

Clemens Nau

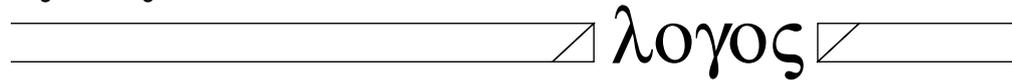
**Beamforming in modalen Schallfeldern  
von Fahrzeuginnenräumen**



Clemens Nau

# **Beamforming in modalen Schallfeldern von Fahrzeuginnenräumen**

Logos Verlag Berlin GmbH



## **Aachener Beiträge zur Technischen Akustik**

Editor:

Prof. Dr. rer. nat. Michael Vorländer  
Institute of Technical Acoustics  
RWTH Aachen University  
52056 Aachen  
[www.akustik.rwth-aachen.de](http://www.akustik.rwth-aachen.de)

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie;  
detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de> .

D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2015)

© Copyright Logos Verlag Berlin GmbH 2016

All rights reserved.

ISBN 978-3-8325-4370-9

ISSN 1866-3052

Vol. 25

Logos Verlag Berlin GmbH  
Comeniushof, Gubener Str. 47,  
D-10243 Berlin

Tel.: +49 (0)30 / 42 85 10 90

Fax: +49 (0)30 / 42 85 10 92

<http://www.logos-verlag.de>

---

# BEAMFORMING IN MODALEN SCHALLFELDERN VON FAHRZEUGINNENRÄUMEN

---

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Dipl.-Ing.  
Clemens Bernhard Nau  
aus Köln

Berichter:  
Universitätsprofessor Dr. rer. nat. Michael Vorländer  
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Peter Jax

Tag der mündlichen Prüfung: 26. April 2016

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.



## Danksagung

Die vorliegende Dissertation zum Thema „Beamforming in modalen Schallfeldern von Fahrzeuginnenräumen“ entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als Doktorand bei der Daimler AG am Standort Sindelfingen. Während dieser Zeit als Mitarbeiter der Entwicklungsabteilung „NVH Versuch“ konnte diese Promotion in Zusammenarbeit mit dem Institut für Technische Akustik (ITA) in Aachen erarbeitet werden.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. rer. nat. Michael Vorländer – Leiter des ITA – danke ich sehr herzlich für die Betreuung meiner Arbeit. Er hat mit großem Weitblick und Erfahrung auch über die räumliche Distanz hinweg meine Geschicke zu lenken gewusst. Seine freundliche, unterstützende und konstruktive Art hat es mir leicht gemacht mein Ziel zu keiner Zeit aus den Augen zu verlieren. Dank sei ebenfalls dem Zweitberichter der Arbeit, Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Jax, für seine Bereitschaft, diese Aufgabe zu übernehmen. Sein spürbares inhaltliches Interesse an dieser Arbeit hat ihr den „letzten Schriff“ verliehen.

Meinem Betreuer, Mentor und Freund Herrn Dr.-Ing. Werner Moll soll mein besonderer Dank ausgesprochen sein. Erst er hat mich in die Lage versetzt, diese Arbeit anfertigen zu können. Unser täglicher beruflicher sowie persönlicher Austausch von Beginn meines Eintritts bei der Daimler AG an hat meine Zeit unschätzbar bereichert. Bei ihm habe ich eine Betreuung und Unterstützung, einen Rückhalt und einen Ansporn erfahren, wie ich es mir nicht besser hätte wünschen können. Großer Dank gebührt ebenfalls meinem Abteilungsleiter Herrn Wolfgang Kauke, der von Anfang an den Wert des Engagements in die behandelte Technologie erkannt und die Arbeit daran tatkräftig gefördert hat. Trotz seines stets angespannten Zeitplans hatte er zu jeder Zeit ein offenes Ohr für das Thema und den Menschen dahinter. Meinem Teamleiter Herrn Ralf Sperber danke ich ebenfalls herzlich für seine Unterstützung. Sein Führungsstil hat es mir ermöglicht, einerseits meine Arbeit vorantreiben zu können und andererseits auch die Aufgaben und Ziele des Teams zu verinnerlichen, was mir die Integration in mein jetziges Arbeitsumfeld fast mühelos hat gelingen lassen.

Als ständige Projektpartner während dieser Zeit und darüber hinaus gilt mein Dank dem Team „Akustische Kamera“ der Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik in Berlin. Das gemeinsame Arbeitsverhältnis ist von einer konstruktiven, engagierten und vertrauensvollen Art geprägt, wie ich mir sie positiver nicht vorstellen kann. Stellvertretend sei Herrn Dirk Döbler, Herrn Andy Meyer und Herrn Gunnar Heilmann mein besonderer Dank sicher.

Gedankt sei ebenfalls dem Team des Instituts für Technische Akustik der RWTH Aachen. Gleichmaßen für die konstruktiven, fachlichen Diskussionen als auch für die freundlichen, herzlichen und rheinisch-fröhlichen Zeiten am Institut und auf verschiedenen Konferenzen.

Eine Promotion ist immer auch mit einem hohen Maß an persönlichem Einsatz verbunden, der in dieser Zeit, sei er auch noch so gern gegeben, den Alltag und somit auch die Beziehung zu Ehefrau, Familie und Freunden prägt. Deshalb sei in ganz besonderem Maße diesen Menschen gedankt, die mir am Herzen liegen. Sie haben durch ihre unbedingte Unterstützung und Teilnahme einen erfolgreichen Abschluss überhaupt erst möglich gemacht. In tiefer, liebevoller Verbundenheit und großer Dankbarkeit widme ich diese Arbeit meiner Frau Stefanie, die mit mir diesen Weg gegangen ist.



