergänzung von  $\hat{B}_E$  zu 1 ergibt den relativen Anteil der Zufallsschwankungen um die empirische Mittelwertslinie.

In der folgenden Tafel 4 sind die Summen der quadratischen Abweichungen zwischen den Gruppenmittelwerten, die Summen der quadratischen Abweichungen insgesamt und die aus ihnen errechneten Bestimmtheitsmaße zahlenmäßig zusammengestellt. Die erreichten Bestimmtheitsmaße der Versuche "ohne Rißsimulation" können als gut bezeichnet werden. Die der Versuche "mit Rißsimulation" sind zwar kleiner, aber doch deutlich näher an "1" als an "0".

Tafel 4: Bestimmtheitsmaß  $\hat{B}_E$

Stahldurchmesser Betonierlage	Rißsimulation	plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Summen der quadratischen Abweichungen		Bestimmtheitsmaß $\hat{B}_E$
			$s_{\tau\tau}^{--}$	$s_{\tau\tau}$	
mm	-	%	N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup>		-
$d_s = 16$ untenliegend	ohne	0,0	704	780	0,903
		1,6	1912	2180	0,877
	mit	0,0	22,0	35,0	0,629
		1,6	60,9	89,3	0,682

#### 5.4.4 Vertrauensbereich des Mittelwertes

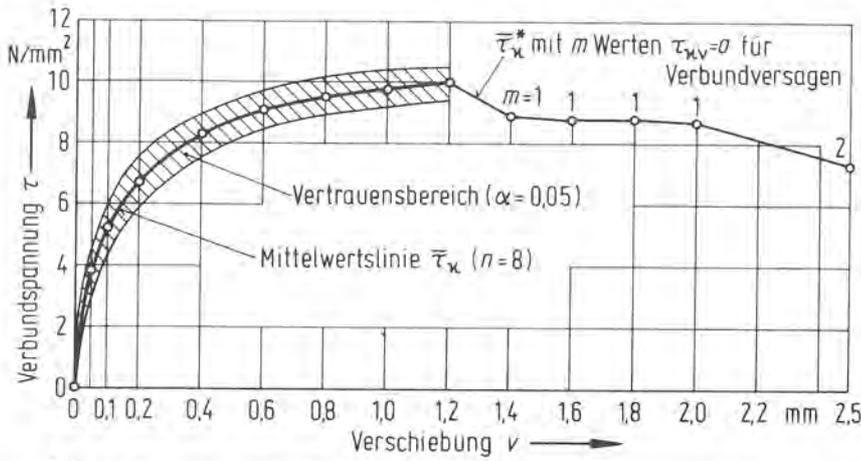
In Abschnitt 5.3 sind die Versuchsergebnisse in Form von Mittelwerten dargestellt worden. Diese sind aber nur die Mittelwerte einer Zufallsstichprobe aus der Grundgesamtheit der jeweiligen Parameterkombination. Der Mittelwert der Grundgesamtheit ist unbekannt. Aus den Werten der Stichprobe lassen sich jedoch eine obere und eine untere Grenze berechnen, die mit einer gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  den unbekanntem Mittelwert  $\mu$  der Grundgesamtheit einschließen. Der Bereich zwischen den beiden Grenzen wird als Vertrauens- oder Konfidenzbereich des Mittelwertes bezeichnet. Die Grenzen errechnen sich aus dem Ansatz

$$\tau_{\alpha, o, u} = \bar{\tau}_n \pm \frac{t \cdot s_n}{n}$$

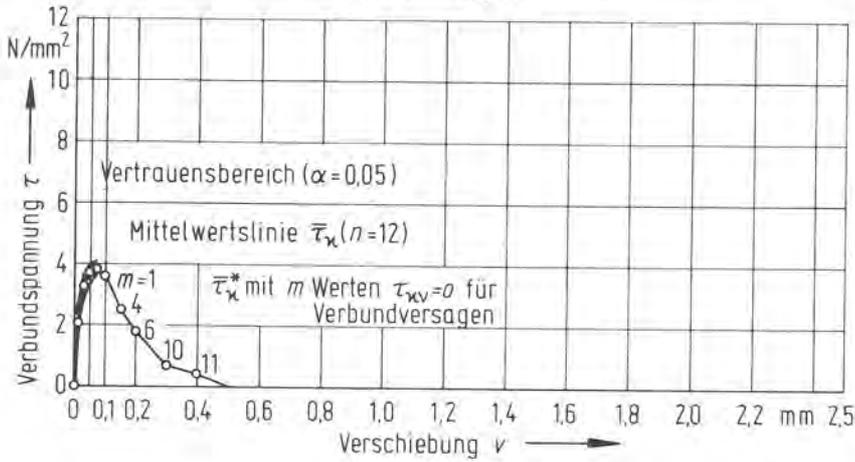
mit dem Faktor  $t_{n-1; \alpha}$  der Student-Verteilung.

Der Vertrauensbereich wurde für die ausgewählten Verschiebungen  $v_n$ , bei denen noch in keinem Versuch der Verbund versagt hatte, mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 5\%$  berechnet und in der Tafel A11 (s. Anhang) zusammengestellt. In Bild 23 ist der Vertrauensbereich schraffiert als Band, dessen Mittellinie mit der empirischen Mittelwertslinie identisch ist, eingetragen.

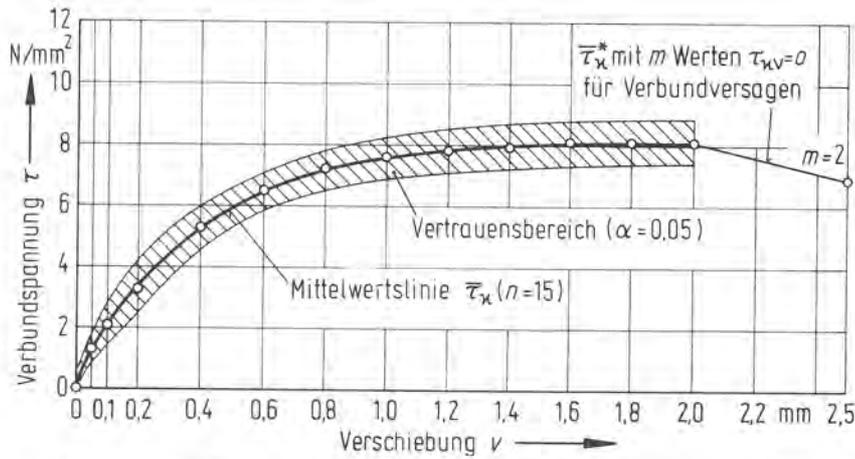
Während aus den Werten des Bestimmtheitsmaßes zu ersehen ist, daß der durch die Versuche ermittelte quantitative Zusammenhang zwischen Verschiebung und Verbundspannung der physikalischen Wirklichkeit zugerechnet werden kann, zeigen die relativ schmalen Bänder des Vertrauensbereiches der Mittelwertskurven dieses Zusammenhanges, daß die wahrscheinlichen Abweichungen der Wirklichkeit von diesen Mittelwertskurven in baupraktischem vertretbarem Rahmen liegen. (Zu beachten ist dabei grundsätzlich, daß man nicht von Verbundspannungen auf Verschiebungen schließen darf.)



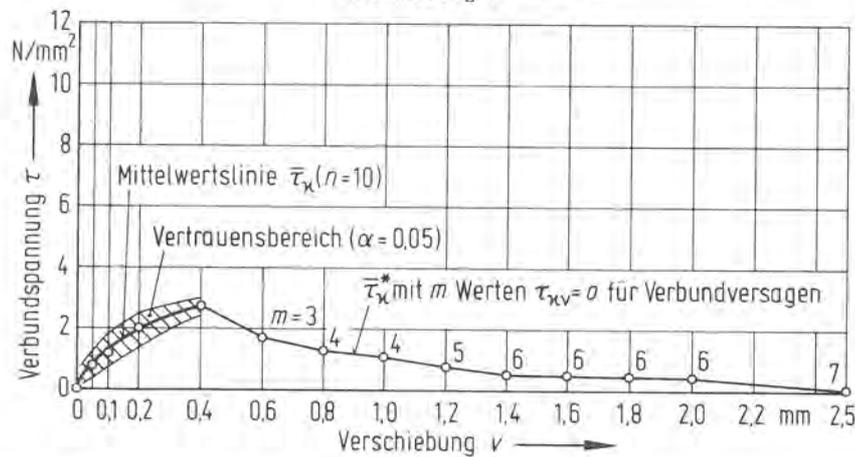
$\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$   
ohne Rißsimulation



$\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$   
mit Rißsimulation



$\epsilon_{s,p} = 1,6 \%$   
ohne Rißsimulation



$\epsilon_{s,p} = 1,6 \%$   
mit Rißsimulation

**Bild 23:** Empirische Mittelwertlinien der Verbundspannungen mit Vertrauensbereich des Mittelwertes der Grundgesamtheit für die vier Parameterkombinationen mit erhöhter Versuchsanzahl, Rippentorstahl  $d_s = 16 \text{ mm}$ , untenliegend (s. auch Tafel A 14).

## 6. Vergleichsversuche mit langer Verbundstrecke

### 6.1 Vorbemerkung

Wie schon in Abschnitt 2 erwähnt, dienen zwei Versuche der Prüfung der Übertragbarkeit der an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke gewonnenen Verbundgesetze auf das Verbundverhalten eines Rippentorstahles in einem Bauteil. Die Ableitung des Verbundverhaltens eines Betonstahles in einem Bauteil aus den an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke ermittelten Versuchswerten ist nur dann möglich, wenn sich die im Bauteil hintereinandergereiht zu denkenden kurzen Verbundstrecken hier als Kollektiv ebenso verhalten wie isoliert in einem Ausziehversuch, es also keine gegenseitige Beeinflussung der Verbundintervalle gibt.

In beiden Versuchen war der Betonstahl über Verbund voll in dem Betonkörper verankert. An einem freien Ende wurde der Betonstahl im Versuch auf Zug beansprucht. Die Länge der Betonkörper war nach einer Vorberechnung unter Verwendung der ermittelten Verbundgesetze so festgelegt worden, daß die Verankerung des Betonstahles bis zu seiner Bruchlast gesichert war. Entsprechend der größten an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke untersuchten plastischen Stahldehnung sollte in den Versuchen an Probekörpern mit langer Verbundstrecke der Betonstahl bis zum Erreichen einer plastischen Dehnung von 2,4 % zwischen Kraffteinleitung und Betonkörper auf Zug beansprucht werden. Aus der innerhalb des Betons gemessenen, entsprechend der Verbundwirkung abklingenden plastischen Stahldehnung lassen sich dann über die Arbeitslinie die Stahlspannungen und aus deren Änderungen je Intervall die Verbundspannungen errechnen.

Von der Länge der Verbundstrecke abgesehen, wurden alle Prüfbedingungen der Probekörper mit kurzer Verbundstrecke beibehalten. Die beiden Probekörper hatten gleiche Höhe, gleiche Betonzusammensetzung und Betonfestigkeit, gleichen Rippentorstahl  $d_s = 16 \text{ mm}$ , normalspannungsfreie Stirnfläche am zugseitigen Ende der Verbundstrecke, gleiche Betondeckung und gleiche Meßeinrichtung wie die Probekörper mit kurzer Verbundstrecke.

### 6.2 Probekörperherstellung

Die in Bild 28 dargestellten Probekörper mit 450 mm Länge, 260 mm Breite und 280 mm Höhe wurden zusammen mit 5 Betonwürfeln, Kantenlänge 20 cm, aus einer Mischung des in Abschnitt 4.1 beschriebenen Betons hergestellt (s. Mischung 25a in Tafel A2, Anhang). Die Betonierlage entsprach der Prüflage. Die besondere Querschnittsausbildung an der Unterseite der Probekörper ergab sich aus der Notwendigkeit, bei gleicher Betondeckung des Betonstahles und gleicher Breite des normalspannungsfreien Bereiches der rißsimulierenden Stirnfläche wie bei den Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke eine ausreichende Fläche zur momentenfreien Einleitung der Reaktionskraft zu erhalten.

Vor dem Betonieren waren in die Betonstähle Meßmarken in Abständen von 20 mm eingeritzt worden, welche zwei diametral angeordnete Meßketten mit je 12 Meßstrecken bildeten. Die ersten beiden Meßstrecken jeder Kette befanden sich vor der Stirnfläche außerhalb des Betons. Die restlichen 10 Meßstrecken ermöglichten die Messung der plastischen Stahldehnungen bei Versuchsende über eine Strecke von 200 mm innerhalb des Betonkörpers.

### 6.3 Versuchsdurchführung

Der Probekörper war auf einer Stahlplatte gelagert (s. Bild 24). Die Reaktionskraft aus der Zugbeanspruchung des Betonstahles wurde über zwei Flachstähle mit 60 mm Breite von dem Betonkörper an die Unterkonstruktion des Prüfstandes abgegeben. Zwischen den beiden Flachstählen war ein 140 mm breiter Streifen freigelassen, um die Ausbildung eines Ausbruchkegels möglichst wenig zu behindern. Die Breite dieses Streifens entsprach der Breite der Aussparung in den Probekörpern mit Rißsimulation.

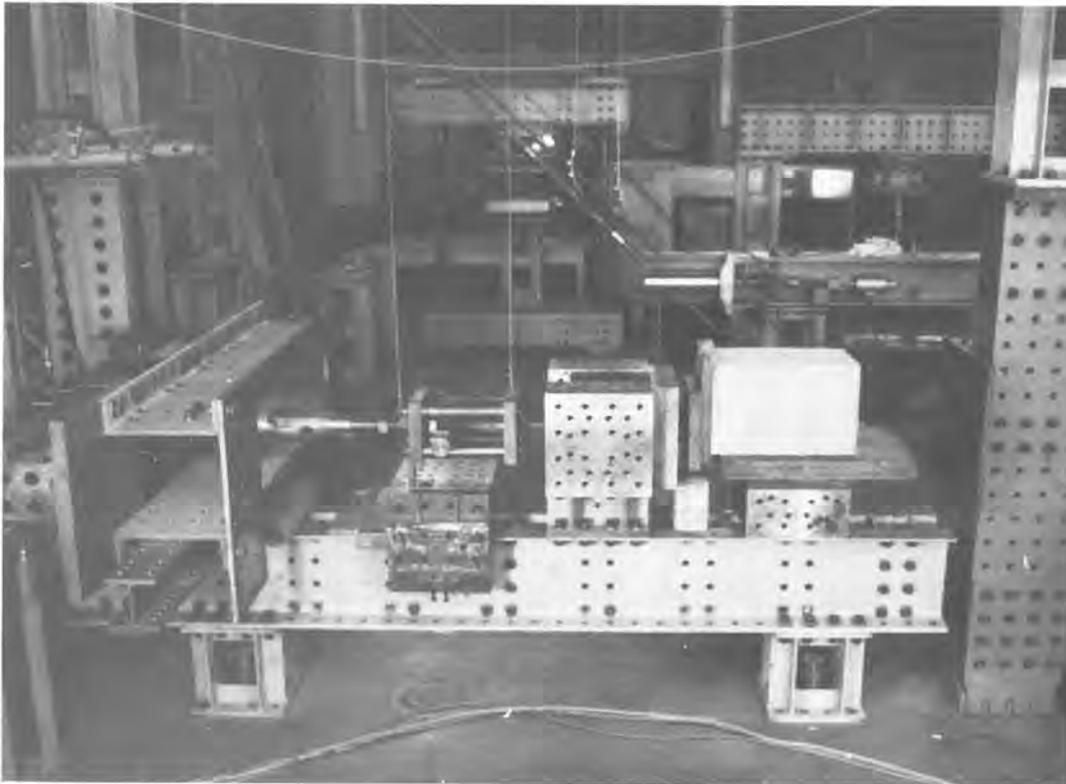


Bild 24: Prüfstand der Probekörper mit langer Verbundstrecke

Während eines Versuchs wurden die in den Betonstahl eingeleitete Kraft, die Dehnung des Betonstahles vor seinem Eintritt in den Betonkörper und der Schlupf des Betonstahles am unbelasteten Ende gemessen. Dehnung und Schlupf sind in Abhängigkeit von der Kraft von einem Zweikoordinaten-Schreiber aufgezeichnet worden. Die Laststeigerung erfolgte kontinuierlich bis zum Erreichen einer plastischen Stahldehnung von  $\epsilon_{s,p} = 2,0 \%$  bzw.  $2,4 \%$ . Nach dem Versuch wurde der Betonstahl aus dem Probekörper herausgelöst, die Längen der Meßstrecken gemessen und aus deren Längenänderung die plastische Dehnung des Stahles bei Versuchsende berechnet.

### 6.4 Versuchsergebnisse

#### 6.4.1 Probekörper P.-Nr. 390

Bei einer Stahlspannung von  $\sigma_s = 432 \text{ N/mm}^2$  im nicht einbetonierten Bereich des Stahles bildete sich in der Stirnfläche des Betonkörpers ein Ausbruchkegel aus. Bei einer Stahlspannung von  $\sigma_s = 535 \text{ N/mm}^2$  und der plastischen Stahldehnung  $\epsilon_{s,p} = 2,0 \%$  spaltete sich der Beton der Betondeckung über die ganze Länge des Betonkörpers und führte damit zu einem Versagen des Verbundes (s. Bild 25). Der am unbelasteten Ende des Betonstahles gemessene maximale Schlupf betrug vor dem Spalten des Betons  $0,14 \text{ mm}$ .

Die aus den Abstandsänderungen der Meßmarken ermittelte Verteilung der plastischen Stahldehnung ist in Bild 28 aufgetragen.

#### 6.4.2 Probekörper P.-Nr. 391

Hier bildete sich bei einer etwas höheren Stahlspannung von  $\sigma_s = 452 \text{ N/mm}^2$ , an der Stirnfläche beginnend, ein 40 mm langer Längsriß in der Betondeckung aus. Bei  $\sigma_s = 473 \text{ N/mm}^2$  deutete sich in der Stirnfläche des Betonkörpers ein Ausbruchkegel mit einem Grundkreisdurchmesser von 65 mm an (s. Bild 26). Der Versuch wurde bei Erreichen einer plastischen Dehnung von  $\epsilon_{s,p} = 2,4 \%$  beendet. Der maximale Schlupf am unbelasteten Ende des Betonstahles betrug 0,13 mm. Nach dem Versuch konnte 80 mm hinter der Stirnfläche noch ein querlaufender Haarris festgestellt werden.



Bild 25:  
Probekörper P.-Nr. 390 mit langer Verbundstrecke nach dem Versuch. Unterseite mit Spaltriß in der Betondeckung.

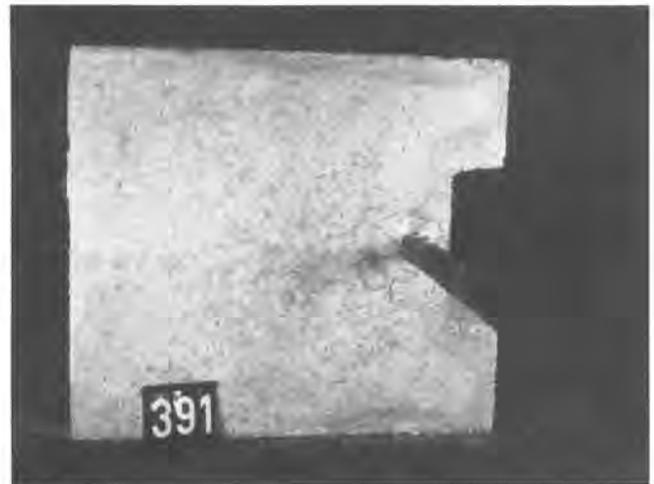


Bild 26:  
Probekörper P.-Nr. 391 mit langer Verbundstrecke nach dem Versuch. Ausbruchkegel in der Stirnfläche des Betonkörpers.

Die aus den Abstandsänderungen der Meßmarken ermittelte Verteilung der plastischen Stahldehnung ist in Bild 28 aufgetragen.

#### 6.5 Vergleich zu den mittels kurzer Verbundstrecke ermittelten Werten

Aus den in diesen beiden Versuchen ermittelten Verteilungen der plastischen Stahldehnung bei Versuchsende wurden über die Spannungsdehnungslinie der verwendeten Betonstahlstange 31 (s. Bild A3, Anhang) die zugehörigen Verteilungen der Stahlspannung ermittelt. Aus der Änderung der Stahlspannung über ein Intervall mit der Länge  $\Delta s$  läßt sich die zugehörige Verbundspannung berechnen. Die Verteilung der drei Größen; plastische Stahldehnung, Stahlspannung und Verbundspannung, ist für jeden Probekörper in Bild 28 dargestellt.

Diese drei, entweder direkt als Versuchswerte angefallenen oder aus ihnen abgeleiteten Verteilungen sollen mit Rechenwerten verglichen werden, denen allein die an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke ermittelten Verbundgesetze zugrunde liegen.

Bei Kenntnis der in der Verbundschicht zwischen Stahl und Beton wirkenden Kräfte lassen sich über eine einfache Gleichgewichtsbetrachtung die Stahlspannungen und damit auch die Stahldehnungen beschreiben.

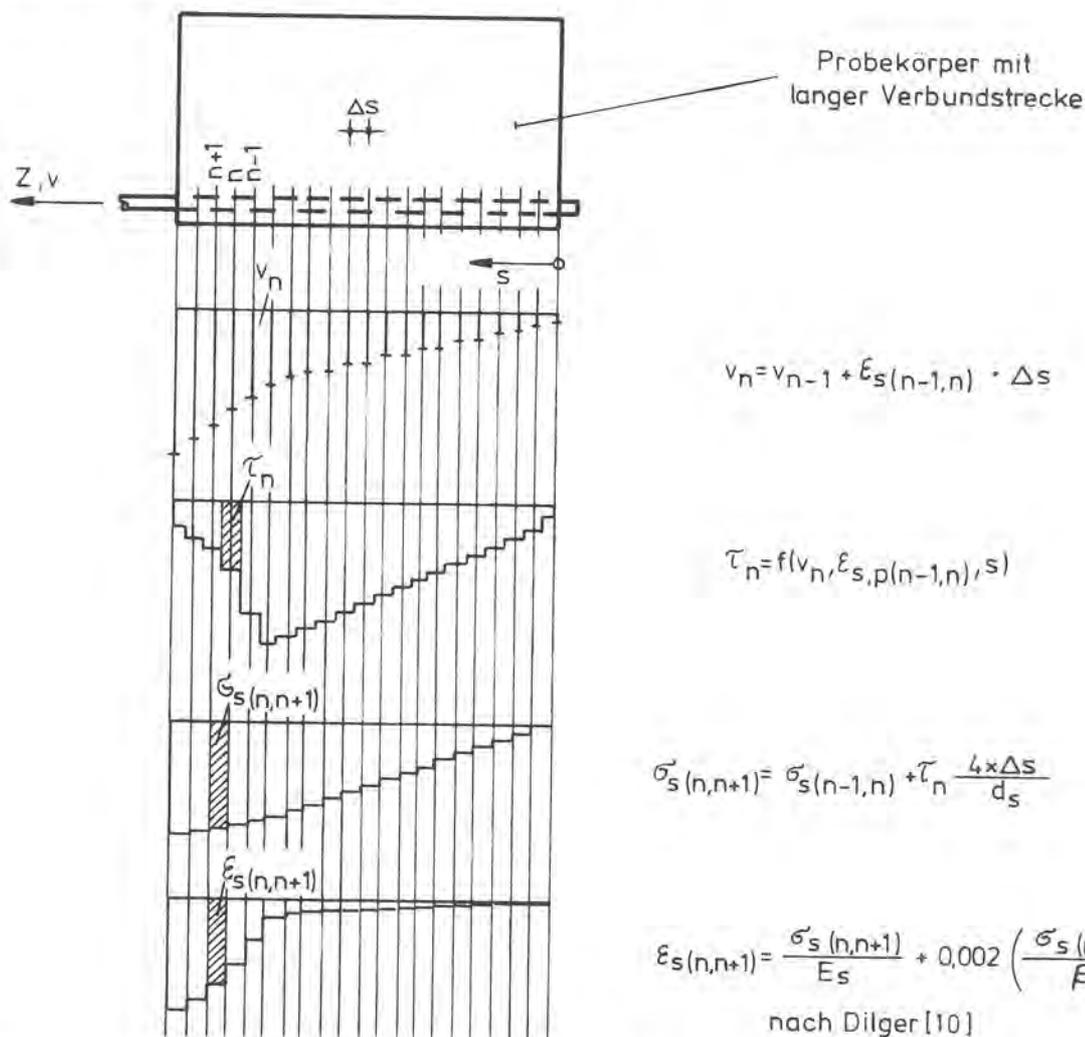
Für ein Intervall des Betonstahles mit der Länge  $\Delta s$  (s. Bild 27) ergibt sich die Beziehung

$$A_s \cdot \sigma_{s(n,n+1)} = A_s \cdot \sigma_{s(n-1,n)} + \tau_n \cdot \pi \cdot d_s \cdot \Delta s$$

und daraus

$$\begin{aligned} \sigma_{s(n,n+1)} &= \sigma_{s(n-1,n)} + \frac{4 \cdot \tau_n \cdot \pi \cdot d_s \cdot \Delta s}{\pi \cdot d_s^2} \\ &= \sigma_{s(n-1,n)} + \frac{4 \cdot \Delta s}{d_s} \cdot \tau_n \end{aligned}$$

In Bild 27 sind die Beziehungen zwischen Verschiebung, Verbundspannung, Stahlspannung und der Stahldehnung zusammengestellt. Für die Funktion  $\epsilon_s = f(\sigma_s)$  wurde ein von Dilger [10] aufgestellter Ansatz gewählt, der eine sehr gute Anpassung der Spannungsdehnungslinie des verwendeten Rippentorstahles  $d_s = 16 \text{ mm}$  an die Versuchswerte ergibt.



**Bild 27:** Beziehungen zwischen Verschiebung  $v$ , Verbundspannung  $\tau$ , Stahlspannung  $\sigma_s$  und Stahldehnung  $\epsilon_s$ .

Sind für einen Punkt Verschiebung und Stahlspannung bekannt, lassen sich aus den in Bild 27 angegebenen Beziehungen die Verschiebungen, Verbundspannungen, Stahlspannungen und Stahldehnungen von Intervall zu Intervall fortschreitend bestimmen.

Mit der Rechnung begonnen wird am unbelasteten Ende des Betonstahles. Hier hat die Stahlspannung den Wert Null. Für die Verschiebung wird der im Versuch gemessene Schlupf angesetzt. Mit diesen beiden Werten und den an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke ermittelten Verbundgesetzen lassen sich für jedes Intervall bis zum lastseitigen Ende des Betonkörpers die Verschiebungen, Verbundspannungen, Stahlspannungen und Stahldehnungen berechnen. Die Verbundstrecke war hierfür in der Rechnung in 45 Intervalle mit einer Länge von je 10 mm unterteilt worden.

Einer Festlegung bedarf es allerdings noch, für welche Bereiche die Verbundgesetze "ohne Rißsimulation" bzw. "mit Rißsimulation" anzusetzen sind.

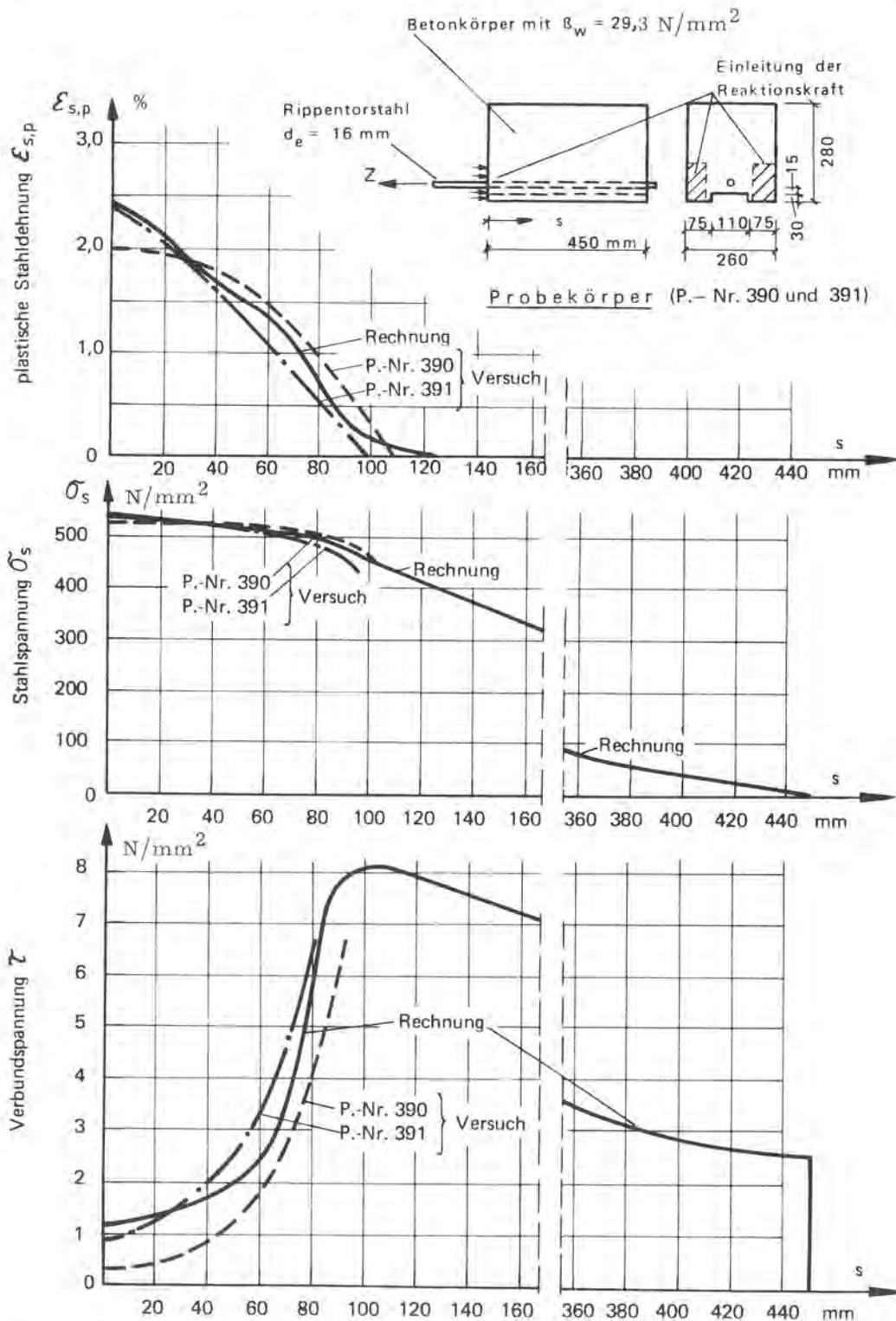
Für die Verhältnisse in der Zugzone eines Stahlbetonbalkens läßt sich aus eigenen Dehnungsmessungen [12] ein Bereich verminderten Verbundes über eine Länge von  $2 d_s$  bis  $3 d_s$  zu beiden Seiten eines Risses ableiten, in dem also die Verbundgesetze "mit Rißsimulation" anzusetzen wären. Diese Beobachtung deckt sich mit Angaben in der Literatur. Wahla [57] untersuchte das Verbundverhalten in der Zugzone eines Stahlbetonbalkens mit Versuchen an zentrisch, in kurze Betonzyylinder eingesetzten und auf Zug beanspruchten Betonstählen. Er ermittelte Verbundminderungen über eine Länge von  $2 d_s$ , beginnend an den Stirnflächen des Betonzyinders, die hier Rißufer simulieren, und einen abrupten Übergang zwischen der Verbundspannungsverteilung in diesen Endbereichen und der in dem mittleren Bereich des Betonzyinders. Lutz [29] stellte für die gleiche Probekörperart auf analytischem Wege eine Verbundminderung über eine Länge von  $2 d_s$  bis  $3 d_s$  ab Rißufer fest.

Aus dem Rißbild und der Verteilung der plastischen Stahldehnung in den Probekörpern mit langer Verbundstrecke, die eine Endverankerung simulieren, muß aber geschlossen werden, daß hier der Bereich verminderten Verbundes wesentlich länger ist als in der Zugzone eines gerissenen Stahlbetonbalkens. Auch Wahla [57] beobachtete in einer weiteren Versuchsreihe an Probekörpern, die der Verankerungszone eines Betonstahles im Auflagerbereich eines Stahlbetonbalkens nachgeoidet waren, eine größere Länge verminderten Verbundes von rd.  $3,5 \cdot d_s$ . Es kann vermutet werden, daß die unterschiedlichen Längen verminderten Verbundes auf die unterschiedlichen Gradienten der Stahlspannungsverteilung in beiden Fällen zurückzuführen sind. Während bei den eine Endverankerung simulierenden Probekörpern mit langer Verbundstrecke die Stahlspannung von dem Maximalwert auf Null abfällt und über Verbund die volle Zugkraft des Stahles auf den Beton übertragen werden muß, weist die Stahlspannung in dem gerissenen und auf Zug beanspruchten Bereich eines Stahlbetonbalkens nur geringe Schwankungen auf.

Das Problem der Lage der Übergangszone vom Bereich "verminderten Verbundes" zum Bereich "unverminderten Verbundes" bedarf aber noch dringend einer weiteren Klärung, da aufgrund des so unterschiedlichen Verhaltens beider Bereiche die Verteilung der Verbundspannungen in einem Stahlbetonbauteil wesentlich von der Lage der Übergangszone beeinflusst wird.

In der Rechnung wurde für den Bereich verminderten Verbundes, in dem die Verbundgesetze "mit Rißsimulation" verwendet werden, für die Probekörper mit langer Verbundstrecke eine Länge von  $4,5 \cdot d_s$  angesetzt und für das Grenzintervall die Verbundspannung aus beiden Verbundgesetzen gemittelt.

Die errechneten Verschiebungen, Verbundspannungen, Stahlspannungen und Stahldehnungen sind in Bild 28 den Versuchswerten gegenübergestellt. Rechenwerte und Versuchswerte stimmen gut überein. Das Bild zeigt deutlich die Verbundminderung hinter der rißsimulierenden Stirnfläche des Betonkörpers und das Anwachsen der plastischen Stahldehnungen bei einer durch den verminderten Verbund bedingten geringen Zunahme der Stahlspannung in diesem Bereich. Daraus ist zu erkennen, daß für die Ermittlung der plastischen Stahldehnungen in einem Stahlbetonbauteil eine möglichst exakte Erfassung des Verbundverhaltens in dem Bereich verminderten Verbundes von großer Bedeutung ist.



**Bild 28:** Ausziehversuch bei langer Verbundstrecke; Verteilung der plastischen Stahldehnung, der Stahlspannung und der Verbundspannung über die Probekörperlänge; Vergleich von Rechnung und Versuch.

Die gute Übereinstimmung von Versuchs- und Rechenwerten bestätigt die Übertragbarkeit der an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke gewonnenen Verbundgesetze auf das Verbundverhalten eines Betonrippenstahles in einem Bauteil.

Unterschiede gab es aber im Bruchverhalten. Der Probekörper P.-Nr. 390 versagte durch Spalten der Betondeckung über deren ganze Länge. Bei dem Probekörper P.-Nr. 391 bildete sich gleichfalls ein Spaltriß in der Betondeckung über eine Länge von 180 mm aus. In beiden Fällen riß die Betondeckung also auch im Bereich unverminderten Verbundes. Bei den Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke ohne Rißsimulation, die den Bereich unverminderten Verbundes repräsentieren, wurde dagegen kein Spalten der Betondeckung beobachtet.

#### 7. Verbund- und Stahlspannungen sowie plastische Stahldehnungen in einem Stahlbetonbalken

Eine weitere Möglichkeit, die Übertragbarkeit der in den Versuchen mit kurzer Verbundstrecke gefundenen Verbundgesetze auf die Verhältnisse in einem Stahlbetonbauteil zu überprüfen, ist die Berechnung der Verteilungen der Verbundspannung, Stahlspannung und plastischen Stahldehnung in einem Stahlbetonbalken und der Vergleich mit den im Balkenversuch ermittelten Verteilungen. Als Vergleichswert wird ein mit 4 Rippentorstählen (BST 420/500 RK)  $d_s = 16$  mm bewehrter Plattenstreifen einer früheren Versuchsserie [12] herangezogen.

Bei diesem Plattenstreifen wurden an allen 4 Stählen die plastischen Stahldehnungen aus den Abstandsänderungen von 30 mm voneinander entfernten, eine Meßkette bildenden Meßmarken ermittelt. Die Stahl- und Verbundspannungen des Plattenstreifens werden, wie bereits im Abschnitt 6.5 für die Probekörper mit langer Verbundstrecke angegeben, aus den gemessenen plastischen Stahldehnungen abgeleitet.

Die rechnerische Ermittlung der Verteilungen und der Vergleich mit den Versuchswerten erfolgt für einen Abschnitt des Plattenstreifens mit einer Länge gleich dem halben mittleren Rißabstand. Der Abschnitt reicht von einem Biegeriße bis zur Mitte des benachbarten, durch die Biegerisse begrenzten Betonblockes (s. Bild 29).

Der Berechnung werden wie bei den Probekörpern mit langer Verbundstrecke die in Bild 27 angegebenen Beziehungen zwischen Verschiebung, Verbundspannung, Stahlspannung und Stahldehnung zugrunde gelegt. Für den Bereich verminderten Verbundes, der hier entsprechend den Angaben im Abschnitt 6.5 ab Rißufer mit einer Länge von  $2,5 \cdot d_s$  anzusetzen ist, werden die an Probekörpern mit Rißsimulation, für den restlichen Bereich die an Probekörpern ohne Rißsimulation ermittelten Verbundgesetze angesetzt. Der betrachtete Bereich mit der Länge gleich dem halben mittleren Rißabstand wird in 10 Intervalle unterteilt. Anfangspunkt der schrittweisen Berechnung ist die Mitte des Betonblockes. Im vorliegenden Fall, maximales Moment bei einer Querkraft  $Q \approx 0$ , kann für die Mitte des Betonblockes die Verschiebung des Betonstahles gegenüber dem Beton zu Null angenommen werden.

Für die Stahlspannung an dieser Stelle wird ein geschätzter Wert angesetzt. Das Rechenverfahren mit Voraussetzungen und Ablauf ist in den Abschnitten 11 und 12 beschrieben. Die für Stahlspannungen im Rißquerschnitt von  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $180 \text{ N/mm}^2$  und  $516 \text{ N/mm}^2$  errechneten Verteilungen der Verbundspannung, der Stahlspannung und der plastischen Stahldehnung sind in Bild 29 aufgetragen.

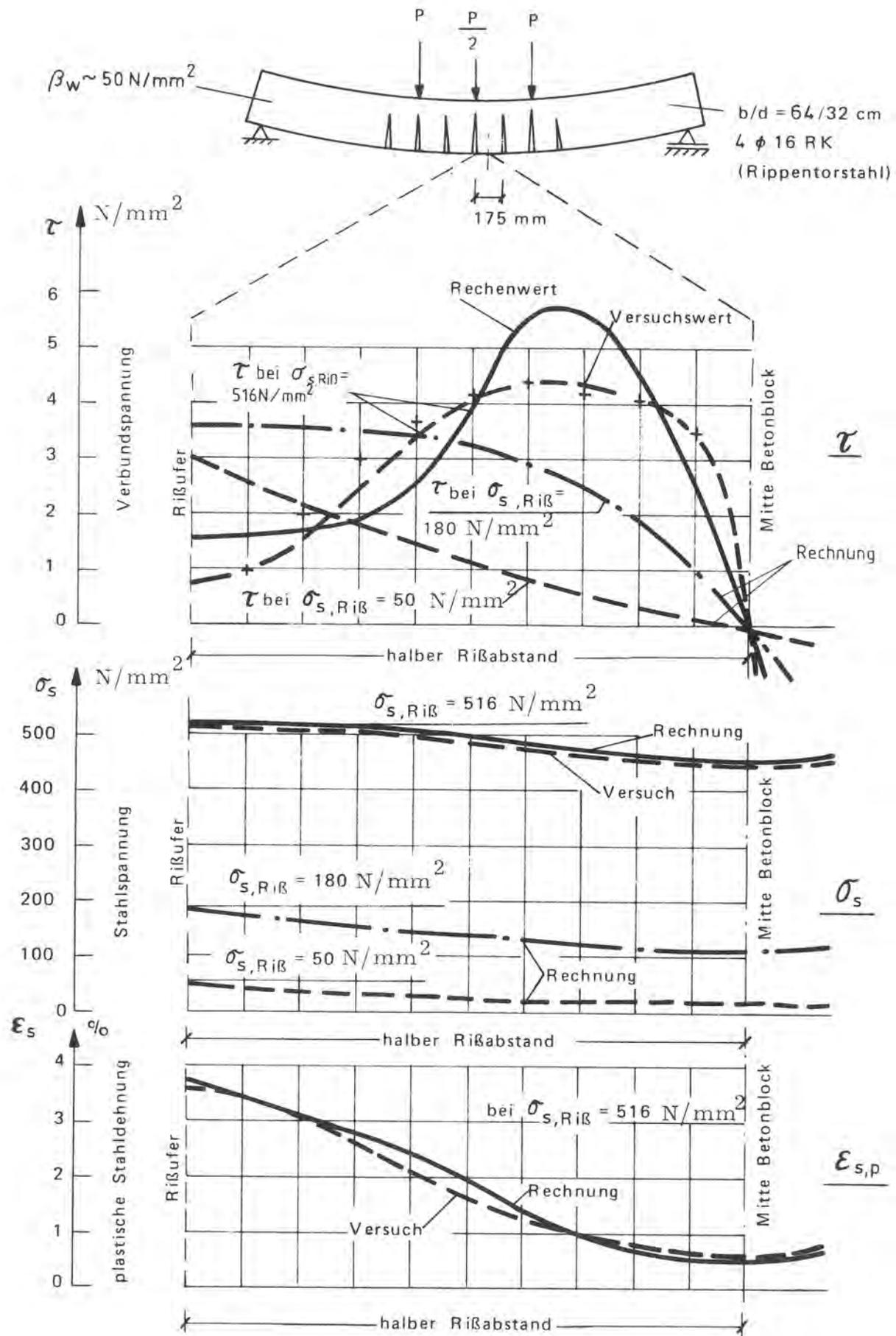


Bild 29: Mit Hilfe der ermittelten Verbundgesetze errechnete Verteilung der Verbundspannung, der Stahlspannung und der plastischen Stahldehnung in einem durch Biegerisse begrenzten Betonblock eines Stahlbetonbalkens; Vergleich mit Versuchswerten.

Auffallend ist, daß sich mit steigender Stahlspannung die Verteilung der Verbundspannungen stark ändert. Während bei einer Stahlspannung im Riß von  $\sigma_{s,Ri\beta} = 50 \text{ N/mm}^2$  die Verteilung der Verbundspannungen die häufig angenommene Dreieckform mit einem Maximum am Rißufer aufweist, macht sich bei  $\sigma_{s,Ri\beta} = 180 \text{ N/mm}^2$  die verminderte Verbundsteifigkeit in Rißnähe durch ein Abflachen der Verbundspannungskurve bereits bemerkbar. Bei  $\sigma_{s,Ri\beta} = 516 \text{ N/mm}^2$ ,  $4 \text{ N/mm}^2$  unterhalb der Zugfestigkeit der Betonstähle, sind die Verbundspannungen in Rißnähe stark abgefallen. Das Maximum der Verbundspannungen hat sich weit in Richtung Mitte Betonblock verschoben (vgl. Abschnitt 15).

Zum Vergleich sind die bei der Prüfung des Plattenstreifens gemessenen plastischen Stahldehnungen (Mittelwerte aus jeweils 6 Einzelwerten) sowie die aus den Mittelwerten der Dehnungen errechneten Stahl- und Verbundspannungen ebenfalls in Bild 29 aufgetragen.

Die auch hier gute Übereinstimmung der Rechenwerte mit den Versuchswerten rechtfertigt nochmals eine Übertragung der an den Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke gefundenen Verbundgesetze auf das Verbundverhalten von Betonrippenstahl in einem Bauteil.

## 8. Schlußfolgerungen aus den Verbunduntersuchungen

### 8.1 Verbundverhalten im Bereich eines Biegerisses

Mit den beiden parallellaufenden Versuchsreihen, ohne Rißsimulation und mit Rißsimulation, konnte gezeigt werden, daß sich das Verbundverhalten im Bereich eines Biegerisses erheblich von dem eines Bereiches in größerem Abstand vom Riß unterscheidet. Im Bereich eines Risses liegt die Verbundfestigkeit wesentlich niedriger als weiter im Innern des Betons. Der Verbund versagt bereits bei kleinen Verschiebungen. Plastische Stahldehnungen vergrößern die Verformungsfähigkeit des Verbundes im Rißbereich jedoch ganz erheblich.

Da sich in einem Stahlbetonbauteil gerade in Rißnähe, also im Bereich verminderten Verbundes, die plastischen Stahldehnungen konzentrieren, ist die Kenntnis des Verbundverhaltens in diesem Bereich zur Bestimmung der plastischen Stahldehnung und damit der inelastischen Verformungen eines Bauteiles von großer Bedeutung. Die vereinfachende Annahme einer völligen Zerstörung des Verbundes im Rißbereich würde in der Rechnung zu große plastische Stahldehnungen ergeben. Die Anwendung der an Probekörpern ohne Rißsimulation ermittelten Verbundgesetze auch im Rißbereich ohne Berücksichtigung der dort ganz anders gearteten Verhältnisse würde in der Rechnung zu geringe Stahldehnungen vortäuschen.

Die Länge des Bereiches verminderten Verbundes in der Nähe eines Risses kann allerdings nur abgeschätzt werden. Hilfen hierfür sind die aus den gemessenen Stahldehnungen der bisher in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Berlin, [12] geprüften Balken errechneten Verbundspannungsverteilungen (z.B. Bild 29) und Angaben in der Literatur. Danach kann im Verankerungsbereich eines Betonstahles die Länge verminderten Verbundes zu  $3,5 \cdot d_s$  bis  $4,5 \cdot d_s$  und im biegebeanspruchten Teil eines Balkens zwischen den Biegerissen zu  $2 \cdot d_s$  bis  $3 \cdot d_s$  angenommen werden.

Weitere Untersuchungen sind aber für eine Bestimmung der Länge des Bereiches verminderten Verbundes dringend erforderlich.

## 8.2 Einfluß der plastischen Stahldehnung

Erfährt der im Verbund liegende Betonstahl eine plastische Dehnung, vermindert sich, wie zu erwarten, die Verbundfestigkeit. In größerem Maße wirkt sich das plastische Dehnen des Stahles jedoch auf die Steifigkeit des Verbundes aus, die bei Verschiebungen unter 0,5 mm erheblich mit steigender Stahldehnung abnimmt. Im Bereich verminderten Verbundes neben einem Riß führt diese Verringerung der Verbundsteifigkeit aber zu einer größeren Verformungsfähigkeit des betrachteten Verbundintervalls. Dadurch bleibt das fast spröde Versagen des Verbundes, wie es bei den Probekörpern mit Rißsimulation und einer plastischen Dehnung des Betonstahles von  $\epsilon_{s,p} = 0,0\%$  zu beobachten war, auf kleine plastische Stahldehnungen ( $\epsilon_{s,p} < \sim 0,8\%$ ) beschränkt.

