

Wintersemester 2021/22
Montag, 31.01.2022
Aufgabenblatt 14

Aufgaben zur Vorlesung: Algebra

Mündliche Aufgaben.

1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Polynome unzerlegbar in $\mathbb{Z}[x]$ sind.
 - (a) $f = x^4 - 12x^2 + 18x - 24$
 - (b) $g = x^5 + nx^2 + 1$ mit $n \in \mathbb{Z}$ ungerade.
2. Sei R ein Integritätsbereich und $f \in R[x]$. Definiere $g \in R[x]$ durch $g(x) := f(x+1)$. Zeigen Sie, dass f unzerlegbar ist genau dann, wenn g unzerlegbar ist. Folgern Sie mit Hilfe des Eisenstein-Kriteriums, dass für eine Primzahl p das Polynom
$$x^{p-1} + \dots + x + 1$$
unzerlegbar in $\mathbb{Z}[x]$ ist.
3. Gegeben ist der Quotientenring $K := \mathbb{Z}_3[x]/(x^2 + 1)$.
 - (a) Zeigen Sie, dass K ein Körper mit 9 Elementen ist.
 - (b) Entscheiden Sie, ob die Gruppen $(K, +)$ und $(K \setminus \{0_K\}, \cdot)$ zyklisch sind.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen am 7.2.2022 besprochen. Weitere Informationen finden Sie in Ilias bzw. auf der Homepage der Vorlesung:

<https://pnp.mathematik.uni-stuttgart.de/iaz/iaz1/WS21-22Algebra/algebra.html>