*Meiner Frau Stefanie*



## Zusammenfassung

Physikalisch basiert das konventionelle Beamforming-Verfahren (CBF) auf einer Zerlegung des einfallenden Wellenfeldes in ebene oder sphärische Elementarwellen, deren relative Phasen so interpretiert werden, dass die Einfallsrichtungen und Quellorte identifiziert und klassifiziert werden können. Eine zentrale Annahme des CBF ist dabei dessen Anwendung im akustischen Freifeld. Diese Annahme ist insbesondere in Räumen, wie z.B. einem Fahrzeuginnenraum, in denen bis zu einem gewissen Frequenzbereich (unterhalb der Schroederfrequenz) modale Einflüsse das Schallfeld dominieren, verletzt. Unter diesen Randbedingungen zeigt der CBF nur noch ein geringes Lokalisierungsvermögen; bis hin zum Versagen einer Lokalisierung. Um das Beamforming jedoch ebenfalls unter diesen Randbedingungen und in diesem Frequenzbereich anwenden zu können, werden in der vorliegenden Arbeit zwei Ansätze parallel verfolgt, um die raumakustischen Einflüsse auf das Beamforming zu minimieren und somit das Lokalisierungsergebnis insbesondere in einem Fahrzeuginnenraum zu verbessern. Ein erster Ansatz basiert auf der Vorverarbeitung der Kreuzspektralmatrix mit Hilfe der sogenannten generalisierten Kreuzkorrelation. Ein zweiter Ansatz nutzt ein Makromodellierungsmodell um die Polfrequenzen der Raumübertragungsfunktionen zu approximieren. Auf Basis der ermittelten Polfrequenzen wird automatisch ein inverses Filter generiert, welches ebenfalls angewandt auf die Kreuzspektralmatrix die modalen Einflüsse vor dem eigentlichen Beamforming minimiert. Beide Ansätze werden sowohl theoretisch diskutiert als auch in aufeinander aufbauenden Schritten praktisch untersucht und bewertet. Dazu wird aufbauend auf Prinzip-Untersuchungen an definierten Reflexionsflächen, das Verhalten beider Ansätze in einem Modellraum aufgezeigt, analysiert und bewertet. Anschließend werden beide Ansätze unter den realen Bedingungen eines Fahrzeuginnenraums evaluiert. Ein Exkurs hinsichtlich der Kombination des Beamformings mit beliebigen Übertragungsfunktionen zur Weiterentwicklung des Beamformings über die Freifeldannahme hinaus bildet den Abschluss der Untersuchungen der Arbeit. Den Abschluss der Arbeit bildet das Kapitel „Zusammenfassung und Ausblick“.

## Abstract

Physically the conventional beamforming method (CBF) is based on a decomposition of the incident wave field into plane or spherical elementary waves whose relative phases are interpreted to mean that the directions of incidence and source locations can be identified and classified. A central assumption of the CBF is its application in the acoustic free field. This assumption is particularly invalid in confined spaces such as a vehicle interior, in which to a certain frequency range (below the Schroeder frequency) modal influences dominate the sound field. Under these conditions the CBF only shows a poor localization ability; up to a complete localization failure. However, to apply beamforming under these conditions and in this frequency range, in this thesis two approaches are being pursued in parallel to minimize the room acoustic influences on the Beamforming and thus improve the localization result particularly in a vehicle interior. A first approach is based on the pre-processing of cross-spectral matrix (CSM) using the so-called generalized cross-correlation. A second approach uses “macro modeling” to approximate the pole frequencies of the room transfer functions.

Based on the determined pole frequencies an inverse filter is automatically generated, which also applied to the CSM minimizes modal influences before the actual beamforming. Both approaches are as well discussed theoretically as practically examined and evaluated in consecutive steps. For this purpose, based on principle studies on defined reflection surfaces, the behavior of both approaches inside a scale model room are shown, analyzed and evaluated. Subsequently, both approaches are evaluated under the real conditions of the vehicle interior. A digression regarding the combination of beamforming with arbitrary transfer functions for the further development of the beamforming beyond the free field assumption concludes the investigation work. Finally, this thesis is concluded by the chapter "Zusammenfassung und Ausblick".

## Notation

$a_{nm}(\cdot)$	Zerlegung des sphärischen Wellenspektrums
$\mathbf{A}_{nm}(\cdot)$	Vektor der Diagonalelemente eines Autospektrums
$b_n(\cdot)$	Funktion bzgl. des Drucks der ebenen Wellenzerlegung
$c$	Schallausbreitungsgeschwindigkeit
$\mathbf{C}$	Kreuzspektralmatrix
$d$	Mikrofonabstand
$D$	Zeitverzögerung
$D_0(\vartheta, \varphi)$	Directivity, Richtcharakteristik
$D_{Lm}(\vartheta, \varphi)$	Directivity Index (DI)
$\tilde{D}$	Zeitverzögerung, geschätzt
$d(t)$	Messsignal im Zeitbereich
$E[\cdot]$	Erwartungswert
$\varepsilon$	Kreisradius des Minimierungskriteriums von $\mathbf{g}$
$f$	Frequenz
$f_s$	Schröderfrequenz
$f(\vec{x}, t)$	Zeitsignal
$\hat{f}(\vec{x}, t)$	Zeitsignal, rekonstruiert
$F(\cdot)$	Signal im Frequenzbereich
$\hat{F}(\cdot)$	Signal im Frequenzbereich, rekonstruiert
$F(x; k)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion
$\langle \Delta f_n \rangle$	Halbwertsbreite, modal
$g(t)$	Sprungantwort
$g_k(\omega, \varphi)$	Phasenfaktoren

## Notation

---

$\mathbf{g}$ , $\vec{g}(\omega, \varphi)$	Steering-Vektor
$H$	Amplitudenfaktor
$\hat{H}_{opt}(\omega)$	Wiener Filter
$h(t)$	Impulsantwort
$H(f)$	Übertragungsfunktion
$h_n(\cdot)$	Sphärische Hankel-Funktion 1. Art
$h_n^{(2)}(\cdot)$	Sphärische Hankel-Funktion 2. Art
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$Im\{\cdot\}$	Imaginärteil
$j_n(\cdot)$	Sphärische Bessel-Funktion 1. Art
$k$	Wellenzahl
$\vec{k}$	Wellenzahlvektor
$n(t)$	Rauschsignal im Zeitbereich
$\tilde{n}(t)$	Referenzrauschsignal im Zeitbereich
$\Delta N$	Eigenfrequenzdichte
$p(\cdot)$	Druck, Druckverteilung
$\hat{p}$	Druck, Absolutwert
$P$	Zufallsmaß
$P_n^m(\cdot)$	Legendre Polynom, assoziiert
$P_X(\cdot)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$R$	Reflexionsfaktor, komplex
$R(\omega)$	Rauschunterdrückung
$Re\{\cdot\}$	Realteil
$s(t)$	Signal im Zeitbereich