## 8.3 Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse auf den Verbund in einem Bauteil

Vergleichende Untersuchungen zeigten, daß die Verbundminderung in Rißnähe und der Einfluß der plastischen Dehnung des Betonstahles zutreffend durch die ermittelten Verbundgesetze erfaßt werden. Die gute Übereinstimmung der Rechenwerte mit den Versuchswerten rechtfertigt eine Übertragung der Verbundgesetze auf das Verbundverhalten einer aus Rippentorstahl bestehenden Zugbewehrung eines Bauteiles sowohl bei elastischen als auch bei inelastischen Verformungen.

## 8.4 Verteilung der Verbundspannung zwischen den Biegerissen eines Stahlbetonbauteiles

Zwischen zwei Biegerissen eines Stahlbetonbauteiles ist die Verteilungsform der Verbundspannung abhängig von der Größe der Stahlspannung in den benachbarten Rissen (s. Bild 29).

## 8.5 Einfluß der Verbundgüte auf die Dehnung der Zugbewehrung in einem Bauteil

Je besser der Verbund, um so größer ist die Dehnungsbehinderung des Stahles. Andererseits, je besser der Verbund, um so zahlreicher sind die Biegerisse. Da jeder BiegeriB in den Rißufern eine Verbundminderung zur Folge hat, bedeutet eine Vergrößerung der Anzahl von Biegerissen eine Verminderung der Dehnungsbehinderung des Stahles. Diese beiden gegenläufigen Einflüsse der Verbundgüte auf die Dehnungsbehinderung des Stahles und damit auf die Verformungen des Stahlbetonbauteiles sind abhängig von der Größe der von dem Beton der Biegezugzone aufnehmbaren Zugkraft. Ist die vom Beton aufnehmbare Zugkraft nur wenig kleiner als die Stahlzugkraft, wie es bei kleinem Bewehrungsprozentsatz in einem Rechteckquerschnitt der Fall ist, überwiegt der erste Einfluß, nämlich die mit steigender Verbundgüte anwachsende Dehnungsbehinderung des Stahles. Im Extremfall führt diese Dehnungsbehinderung zu einem nahezu sprödem Versagen des Bauteiles durch Beschränkung der plastischen Stahldehnungen auf einen kleinen Rißbereich. Ist dagegen die von dem Beton aufnehmbare Zugkraft gegenüber der Stahlzugkraft sehr klein, wie bei hohen Bewehrungsprozentsätzen und Bauteilprofilen mit schmaler Betonzugzone, z.B. T-Profil, überwiegt der zweite Einfluß, die mit steigender Verbundgüte durch Vergrößerung der Rißanzahl abnehmende Dehnungsbehinderung des Stahles. Die Dehnungsunterschiede von Stahl und Beton finden einen Ausgleich durch eine größere Anzahl von Biegerissen; der Stahl wird durch den umgebenden Beton trotz guten Verbundes nur wenig in seiner Dehnung behindert.

## 8.6 Einfluß der Verbundgüte auf das Verhalten der Betondruckzone

Guter Verbund hat bei den Bewehrungsprozentsätzen über 0,3 % kleine Abstände der zum Dehnungsausgleich erforderlichen Biegerisse zur Folge. Damit verringert sich bei gleicher Gesamtformänderung des plastischen Bereiches eines Stahlbetonbauteiles die dem Beton der Druckzone über einem Riß durch dessen Weiten aufgezwungene Stauchung. Bei schlechtem Verbund, z.B. bei glattem Rundstahl, entstehen nur wenige Biegerisse. Bei gleicher Gesamtformänderung müssen sich die wenigen Risse sehr weit öffnen. Dem Beton der Druckzone wird hierdurch eine große Stauchung aufgezwungen.

Es ist zu erwarten, daß ab einer bestimmten Auslastung der Druckzone Stahlbetonbauteile mit gutem Verbund infolge der Aufteilung der Betonstauchung auf viele Risse eine größere Verformungsfähigkeit besitzen als Bauteile mit schlechtem Verbund.

## 8.7 Prüfanordnung

Bei Verbunduntersuchungen sollte klar unterschieden werden zwischen vergleichenden Versuchen zur Bestimmung der Verbundqualität von Betonstählen mit unterschiedlichen Oberflächenausbildungen einerseits und Versuchen zur Bestimmung des Einflusses des Verbundes auf das Trag- und Verformungsverhalten eines Stahlbetonbauteiles andererseits.

Während bei Untersuchungen, die lediglich dem Vergleich von Verbundqualitäten von Betonstählen mit unterschiedlichen Oberflächenausbildungen dienen, eine gute Reproduzierbarkeit der Ergebnisse im Vordergrund steht, der pull-out-Test nach [45] mit mittiger Lage des Betonstahles also angebracht ist, müssen im Fall der das Trag- und Verformungsverhalten eines Bauteiles betreffenden Verbunduntersuchungen alle Parameter möglichst den jeweils im Bauteil vorhandenen Verhältnissen entsprechen.

Bei Ausziehversuchen an Betonstählen mit spiralförmig verlaufenden Rippen in Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke sollte durch geeignete Maßnahmen ein Herausdrehen des Betonstahles während des Ausziehens verhindert werden.

## Teil B

Berechnung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbetonbalken

### 9. Zielsetzung der Rechnung

Das Verbundverhalten zwischen Beton und Stahlbewehrung kann Art und Größe der inelastischen Verformungen von Stahlbetonkonstruktionen wesentlich beeinflussen. Auch bei diesem Problem ist es nicht möglich, dem Einfluß nur experimentell nachzugehen und den ganzen Parameterbereich durch Versuche abzudecken. Deswegen wird aufgrund eines noch überschaubaren mechanischen Modells ein Verfahren aufgestellt, mit dem inelastische Verformungen von biegebeanspruchten Stahlbetonbalken unter Einbeziehung des experimentell ermittelten Verbundverhaltens berechnet und die Wirkungen der Haupteinflußparameter auch quantitativ verfolgt werden können. Die inelastischen Verformungen der Balken werden dabei zu Drehungen plastischer Gelenke zusammengefaßt, so daß die Verformungsfähigkeit einer Stahlbetonkonstruktion in der Form der Drehfähigkeit ihrer plastischen Gelenke ausgedrückt werden kann. Eine wichtige Voraussetzung für die Verformungsberechnung gerissener Stahlbetonbauteile ist die Kenntnis des Rißbildes, das die Dehnungsbehinderung des Stahles durch den Verbund und das Verhältnis der Dehnungsspitzen in den Rißquerschnitten zu den mittleren Dehnungen beeinflusst. Deshalb muß der Berechnung der Gesamtdrehung eines plastischen Gelenkes eine Berechnung des Rißabstandes vorangestellt werden. Der Vergleich mit Ergebnissen aus Balkenversuchen liefert die Bestätigung, daß das benutzte Verfahren die Wiedergabe der Realität in Form von Interpolation zwischen durch Versuche bestätigten Stützpunkten ermöglicht.

Neben anderem soll auch der Parameterbereich abgegrenzt werden können, in dem die Berücksichtigung des verschieblichen Verbundes bei der Berechnung inelastischer Verformungen noch erforderlich ist. Dazu werden die Rechenergebnisse unter Berücksichtigung des verschieblichen Verbundes mit solchen zu vergleichen sein, die auf vereinfachten Annahmen für das Verbundverhalten beruhen. Die Umdeutung der Drehungen plastischer Gelenke auf mittlere plastische Krümmungen erweist sich dabei als zweckmäßig.

Da im Rahmen dieser Arbeit nicht alle Parameterbereiche, die für konkrete Anwendungsfälle von Interesse sein könnten, erfaßt werden können, ist ein Rechenverfahren anzuwenden, das auch von anderen mit einem noch für den Einzelfall vertretbaren Aufwand gehandhabt werden kann. Es wird deshalb nicht mit der Methode der finiten Elemente (FEM), sondern mit einem speziellen Modell für einen Stahlbetonbalken gearbeitet, das auf Minicomputern oder auch noch auf geeigneten Mikrocomputern zu programmieren ist.

### 10. Hinweise zu Berechnungsmethoden für inelastische Verformungen von Stahlbetontragwerken

Schon eine wirklichkeitsnahe rechnerische Ermittlung des Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslast, also meist im Zustand II, bedingt einen großen Umfang an theoretischen Überlegungen und an Kenntnissen über das Materialverhalten von Beton und Stahl sowie über deren Zusammenwirken im Ver-

gleich zu entsprechenden Berechnungen bei Bauteilen aus Metall. Außer den Schwierigkeiten, die Risse als Singularitätsstellen bei Elastizitätstheoretischen Ansätzen darstellen, bleibt ihr jeweiliges, der Beanspruchungshöhe zugeordnetes Auftreten und ihr Abstand voneinander ein Problem, das immer wieder dazu führt, im Rahmen der Entwicklung von Berechnungsmethoden für Verformungen von Stahlbetonbauteilen mehr oder minder frühzeitig den Rißeinfluß pauschalisierend empirisch zu berücksichtigen und im Detail zu vernachlässigen. Bei der Berechnung inelastischer Verformungen tritt diese Problematik noch verschärft in den Vordergrund, da das Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton auch von der plastischen Verformung des Stahles abhängt. Außerdem unterscheiden sich noch sowohl die Größe als auch die Art dieser Abhängigkeit, je nachdem, ob man einen Bereich zwischen zwei Rissen oder nahe eines Risses betrachtet, s. Abschn. 5.3.3 und 5.3.4.

Diese Schwierigkeiten werden oft umgangen, indem der Verbundeinfluß sowohl bei der Ermittlung der Steifigkeit als auch bei der Verformungsfähigkeit nicht berücksichtigt wird. Damit braucht und kann auch der Rißabstand wirklichkeitsnah nicht ermittelt werden; er geht in die Berechnung nicht ein (Dilger [10], Tennstedt [55], CUR [8], Baker [2]), oder er wird als geschätzte Größe eingeführt (Moosecker [33]) bzw. die Risse werden bereichsweise "verschmiert" (Grünberg [18a], Gilbert/Warner [17]). Ein Schritt in Richtung zur Berücksichtigung des Verbundes wird in (Borges u.a. [5]) gemacht, in dem für Beanspruchungen im Stahl unterhalb der Streckgrenze die Spannungsdehnungslinie des Stahles modifiziert wird, um damit die Behinderung durch den Beton zu erfassen. Im plastischen Bereich wird der Verbund auch hier vernachlässigt und die Verformungsfähigkeit durch die Dehnungsendwerte 3,5 % für Beton und 10 % für Stahl begrenzt. Eine ähnliche Tendenz wird auch in Quast [41] verfolgt.

Die einfachste Berücksichtigung des Verbundes ist die Annahme einer konstanten, von der Größe der Verschiebung unabhängigen Verbundspannung. Hiervon wird in Bachmann [1] Gebrauch gemacht unter Hinweis auf das Verhalten des schweizerischen Riegelstahles, bei dem sich nach schnellem Anstieg über eine kurze Verschiebungsstrecke ein für größere Verschiebungswerte konstanter Verschiebungswiderstand einstellen soll. Der Rißabstand wird dann aus Gleichgewichtsbedingungen berechnet. Dabei wird ein von der Entfernung zum Riß in seiner Größe unabhängiger Bereich angenommen, in dem gleichmäßig verteilte Betonzugspannungen wirken, die bei Erreichen der Betonzugfestigkeit zum Riß führen. Die Anwendbarkeit dieser Rißabstandsrechnung ist in Bachmann [1] auf Bewehrungsprozentsätze  $> 0,7\%$  eingeschränkt worden.

Ein von der Verschiebung  $v$  linearer Ansatz für die Verbundspannung  $\tau$  sowie ein empirisch quantifizierter Potenzansatz und Ansätze, bei denen  $\tau$  von der Entfernung zum Riß, der Zeitdauer seit der Betonherstellung und der Betonfestigkeit abhängig gemacht wird, wurden in Schack [49], Noakowski [37], Svensvik [52] und Koch [24] nur für den Bereich des Gebrauchszustandes bzw. für Spannungen im Stahl bis zur Streckgrenze benutzt. Rißabstände sind dazu auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage mit der Zufallsvariablen "Betonzugfestigkeit" von Schack [49] oder mittels Verwendung von FEM für die Betonscheiben zwischen den Rissen von Koch [24] und Svensvik [52] ermittelt worden.

Die in Teil A beschriebenen Verbundgesetze, die die Abhängigkeit der Verbundspannung von der Verschiebung und der plastischen Stahldehnung sowie die Ver-

bundbeeinflussung durch die Rißnähe berücksichtigen, wurden (dem damaligen Stadium der Untersuchungen entsprechend) in Plauk [39] bei der Berechnung mittels FEM verwendet. Bei schrittweise gesteigerter Beanspruchungshöhe wird dasjenige Element in einem Bereich mit Betonspannungen, die größer als die Betonzugfestigkeit sind, mit der größten rechnerischen Spannung als gerissen angesetzt. Bruchspannungs-Grenzkurven für zweiachsige Beanspruchung und eine Stahldehnung von 50 % begrenzen die Verformungsfähigkeit. Um Verbundgesetze dieser Art berücksichtigen zu können, muß allerdings die Elemententeilung so fein gewählt werden, daß zwischen zwei Rissen immer noch eine ausreichende Anzahl ungerissener Betonelemente liegt, damit die unterschiedlichen Verbundverhältnisse auch erfaßt werden können. Bei dieser notwendigen "Feinstrukturanalyse" stößt man jedoch bald an die Kapazitätsgrenzen der FEM, wenn es darum geht, das Verhalten umfangreicherer Stahlbetonkonstruktionen als Einfeldbalken zu berechnen.

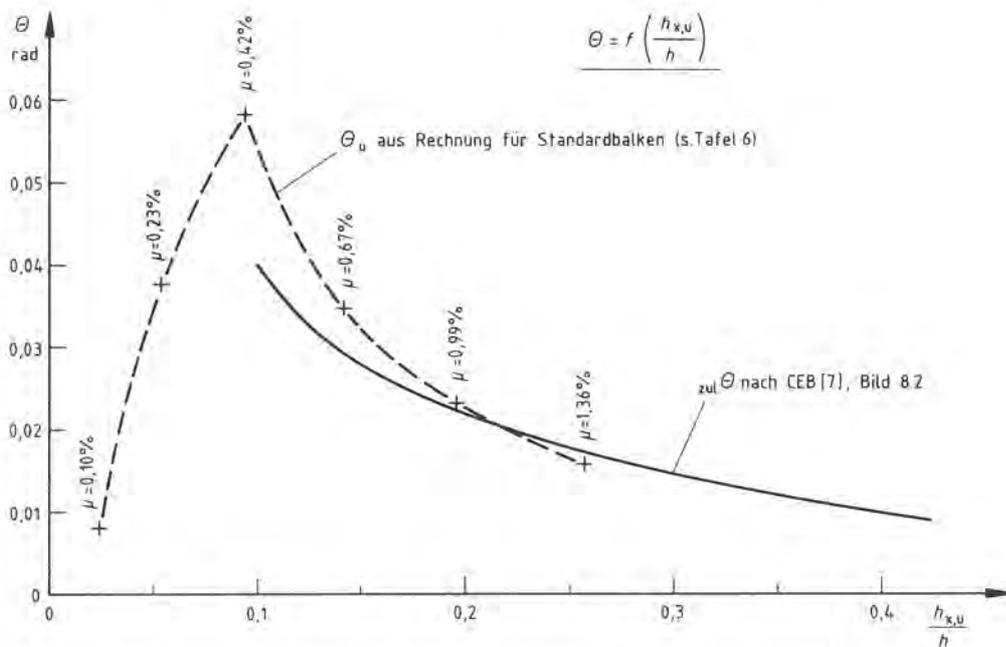
Aus diesem Grunde wird auch in neueren Rechnungen mit der Methode der finiten Elemente weiterhin mit starrem Verbund gerechnet, oder versucht, die Mitwirkung des Betons der Zugzone durch eine vereinfachende Betrachtung zu berücksichtigen. So formuliert Wegner [59] ein Materialgesetz für den integrierten Werkstoff Stahlbeton in der Form einer Momentenkrümmungsbeziehung, in der die Mitwirkung des Betons auf Zug enthalten ist. Gilbert/Warner [17] beschreiben die Mitwirkung des Betons der Zugzone mit einem Schichtenmodell mit starrem Verbund zwischen den Schichten und zwischen Stahl und Beton, wobei aber dem Beton der verschiedenen Schichten unterschiedliche Zugspannungen zugeordnet werden. Stauder [53] bestimmt mit einem angenommenen Verlauf der Verschiebungen zwischen Stahl und Beton sowie Ausdrücken für mittlere Stahl- und Betonspannungen Rißabstände, die auch erheblich kleiner als die gewählte Elementlänge sein können. In den drei zitierten Arbeiten werden jedoch, wie in vielen Arbeiten, die Verformungen entweder nur im Gebrauchszustand oder bis zu einer Stahldehnung  $\epsilon_s = 5\%$  betrachtet. Auch bei der Beurteilung des Versagens der Druckzone kann es in FEM-Rechnungen Probleme geben, da mit den oft relativ großen Elementen Spannungskonzentrationen über Rissen oder im Bereich von Lasteinleitungen nur schlecht erfaßt werden können.

Deswegen werden einfachere mechanische Modelle auch in diesem Bereich immer angewendet werden. In Dilger [10] wird dabei noch vom Ebenbleiben der Querschnitte ausgegangen, die Mitwirkung des Betons in der Zugzone vernachlässigt und die maximale plastische Verdrehung eines plastischen Gelenkes aus dem Produkt eines maximalen Wertes für die plastische Krümmung und einer sog. plastischen Länge  $l_p$ , über die diese Krümmung vereinfachend als konstant angesehen wird, berechnet. Ebenso wie in Baker [2] muß  $l_p$  aus Versuchswerten bestimmt werden. Von der Auswertung zahlreicher Versuche ausgehend wird in Rao [42] eine mittlere Stahldehnung verwendet, bei der mittels eines Korrekturgliedes die Mitwirkung des Betons auf Zug für Stahlspannungen unterhalb der Streckgrenze berücksichtigt wird. Dieses Korrekturglied ist abhängig von der Betonzugfestigkeit, dem Bewehrungsprozentsatz und von dem Verhältnis der Stahlspannung im Riß zur Stahlspannung an der potentiellen Rißstelle bei Rißbildung. Für Stahlspannungen oberhalb der Streckgrenze wird der Einfluß der Betonzugzone vernachlässigt. Von einer mittleren Stahldehnung nach Rao [42] ausgehend wird auch in Tennstedt [55] eine Momenten-Krümmungsbeziehung bei Annahme von ebenbleibenden Querschnitten ermittelt. Die Verformungsfähigkeit wird durch die Begrenzung der Betondehnung auf 3,5 % und der Stahldehnung auf 5 % quantifiziert. Ebenfalls unter Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte wird in Hees [19] dargestellt, wie mit einem sehr vari-

ablen Potenzansatz für die Momenten-Krümmungsbeziehung mit der Begrenzung durch eine Bruchkrümmung, beides der Erfahrung und Versuchsergebnissen gut anpaßbar, die Verformungen von Biegeträgern berechnet werden können.

Auf Beispiele für Momenten-Krümmungsbeziehungen wird in Eibl [11] hingewiesen. Auch hierbei müssen den entscheidenden Größen wie Krümmung beim Reißen und bei beginnender Plastizität Bauteilversuche zugrunde liegen.

Die starke Abhängigkeit der Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes vom Bewehrungsprozentatz und dem Verhältnis Normalkraft zu Moment wird in Macchi [32] und CEB [7] über das Verhältnis der Druckzonenhöhe zur statischen Höhe eines Balkens berücksichtigt. Das in CEB [7], Bild 8.2 wiedergegebene Diagramm, in dem die Abhängigkeit einer zulässigen Drehung von dem Verhältnis Druckzonenhöhe  $h_{x,u}$  zur statischen Höhe  $h$  dargestellt ist, macht keine Aussage für Verhältnismerte  $h_{x,u}/h < 0,1$ . Eine Extrapolation der angegebenen Kurve im Bereich kleiner Verhältnismerte  $h_{x,u}/h$  ergäbe auch zu große Drehungen des plastischen Gelenkes, wie es der Vergleich mit Rechenwerten zeigt (s. Bild 30).



**Bild 30:** Vergleich der in CEB [7], Bild 8.2, angegebenen zulässigen Drehungen eines plastischen Gelenkes mit errechneten Bruchdrehungen. In beiden Fällen ist der Einfluß einer Querbewehrung nicht berücksichtigt.

Ein mechanisches Modell ohne Rückgriff auf die Bernoullische Hypothese wurde in Bachmann [1] entwickelt. Der sich inelastisch verformende Balken wird dabei in Balkenelemente mit je einem Riß in Elementmitte unterteilt. Die Drehung des plastischen Gelenkes ergibt sich als Summe der Rißwinkel derjenigen Elemente, in denen die Stahlspannung im Riß die Streckgrenze überschreitet. Die Drehfähigkeit ist durch die kritische Rißweite begrenzt, die erreicht ist, wenn entweder die Zugbewehrung sich beginnt einzuschnüren (Gleichmaßdehnung überschritten) oder die Verformungsfähigkeit der Betondruckzone erschöpft ist. Bei der Verformungsberechnung der Druckzone wird die ungleichmäßige Verteilung der Betondehnungen in Balkenlängsrichtung zwischen den Rißquerschnitten durch einen anschaulichen Ansatz näherungsweise berücksichtigt, bei dem entscheidend das Verhältnis der Höhe der Druckzonen im Rißquerschnitt zum Rißabstand eingeht. Bei den theoretischen Ableitungen wird in Bachmann [1] zwar ein verschieblicher Verbund

und eine von der Größe der Verschiebung abhängige Verbundspannung zugrunde gelegt, jedoch ist bei der Berechnung des Rißabstandes wie auch der Verformungsfähigkeit - wie schon eingangs erwähnt - vereinfachend mit konstanter Verbundspannung und konstanten Betonzugspannungen gearbeitet worden.

Das in den folgenden Abschnitten näher beschriebene Verfahren wurde seinerzeit von Eifler [12] und Eifler/Plauk [13] unabhängig von Bachmann [1] für Parameterstudien bezüglich der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken entwickelt. Die Grundlage des mechanischen Modells ist ähnlich der in Bachmann [1], jedoch wird bei der Ermittlung des Rißabstandes nicht eine mittlere, sondern die von der örtlichen Verschiebung abhängige Verbundspannung eingeführt und außerdem wird der Bereich, in dem Betonzugspannungen zwischen zwei Rissen wirken, den Erfahrungen über die Ausbreitung einer Beanspruchung, ausgehend von einer örtlich konzentrierten Quelle (Kraftausstrahlung), angepaßt. Aufgrund der Ergebnisse der Verbundversuche, Teil A, kann auch wirklichkeitsnahes Verbundverhalten, bei dem die Verbundspannungen von den Verschiebungen, den plastischen Stahldehnungen und der Rißnähe abhängig sind, in die Rechnung eingeführt werden.

## 11. Rechenmodell

Auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbalken verformen sich in den Bereichen, in denen der Bewehrungsstahl plastifiziert, ausgeprägt diskontinuierlich. Die Balkenkrümmung konzentriert sich dabei auf die Biegerisse, während die zwischen den Rissen liegenden Betonblöcke nur einen kleinen Beitrag zur Krümmung leisten. Aus dieser Versuchserfahrung heraus wird in der Rechnung von folgender Modellvorstellung ausgegangen.

Im plastifizierten Bereich des Balkens stellt die Biegelinie einen Polygonzug mit Knickpunkten in den Biegerissen dar. Die Neigungsänderung der Biegelinie in einem Riß entspricht dabei der Formänderung eines Balkenelementes, welches durch die Mittenquerschnitte der dem Riß benachbarten Betonblöcke begrenzt ist (s. Bild 31).

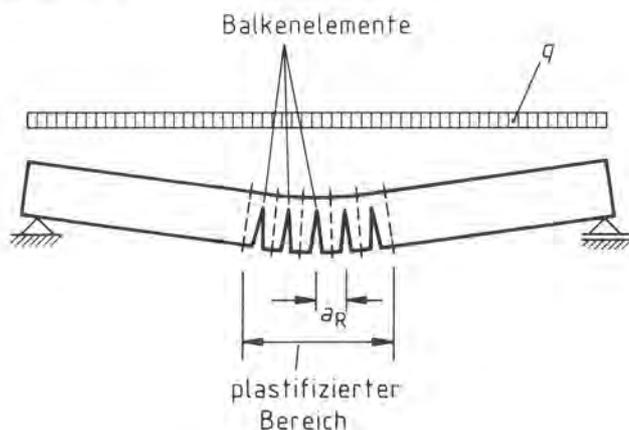


Bild 31: Rechenmodell

Entsprechend dieser Vorstellung wird die Formänderung des Balkens nicht wie üblich als Krümmung aus den Randfaserdehnungen über die Länge eines Balkenabschnittes differential kleiner Länge, sondern als Drehung der Endquerschnitte des Balkenelementes aus den über die Länge des Balkenelementes integrierten Dehnungen berechnet. Die Summe der plastischen Anteile dieser Drehungen ergibt die Drehung eines plastischen Gelenkes. Die als Drehfähigkeit bezeichnete maximale plasti-

sche Verformung ist erreicht, wenn in dem maximal beanspruchten Balkenelement die Stahlspannung der Zugfestigkeit des Stahles entspricht, oder ein das Versagen der Druckzone kennzeichnender Drehwinkel  $\Delta\theta_b$  überschritten wird.

## 12. Balkenelement

### 12.1 Drehung eines Balkenelementes

Ein herausgelöstes Balkenelement ist in Bild 32 dargestellt. Folgende Voraussetzungen werden getroffen, welche weitgehend den Verhältnissen eines plastischen Gelenkes in einem Bereich mit geringer Querkraft entsprechen:

1. Die Rißufer stehen senkrecht zur Balkenachse.
2. Die Dehnungen des Betons der Zugzone werden gegenüber den 10 bis 200 mal größeren Dehnungen des Stahles vernachlässigt. Damit bleiben Rißufer und benachbarter Rand des Balkenelementes parallel.
3. Die Änderung des Biegemomentes über die Länge des Balkenelementes ist vernachlässigbar klein.
4. Die Verschiebung zwischen Stahl und Beton ist an den Elementrändern, d.h. in den Mitten der dem Riß benachbarten Betonblöcke, gleich Null.

Außerdem wird vereinfachend zugrunde gelegt:

5. Eine eventuell in der Druckzone vorhandene Längsbewehrung wird vernachlässigt.

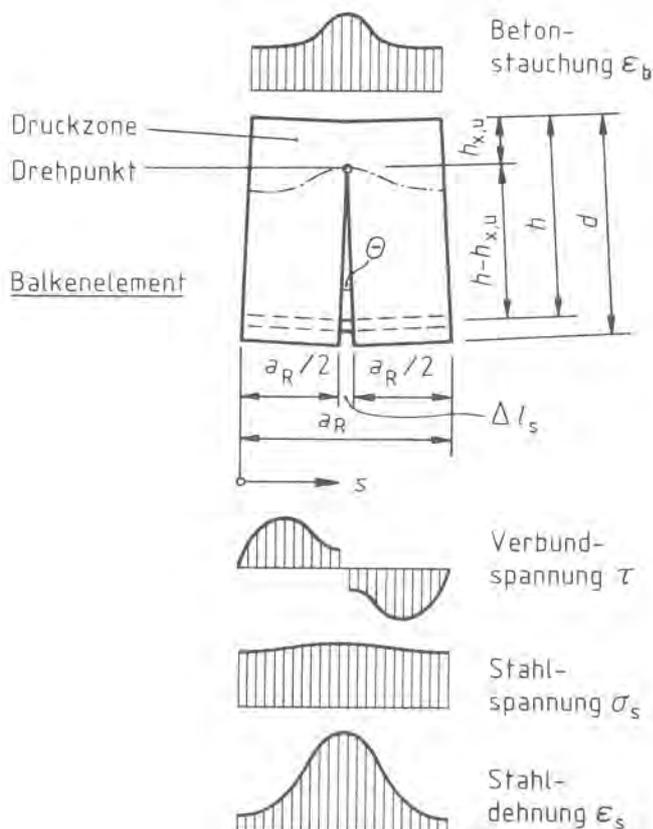


Bild 32: Balkenelement

Der Drehpunkt der Relativdrehung der Ränder des Balkenelementes liegt wegen 1. aus Symmetriegründen im Rißquerschnitt und wegen 2. in Höhe der unteren Begrenzung der Betondruckzone, d.h. an der Rißspitze. Damit ergibt sich die Relativ-

drehung der Elementränder aus der Längenänderung des Stahles über die Elementlänge zu

$$\Delta\theta = \frac{\Delta l_s}{h-h_{x,u}} \quad (1)$$

Die Längenänderung  $\Delta l_s$  erhält man durch Integration der infolge der Verbundwirkung veränderlichen Stahldehnung  $\epsilon_s$  unter Ausnutzung der Symmetrie (s. Bild 32) aus

$$\Delta l_s = 2 \cdot \int_{s=0}^{s + \frac{a_R}{2}} \epsilon_s \cdot ds \quad (2)$$

Die Abhängigkeit der Stahldehnung von der Stahlspannung ist der Spannungsdehnungslineie des Stahles zu entnehmen. Diese kann in Funktionsform nach Dilger [10] in sehr guter Näherung durch den Ansatz

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,002 \left( \frac{\sigma_s}{\beta_{0,2}} \right)^m \quad (3)$$

ausgedrückt werden. Durch entsprechende Wahl des Exponenten  $m$  wird die Funktion an gegebene Spannungslinien angepaßt. Das zweite Glied des Ansatzes stellt den plastischen Anteil der Dehnung dar, der unabhängig von der Größe des Exponenten  $m$  für  $\sigma_s = \beta_{0,2}$  den Wert  $0,002 = 0,2\%$  entsprechend der Definition der Streckgrenze  $\beta_{0,2}$  besitzt.

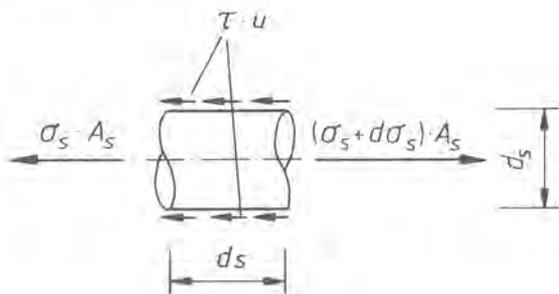


Bild 33: An einem Betonstahlabschnitt der Länge  $ds$  wirkende Kräfte

An einem Stahldifferential  $ds$  wirken neben den Zugkräften  $\sigma_s \cdot A_s$  und  $(\sigma_s + d\sigma_s) \cdot A_s$  in den Querschnittsflächen die Verbundkraft  $\tau \cdot \Sigma u \cdot ds$  am Umfang der Stähle (s. Bild 33), wobei  $\Sigma u$  die Summe der Umfänge  $u$  der einzelnen Stähle bezeichnet.

Aus dem Gleichsetzen der Stahlzugkraftänderung und der in der Verbundschicht wirkenden Kraft

$$d\sigma_s \cdot A_s = \tau \cdot \Sigma u \cdot ds \quad (4)$$

ergibt sich die Änderung der Stahlspannung infolge der Verbundwirkung zu

$$d\sigma_s = \frac{\tau \cdot \Sigma u}{A_s} \cdot ds \quad (5)$$

Für  $N$  Stähle mit Kreisquerschnitt gilt

$$d\sigma_s = \frac{\tau \cdot N \cdot \pi \cdot d_s}{N \cdot \pi \cdot d_s^2 / 4} \cdot ds = \frac{\tau \cdot 4}{d_s} \cdot ds \quad (5a)$$

Die Verbundspannung an der Stelle  $s$ ,  $\tau = f(v; \epsilon_{s,p})$  wird in Abhängigkeit von den an der Stelle  $s$  vorhandenen Werten der Verschiebung  $v$  und der plastischen

Stahldehnung  $\epsilon_{s,p}$  aus den in den Tafeln A9 und A10 des Anhanges zusammengestellten Versuchswerten linear interpoliert.

Die Änderung der Verschiebung im Differential  $ds$  ergibt sich bei Vernachlässigung der Betondehnung zu

$$dv = \epsilon_s \cdot ds \quad (6)$$

Da hier nicht von einem linearen Zusammenhang zwischen der Stahlspannung und der Stahldehnung ausgegangen werden kann und die Verbundspannung nicht in Funktionsform, sondern als ein aus Feldern von Versuchswerten entnommener Wert vorliegt, ist eine Lösung der die Differentialbeziehungen (5a) und (6) verknüpfenden Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes nicht möglich. Das Integral (2) wird deshalb durch schrittweise Integration über die Differenzenbeziehungen für die Gleichungen (5a) und (6)

$$\Delta\sigma_s = \frac{\tau \cdot 4}{d_s} \cdot \Delta s \quad (7)$$

$$\Delta v = \epsilon_s \cdot \Delta s \quad (8)$$

ermittelt.

Für die schrittweise Integration wird der Abstand zwischen Riß und Elementrand in zehn Intervalle mit der Länge  $a_{R/20}$  unterteilt (s. Bild 34). Mit den Anfangswerten  $v_0 = 0$  mm und einer beliebigen Stahlspannung  $\sigma_{s,0}$  im Punkt  $s = 0$  beginnend können nun mit den nachstehend angegebenen Beziehungen die Verschiebungen, Verbundspannungen, Stahlspannungen und Stahldehnungen von Intervall zu Intervall fortschreitend bestimmt werden.

Verschiebung im Punkt  $n$  (s. Bild 34)

$$\begin{aligned} v_n &= v_{n-1} + \Delta v \\ &= v_{n-1} + \epsilon_{s(n-1,n)} \cdot \Delta s \end{aligned} \quad (9)$$

Verbundspannung im Punkt  $n$

$$\tau_n = f(v_n, \epsilon_{s(n-1,n)}) \quad (10)$$

Stahlspannung im Intervall  $n, n+1$

$$\begin{aligned} \sigma_{s(n,n+1)} &= \sigma_{s(n-1,n)} + \Delta\sigma_{s,n} \\ &= \sigma_{s(n-1,n)} + \frac{\tau_n \cdot 4}{d_s} \cdot \Delta s \end{aligned} \quad (11)$$

Stahldehnung im Intervall  $n, n+1$  (nach (3))

$$\epsilon_{s(n,n+1)} = \frac{\sigma_{s(n,n+1)}}{E_s} + 0,002 \left( \frac{\sigma_{s(n,n+1)}}{\beta_{0,2}} \right) \quad (12)$$

Die Längenänderung des Stahles über die Länge des Balkenelementes ergibt sich zu

$$\Delta l_s = 2 \cdot \Delta s \cdot \sum_{n=0}^{n=9} \epsilon_{s(n,n+1)} \quad (13)$$

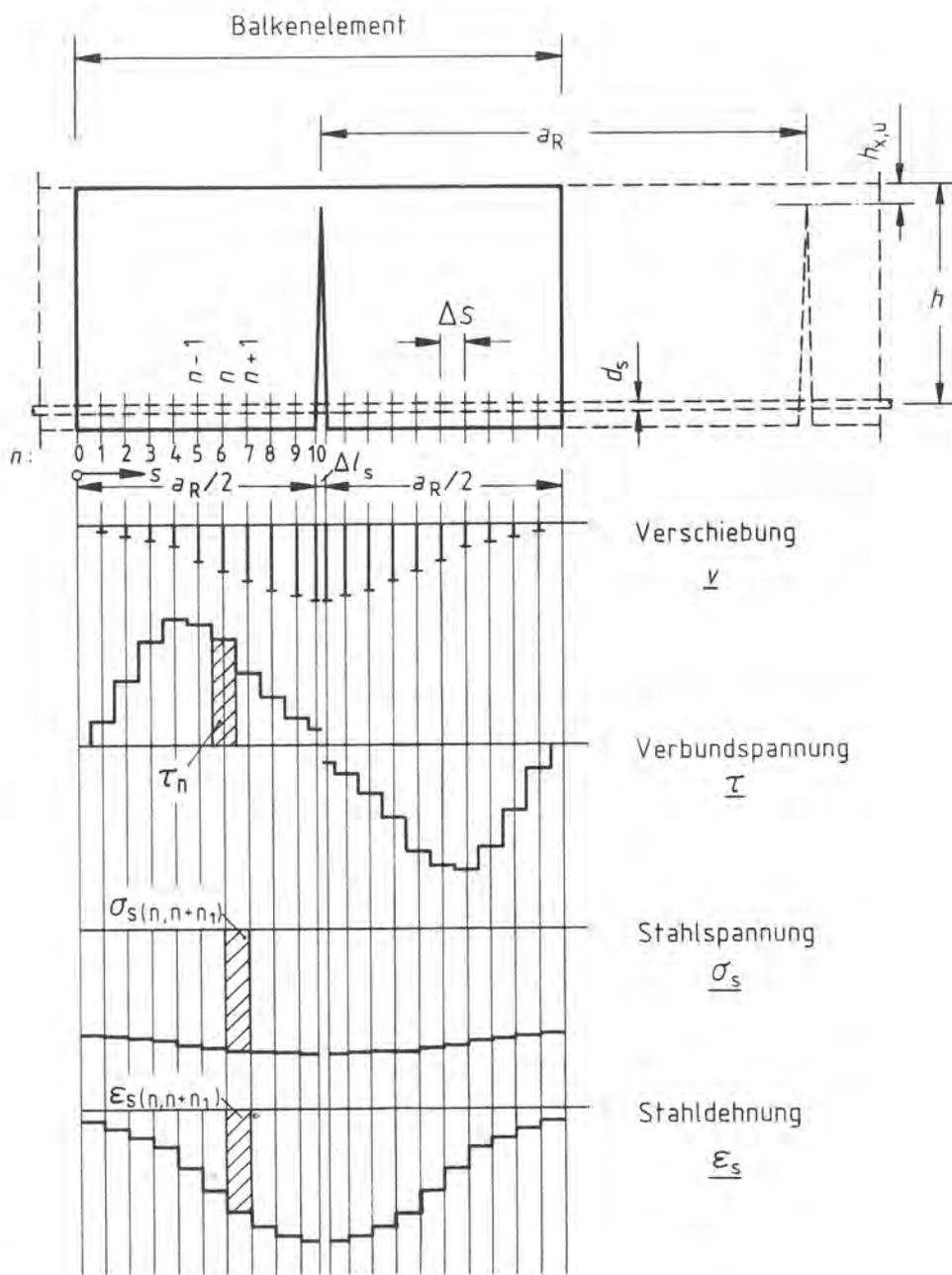


Bild 34: Verschiebung  $v$  des Stahles gegenüber dem Beton, Verbundspannung  $\tau$ , Stahlspannung  $\sigma_s$  und Stahldehnung  $\epsilon_s$

Für die Berechnung der Drehung des Balkenelementes wird noch der Abstand zwischen der Schwerachse der Bewehrung und dem Drehpunkt des Balkenelementes, die Länge  $h - h_{x,u}$  benötigt (s. Bild 32). Der Wert  $h$  ist als statische Höhe des Balkens bekannt. Der Bestimmung der Druckzonenhöhe  $h_{x,u}$  wird folgende Überlegung zugrunde gelegt: Bei plastischen Dehnungen des Stahles wandert die Nulllinie über einem Riß so weit in Richtung des gedrückten Randes, daß, von dem Übergangsbereich zwischen dem elastischen und dem plastischen Zustand abgesehen, letztlich die Höhe der Druckzone allein durch die zum Übertragen der Biegedruckkraft erforderliche Fläche bestimmt wird.

Aus der Gleichgewichtsbedingung  $\Sigma N = 0$  ergibt sich die Biegedruckkraft eines Balkens ohne Längskraftbeanspruchung zu

$$D = Z = A_s \cdot \sigma_s \quad (14)$$

Als Stahlspannung  $\sigma_s$  wird in erster Näherung im ganzen Bereich plastischer Dehnungen eine konstante Spannung mit dem arithmetischen Mittel der Streckgrenze und der Zugfestigkeit des Stahles angenommen (s. Bild 35).

$$\sigma_s = \frac{\beta_{0,2} + \beta_z}{2} \quad (15)$$

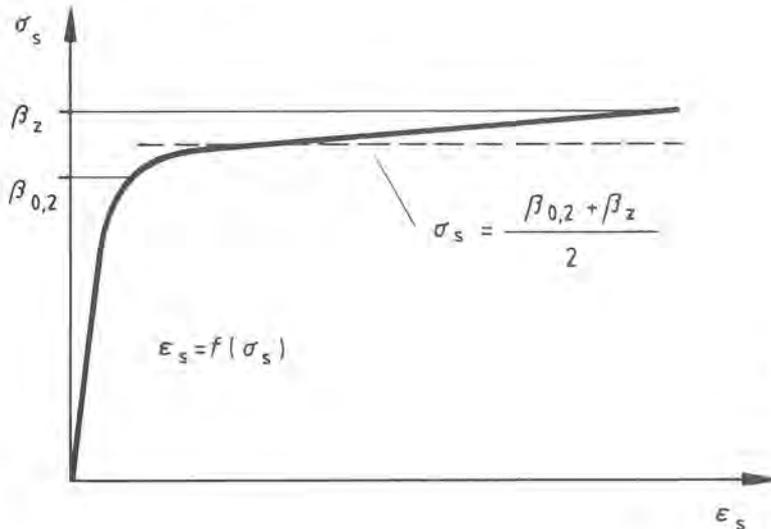


Bild 35: Konstante Stahlspannung  $\sigma_s$  im plastischen Bereich als erste Näherung

Zur Ermittlung des Zusammenhanges zwischen der Biegedruckkraft  $D$  und der Höhe  $h_x$  der Druckzone werden Untersuchungen von Rüsç/Stöckl an unbewehrten [46] und bügelbewehrten [47] Prismen herangezogen, in denen das Verhalten einer Biegedruckzone aus dem Verhalten von exzentrisch auf Druck beanspruchten Betonprismen mit der Stauchung  $\epsilon_D = 0$  an einem Rande abgeleitet wird. Die Exzentrizität war in den Versuchen so gesteuert worden, daß auch während der Laststeigerung am lastfernen Rand des Prismas die Stauchung stets den Wert Null besaß. Das Prisma kann so als Modell einer rechteckförmigen Biegedruckzone eines Balkens angesehen werden (s. Bild 36).

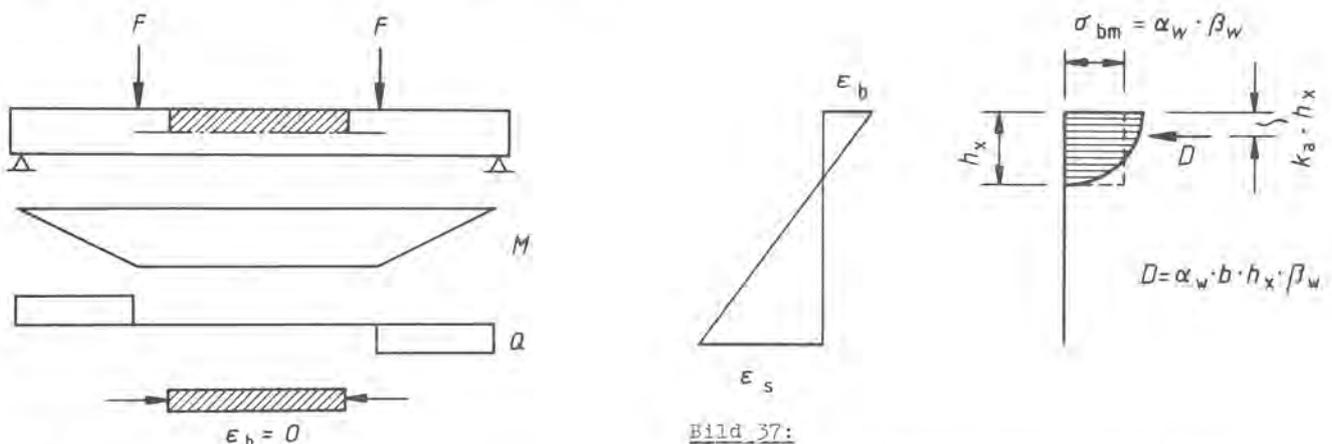


Bild 36:

Das exzentrisch gedrückte Prisma als Modell der Biegedruckzone (aus [46])

Bild 37:

Kenngrößen der Biegedruckzone (nach [46])

Aus den Ergebnissen eigener Versuche und Versuchen anderer Forscher an exzentrisch gedrückten Betonprismen haben Rüsç/Stöckl als Kenngrößen einer Biegedruckzone die Werte Randstauchung  $\epsilon_D$ , Größenbeiwert  $\alpha_w$  der Biegedruckkraft und den Lagebeiwert  $k_a$  der Biegedruckkraft bestimmt, die in integrierter Form das Verhalten der Biegedruckzone in Abhängigkeit von einem Ausnutzungsgrad  $\rho$

der Druckzone, der Betonfestigkeit  $\beta_w$  und einer eventuell zu berücksichtigenden Bügelbewehrung beschreiben (s. Bild 37).

Der Ausnutzungsgrad  $\rho$  der Druckzone ist als das Verhältnis der vorhandenen mittleren Druckspannung  $\sigma_{bIII}$  zur mittleren Druckspannung  $\sigma_{bIII,u}$  beim Bruch der Druckzone definiert.

$$\rho = \frac{\sigma_{bIII}}{\sigma_{bIII,u}} \quad (16)$$

Nach Rüsç/Stöckl [46] ergibt sich der Zusammenhang von Biegedruckkraft und Höhe der Druckzone aus dem Ansatz

$$D = \alpha_w \cdot b \cdot h_x \cdot \beta_w \quad (17)$$

Voraussetzung des Ansatzes ist ein linearer Verlauf der Betonstauchungen (s. Bild 37). Plauk [39] hat in einer Feinstrukturanalyse mittels der Methode der finiten Elemente nachgewiesen, daß, auch wenn infolge der Verschiebung zwischen Stahl und Beton ein Ebenbleiben des Balkenquerschnittes nicht mehr gegeben ist, im Bereich der Druckzone die Betonstauchungen annähernd linear verteilt sind. Die Voraussetzung kann damit als erfüllt angesehen werden. Der Faktor  $\alpha_w$  ist nach Rüsç/Stöckl [46] der Größenbeiwert der Biegedruckkraft. Wertmäßig stellt er das Verhältnis des mittleren Wertes  $\sigma_{bIII}$  der Druckspannungen (s. Bild 37) zur Würfel Festigkeit  $\beta_w$  dar.

$$\alpha_w = \frac{\sigma_{bIII}}{\beta_w} \quad (18)$$

Der in der Gl. (17) benötigte Wert  $\alpha_w$  wird dem Diagramm  $\alpha_w = f(\rho, \beta_w)$  in [46] für die vorliegende Betondruckfestigkeit und, entsprechend der Annahme einer voll ausgelasteten Druckzone, dem Ausnutzungsgrad  $\rho = 1,0$  entnommen. Die Werte  $\alpha_w = f(\rho, \beta_w)$  nach Rüsç/Stöckl [46] können auch verwendet werden, wenn der günstige Einfluß einer Bügelbewehrung auf die vom Beton ertragbare Stauchung berücksichtigt werden soll, da die gleichen Autoren in [47] feststellen, daß der Einfluß einer Bügelbewehrung auf die  $\alpha_w$ -Werte nicht allzu groß ist.

