
Aufgabe 1

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, v_2, v_3 . Dann existiert eine invertierbare lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$, die $v_1 + v_2 + v_3$ auf $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ abbildet.

wahr falsch

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, v_2, v_3 . Dann existiert eine invertierbare lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$, die $v_1 + v_2 + v_3$ auf $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ abbildet.

wahr falsch

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, v_2, v_3 . Dann existiert eine lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$, die $v_1 + v_2 + v_3$ auf $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ abbildet.

wahr falsch

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, v_2, v_3 . Dann existiert eine lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$, die $v_1 + v_2 + v_3$ auf $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ abbildet.

wahr falsch

Aufgabe 2

Sei K der Körper mit zwei Elementen. Die Anzahl der invertierbaren 2×2 -Matrizen mit Einträgen in K ist:

Sei K der Körper mit zwei Elementen. Die Anzahl der nicht-invertierbaren 2×2 -Matrizen mit Einträgen in K ist:

Sei K der Körper mit zwei Elementen. Die Anzahl der 2×2 -Matrizen mit Einträgen in K und Determinante 1 ist:

Sei K der Körper mit zwei Elementen. Die Anzahl der 2×2 -Matrizen mit Einträgen in K und Determinante 0 ist:

Aufgabe 3

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, \dots, v_{10} . Die Vektoren u_1, \dots, u_n seien linear abhängig. Dann sind folgende Fälle für n möglich:

$n < 10$ $n = 10$ $n > 10$

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, \dots, v_{10} . Die Vektoren u_1, \dots, u_n seien linear unabhängig. Dann sind folgende Fälle für n möglich:

$n < 10$ $n = 10$ $n > 10$

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, \dots, v_{10} . Die Vektoren u_1, \dots, u_n seien ein Erzeugendensystem. Dann sind folgende Fälle für n möglich:

$n < 10$ $n = 10$ $n > 10$

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Basis v_1, \dots, v_{10} . Die Vektoren $u_1, \dots, u_n \in V$ seien eine Basis. Dann sind folgende Fälle für n möglich:

$n < 10$ $n = 10$ $n > 10$

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Aufgabe 4

Das Produkt zweier invertierbarer Matrizen ist invertierbar.

wahr falsch

Die Summe zweier invertierbarer Matrizen ist invertierbar.

wahr falsch

Die Komposition zweier linearer Abbildungen ist linear.

wahr falsch

Die Summe zweier linearer Abbildungen ist linear.

wahr falsch

Aufgabe 5

Sei $n > 1$. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ nicht injektiv. Dann gilt:

$\dim \text{Bild}(f) > 0$, $\dim \text{Bild}(f) < n$, $\dim \text{Bild}(f) = n$, $\dim \text{Bild}(f) = n - 1$.

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei $n > 1$. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ injektiv. Dann gilt:

$\dim \text{Bild}(f) > 0$, $\dim \text{Bild}(f) < n$, $\dim \text{Bild}(f) = n$, $\dim \text{Bild}(f) = n - 1$.

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei $n > 1$. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ nicht surjektiv. Dann gilt:

$\dim \text{Kern}(f) > 0$, $\dim \text{Kern}(f) < n$, $\dim \text{Kern}(f) = n$, $\dim \text{Kern}(f) = n - 1$.

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Sei $n > 1$. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ mit $\dim \text{Bild}(f) = 1$. Dann gilt:

$\dim \text{Kern}(f) > 0$, $\dim \text{Kern}(f) < n$, $\dim \text{Kern}(f) = n$, $\dim \text{Kern}(f) = n - 1$.

(Alle richtigen Antworten, und nur diese, sind anzukreuzen.)

Aufgabe 6

Sei K ein Körper und $n \geq 2$. Die Abbildung $\text{Mat}(n \times n, K) \rightarrow K$, die eine Matrix M auf ihre Determinante abbildet, ist bijektiv.

wahr falsch

Sei K ein Körper und $n \geq 2$. Die Abbildung $\text{Mat}(n \times n, K) \rightarrow K$, die eine Matrix M auf ihre Determinante abbildet, ist injektiv.

wahr falsch

Sei K ein Körper und $n \geq 2$. Die Abbildung $\text{Mat}(n \times n, K) \rightarrow K$, die eine Matrix M auf ihre Determinante abbildet, ist surjektiv.

wahr falsch

Sei K ein Körper und $n \geq 2$. Die Abbildung $\text{Mat}(n \times n, K) \rightarrow K$, die eine Matrix M auf ihre Determinante abbildet, ist linear.

wahr falsch

Aufgabe 7

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ hat Determinante ...

Die Matrix $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -1 & 0 \\ 4 & 12 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ hat Determinante ...

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ hat Determinante ...

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 2 & 8 \\ 3 & 5 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ hat Determinante ...

Aufgabe 8

Wenn eine $n \times n$ -Matrix M die Determinante 1 hat, dann ist M invertierbar.

wahr falsch

Wenn eine $n \times n$ -Matrix die Determinante 1 hat, dann ist M die darstellende Matrix einer bijektiven linearen Abbildung.

wahr falsch

Wenn eine $n \times n$ -Matrix die Determinante 1 hat, dann sind die Spaltenvektoren linear unabhängig.

wahr falsch

Wenn eine $n \times n$ -Matrix die Determinante 1 hat, dann sind die Zeilenvektoren linear unabhängig.

wahr falsch

Aufgabe 9

Jede Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$ hat genau n verschiedene komplexe Eigenwerte.

wahr falsch

Jede Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$ hat einen komplexen Eigenwert.

wahr falsch

Jede invertierbare Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ hat einen reellen Eigenwert.

wahr falsch

Jede Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ hat einen reellen Eigenwert.

wahr falsch

Aufgabe 10

Jede Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist ähnlich zu einer Diagonalmatrix.

wahr falsch

Jede Matrix $A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist äquivalent zu einer Diagonalmatrix.

wahr falsch