---

$s(\cdot)$	Nutzsignal
$S(\cdot)$	Fourier-Transformierte eines Nutzsignals
$s_E(t)$	Eigenfunktion
$s_k(\cdot)$	Phasenfaktor des einfallenden Signals
$s_p(\cdot)$	Signal, periodisch
$S_p(\cdot)$	Fourier-Koeffizienten
$T$	Nachhallzeit
$u$	Schallschnelle
$u_r(\cdot)$	Partikelgeschwindigkeit, radial
$v$	Ausbreitungsgeschwindigkeit
$w$	Gewichtung
$w(t)$	Energiedichte
$W(\vec{k})$	Glättungsfunktion
$\{x_i(\cdot)\}$	Zufallsprozess
$X$	Zufallsvariable
$Y_n^m(\cdot)$	Kugelflächenbasisfunktionen, Spherical Harmonics
$\alpha$	Absorptionsgrad
$\beta$	Dämpfungskonstante
$\vec{\alpha}$	Slowness-Vektor
$\gamma_{ij}(\omega)$	Kohärenzfunktion
$\delta$	Delta-Distribution
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta
$\langle \delta \rangle$	Dämpfungskonstante, gemittelt
$\theta$	Phasendrehung

## Notation

---

$\vartheta$	Azimet-Winkel
$\lambda$	Wellenlänge
$\nu$	Funktionaler Exponent
$\vec{\xi}$	Einfallrichtung einer Welle
$\varrho$	Wechseldichte der Luft
$\varrho_0$	Ruhedichte der Luft
$\sigma^2$	Ausgangsleistung des Beamformers
$\sigma_s^2$	Signalleistung
$\sigma_n^2$	Rauschleistung
$\tau$	Zeitverzögerung
$\varphi$	Elevationswinkel
$\varphi_{ii}(f)$	Spektrale Leistungsdichte
$\varphi_{ij}(f)$	Kreuzleistungsdichtespektrum
$\varphi_{jj}(f)$	Spektrale Energiedichte
$\varphi_{ii}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
$\varphi_{ij}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion
$\varphi_{ij}^{(g)}(\tau)$	Generalisierte Kreuzkorrelation
$\varphi'_{ij}(\tau)$	Kovarianz-Funktion
$\psi_g(f)$	Generalisierte Frequenzgewichtung
$\omega$	Kreisfrequenz
$\Delta_i$	Relative zeitliche Verschiebung

**A**

AKF Autokorrelationsfunktion

AR Autoregressionsmodell

ARMA Auto-Regressive Moving Averager

**C**

CAPZ Common Acoustic Poles and Zeros

CBF Conventional Beamforming

CSM Cross Spectral Matrix

**D**

DI Directivity Index

DOA Direction of Arrival

**F**

F&amp;E Forschung und Entwicklung

FBLS Front-Bass Lautsprecher

FDBF Frequency Domain Beamforming

FEM Finite Elemente Methode

FIR Finite Impulse Response

FUBF Functional Beamforming

**G**

GCC Generalized Cross-Correlation

GFaI Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik e.V.

**I**

IIR Infinite Impulse Response

ITA Institut für Technische Akustik, Aachen

**L**

LCMP Linearly Constrained Minimum Power

LCMV Linearly Constrained Minimum Variance

LMS Least Mean Square

LTD Linear Time-Invariant Discrete

LTI Linear Time-Invariant (System)

**M**

MA Moving Averager

ML Maximum Likelihood

MSC Magnitude Squared Coherence

MUSIC Multiple Signal Classification

MVDR Minimum Variance Distortionless Response

**N**

NVH Noise, Vibration and Harshness

**O**

OBF Orthogonales Beamforming

OEM Original Equipment Manufacturer

**P**

PHAT Phase Transform

PSD Power Spectral Density

PSF Point Spread Function

**R**

RC Robust Capon Algorithmus

RTF Room Transfer Function

**S**

SCOT Smoothed Coherence Transform

SH Spherical Harmonics

SINR Signal to Interference plus Noise Ratio

SNR Signal-Rausch-Abstand

SOI Signal of Interest

STFT Short Time Fourier Transform

**W**

WNG White Noise Gain



**Inhaltsverzeichnis**

1	Einleitung.....	1
2	Akustische Grundlagen .....	4
2.1	Grundlagen der Wellenausbreitung.....	4
2.2	Sphärische Wellenformen .....	7
2.3	Fourier Transformation.....	10
2.4	Frequenz-Wellenzahl-Bereich .....	12
2.5	Sphärische Fourier Transformation.....	13
2.6	Spherical Harmonics .....	14
2.7	Spherical-Harmonics-Transformation.....	16
2.8	Richtcharakteristik .....	16
3	Raumakustik.....	18
3.1	Reflexion und Absorption von ebenen Wellen .....	18
3.2	Schallfelder in geschlossenen Räumen .....	19
3.2.1	Greensche Funktion .....	19
3.2.2	Schröder-Frequenz.....	21
3.2.3	Nachhallzeit .....	22
3.2.4	Schätzung der Modenanzahl .....	23
4	Modellierung von Raumübertragungsfunktionen.....	25
4.1	Parametrisierte Übertragungsfunktionen.....	25
4.2	Modellansätze .....	26
4.3	Vektor-Fitting zur Polstellenbestimmung.....	28
5	Korrelationstheorie .....	30
5.1	Stochastische Signaltheorie .....	30
5.2	Prinzipien der mehrkanaligen Störunterdrückung .....	33
5.3	Unterdrückung inkohärenter Signale.....	37
5.4	Unterdrückung kohärenter Störsignale.....	39
5.5	Generalisierte Kreuzkorrelation .....	42
6	Mikrofonarrays.....	47