Damit sind alle zur Berechnung der Druckzonenhöhe benötigten Werte bekannt. Durch Einsetzen der Gl. (17) in Gl. (14) ergibt sich

$$\alpha_w \cdot b \cdot h_x \cdot \beta_w = A_s \cdot \sigma_s \quad (19)$$

nach  $h_x$  aufgelöst

$$h_x = \frac{A_s \cdot \sigma_s}{b \cdot \alpha_w \cdot \beta_w} \quad (20)$$

mit  $A_s = \mu \cdot b \cdot h$

$$h_x = \frac{\mu \cdot h \cdot \sigma_s}{\alpha_w \cdot \beta_w} \quad (21)$$

Gl. (15) eingesetzt und  $h_x$  durch  $h_{x,u}$  ersetzt (vgl. Bilder 32 u. 34 mit Bild 37)

$$h_{x,u} = \frac{\mu \cdot h (\beta_{0,2} + \beta_z)}{2 \cdot \alpha_w \cdot \beta_w} \quad (22)$$

Wenn das plastische Gelenk durch Reißen der Stähle versagt, also bei Bewehrungsprozentensätzen unter 0,4 % bis 0,6 %, tritt der Bruch des Gelenkes ein, bevor die Betondehnung am gedrückten Rand die Bruchdehnung erreicht hat. Die nach Gl. (22) aus der zur Übertragung der Biegedruckkraft erforderlichen Fläche ermittelte Druckzonenhöhe ist dann zu klein. Aber auch bei höheren, an der oberen Grenze der Spannweite des BSt 420/500 liegenden Stahlfestigkeiten und geringen Betonfestigkeiten ist hier die Höhe der Druckzone bei plastischen Stahldehnungen kleiner als  $0,1 \cdot h$ . Ein Fehler von  $h_{x,u}$  bewirkt also in der Berechnung des Abstandes  $h - h_{x,u}$  einen Fehler, der um eine Größenordnung kleiner ist. Die Berechnung von  $h_{x,u}$  nach Gl. (22) ist ausreichend genau.

Versagt das plastische Gelenk durch Bruch der Druckzone, kann die Druckzonenhöhe erheblich höhere Werte als  $0,1 \cdot h$  aufweisen. Außerdem geht bei der Berechnung des Drehwinkels infolge Bruch der Druckzone die Druckzonenhöhe direkt als Hebelarm ein. Deshalb wird bei Versagen des Gelenkes durch Bruch der Druckzone die Stahlspannung als arithmetisches Mittel von Streckgrenze und Zugfestigkeit des Stahles nur als Anfangswert benutzt. Mit diesem Wert der Stahlspannung wird  $h_{x,u}$  und der Drehwinkel des plastischen Gelenkes (s. Abschnitt 12.2) berechnet, bei dem die Druckzone versagt. Mit der bei Versagen der Druckzone in dem betreffenden Balkenelement vorhandenen Stahlspannung wird erneut nach Gl. (21) die Druckzonenhöhe  $h_{x,u}$  berechnet. Durch Wiederholen der Rechnung wird  $h_{x,u}$  verbessert, bis die Änderung von  $h_{x,u}$  je Rechnung eine gewählte Genauigkeitschranke unterschreitet.

Damit sind alle für die Berechnung der Drehung eines Balkenelementes nach Gl. (1) benötigten Größen bekannt. Da bei der zur Ermittlung der Längenänderung des Stahles durchgeführten Iteration mit einer beliebigen Stahlspannung  $\sigma_{so}$  am Elementrand begonnen wurde, ergibt sich die Drehung  $\Delta\theta$  nach Gl. (1) als eine Funktion der gewählten Stahlspannung am Elementrand.

## 12.2 Drehung eines Balkenelementes bei Versagen der Betondruckzone

Im Abschnitt 12.1 wurde die Berechnung der Drehung eines Balkenelementes gezeigt, in die als Verformungsmerkmal des Elementes lediglich die Längenänderung des Stahles eingeht. Bei Versagen der Druckzone wird die Drehung des Balkenelementes zwar weiterhin aus der Längenänderung des Stahles über die Elementlänge bestimmt. Es wird aber als obere Begrenzung der Drehung ein Drehwinkel  $\Delta\theta_b$  eingeführt, bei dem die Druckzone durch Überschreiten der Bruchstauung des Betons versagt. Nachfolgend werden die Grundlagen für die Berechnung des Drehwinkels  $\Delta\theta_b$ , des Winkels bei Versagen der Druckzone angegeben. Zu beachten ist, daß Modellvorstellung und Annahmen nur für den Bruchzustand gelten.

Wenn bei einem biegebeanspruchten Balken die Belastung so weit gesteigert wird, daß der Balken vom Zustand I in den Zustand II übergeht, wandert die Nulllinie in den Reißquerschnitten infolge des reißbedingten Querschnittsverlustes zum gedrückten Rand. Zwischen den Rissen strahlt die Biegedruckkraft in Richtung Zugzone aus, so daß die Nulllinie den in Bild 38 skizzierten Verlauf haben wird.

Bei plastischen Verformungen des Balkens werden sich die Unterschiede der Druckzonenhöhe zwischen Reißquerschnitt und Betonzahnmitte noch verstärken, da nun im Reißbereich der Beton plastisch verformt wird, die Druckzonenhöhe also



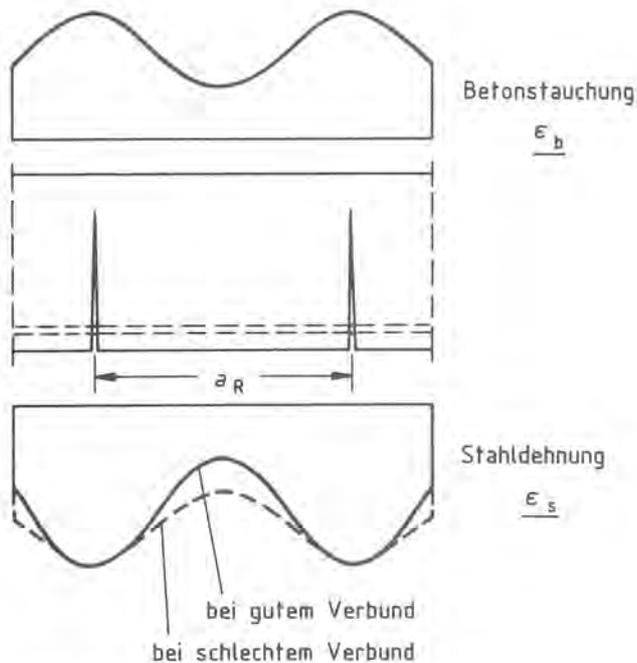


Bild 40:

Erwarteter Dehnungsverlauf bei unterschiedlicher Verbundgüte

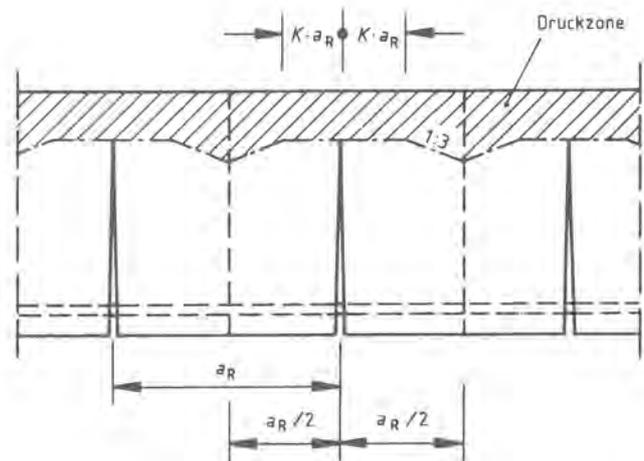


Bild 41: Angenommener Verlauf der Druckzone

Deshalb wird hier auf die Annahme eines Zusammenhanges zwischen Betonstauchungen und Stahldehnungen verzichtet und das Formänderungsverhalten der Biegedruckzone allein durch das Integral der Betonstauchungen des gedrückten Randes über die Balkenelementlänge beschrieben.

Der Drehwinkel  $\Delta\theta_b$ , bei dem die Druckzone versagt, ergibt sich analog zu (1) u. (2) aus:

$$\Delta\theta_b = \frac{1}{h_{x,u}} \cdot \int_s^{s+a_R} \epsilon_b \cdot ds \quad (23)$$

wobei das Integral unter der Bedingung zu ermitteln ist, daß der Maximalwert der Betonstauchung die Bruchstauchung des Betons erreicht. Die Länge  $h_{x,u}$  ist der Abstand zwischen dem gedrückten Rand und dem Drehpunkt der Relativdrehung der Elementränder (s. Bild 32).

Bei der Berechnung des Integrals über die Betonstauchungen wird näherungsweise die in Bild 38 skizzierte Schwankung der Druckzonenhöhe berücksichtigt. Hierbei wird von folgender Modellvorstellung ausgegangen: Im Ribbereich wird zu beiden Seiten des Risses über je eine Länge  $K \cdot a_R$  eine konstante Höhe der Druckzone angesetzt, die sich aus der zum Übertragen der Druckkraft im Ribquerschnitt erforderlichen Fläche ergibt. Nun wird angenommen, daß die untere Begrenzung der Druckzone von dem Ende der Strecke  $K \cdot a_R$  bis zur Mitte des durch die Risse begrenzten Betonblockes mit einer Neigung 1 : 3 abfällt (s. Bild 41).

Diese willkürliche Annahme des Verlaufes der unteren Druckzonenbegrenzung ist nur eine grobe Annäherung an den wirklichen Verlauf. Sie stellt aber eine Verbesserung gegenüber der gebräuchlichen Annahme einer konstanten, nicht von den Biegerissen beeinflussten Druckzonenhöhe dar.

Die Größe des Faktors K wird aus Versuchen zur Bestimmung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke abgeleitet, bei denen der Balken durch Bruch der Beton-

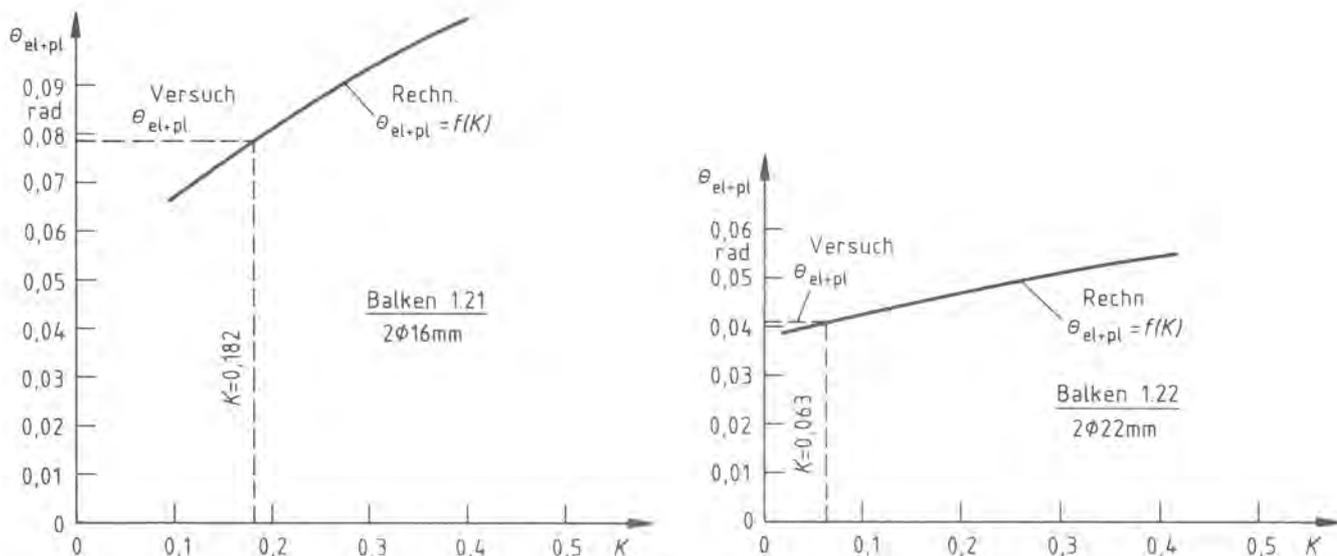
druckzone versagte. Herangezogen werden fünf durch eine Streckenlast beanspruchte Balken mit unterschiedlicher Bewehrung (s. Tafel 5).

**Tafel 5:** In Versuchen [14] ermittelte Bruchdrehungen eines plastischen Gelenkes einschließlich der elastischen Verformung, Bruch durch Versagen der Druckzone

Balken	Breite	Höhe	1) Zugbewehrung		2) 3)	3)	4)	$\frac{h_{x,u}}{a_R}$
			Durchmesser	Bew. Prozentsatz	$\theta_{el.+pl.}$	$a_R$	$h_{x,u}$	
-	mm		mm	%	rad	mm		-
1.21	320	320	2 $\emptyset$ 16	0,42	0,079	161	30,4	0,189
2.22					0,077	133		0,229
2.21					0,074	153		0,199
1.22			2 $\emptyset$ 22	0,84	0,041	107	53,9	0,504
2.24					0,040	106		0,509

- 1) Rippentorstahl (BSt 420/500 RK)
- 2) Relativedrehung der den plastifizierten Bereich eingrenzenden Querschnitte
- 3) Versuchswert
- 4) nach Gl. (21) berechnet

Für die in Tafel 5 aufgeführten Versuchsbalken sind unter Beachtung der jeweiligen, in [14] ermittelten Materialkennwerte mit dem hier vorgestellten Rechenverfahren die Relativedrehungen der den plastifizierten Bereich eingrenzenden Querschnitte einschließlich des elastischen Anteiles berechnet worden. Durch Variation des Faktors K in der Rechnung mit 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,4 und 0,5 wurde die Abhängigkeit der Bruchdrehung von dem Faktor K ermittelt. Aus den mit den Wertepaaren  $\theta_{el.+pl.}$  und K je Balken erstellten Diagrammen (s. zwei Beispiele in Bild 42) kann dann für jeden Balken derjenige Wert für K gefunden werden, für den der Rechenwert der Drehung den gleichen Wert aufweist, wie der im Versuch ermittelte.



**Bild 42:** Errechnete Bruchdrehungen der Balken 1.21 und 1.22 (s. [14]) in Abhängigkeit von gewählten Werten des Faktors K (vgl. Bild 41)

Wird das Verhältnis  $h_{x,u}/a_R$ , Höhe der Druckzone über dem Riß zum Rißabstand als wesentliches Merkmal der Druckzonenform eingeführt und die aus der Gleichsetzung mit Versuchswerten gefundenen K-Werte in Abhängigkeit von dem Verhältnis  $h_{x,u}/a_R$  aufgetragen, ergibt sich das in Bild 43 wiedergegebene Diagramm  $K = f(h_{x,u}/a_R)$ .

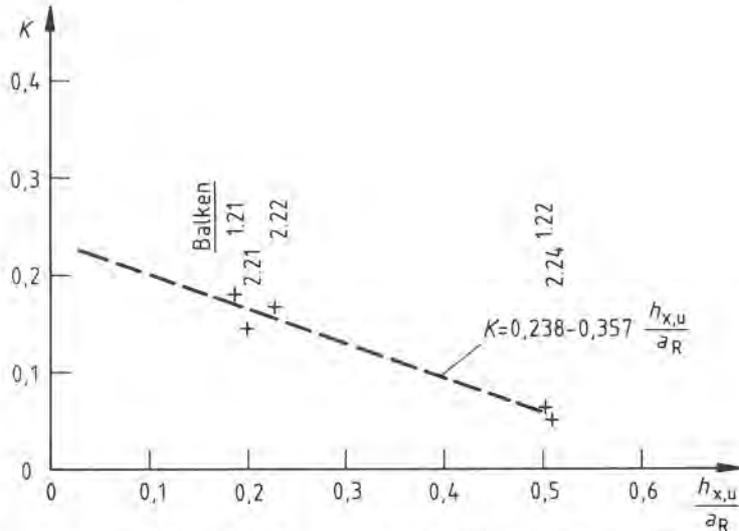


Bild 43: Durch Vergleich mit Versuchswerten gefundene K-Werte, in Abhängigkeit von dem Verhältnis  $h_{x,u}/a_R$  aufgetragen

Eine lineare Regression führt für den Faktor K zu dem Ansatz

$$K = 0,238 - 0,357 \cdot h_{x,u}/a_R \quad (24)$$

Der Ansatz ist aus Versuchen abgeleitet worden, bei denen der Verhältniswert  $h_{x,u}/a_R$  im Bereich 0,19 bis 0,51 lag. Für Werte  $h_{x,u}/a_R$  oberhalb dieses Bereiches, wie sie bei einer Aufteilung des Stahlquerschnittes auf viele Stähle kleinen Durchmessers oder bei höheren Bewehrungsprozentensätzen vorkommen können, wird für den Faktor K der Wert  $K = 0,05$  als untere Grenze angesetzt.

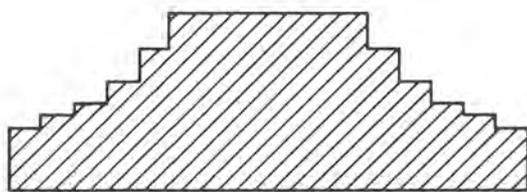
Mit dem Faktor K ist der Verlauf der Druckzonenhöhe festgelegt. Für die Beschreibung des Dehnungszustandes der Druckzone wird wieder der Begriff des Ausnutzungsgrades der Biegedruckzone (s. Gl. (16)) nach [46] benutzt. In den Bereichen mit der Länge  $K \cdot a_R$  zu beiden Seiten des Risses (s. Bild 41) ist beim Bruch der Druckzone die Betonstauchung  $\epsilon_b$  gleich der Bruchstauchung  $\epsilon_{b,u}$  des Betons, der Ausnutzungsgrad beträgt  $\rho = 1$ . In den restlichen Bereichen mit veränderlicher Druckzonenhöhe gilt für den Ausnutzungsgrad nach Gl. (16)

$$\rho = \frac{\sigma_{bm}}{\sigma_{bm,u}} = \frac{\frac{D}{b \cdot h_x}}{\frac{D}{b \cdot h_{x,u}}} \quad (25)$$

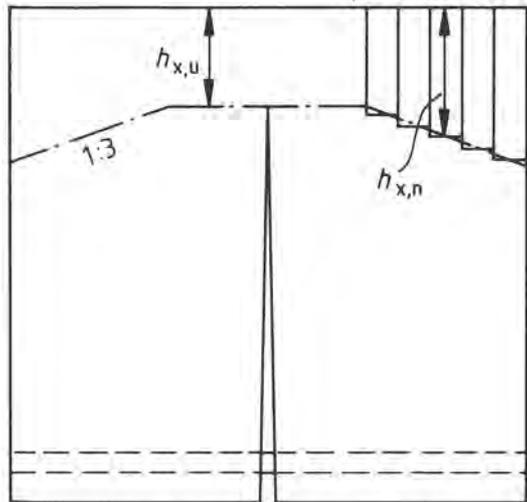
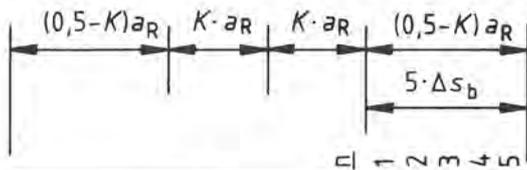
Da innerhalb eines Balkenelementes Balkenbreite  $b$  und Biegedruckkraft  $D$  konstant sind, vereinfacht sich Gl. (25) zu

$$\rho = \frac{h_{x,u}}{h_x} \quad (25a)$$

In den Bereichen mit veränderlicher Druckzonenhöhe werden die Betonstauchungen wieder schrittweise integriert (s. Bild 44).



$\epsilon_b$



Balkenelement

Bild 44: Intervalleinteilung für die schrittweise Integration der Betondehnungen

Jeder Bereich mit veränderlicher Druckzonenhöhe wird in 5 Intervalle mit der Breite

$$\Delta s_b = \frac{(0,5 - K) \cdot a_R}{5} = (0,1 - 0,2 \cdot K) \cdot a_R \quad (26)$$

und der Höhe

$$h_{x,n} = h_{x,u} + (n - 0,5) \cdot \Delta s_b / 3 \text{ für } n = 1 \text{ bis } 5 \quad (27)$$

unterteilt. Aus Gl. (27) und Gl. (25a) ergibt sich der Ausnutzungsgrad  $\rho_n$  des betreffenden Intervalls, mit welchem aus dem Diagramm  $\epsilon_b = f(\rho, \beta_w)$  in [46] bzw. aus den Versuchsprotokollen in [47] im Falle einer Querbewehrung die zugehörige Betonstauchung  $\epsilon_b$  am oberen Rand des Balkens entnommen werden kann. Das Bild 45 zeigt an einem Beispiel die so berechneten Betonstauchungen. Unter Ausnutzung der Symmetrie beträgt dann das Integral der Betonstauchungen in (23) über die Länge des Balkenelementes

$$\int_{s=0}^{s+a_R} \epsilon_b \cdot ds = 2 \left( K \cdot a_R \cdot \epsilon_{b,u} + \Delta s_b \cdot \sum_{n=1}^5 \epsilon_{b,n} \right) \quad (28)$$

mit Gl. (26)

$$\int_s^{s+a_R} \epsilon_b \cdot ds = 2 \cdot a_R \left[ K \cdot \epsilon_{b,u} + (0,1 - 0,2 K) \cdot \sum_{n=1}^5 \epsilon_{b,n} \right] \quad (28a)$$

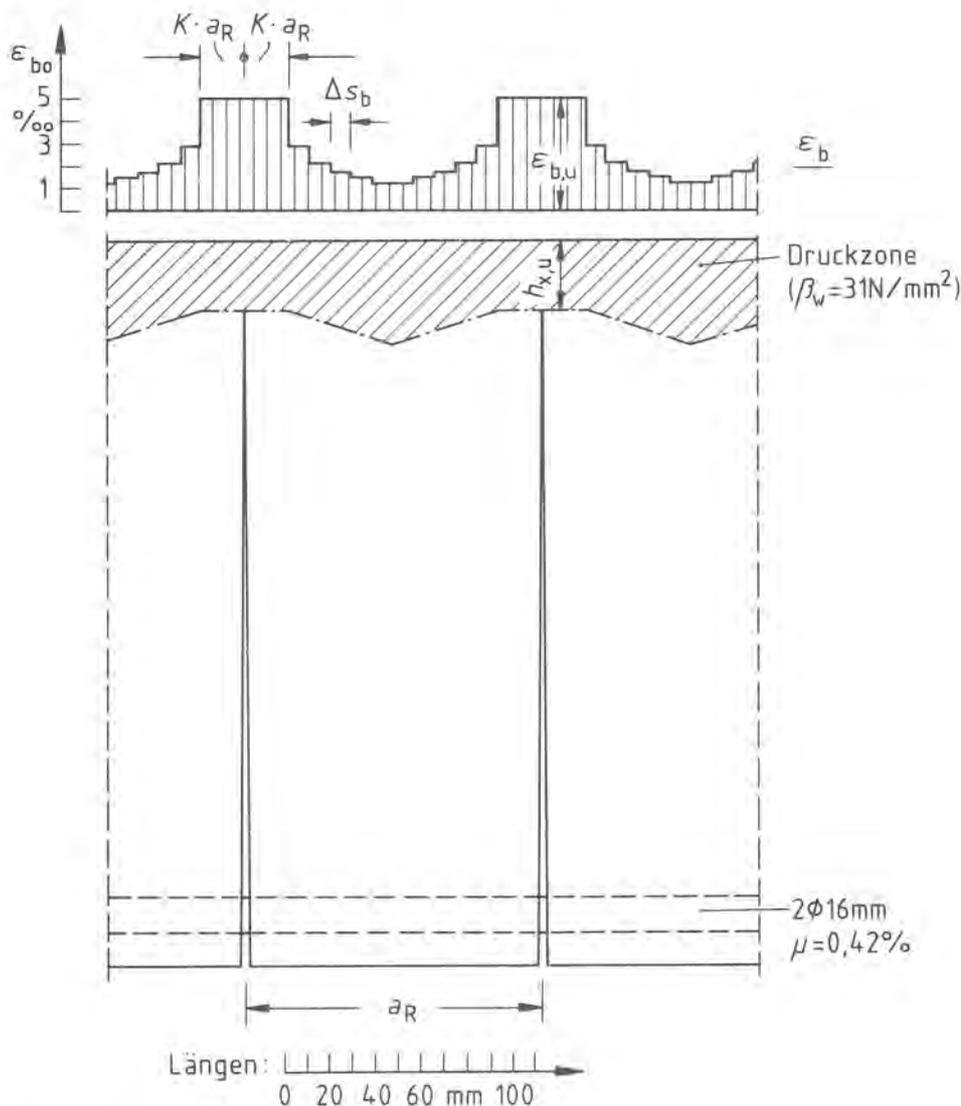


Bild 45: Berechnete Betonstauchungen sowie Verlauf der Biegedruckzone in einem 320 mm hohen und 320 mm breiten Stahlbetonbalken kurz vor dem Versagen des Balkens

Durch Einsetzen der Gl. (28a) in Gl. (23) erhält man die gesuchte Relativdrehung der Balkenelementränder bei Versagen der Druckzone zu

$$\Delta\theta_b = \frac{2 \cdot a_R}{h_{x,u}} \left[ K \cdot \epsilon_{D,u} + (0,1 - 0,2 \cdot K) \cdot \sum_{n=1}^5 \epsilon_{D,n} \right] \quad (29)$$

### 12.3 Drehung des Balkenelementes als Funktion der Stahlspannung im Riß

Bei der im Abschnitt 12.1 beschriebenen Ermittlung der Balkenelementdrehung war neben der Verschiebung  $v = 0$  eine beliebige Stahlspannung  $\sigma_{s0}$  am Elementrand als Anfangswert der schrittweisen Integration zur Ermittlung der Längenänderung des Stahles (s. Gl. (13)) angenommen worden. Das bedeutet, daß die nach Gl. (1) berechnete Drehung des Balkenelementes ebenfalls eine Funktion der Stahlspannung  $\sigma_{s0}$  am Elementrand ist. Gesucht wird aber die Drehung des Balkenelementes in Abhängigkeit von der im Riß vorhandenen Stahlspannung, da diese sich leicht aus der äußeren Belastung des Balkens berechnen läßt, während die Spannung am Elementrand noch unbekannt ist. Um nun die Drehung  $\Delta\theta$  als eine Funktion der Stahlspannung im Riß zu erhalten, werden vor der Berechnung der Elementdrehungen für den betrachteten Balken mit einer größeren An-

zahl von Werten der Stahlspannung  $\sigma_{s0}$  die zugehörigen Drehungen  $\Delta\theta$  und Stahlspannungen im Riß  $\sigma_{Ri\beta}$  berechnet (s. Bild 46) und so Wertepaare  $\Delta\theta - \sigma_{Ri\beta}$  erzeugt. Durch Interpolation kann nun aus den Wertepaaren  $\Delta\theta - \sigma_{Ri\beta}$  für eine gegebene Stahlspannung im Riß die zugehörige Drehung  $\Delta\theta$  angegeben werden.

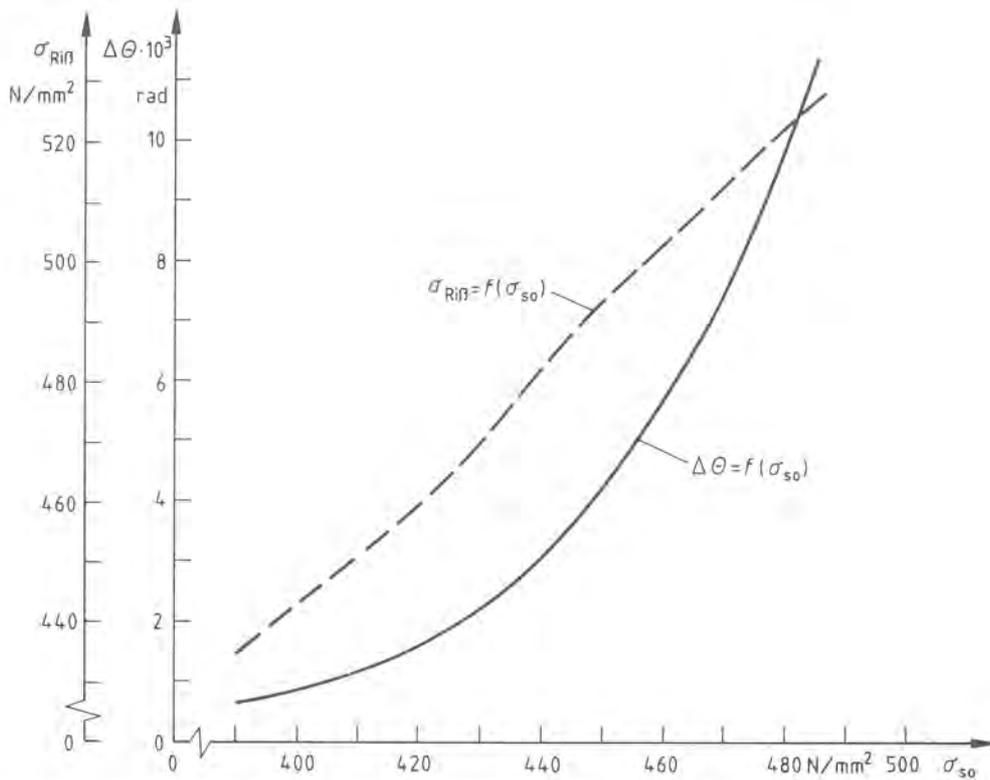


Bild 46: Abhängigkeit der Balkenelementdrehung  $\Delta\theta$  und der Stahlspannung im Riß  $\sigma_{Ri\beta}$  von der Stahlspannung  $\sigma_{s0}$  am Elementrand

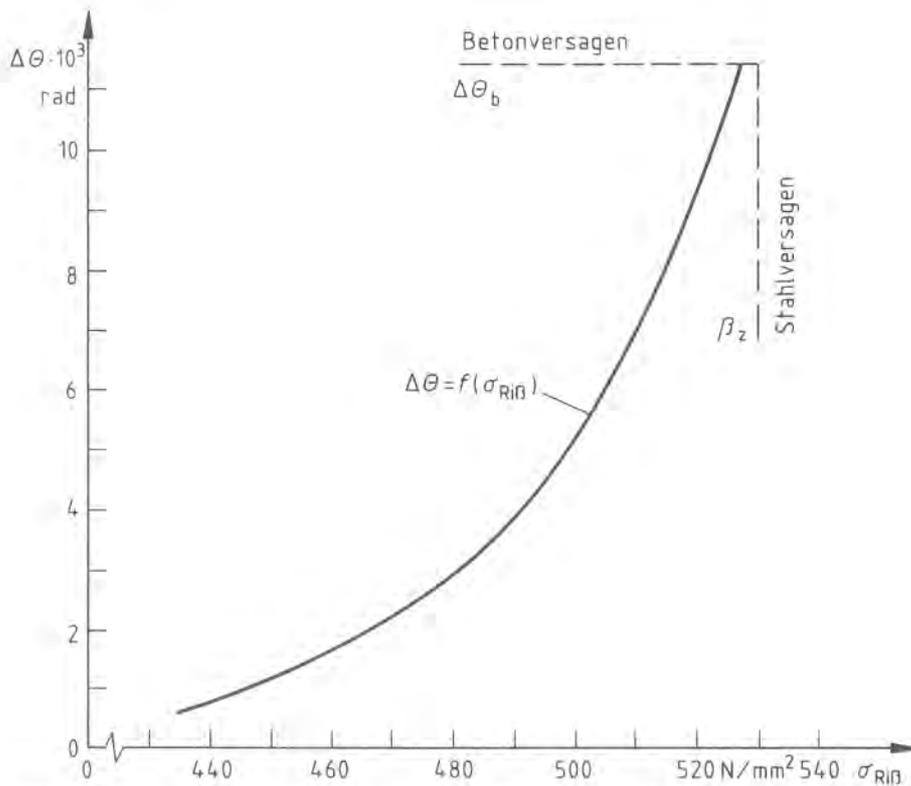


Bild 47: Drehung des Balkenelementes als Funktion der Stahlspannung im Riß, Balken  $b/d/h = 320/320/297$  mm, 2  $\varnothing 16$  mm (BSt 420/500 RK),  $\mu = 0,42\%$

Bei jeder Rechnung mit einem neuen Wert  $\sigma_{SO}$  wird überprüft, ob die errechnete Drehung die Drehung  $\Delta\theta_D$  bei Versagen des Betons der Druckzone übersteigt. Ist es der Fall, wird die Drehung  $\Delta\theta$  gleich  $\Delta\theta_D$  gesetzt und aus den Wertepaaren  $\Delta A - \sigma_{RiB}$  die zugehörige Stahlspannung  $\max \sigma_{RiB}$  berechnet, bei der die Drehfähigkeit des Balkenelementes erreicht ist. Wird die Drehung  $\Delta\theta_D$  nicht erreicht, versagt das Balkenelement nicht durch Bruch des Betons der Druckzone, sondern durch Reißen des Stahles bei einer Stahlspannung  $\max \sigma_{RiB}$  im RiB gleich der Zugfestigkeit  $\beta_Z$  des Stahles.

Damit können nun für jede aus der äußeren Belastung ermittelte Stahlspannung im RiB die zugehörige Drehung  $\Delta\theta$  und auch die Stahlspannung  $\max \sigma_{RiB}$  angegeben werden, bei der das höchstbeanspruchte Balkenelement und damit das plastische Gelenk versagt. Als ein Beispiel zeigt das Bild 47 die Zuordnung  $\Delta\theta - \sigma_{RiB}$  für einen Balken mit einem Bewehrungsprozentsatz von  $\mu = 0,42\%$ .

### 13. Mittlerer RiBabstand

#### 13.1 Wirksame Betonzugfestigkeit

Eine der wichtigsten Einflußgrößen für die RiBbildung ist die Zugfestigkeit des Betons. Die zahlenmäßige Bestimmung eines wirklichkeitsnahen Wertes dieser Festigkeit ist aber besonders problematisch. Zum einen streut sie stark, weil sie von der Festigkeit des Zementsteines und der Haftung zwischen Zementstein und Betonzuschlagstoff und damit von Art und Form des Zuschlages, gegebenenfalls sogar von dessen Festigkeit, sowie von Anzahl, Art und Verteilung etwaiger Fehlstellen stark streuend abhängt. Zum anderen ist eine direkte Ermittlung im Zugversuch nicht sinnvoll, da das nahezu spröde Verhalten des Betons bei Zugbeanspruchung und die Notwendigkeit wegen der Inhomogenität, große Probekörper zu verwenden, die Ergebnisse entsprechender Versuche unregelmäßig und nicht erfaßbar beeinflussen. Dieser unwägbarer Beeinflussung durch die Versuchsumstände bemüht man sich zu entgehen, indem man aus anderen Versuchsarten die Betonzugfestigkeit bestimmt. Hierbei wird die am Prisma bestimmte Biegezugfestigkeit als Ausgangsgröße benutzt. Einerseits wird sie in Beziehung gesetzt zur den Beton im allgemeinen kennzeichnenden Würfelfestigkeit (20 cm Kantenlänge). Andererseits soll sie Grundlage sein zur Schätzung der Biegezugfestigkeit  $\beta_{bZ}^d$  im Stahlbetonbauteil, wobei der Zeiger d für die Bauteildicke steht. Wie auch bei anderen bei Zugbeanspruchung spröde brechenden Materialien ist nämlich der durch das mechanische Modell definierte Zahlenwert für die Festigkeit vom Spannungsgradienten merkbar abhängig, für den die Bauteildicke in diesem verhältnismäßig einfachen Modell des Biegebalkens ein Maß darstellt (Heilmann [20]). Für diese Abhängigkeit wird in Meyer [31] ein empirisch ermittelter Ansatz gegeben

$$\beta_{bZ}^d = c_d \cdot \beta_{bZ}^{10} \quad \text{mit} \quad c_d = \frac{2,4 + 0,26 \cdot d}{1,0 + 0,40 \cdot d} \quad \text{und} \quad [d] = \text{cm}$$

Liegen Kenntnisse über die Biegezugfestigkeit  $\beta_{bZ}^{10}$ , ermittelt am 10 cm hohen Prisma, nicht vor, weil entsprechende Untersuchungen nicht gemacht werden oder nicht gemacht werden konnten, bleibt der Rückgriff auf die Würfeldruckfestigkeit. Die Beziehung zwischen beiden kann durch

$$\beta_{bZ}^{10} = c \cdot \sqrt[3]{\beta_W^2}$$

beschrieben werden. Der Faktor c errechnet sich für Kiessandbeton und für Pro-

bekörper, Lagerung und Prüfung nach DIN 1048, je nach Betondruckfestigkeit im Bereich von 20 bis 60 N/mm<sup>2</sup> aus Bonzel [4] zu 0,46 bis 0,44.

Im Bauteil hängt aber der der äußeren Beanspruchung zuzuordnende Wert für die wirksame Biegezugfestigkeit noch von weiteren Einflußgrößen ab. Dazu gehört der Eigenspannungszustand infolge Schwinden, der seinerseits infolge der Schwindbehinderung durch die Bewehrung und infolge Kriechen auch vom Belastungszeitpunkt beeinflusst wird. Die Einflüsse lassen sich in einer Abminderung des Faktors c erfassen.

Da die Rechnung hier Parameterstudien dienen soll, die auf bestimmte Balkenversuche abgestützt werden, muß der Faktor c aus diesen Balkenversuchen ermittelt werden. Dazu wurde aus den Ergebnissen der in Eifler/Plauk [14] beschriebenen Versuche die rechnerische Randzugspannung aus dem Moment bei Anriß bestimmt. Sie ergab sich im Mittel zu 2,0 N/mm<sup>2</sup> bei einer Würfeldruckfestigkeit von 31 N/mm<sup>2</sup>. Unter Berücksichtigung der Balkenhöhe von 32 cm erhält man dann

$$c = 0,26$$

Damit ist für die hier folgenden Rechnungen die wirksame Biegezugfestigkeit  $\beta_{bZ}$  in Abhängigkeit von der Würfeldruckfestigkeit  $\beta_W$  und der Bauteildicke d, ausgedrückt in cm, durch

$$\beta_{bZ} = 0,26 \cdot \frac{2,4 + 0,26 \cdot d}{1,0 + 0,40 \cdot d} \cdot \sqrt[3]{\beta_W^2} \quad (30)$$

gegeben.

Beispiele für den Einfluß der Biegezugfestigkeit auf den rechnerisch ermittelten Rißabstand sind in dem Bild 56 dargestellt.

### 13.2 Verfahren zur Berechnung des Rißabstandes

Der Berechnung des Rißabstandes werden ebenfalls die ermittelten Verbundgesetze zugrunde gelegt. Allerdings wird bei dieser Berechnung im Gegensatz zur Berechnung der Drehung eines Balkenelementes (s. Abschn. 12.1) die Dehnung des Betons bei der Ermittlung der Verschiebungen zwischen Beton und Stahl berücksichtigt, da die Rißbildung bei wesentlich kleineren Dehnungen stattfindet, so daß die Betondehnungen gegenüber den Stahldehnungen nicht vernachlässigt werden können.

Von einem ersten Riß ausgehend, der sich an der Stelle befindet, wo die Zugfestigkeit des Betons zufällig ihren kleinsten Wert hat, wird nach der Länge  $a_1$  gefragt, innerhalb der die zum Reißen des Betons erforderliche Kraft über den Verbund aus der Bewehrung wieder in den Beton eingeleitet werden kann, also in welcher kürzesten Entfernung vom ersten Riß ein zweiter Riß möglich ist. Eine Verringerung dieses Rißabstandes durch einen dritten Riß tritt bei einer höheren Beanspruchung dann ein, wenn zwischen zwei Rissen vom Abstand  $a_1$  die zum Reißen des Betons erforderliche Kraft über eine Strecke  $a_1/2$  übertragen werden kann, ohne daß die Zugfestigkeit des Bewehrungsstahles in den ersten beiden Rissen erreicht wird. Grundsätzlich wird hierbei vorausgesetzt, daß die Änderung des Biegemomentes über die Strecke  $a_1$  vernachlässigbar klein ist.

Die Beanspruchungsverhältnisse, die im Balkenabschnitt in der Nachbarschaft eines RiBquerschnittes oder zwischen zwei RiBquerschnitten vorliegen, sind mit der Biegetheorie nicht erfaßbar. Mit Hilfe der Scheibentheorie könnten sie unter Berücksichtigung der Kompatibilitätsbedingungen ausreichend wirklichkeitsnah angegeben werden. In dem hier angestrebten, möglichst einfachen Berechnungsverfahren wird jedoch in Anbetracht der aufwendigen Berechnung einer Scheibe, bei einer Belastung durch eine exzentrisch, aber innerhalb der Scheibe wirkenden ungleichförmigen Linienlast, auf eine Anwendung der Scheibentheorie verzichtet und statt dessen das Modell einer Wirkungszone der Bewehrung nach Leonhardt [26] verwendet, mit der Annahme, daß die Zugbeanspruchung des Betons im Zugbereich des Balkens sich allein auf diese Zone beschränkt. Leonhardt gibt für die Höhe der Wirkungszone  $A_{bw}$  (s. Bild 48) den Wert

$$d_w = \ddot{u} + e_v + 5 \cdot d_s$$

an, also ein Maß, welches vom RiBbild unabhängig und in Richtung Balkenachse konstant ist.

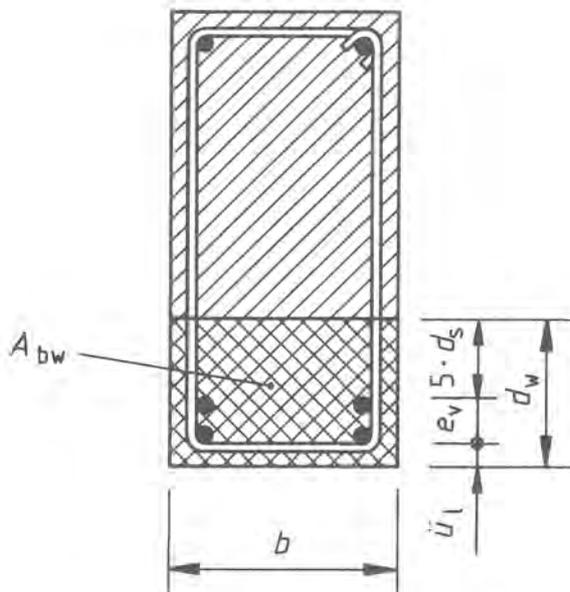
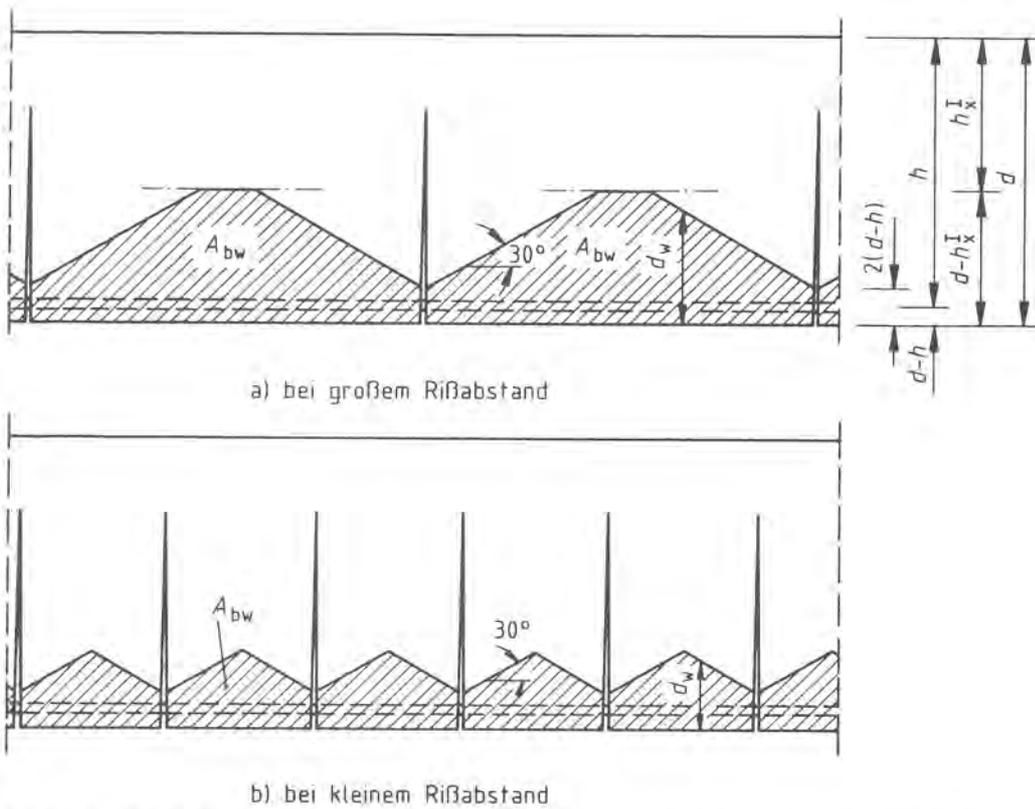


Bild 48:  
Wirkungszone der Bewehrung nach Leonhardt [26]

In der vorliegenden Rechnung soll berücksichtigt werden, daß die vom Stahl in den Beton eingeleitete Kraft nicht sofort ab RiB auf die Höhe dieser Wirkungszone verteilt sein kann und andererseits infolge der Kraftausstrahlung die Höhe der Wirkungszone mit dem Abstand zum RiB anwächst. Deshalb wird für die Höhe der Wirkungszone ein linearer Anstieg ab RiB angenommen (s. Bild 49) und so die Wirkungszone der vermuteten Ausstrahlung der eingeleiteten Kraft angepaßt.

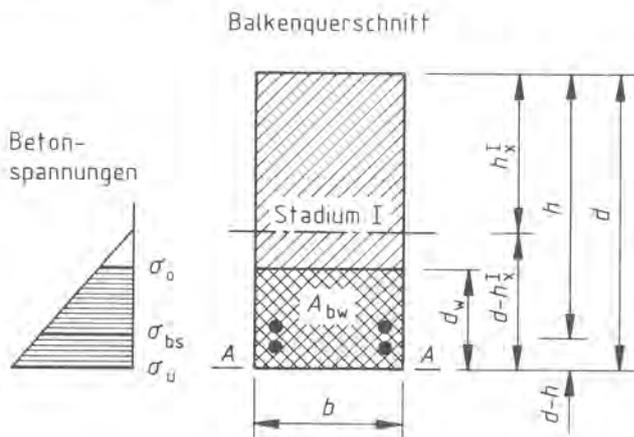
Schon in naher Entfernung vom RiBquerschnitt wird der Beton am unteren Querschnittsrand zugbeansprucht sein. An dieser Stelle können in guter Näherung der von Zugspannungen erfaßte Betonquerschnittanteil, also die Wirkungszone, als symmetrisch um die Schwerachse der Bewehrung liegend und die Betonzugspannungen als über diese Zone gleichmäßig verteilt angenommen werden. Zur weiteren Vereinfachung wird der Abstand dieser Stelle zum RiBquerschnitt als vernachlässigbar klein angesehen.

Ab der Stelle, an der die obere Begrenzung der angenommenen Wirkungszone die neutrale Faser des ungerissenen Balkens schneidet, werden sich Verhältnisse einstellen, die dem ungestörten Zustand des Stadiums I entsprechen. Die hier



**Bild 49:** Verlauf der Wirkungszone  $A_{bw}$  der Bewehrung in Richtung Balkenachse

vorhandenen Betonzugspannungen werden also über die Querschnittshöhe im wesentlichen linear von einem Größtwert  $\sigma_m$  unteren Querschnittsrand bis auf Null in der neutralen Faser des ungerissenen Stahlbetonquerschnittes abnehmen. In den dazwischenliegenden Querschnitten mit ansteigender Wirkungszonenhöhe (s. Bild 49) wird ein Übergang von der rechteckförmigen Spannungsfigur am Riß zur dreieckförmigen Figur des ungestörten Zustandes im Stadium I stattfinden. Für diesen Bereich wird, als Vereinfachung auch für den Rißquerschnitt, eine trapezförmige Spannungsverteilung angenommen, bei der sich die Begrenzungslinien der Spannungsfläche in Höhe der neutralen Faser des ungerissenen Balkens schneiden (s. Bild 50). Über die Breite  $b$  des Balkens mögen die Betonzugspannungen konstant verteilt sein.