6.1	Linienarray und Steering-Vektor.....	47
6.2	Aperturfunktion.....	49
6.3	Aperture smoothing function.....	50
6.4	Aperturfunktion und Rayleigh Kriterium.....	50
6.5	Räumliche Abtastung und Grating Lobes.....	52
6.6	Aliasing.....	52
6.7	Sphärische Arrays.....	53
7	Beamforming.....	58
7.1	Einführung und Hintergrund.....	58
7.2	Konventionelle Beamformer.....	59
7.2.1	Delay-and-Sum Beamforming – im Zeitbereich.....	60
7.2.2	Delay-and-Sum Beamforming – im Frequenzbereich.....	61
7.2.3	Array-Pattern.....	63
7.3	Adaptive Beamformer.....	64
7.3.1	Frost-Beamformer.....	66
7.3.2	Capon's Method.....	68
7.3.3	Robust Capon.....	69
7.3.4	Diagonal Loading.....	71
7.3.5	Kondition und numerische Stabilität.....	72
7.3.6	Löschen der Autoleistung.....	73
7.3.7	MUSIC Algorithmus.....	73
7.3.8	Orthogonales Beamforming.....	76
7.3.9	Functional Beamforming.....	77
7.4	Array Gain und White Noise Gain.....	79
7.5	Dynamik.....	80
7.6	Auflösung.....	82
7.7	Entwicklungsumgebung zur softwaretechnischen Realisierung und Evaluierung.....	83
7.8	Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming- Algorithmen hinsichtlich zufällig verteilter Rauschquellen.....	85
7.9	Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming- Algorithmen in einem Fahrzeuginnenraum.....	89

---

8	Filteransätze zur Anwendung des Beamformings in modalen Schallfeldern .....	93
8.1	Anwendung der Generalized Cross Correlation auf die CSM .....	93
8.2	Berücksichtigung der Modenstruktur im Beamforming-Prozess .....	96
8.2.1	Idee des Modenfilters .....	96
8.2.2	Statistische Größen .....	97
8.2.3	Realisierung des Modenfilters .....	98
8.2.4	Überprüfung des Modenfilters .....	101
9	Beamforming in reaktiven Schallfeldern .....	105
9.1	Untersuchungen unter dem Einfluss reflektierender Flächen .....	105
9.2	Untersuchungen in einem Modellraum .....	107
9.3	Leistungsfähigkeit der Ansätze im Fahrzeuginnenraum .....	113
9.4	Detektion der Ausprägung des modalen Schallfelds im Fahrzeuginnenraum .....	118
10	Erweiterung des Beamformings durch Übertragungsfunktionen .....	121
10.1	Verbesserungspotential des Beamformings durch die Einbeziehung realer Übertragungsfunktionen am Beispiel eines Fahrzeuginnenraums .....	123
10.1.1	Impulserzeugung .....	123
10.1.2	Überlegungen zu Randbedingungen der Untersuchung .....	124
10.1.3	Raumakustische Untersuchungen im Fahrzeuginnenraum .....	126
10.1.4	Evaluierung des Potentials .....	127
10.1.5	Realisierung der Übertragungsfunktionen im Beamforming-Prozess .....	129
10.1.6	Diskussion und Zusammenfassung .....	131
10.2	Verbesserungspotential des Beamformings durch die Einbeziehung berechneter Übertragungsfunktionen am Beispiel einer Fahrzeugstruktur .....	132
10.2.1	Auswahl geeigneter Beamforming Algorithmen .....	132
10.2.2	Untersuchungsumgebung und Messaufbau .....	132
10.2.3	Simulierte Übertragungsfunktionen .....	134
10.2.4	Ergebnisse bei idealisierter Anregung am Beispiel einer Fahrzeugstruktur .....	136
10.2.5	Ergebnisse bei reale Anregung am Beispiel einer Fahrzeugstruktur .....	140
10.2.6	Diskussion und Zusammenfassung .....	144
11	Zusammenfassung und Ausblick .....	146

12	Literaturverzeichnis .....	150
13	Abbildungsverzeichnis.....	159
14	Anhang .....	163

## 1 Einleitung

In langer Tradition, begonnen mit dem Benz Patent Motorwagen aus dem Jahre 1886, hat sich die Automobilindustrie zu einem der führenden Industriezweige in Europa und insbesondere in Deutschland entwickelt. So erwirtschaftete die deutsche Automobilindustrie im Jahr 2013 einen Umsatz von 361,6 Mrd. €, allein 283,1 Mrd. € entfallen davon auf die sogenannten OEM (Original Equipment Manufacturer) wie Mercedes-Benz, BMW oder VW.

Um die Weiterentwicklung des Automobils in vielfältiger Weise voranzutreiben, investierten die deutschen Automobilhersteller 2013 ca. 29,6 Mrd. € in Forschung und Entwicklung (F&E) [VDA 2015], was etwa einem Drittel der weltweit in dieser Branche investierten F&E-Aufwendungen entspricht. Zu diesen Investitionen und Anstrengungen in innovative Technologien zählen derzeit insbesondere Aufwendungen in alternative Antriebskonzepte, passive und aktive Sicherheit oder dem autonomen Fahren sowie in die Reduktion jeglicher Betriebsgeräusche innerhalb und außerhalb des Fahrzeugs.

Um die Lärmbelastung durch zunehmenden Verkehr vor Allem in Ballungsräumen zu verringern, sind Gesetzgeber und Automobilhersteller laufend bestrebt, Außengeräusche wie beispielsweise das sogenannte Vorbeifahrtgeräusch von PKW immer weiter zu reduzieren. Die gesetzlichen Grenzwerte in der gültigen Außengeräusch-Gesetzgebung nach ECE R51 bzw. ISO 362 wurden daher bereits schrittweise von 82 dB(A) auf 74 dB(A) abgesenkt [Zeller 2009]. Die Minimierung individueller Geräuschbelastung im Innenraum des Fahrzeugs als Teil der sogenannten Konditionssicherheit, ist ebenfalls Ziel vielfältiger Bemühungen im Automobilbau. So arbeiten bei den Herstellern einzelne Unternehmensbereiche ausschließlich an der Verbesserung des Außen- und Innengeräuschs sowie des Schwingungskomforts der Fahrzeuge, NVH – „Noise Vibration Harshness“ genannt. Die Disziplinen im Bereich der NVH-Entwicklung erstrecken sich dabei von der Strukturmechanik über die Antriebsstrangakustik und Isolation bis hin zum Sounddesign des Fahrzeugs und behandeln somit alle akustischen Facetten des Gesamtfahrzeugs.