**Bild 50:** Verteilung der Betonspannung über die Höhe der Wirkungszone

Weiterhin wird der Vergrößerung der Wirkungszone vom Rißquerschnitt aus vereinfachend eine lineare Zunahme unter  $30^\circ$  zugrunde gelegt. Damit ergibt sich der Verlauf der Betonwirkungszone  $A_{bw}$ , wie in Bild 49 dargestellt. Man sieht, daß das Überschneiden der ansteigenden oberen Begrenzung der Wirkungszone bei kleinerem Rißabstand die Wirkungszonenhöhe, der Wirklichkeit angepaßt, verringert.

Die Höhe  $d-h_x^I$  der Biegezugzone des ungerissenen Querschnittes ergibt sich aus  $M_{A-A} = 0$  zu

$$d-h_x^I = \frac{b \cdot \frac{d^2}{2} + A_s \left( \frac{E_s}{E_b} - 1 \right) (d-h)}{b \cdot d + A_s \left( \frac{E_s}{E_b} - 1 \right)} \quad (33)$$

und die Betonspannung  $\sigma_o$  an der oberen Begrenzung der Wirkungszone nach Bild 50 zu

$$\sigma_o = \sigma_u \left( 1 - \frac{d_w}{d-h_x^I} \right) \quad (34)$$

Mit der Wirkungszone  $A_{bw}$  sowie den Betonspannungen  $\sigma_o$  und  $\sigma_u$  (s. Bild 50) beträgt die den Beton beanspruchende Zugkraft

$$Z_b = b \cdot d_w \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \quad (35)$$

Gl. (34) in Gl. (35) eingesetzt

$$Z_b = b \cdot d_w \cdot \sigma_u \left( 1 - \frac{d_w}{2(d-h_x^I)} \right) \quad (35a)$$

Sie erreicht die Größe der zum Zerreißen des Betons erforderlichen Zugkraft  $Z_{b,u}$ , wenn die Randspannung  $\sigma_u$  auf den Wert der wirksamen Biegezugfestigkeit  $\beta_{bZ}$  des Betons nach Gl. (30) steigt.

$$Z_{b,u} = b \cdot d_w \cdot \beta_{bZ} \left( 1 - \frac{d_w}{2(d-h_x^I)} \right) \quad (36)$$

Infolge der Veränderlichkeit von  $d_w$  mit dem Abstand zum Riß ist der Wert von  $Z_{b,u}$  ebenfalls von diesem Abstand abhängig.

Denkt man sich ein Balkenelement zwischen zwei Querschnitten im Abstand  $a$  herausgeschnitten, erhält man aus Gleichgewichtsgründen

$$D_{b,1} - Z_{b,1} - Z_{s,1} = D_{b,r} - Z_{b,r} - Z_{s,r} \quad (37)$$

wobei  $D_b$ ,  $Z_b$  und  $Z_s$  die Druckkräfte sowie Zugkräfte im Beton und die Zugkräfte in der Bewehrung am linken (l) und rechten (r) Schnitt sein sollen. Mit der Annahme, daß eine Änderung des Biegemomentes über die Strecke  $a_1$  vernachlässigt werden kann, sind die Druckkräfte  $D_{b,1}$  und  $D_{b,r}$  gleich groß. Dann entspricht die Zunahme der Betonzugkraft von einem Querschnitt zum anderen der Abnahme der Kraft in der Bewehrung, d.h. der durch die Verbundkräfte  $T = \tau \cdot \Sigma u$  von der Bewehrung in den Beton auf den Bereich zwischen den beiden Schnitten übertragenen Kraft

$$\Delta Z_b = Z_{b,1} - Z_{b,r} = Z_{s,r} - Z_{s,1} = \int_0^a T \cdot ds \quad (38)$$

Ist einer der beiden Schnitte, z.B. r, ein Rißquerschnitt, hat die Betonzugkraft dieses Schnittes den Wert Null. Im anderen Schnitt entsteht ein zweiter Riß, wenn dort die Betonzugkraft die zum Reißen des Betons erforderliche Kraft

$Z_{b,u}$  erreicht. Damit wird aus Gl. (38)

$$\Delta Z_b = Z_{b,u} - 0 = Z_{s,r} - Z_{s,l} = \int_0^a T \cdot ds \quad (39)$$

Die Differenz der Stahlzugkräfte kann auch als Stahlspannung

$$\sigma_{sR} = \frac{Z_{s,r} - Z_{s,l}}{A_s} = \frac{Z_{b,u}}{A_s} \quad (40)$$

ausgedrückt werden, um die die Stahlspannung in einem RiB größer als an der Stelle sein muß, an der in dem Beton die Zugkraft  $Z_{b,u}$  aufgebaut wurde, und daher ein weiterer RiB entsteht.

Diese Stahlspannung (Anreißspannung) dient in der weiteren Rechnung als Richtwert, nach welcher Einleitungsstrecke ein weiterer RiB entsteht, bzw. ob zwischen zwei schon entstandenen Rissen ein weiterer RiB möglich ist.

Da jetzt auch die Dehnung des Betons bei der Ermittlung der Verschiebung zwischen Stahl und Beton berücksichtigt werden soll, wird noch die Betondehnung  $\epsilon_{bs}$  in Höhe der Bewehrungsschwerachse in Abhängigkeit von der Betonzugkraft  $Z_b$  benötigt. Die Spannungsdehnungslinie des Betons ist im Zugbereich so schwach gekrümmt (s. Welch [60] und Heilmann [20]), daß hier die Annahme eines linearen Zusammenhanges zwischen Spannung und Dehnung gerechtfertigt ist. Unter Beachtung der Annahme über die lineare Verteilung der Zugspannungen in der Wirkungszone (s. Bild 50) erhält man dann über

$$\sigma_{bs} = \sigma_u \cdot \frac{h - h_x^I}{d - h_x^I} \quad (41)$$

wenn man  $\sigma_u$  aus Gl. 35a ermittelt und einsetzt:

$$\epsilon_{bs} = \frac{\sigma_{bs}}{E_b} = \frac{Z_b}{b \cdot d_w \cdot E_b} \cdot \frac{h - h_x^I}{d - h_x^I - \frac{d_w}{2}} \quad (42)$$

Nun ist das Integral auf der rechten Seite von Gl. (38) analog zu dem im Abschnitt 12.1 beschriebenen Verfahren schrittweise mit den in den Versuchen ermittelten Verbundgesetzen lösbar. Beginnend vom potentiellen Ort eines weiteren Risses mit einem noch festzulegenden Ausgangswert  $\sigma_{s0}$  für die Stahlspannung und der Betonzugkraft  $Z_{bu}$  sowie einem Anfangswert  $v_0$  für die Verschiebung zwischen Beton und Stahl (s. Bild 51), berechnet man - von Intervall (n-1, n) zum Intervall (n, n+1) fortschreitend - im Punkte n die Verbundkraft  $T_n$  und mit ihrer Hilfe über die Stahlspannungen  $\sigma_s$  die Stahldehnung  $\epsilon_s$  sowie über die Betonzugkräfte  $Z_b$  die Betondehnung  $\epsilon_{bs}$  für das nächste Intervall und daraus dann die Verschiebung  $v$  für den folgenden Punkt (n+1) wie folgt:

Mit der Verbundspannung im Punkte n

$$\tau_n = f(v_n, \epsilon_{s(n-1,n)}) \quad (43)$$

errechnet sich in einem Intervall der Länge  $\Delta s_R$

$$T_n = \tau_n \cdot \Sigma u \cdot \Delta s_R \quad (44)$$

und daraus dann

$$\sigma_{s(n,n+1)} = \sigma_{s(n-1,n)} + T_n/A_s \quad (45)$$

$$\epsilon_{s(n,n+1)} = \frac{\sigma_{s(n,n+1)}}{E_s} + 0,002 \left( \frac{\sigma_{s(n,n+1)}}{\beta_{0,2}} \right)^m \quad (46)$$

$$Z_{b(n,n+1)} = Z_{b(n-1,n)} - T_n \quad (47)$$

$$\epsilon_{bs(n,n+1)} = f(Z_{b(n,n+1)}) \text{ nach Gl. (42)}$$

$$v_{s,n+1} = v_{s,n} + \epsilon_{s(n,n+1)} \cdot \Delta s_R \quad (48)$$

$$v_{b,n+1} = v_{b,n} + \epsilon_{bs(n,n+1)} \cdot \Delta s_R \quad (49)$$

$$v_{n+1} = v_{s,n+1} - v_{b,n+1} \quad (50)$$

Der Anfangswert für die Betonzugkraft im Punkt  $s_R = 0$  (s. Bild 51) ergibt sich aus Gl. (36). Die Anfangswerte für die Stahlspannung und die Verschiebung bei  $s_R = 0$ ,  $\sigma_{s0}$  und  $v_0$  erhält man aus folgenden Überlegungen:

In dem Moment vor der Bildung des ersten Risses entspricht die Betonzugspannung  $\sigma_u$  an der Balkenunterkante der wirksamen Betonzugfestigkeit  $\beta_{bZ}$ . Weiterhin besteht Zustand I mit Dehnungsgleichheit zwischen Beton und Stahl und der Verschiebung  $v = 0$ . Nach der Bildung des ersten Risses ist die Betonspannung  $\sigma_u$  an der Stelle des Risses auf Null abgefallen und steigt zu beiden Seiten des Risses über die Länge des Einleitungsbereiches wieder auf den ursprünglichen Wert  $\beta_{bZ}$  an.

Außerhalb des Einleitungsbereiches, in dem vom ersten Riß ungestörter Bereich, besteht weiterhin Dehnungsgleichheit von Beton und Stahl wie vor der Bildung des ersten Risses. Ebenso gibt es dort keine Verschiebung zwischen Beton und Stahl. Dies gilt auch für den Fall, daß der Einleitungsbereich in dem Abschnitt mit ansteigender Wirkungszone endet, da mit der Annahme einer von der Koordinate  $s_R$  unabhängigen Gradienten der Betonspannungen (s. Bild 50) die Betonspannung  $\sigma_{bs}$  in Höhe des Bewehrungsschwerpunktes unbeeinflußt von der jeweiligen Wirkungszonehöhe bei einer über  $s_R$  konstanten Spannung  $\sigma_u$  ebenfalls konstant bleibt. Also gilt am Ende des Einleitungsbereiches für jede in diesem Querschnitt vorhandene Höhe der Wirkungszone

$$v_0 = 0$$

$$\sigma_{s0} = \frac{E_s}{E_b} \cdot \sigma_{b,s}$$

bzw. mit Gl. (41) und  $\sigma_u = \beta_{bZ}$

$$\sigma_{s0} = \frac{E_s}{E_b} \cdot \beta_{bZ} \frac{h - h_x^I}{d - h_x^I} \quad (51)$$

Nun sind alle für die schrittweise Berechnung nach Gl. (43) bis (50) benötigten Werte bekannt. Erreicht die Stahlspannung in einem Intervall den Wert

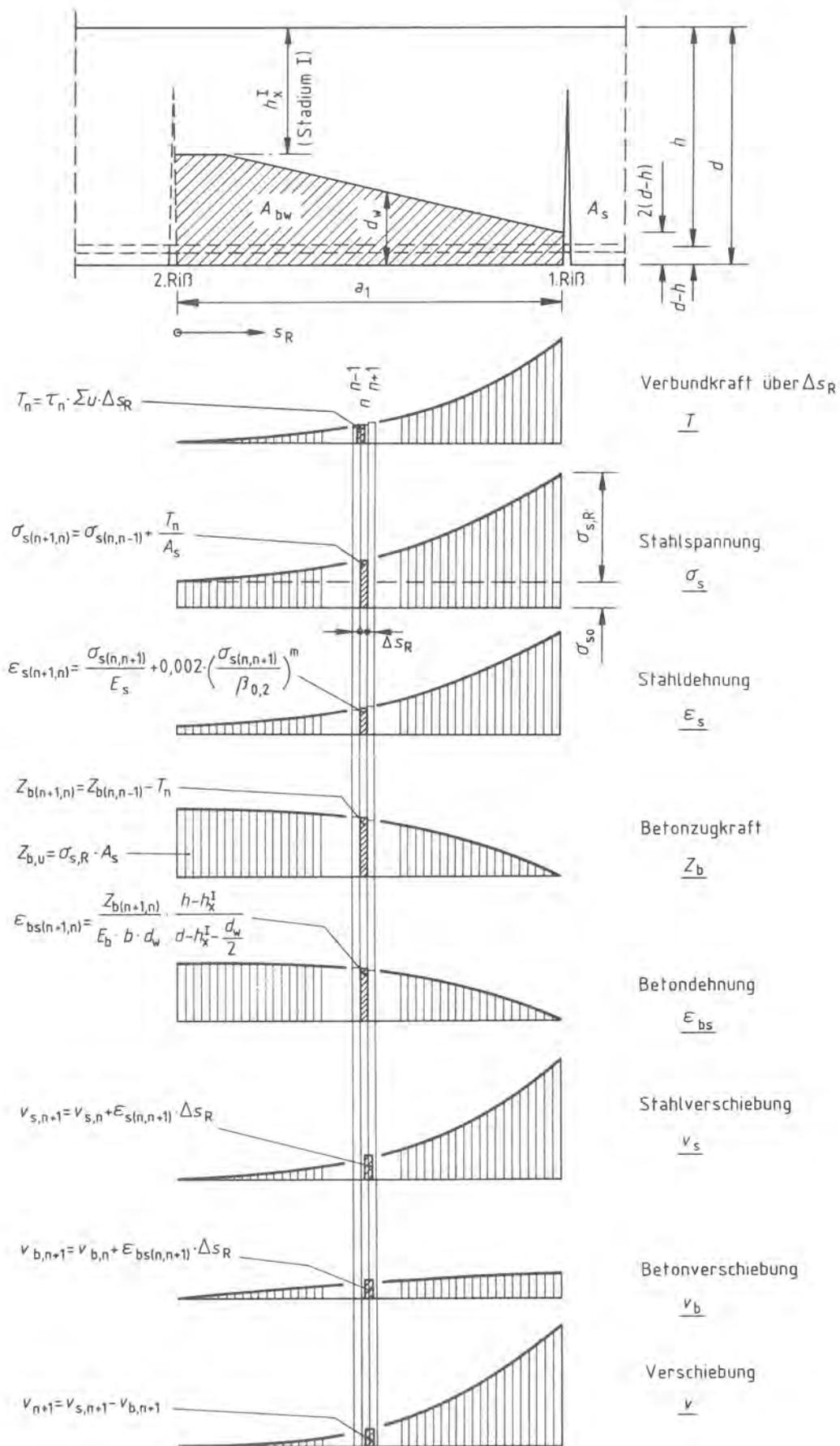


Bild 51: Kräfte, Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen bei der Ermittlung des Abstandes  $a_1$  zwischen erstem und zweitem RiB (RiBabstand vergrößert dargestellt)

$\sigma_{sO} + \sigma_{sR}$ , d.h. ist sie vom potentiellen zweiten RiB ab um die Anreißspannung  $\sigma_{sR}$  angestiegen, entspricht die Summe der dazu benötigten Intervalle  $\Delta s_R$  der Einleitungsstrecke  $a_1$ .

Die für die Berechnung der Einleitungsstrecke  $a_1$ , also des Abstandes des zweiten Risses vom ersten RiB, benötigten Kräfte, Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen sind in Bild 51 zusammengestellt.

Infolge der Veränderlichkeit der Wirkungszonenhöhe und der noch fehlenden Kenntnis der Anteile unverminderten und in RiBnähe verminderten Verbundes kann die Länge  $a_1$  nicht in einem Rechengang ermittelt werden. Zunächst wird in einem ersten Schritt die Wirkungszonenhöhe konstant mit  $d_w = d - h_x^I$  angenommen und für den Verbund nur das Verbundgesetz für unverminderten Verbund verwendet. In einem zweiten Schritt wird, von der im ersten Schritt ermittelten Länge  $a_1$  ausgehend, die Veränderlichkeit der Wirkungszonenhöhe  $d_w$  berücksichtigt und in der Nähe des ersten Risses das Verbundgesetz des verminderten Verbundes angesetzt und so ein verbesserter Wert  $a_1$  berechnet. Der verbesserte Wert  $a_1$  hat aber wieder hinsichtlich der Wirkungszone und des Anteiles unverminderten Verbundes geänderte Verhältnisse zur Folge. Deshalb wird der zweite Schritt so oft wiederholt, bis die Differenz der ermittelten Längen  $a_1$  des n-ten und n+1-ten Schrittes eine gewählte Genauigkeitsschranke unterschreitet.

Nach der Ermittlung der Lage des zweiten Risses ist zu prüfen, ob zwischen dem ersten RiB und dem zweiten RiB ein dritter RiB möglich ist. Der Ort eines dritten Risses ist bei Annahme eines über  $a_1$  konstanten Biegemomentes mit der Mitte zwischen erstem und zweitem RiB gegeben.

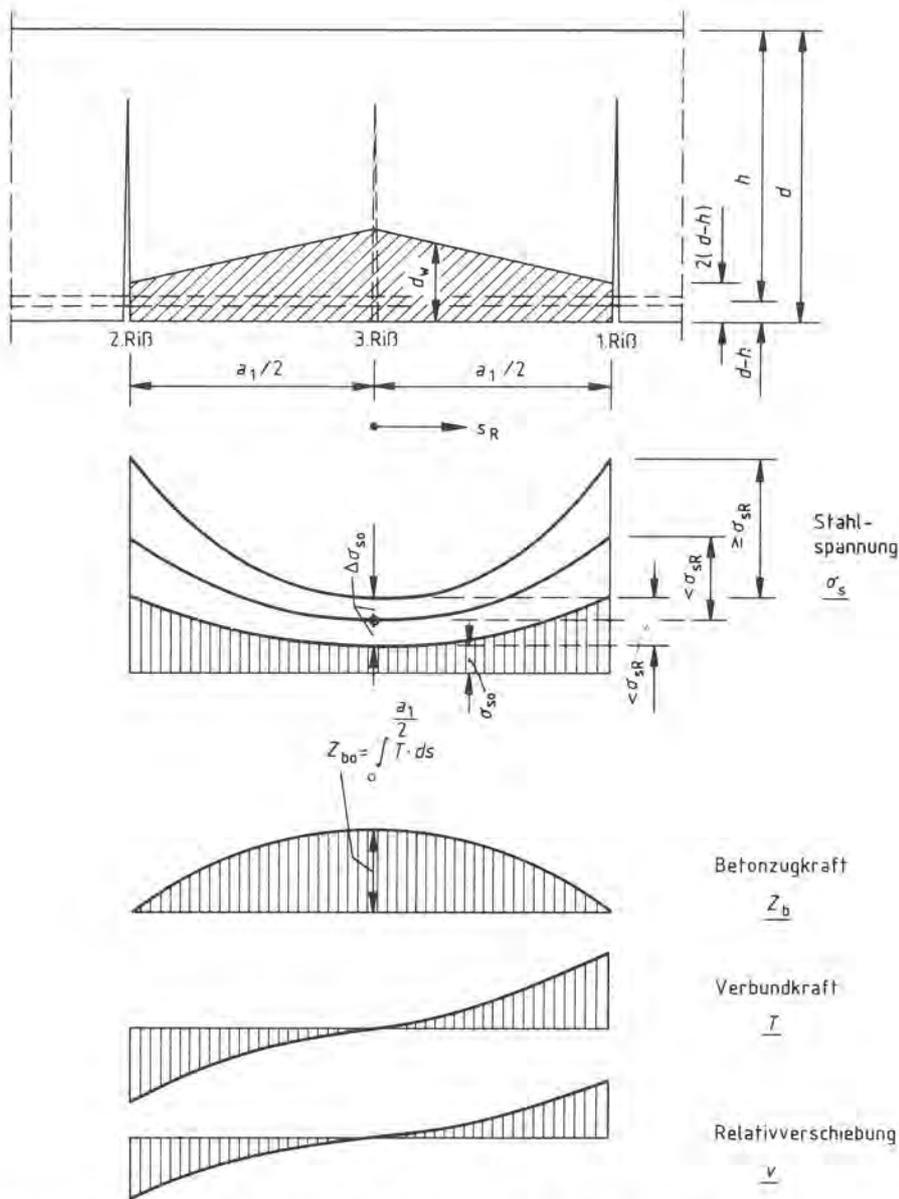
Infolge der Symmetrie ist es ausreichend, die Strecke  $a_1/2$  zwischen dem dritten und dem ersten RiB zu betrachten. Die Anfangsstahlspannung  $\sigma_{sO}$  in  $s_R = 0$  (s. Bild 52) ist zunächst unbekannt. Bedingung für die Bildung eines dritten Risses ist, daß zwischen dem Ort des dritten Risses und dem ersten bzw. zweiten RiB über Verbund die Anreißspannung  $\sigma_{sR}$  eingeleitet werden kann. Da mit steigender Stahlspannung die Dehnungen, Verschiebungen und damit auch die für die Änderung der Stahlspannung verantwortlichen Verbundspannungen ansteigen, wird das Spannungsniveau durch mehrmaliges Erhöhen der Stahlspannung  $\sigma_{sO}$  um  $\Delta\sigma_{sO}$  angehoben, bis über die Strecke  $a_1/2$  ein Anstieg der Stahlspannung um die Anreißspannung  $\sigma_{sR}$  erreicht ist (s. Bild 52).

Die Berechnung der Stahlspannungen und aller übrigen Werte erfolgt wie bei der Ermittlung der Länge  $a_1$  mit den Gl. (43) bis (50). Ausgangspunkt der Rechnung ist jetzt die Stelle des dritten Risses (s. Bild 52), Mit der Lage des dritten Risses sind Form der Wirkungszone und die Anteile unverminderten und verminderten Verbundes bekannt. Jedoch lassen sich für die Betonzugkraft in jeder Steigerungsstufe von  $\sigma_{sO}$  nur die beiden Bedingungen angeben:

$$\text{An der Stelle } s_R = 0 \text{ (s. Bild 52): } Z_{b0} = \int_0^{a_1/2} T \cdot ds$$

$$\text{und an der Stelle } s_R = \frac{a_1}{2} : \quad Z_b = 0$$

Die Kraft  $Z_{b0}$  ist zum Beginn der Rechnung unbekannt, da das Integral über die Verbundkraft erst am Ende der Rechnung ermittelt ist. Beginnend mit einem ge-



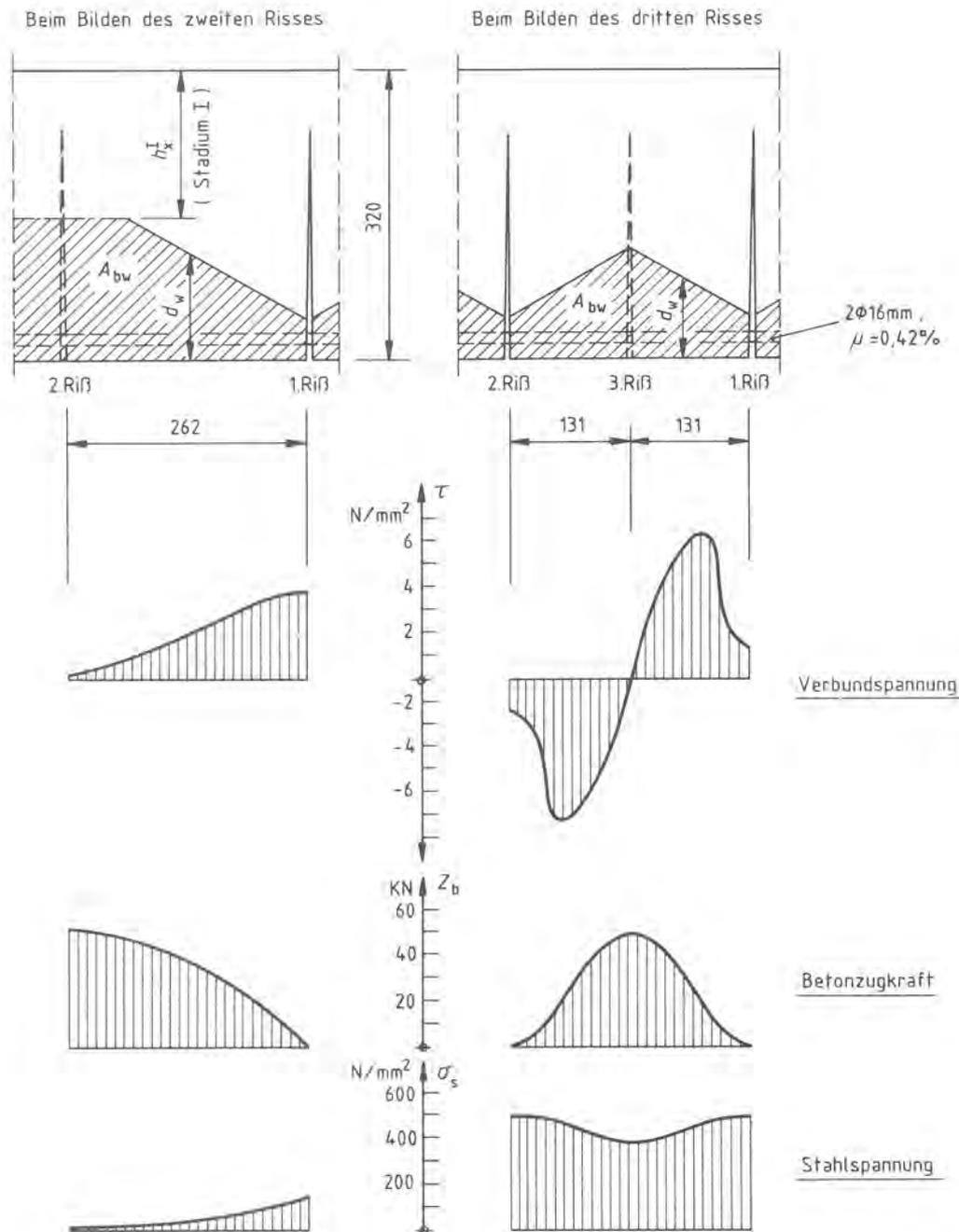
**Bild 52:** Wirkungszone, Verteilung der Stahlspannung, der Betonzugkraft, der Verbundkraft und der Verschiebung bei Prüfung, ob dritter RiB zwischen erstem und zweitem möglich.

geschätzten Anfangswert für  $Z_{b0}$  werden in jeder Steigerungsstufe von  $\sigma_{s0}$  durch Iteration Betonzugkraft und Integral über die Verbundkraft so weit ausgeglichen, bis ihre Differenz vernachlässigbar klein ist.

Das Steigern der Anfangsstahlspannung  $\sigma_{s0}$  wird begrenzt durch die Bedingung, daß die Stahlspannung im ersten RiB die Zugfestigkeit des Stahles nicht übersteigen darf. Kann ein Anstieg der Stahlspannung über die Strecke  $a_1/2$  um die Anreißspannung  $\sigma_{sR}$  unter Einhalten dieser Bedingung erreicht werden, ist ein dritter RiB zwischen dem ersten und zweiten RiB möglich, der gesuchte RiBabstand beträgt  $a_R = a_1/2$ . Im anderen Fall entspricht der RiBabstand  $a_R$  der Einleitungsstrecke  $a_1$ .

### 13.3 Beispiele für den Beanspruchungszustand zwischen Rissen und für Einflüsse auf den RiBabstand

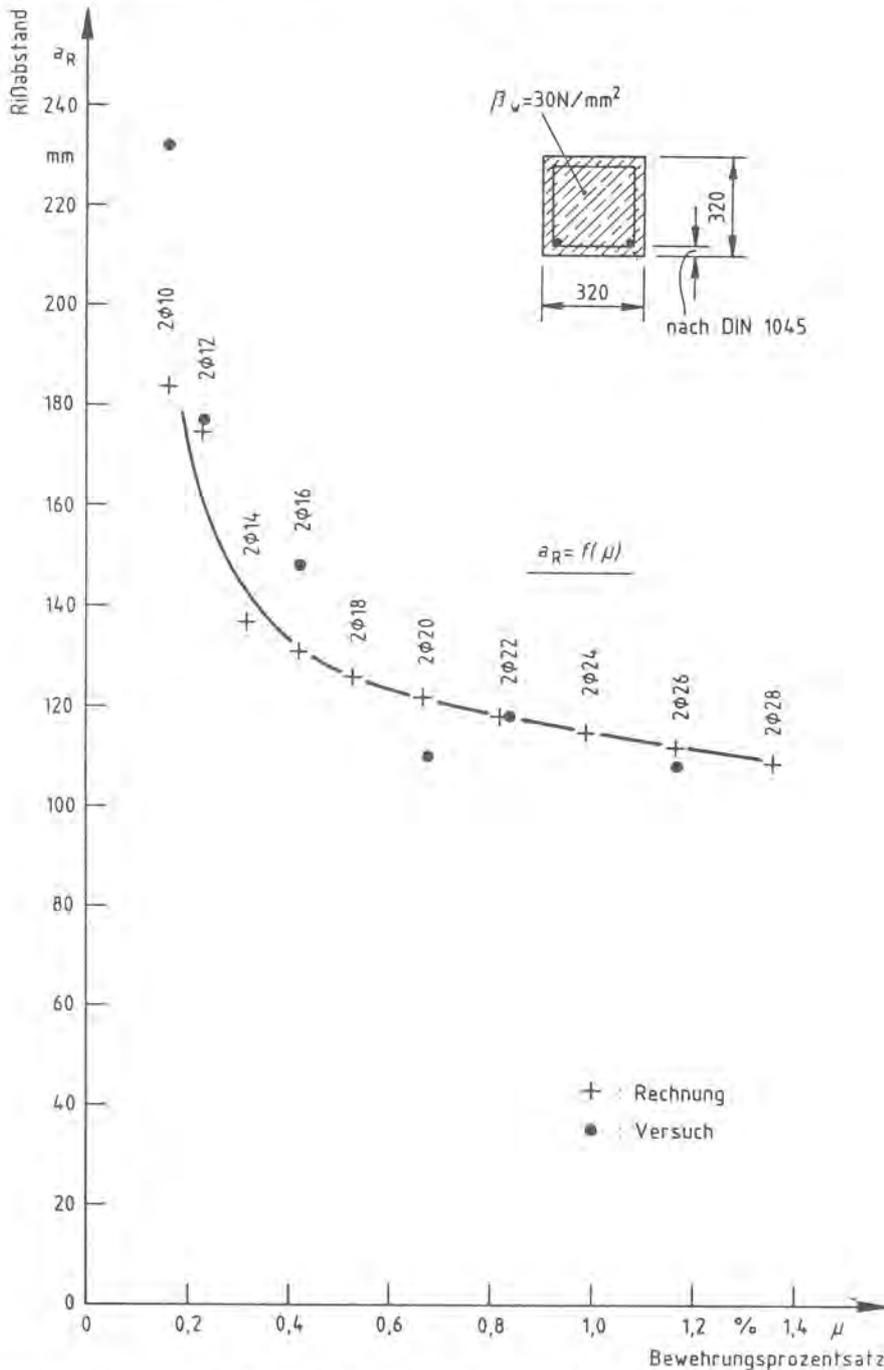
Der rechnerisch ermittelte Beanspruchungszustand im Zugbereich eines auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbalkens kurz vor Bildung weiterer Risse ist in



**Bild 53:** Beanspruchungszustand im Zugbereich eines auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbalkens mit Rechteckquerschnitt, gerechnetes Beispiel unter Berücksichtigung der Verbundgesetze nach Bild 9

Bild 53 beispielhaft dargestellt. Die Rechnung wurde für einen Rechteckquerschnitt 32 cm x 32 cm, bewehrt mit 2 Stäben von 16 mm Nenndurchmesser, mit Hilfe der Verbundgesetze nach Bild 9 durchgeführt. Oben ist die entsprechend den vereinfachenden Annahmen auf Zug mitwirkende Betonzone und darunter sind die Verbundspannungen, die Betonzugkräfte sowie die Stahlspannungen in Abhängigkeit vom Ort zwischen zwei Rissen eingezeichnet. Die linke Hälfte zeigt den Zustand für ein Beanspruchungsniveau bei Bildung des ersten Rißmusters (1. RiB und 2. Risse), während auf der rechten Hälfte der Zustand für ein bedeutend höheres Beanspruchungsniveau bei Bildung des zweiten Rißmusters (1. RiB, 2. Risse und 3. Risse) zu sehen ist. Man erkennt den grundsätzlichen Unterschied zwischen beiden Zuständen besonders deutlich bei den Verbundspannungen. Er beruht darauf, daß sich bei größeren Verschiebungen der Unterschied zwischen den Verbundgesetzen in RiBnähe und denen in RiBferne, Bild 9, stark bemerkbar macht.

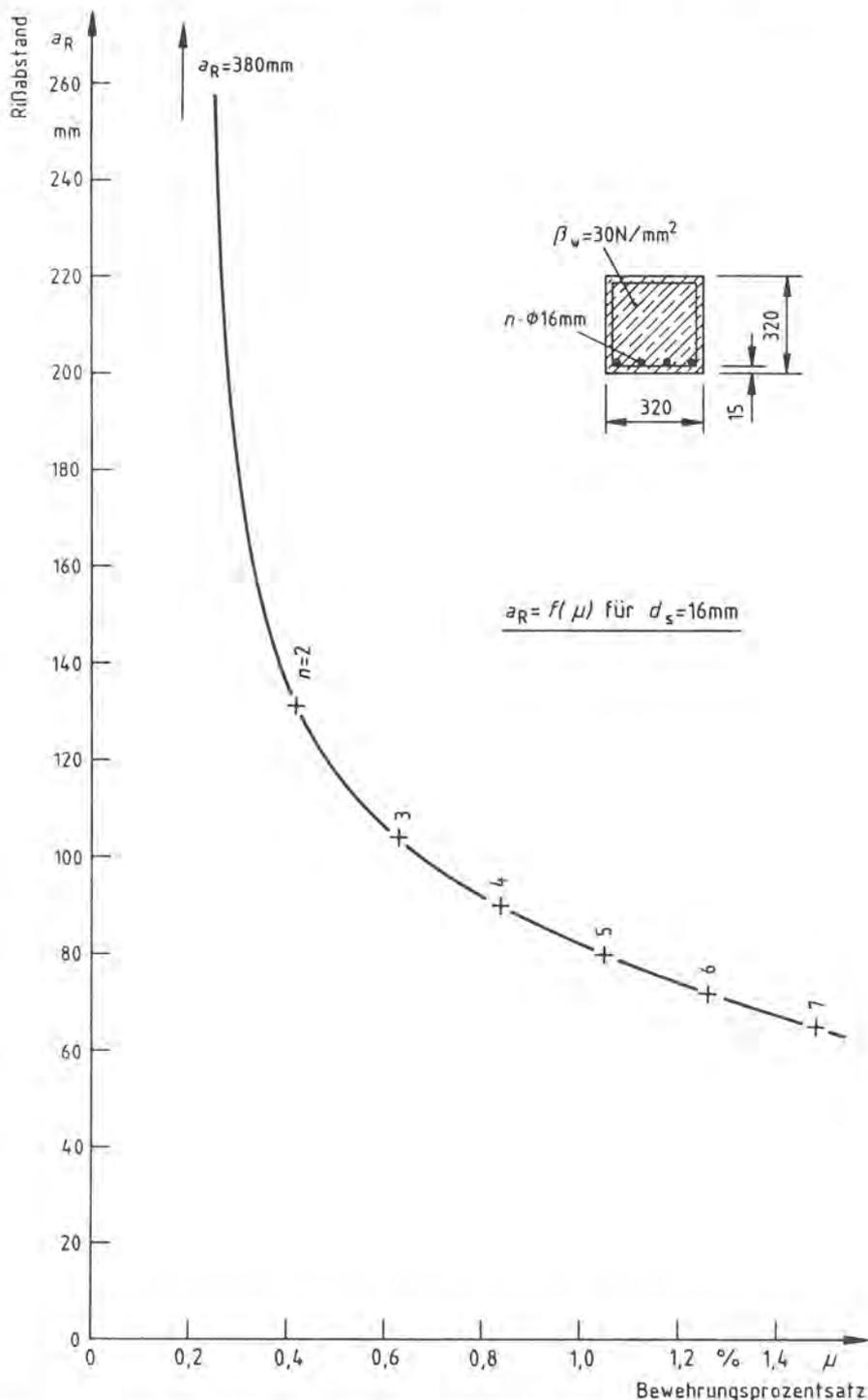
Einen Vergleich errechneter und im Versuch gemessener Rißabstände zeigt Bild 54. Die eingetragenen Punkte repräsentieren gemittelte Rißabstände, die sich in den Balken der in Eifler/Plauk [14] beschriebenen Versuche ergaben. In die Rechnung ist von diesen Balkenversuchen nur eine mittlere wirksame Betonzugfestigkeit von  $2,0 \text{ N/mm}^2$  übernommen worden, vgl. Abschnitt 13.1. Mit dem Rechenverfahren lassen sich also auf der Grundlage der Verbundgesetze und einer wirklichkeitsnahen wirksamen Betonzugfestigkeit die in Wirklichkeit sich einstellenden mittleren Rißabstände gut erfassen.



**Bild 54:** Vergleich gerechneter und gemessener Werte für Rißabstände  $a_R$ ; Einfluß der Änderung des Bewehrungsprozentsatzes  $\mu$  durch Vergrößerung des Stabdurchmessers  $\phi$  auf  $a_R$

Interessant ist auch der quantitative Vergleich zwischen dem Einfluß der Änderung des Bewehrungsprozentsatzes  $\mu$  durch Vergrößerung des Stabdurchmessers, Bild 54, und dem Einfluß der Bewehrungsprozentsatzänderung durch Vergrößerung der Stabanzahl, Bild 55. Bei zwei Stäben mit 16 mm Durchmesser, das bedeutet

hier  $\mu \approx 0,4\%$ , sind ca. 130 mm Rißabstand zu erwarten. Erhöht man  $\mu$  auf 1,36 % durch Vergrößerung der Durchmesser auf 28 mm, ist nur mit einer Verringerung des Rißabstandes auf ca. 110 mm zu rechnen, Bild 54. Dagegen bedingt eine entsprechende Vergrößerung von  $\mu$  durch Erhöhung der Stabanzahl auf 6 oder 7 Stäbe  $d_s = 16$  mm eine Verringerung des Rißabstandes auf ca. 70 mm.



**Bild 55:** Einfluß der Änderung des Bewehrungsprozentsatzes  $\mu$  durch Erhöhung der Stabanzahl  $n$  auf den Rißabstand  $a_R$ , gerechnetes Beispiel

Einen Unsicherheitsfaktor bei der Rißabstandsberechnung stellt die wirksame Betonzugfestigkeit dar. Da sie meist nicht direkt gemessen, sondern nur durch Korrelation zu anderen Größen abgeschätzt werden kann, hier z.B. über die Würfeldruckfestigkeit  $\beta_w$ , vgl. Abschnitt 13.1, ist es notwendig, ihren Einfluß auf den Rißabstand auch zahlenmäßig zu erkennen. Dieser ist in Bild 56 für Ver-

hältnisse, wie sie auch in Bild 55 zugrunde liegen, aufgezeichnet. Solange sich ein zweites Rißmuster (1. Riß, 2. Risse und 3. Risse) einstellen kann, bewirkt die Änderung der wirksamen Betonzugfestigkeit von  $1,5 \text{ N/mm}^2$  auf  $3,0 \text{ N/mm}^2$  im Bereich von  $0,4 \% < \mu < 1,5 \%$  bei dem hier gerechneten Beispiel Änderungen des Rißabstandes zwischen ca.  $45 \text{ mm}$  und  $25 \text{ mm}$  bei Rißabständen zwischen  $130 \text{ mm}$  und  $65 \text{ mm}$ . Bei der geringen Bewehrung mit  $2 \phi 16$  ist jedoch für  $\beta_{bZ} = 3,0 \text{ N/mm}^2$  ein 2. Rißmuster nicht mehr möglich, so daß hier zwischen  $\beta_{bZ} = 2,5 \text{ N/mm}^2$  und  $3,0 \text{ N/mm}^2$  ein sprunghaftes Ansteigen des mittleren Rißabstandes zu erwarten ist. Allgemein kann man sagen, daß die bei geringen Bewehrungsprozentsätzen zu erwartenden mittleren Rißabstände stark streuen können, da zum einen die von sich aus stark streuende wirksame Betonzugfestigkeit hier einen größeren Einfluß hat,

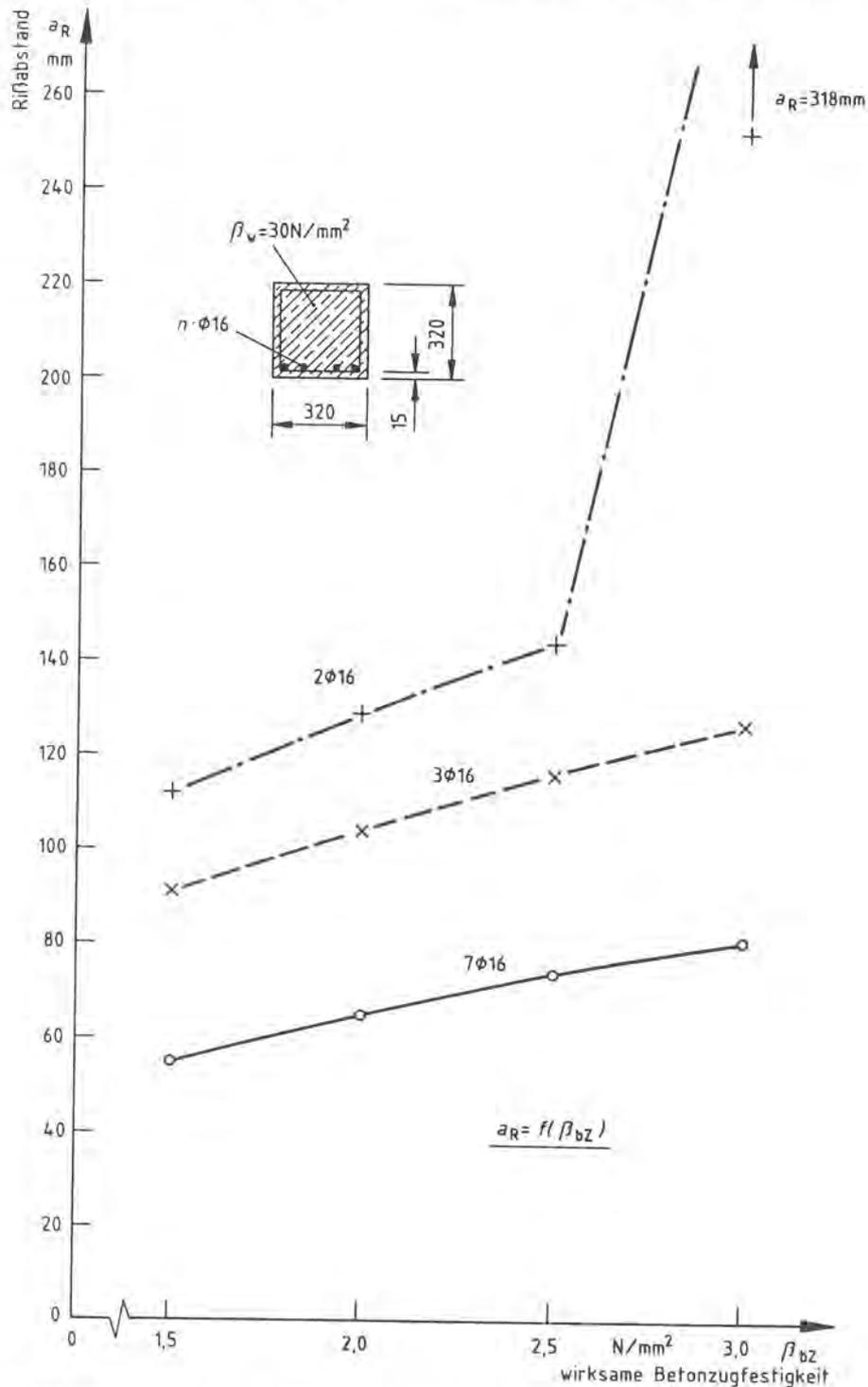


Bild 56: Einfluß der wirksamen Betonzugfestigkeit  $\beta_{bZ}$  auf den Rißabstand  $a_R$ , gerechnetes Beispiel

und zum anderen aber vor allem schon geringe Streuungen von ihr örtlich den Ausschlag geben, ob ein großer Rißabstand entsprechend dem ersten oder ein kleiner entsprechend dem zweiten Rißmuster sich einstellt.

14. Gesamtdrehung eines plastischen Gelenkes im Bereich geringer Querkraft

Mit dem nach Abschnitt 13.2 ermittelten mittleren Rißabstand  $a_R$  ist nun die Länge der Balkenelemente und bei Festlegung der Lage eines Balkenelementes auch die Lage der übrigen bekannt (s. Bild 57). Die Ausdehnung des plastischen Bereiches, dessen plastische Verformungen als Drehung eines plastischen Gelenkes zusammengefaßt werden, ergibt sich durch die Anzahl der Balkenelemente, in denen

$$\sigma_{Ri\beta} \geq \beta_{0,2}$$

gilt.

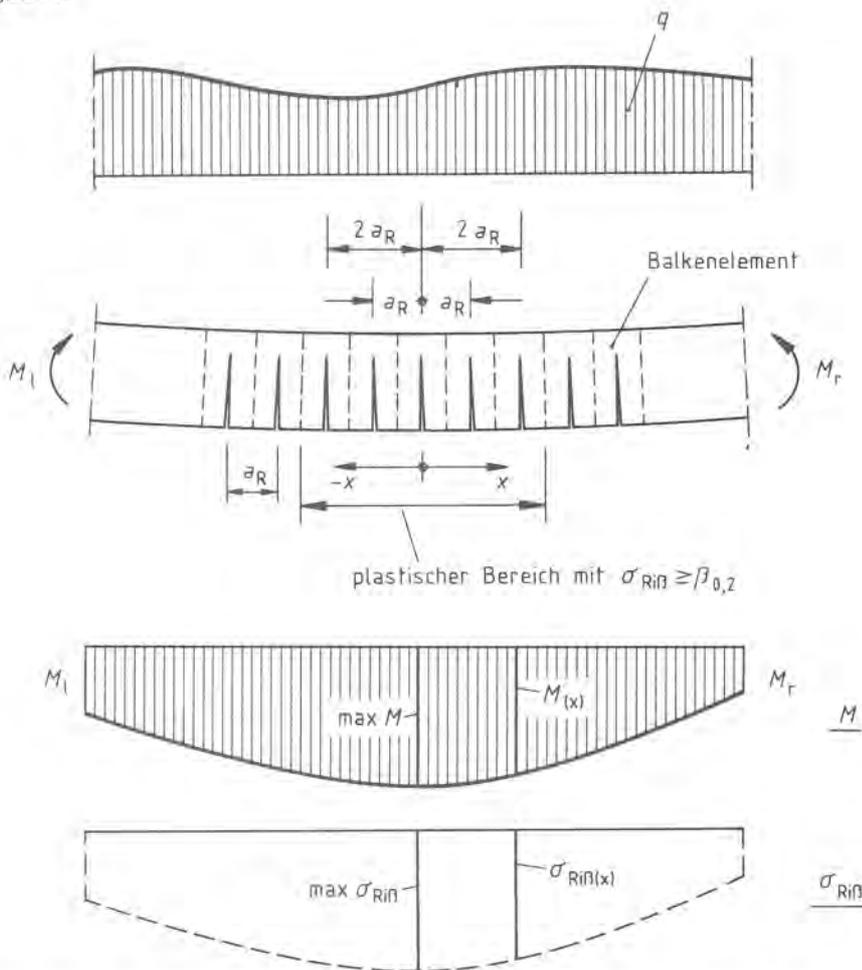


Bild 57: Balkenabschnitt mit plastischem Bereich,  $x = 0$  an der Stelle des maximalen Momentes

Ist die Stahlspannung  $\sigma_{Ri\beta}$  in jedem Element bekannt, lassen sich nach Abschnitt 12.3 die Elementdrehungen  $\Delta\theta$  und mit deren Addition die Drehung des plastischen Gelenkes berechnen. Da hier, wie bereits im Abschnitt 12.1 beschrieben, ein plastisches Gelenk unter einer Streckenlast in einem Bereich geringer Querkraft betrachtet wird, bei dem infolge der geringen Schubbeanspruchung die Biegerisse senkrecht zur Balkenachse verlaufen, kann von einem affinen Verlauf der Zugkraftlinie zur Momentenlinie ausgegangen werden. Damit ergibt sich die Stahlspannung im Riß aus dem im gleichen Querschnitt wirkenden Moment zu

$$\sigma_{\text{RiB}} = \frac{M(x)}{A_s \cdot z} \quad (52)$$

Hierbei bedeutet  $z$  den Hebelarm der inneren Kräfte (s. Bild 58).

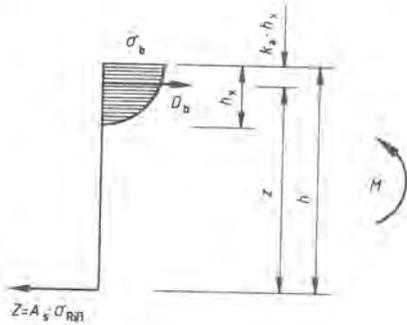


Bild 58: Kräfte und innerer Hebelarm im RiBquerschnitt

Der Maximalwert des Biegemomentes im plastischen Bereich ist mit der bereits ermittelten Stahlspannung  $\max \sigma_{\text{RiB}}$  gegeben, bei der ein Balkenelement versagt (s. Abschnitt 12.3).

$$\max M = A_s \cdot z \cdot \max \sigma_{\text{RiB}} \quad (53)$$

Für den Hebelarm  $z$  der inneren Kräfte wird trotz unterschiedlicher Beanspruchung in allen Elementen der gleiche Wert angenommen. Dies ist gerechtfertigt, da ja nur plastisch verformte Balkenelemente betrachtet werden und damit die Momente  $M(x)$  nur in dem engen Bereich

$$M_p \leq M(x) \leq \max M$$

liegen können. Ist im plastischen Bereich auch der Querschnitt  $A_s$  der Zugbewehrung konstant, ergibt sich die gesuchte Stahlspannung im RiB an der Stelle  $x$  aus den Gleichungen 52 und 53 zu

$$\sigma_{\text{RiB}}(x) = \max \sigma_{\text{RiB}} \cdot \frac{M(x)}{\max M} \quad (54)$$

Bei bekanntem Momentenbild sind damit die Stahlspannungen  $\sigma_{\text{RiB}}(x)$  aller Balkenelemente des plastischen Bereiches gegeben.

Die Gl. (54) zeigt, daß bei der Berechnung der Drehungen, die ja in Abhängigkeit von der Spannung  $\sigma_{\text{RiB}}$  bestimmt werden, allein das Verhältnis des Momentes an der Stelle  $x$  zum Maximalmoment eingeht. Sollen die Momente auch in ihrer Größe ermittelt werden, wird nach Gl. (53) neben dem Stahlquerschnitt  $A_s$  noch der Hebelarm  $z$  der inneren Kräfte benötigt. Nach Bild 58 ergibt sich der Hebelarm zu

$$z = h - k_a \cdot h_x \quad (55)$$

Der Lagebeiwert  $k_a$  wird wieder aus Rüschi/Stöckl [46] oder [47] den Diagrammen  $k_a = f(\rho, \beta_w)$  für den Ausnutzungsgrad  $\rho = 1$  und die vorhandene Betondruckfestigkeit entnommen.

## 15. Anwendung des Rechenprogrammes

### 15.1 Rechenprogramm

Das für die Berechnung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke erstellte Rechenprogramm ist in der Programmiersprache FORTRAN geschrieben. Im Anhang ist in einem Flußdiagramm der Rechenablauf dargestellt und ein Ausdruck des Rechenprogrammes wiedergegeben. Zur Anwendung des Rechenprogrammes sind im Abschnitt 15.2 die Eingabewerte beschrieben. Für die Durchführung der Rechnung auf einem Minicomputer der Bundesanstalt für Materialprüfung, Berlin, wurde für die Berechnung der Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes eine Rechenzeit von rd. 70 Sekunden benötigt.

### 15.2 Eingabewerte des Rechenprogrammes

Die von dem Rechenprogramm verarbeitbaren Eingabewerte sind in der Tafel 6 zusammengestellt. Als Beispiel sind in der vierten Spalte der Tafel Zahlenwerte angegeben, die einem Standardbalken, der in allen vergleichenden Betrachtungen des Abschnittes 15.3 wiederkehrt, entsprechen. In der zweiten Spalte sind die gewählten EDV-Bezeichnungen der Eingabewerte aufgeführt.

Tafel 6: Eingabewerte

Bezeichnung im Text	EDV-Bezeichnung	Dimension	Zahlenwert des Standardbalkens	Bemerkungen
<u>Balkenabmessungen</u>				
b	B	mm	320	Balkenbreite
d	D	mm	320	Balkenhöhe
l	BL	mm	3750	Spannweite des Balkens
-	HEIGA	mm	0	Eingabewert der statischen Höhe; wenn HEIGA = 0: Berechnung der statischen Höhe h mit den nach DIN 1045 erforderlichen Betondeckungen ( $h = d - \frac{s}{2} - c$ ); wenn ein bestimmter Wert für die statische Höhe eingegeben werden soll: HEIGA = h <sub>vorh.</sub>
<u>Beton</u>				
$\beta_w$	BETAW	N/mm <sup>2</sup>	31	Betonwürfeldruckfestigkeit
$E_b$	EB	N/mm <sup>2</sup>	30000	Elastizitätsmodul des Betons
$\alpha_w$	ALPHAW	-	0,702	Größenbeiwert der Biegedruckkraft bei einem Ausnutzungsgrad $\rho = 1$
$\epsilon_b = f(\rho, \beta_w)$	EPSBN (J,I) (I=1,3; J=1,8)	mm/mm	s.Tafel 7	Betonstauchung des gedrückten Randes nach Rüsç/Stöckl [46] oder [47]
$k_a = f(\beta_w)$	EPSBN (J,I) (I=1,3; J=9)	-	s.Tafel 7	Lagebeiwert der Druckkraft bei einem Ausnutzungsgrad $\rho = 1$
$\rho$	RO (J=1,9)	-	s.Tafel 7	Ausnutzungsgrade der Druckzone
$\beta_w$	EW (I=1,3)	-	s.Tafel 7	zum Feld EPSBN zugehörige Betonwürfeldruckfestigkeiten

Tafel 6: Eingabewerte (Fortsetzung)

Bezeichnung im Text	EDV-Bezeichnung	Dimension	Zahlenwert des Standardbalkens	Bemerkungen
<b>Bewehrung</b>				
$\beta_{0,2}$	BET 0 2	N/mm <sup>2</sup>	430	Festigkeit an der 0,2 %-Dehngrenze des Stahles
$\beta_z$	BETZ	N/mm <sup>2</sup>	530	Zugfestigkeit des Stahles
m	M	-	14,0	Exponent in der Gl. $\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,002 \left( \frac{\sigma_s}{\beta_{0,2}} \right)^m$
$E_s$	ES	N/mm <sup>2</sup>	210000	Elastizitätsmodul des Stahles
$d_s$	DS	mm	8	Durchmesser eines Betonstahles, Anfangswert der Schleife zur Erhöhung des Stahldurchmessers
-	DDS	mm	2	Zuwachs des Stahldurchmessers je Schleife
-	DSN	mm	28	Mit Erreichen dieses Durchmessers wird die Schleife abgebrochen
-	NA	-	2	Anzahl der Betonstähe der Zugbewehrung, Anfangswert der Schleife zur Erhöhung der Stahlanzahl
-	NDNEIN	-	0	Steigerung der Betonstahlanzahl, wenn NDNEIN=0: Im Programm berechnete Steigerung in Abhängigkeit von einem gewählten Steigerungswert des Bewehrungsprozentsatzes. NDNEIN= $\Delta n$ : wenn Steigerung $\Delta n$ in der Stahlanzahl gewünscht
-	NE	-	2	Mit Erreichen dieser Stahlanzahl wird die Schleife zur Erhöhung der Stahlanzahl abgebrochen
-	DELMUE	-	0,0013	Bewehrungsprozentsatzzuwachs zur Berechnung von $\Delta n$ bei NDNEIN=0
<b>Verbund</b>				
$\tau$	TB(J,I) (J=1,2,3; I=1,5)	N/mm <sup>2</sup>	s.Tafel A9 (Anhang)	Verbundwerte eines Stahles, $d_s=10\text{mm}$ , ohne Rißsimulation in Abhängigkeit von 23 Verschiebungswerten und 5 Werten der plastischen Stahldehnung, Versuchswerte des Teiles A
$\tau$	TC(J,I)	N/mm <sup>2</sup>	s.Tafel A9 (Anhang)	Desgl. für einen Stahl $d_s=10\text{mm}$ mit Rißsimulation
$\tau$	TD(J,I)	N/mm <sup>2</sup>	s.Tafel A10 (Anhang)	Desgl. für einen Stahl $d_s=16\text{mm}$ ohne Rißsimulation
$\tau$	TE(J,I)	N/mm <sup>2</sup>	s.Tafel A10 (Anhang)	Desgl. für einen Stahl $d_s=16\text{mm}$ mit Rißsimulation
v	VA (J=1,2,3)	mm	s. Tafeln A9 oder A10 (Anhang)	gewählte Verschiebungswerte
$\epsilon_{s,p}$	E (I=1,5)	mm/mm	(Anhang)	plastische Stahldehnungen
-	ATC	-	2,5	Über die Länge $ATC \cdot d_s$ ab Riß werden die Verbundgesetze "mit Rißsimulation" verwendet
-	KBUND	-	1,0	Faktor zur linearen Hebung oder Senkung der eingegebenen Verbundwerte $\tau' = \tau \cdot KBUND$
-	KBUNDR	-	1,0	Desgl. für die Verbundwerte "mit Rißsimulation"

Tafel 6: Eingabewerte (Fortsetzung)

Bezeichnung im Text	EDV-Bezeichnung	Dimension	Zahlenwert des Standardbalkens	Bemerkungen
<u>Marken zur Steuerung des Programmes</u>				
	Q	-	0	wenn Q = 0: Berechnung von $\theta$ für ein plastisches Gelenk im Bereich geringer Querkraft (unter Streckenlast) wenn Q = 1: Berechnung von $\theta$ für ein plastisches Gelenk im Bereich hoher Querkraft (Versatzmaß, Rißeigung nach Lippoth [28])
	KRM	-	0	wenn KRM = 0: Bereitstellen der Felder TET(I) und RMB(I) zum Plotten der Gelenkdrehung $\theta$ in Abhängigkeit vom Bewehrungsprozentsatz oder vom bezogenen Moment. wenn KRM = 1: Bereitstellen der Felder RKP(I) und RMB(I) zum Plotten der Krümmung $\kappa$ in Abhängigkeit vom bezogenen Moment

Bei der Berechnung der Betonstauchungen soll der Einfluß einer Querbewehrung auf die vom Beton ertragbare Stauchung berücksichtigt werden. Es wird deshalb in den Rechenbeispielen des Abschnittes 15.3 eine Querbewehrung aus zweischnittigen Bügeln,  $d_{s,Bü} = 10 \text{ mm}$  im Abstand von  $a = 200 \text{ mm}$  angenommen. Nach Bild 7 in Rüsç/Stöckl [47] und mit den dort gewählten Bezeichnungen ergeben sich für den Standardbalken nach Tafel 6 dann folgende Werte:

$$d_K = 320 - 2(15 + 5) = 280 \text{ mm}$$

$$F_K = \frac{\pi \cdot d_K^2}{4} = \frac{\pi \cdot 280^2}{4} = 61580 \text{ mm}^2$$

$$d_o = d_K - 2 \cdot \frac{a}{4} = 280 - 2 \cdot \frac{200}{4} = 180 \text{ mm}$$

$$F_o = \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} = \frac{\pi \cdot 180^2}{4} = 25450 \text{ mm}^2$$

Vorhandener Aufteilungsgrad der Querbewehrung:

$$A = \frac{F_o}{F_K} = \frac{25450}{61580} = 0,413$$

Vorhandener Prozentsatz der Querbewehrung:

$$\text{mit } A_{s,Bü} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ mm}$$

$$\mu_q = \frac{A_{s,Bü}}{a \cdot d_K} = \frac{78,5}{200 \cdot 280} = 0,00140 = 0,14 \%$$

Diesen Werten entsprechen folgende Prismenserien in [47]

- B 131/4 mit  $\beta_w = 14,2 \text{ N/mm}^2$
- B 231/4 mit  $\beta_w = 22,4 \text{ N/mm}^2$
- B 631/4 mit  $\beta_w = 62,5 \text{ N/mm}^2$

mit einem Aufteilungsgrad der Querbewehrung  $A = 0,42$  und einem Prozentsatz der Querbewehrung von  $\mu_q = 0,19 \%$ .

Jede Serie umfaßte 6 Prismen, von denen 3 mit Bügeln aus BSt 220/340 und 3 mit Bügeln aus BSt 500/550 bewehrt waren. Die Auswertung der Versuchsprotokolle (s. S. 54 bis 59 in [47]) ergab die in der Tafel 7 zusammengestellten Betonrandstauchungen  $\epsilon_b = f(\rho, \beta_w)$  und Lagebeiwerte  $k_a = f(\rho = 1, \beta_w)$  der Biegedruckkraft.

**Tafel 7:** Betonrandstauchungen  $\epsilon_b$  und Lagebeiwerte  $k_a$  nach [47] für  $A = 0,42$  und  $\mu_q = 0,19 \%$

$\rho$ (RO (J = 1,9))	Stauchung $\epsilon_b$ (EPSBN(J,I)) bei		
	$\beta_w = 14,2$ (BW(I = 1))	22,4 (BW(2))	62,5 N/mm <sup>2</sup> (BW(3))
	mm/mm		
0,0 (RO(1))	0	0	0
0,5 (RO(2))	0,78	0,73	1,09
0,6 (RO(3))	1,07	0,95	1,34
0,7 (RO(4))	1,41	1,24	1,63
0,8 (RO(5))	1,94	1,67	1,94
0,9 (RO(6))	2,89	2,23	2,33
0,95 (RO(7))	3,84	2,79	2,63
1,0 (RO(8))	6,55	5,41	3,51
	Lagebeiwert $k_a$ (EPSBN (J = 9,I))		
1,0 (RO(9))	0,494	0,473	0,413

Die in der Tafel 6 angeführten Felder TB, TC, TD und TE der Verbundspannungen entsprechen den in den Tafeln A9 und A10 des Anhanges angegebenen Mittelwerten der in den Versuchen ermittelten Verbundspannungen. Zusätzlich zu den Werten der Tafel A9 und A10 wurden Verbundspannungswerte für zwei Verschiebungen im Bereich kleiner Verschiebungen,  $v = 0,002$  mm und  $v = 0,006$  mm, und zur Erfassung von Extremfällen während des Rechenablaufes für eine große Verschiebung  $v = 3,0$  mm sowie für eine plastische Stahldehnung  $\epsilon_{s,p} = 5 \%$  inter- bzw. extrapoliert. In den Rechenbeispielen sind für Balken mit Stählen von 8 bis 12 mm Durchmesser die Felder TB und TC und für Balken mit Stählen von 14 bis 28 mm Durchmesser die Felder TD und TE verwendet worden.

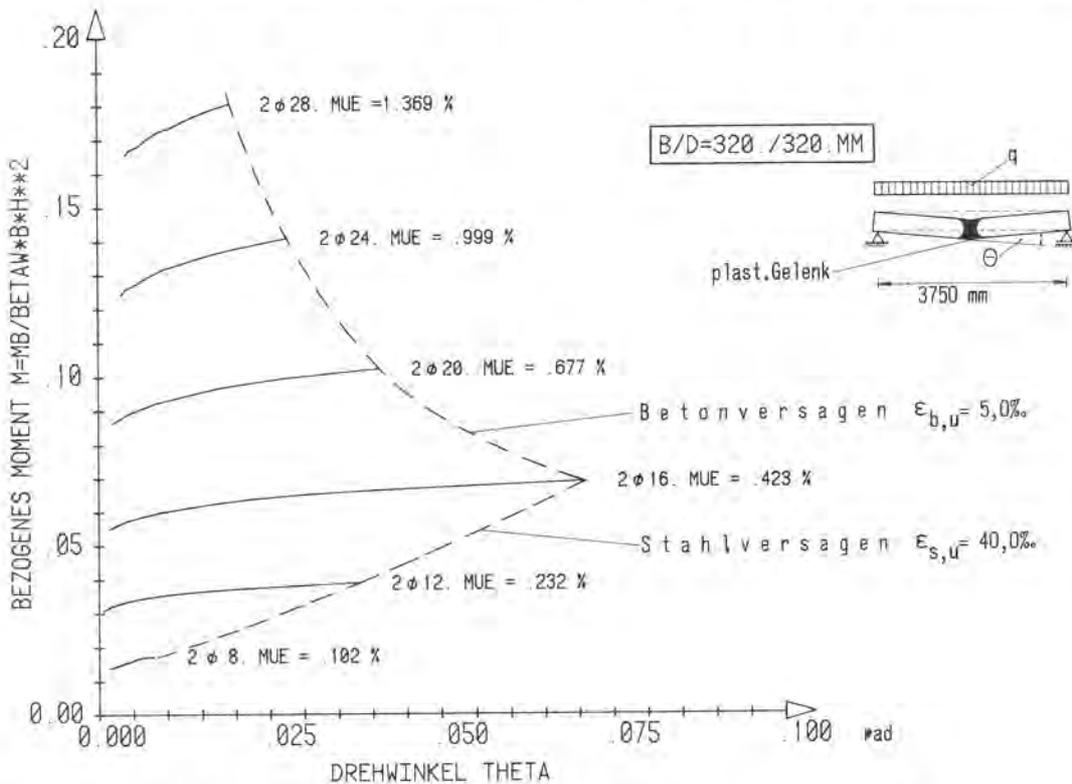
Bei von der Betonfestigkeit der Verbundversuche  $\beta_w = 30$  N/mm<sup>2</sup> abweichenden Betonfestigkeiten wird mit Annahme eines linearen Zusammenhanges von Verbundfestigkeit und Betonfestigkeit die Verbundspannung aus dem Ansatz

$$\tau = \frac{\beta_w}{30,0} \cdot \tau(\beta_w = 30)$$

errechnet.

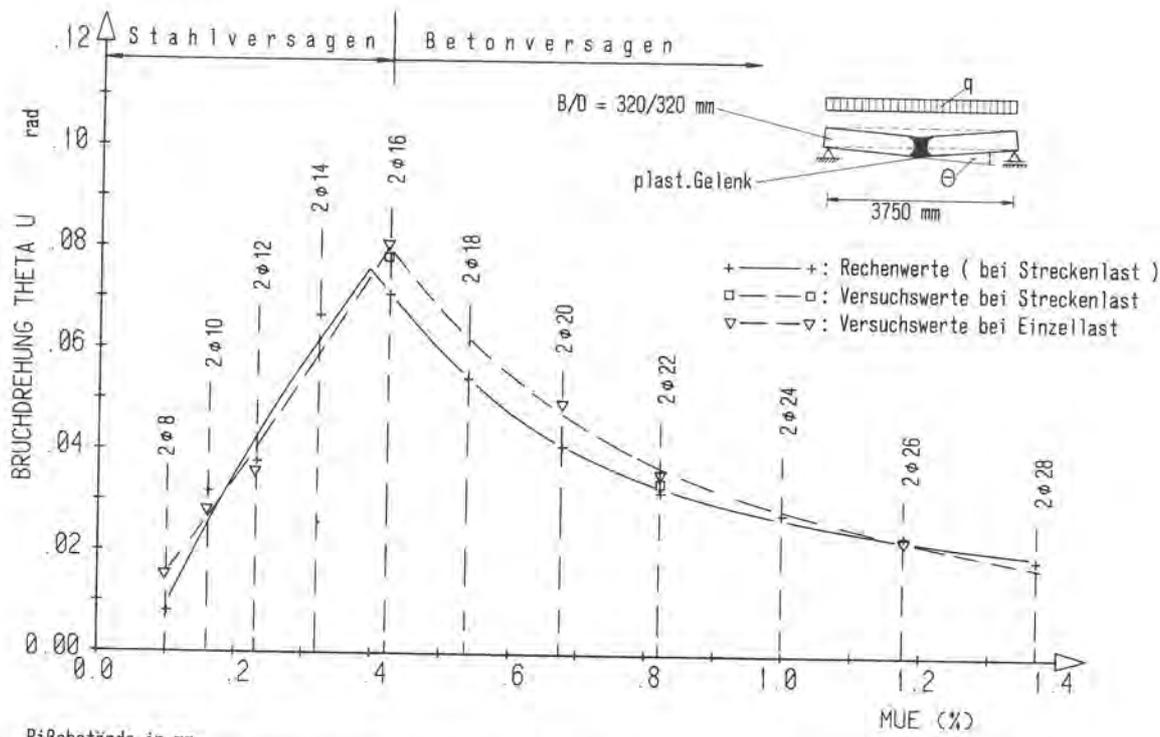
### 15.3 Rechenbeispiele für die Drehung eines plastischen Gelenkes bei geringer Querkraft

Die Arbeitslinie eines plastischen Gelenkes von einem Stahlbetonbalken mit quadratischem Querschnitt im Bereich geringer Querkraftbeanspruchung ist in Form der Abhängigkeit des bezogenen Momentes vom Drehwinkel für verschiedene Bewehrungsprozentsätze in Bild 59 dargestellt. Dabei wurde das Drehvermögen des Gelenkes als erschöpft angesehen, wenn entweder in der Betondruckzone die Betonstauchung den Wert für den Ausnutzungsgrad  $\rho = 1$  nach Tafel 7 oder in der Bewehrung die Dehnung des Stahles den Wert 40 ‰ (Gleichmaßdehnung bei Bruch s. auch Berner [6a]) erreicht. Die errechneten Werte der Bruchdrehung sind den entsprechenden, aus Versuchen ermittelten Werten in Bild 60 gegenübergestellt.



**Bild 59:** Berechnete Drehung des plastischen Gelenkes in einem Standardbalken (s. Abschnitt 15.2) in Abhängigkeit von dem im Gelenkpunkt wirkenden, bezogenen Moment  $m$ . Gestrichelt sind die Kurven für den Bruch des Gelenkes infolge Stahlversagen bzw. infolge Betonversagen eingetragen.

Die auch quantitativ gute Übereinstimmung bestätigt, daß die der Berechnung der Bruchdrehung zugrunde gelegten Voraussetzungen sinnvoll sind. Dabei spielt die Kalibrierung der K-Werte für die Festlegung der Nulllinie (Abschnitt 12.2) keine entscheidende Rolle. Die gute Übereinstimmung der Kurven hinsichtlich der Form zeigt, daß die Abhängigkeit der Bruchdrehung vom Bewehrungsprozentatz auch unter Berücksichtigung des Stahldurchmessers vom mechanischen Modell einschließlich der hier ermittelten Verbundgesetze wirklichkeitsnah erfaßt wird. Den Einfluß der der Rechnung zugrunde gelegten Gesetze über den verschieblichen Verbund kann man aus den Darstellungen auf Bild 61 ersehen. Solange bei jeweiligem Verbundgesetz Versagen in der Betondruckzone die Größe der Bruchdrehung bestimmt, ändert letztere sich nicht, wenn die Verbundminderung infolge Rißnähe und infolge geringerer Betondeckung vernachlässigt wird. Bestimmt dagegen Stahlversagen die Bruchdrehung, dann bedeutet für sie die größere Wirklichkeitsnähe der im Teil A beschriebenen Verbundgesetze eine Vergrößerung hier im gerechneten Beispiel bis zum Doppelten. Die Ursache dafür wird auf den Bildern

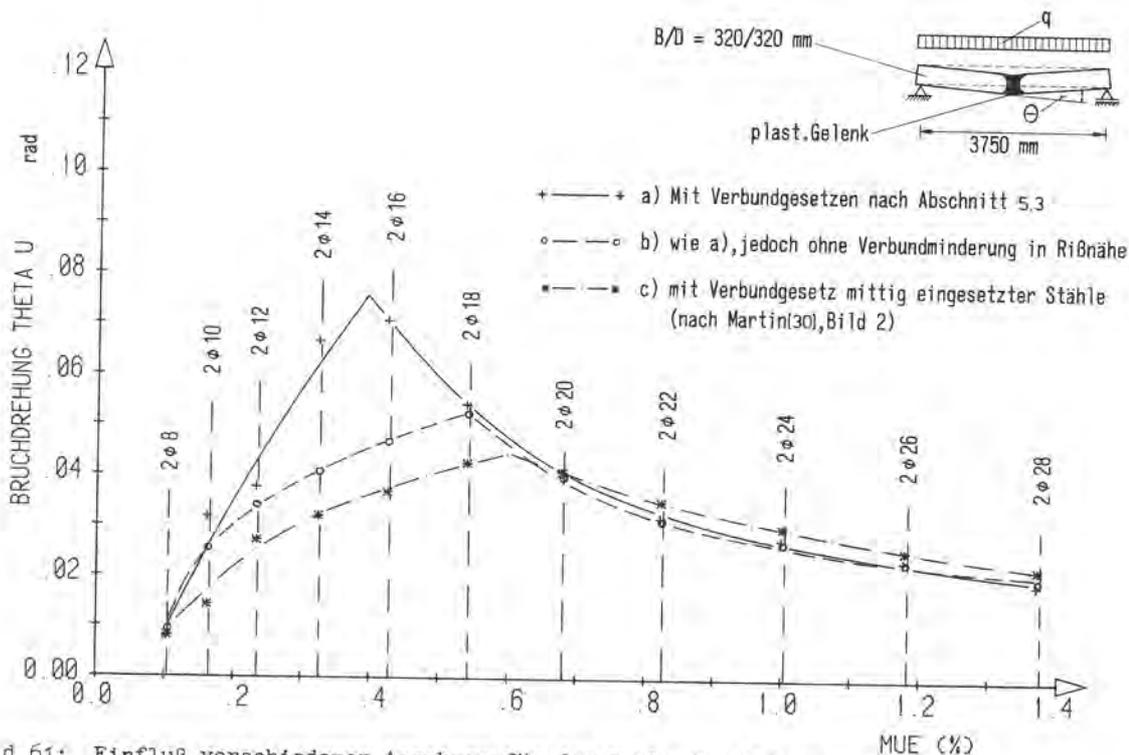


Rißabstände in mm

Rechnung	-1)	184	172	137	131	126	122	118	115	112	109
Versuch	-1)	232	177	-	148	-	110	118	-	108	-

1) nur 1 RiB

**Bild 60:** Berechnete Bruchdrehungen des plastischen Gelenkes eines Standardbalkens (s. Abschnitt 15.2) in Abhängigkeit von dem Bewehrungsprozentsatz, Vergleich mit Versuchswerten (s. Eifler, Plauk [14])



**Bild 61:** Einfluß verschiedener Annahmen für das Verbundverhalten auf die Bruchdrehung eines plastischen Gelenkes im Standardbalken (s. Abschnitt 15.2)

62 bis 64 veranschaulicht. Bei einem Beanspruchungsniveau des Gelenkes, dem Stahlspannungen im RiB unterhalb der halben Streckgrenze entsprechen, beeinflusst die Art des zugrunde gelegten Gesetzes über den verschieblichen Verbund nicht den Beanspruchungszustand, Bild 62. Liegt dagegen das Beanspruchungsniveau

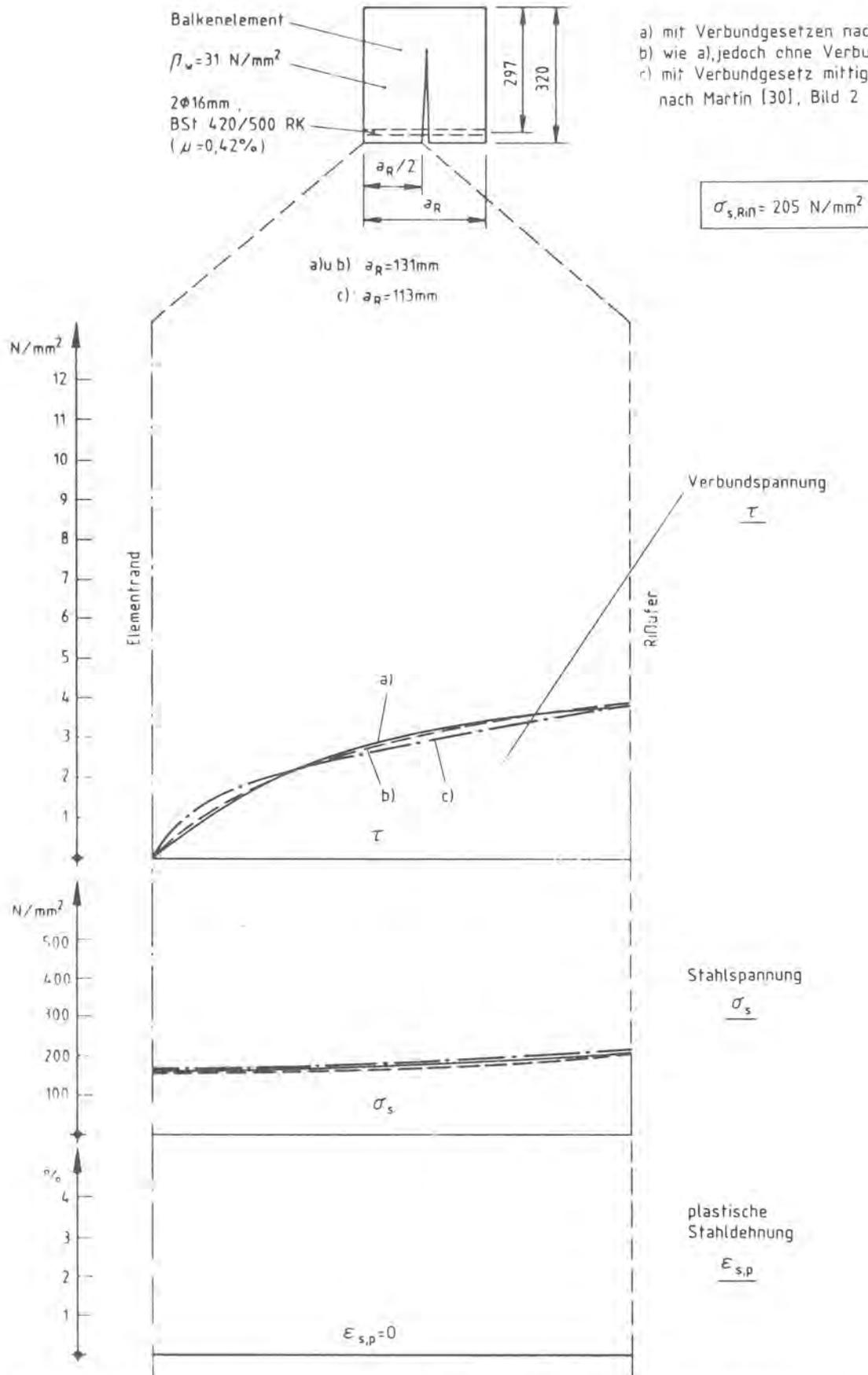


Bild 62: Verteilung der Verbundspannung, der Stahlspannung und der plastischen Stahldehnung über die halbe Länge eines Balkenelementes bei verschiedenen Annahmen für das Verbundverhalten, Stahlspannung im Riß  $\sigma_{s,RiB} = 205 \text{ N/mm}^2$

veau im Gelenk so hoch, daß plastische Stahldehnungen auftreten, so zeigen sich große Unterschiede im Verlauf der Verbundspannungen und vor allem bei der Ver-

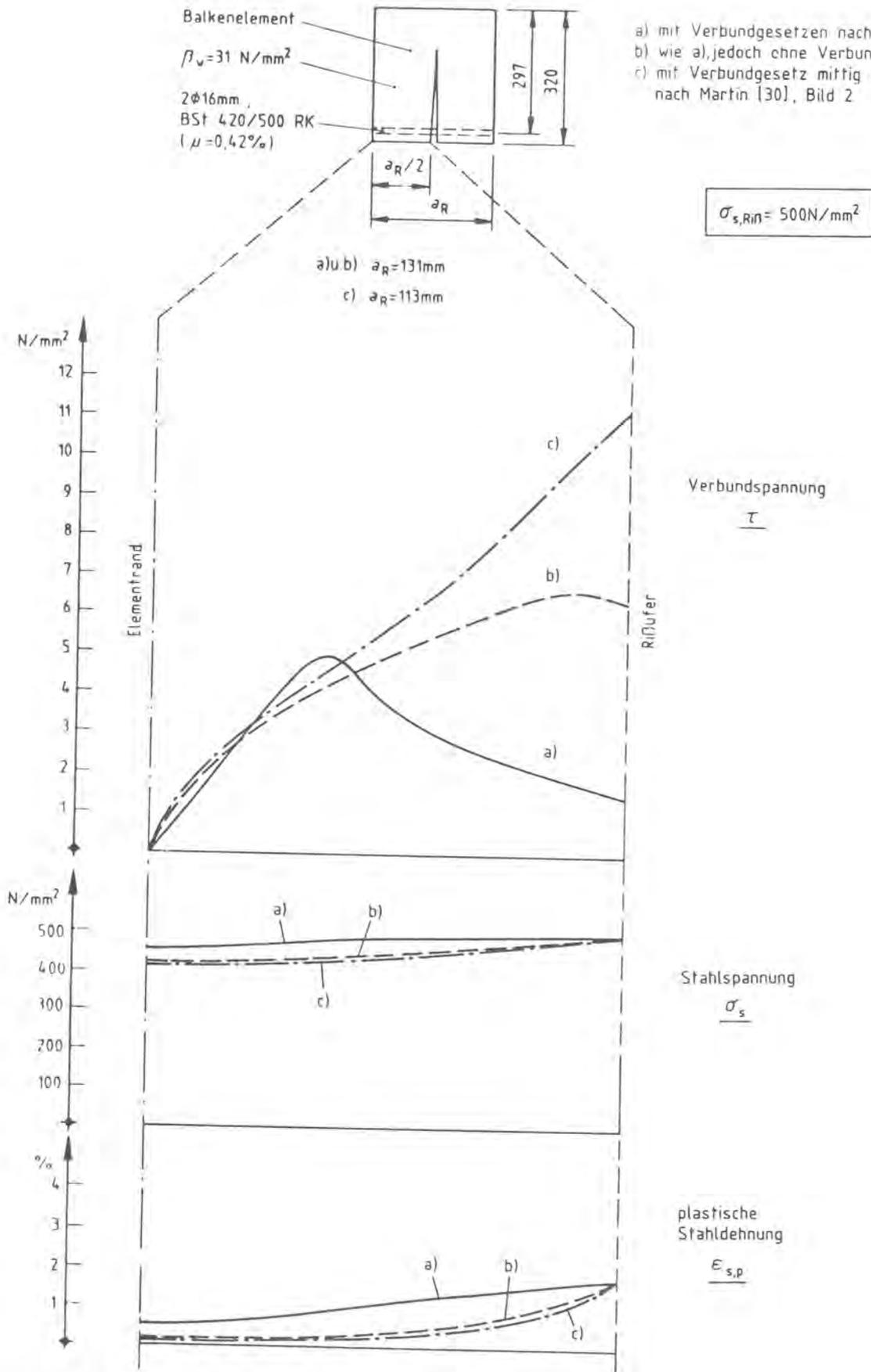


Bild 63: Wie Bild 62, aber bei einer Spannung  $\sigma_{s,RiB} = 500 \text{ N/mm}^2$

teilung der plastischen Stahdehnungen zwischen den Rissen, die ja die Größe der Gelenkdrehung bestimmen; die Differenzierung nimmt dabei mit größerem Abstand der Stahlspannung im RiB von der Streckgrenze zu, Bilder 63 und 64.

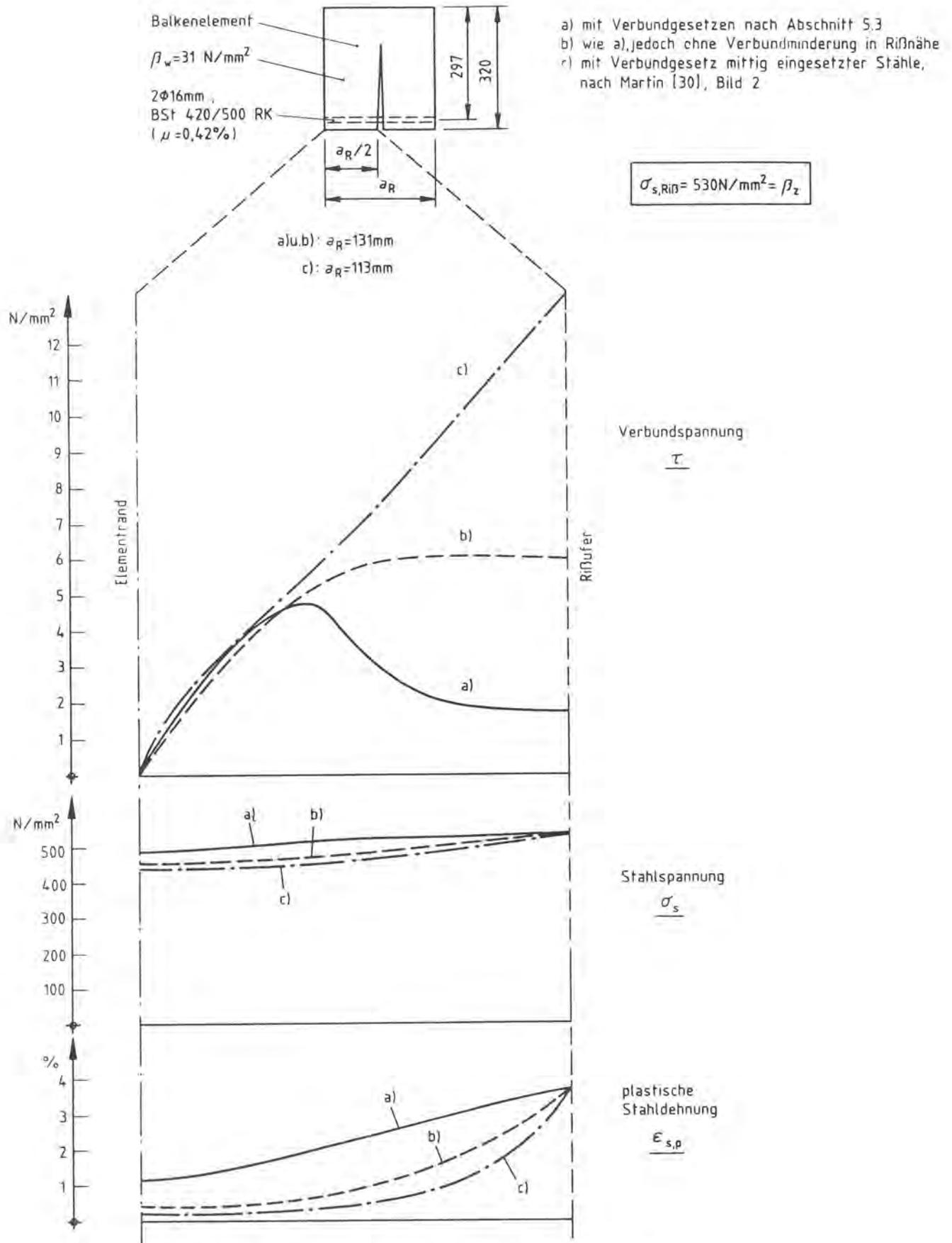


Bild 64: Wie Bild 62, aber bei einer Spannung  $\sigma_{s,Ri\beta} = \beta_z = 530 \text{ N/mm}^2$

Die Änderung der Bruchdrehung durch Änderung der Betonfestigkeit, hier repräsentiert durch die Würfelfestigkeit, ist in der Tendenz auf Bild 65 dargestellt. Entsprechend der Abhängigkeit der Betonbruchstauchung von der Betonfestigkeit

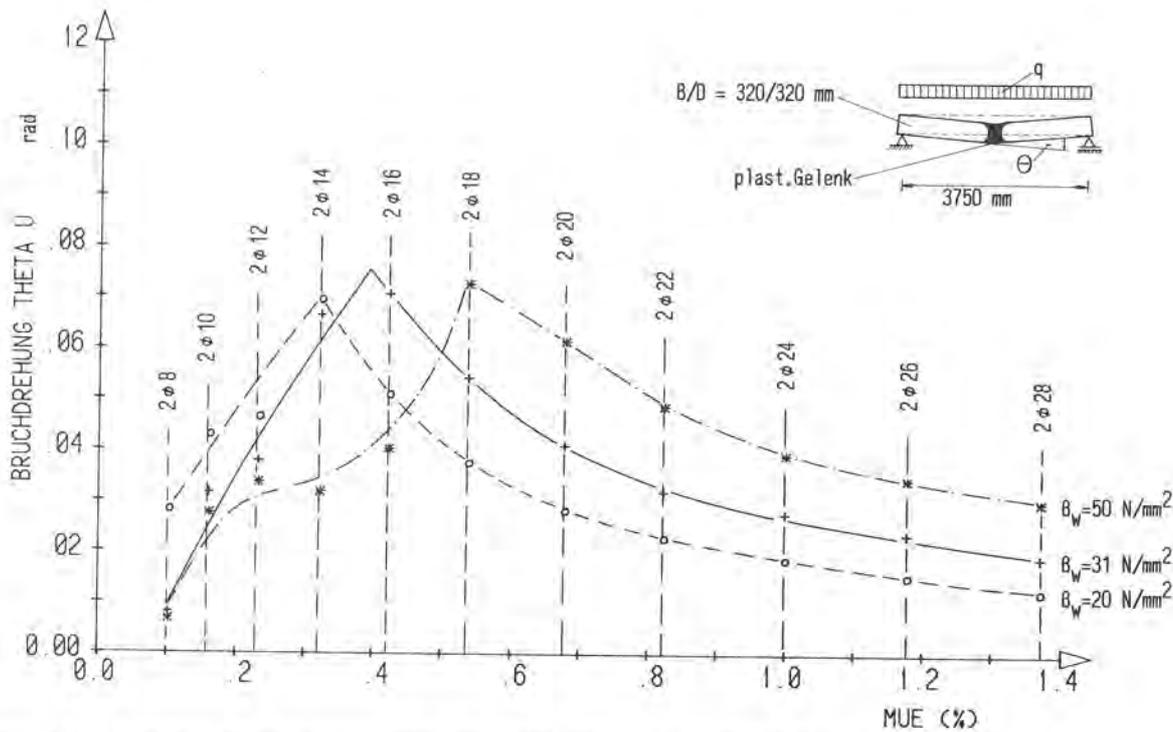


Bild 65: Einfluß unterschiedlicher Betonfestigkeiten auf die Bruchdrehung des plastischen Gelenkes im Standardbalken (s. Abschnitt 15.2)

wird jetzt die die Gelenkdrehung begrenzende Bruchstauchung bei einem Beton mit  $\beta_W = 50 \text{ N/mm}^2$  auf 4,1 % gegenüber 5 % bei  $\beta_W = 31 \text{ N/mm}^2$  gesenkt bzw. bei  $\beta_W = 20 \text{ N/mm}^2$  auf 5,7 % erhöht. Die Änderung der Betondruckzonenhöhe, die aus Gründen des Gleichgewichtes am Querschnitt erforderlich ist, mit Änderung der Betonfestigkeit hat aber den größeren Anteil an der Abhängigkeit der Bruchdrehung des Gelenkes von der Betonfestigkeit im Bereich von Bewehrungsprozentensätzen, bei denen Versagen der Betondruckzonen maßgebend für die Bruchdrehung ist. Deshalb steigt dort mit der Druckfestigkeit auch die Bruchdrehung. Für den Bereich geringerer Bewehrungsprozentensätze macht sich die sprunghafte Änderung des Rißmusters bemerkbar, ob also außer dem ersten Riß auch noch weitere Risse (2. Risse) und gegebenenfalls auch noch Risse (3. Risse) zwischen diesen auftreten können. So umfaßt das plastische Gelenk beispielsweise bei der Bewehrung mit  $2 \varnothing 8$  bei einer Betonfestigkeit entsprechend  $\beta_W = 20 \text{ N/mm}^2$  11 Risse, während diejenigen Gelenke bei  $\beta_W = 31 \text{ N/mm}^2$  und  $50 \text{ N/mm}^2$  nur einen Riß enthalten. Die eingezeichneten Linien sollen hier nur das Erkennen der Tendenzen erleichtern. Die Abnahme der Größe der Bruchdrehung mit zunehmender Betonfestigkeit im Bereich "Stahlversagen" wird dadurch verursacht, daß mit der Betonfestigkeit auch die Verbundspannungen zunehmen und dadurch der Stahl in seiner Dehnung stärker behindert wird.

Die Verhältnisse, wie sie sich ergeben, wenn der Bewehrungsprozentensatz nur durch Änderung der Anzahl der Bewehrungsstäbe variiert wird, sind beispielhaft für Stabdurchmesser 10 mm in Eifler [15, Bild 10] dargestellt.

Die Einflusstendenz der Balkenhöhe zeigt Bild 66. Im Bereich des "Betonversagens" nimmt die Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes im Bereich geringer Querkraft mit steigender Balkenhöhe ab. Eine Übertragung dieser Tendenz auf plastische Gelenke im Bereich hoher Querkräfte mit der jetzt zu berücksichtigenden Verbreiterung der Zugkraftlinie gegenüber der Momentenlinie ist sicher nicht möglich, da durch den bei größerer Balkenhöhe auch größeren Versatz der Zugkraftlinie gegenüber der Momentenlinie eine größere Ausdehnung des plastischen Gelenkes zu erwarten ist, die der o.a. Tendenz entgegenwirkt.