Dabei sind die Unternehmen unter anderem durch einen regen nationalen und internationalen Wettbewerb bestrebt, die ihnen zur Verfügung stehenden Untersuchungs- und Analysemethoden zu verbessern und deren Effizienz stetig zu steigern. Zu diesem Zweck greifen sie einerseits auf das Know-How bekannter Systemlieferanten und zum Teil eng verknüpfter Entwicklungspartner zurück, andererseits sind sie im Bereich ihrer Kernkompetenzen bestrebt, die unternehmensinterne Technologie- und Methodenentwicklung weiter zu stärken.

Eine dieser Methoden ist die Quellenortung, bei der mit Hilfe einer sogenannten akustischen Kamera der Ort der Abstrahlung einer Schallquelle lokalisiert werden kann. Die Wirkungsweise einer akustischen Kamera beruht auf dem Beamforming-Verfahren, welches physikalisch auf einer Zerlegung des einfallenden Wellenfeldes in ebene oder sphärische Elementarwellen basiert, deren relative Phasen so interpretiert werden, dass die Einfallsrichtungen und Quellorte identifiziert und klassifiziert werden können. Diese zunächst trivial erscheinende Eigenschaft ist in der Akustikentwicklung in ihrer Bedeutung keinesfalls zu unterschätzen,

da das menschliche Gehör zwar in einem sehr breiten Frequenz- und Dynamikbereich in der Lage ist, Geräusche wahrzunehmen, diese jedoch unter den gegebenen Bedingungen nur unzureichend genau lokalisieren kann. Gemessen an seiner „Hardwareausstattung“ von zwei Sensoren, den Ohren, ist das menschliche Gehör und seine im Gehirn stattfindende Signalverarbeitung zwar sehr leistungsfähig, im Vergleich zur Lokalisierungspräzision eines modernen Mikrofonarrays, welches für das Beamforming eingesetzt wird, diesem jedoch klar unterlegen. Ein Akustikingenieur kann also ohne die Arraytechnik ein Störgeräusch sowohl subjektiv über das menschliche Gehör wahrnehmen, als auch objektiv über „konventionelle Messtechnik“ analysieren, jedoch weder den Abstrahlungs- noch den Entstehungsort direkt identifizieren. An diesem Punkt setzt das Beamforming an, mit dem die gesuchten (Stör-) Geräusche wortwörtlich „sichtbar“ gemacht werden können.

Das Verfahren ist immer dann optimal einsetzbar, wenn zum einen ein gewisser Abstand (größer als die Abmessungen des verwendeten Mikrofonarrays) zum untersuchenden Objekt besteht (Fernfeld) und zum anderen idealerweise sogenannte Freifeldbedingungen vorherrschen, d.h. dass das Schallfeld in der Umgebung des zu untersuchenden Objekts oder der akustischen Kamera nicht von weiteren akustischen Quellen beeinflusst wird. Stellt die erste Bedingung, das Fernfeld, in den seltensten Fällen in der Praxis ein Problem dar, so ist die Forderung nach einem akustischen Freifeld in der Realität nicht immer darstellbar.

Steht dem Entwicklungsingenieur bei einem OEM oftmals ein ganzes Prüffeld zur Verfügung, auf dem akustische Untersuchungen unter annähernd Freifeld- oder „Halb-Freifeld“-Bedingungen in speziell für diese Zwecke konstruierten Räumen durchgeführt werden können, so sind diese Rahmenbedingungen primär für Untersuchungen außerhalb des Fahrzeugs oder an einzelnen Komponenten einsetzbar. Natürlich ist die Lokalisierung von Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum mindestens genauso erstrebenswert, wie außerhalb des Fahrzeugs. Der Innenraum des Fahrzeugs bietet allerdings besonders schwierige Bedingungen zur Feststellung von störenden akustischen Eindrücken. Im Falle des Fahrzeuginnenraums handelt es sich vereinfacht gesprochen um einen „kleinen“ rechteckähnlichen Raum, in dem sich in einem Teil des relevanten Frequenzbereiches ein ausgeprägtes modales Schallfeld ausbildet. Unter den Bedingungen eines solchen modalen Schallfelds, welches im Wesentlichen aus sich überlagernden stehenden Wellen besteht, ist die Anwendung des Beamforming-Verfahrens nur unter starken Einschränkungen möglich und kann daher nicht mehr zu den angestrebten Ergebnissen führen.

Um die Ergebnisse des Beamformings insbesondere unter den vorherrschenden Schallfeldbedingungen eines Fahrzeuginnenraums zu verbessern, werden in der vorliegenden Arbeit zwei Ansätze parallel verfolgt. Ein erster Ansatz liegt auf der Verbesserung der zur Verfügung stehenden Algorithmik, um die Signalverarbeitung selbst robuster gegenüber den Störungen des modalen Schallfelds zu gestalten. Dazu werden die Mikrofoninformationen über eine besondere Gewichtung auf Basis der sogenannten generalisierten Kreuzkorrelationen modifiziert, um somit die Empfindlichkeit des Beamformings gegenüber räumlichen Störeinflüssen zu verringern.

In einem zweiten Ansatz wird den Einflüssen des modalen Schallfelds Rechnung getragen, indem diese innerhalb des Prozessablaufs vor der eigentlichen Signalverarbeitung numerisch bestimmt und berücksichtigt werden. Dazu werden in einem sogenannten Makromodellierungmodell die gesuchten Polfrequenzen (Moden) über eine oder mehrere rationale Übertragungsfunktion(en) approximiert. Die Berücksichtigung erfolgt über die automatisierte Erstellung eines inversen Filters, welcher auf die Modenstruktur optimiert ist, bei Bedarf jedoch vom Nutzer auf vielfältige Weise angepasst werden kann. Somit können die modalen Einflüsse auf das Schallfeld weitgehend unabhängig von der Signalverarbeitung minimiert werden.