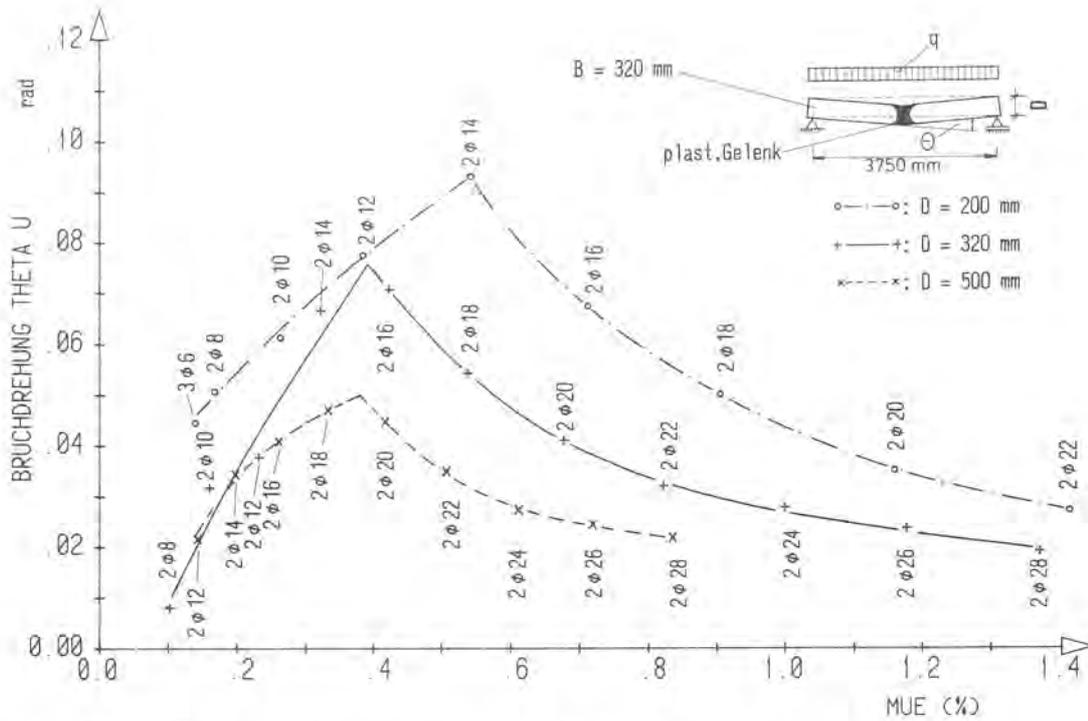


Bild 66: Einfluß der Balkenhöhe auf die Bruchdrehung des plastischen Gelenkes im Standardbalken (s. Abschnitt 15.2) unter gleichmäßig verteilter Streckenlast

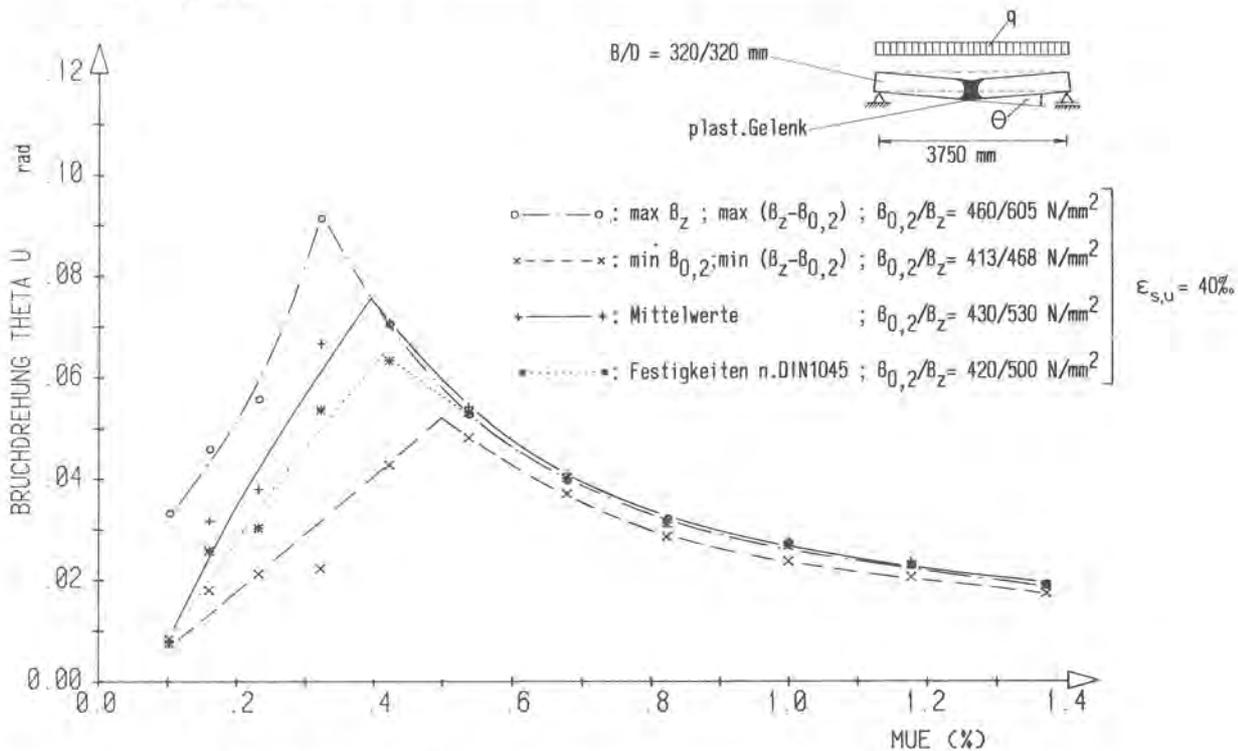


Bild 67: Einfluß der Differenz  $\beta_z - \beta_{0,2}$  auf die Bruchdrehung des plastischen Gelenkes im Standardbalken. Als Gleichmaß-Bruchdrehung des Stahles wurde in allen Fällen  $\epsilon_{s,u} = 40 \text{ ‰}$  angenommen.

Es bleibt die Frage, wie wirkt sich die Differenz zwischen Zugfestigkeit  $\beta_z$  und Streckgrenze  $\beta_{0,2}$  aus, die ja durchaus nicht der aus den in der Norm garantierten Mindestwerten für Streckgrenze und Festigkeit errechenbaren Differenz entsprechen muß. Einen Eindruck der Auswirkung auf die Bruchdrehung gibt Bild 67. Die Werte  $\max \beta_z$ ,  $\max (\beta_z - \beta_{0,2})$ ,  $\min \beta_{0,2}$  und  $\min (\beta_z - \beta_{0,2})$  in Bild 67 sind Extremwerte von 50 in der Bundesanstalt für Materialprüfung, Berlin, durchgeführten Zugversuchen an Betonstahl BSt 420/500 RK. Der Kurvenast "Stahlversagen" in Bild

67 verschieb sich mit steigender Differenz  $\beta_Z - \beta_{0,2}$  in Richtung größere Bruchdrehungen, während der Kurvenast "Betonversagen" nur geringfügig von der Differenz  $\beta_Z - \beta_{0,2}$  beeinflusst wird. Die Verschiebung des Astes "Stahlversagen" bei annähernd gleichbleibendem Kurvenast "Betonversagen" hat zur Folge, daß die Maxima der Bruchdrehung neben ihrer unterschiedlichen Größe auch bei verschiedenen Bewehrungsprozentensätzen auftreten.

Zum Vergleich im Bereich der gebräuchlichen Betrachtungsweisen sind in Bild 68 die bezogenen Momente in Abhängigkeit von mittleren plastischen Krümmungen  $\kappa_p = \Delta\theta/a_R$  dargestellt. Zum einen wurde ein verschieblicher Verbund mit Verbundgesetzen nach Bild 9 und zum anderen ein starrer Verbund zugrunde gelegt. Grundsätzlich errechnen sich mit starrem Verbund, also bei vollständig gerissener Zugzone, zu große Bruchkrümmungen. Während der Unterschied im Bereich "Betonversagen" unter 20 % bleibt, steigt er im Bereich "Stahlversagen" auf über 500 % bei geringen Bewehrungsprozentensätzen. In diesem Bereich, hier im Beispiel  $\mu < 0,4 \%$ , ergeben sich mit starrem Verbund gerechnet schon gefährlich zu große Werte für die zu erwartende mögliche Drehfähigkeit.

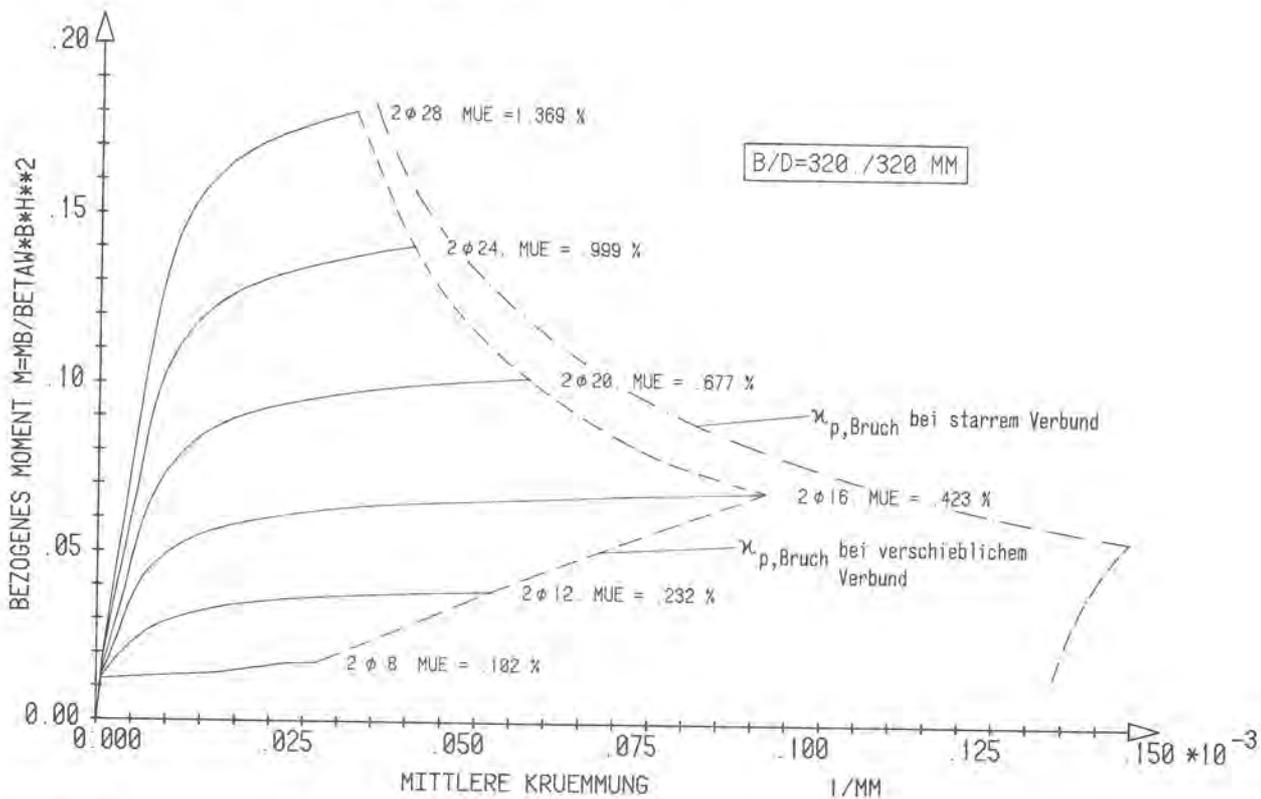


Bild 68: Krümmung des Standardbalkens (s. Abschnitt 15.2) in Abhängigkeit von dem bezogenen Moment  $m$  mit eingrenzender Bruchkrümmung. Zum Vergleich ist die mit starrem Verbund, also mit vollständig gerissener Zugzone berechnete Bruchkrümmung eingetragen.

## 16. Plastisches Gelenk im Bereich hoher Querkraft

Das vorgestellte Rechenverfahren ist für den Fall eines plastischen Gelenkes im Bereich geringer Querkraft aufgestellt. Nur dann können die in Abschnitt 12.1 zusammengestellten Voraussetzungen als die Wirklichkeit hinreichend beschreibend angenommen werden. Bildet sich ein plastisches Gelenk im Bereich hoher Querkraft, gilt die Voraussetzung 1. nicht mehr, weil die Risse bereichsweise nicht mehr vernachlässigbar schräg verlaufen.

Eine hohe Querkraft bedeutet eine nicht mehr vernachlässigbare Änderung des Biegemomentes über eine dem Rißabstand am Zugrand entsprechende Strecke, womit die Grundlage für die Voraussetzung 3. entfällt. Außerdem können damit auch nicht mehr näherungsweise gleiche Verhältnisse bei zwei benachbarten Rissen angenommen werden, d.h. die Elementränder, also die Mitten zwischen zwei Rissen, sind keine Symmetrielinien mehr. Somit ist auch der Voraussetzung 4. die Grundlage entzogen und die Verschiebung zwischen Stahl und Beton dort nicht gleich Null. Letzteres beeinflusst zwar den Wert der Balkenelementdrehung weniger, da es bei ihrer Berechnung vor allem auf die Dehnungsbehinderung des Stahles ankommt, die als integrale Größe über die Elementlänge ermittelt wird, und deren Wert daher durch eine Verlagerung des Verschiebungsnulldpunktes nicht wesentlich geändert wird. Jedoch bedeutet die nicht a priori festzulegende Lage des Verschiebungsnulldpunktes eine weitere Komplizierung der Rechnung.

Der Versuch, die Schrägstellung der Risse wie bei der Bemessung des Balkens durch einen Versatz der in der Bewehrung wirksamen Zugkraft gegenüber dem für einen Querschnitt berechneten Moment zu erfassen, führte nicht zu einer befriedigenden Lösung für die Berechnung der Drehung. Zwar können nach den Ergebnissen der Untersuchungen von Dilger [10], Lippoth [28] und eigener Versuche (Eifler/Plauk [14]) bei kleinen Bewehrungsprozentensätzen für den Einfluß auf den Verlauf der Stahlzugkraft ein Versatzmaß von 0,5 h bis 0,8 h angesetzt und so mit Annahme unveränderter mittlerer Rißabstände der Verlauf der Stahldehnungen über die Länge des plastifizierten Bereiches bestimmt werden. Die Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes im Bereich hoher Querkraft wird aber zusätzlich durch komplizierte Zusammenhänge beeinflusst, insbesondere, wenn sie durch das Versagen des Betons in der Druckzone begrenzt ist. In diese Zusammenhänge geht das Verhältnis der Querkraftanteile, die Schubbewehrung und Betondruckzone übernehmen, die sich ändernde Rißneigung und das Verhalten des Betons der Druckzone, der durch Druckkraft, Querkraftanteil und Zwangsverformung infolge plastischer Stahldehnung beansprucht wird, ein. Sie können mit Ansätzen allein auf der Grundlage von Gleichgewichtsbetrachtungen nicht mehr erfaßt werden, sondern es muß auch die Kompabilität beachtet werden. Insbesondere gilt dieses für die Beanspruchbarkeit der Betondruckzone bei Verformungen infolge plastischer Stahldehnungen unter nahezu konstant bleibenden Kräften, wenn gleichzeitig noch ein vom Betonverhalten wieder abhängiger Querkraftanteil wirkt.

Dieser Tatsache bemüht sich Lippoth [28] Rechnung zu tragen. Nach einer Analyse der in den Arbeiten von Walther [58], Regan [43], Kupfer [25], Dilger [10], Bachmann [1] und Jungwirth [23] verwendeten Prinzipien und Annahmen entwickelt er ein Berechnungsverfahren, das auch verschiedene Schräglagen der Risse, eine ungleichmäßige Verteilung des von der Bügelbewehrung übernommenen Querkraftanteils längs des Rißufers und einen durch die Biegedruckzone übertragbaren Querkraftanteil, der vorher in seinem Verhältnis zum von der Bewehrung zu übertragenden Anteil nicht festgelegt werden muß, zuläßt. Neben den Gleichgewichtsbedingungen wird zur Lösung die Hypothese benutzt, daß die im Riß und seiner unmittelbaren Nachbarschaft (im "Rißelement") auftretenden Spannungen sich aus dem Minimum der von ihnen geleisteten Verformungsarbeit ergeben. Die Verformungsbedingungen wurden in Lippoth [28] für Balken mit Rechteckquerschnitt und vertikalen Bügeln sowie konstanter Querkraft im Biegeschubrißbereich aufgestellt.

Die Ergebnisse von eigenen Versuchen (s. [14]) an Balken mit Rechteckquerschnitt 32 cm x 32 cm, 2,0 bis 3,75 m Spannweite und Bewehrungsprozentsätzen von  $\mu = 0,16\%$  bis  $\mu = 1,17\%$  zeigen, daß plastische Gelenke im Bereich mäßiger Querkraftbeanspruchung,  $\frac{M}{Q \cdot h} > 3,5$ , nicht geringere Drehfähigkeit aufweisen als ein plastisches Gelenk im Bereich verschwindender Querkraft unter einer Streckenlast (s. auch Bild 60). Damit erscheint es vertretbar, die in Abschnitt 15 aufgezeigten Trends der Einflüsse auf die Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Bereichen geringer Querkraft auch für solche in Bereichen mit  $\frac{M}{Q \cdot h} > 3,5$  vorzusetzen.

Bedingung hierbei ist eine direkte Einleitung der Last. Bei indirekter Lasteinleitung kann die Drehfähigkeit eines Gelenkes im Falle Betonversagen erheblich geringer sein (s. Rao [42]), da der bei direkter Lasteinleitung vorhandene und für das Verhalten der Druckzone günstige zweiachsiale Druckspannungszustand nicht mehr gegeben ist.

Das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen bei einer Kombination von Biege- und hoher Schubbeanspruchung bedarf, besonders hinsichtlich der Verformungsfähigkeit, jedoch dringend weiterer Klärung. Die in der Bemessung von Stahlbetonbauteilen übliche getrennte Behandlung von Biegebeanspruchung und Schubbeanspruchung ist zwar hinsichtlich der Tragfähigkeit ausreichend durch Versuche abgedeckt. Für die Beschreibung des Versagenszustandes einschließlich der Verformungsfähigkeit kann aber diese getrennte Betrachtung, bei der auf Fragen der Kompabilität nicht eingegangen wird, keine Grundlage sein.

#### 17. Zusammenfassung

In zunehmendem Umfang werden im Stahlbetonbau bei der Berechnung biegebeanspruchter Tragwerke auch inelastische Verformungen in Betracht gezogen. Von den hierzu erforderlichen Materialgesetzen ist die Gesetzmäßigkeit des Verbundes zwischen Beton und Bewehrungsstahl, insbesondere bei gerissenen, plastisch verformten Stahlbetonbauteilen, trotz einer größeren Zahl durchgeführter Verbunduntersuchungen noch nicht ausreichend erforscht.

Verbunduntersuchungen mit Betonstabstahl BSt 420/500 RK (Rippen-TORSTAHL, Bild 1) 10 mm und 16 mm Durchmesser, die auch den Einfluß praxisüblicher Betondeckung der Bewehrung, plastischer Stahldehnungen und der Lage des betrachteten Verbundintervalls bezüglich seines Abstandes zum nächsten Riß berücksichtigen, sind in Teil A des Berichtes beschrieben. Dem Einfluß des so ermittelten Verbundverhaltens auf die inelastischen Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken wird in Teil B des Berichtes nachgegangen.

#### Teil A: Verbunduntersuchungen an geripptem Betonstahl

Ziel der Untersuchungen ist das Erstellen von Verbundgesetzen, die die Abhängigkeit der Verbundspannung von der Verschiebung zwischen Beton und Stahl unter folgenden Bedingungen beschreiben:

- praxisnahe Betondeckung (15 mm)
- kurze Verbundstrecke ( $1,5 \cdot d_s$ )
- Versuche ohne und mit Rißsimulation
- plastische Vordehnung des Stahles im einbetonierten Zustand (0 bis 2,4 %)
- Stahl untenliegend, z.T. auch obenliegend
- Würfeldruckfestigkeit des Betons  $\beta_w = 30 \text{ N/mm}^2$

Details der Probekörper für die Ausziehversuche und ihrer Herstellung unter besonderer Berücksichtigung einer eindeutig definierten Verbundstrecke und der Rißsimulation sind auf den Bildern 2 und 3 zu erkennen.

Versuchstechnische Gründe, aber auch die fehlende Kenntnis über die richtige Zuordnung von plastischer Stahldehnung zur Verschiebung zwischen Stahl und Beton waren der Anlaß, die Versuche in zwei Schritten ablaufen zu lassen. Zuerst war dem einbetonierten Stahl eine plastische Dehnung eingeprägt worden, Bilder 4 bis 6, dann folgte der Ausziehversuch, Bilder 7 und 8, bei dem Zugkraft und Verschiebung kontinuierlich aufgezeichnet wurden.

Die Verbundspannungen in Abhängigkeit von den Verschiebungen und plastischen Stahldehnungen sind graphisch auf den Bildern 9 bis 11 und für numerische Rechnungen tabelliert in den Tafeln A9 und A10 des Anhangs zusammengestellt. Im Bereich steigender Verbundspannungen  $\tau$  kann die Abhängigkeit von der Verschiebung  $v$  gut durch den Ansatz

$$\tau = a \cdot \tanh (b \cdot v^c) \text{ für } v < v_{\text{Grenz}}$$

wiedergegeben werden, s. dazu Tafel 3. Einen Überblick über die durchgeführten Versuche liefert die Tafel 2, in der auch die Verbundspannungen zu ausgewählten Verschiebungswerten eingetragen sind. Bei den Versuchen ohne Rißsimulation liegen die Maxima der Verbundspannungskurven  $\tau = f(v)$  für alle plastischen Stahldehnungen bei einer Verschiebung von rd. 1 mm. Mit steigender plastischer Stahldehnung nehmen die Verbundspannungen ab. Bemerkenswert ist die erhebliche Minderung der Verbundsteifigkeit mit steigenden plastischen Stahldehnungen bei Verschiebungen unter 0,5 mm. Im Vergleich zu Versuchen anderer Autoren mit zentrisch eingesetzten, nicht plastisch gedehnten Stäben sind hier die Verbundspannungen geringer und werden erst nach größeren Verschiebungen erreicht.

Das Verbundverhalten mit Rißsimulation weicht erheblich von vorstehend Gesagtem ab, Bild 9. In der Nähe eines Risses liegt die Verbundfestigkeit wesentlich niedriger als weiter im Innern des Betons. Bei nicht plastisch vorgedehnten Stählen versagt der Verbund bereits bei kleinen Verschiebungen. Plastische Stahldehnungen vergrößern aber die Verformungsfähigkeit des Verbundes im Rißbereich wesentlich.

Zum Nachweis der Übertragbarkeit der an Probekörpern mit kurzer Verbundstrecke gewonnenen Verbundgesetze auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstahl im Bauteil sind zwei Ausziehversuche mit langer Verbundstrecke (450 mm) durchgeführt, Bilder 24 bis 28, und auch die Ergebnisse eines Stahlbeton-Biegeversuches [12] herangezogen worden. Die Ergebnisse beider Vergleiche rechtfertigen die Übertragung der mit kurzer Verbundstrecke ermittelten Verbundgesetze auf das Verbundverhalten im Bauteil.

#### Teil B: Berechnung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken

Die ermittelten Verbundgesetze werden verwendet, um mit Hilfe eines einfachen mechanischen Modells die inelastischen Verformungen von biegebeanspruchten Stahlbetonbalken zu berechnen und die Wirkung einiger Parameter quantitativ zu verfolgen. Die inelastischen Verformungen plastifizierter Zonen werden dabei zu Drehungen plastischer Gelenke zusammengefaßt.

Aus der Versuchserfahrung heraus, daß sich in plastischen Zonen eines Stahlbetonbalkens die Balkenkrümmung auf die Biegerisse konzentriert, wird in der Rechnung von der folgenden Modellvorstellung ausgegangen:

Im plastifizierten Bereich des Balkens stellt die Biegelinie einen Polygonzug mit Knickpunkten in den Biegerissen dar. Die Neigungsänderung der Biegelinie in einem Riß entspricht dabei der Formänderung eines Balkenelementes, welches durch die Mittenquerschnitte der dem Riß benachbarten Betonblöcke begrenzt ist, Bild 31. Im Gegensatz zu anderen Methoden (Abschnitt 10) greift das Modell nicht auf die Bernoulli'sche Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte zurück. Die Drehung eines plastischen Gelenkes ergibt sich aus der Summe der plastischen Formänderungsanteile der Balkenelemente, Bild 32. Bei den hier durchgeführten Rechnungen werden Risse senkrecht zur Balkenachse, starre Betonblöcke zwischen den Rissen, vernachlässigbar geringe Änderung des Biegemomentes über die Elementlänge, keine Verschiebung zwischen Beton und Stahl in der Mitte zwischen zwei Rissen und ein vernachlässigbarer Einfluß der Längsbewehrung in der Druckzone vorausgesetzt. Die Relativedrehung der Elementränder wird aus der Längenänderung des Stahles bestimmt, die sich durch numerische Integration der infolge der Verbundwirkung veränderlichen Stahldehnungen ergibt, Bild 34. Die zur Berechnung der Relativedrehung erforderliche Höhe der Betondruckzone wird allein aus der zum Übertragen der Druckkraft erforderlichen Fläche bestimmt. Hierbei wird die integrale Beschreibung des Verhaltens einer Biegedruckzone von Rüschi, Stöckl [46] benutzt, Bild 37. Verknüpfungsglied zur Belastung des Balkens ist die Stahlspannung im Riß. Die größtmögliche Stahlspannung im Riß ist entweder bei Stahlversagen durch die Zugfestigkeit oder bei Versagen der Betondruckzone durch die Stahlspannung, die dem entsprechenden, dann maximal möglichen Elementdrehwinkel zugeordnet ist, gegeben.

Der das Versagen der Druckzone kennzeichnende Drehwinkel eines Balkenelementes wird aus dem Integral der Betonstauchungen des gedrückten Randes ermittelt. Hierbei wird der Betonstauchung im Rißquerschnitt der Wert der Bruchstauchung zugewiesen und der bei plastischen Verformungen verstärkte Unterschied zwischen den Druckzonenhöhen im Rißquerschnitt und in Betonblockmitte näherungsweise durch einen geknickten Verlauf der Nulllinie berücksichtigt, Bild 41.

Voraussetzung für die Berechnung der Elementdrehungen ist die Kenntnis des Rißbildes. In der Berechnung des Rißabstandes wird festgestellt, welche Länge erforderlich ist, um, ausgehend von einem Riß, die zum Reißen des Betons erforderliche Kraft unter Berücksichtigung der Verbundgesetze aus der Bewehrung in den Beton einzuleiten, und ob zwischen zwei Rissen diese Reißkraft durch Verbund über die halbe Länge des Abstandes eingetragen werden kann, ohne die Zugfestigkeit des Stahles zu erreichen. Bei der Ermittlung dieser Reißkraft wird mit einer sich vom Rißufer ausbreitenden Betonwirkungszone gearbeitet, Bild 49, über deren Höhe sich die Betonzugspannungen linear verteilen, Bild 50. Die Verschiebungen zwischen Beton und Stahl werden unter Berücksichtigung der Dehnungen des auf Zug beanspruchten Betons errechnet.

Für konkrete Aussagen sind Beispiele von Verdrehungen eines plastischen Gelenkes unter Zugrundelegen des in Teil A beschriebenen Verbundverhaltens berechnet worden. Das Drehvermögen des plastischen Gelenkes in einem Balken wurde als erschöpft angesehen, wenn die zur jeweiligen Betonfestigkeit nach Rüschi, Stöckl ([46] und [47]) zugehörige Betonbruchstauchung oder eine Stahldehnung von 40 %

erreicht waren. Die Arbeitslinien des plastischen Gelenkes, Bild 59, werden durch die so festgelegten Bruchdrehungen begrenzt. Der Vergleich mit Balkenversuchen, Bild 60, zeigt, daß die Abhängigkeit der Bruchdrehung vom Bewehrungsprozentsatz unter Berücksichtigung des Stahldurchmessers wirklichkeitsnah erfaßt wird. Weniger wirklichkeitsnahe Annahmen über das Verbundverhalten liefern im Bereich "Stahlversagen" zu geringe Bruchdrehungen, Bild 61. Obwohl mit steigender Betonfestigkeit die zu erwartende Betonbruchstauchung abnimmt, bedeutet im Bereich "Betonversagen" eine größere Betonfestigkeit wegen der Verringerung der erforderlichen Druckzonenhöhe auch eine größere Bruchdrehung für das Gelenk, Bild 65, im Bereich Stahlversagen dagegen eine kleinere Bruchdrehung wegen der größeren Stahldehnungsbehinderung infolge größerer Verbundspannungen.

Einen Vergleich zu gebräuchlichen Betrachtungsweisen liefert die Umrechnung der Gelenkdrehungen auf mittlere Krümmungen, Bild 68. Gegenüber Berechnungen mit starrem Verbund erhält man bei Verwendung des wirklichkeitsnahen Verbundverhaltens nach Teil A im Bereich "Stahlversagen" bis zu 500 % kleinere Werte für die zu erwartende plastische Bruchkrümmung.

## Literatur

- [1] Bachmann, H.:  
Zur Plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken  
Dissertation Nr. 4069 der Eidgenössischen Hochschule Zürich, Zürich 1967
- [2] Baker, A.L.L.:  
The Inelastic Space Frame  
Concrete Publications Ltd., London 1970
- [3] Bernander, K.G.:  
An Investigation of Bond by Means of Strain Measurements in High Tensile Bars Embedded in Long Cylindrical Pullout Specimens  
RILEM Symposium, Vol I, Stockholm 1957
- [4] Bonzel, J.:  
Über die Biegezugfestigkeit des Betons  
Betontechnische Berichte 1963, S. 59-83, Beton-Verlag Düsseldorf
- [5] Borges, J.F.; Lima, J.A.; Coelho, A.T.; Monteiro, V.:  
Analytical Results concerning the Non-Linear Behaviour of Reinforced Concrete Structures, Memoria Nr. 294  
Laboratorio nacional de engenharia civil, Lisboa 1967
- [6] Brandes, K.; Limberger, E.; Herter, J.; Berner, K.:  
Mechanisches Verhalten von Stahlbetonbalken mit Biegebewehrung aus BSt 420/500 RK und BSt 1080/1320 unter stoßartiger Beanspruchung  
Amts- und Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) 10 (1980) Nr. 4, S. 260-268
- [6a] Berner, K.:  
Der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf das mechanische Verhalten von Betonstählen  
Beitrag in: Berichte zum 12. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin, März 1981, S. 181-195
- [7] CEB/FIP-Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton  
Internationale CEB/FIP-Richtlinien, 3. Ausgabe 1978  
Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin 1978
- [8] CUR VB, Rapport 83  
doorgaande balken van gewapend beton  
institut TNO voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies
- [9] Dörr, K.; Mehlhorn, G.; Stauder, W.; Uhlisch, D.:  
Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens  
Heft 238 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1974
- [10] Dilger, W.:  
Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung  
Heft 179 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1966
- [11] Eibl, J.; Iványi, G.:  
Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton  
Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Heft 260, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1976
- [12] Eifler, H.:  
Bericht über Vorversuche für die Ermittlung des Werkstoff- und Verbundverhaltens im Bereich plastischer Gelenke von Stahlbetonplatten bei statischer Belastung  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Berlin 1969, Aktenzeichen 2.2/11 9311

- [13] Eifler, H.; Plauk, G.:  
Zwei Verfahren zur Berechnung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke  
in biegebeanspruchten Stahlbetonkonstruktionen  
Materialprüfung 14 (1972) S. 256-259
- [14] Eifler, H.; Plauk, G.:  
Drehfähigkeit plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbeton-  
konstruktionen, Teil A: Experimentelle Ermittlung der Drehfähigkeit  
plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbetonbalken  
Bericht zum Forschungsvorhaben BAM Vh 221.2.221  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Berlin, Mai 1974, 156 Seiten
- [15] Eifler, H.:  
Verbunduntersuchungen an gerippten Betonstählen als Grundlage für  
Formänderungsberechnungen  
Beitrag in: Berichte zum 12. Forschungskolloquium des Deutschen  
Ausschusses für Stahlbeton, Berlin, März 1981, S. 93-105
- [15a] Eifler, H.; Plauk, G.:  
Inelastisches Verhalten von Stahlbetonbauteilen und -konstruktionen,  
Studie über die bei Anwendung der Fließgelenktheorie bis zum Errei-  
chen der kinematischen Kette erforderlichen Drehungen plastischer  
Gelenke  
Bericht zum Forschungsvorhaben BAM Vh 02204  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Berlin, Sept. 1976, 126  
Seiten
- [16] Geistefeld, H.:  
Stahlbetonscheiben im gerissenen Zustand - Berechnung mit Berück-  
sichtigung der rißabhängigen Schubsteifigkeit im Materialgesetz  
Bericht Nr. 76-19 aus dem Institut für Statik der TU Braunschweig,  
1976
- [17] Gilbert, R.J.; Warner, R.F.:  
Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs  
Journal of the Structural Division, Dec. 1978
- [18] Graf, Henning, Stange:  
Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik  
Springer- Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1966
- [18a] Grünberg, J.:  
Berechnung von ebenen Stahlbetonflächentragwerken im gerissenen  
Zustand mit der Methode der finiten Elemente  
Dissertation der Technischen Universität Hannover  
Werner-Verlag Düsseldorf, 1974
- [19] Hees, G.:  
Die Berechnung von Biegeträgern bei nichtlinearen Momenten-  
Krümmungs-Beziehungen  
Fortschritt-Berichte VDI-Z, Reihe 4, Nr. 15,  
VDI-Verlag Düsseldorf, Juli 1969
- [20] Heilmann, H.G.:  
Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei  
exzentrischer Belastung  
Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Heft 269,  
Berlin 1976
- [20a] Herter, J.:  
Rechnerische Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von  
Stahlbetonbalken unter Stoßbelastung mit dem Programmsystem ADINA  
Beitrag in: Berichte zum 12. Forschungskolloquium des Deutschen  
Ausschusses für Stahlbeton, Berlin, März 1981, S. 197-210
- [21] Isenberg, J.; Adham, S.:  
Analysis of Orthotropic Reinforced Concrete Structures  
Journal of the Structural Division, Vol. 96, ST 12, Dec. 1970

- [22] Janovic, K.:  
Bericht über den neuen konsolenförmigen Ausziehkörper als Vorschlag für ein allgemeingültiges Verbundprüfverfahren  
Informationszentrum Raum und Bau der Frauenhofer-Gesellschaft, Bericht T 759, Stuttgart 1979
- [23] Jungwirth, D.:  
Elektronische Berechnung des in einem Stahlbetonbalken im gerissenen Zustand auftretenden Kräftezustandes unter besonderer Berücksichtigung des Querkraftbereiches  
Heft 211 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1970
- [24] Koch, R.:  
Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen  
Otto-Graf-Institut Universität Stuttgart, Schriftenreihe Heft 69, Stuttgart 1976
- [25] Kupfer, H.:  
Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit  
CEB-Bulletin Nr. 40, 1964
- [26] Leonhardt, F.:  
Vorlesungen über Massivbau, 4. Aufl.  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1976
- [27] Lilliefors, H.W.:  
On the Kolmogorov-Smirnow Test for Normality with Mean and Variance unknown  
American Statistical Association Journal, June 1967
- [28] Lippoth, W.:  
Theoretische Untersuchung des Spannungs- und Verformungszustandes von Stahlbetonträgern im Biegeschubbereich  
Dissertation Universität Stuttgart 1973
- [29] Lutz, L.A.:  
The Mechanics of Bond and Slip of Deformed Reinforcing Bars in Concrete  
Department of Structural Engineering Cornell University, Report No 324, 1966
- [30] Martin, H.:  
Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstäben unter Kurzzeitbelastung  
Heft 228 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1973
- [31] Mayer, H.:  
Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbeton-Bauteilen  
Heft 194 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1967
- [32] Macchi, G.:  
Limite-States Design of Statically Indeterminate Structures Composed of Linear Members  
Costruzioni in cemento armato, politecnico di Milano, Italcementi 1969
- [33] Moosecker, W.:  
Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmäßiger Zuverlässigkeit  
Heft 307 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1979
- [34] Müller, F.P.; Eisenbiegler, W.:  
Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Lasteintragung in die Bewehrung von Stahlbetondruckgliedern  
Heft 284 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Berlin 1977

- [35] Nilson, A.H.:  
Finite Element Analysis of Reinforced Concrete  
Ph.D. Thesis University of California, Berkeley 1967
- [36] Nilson, A.H.:  
Internal Measurement of Bond Slip  
Journal of the American Concrete Institute, July 1972
- [37] Noakowski, P.:  
Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung  
infolge Temperatur  
Heft 296 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für  
Stahlbeton, Berlin 1978
- [38] Perry, E.S.; Thompson, J.N.  
Bond Stress Distribution on Reinforcing Steel in Beams  
and Pullout-Specimens  
Journal of the American Concrete Institute, August 1966
- [39] Plauk, G.:  
Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbal-  
ken mit der Methode der finiten Elemente unter besonderer Be-  
rücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl  
Dissertation Technische Universität Berlin, 1977
- [40] Plauk, G.; Hees, G.:  
Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams with  
Special Regard to Bond Behaviour  
Final Report of IABSE Colloquium Delft 1981 on Advanced  
Mechanics of Reinforced Concrete  
IABSE, Reports of the Working Commissions Volume 34, S. 655-670
- [41] Quast, U.:  
Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone  
Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10, 1981
- [42] Rao, P.S.:  
Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten  
Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden  
Umlagerungen der Schnittkräfte  
Heft 177 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für  
Stahlbeton, Berlin 1966
- [43] Regan, P.E.:  
Combined shear and bending of reinforced concrete members  
Ph.D. Thesis, University of London, 1967
- [44] Rehm, G.:  
Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton  
Heft 138 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für  
Stahlbeton, Berlin 1961
- [45] RILEM/CEB/FIP - Recommendation RC 6  
Bond Test Reinforcing Steel, Pull-Out-Test, 1978
- [46] Rüschi, H.; Stöckl, S.:  
Kennzahlen für das Verhalten einer rechteckigen Biegedruckzone  
von Stahlbetonbalken unter kurzzeitiger Belastung, Zusammen-  
fassung neuerer Forschungsarbeiten  
Heft 196 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für  
Stahlbeton, Berlin 1967
- [47] Rüschi, H.; Stöckl, S.:  
Der Einfluß von Bügeln und Druckstäben auf das Verhalten der  
Biegedruckzone von Stahlbetonbalken  
Heft 148 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für  
Stahlbeton, Berlin 1963
- [48] Scanlon, A.:  
Time Dependent Deflections of Reinforced Concrete Slabs  
Dissertation, University of Alberta, 1972

- [49] Schack, R.:  
Ein Beitrag zur Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage  
Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1974
- [50] Stange, K.:  
Angewandte Statistik, zweiter Teil, Mehrdimensionale Probleme  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1971
- [51] Stangenberg, F.:  
Berechnung von Stahlbetonbauteilen für dynamische Beanspruchungen bis zur Tragfähigkeitsgrenze  
Konstruktiver Ingenieurbau, Heft 16, Berichte aus dem Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum,  
Vulkan-Verlag Dr. W. Classen, Essen 1973
- [52] Svensvik, B.:  
Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Ein-  
schluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von  
Last und Zeit  
Heft 48 der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massiv-  
bau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig,  
Braunschweig 1981
- [53] Stauder, W.:  
Ein Beitrag zur Untersuchung von Stahlbetonscheiben mit Hilfe  
finiter Elemente unter Berücksichtigung eines wirklichkeits-  
nahen Werkstoffverhaltens  
Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1973
- [54] Struck, W.:  
Die stoßartige Belastung von Stahlbetonbauteilen,  
Werkstoff- und Bauteilprüfung sowie Betriebslastensimulation.  
Ausgewählte Beispiele.  
Herausgegeben von G. Jacoby  
Werkstofftechnische Verlagsgesellschaft, Karlsruhe, und  
Carl Schenck AG, Darmstadt, 1981, S. 100-113
- [55] Tennstedt, E.:  
Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen  
unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens  
des Stahlbetons  
Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974
- [56] Untrauer, R.E.; Warren, G.E.:  
Stress Development of Tension Steel in Beams  
Journal of the American Concrete Institute, August 1977
- [57] Wahla, M.I.:  
Direct Measurement of Bond-Slip in Reinforced Concrete  
Cornell University, Ph.D. 1970
- [58] Walther, R.:  
The ultimate strength of prestressed and conventionally rein-  
forced concrete under the combined action of moment and shear  
Lehigh University, Fritz Laboratory Report 223, 17, 1957
- [59] Wegner, R.:  
Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit nichtlinearen Material-  
gesetzen im gerissenen Zustand, Finite-Element-Methode  
Bericht Nr. 74-11 aus dem Institut für Statik der Technischen  
Universität Braunschweig, Braunschweig 1974
- [60] Welch, G.B.:  
Tensile strains in unreinforced concrete beams,  
Magazine of Concrete Research, Vol. 18, Nr. 54, März 1966



Tafel A1: Biegezug- und Druckfestigkeit des Zement-Normenmörtels

Alter in Tagen Zement	Biegezugfestigkeit					Druckfestigkeit				
	1	2	3	7	28	1	2	3	7	28
$N/mm^2$										
PZ 375 "Alemannia" 1)	-	-	4,2	6,3	8,7	-	-	23,4	38,8	53,9
PZ 450 F "Alemannia" 1)	2,5	-	5,3	7,2	8,9	12,6	-	29,3	40,5	54,9
PZ 450 F "Alemannia" 2)	-	3,7	-	-	8,6	-	21,6	-	-	56,7
PZ 350 F - 2)	-	-	-	-	-	-	20,9 <sup>3)</sup>	-	-	41,8 <sup>3)</sup>
PZ 350 F "Werk Rudow" 2)	-	4,5	-	7,5	8,9	-	19,2	-	35,4	46,9
PZ 350 F "Teutonia" (Hannover) 2)	-	4,6	-	-	9,1	-	19,0	-	-	47,2

- 1) Prüfung nach DIN 1164, Ausgabe Dez. 1958
- 2) Prüfung nach DIN 1164, Ausgabe Juni 1970
- 3) Mittelwert aus 50 Prüfungen im Rahmen der Güteüberwachung des betreffenden Transportbetonwerkes durch die BAM

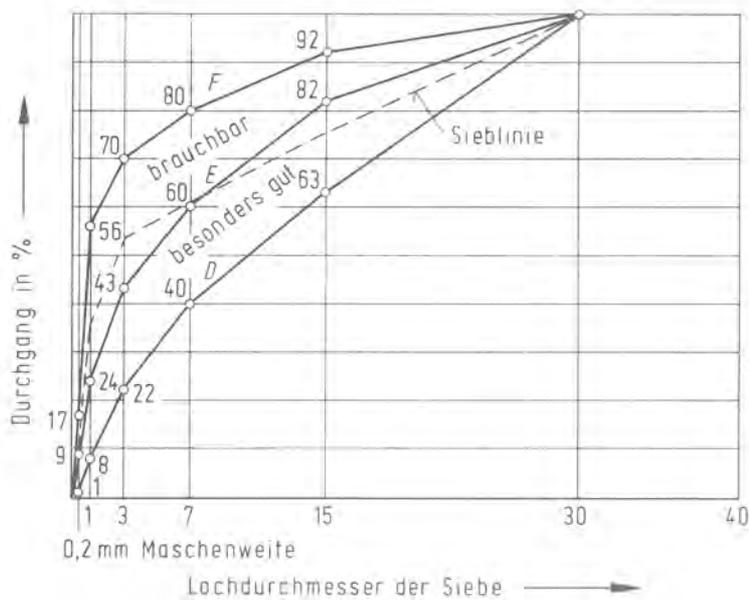


Bild A1: Sieblinie des für den Beton der Probekörper verwendeten Betonzuschlaggemisches im Vergleich zu den Sieblinien D, E und F der DIN 1045, Ausgabe Nov. 1959

Tafel A2: Kennwerte des verwendeten Betons

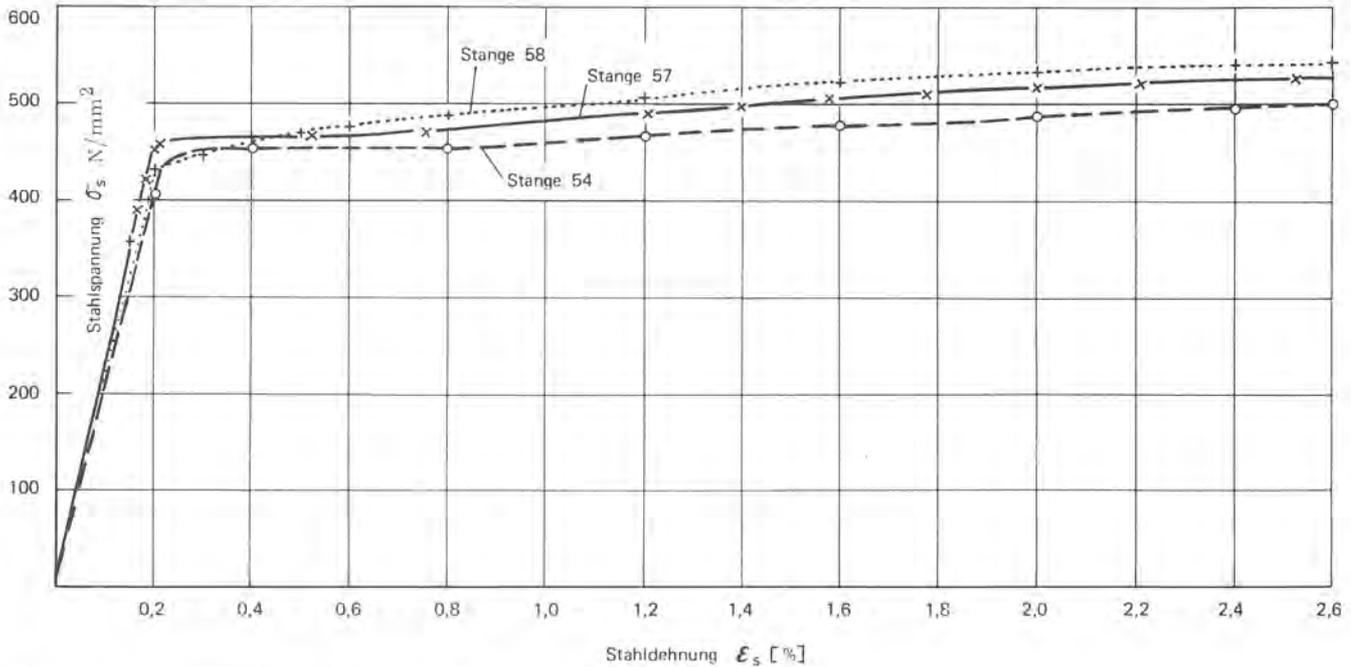
Mischung	Datum der Herstellung	Zementart	Zementmenge Z	Wasser-Zement-Wert $\frac{W}{Z}$	Ausbreitmaß	Rohdichte des Festbetons 1)	Würfeldruckfestigkeiten <sup>1)</sup>		Prüfalter <sup>2)</sup>
							$\beta_{w,14}$	$\beta_{w,prüf}^{2)}$	
-	-	-	kg/m <sup>3</sup>	-	cm	kg/dm <sup>3</sup>	N/mm <sup>2</sup>		Tage
4	8.12.1970	PZ 375	270	0,75	52	2,30	20,6	28,6	69
5	29.12.1970	PZ 375	270	0,71	48	2,30	24,5	29,3	31
13	28.05.1971	PZ 375	275	0,68	50	2,29	24,0	29,1	24
16	30.07.1971	PZ 375	275	0,68	45/46	2,30	23,3	28,3	28
17	4.08.1971	PZ 375	275	0,68	44	2,35	28,1	30,1	16
18	18.08.1971	PZ 375	275	0,68	44	2,33	25,8	29,3	19
19	1.09.1971	PZ 375	275	0,68	45	2,32	26,8	29,6	16
20	22.09.1971	PZ 375	275	0,68	45	2,32	26,1	28,8	20
21	30.09.1971	PZ 375	275	0,68	51	2,33	27,1 <sup>3)</sup>	28,7 <sup>3)</sup>	19
22	22.10.1971	PZ 375	275	0,68	43/44	2,32	23,7	29,3	27
23	1.11.1971	PZ 375	275	0,68	45/47	2,32	25,7	30,3	22
24	15.11.1971	PZ 375	275	0,68	43/44	2,32	26,0	29,4	22
25	1.12.1971	PZ 375	275	0,68	42/44	2,30	23,4	29,4	35
25a	4.01.1972	PZ 375	275	0,68	47/47	2,31	26,3	28,7	20
26	25.01.1972	PZ 450F	275	0,68	46/48	2,34	34,5	34,5	14
27	3.02.1972	PZ 450F	275	0,68	45/46	2,35	~37,0	31,9	8
28	3.03.1972	PZ 450F	270	0,69	46/48	2,32	32,6	32,6	14
29	15.03.1972	PZ 450F	270	0,69	47/48	2,31	30,0	29,3	12
30	22.03.1972	PZ 450F	265	0,71	45/47	2,33	32,1	32,1	14
31	30.03.1972	PZ 450F	265	0,71	43/43	2,34	33,5	31,7	11
32	7.04.1972	PZ 450F	265	0,71	45/47	2,33	31,9	31,1	12
33	1.12.1972	PZ 350F	300	0,75	47/47	2,35	24,5	29,1	34
34	9.01.1973	PZ 350F	300	0,76	47/49	2,33	26,0	30,3	22
35	26.02.1976	PZ 350F	295	0,66	47/50	2,33	30,6	29,8	13
36	13.04.1976	PZ 350F	285	0,67	45/47	2,34	30,0 <sup>3)</sup>	30,0	14
37	14.06.1976	PZ 350F	285	0,66	48	2,32	31,5	31,5	14
38	27.04.1977	PZ 350F	280	0,67	48	2,31	25,0 <sup>3)</sup>	29,7	22
39	12.05.1977	PZ 350F	280	0,66	46/47	2,31	22,4 <sup>3)</sup>	31,2	33
40	19.07.1977	PZ 350F	290	0,63	45/47	2,29	25,7 <sup>3)</sup>	29,9	23
41	15.09.1977	PZ 350F	290	0,62	44/46	2,30	24,2 <sup>3)</sup>	30,2	29
42	25.11.1977	PZ 350F	265	0,73	45	2,29	26,0 <sup>3)</sup>	29,9	25
43	3.01.1978	PZ 350F	265	0,74	46	2,29	25,8 <sup>3)</sup>	30,0	28
Mittelwert						2,32	27,3	30,1	-
Standardabweichung						0,018	3,93	1,35	-
Variationskoeffizient in %						0,8	14,4	4,5	-