Beide Ansätze können sowohl unabhängig voneinander, als auch in Kombination angewendet werden. Unter Zuhilfenahme dieser Ansätze kann auch unter den Randbedingungen des modalen Schallfelds eines Fahrzeuginnenraums eine zuverlässige und präzise Quellenortung erreicht werden.

## 2 Akustische Grundlagen

In der Fahrzeugakustik finden sich Probleme der Ausbreitung von Schwingungen in Form von Körper- und Luftschall in vielfältigen Zusammensetzungen wieder. Da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit jedoch auf der Lokalisierung von Schallquellen in Luft liegt, sollen in diesem ersten Abschnitt die notwendigen physikalischen Grundlagen der Wellenausbreitung für Fahrzeuginnenräume dargestellt werden. Dabei wird Augenmerk auf die Lösungen der Wellengleichung in geschlossenen Räumen (Modenfeldern) und sowie der Darstellung in Kugelkoordinaten gelegt.

### 2.1 Grundlagen der Wellenausbreitung

Schall ist eine mechanische Wellenerscheinung in fluiden oder festen Stoffen. Man benennt die wichtigsten Untergebiete der Akustik folglich als Luftschall und Körperschall. Zugehörig lässt sich aus den dynamischen Gesetzen des jeweiligen Mediums, eine Schwingungs- bzw. Wellendifferentialgleichung ableiten.

Werden Teile eines elastischen Mediums zu Vibrationen angeregt, kommt es zu einer Ausbreitung dieser Schwingungen in Form von Druckwellen. Fluide setzen jedoch nur elastischen Längsverformungen einen Widerstand entgegen, so dass diese keine Schub-, Biege- und Torsionsverformungen transportieren können. Dementsprechend pflanzen sich Druckstörungen in Fluiden lediglich in Form von Longitudinalwellen (Längswellen) fort. Die mathematische Beschreibung eines solchen Wellenfeldes erfolgt über die allgemeine Wellendifferentialgleichung, welche nachfolgend als elementare Grundgleichung in der Akustik in verkürzter Form hergeleitet werden soll. Eine ausführliche Herleitung ist in [Kuttruff 2000], [Möser 2008], [Vorländer 2008] nachzulesen. Es kann gezeigt werden, dass die eindimensionale Wellengleichung für den Schalldruck  $p$  durch

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

repräsentiert wird. Hierbei ist  $c$  die Schallgeschwindigkeit im Medium Luft. Im dreidimensionalen Fall kann von der sogenannten Lighthill-Gleichung ausgegangen werden. Mit der Indizierungsvereinbarung  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$  folgt diese zu:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 p_G}{\partial x_j^2} - \frac{\partial^2 p_G}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \rho_G v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} = 0. \quad (2.2)$$

Unter den Annahmen, dass keine Gleichströmung herrscht und konstante statische Bedingungen vorliegen (Annahmen zur Vereinfachung der dreidimensionalen Lighthill-Gleichung (2.2)), sowie die Wechseldichte der Luft  $\rho$  gegenüber der Ruhedichte  $\rho_0$  zu vernachlässigen ist und der Wechseldruck  $\tilde{p}$ , repräsentiert durch den Ausdruck  $\rho_0 v^2$  mit der Ausbreitungsge-

schwindigkeit  $v$  der Welle sehr klein gegenüber dem Schalldruck  $p$  ist, kann die räumliche Wellengleichung in kartesischen Koordinaten geschrieben werden als

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (2.3)$$

oder alternativ unter Zuhilfenahme des Laplace-Operators  $\Delta$  als:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (2.4)$$

Gleichung (2.3) bzw. (2.4) ist die allgemeine, homogene Wellendifferentialgleichung bei dreidimensionaler Wellenausbreitung. Der einzige Parameter ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  des Wellenfeldes. Ein allgemeiner, exponentieller Ansatz zur Lösung der Wellendifferentialgleichung (2.4) lautet in kartesischen Koordinaten [Johnson und Dudgeon 1993]:

$$s(x, y, z, t) = A \cdot e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)}. \quad (2.5)$$

Die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  beschreibt in diesem Fall die Periodizität der Zeit  $t$  als zeitliche Frequenzvariable. Der Wellenzahl-Vektor  $\vec{k}$  mit  $|\vec{k}| = \omega/c$  kann daher analog der zeitlichen Frequenzvariablen  $\omega$  als räumliche Frequenzvariable angesehen werden, der die Periodizität im Raum beschreibt. Durch Einsetzen erhält man:

$$k_x^2 s + k_y^2 s + k_z^2 s = \frac{\omega^2 s}{c^2}. \quad (2.6)$$

Somit ergibt sich die Bedingung:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (2.7)$$

Der gewählte Ansatz löst (2.4) und wird ebene, monochromatische Welle genannt. In Ortsvektorschreibweise lautet der exponentielle Ansatz aus (2.5)

$$s(\vec{x}, t) = A \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}, \quad (2.8)$$

bzw. in diesem Fall der Beschreibung einer Druckverteilung:

$$p(\vec{x}, t) = \hat{p} \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}, \quad (2.9)$$

wobei  $\hat{p}$  der Absolutwert des Schalldrucks ist. Da  $t$  und  $\vec{x}$  über den Term  $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}$  miteinander verknüpft sind, handelt es sich bei dieser Lösung um ein sich ausbreitendes Wellenfeld. Angenommen, am Ort  $\vec{x} + \Delta\vec{x}$  ist der Druckzustand zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  erreicht, den der Ort  $\vec{x}$  zum Zeitpunkt  $t$  hatte. Dann gilt mit der Richtung  $\vec{\xi}$  des Vektors  $\vec{k}$ , dem Zusammenhang  $\Delta x = c \Delta t$  und der formulierten Bedingung (2.7):

$$\omega t - \vec{k} \cdot (\vec{x} + \Delta\vec{x}) = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \frac{\omega}{c} \vec{\xi} \cdot \Delta\vec{x} \quad (2.10)$$

$$= \omega t + \omega \Delta t - \vec{k} \cdot \vec{x}. \quad (2.11)$$

Steht  $\Delta\vec{x} \perp \vec{k}$  (Orthogonalität), so ist  $\Delta t = 0$  und der Druckzustand ist zum identischen Zeitpunkt gleich. Die Orte gleichen Drucks befinden sich auf einer Ebene mit dem Normalenvektor  $\vec{k}$  und werden als Wellenfront bezeichnet.

Ansatz (2.8) führt über die Substitution  $s(u) = e^{j\omega u}$  auf eine weitere Größe, welche später von Bedeutung sein wird. Durch genannte Substitution kann die Funktion  $s(\vec{x}, t)$  in mit Hilfe einer neuen Konstanten ausgedrückt werden als:

$$s(\vec{x}, t) = A e^{j\omega(t - \vec{\alpha} \cdot \vec{x})}. \quad (2.12)$$

Hierbei ist

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{k}}{\omega} = \frac{\vec{\xi}}{c} \quad (2.13)$$

der sogenannte slowness-Vektor mit der Einheit  $[s/m]$ . Der slowness-Vektor spielt eine wichtige Rolle bei der Analyse räumlich-zeitlicher Signale.

Da die Wellengleichung linear ist, komplexe Exponentialfunktionen die Wellengleichung lösen können und beliebige glatte Funktionen mit kompaktem Träger als eine gewichtete Überlagerung von komplexen Exponentialfunktionen ausgedrückt werden können, kommt man zu dem Ergebnis, dass jedes, wie auch immer geartete Signal  $f(t - \vec{\alpha} \cdot \vec{x})$  mit  $f$  aus oben genannter Klasse von Funktionen, die sich in ebene monochromatische Wellen zerlegen lassen, die Wellengleichung erfüllt [Vorländer 2008]. Weiterhin bleibt die Form der Welle bei ihrer Ausbreitung erhalten. Somit erhält man auch nach einer Zeitverzögerung an einem beliebigen Ort ein Abbild dieser Welle. Die Linearität der Wellengleichung impliziert auch, dass ebene Wellen in unterschiedlichen Richtungen gleichzeitig existieren können. Die Lineare-Wellen-Theorie führt uns somit zu dem Schluss, dass ebene Wellen einander nahezu ungestört durchlaufen können. Grundsätzlich gilt die Superposition. Die Ausbreitung von ebenen Wellen kann zusammenfassend durch die folgenden formelmäßigen Zusammenhänge bestimmt werden:

Propagierende ebene Welle	$s(t - \vec{\alpha} \cdot \vec{x}),$
Propagierende sinusförmige, ebene Welle	$S_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}),$
Wellenzahl-Vektor bzw. Wellenzahl	$\vec{k} = \omega \cdot \vec{\alpha},  \vec{k}  = \omega/c = 2\pi/\lambda,$
Frequenz und Wellenlänge	$c = \lambda \cdot f = \omega/ \vec{k} .$

## 2.2 Sphärische Wellenformen

Propagierende ebene Wellen breiten sich in Form von Wellenfronten in wenigstens einer Dimension unendlich aus. Eine sphärische Welle hingegen stellt eine endliche und kompakte Ausbreitung von Wellenfronten dar, welche uns leichter eine Vorstellung ihrer Ausbreitung gewinnen lässt. Darüber hinaus können realitätsnahe Abstrahlungen unter der Annahme der Ausbreitung sphärischer Wellen besser gedeutet werden. Da ein Untersuchungsschwerpunkt dieser Arbeit auf der Verarbeitung und Verbesserung des sphärischen Beamformings liegt, ist die Ausbreitung sphärischer Wellen von besonderem Interesse.

Zur Beschreibung sphärischer Wellen werden Kugelkoordinaten verwendet. Abb. 2.1 verdeutlicht graphisch den Zusammenhang von Kugelkoordinaten und kartesischen Koordinaten [Williams 1999]:

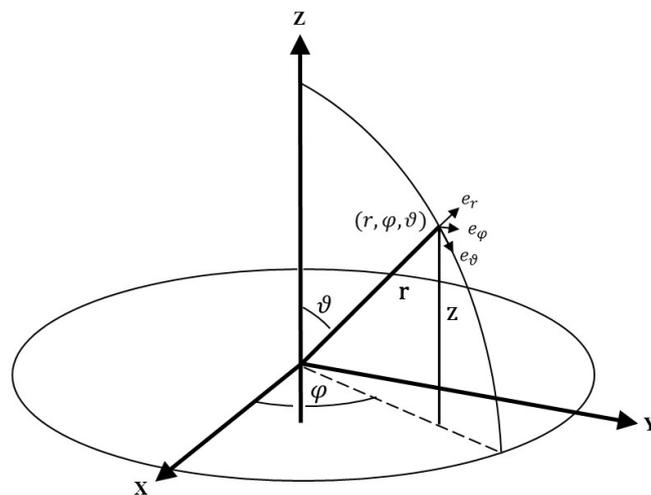


Abb. 2.1: Definition sphärischer Koordinaten relativ zu kartesischen Koordinaten

Aus Abb. 2.1 lassen sich die Größen Radius  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , Polarwinkel bzw. Elevationswinkel  $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \arctan \left[ \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]$  und Azimutwinkel  $\varphi = \arctan y/x$  für  $x > 0$  ableiten.