- 1) An Betonwürfeln mit 20 cm Kantenlänge ermittelt
- 2) Zum Zeitpunkt des Ausziehversuches
- 3) Der Erhärtungskurve  $\beta_w = f(t)$  entnommen

**Tafel A3:** Kennwerte der in den Ausziehversuchen verwendeten Rippentorstähe (BSt 420/500 RK) mit  $d_s = 10$  mm

Stange Nr.	Nenndurchmesser $d_s$	Nennquerschnitt $F_{s,Nenn}$	Istquerschnitt $F_{s,Ist}$ <sup>1)</sup>	Streckgrenze $\beta_{0,2}$ <sup>2)</sup>	Zugfestigkeit $\beta_Z$ <sup>2)</sup>	Rippenhöhe Längsrippen $a_l$	Rippenhöhe Schrägrippen $a_s$	bezogene Rippenfläche $f_R$ <sup>3)</sup>
-	mm	cm <sup>2</sup>		N/mm <sup>2</sup>		mm		-
53	10	0,785	0,786	432	525	1,05	0,66	0,057
54			0,784	436	547	1,14	0,73	0,063
57			0,773	429	572	0,96	0,80	0,065
58			0,788	451	593	0,95	0,87	0,069
59			0,779	447	550	1,05	0,72	0,061
60			0,792	392	482	1,06	0,83	0,068
61			0,793	441	550	1,03	0,75	0,063
62			0,746	449	588	1,10	1,05	0,082
65			0,762	464	604	1,01	0,76	0,063
75			0,789	451	587	1,03	0,75	0,063
Mittelwert			0,779	439	560	1,04	0,79	0,065
Standardabweichung			0,015	19,5	37,1	0,057	0,108	0,0547
Variationskoeffizient in %			1,9	4,4	6,6	5,5	13,6	8,4

1) Durch Wägen bestimmt ( $F_s = 1,274 \cdot G/l$ )      2) Auf den Istquerschnitt bezogen  
 3) Gemäß DIN 488, Betonstahl, Blatt 3, Betonstabstahl, Prüfungen, Ausgabe April 1972

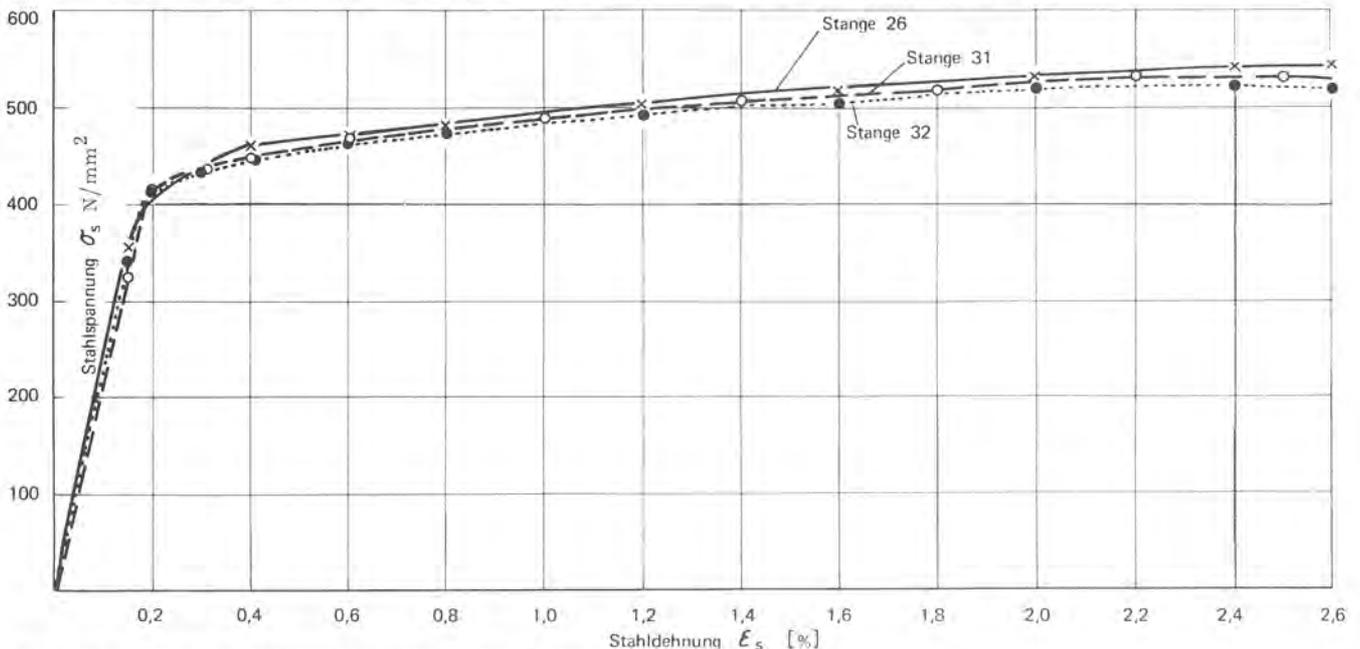


**Bild A2:** Spannungsdehnungslinien von 3 Rippentorstähen (BSt 420/500 RK)  $d_s = 10$  mm

**Tafel A4:** Kennwerte der in den Ausziehversuchen verwendeten Rippentorstähe (BSt 420/500 RK) mit  $d_s = 16$  mm

Stange Nr.	Nenn-durchmesser $d_s$	Nennquerschnitt $F_{s,Nenn}$	Istquerschnitt $F_{s,Ist}$ <sup>1)</sup>	Streckgrenze $\beta_{0,2}$ <sup>2)</sup>	Zugfestigkeit $\beta_Z$ <sup>2)</sup>	Rippenhöhe Längsrippen $a_l$	Schrägrippen $a_s$	bezogene Rippenfläche $f_R$ <sup>3)</sup>
-	mm	cm <sup>2</sup>		N/mm <sup>2</sup>		mm		-
18	16	2,01	2,04	417	524	1,89	1,44	0,082
20			2,01	416	532	1,55	1,31	0,072
22			2,05	432	550	1,71	1,31	0,074
23			1,98	421	537	1,72	1,35	0,076
24			2,03	405	459	1,84	1,35	0,077
25			1,98	420	537	1,87	1,39	0,079
26			2,02	424	540	1,63	1,37	0,076
27			2,01	414	495	1,82	1,38	0,078
28			2,03	417	535	1,69	1,35	0,076
29			2,01	436	564	1,65	1,31	0,074
30			2,01	416	527	1,80	1,36	0,077
31			2,05	417	533	1,72	1,35	0,076
32			2,05	405	522	1,65	1,32	0,074
160			2,02	415	525	1,59	1,13	0,069
161			2,02	420	528	1,65	1,14	0,071
162			2,01	415	530	1,66	1,15	0,071
163			2,02	422	531	1,65	1,14	0,071
164			2,01	426	530	1,80	1,15	0,072
165			2,02	419	526	1,61	1,09	0,067
166			2,01	398	520	1,80	1,28	0,079
167	2,02	398	530	1,65	1,20	0,070		
Mittelwert			2,02	417	527	1,71	1,28	0,074
Standardabweichung			0,019	9,5	20,2	0,097	0,106	0,00379
Variationskoeffizient in %			0,94	2,3	3,8	5,7	8,3	5,1

1) Durch Wägen bestimmt ( $F_s = 1,274 \cdot G/l$ ). 2) Auf den Istquerschnitt bezogen.  
 3) Gemäß DIN 488, Betonstahl, Blatt 3, Betonstabstahl, Prüfungen, Ausgabe April 1972



**Bild A3:** Spannungsdehnungslinien von 3 Rippentorstähen (BSt 420/500 RK)  $d_s = 16$  mm

Tafel A5: Probekörper ohne Rißsimulation, Betonstahl untenliegend; Verbundspannungen (Einzelwerte), Rippenhöhe, bezogene Rippenfläche und Versagensart

P.-Nr.	Betonmischung	Betonstahlstange	Stahldurchmesser $d_s$	plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Verbundspannungen bei $v = 0,01/0,1/1,0$ mm und Höchstwert				Rippenhöhen in der Verbundstrecke		bezogene Rippenfläche $f_R$	Versagensart 3)				
					$\tau_{0,01}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{1,0}$	$\max \tau$	$a_1$	$a_s^{2)}$		Kons.	Spalt.	Keg.	Kegelhöhe	
-	-	-	mm	%	N/mm <sup>2</sup>				mm		-	-	-	-	mm	
609	32	65	10	0,0	1,3	4,1	8,5	8,8	0,97	0,70	0,059	x	--	--		
778	33	61			4,5	10,2	11,3	11,3	1,00	0,76	0,063	x	--	x	*	
779	33	61			7,6	10,2	11,4	11,4	1,02	0,73	0,061	x	--	x		
424	26	60			1,0	3,9	7,6	10,0	1,02	0,82	0,067	x	--	--		
448	27	61			1,7	4,5	9,9	10,2	1,08	0,76	0,064	x	--	--		
553	29	65			0,5	2,1	7,0	7,9	1,06	0,70	0,061	x	--	--		
554	29	65			1,6	4,4	8,1	8,3	1,04	0,88	0,070	x	--	--		
224	16	53			0,4	1,2	3,0	3,6	1,00	0,66	0,057	x	--	--		
425	26	59			0,1	0,9	6,1	7,1	1,05	0,72	0,061	x	--	x	2	
449	27	60			0,6	1,8	7,2	7,9	1,08	0,84	0,069	x	--	--		
555	29	62		0,8	2,2	4,5	4,7	1,10	1,05	0,082	x	--	--			
607	31	65		0,4	1,2	4,4	4,7	0,97	0,87	0,069	x	--	--			
225	16	53		0,2	0,9	2,5	2,7	1,06	0,69	0,060	x	--	--			
776	33	57		0,6	1,3	6,8	7,9	0,97	0,78	0,063	x	--	x			
777	33	57		0,9	2,8	9,4	9,7	0,96	0,83	0,066	x	--	x			
89	4	22		16	0,0	3,1	6,1	10,1	10,5	1,26	1,18	0,063	x	--	--	
97	5	20				1,0	4,6	10,6	11,1	1,78	1,32	0,075	x	--	--	
98	5	22				2,5	5,7	10,7	11,5	1,64	1,32	0,073	x	--	--	
327	24	20				2,3	6,6	9,9	9,9	1,80	1,26	0,072	x	--	--	
336	25	17				0,6	3,4	8,3	9,1	2,02	1,34	0,078	x	--	--	
1396	37	165	1,4			5,3	9,6	9,6	1,58	1,04	0,064	x	--	--		
1397	37	165	1,9			4,9	9,2	9,7	1,60	1,10	0,067	x	--	--		
1412	38	165	- 4)			5,2	10,0	10,1	1,58	1,07	0,066	x	--	--		
236	17	22	0,1			2,2	9,5	11,0	1,64	1,30	0,072	x	--	--		
591	31	24	0,1			2,3	8,3	8,5	1,61	1,41	0,077	x	--	--		
806	34	24	0,6		4,7	9,4	9,6	1,84	1,35	0,076	x	--	--			
235	17	20	0,2		2,0	6,2	6,5	1,55	1,31	0,072	x	--	--			
325	24	32	0,3		1,4	5,3	5,7	1,89	1,22	0,072	x	--	--			
508	28	25	0,2		1,1	6,1	6,2	1,85	1,36	0,077	x	--	--			
1413	38	160	0,1		0,7	6,7	8,8	1,54	1,10	0,068	x	--	--			
1415	38	160	0,6		2,2	9,1	9,9	1,54	1,11	0,068	x	--	--			
1422	39	160	0,6		1,9	8,2	9,0	1,70	1,20	0,074	x	--	--			
1423	39	161	1,1		3,1	8,0	8,1	1,55	1,11	0,069	x	x	--			
1424	39	161	0,1		0,4	7,5	9,0	1,69	1,17	0,073	x	--	--			
1425	39	161	0,5		2,0	8,6	9,3	1,70	1,14	0,072	x	--	--			
1444	41	163	0,8	4,8	8,3	8,8	1,60	1,13	0,069	x	--	--				
1445	41	163	1,4	4,1	9,8	10,5	1,65	1,13	0,070	x	--	--				
1464	43	167	0,4	2,1	7,6	8,1	1,66	1,20	0,071	x	--	--				
1465	43	167	0,7	1,9	7,6	7,8	1,66	1,18	0,070	x	--	--				
1466	43	167	0,2	1,3	7,6	8,5	1,63	1,21	0,071	x	--	--				
1467	43	167	0,5	2,2	6,9	7,4	1,65	1,21	0,071	x	--	--				
234	17	27	0,1	0,7	6,9	8,1	1,71	1,31	0,074	x	--	--				
324	24	27	1,0	2,2	5,9	6,7	1,76	1,44	0,079	x	--	--				
592	31	32	0,2	0,8	5,7	6,5	1,51	1,40	0,074	x	--	--				

x = zutreffend  
-- = nicht zutreffend

- 1) Mittel aus 3 Messungen 2) in Rippenmitte 3) Kons. : Betonkonsolen abgesichert  
Spalt. : Spaltbruch in der Betondeckung  
4) Meßfehler Keg. : Ausbruchkegel

Tafel A6: Probekörper mit Rißsimulation, Betonstahl untenliegend, Verbundspannungen (Einzelwerte), Rippenhöhe, bezogene Rippenfläche und Versagensart

P.- Nr.	Beton- mi- schung	Beton- stahl- stange	Stahl- durch- messer $d_f$	plasti- sche Stahl- dehnung $\epsilon_{s,p}$	Verbundspannungen bei $v = 0,01/0,1/1,0$ mm und Höchstwert				Rippenhöhen <sup>1)</sup> in der Ver- bundstrecke		bezogene Rippen- fläche $f_R$	Versagensart <sup>3)</sup>					
					$\tau_{0,01}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{1,0}$	$\max \tau$	$a_1$	$a_g^{2)}$		Kons.	Spalt.	Keg.	Kegel- höhe		
-	-	-	mm	%	N/mm <sup>2</sup>				mm		-	-	-	-	mm		
290	22	53	10	0,0	0,9	3,0	0	4,0	1,02	0,68	0,058	x	--	x	10		
450	27	60			2,0	3,2	0	3,3	1,07	0,82	0,068	--	--	x	12		
608	32	65			0,4	3,9	0	4,3	1,01	0,75	0,063	--	--	x	13		
250	19	53			0,8	0,3	1,2	4,0	4,0	1,10	0,74	0,063	x	--	x	5	
312	23	54				0,1	0,5	1,6	2,0	1,14	0,73	0,063	x	--	x		
580	30	65				1,1	3,7	0,8	3,7	0,96	0,60	0,053	x	--	x	7	
581	30	65		0,7		2,3	0	3,1	1,01	0,72	0,061	x	--	x	7		
803	34	75		0,5		1,7	5,4	5,8	1,02	0,70	0,060	x	--	x	10		
251	19	53		1,6		0,7	2,9	3,3	4,5	1,10	0,61	0,055	x	--	x	8	
288	22	58			0,8	1,4	4,1	4,1	0,95	0,88	0,069	x	--	x			
582	30	65			0,1	0,8	1,7	2,0	1,05	0,82	0,067	x	--	x	7		
252	19	53			2,4	0,1	1,0	4,5	4,5	1,07	0,60	0,055	--	--	x	17	
289	22	58				1,0	1,3	1,9	2,6	0,95	0,86	0,068	x	--	x	5	
805	34	75				0,3	1,0	4,4	4,4	1,03	0,79	0,065	x	--	x	15	
194	13	32		16		0,0	3,3	3,8	0	4,1	1,57	1,23	0,068	--	--	x	24
260	20	20					1,9	3,5	0	3,5	1,55	1,27	0,070	--	--	x	24
261	20	27					2,8	4,2	0	4,2	2,02	1,33	0,077	--	--	x	24
1376	35	164			1,5		3,8	0	3,8	1,83	1,15	0,072	--	--	x	28	
1377	35	164	1,5		3,4		0	3,7	1,83	1,19	0,074	--	--	x	20		
1378	35	164	1,7		3,4		0	3,5	1,80	1,14	0,071	--	--	x	35		
1385	36	165	0,8		1,3	3,9	0	4,0	1,70	1,14	0,070	--	--	x	25		
1386	36	164			1,6	4,7	0	4,7	1,79	1,14	0,071	--	--	x	35		
1387	36	164			2,2	4,5	0	4,5	1,77	1,14	0,071	--	--	x	25		
1389	36	164			1,9	0	0	4,1	1,70	1,22	0,074	--	--	x	35		
1434	40	162			3,0	4,1	0	4,1	1,61	1,14	0,070	--	--	x	23		
1435	40	162			2,4	4,2	0	4,4	1,68	1,14	0,071	--	--	x	20		
259	20	23	0,8		0,2	0,8	1,9	2,4	1,72	1,37	0,076	x	-	x	12		
589	31	30			0,1	1,2	0	3,2	1,80	1,36	0,076	-	-	x	24		
333	25	18			0,5	2,1	1,0	2,7	1,89	1,44	0,081	x	-	x	18		
258	20	23			1,6	0,1	1,5	2,1	2,8	1,71	1,33	0,074	x	x	x	12	
509	28	22				0,5	1,5	1,0	2,3	1,78	1,32	0,075	x	-	x	18	
590	31	31				0,1	1,4	2,1	2,7	1,63	1,36	0,075	x	-	x	8	
334	25	27	0,1	0,4		0,9	2,2	1,98	1,38	0,079	x	x	x	12			
1432	40	162	0,8	1,9		0	3,6	1,68	1,16	0,072	--	--	x	25			
1446	41	163	0,6	1,8		2,5	2,9	1,73	1,15	0,072	x	--	x	3			
1447	41	163	2,4	1,3	2,4	2,7	3,1	1,62	1,16	0,071	x	--	x	8			
1454	42	166		0,3	0,6	0	2,6	1,80	1,25	0,077	x	x	x	8			
1455	42	166		0,2	0,4	0	2,9	1,75	1,27	0,078	x	x	x	10			
1456	42	166		0,2	0,5	0	3,0	1,80	1,28	0,079	x	x	x	10			
270	21	20		0,2	0,8	2,1	2,3	1,76	1,28	0,072	x	-	x	13			
271	21	31		0,1	0,7	3,4	3,4	1,81	1,34	0,076	x	-	x	13			
335	25	32	0,8	2,1	0	2,5	1,70	1,39	0,077	x	x	x	16				

x = zutreffend  
-- = nicht zutreffend

- 1) Mittel aus 3 Messungen
- 2) in Rippenmitte
- 3) Kons. : Betonkonsolen abgesichert  
Spalt. : Spaltbruch in der Betondeckung  
Keg. : Ausbruchkegel

**Tafel A7:** Probekörper mit Betonstahl  $d_s = 16$  mm in Betonierlage oben; Verbundspannungen (Einzelwerte), Rippenhöhen, bezogene Rippenfläche und Versagensart

P.-Nr.	Betonmischung	Betonstahlstange	Simulation eines Risses	plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Verbundspannungen $\tau$ bei $v = 0,01/0,1/1,0$ mm und Höchstwert				Rippenhöhen <sup>1)</sup> in der Verbundstrecke <sup>2)</sup>		bezogene Rippenfläche $f_R$	Versagensart <sup>3)</sup>			
					$\tau_{0,01}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{1,0}$	$\max \tau$	$a_1$	$a_s$		Kons.	Spalt.	Keg.	Keg.-höhe
-	-	-	-	%	N/mm <sup>2</sup>				mm		-	-	-	-	mm
244	18	28	ohne	0,0	0,7	2,9	3,3	3,8	1,69	1,35	0,075	x	--	--	--
272	21	25			1,1	2,2	4,5	4,7	1,87	1,38	0,078	x	--	--	--
273	21	29			0,6	2,0	5,1	5,3	1,65	1,31	0,073	x	--	--	--
242	18	26		2,4	0,3	0,5	2,9	4,2	1,63	1,37	0,075	x	--	--	--
510	28	25			0,4	1,4	5,5	6,6	1,84	1,35	0,076	x	--	--	--

x = zutreffend

-- = nicht zutreffend

1) Mittel aus 3 Messungen

2) in Rippenmitte

3) Kons. = Betonkonsolen abgesichert

Spalt. = Spaltbruch in der Betondeckung

Keg. = Ausbruchkegel

**Tafel A8:** Probekörper mit variiertem Abstand zwischen simuliertem Riß und Verbundstrecke, Betonstahl  $d_s = 16$  mm untenliegend, Verbundspannungen, Rippenhöhen, bezogene Rippenfläche und Versagensart.

P.-Nr.	Betonmischung	Betonstahlstange	Abstand zw. sim. Riß u. Verbundstrecke	plastische Stahldehnung $\epsilon_{s,p}$	Verbundspannungen $\tau$ bei $v = 0,01/0,1/1,0$ mm und Höchstwert				Rippenhöhen <sup>1)</sup> in der Verbundstrecke <sup>2)</sup>		bezogene Rippenfläche $f_R$	Versagensart <sup>3)</sup>			
					$\tau_{0,01}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{1,0}$	$\max \tau$	$a_1$	$a_s$		Kons.	Spalt.	Keg.	Keg.-höhe
-	-	-	mm	%	N/mm <sup>2</sup>				mm		-	-	-	-	-
194	13	32	0	0,0	3,3	3,8	0	4,1	1,57	1,23	0,068	--	x	x	24
195	13	32	24		3,8	6,8	0	8,0	1,64	1,38	0,075	x	x	x	7
196	13	32	48		3,8	6,3	8,0	8,1	1,62	1,32	0,073	x	x	x	7

x = zutreffend

-- = nicht zutreffend

\*

1) Mittel aus 3 Messungen

2) in Rippenmitte

3) Kons. = Betonkonsolen abgesichert

Spalt. = Spaltbruch in der Betondeckung

Keg. = Ausbruchkegel

Tafel A9: Verbundspannungen (Mittelwerte)  
für Rippentorstahl,  $d_s = 10 \text{ mm}$

Ver- schie- bung v	ohne Rißsimulation				mit Rißsimulation			
	Stahl untenliegend							
	bei $\epsilon_{s,p} =$				bei $\epsilon_{s,p} =$			
mm	0,0%	0,8%	1,6%	2,4%	0,0%	0,8%	1,6%	2,4%
	$\text{N/mm}^2$							
0,00	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	4,4	1,3	0,5	0,6	1,1	0,5	0,5	0,5
0,03	6,2	1,9	0,7	0,9	1,9	1,0	0,8	0,7
0,05	7,1	2,5	1,0	1,1	2,5	1,3	1,1	0,8
0,07	7,6	3,0	1,2	1,4	3,0	1,5	1,3	0,9
0,10	8,1	3,8	1,6	1,6	3,3	1,8	1,7	1,1
0,15	8,5	4,8	2,2	2,0	3,6	2,1	2,1	1,4
0,2	8,7	5,6	2,7	2,4	3,5	2,4	2,4	1,6
0,3	9,2	6,5	3,6	3,0	2,0	3,0	2,9	2,1
0,4	9,5	7,2	4,2	3,9	0	2,8	3,1	2,5
0,5	9,7	7,5	4,7	4,6	0	2,6	3,2	2,9
0,6	9,9	7,8	4,9	5,1	0	2,5	3,1	3,1
0,8	10,1	8,2	5,3	5,8	0	2,5	3,1	3,5
1,0	10,1	8,4	5,4	5,8	0	2,4	3,1	3,6
1,2	9,9	8,6	5,6	6,2	0	2,1	3,0	3,1
1,4	9,7	8,6	5,6	6,0	0	1,9	2,8	2,6
1,6	9,5	8,7	5,5	5,8	0	1,8	2,6	2,0
1,8	9,4	8,6	5,2	5,6	0	1,5	2,2	1,7
2,0	9,2	8,1	4,9	5,4	0	1,2	2,0	1,3
2,5	9,0	6,9	3,6	4,7	0	0,6	0,9	0,7

Tafel A10: Verbundspannungen (Mittelwerte)  
für Rippentorstahl,  $d_s = 16 \text{ mm}$

Ver- schie- bung v	ohne Rißsimulation				mit Rißsimulation					
	Stahl untenliegend				Stahl oben- liegend		Stahl untenliegend			
	bei $\epsilon_{s,p} =$				bei $\epsilon_{s,p} =$		bei $\epsilon_{s,p} =$			
mm	0,0%	0,8%	1,6%	2,4%	0,0%	2,4%	0,0%	0,8%	1,6%	2,4%
	$\text{N/mm}^2$									
0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	1,8	0,3	0,5	0,4	0,8	0,4	2,1	0,3	0,4	0,4
0,03	3,1	0,8	1,0	0,7	1,4	0,5	3,3	0,5	0,6	0,6
0,05	3,8	1,5	1,3	0,9	1,8	0,6	3,7	0,7	0,8	0,9
0,07	4,5	2,0	1,6	1,0	2,1	0,7	3,8	1,0	1,0	1,0
0,10	5,2	3,1	2,1	1,2	2,4	0,9	3,6	1,4	1,2	1,2
0,15	6,1	4,3	2,7	1,8	2,7	1,2	2,5	1,8	1,7	1,4
0,2	6,7	5,3	3,3	2,3	3,0	1,5	1,8	2,2	2,0	1,6
0,3	7,6	6,5	4,4	3,3	3,4	2,0	0,7	2,6	2,4	1,8
0,4	8,3	7,2	5,3	4,1	3,9	2,4	0,4	2,7	2,7	2,0
0,5	8,7	7,7	6,0	4,8	4,2	2,8	0	2,4	2,5	2,3
0,6	9,1	8,1	6,5	5,2	4,3	3,2	0	1,9	2,2	2,4
0,8	9,5	8,2	7,2	5,9	4,3	3,7	0	1,3	1,3	2,5
1,0	9,8	8,0	7,6	6,3	4,3	4,2	0	1,0	1,1	2,0
1,2	9,7	7,8	7,8	6,4	4,3	4,4	0	0,8	0,8	1,8
1,4	9,4	7,8	7,9	6,6	4,3	4,7	0	0,5	0,5	1,8
1,6	9,1	7,7	8,1	6,8	4,3	4,8	0	0,5	0,5	1,8
1,8	8,8	7,6	7,9	6,9	4,4	5,0	0	0,4	0,4	1,8
2,0	8,3	7,4	7,7	7,0	4,4	5,1	0	0,4	0,4	1,8
2,5	7,3	5,6	6,8	6,8	0	5,3	0	0,3	0,1	1,8

Tafel A11: Mittelwerte, Standardabweichungen, Variationskoeffizienten und Vertrauensbereiche der Verbundspannungen für die vier Parameterkombinationen mit vergrößerter Versuchsanzahl

Verschiebung: v		$d_s = 16 \text{ mm, ohne Rißsimulation}$										
		$\epsilon_{s,p} = 0,0 \%$					$\epsilon_{s,p} = 1,6 \%$					
		$n_0$	Mittelwert <sup>1)</sup> $\bar{\tau}_x$	Standardabweichung $s_x$	Variationskoeffizient $V_x$	Vertrauensbereich des Mittelwertes untere   obere Grenze	$n_0$	Mittelwert <sup>1)</sup> $\bar{\tau}_x$	Standardabweichung $s_x$	Variationskoeffizient $V_x$	Vertrauensbereich des Mittelwertes untere   obere Grenze	
mm		N/mm <sup>2</sup>		%	N/mm <sup>2</sup>			N/mm <sup>2</sup>		%	N/mm <sup>2</sup>	
0,01	8	1,8	0,88	48	1,0	2,6	15	0,5	0,37	73	0,3	0,7
0,03		3,1	0,98	32	2,2	4,0		1,0	0,63	66	0,6	1,3
0,05		3,8	0,98	26	2,9	4,7		1,3	0,82	63	0,9	1,8
0,07		4,5	0,96	21	3,7	5,3		1,6	0,97	60	1,1	2,2
0,10		5,2	0,98	19	4,4	6,0		2,1	1,18	57	1,4	2,7
0,15		6,1	1,04	17	5,2	7,0		2,7	1,40	52	1,9	3,5
0,2		6,7	1,00	15	5,9	7,6		3,3	1,53	46	2,5	4,2
0,3		7,6	0,99	13	6,8	8,4		4,4	1,50	34	3,6	5,2
0,4		8,3	0,91	11	7,5	9,0		5,3	1,31	25	4,6	6,0
0,5		8,7	0,84	9,7	8,0	9,4		6,0	1,14	19	5,4	6,6
0,6		9,1	0,73	8,0	8,5	9,7		6,5	1,07	17	5,9	7,1
0,8		9,5	0,77	8,1	8,9	10,2		7,2	1,12	16	6,5	7,8
1,0		9,8	0,78	7,9	9,2	10,5		7,6	1,19	16	6,9	8,2
1,2		10,0	0,69	7,0	9,4	10,5		7,8	1,28	17	7,1	8,5
1,4		8,9	<i>m = 1<sup>3)</sup></i>	-	-	-		7,9	1,34	17	7,2	8,7
1,6		8,8	<i>m = 1</i>	-	-	-		8,1	1,35	17	7,3	8,8
1,8		8,8	<i>m = 1</i>	-	-	-		8,1	1,31	16	7,4	8,8
2,0		8,7	<i>m = 1</i>	-	-	-		8,1	1,33	16	7,4	8,9
2,5	7,3	<i>m = 2</i>	-	-	-	6,9	<i>m = 2<sup>3)</sup></i>	-	-	-		

$d_s = 16 \text{ mm, mit Rißsimulation}$

0.01	12	2,1	0,65	31	1,7	2,5	10	0,42	0,39	93	-	-
0.03		3,3	0,57	18	2,9	3,6		0,61	0,52	86	0,24	0,98
0,05		3,7	0,49	14	3,3	4,0		0,79	0,61	77	0,35	1,2
0,07		3,8	0,42	11	3,6	4,1		0,95	0,67	71	0,47	1,4
0,10		3,6	<i>m = 1<sup>3)</sup></i>	-	-	-		1,2	0,72	58	0,73	1,8
0,15		2,5	<i>m = 4</i>	-	-	-		1,7	0,70	42	1,2	2,2
0,2		1,8	<i>m = 6</i>	-	-	-		2,0	0,72	37	1,4	2,5
0,3		0,7	<i>m = 10</i>	-	-	-		2,4	0,47	20	2,0	2,7
0,4		0,4	<i>m = 11</i>	-	-	-		2,7	0,39	15	2,4	3,0
0,5								2,2	<i>m = 2<sup>3)</sup></i>	-	-	-
0,6								1,7	<i>m = 3</i>	-	-	-
0,8								1,3	<i>m = 4</i>	-	-	-
1,0						1,1	<i>m = 4</i>	-	-	-		
1,2						0,75	<i>m = 5</i>	-	-	-		
1,4						0,51	<i>m = 6</i>	-	-	-		
1,6						0,47	<i>m = 6</i>	-	-	-		
1,8						0,45	<i>m = 6</i>	-	-	-		
2,0						0,42	<i>m = 6</i>	-	-	-		
2,5						0,13	<i>m = 7</i>	-	-	-		

1) Kursiv: Mittelwerte  $\bar{\tau}_x^*$  (s. Abschnitt 5.3.1) bei teilweisem Verbundversagen

2) Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 5 \%$

3) Anzahl m der Versuche mit versagtem Verbund

Tafel A12: Prüfung auf Normalverteilung durch KOLMOGOROFF-SMIRNOW - Anpassungstests für vier Parameterkombinationen, Verteilung bei gewählten Verschiebungen v

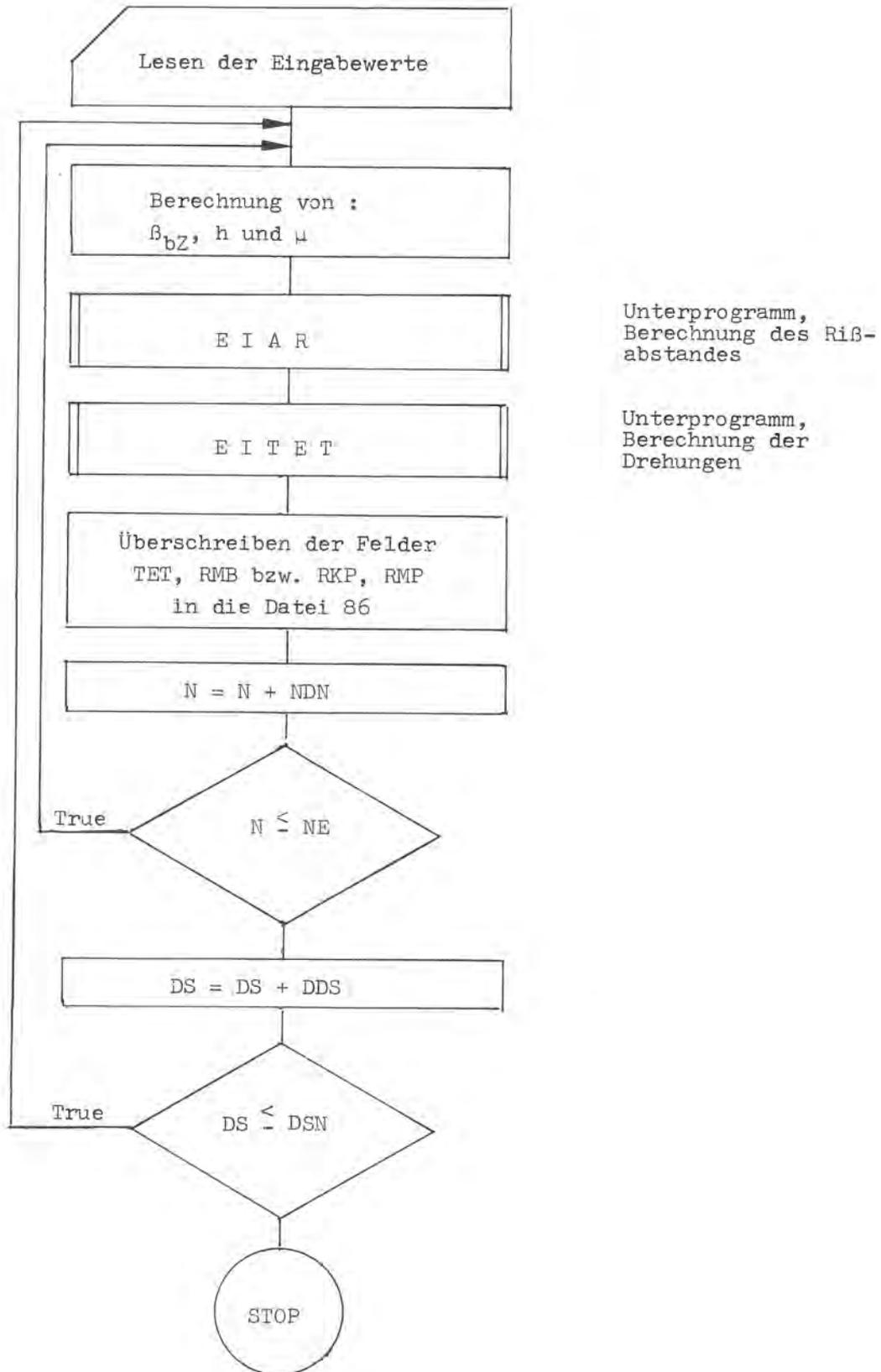
Ohne Rißsimulation										
$\epsilon_{s,p} = 0,0 \%, v = 0,5 \text{ mm}$						$\epsilon_{s,p} = 1,6 \%, v = 0,5 \text{ mm}$				
v	$\tau_v$	$\frac{\tau_v}{F_n(\tau)} = \frac{\tau_v}{F_n^0}$	$\frac{\tau_v - \bar{\tau}}{s} = u_v$	$\psi(u)$	$ F_n(\tau) - \psi(u) $	$\tau_v$	$\frac{\tau_v}{F_n(\tau)} = \frac{\tau_v}{F_n^0}$	$\frac{\tau_v - \bar{\tau}}{s} = u_v$	$\psi(u)$	$ F_n(\tau) - \psi(u) $
-	N/mm <sup>2</sup>	-	-	-	-	N/mm <sup>2</sup>	-	-	-	-
1	7,1	0,125	-1,940	0,026	0,099	4,1	0,067	-1,658	0,049	0,018
2	8,2	0,250	-0,631	0,264	0,014	4,6	0,133	-1,219	0,111	0,022
3	8,4	0,375	-0,393	0,347	0,028	5,0	0,200	-0,868	0,193	0,007
4	8,9	0,500	0,202	0,580	0,080	5,1	0,267	-0,781	0,218	0,049
5	8,9	0,625	0,202	0,580	0,045	5,3	0,333	-0,605	0,273	0,060
6	9,0	0,750	0,321	0,626	0,124	5,6	0,400	-0,342	0,366	0,034
7	9,4	0,875	0,798	0,788	0,087	5,8	0,467	-0,167	0,434	0,033
8	9,9	1,000	1,393	0,918	0,082	5,9	0,533	-0,079	0,469	0,064
9	-	-	-	-	-	5,9	0,600	-0,079	0,469	0,131
10	-	-	-	-	-	6,2	0,667	0,184	0,573	0,094
11	-	-	-	-	-	6,6	0,733	0,535	0,703	0,030
12	-	-	-	-	-	6,7	0,800	0,623	0,733	0,067
13	-	-	-	-	-	7,1	0,867	0,974	0,835	0,032
14	-	-	-	-	-	7,8	0,933	1,588	0,944	0,011
15	-	-	-	-	-	8,2	1,000	1,939	0,974	0,026
$\bar{\tau} = 8,73 \text{ N/mm}^2, n_0 = 8$ $s = 0,84 \text{ N/mm}^2$ $\max  F_n(\tau) - \psi(u)  = 0,124$ Schwellenwert $D^{1)} = 0,261$ $\max  ...  < D$						$\bar{\tau} = 5,99 \text{ N/mm}^2, n_0 = 15$ $s = 1,14 \text{ N/mm}^2$ $\max  F_n(\tau) - \psi(u)  = 0,131$ Schwellenwert $D^{1)} = 0,201$ $\max  ...  < D$				
Hypothese NV wird nicht verworfen						Hypothese NV wird nicht verworfen				

Mit Rißsimulation										
$\epsilon_{s,p} = 0,0 \%, v = 0,05 \text{ mm}$						$\epsilon_{s,p} = 1,6 \%, v = 0,2 \text{ mm}$				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2,8	0,083	-1,735	0,042	0,041	0,8	0,100	-1,611	0,054	0,046
2	2,9	0,167	-1,531	0,063	0,104	1,0	0,200	-1,333	0,091	0,109
3	3,1	0,250	-1,122	0,131	0,119	1,2	0,300	-1,056	0,146	0,154
4	3,4	0,333	-0,510	0,305	0,028	1,9	0,400	-0,083	0,468	0,068
5	3,5	0,417	-0,306	0,381	0,036	2,0	0,500	0,056	0,521	0,021
6	3,8	0,500	0,306	0,620	0,120	2,2	0,600	0,333	0,630	0,030
7	4,0	0,583	0,714	0,762	0,179	2,5	0,700	0,750	0,773	0,073
8	4,0	0,667	0,714	0,762	0,095	2,6	0,800	0,889	0,813	0,013
9	4,0	0,750	0,714	0,762	0,012	2,6	0,900	0,889	0,813	0,087
10	4,0	0,833	0,714	0,762	0,071	2,8	1,000	1,167	0,879	0,121
11	4,1	0,917	0,918	0,820	0,097	-	-	-	-	-
12	4,2	1,000	1,122	0,867	0,133	-	-	-	-	-
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\bar{\tau} = 3,65 \text{ N/mm}^2, n_0 = 12$ $s = 0,49 \text{ N/mm}^2$ $\max  F_n(\tau) - \psi(u)  = 0,179$ Schwellenwert $D^{1)} = 0,223$ $\max  ...  < D$						$\bar{\tau} = 1,96 \text{ N/mm}^2, n_0 = 10$ $s = 0,72 \text{ N/mm}^2$ $\max  F_n(\tau) - \psi(u)  = 0,154$ Schwellenwert $D^{1)} = 0,239$ $\max  ...  < D$				
Hypothese NV wird nicht verworfen						Hypothese NV wird nicht verworfen				

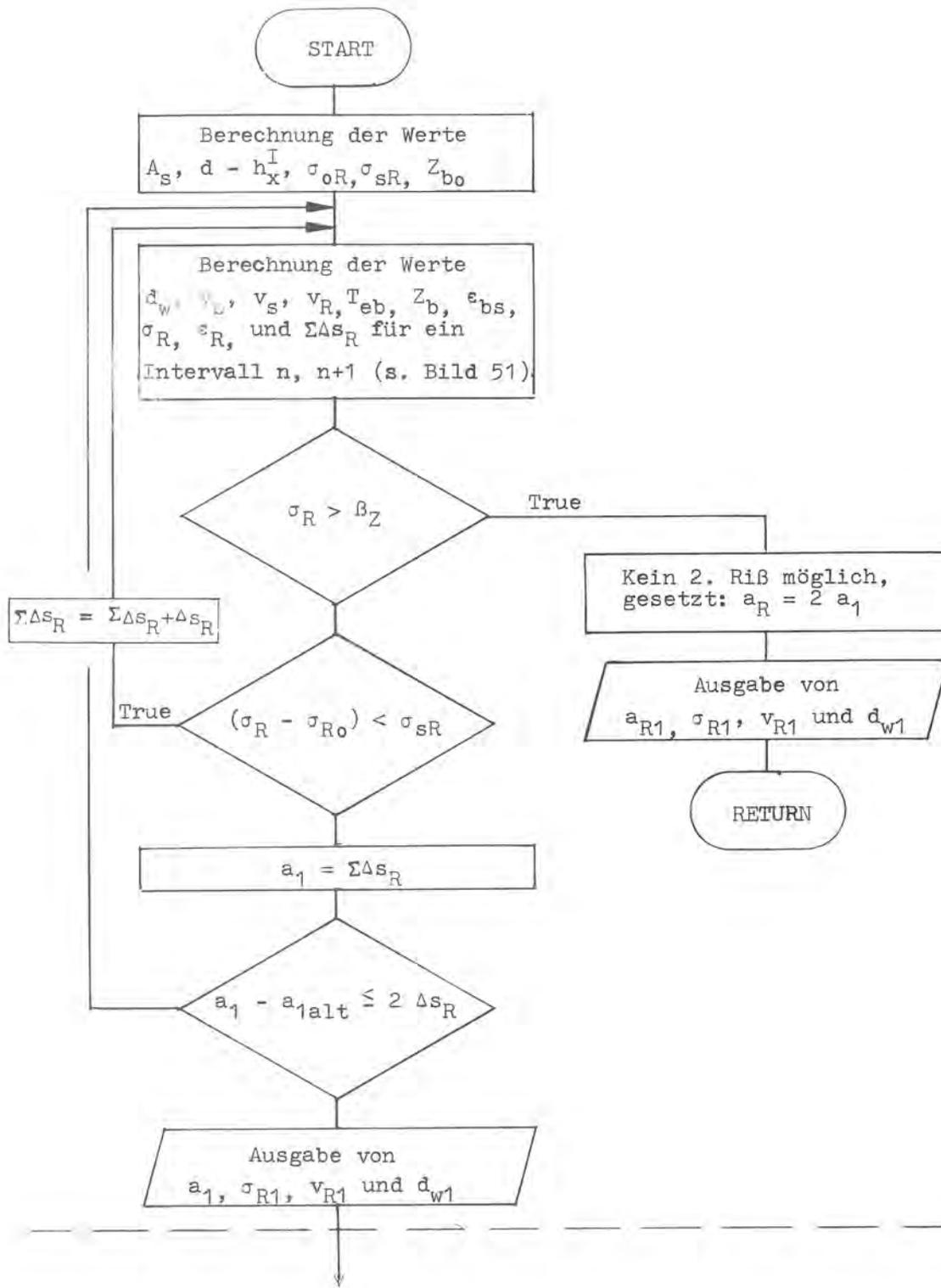
1) Bei zweiseitiger Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 10 \%$ ; Werte aus: H.W. Lilliefors "On the KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test for Normality with Mean and Variance unknown" [27]

# Ablaufplan des Rechenprogrammes

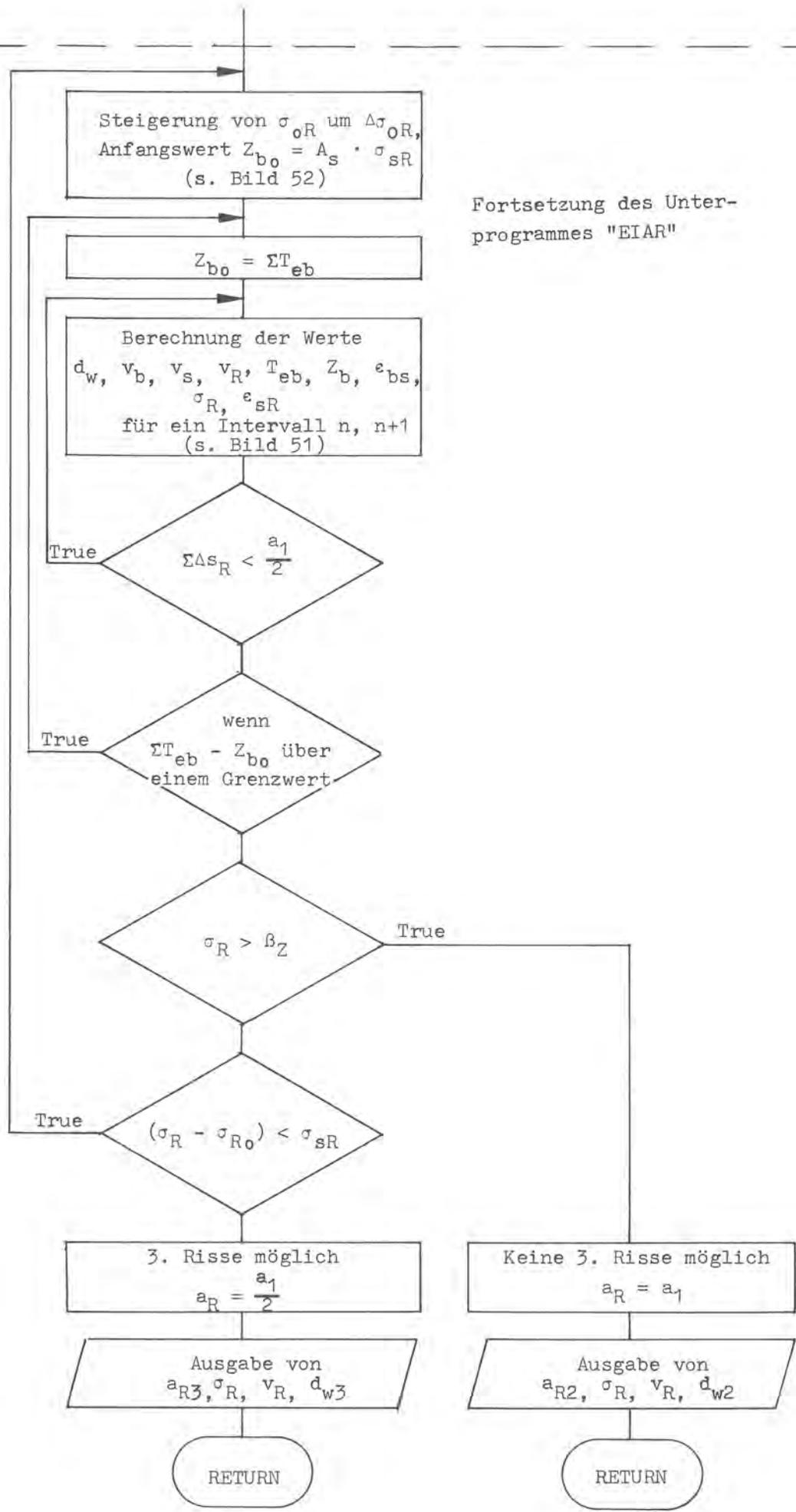
Hauptprogramm



Unterprogramm "EIAR"  
 (Berechnung des Rißabstandes)



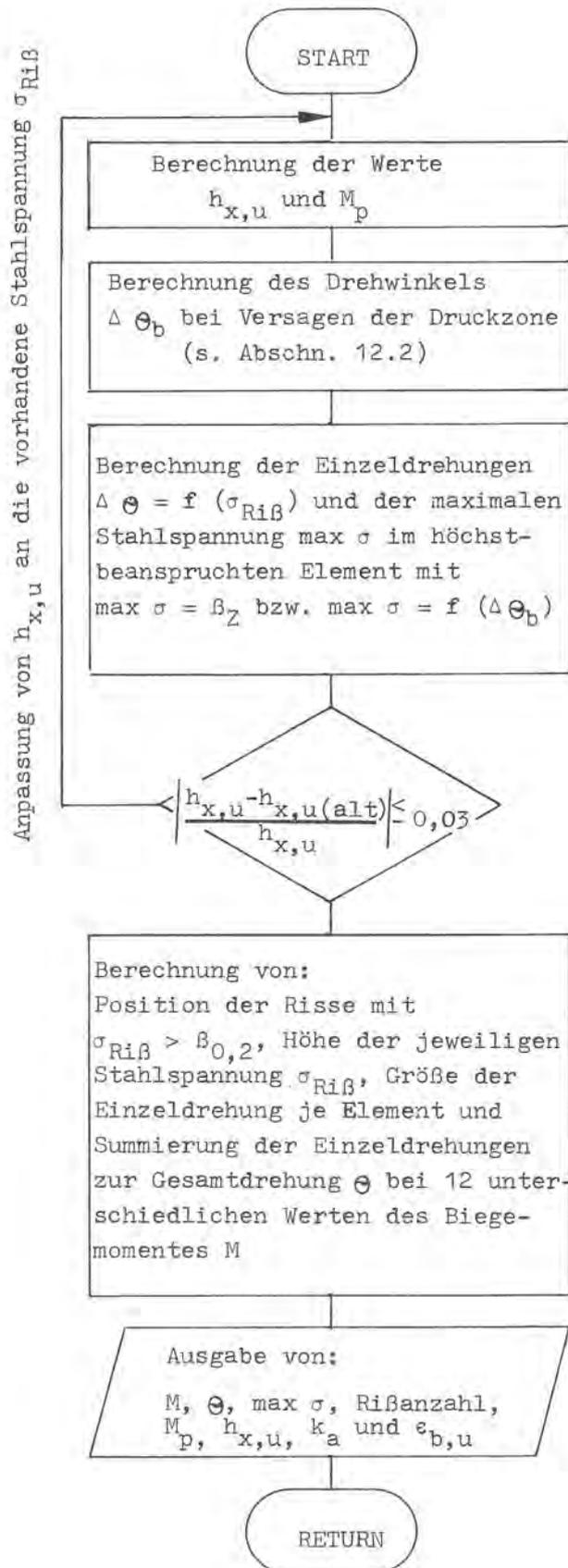
Berechnung der Länge des Einleitungsbereiches (Abstand des 2. Risses vom 1. RiB)



Fortsetzung des Unterprogrammes "EIAR"

Prüfung, ob 3. Risse möglich

Unterprogramm "EITET"  
(Berechnung der Einzeldrehungen und der Gesamtdrehung)



## Programmliste

```

0  C
1  C HAUPTPROGRAMM <EIFF1>, STARTFAEHIG <EIFF1S>, VERSION 13.3.82
2  C BELEGUNG SPOOLING KANAL-NR. 85, EIDAT...
3  C BELEGUNG SPOOLING KANAL-NR. 86, EIB6...
4  C
5  C PLOTTEN AUF GERAET 08 ODER 21 MIT PLOTTERPROGRAMM <EIPLOD>/<EIKRPL>
6  C
7      REAL M,MUE,KBUND,KBUNDR,MUEG
8      COMMON/ANRISS/EB,BETBZ,SIGSR,B,H,N,D,Q
9      COMMON/TETA/BETO2,BETZ,ES,DS,M,MUE,ALPHAW,EPSE0,BL,
10     1ATC,KBUND,KBUNDR,AR,RMB,TET,RKP,SIGRAN
11     COMMON/VERBUN/TB(23,5),E(5),VA(23),TC(23,5),TD(23,5),TE(23,5),
12     1BETAW
13     COMMON/EPB/RHON,EPSEB(9,3),RD(9),BW(3)
14     DIMENSION TET(15),RMB(15),RKP(15)
15     WRITE(0,100)
16     100 FORMAT(1H0,'PROGRAMM <EIFF1S> MIT VORBEREITUNG ZUM PLOTTEN')
17     WRITE(0,105)
18     105 FORMAT(1H0,'AUSGABE AUF PLOTTER? JA: GIB 1/ NEIN: GIB 0')
19     READ(0,106)IPLD
20     106 FORMAT(I1)
21     IF(IPLD.NE.1) GOTO 107
22     REWIND 86
23     107 REWIND 85
24     110 FORMAT(BF10.0)
25         1 FORMAT(7F10.0)
26         2 FORMAT(1I10,2I5,5F10.0,I10)
27         3 FORMAT(12F6.0)
28         4 FORMAT(5F10.0)
29         5 FORMAT(5F5.0)
30         6 FORMAT(1H ,20X,'BALKEN : B/D/L =',F5.0,'/',F5.0,'/',F6.0,' MM')
31         7 FORMAT(1H ,29X,'BETAW=',F4.1,' N/MM**2   EB=',F6.0,' N/MM**2')
32         8 FORMAT(1H ,29X,'BETABZ=',F4.1,'      ALPHAW=',F5.3)
33         9 FORMAT(1H ,29X,'LAENGE DES RISSNAHEN BEREICHES:',F5.2,' *DS')
34         10 FORMAT(1H ,29X,'VERBUNDFAKTOREN: KBUND=',F4.2,'   KBUNDR=',F4.2,
35         1'   KRM= ',I1)
36         11 FORMAT(1H0,1X,I2,' DS=',F3.0,' MM   MUE=',F4.2,'%   H=',F5.0,' MM')
37         12 FORMAT(3F10.0)
38         13 FORMAT(1H ,29X,'BETA02=',F5.0,' N/MM**2   BETAZ=',F5.0,'   M=',F
39         15.2)
40         14 FORMAT(1H0,20X,'EINE EINZELLAST IN FELDMITTE')
41         15 FORMAT(1H0,20X,'GLEICHMAESSIG VERTEILTE STRECKENLAST')
42         16 FORMAT(1H ,29X,'FH=',F4.1,'   FHBZ=',F4.1)
43         READ(85,110)BETAW,Q,EB,ALPHAW,B,D,HEIGA,DELMUE
44         READ(85,1)BETZ,BETO2,M,ES,ATC,KBUND,KBUNDR
45         READ(85,2)NDINEIN,NA,NE,DDS,DSN,DS,BL,SIGRAN,KRM
46         READ(85,3)VA
47         READ(85,4)E
48         READ(85,5)((TB(J,I),I=1,5),J=1,23)
49         READ(85,5)((TC(J,I),I=1,5),J=1,23)
50         READ(85,5)((TD(J,I),I=1,5),J=1,23)
51         READ(85,5)((TE(J,I),I=1,5),J=1,23)
52         READ(85,3)RD
53         READ(85,4)BW
54         READ(85,12)((EPSBN(J,I),I=1,3),J=1,9)
55         CALL DATE(IDAY,IMON,IYEAR)
56         WRITE(0,999)IDAY,IMON,IYEAR
57     999 FORMAT(1H , ' DATUM: ',I2,'.',I2,'.',I2)
58         CD=(2.4+0.026*D)/(1.0+0.040*D)
59         BETBZ=0.27*CD*BETAW**0.667
60  C BETBZ GERUNDET:
61         BETBZR=BETBZ+0.05
62         WRITE(0,6)B,D,BL
63         WRITE(0,7)BETAW,EB
64         WRITE(0,8)BETBZR,ALPHAW
65         WRITE(0,13)BETO2,BETZ,M
66         WRITE(0,9)ATC
67         WRITE(0,10)KBUND,KBUNDR,KRM
68         IF(Q.EQ.0.)GOTO 42
69         WRITE(0,14)
70         GOTO 21
71     42 WRITE(0,15)
72     21 CONTINUE
73         IF(HEIGA.NE.0.)GOTO 43
74         IF(DS.LE.12.) GOTO 34
75         GOTO 35
76     34 C=10.
77         GOTO 30
78     35 IF(DS.LE.18..AND.DS.GT.12.) GOTO 26
79         GOTO 27
80     26 C=15.
81         GOTO 30

```

```

82 27 IF(DS.LE.22.,AND.DS.GT.18.) GOTO 28
83 GOTO 29
84 28 C=20,
85 GOTO 30
86 29 IF(DS.LE.28.,AND.DS.GT.22.) GOTO 31
87 GOTO 32
88 31 C=25,
89 GOTO 30
90 32 IF(DS.GT.28.) GOTO 33
91 33 C=30,
92 30 H=D-C-0.5*DS
93 GOTO 44
94 43 CONTINUE
95 H=HEIGA
96 44 N=1
97 IF(NA.NE.0)N=NA
98 37 MUE=N*0.7854*DS**2/(B*H)
99 IF(MUE.LT.0.0010)GOTO 36
100 GOTO 20
101 36 N=N+1
102 GOTO 37
103 20 IF(DS.GT.12.)GOTO 22
104 GOTO 25
105 22 DO 24 I=1,23
106 DO 24 K=1,5
107 TB(I,K)=TD(I,K)
108 24 TC(I,K)=TE(I,K)
109 25 CONTINUE
110 MUE=N*0.7854*DS**2/(B*H)
111 MUEG=0.013
112 PMUE=MUE*100.
113 WRITE(0,11)N,DS,PMUE,H
114 IDUM=100.
115 CALL EIAR
116 CALL EITET
117 IF(IPLO .NE. 1) GOTO 202
118 WRITE(86)B,D,DS,PMUE,IDUM
119 IF(KRM.EQ.1)GOTO 201
120 DO 200 I=1,12
121 WRITE(86)TET(I),RMB(I)
122 200 CONTINUE
123 GOTO 202
124 201 DO 202 I=1,12
125 WRITE(86)RKF(I),RMB(I)
126 202 CONTINUE
127 IF(NDNEIN.GT.0)GOTO 41
128 NDN=0.5+DELMUE*B*H/(0.7854*DS**2)
129 GOTO 45
130 41 CONTINUE
131 NDN=NDNEIN
132 45 IF(NDN.LT.1)NDN=1
133 N=N+NDN
134 IF(MUE.LT.MUEG)GOTO 204
135 GOTO 203
136 204 IF(N.LE.NE)GOTO 25
137 203 IF(IPLO .NE. 1) GOTO 109
138 IDUM=200.
139 109 DS=DS+DDS
140 IF(DS.LE.DSN)GOTO 21
141 IF(IPLO.NE.1)GOTO 205
142 IDUM=2000.
143 WRITE(86)B,D,DS,PMUE,IDUM
144 REWIND 86
145 205 CONTINUE
146 REWIND 85
147 END

```

```

0 C
1 C QUELLE EIARQ,VERSION 13.3.82
2 C
3 SUBROUTINE EIAR
4 C
5 C BERECHNUNG DES RISSABSTANDES
6 C
7 REAL M,MUE,KBUND,KBUNDR
8 COMMON/ANRISSE/EB,BETBZ,SIGSR,B,H,N,D,Q
9 COMMON/TETA/BET02,BETZ,ES,DS,M,MUE,ALPHAW,EPSBO,BL,
10 1ATC,KBUND,KBUNDR,AR,RMB,TET,RKP,SIGRAN
11 COMMON/VERBUN/TB(23,5),E(5),VA(23),TC(23,5),TD(23,5),TE(23,5),
12 1BETAW
13 COMMON/EINRIS/MERK,EU
14 DIMENSION FTEB(190),TET(15),RMB(15),MARKE(100),RKP(15)
15 AS=N*PI*DS**2/4.
16 EU=D/2.-((H-D/2.)*AS*(ES/EB-1.)/(B*D+AS*(ES/EB-1.)))
17 123 FORMAT(1H,15X,'AS=',F5.0,'MM**2 D-HXI=',F6.1,'MM')
18 WRITE(0,123)AS,EU
19 WRITE(0,90)
20 WRITE(0,91)
21 90 FORMAT(1H0,11X,'RISSBILDUNG')
22 91 FORMAT(1H,11X,'-----')
23 31 CONTINUE
24 TG30=SQRT(3.)/3.
25 DATA DELSR0,DSIGOR,PI/2.,20.,3.14159/
26 SIGOR=(BETBZ*ES/EB)*((H-D+EU)/EU)
27 A1ALT=0.
28 IF(KBUND.LE.0.5)ATC=0.
29 83 DWO=EU
30 82 DW=DWO
31 SIGSR=B*DW*BETBZ*(1.-DW/(2.*EU))/AS
32 ZBO=AS*SIGSR
33 C
34 C LAENGE DES EINLEITUNGSBEREICHES
35 C
36 32 SIGR=SIGOR
37 DELSR=DELSR0
38 SDELSR=0.
39 ZB=ZBO
40 TEB=0.
41 VB=0.
42 VS=0.001
43 VR=0.
44 EPSRP=0.
45 EPSR=0.
46 EPSBS=0.
47 MERK=0
48 33 IF (A1ALT.EQ.0.) GOTO 36
49 SRSTRI=A1ALT-SDELSR
50 IF (SRSTRI-A1E) 35,34,34
51 34 DW=DWO
52 GOTO 36
53 35 DW=2.*(D-H)+SRSTRI*TG30
54 36 VB=VB+EPSBS*DELSR
55 VS=VS+EPSR*DELSR
56 VR=VS-VB
57 IF(VR.LE.0..AND.A1ALT.NE.0.)GOTO 166
58 GOTO 167
59 166 A1ALT=A1ALT+10.
60 GOTO 32
61 167 CONTINUE
62 IF(A1ALT.EQ.0.) GOTO 64
63 IF(KBUNDR.LE.0.5)GOTO 64
64 IF(SRSTRI.LT.(ATC*DS)) GOTO 60
65 64 TVB=EITAU(VR,EPSRP,TB)*KBUND
66 TP=EITAU(VR,EPSRP,TB)*KBUND
67 TEB=PI*N*DS*DELSR*TVB
68 GOTO 61
69 60 TVC=EITAU(VR,EPSRP,TC)*KBUNDR
70 63 TEB=PI*N*DS*DELSR*TVC
71 TP=EITAU(VR,EPSRP,TC)*KBUNDR
72 61 ZB=ZB-TEB
73 EPSBS=(ZB/(B*DW*EB))*((EU-D+H)/(EU-DW/2.))
74 SIGR=SIGR+TEB/AS
75 IF(SIGR.LT.300.)GOTO 160
76 EPSRP=0.002*(SIGR/BET02)**M
77 GOTO 161
78 160 EPSRP=0.
79 161 EPSR=EPSRP+SIGR/ES
80 SDELSR=SDELSR+DELSR
81 X WRITE(0,122)VB,VS,VR,TP,SIGR,SIGSR,SDELSR,A1AL
82 122 FORMAT(1H,3X,3F7.4,3F8.2,2F5.0)
83 IF(SIGR.GE.BETZ)GOTO 137
84 IF (SIGR-((BETBZ*ES/EB)*(H-D+EU)/EU)-SIGSR) 33
85 137 MERK=1
86 37 SIGR1=SIGR

```

```

87      VR1=VR
88      IF (VR-0,2) 38,38,39
89      38 A1=SDELSR
90      GOTO 40
91      39 A1=SDELSR+DS
92      40 CONTINUE
93      A1E=(DWO-2,*(D-H))/TG30
94      IF (ABS(A1-A1ALT).LE.2,*DELSR) GOTO 58
95      IF(A1ALT.EQ.0.)GOTO 88
96      IF(A1-A1ALT)86,88,87
97      86 A1=A1ALT-DELSR*0.5
98      GOTO 88
99      87 A1=A1ALT+DELSR*0.6
100     88 A1ALT=A1
101     59 IF (A1,GE,A1E) GOTO 41
102     DW=2,*(D-H)+A1*TG30
103     SIGSR=B*DW*BETBZ*(1,-DW/(2,*EU))/AS
104     ZB0=SIGSR*AS
105     GOTO 164
106     41 DW=DWO
107     SIGSR=B*DW*BETBZ*(1,-DW/(2,*EU))/AS
108     ZB0=SIGSR*AS
109     164 DW1=DW
110     GOTO 32
111     58 CONTINUE
112     IF(KBUNDR.LE.0,5)A1=A1+ATC*DS
113     IF(MERK,EQ,1)GOTO 57
114     WRITE(0,101)A1,SIGR1,VR1,DW1
115     101 FORMAT(1H ,11X,'EINLEITUNGSBEREICH      A1=',F5,
116     1'N/MM**2 VR1=',F6,3,'MM DW1=',F5,0,'MM')
117     IF(KBUNDR.LE.0,5)A1=A1-2,*ATC*DS
118     IF(A1,GT,300,)DELSR=A1/30.
119     C
120     C PRUEFUNG,OB 3,RISSE MOEGlich
121     C
122     42 IF(A1/2,GE,A1E) GOTO 44
123     DW=2,*(D-H)+A1*TG30/2.
124     GOTO 165
125     44 DW=DWO
126     165 DW3=DW
127     45 SIGSR=B*DW*BETBZ*(1,-DW/(2,*EU))/AS
128     SIGOR=SIGOR+DSIGOR
129     IF((SIGOR+SIGSR),GE,BETZ) GOTO 55
130     STER=SIGSR*AS
131     ZB0=STER
132     GOTO 151
133     43 ZB0=FTEB(LT-1)
134     151 SIGR=SIGOR
135     ZB=ZB0
136     SDELSR=0.
137     TEB=0.
138     STER=0.
139     VB=0.
140     VS=0,000
141     VR=0.
142     EPSRP=0.
143     EPSR=0.
144     EPSRS=0.
145     K=0
146     LT=0
147     46 SRSTRI=A1/2.-SDELSR
148     K=K+1
149     IF (SRSTRI-A1E) 47,48,48
150     47 DW=2,*(D-H)+SRSTRI*TG30
151     GOTO 49
152     48 DW=DWO
153     49 VR=VB+EPSBS*DELSR
154     VS=VS+EPSR*DELSR
155     VR=VS-VB
156     IF(KBUNDR.LE.0,5)GOTO 74
157     IF(SRSTRI,LT,(ATC*DS)) GOTO 70
158     74 TVB=EITAU(VR,EPSRP,VB)**KBUND
159     TP=EITAU(VR,EPSRP,VB)**KBUND
160     TEB=PI*N*DS*DELSR*TVB
161     GOTO 71
162     70 TVC=EITAU(VR,EPSRP,TC)**KBUNDR
163     IF(MARKE(K),EQ,1) GOTO 72
164     IF(TVC,LE,0.)MARKE(K)=1
165     GOTO 73
166     72 TVC=0.
167     73 TEB=PI*N*DS*DELSR*TVC
168     TP=EITAU(VR,EPSRP,TC)**KBUNDR
169     71 STEB=STEB+TEB
170     LT=LT+1
171     FTEB(LT)=STEB
172     ZB=ZB-TEB
173     EPSBS=(ZB/(B*DW*EB))*((EU-D+H)/(EU-DW/2.))

```

```

174     SIGR=SIGR+TEB/AS
175     IF(SIGR.LT.300.)GOTO 162
176     EPSRP=0.002*(SIGR/BET02)**M
177     GOTO 163
178     162 EPSRP=0.
179     163 EPSR=EPSRP+SIGR/ES
180 X   WRITE(0,122)VB,VS,VR,TP,SIGR,SDELSR,DW
181     IF (SDELSR-A1/2.)246,51,51
182     246 SDELSR=SDELSR+DELSR
183     GOTO 46
184     51 IF (ABS(FTEB(LT-1)/ZB0-1.),LE.0.1)GOTO 50
185     GOTO 43
186     50 IF (SIGR-BETZ) 52,52,55
187     52 IF (SIGR-SIG0R-SIGSR) 42,53,53
188     53 A1=A1/2.
189     IF(KBUNDR.LE.0.5)A1=A1+ATC*DS
190     GOTO 56
191     55 AR=A1
192     IF(KBUNDR.LE.0.5)AR=A1+2.*ATC*DS
193     IA=2
194     WRITE(0,102) IA,AR,SIGR,VR,IA,DW3
195     102 FORMAT(1H ,11X,'MITTLERER RISSABSTAND AR',I1,'=',F5.0,
196     1,F5.0,'N/MM**2  VR=',F6.3,'MM  DW',I1,'=',F5.0,'MM')
197     GOTO 15
198     56 AR=A1
199     IA=3
200     WRITE(0,102) IA,AR,SIGR,VR,IA,DW3
201     GOTO 15
202     57 AR=2.*A1
203     WRITE(0,106) A1,SIGR1,VR1,DW1
204     106 FORMAT(1H ,11X,'2.RISS NICHT MOEGLICH, A1=',F5.0,'MM
205     1'N/MM**2  VR1=',F6.3,'MM  DW1=',F5.0,'MM')
206     15 RETURN
207     END

```

```

0 C
1 C QUELLE EITETK,VERSION 13.3.82
2 C
3 SUBROUTINE EITET
4 C
5 C BERECHNUNG DER EINZELDREHUNGEN UND DER GESAMTDREHUNG
6 C
7 REAL M,MUE,KXU,MP,MM,KBUND,KBUNDR
8 COMMON/ANRISS/ER,BETBZ,SIGSR,B,H,N,D,Q
9 COMMON/TETA/BETO2,BETZ,ES,DS,M,MUE,ALPHAW,EPSBO,BL,
10 IATC,KBUND,KBUNDR,AR,RMB,TET,RKP,SIGRAN
11 COMMON/VERBUN/TB(23,5),E(5),VA(23),TC(23,5),TD(23,5),TE(23,5),
12 1BETAW
13 COMMON/EPB/RHON,EPSTN(9,3),RO(9),BW(3)
14 COMMON/EINRIS/MERK,EU
15 DIMENSION S(150),MARKE(15),T(150),TGS(150),TET(15),RMB(15),
16 1RKP(15)
17 DSIGO=10.
18 70 FORMAT(1H0,11X,'DREHUNG THETA=F(M)')
19 71 FORMAT(1H ,11X,'-----')
20 72 FORMAT(1H ,15X,'M BEZM THETA MAXSIGMA S N RISSE')
21 73 FORMAT(1H ,14X,'KNM - RAD N/MM**2 -')
22 74 FORMAT(1H ,12X,'-----')
23 75 FORMAT(1H ,15X,'KEIN PLASTIFIZIEREN DES STAHLDES')
24 76 FORMAT(1H ,10X,-6PF7,1,OPF10,4,F11,6,FB,1,I10)
25 77 FORMAT(1H0,11X,'MP=',-6PF7,1,'KNM QP=',-3PF6,1,'KN TAUO=',
26 1OPF5,2,'N/MM**2 VERSATZMASS ',F4,0,'MM HXU=',F5,1,'MM')
27 184 FORMAT(1H ,11X,'KA=',F5,3,' EPSBO=',3PF5,3,' 0/00',//)
28 60 FORMAT(1H ,21X,F6,1,2I5)
29 80 FORMAT(5F16,6)
30 81 FORMAT(6F11,6,I5)
31 78 FORMAT(F10,0)
32 WRITE(0,70)
33 WRITE(0,71)
34 181 CONTINUE
35 DO 1 K=1,10
36 1 MARKE(K)=0
37 XUALT=0.
38 SIGMAX=(BETO2+BETZ)/2.
39 110 KXU=MUE*SIGMAX/(ALPHAW*BETAW)
40 RKA=EIEPB(RO(9),BETAW,EPSTN)
41 MP=BETO2*MUE*B*H**2*(1.-KXU*RKA)
42 BA=100.
43 IF(Q.EQ.0.)GOTO 90
44 QP=2.*MP/BL
45 TAUO=QP/(B*H*(1.-KXU/2.))
46 VVERS=H*(0.3+1.2/(60.*TAUO/BETAW))
47 IF(VVERS.LT.0.5*H)GOTO 27
48 GOTO 28
49 27 VVERS=0.5*H
50 GOTO 30
51 28 IF(VVERS.GT.0.8*H)GOTO 29
52 GOTO 30
53 29 VVERS=0.8*H
54 30 CONTINUE
55 GOTO 91
56 90 VVERS=0.
57 QP=0.
58 91 DELS=AR/20.
59 L=0.
60 SIGO=(BETBZ*ES/EB)*((H-D+EU)/EU)-DSIGO
61 XU=KXU*H
62 C
63 C DREHUNG DELTA THETA B (VERSAGEN DER DRUCKZONE)
64 C
65 EPSBO=EIEPB(RO(8),BETAW,EPSTN)
66 BK=0.261-0.469*XU/AR
67 IF(BK.LT.0.05)BK=0.05
68 NB=0
69 SEPSBN=0.
70 DELSB=AR*(1.-2.*BK)/10.
71 DO 41 K=1,5
72 NB=NB+1
73 XN=XU+(NB-0.5)*DELSB/3.
74 RHON=XU/XN
75 SEPSBN=SEPSBN+EIEPB(RHON,BETAW,EPSTN)
76 X WRITE(0,82)NB,XN,RHON,SEPSBN
77 41 CONTINUE
78 82 FORMAT(18,6F12,6)
79 DTETB=2.*AR*(EPSBO*BK+(0.1-0.2*BK)*SEPSBN)/XU
80 X WRITE(0,80)BK,XU,DTETB
81 C
82 C BERECHNUNG DER EINZELDREHUNGEN UND DER MAXIMALEN
83 C STAHLSPANNUNG DES GELENKES
84 C
85 GOTO 2
86 40 DTETB=EPSBO*AR/XU

```

```

87      2 SIG0=SIG0+DSIG0
88      SIG=SIG0
89      VT=0.
90      EPS=0.
91      EPSP=0.
92      SEPS=0.
93      SDELS=0.
94      SEPS=0.
95      DO 8 K=1,10
96      VT=VT+EPS*DELS
97      IF(AR/2.-SDELS.LE.ATC*DS+0.5*DELS)GOTO 3
98      TVB=EITAU(VT,EPSP,TB)*KBUND
99      SIG=SIG+TVB*4.*DELS/DS
100     IF(SIG.LT.300.)GOTO 57
101     GOTO 4
102     3 TVC=EITAU(VT,EPSP,TC)*KBUNDR
103     IF(MARKE(K).EQ.1)GOTO 5
104     IF(DS.GE.12.)GOTO 55
105     IF(VT.GT.0.3.AND.EPSP.LT.0.005)GOTO 6
106     GOTO 7
107     55 IF(VT.GT.0.4.AND.EPSP.LT.0.005)GOTO 6
108     GOTO 7
109     5 TVC=0.
110     GOTO 7
111     6 MARKE(K)=1
112     TVC=0.
113     7 SIG=SIG+TVC*4.*DELS/DS
114     IF(SIG.LT.300.)GOTO 57
115     4 EPSP=0.002*(SIG/BET02)**M
116     GOTO 58
117     57 EPSP=0.
118     58 EPS=EPSP+SIG/ES
119     SDELS=SDELS+DELS
120     SEPS=SEPS+EPS
121     8 SEPS=SEPS+EPSP
122     SIGRIS=SIG
123     IF(SIGRIS.GT.370.)GOTO 9
124     GOTO 10
125     9 DSIG0=5.
126     10 DTET=2.*DELS*SEPS/(H*(1.-KXU))
127     DTETGS=2.*DELS*SEPS/(H-XU)
128     L=L+1
129     S(L)=SIGRIS
130     T(L)=DTET
131     TGS(L)=DTETGS
132     IF(DTETB.LT.DTETGS)GOTO 11
133     IF(SIGRIS.LT.BETZ)GOTO 2
134     SIGMAX=BETZ
135     GOTO 12
136     11 IF(L.GT.1)GOTO 45
137     SIGMAX=BET02+DTETB*(S(L)-BET02)/T(L)
138     GOTO 12
139     45 SIGMAX=S(L-1)+(DTETB-TGS(L-1))*(S(L)-S(L-1))/(TGS(L)-TGS(L-1))
140     IF(SIGMAX.GT.BETZ)GOTO 46
141     GOTO 12
142     46 SIGMAX=BETZ
143     12 CONTINUE
144     IF(ABS((XU-XUALT)/XU).LE.0.03)GOTO 111
145     XUALT=XU
146     GOTO 110
147     C
148     C BERECHNUNG DER GESAMTDREHUNG DES PLASTISCHEN GELENKES
149     C
150     111 DSIGM=(SIGMAX-BET02)/10.
151     SIGM0=BET02-2.*DSIGM
152     IF(SIGMAX.LT.BET02)GOTO 13
153     SIGM=SIGM0
154     GOTO 14
155     13 WRITE(0,75)
156     GOTO 24
157     14 WRITE(0,72)
158     WRITE(0,73)
159     WRITE(0,74)
160     DO 23 I=1,12
161     SIGM=SIGM+DSIGM
162     X=0.
163     SDTET=0.
164     J=1
165     21 CONTINUE
166     IF(Q.EQ.0.)GOTO 92
167     IF(X.EQ.0.)GOTO 183
168     ALIPP=(BA/(2.-(BA/H)))*((2.*H/X)-1.)
169     GOTO 182
170     183 ALIPP=0.
171     182 COSA=1./SQRT((X/(H+ALIPP))**2+1.)
172     IF(X-VVERS)25,25,15
173     25 SIGX=SIGM

```

```

174      GOTO 16
175      15 SIGX=SIGM*(1.-QP*(X-VVERS)/MP)
176      GOTO 16
177      92 SIGX=SIGM*(1.-4.*(X/BL)**2)
178      COSA=1.
179      16 IF(SIGX.LT.0.95*BET02)GOTO 22
180      IF(SIGX.LT.S(1))GOTO 19
181      L=2
182      20 IF(SIGX-S(L))17,17,18
183      18 L=L+1
184      GOTO 20
185      17 L2=L
186      L1=L2-1
187      DTET=(T(L1)+(SIGX-S(L1))*(T(L2)-T(L1))/(S(L2)-S(L1)))*COSA
188      GOTO 53
189      19 DTET=(COSA*T(1)*(SIGX-0.9*BET02)/(S(1)-0.9*BET02)
190      53 CONTINUE
191      WR=DTET*(H-XU)/COSA
192      BKRUEM=DTET/AR
193      IF(J.EQ.1)RKP(I)=1000.*BKRUEM
194      IF(I.LT.12)GOTO 26
195      X WRITE(0,83)SIGX,DTET,DTETGS,COSA
196      83 FORMAT(1H ,1X,F7.2,2F12.8,F8.4)
197      26 IF(X.EQ.0.)GOTO 31
198      GOTO 32
199      31 DTET=DTET/2.
200      32 SDTET=SDTET+DTET
201      IF(MERK.EQ.1)GOTO 22
202      X=X+AR
203      J=J+1
204      GOTO 21
205      22 TETAG=2.*SDTET
206      MM=SIGM*MUE*B**H**2*(1.-(XU*RKA))
207      BEZM=MM/(B*BETA*H**2)
208      NRIS=2*J-1
209      WRITE(0,76)MM,BEZM,TETAG,SIGM,NRIS
210      56 RMB(I)=BEZM
211      TET(I)=TETAG
212      23 CONTINUE
213      24 WRITE(0,77)MP,QP,TAU0,VVERS,XU
214      WRITE(0,184)RKA,EPSB0
215      RETURN
216      END

```

```

0      FUNCTION EITAU(V, EPS, TA)
1      C
2      C LINEARE INTERPOLATION DER VERBUNDSPANNUNG AUS DEN FELDERN TB, TC, TD ODER TE
3      C
4      REAL M, MUE, KBUND, KBUNDR
5      COMMON/VERBUN/TB(23,5), E(5), VA(23), TC(23,5), TD(23,5), TE(23,5),
6      1BETAW
7      COMMON/TETA/BET02, BETZ, ES, DS, M, MUE, ALPHAW, EPSB0, BL,
8      1ATC, KBUND, KBUNDR, AR, RMB, TET, RKP, SIGRAN
9      DIMENSION TA(23,5), RMB(15), TET(15), RKP(15)
10     15 FORMAT(1H ,16X,2F6.1,F6.1)
11     16 FORMAT(1H ,11X,F5.3,2F6.1)
12     18 FORMAT(1H ,25X,3F12.4)
13     I=2
14     1 IF(EPS-E(I))3,3,2
15     2 IF(EPS-E(5))4,5,5
16     3 I2=I
17     GOTO 11
18     4 I=I+1
19     GOTO 1
20     5 I2=5
21     11 I1=I2-1
22     J=2
23     6 IF(V-VA(J))8,8,7
24     7 IF(V-VA(23))9,10,10
25     8 J2=J
26     GOTO 12
27     9 J=J+1
28     GOTO 6
29     10 J2=23
30     12 J1=J2-1
31     TANG1=(TA(J1,I2)-TA(J1,I1))/(E(I2)-E(I1))
32     ZTA1=TA(J1,I1)+(EPS-E(I1))*TANG1
33     TANG2=(TA(J2,I2)-TA(J2,I1))/(E(I2)-E(I1))
34     ZTA2=TA(J2,I1)+(EPS-E(I1))*TANG2
35     TANG3=(ZTA2-ZTA1)/(VA(J2)-VA(J1))
36     TAUSTR=ZTA1+(V-VA(J1))*TANG3
37     IF(TAUSTR.LT.0.)GOTO 13
38     21 IF(TAUSTR.GT.20,1)GOTO 13
39     GOTO 14
40     13 WRITE(0,15)E(I1),E(I2)
41     WRITE(0,16)VA(J1),TA(J1,I1),TA(J1,I2)
42     WRITE(0,16)VA(J2),TA(J2,I1),TA(J2,I2)
43     WRITE(0,18)V, EPS, TAUSTR
44     PAUSE
45     14 EITAU=TAUSTR*(BETAW/30.)
46     20 RETURN
47     END

```

```

0      FUNCTION EIEPB(RON,BAW,EN)
1      C
2      C LINEARE INTERPOLATION DER BETONSTAUCHUNG AUS DEM FELD EPSBN
3      C
4      REAL M,MUE,KBUND,KBUNDR
5      COMMON/EPB/RHON,EPBN(9,3),RO(9),BW(3)
6      COMMON/VERBUN/TB(23,5),E(5),VA(23),TC(23,5),TD(23,5),TE(23,5),
7      IBETAW
8      COMMON/TETA/BET02,BETZ,ES,DS,M,MUE,ALPHAW,EPSBO,BL,
9      1ATC,KBUND,KBUNDR,AR,RMB,TET,RKP,SIGRAN
10     DIMENSION EN(9,3),RMB(15),TET(15),RKP(15)
11     15 FORMAT(1H ,20X,2F6.2)
12     16 FORMAT(1H ,11X,F5.3,2F6.1)
13     18 FORMAT(1H ,25X,3F12.4)
14     I=2
15     1 IF(BAW-BW(I))3,3,2
16     2 IF(BAW-BW(3))4,5,5
17     3 I2=I
18     GOTO 11
19     4 I=I+1
20     GOTO 1
21     5 I2=3
22     11 I1=I2-1
23     J=2
24     6 IF(RON-RO(J))8,8,7
25     7 IF(RON-RO(9))9,10,10
26     8 J2=J
27     GOTO 12
28     9 J=J+1
29     GOTO 6
30     10 J2=9
31     12 J1=J2-1
32     TANG1=(EN(J1,I2)-EN(J1,I1))/(BW(I2)-BW(I1))
33     ZTA1=EN(J1,I1)+(BAW-BW(I1))*TANG1
34     TANG2=(EN(J2,I2)-EN(J2,I1))/(BW(I2)-BW(I1))
35     ZTA2=EN(J2,I1)+(BAW-BW(I1))*TANG2
36     TANG3=(ZTA2-ZTA1)/(RO(J2)-RO(J1))
37     EPBMIL=ZTA1+(RON-RO(J1))*TANG3
38     EIEPB=EPBMIL*0.001
39     20 RETURN
40     END

```

## Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

Nr. 1/September 1968

**Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)**  
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft

Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)

**Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitern**  
von Dr.-Ing. Götz Andrae

Nr. 3/September 1970 (vergriffen)

**Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile**  
von Dr.-Ing. Josef Ziebs

Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)

**Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren**  
von Dr. rer. nat. Arno Burmester

Nr. 5/März 1971

**Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken**  
von Dr. rer. nat. Norbert Steiner

Nr. 6/April 1971

**Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen**  
von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider

Nr. 7/Juli 1971

**Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie**  
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz

Nr. 8/November 1971

**Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Helmut Veith

Nr. 9/November 1971

**Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller

Nr. 10/Januar 1972

**Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode**  
von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin

Nr. 11/Februar 1972

**Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden**  
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause

Nr. 12/Mai 1972

**Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren**  
von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg

Nr. 13/Juni 1972

**Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und  $2 \cdot 10^{-7}$  Torr**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer

Nr. 14/Juli 1972

**Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz**  
von Eberhard Fischer

Nr. 15/August 1972

**Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse**  
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl

Nr. 16/August 1972

**Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer**  
von Dr.-Ing. Erwin Knüblach

Nr. 17/August 1972

**Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen**  
von Dr.-Ing. Peter Reimers

Nr. 18/Januar 1973

**Das Spröbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**  
von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 19/Januar 1973

**Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen**  
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos

Nr. 20/April 1973

**Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden**  
von Dipl.-Ing. R. Rudolph

Nr. 21/Juli 1973

**Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung**  
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig

Nr. 22/Juli 1973

**Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen**  
von Dipl.-Ing. R. Rudolph und Dr.-Ing. E. Knüblach

Nr. 23/November 1973

**Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin  
Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen**  
von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske

Nr. 24/November 1973

**Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung**  
von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolph

Nr. 25/Dezember 1973

**Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen**  
von Dr.-Ing. E. Knüblach

Nr. 26/August 1974

**Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —**  
von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise

Nr. 27/August 1974

**Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall**  
von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg

Nr. 28/August 1974

**Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern**  
von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich

Nr. 29/August 1974

**Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall**  
von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider

Nr. 30/September 1974 (vergriffen)

**The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology**  
von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon

Nr. 31/August 1975

**Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann

Nr. 32/September 1975

**Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen**  
von Dipl.-Ing. Reinald Rudolph und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher

Nr. 33/November 1975

**Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens**  
von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolph

Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)

**Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen**  
von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe

Nr. 35/Januar 1976

**Der Widerstand von Platten, die als Bepankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**  
von Dipl.-Ing. Ernst Limberger

- Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)  
**Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt
- Nr. 37/Februar 1976  
**Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**  
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 38/Juni 1976  
**Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionisiertem Stahl 42 CrMo 4**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 39/Juni 1976  
**Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newton'schem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung**  
von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf
- Nr. 40/Juni 1976  
**Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren**  
von Dr. rer. nat. H. Hantsche
- Nr. 41/Okttober 1976  
**Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten**  
von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher
- Nr. 42/Okttober 1976  
**Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft**  
von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 43/Okttober 1976  
**Das Sprödbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**  
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 44/November 1976  
**Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“**  
von Dipl.-Ing. W. Matthees
- Nr. 45/Dezember 1976  
**Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten**  
von Dr.-Ing. W. Paatsch
- Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)  
**Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung**  
**Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses**  
von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler
- Nr. 47/Juni 1977  
**Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen**  
von Dr.-Ing. Arno Plank
- Nr. 48/Okttober 1977  
**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn**  
von Dr.-Ing. U. Holzlöhner
- Nr. 49/Dezember 1977  
**Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung**  
von Dr.-Ing. Günther Wittig
- Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)  
**Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern**  
von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski
- Nr. 51/Juni 1978  
**Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen**  
von Dr. rer. nat. J. Sickfeld
- Nr. 52/August 1978  
**Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung**  
von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov
- Nr. 53/Okttober 1978  
**Bemessung und Optimierung behelzbarer Straßen- und Brückenbeläge**  
von Rolf Günter Rohrmann und Reinald Rudolphi
- Nr. 54/Okttober 1978  
**Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Harro Sander
- Nr. 55/November 1978  
**Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 % Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke
- Nr. 56/Januar 1979  
**Stabilität von Sandwichbauteilen**  
von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langlie
- Nr. 57/März 1979  
**Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung**  
**Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing**  
von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus
- Nr. 58/März 1979  
**Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau**  
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 59/Juli 1979  
**Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl**  
von Dr.-Ing. Günther Plauk
- Nr. 60/August 1979  
**Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken**  
von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs
- Nr. 61/Dezember 1979  
**Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems**  
von Dr. Klaus Richter
- Nr. 62/Dezember 1979  
**Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle**  
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker
- Nr. 63/Dezember 1979  
**Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase**  
von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig
- Nr. 64/Februar 1980  
**Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung**  
von Dr.-Ing. Werner Rucker
- Nr. 65/Februar 1980  
**Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte**  
von Dr.-Ing. Peter Schmidt, Dr.-Ing. Dietmar Aurich, Dr.-Ing. Rolf Helms, Dr.-Ing. Helmut Veith und Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 66/Mai 1980  
**Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung**  
von Dr. rer. nat. Martin Hattwig
- Nr. 67/Mai 1980  
**Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees
- Nr. 68/Mai 1980  
**Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Steeroßeßtechnik.**  
**Entwicklung eines volleuzentrischen Präzisions-Goniometers**  
von Dr. rer. nat. Dieter Petersohn
- Nr. 69/Juni 1980  
**Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitshüllen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise**  
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt und Dipl.-Ing. Peter Brandl
- Nr. 70/August 1980 (vergriffen)  
**Schwellenwerte beim Betondruckversuch**  
von Dr.-Ing. Gerald Schickert
- Nr. 71/August 1980  
**Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees und Dipl.-Ing. Götz Magiera

- Nr. 72/September 1980  
**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen**  
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 73/November 1980  
**Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen**  
von Dipl.-Ing. Peter Wegener
- Nr. 74/November 1980  
**ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz**  
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dipl.-Inform. Renate Müller
- Nr. 75/November 1980  
**Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen**  
von Dir. u. Prof. Dr. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 76/November 1980  
**Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop**  
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke und Prof. Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig
- Nr. 77/April 1981  
**Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen**  
von Dipl.-Ing. Michael Gierloff und Dr.-Ing. Matthias Maultzsch
- Nr. 78/September 1981  
**Dynamische Wechselwirkung eines Schienen-Schwellensystems mit dem Untergrund**  
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 79/Dezember 1981  
**Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflussten Kalttribneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch**  
von Dr.-Ing. Volker Neumann
- Nr. 80/Dezember 1981  
**Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten**  
von Dr.-Ing. Arno Plank, Dr.-Ing. Werner Struck und Dr.-Ing. Manfred Tzschätzsch
- Nr. 81/Dezember 1981  
**Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt
- Nr. 82/April 1982  
**Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches**  
**Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test**  
von Rolf Helms, Hans-Joachim Kühn und Siegmund Ledworuski
- Nr. 83/Juli 1982  
**Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen — Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen —**  
von Prof. Dr.-Ing. Horst Czichos und Dr.-Ing. Paul Feinle
- Nr. 84/Juli 1982  
**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)**  
von Dipl.-Inform. Renate Müller und Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 85/ISBN 3-88314-231-X/Oktober 1982  
**Technische Materialforschung und -prüfung — Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm „Basic Technological Research“ — Materials Research and Testing — Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme „Basic Technological Research“ —**  
von Prof. Dr. Horst Czichos
- Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/November 1982  
**Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügemerkmale**  
von Dr.-Ing. Konrad Niesel und Dr. rer. nat. Peter Schimmelwitz
- Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/Dezember 1982  
**Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren**  
von Dr.-Ing. Bernd Isecke und Dr.-Ing. Wolfgang Stichel
- Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/Februar 1983  
**Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall**  
von Dr.-Ing. Anton Erhard
- Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/April 1983  
**Untersuchungen zur Zerfallsfähigkeit von Distickstoffoxid**  
von Dr. rer. nat. Dietrich Conrad und Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/April 1983  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/April 1983  
**Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz**  
von Dr.-Ing. Michael Weber
- Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/August 1983  
**Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden**  
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch
- Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/August 1983  
**Unterdrückung stick-slip-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen**  
von Dr. rer. nat. Peter Studt
- Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/August 1983  
**Untersuchungen der Störsschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen**  
von Dr.-Ing. Xian-Quan Dong
- Nr. 95/ISBN 3-88314-289-1/August 1983  
**Über die Fokussierung des Schallfeldes von Ultraschall-Prüfköpfen mit Fresnelschen Zonenplatten**  
von Dr.-Ing. Manfred Römer
- Nr. 96/ISBN 3-88314-296-4/Oktober 1983  
**Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken**  
von Dr.-Ing. Heinz Eißler