Die Transformation von kartesischen Koordinaten in Kugelkoordinaten lässt sich nach internationalem Standard wie folgt ausdrücken:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi ,$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi ,$$

$$z = r \cos \vartheta .$$

Die Wellendifferentialgleichung des dreidimensionalen Schallfeldes (2.3) kann ebenfalls in Kugelkoordinaten  $(r, \varphi, \vartheta)$  ausgedrückt werden. So lautet die allgemeine sphärische Wellengleichung [Williams 1999]:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} . \quad (2.14)$$

Die Wellendifferentialgleichung des dreidimensionalen Schallfeldes kann durch das Verfahren der Separation der Variablen gelöst werden. Der Lösungsansatz lautet dann:

$$p(r, \theta, \phi, t) = R(r) \theta(\vartheta) \phi(\varphi) T(t) . \quad (2.15)$$

Er liefert vier Differentialgleichungen mit den ganzzahligen Konstanten  $n, m, m \leq n$  und der Wellenzahl  $k$ . Jede der vier Differentialgleichungen

$$\frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} + m^2 \phi = 0 , \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{d\theta}{d\vartheta} \right) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} \right] \theta = 0 , \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 R - \frac{n(n+1)}{r^2} R = 0 , \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 T}{dt^2} + k^2 T = 0 , \quad (2.19)$$

muss die Wellengleichung erfüllen. Deren Lösungen lauten:

$$\phi(\varphi) = \phi_1 e^{jm\varphi} + \phi_2 e^{-jm\varphi} , \quad (2.20)$$

$$\Theta(\vartheta) = \Theta_1 P_n^m(\cos\vartheta) + \Theta_2 Q_n^m(\cos\vartheta), \quad (2.21)$$

$$R(r) = R_1 h_n^{(1)}(kr) + R_2 h_n^{(2)}(kr), \quad (2.22)$$

$$T(\omega) = T_1 e^{j\omega t} + T_2 e^{-j\omega t}. \quad (2.23)$$

Hier repräsentieren  $P_n^m$  und  $Q_n^m$  die zugehörigen Legendre Funktionen der ersten und zweiten Art, sowie  $h_n^{(1)}$  und  $h_n^{(2)}$  die sphärischen Hankel-Funktionen erster und zweiter Art. Um kontinuierliche Funktionen in Azimut-Richtung zu erhalten, muss die Variable  $m$  ganzzahlig sein. Erlaubt man sowohl positive als auch negative Werte für  $m$ , so ist ein einziger Summand für eine vollständige Beschreibung aller möglichen Lösungen ausreichend, so dass  $\phi_2$  zu Null gesetzt werden kann. Die zugehörige Legendre Funktion zweiter Art besitzt Singularitäten an den Polstellen bei  $\vartheta = 0$  und  $\vartheta = \pi$ .  $\Theta_2$  kann ebenfalls zu Null gesetzt werden. Die Indexvariable  $n$  der Legendre Funktion muss ebenfalls ein Ganzzahlwert sein, um eine gültige Lösung ohne Singularität an den Polstellen zu erzeugen [Williams 1999].

Die Gleichungen (2.20) und (2.21) lassen sich zu einer Gruppe von Funktionen, den sogenannten „Spherical Harmonics“ (Kugelflächenbasisfunktionen)

$$Y_n^m(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} P_n^m(\cos\vartheta) e^{jm\varphi} \quad (2.24)$$

der Ordnung  $n$  und des Grades  $m$  zusammenfassen. Dabei sind  $P_n^m$  die assoziierten Legendre Funktionen der Ordnung  $n$  und des Grades  $m$ . Somit ergibt sich die Lösung der Helmholtz-Gleichung in Kugelkoordinaten für stehende Wellen mit der sphärischen Bessel-Funktion erster und zweiter Art  $j_n(kr)$  und  $y_n(kr)$  zu [Williams 1999]:

$$p(r, \vartheta, \varphi, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{mn} j_n(kr) + B_{nm} y_n(kr)) Y_n^m(\vartheta, \varphi) e^{-j\omega t}, \quad (2.25)$$

sowie für propagierende Wellen mit den sphärischen Hankel-Funktionen erster und zweiter Art  $h_n^{(1)}$  und  $h_n^{(2)}$  zu:

$$p(r, \vartheta, \varphi, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (C_{mn} h_n^{(1)}(kr) + D_{nm} h_n^{(2)}(kr)) Y_n^m(\vartheta, \varphi) e^{-j\omega t}, \quad (2.26)$$

wobei  $A_{mn}$ ,  $B_{nm}$ ,  $C_{mn}$  und  $D_{nm}$  die entsprechenden Koeffizienten repräsentieren.

### 2.3 Fourier Transformation

Sie sogenannte Fourier-Transformation ist ein grundlegender Algorithmus, welcher es erlaubt, einen Signalfluss vom Zeit- in den Frequenzbereich, und von diesem wieder in den Zeitbereich zu transformieren [Vorländer 2008]. Er erlaubt somit eine sehr anschauliche Deutung von Signalen und Systemen anhand ihres Frequenzverhaltens [Ohm 2010].

Die Fourier-Analyse periodischer Signale kann über eine Fourierreihen-Entwicklung mit Hilfe sogenannter Eigenfunktionen  $s_E(t)$  dargestellt werden, da diese bei der Übertragung über ein LTI-System in ihrer Form unverändert bleiben [Ohm 2010]. Es ist bekannt, dass ein LTI-System, dessen Impulsantwort  $h(t)$  ist, auf ein Eingangssignal  $s(t)$  mit

$$s(t) * h(t) = g(t) \quad (2.27)$$

antwortet. Ein Grundtyp einer Eigenfunktion  $s_E(t)$  kann formuliert werden als

$$s_E(t) = e^{pt}, \quad (2.28)$$

mit dessen komplexem Exponenten  $p = \sigma + i2\pi ft$ . Die Eigenfunktion  $s_E(t)$  lautet dann:

$$s_E(t) = e^{\sigma t} [\cos(2\pi ft) + i \sin(2\pi ft)]. \quad (2.29)$$

Drückt man die Gleichung für das Verhalten des LTI-Systems über eine solche Eigenfunktion aus, so erhält man

$$s_E(t) * h(t) = H \cdot s_E(t), \quad (2.30)$$

mit dem komplexen Amplitudenfaktor  $H$ . Durch Einsetzen der Eigenfunktion (2.29) in (2.30) folgt:

$$h(t) * e^{pt} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{p(t-\tau)} d\tau = e^{pt} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-p\tau} d\tau = e^{pt} H(p). \quad (2.31)$$

Ein sehr wichtiges Ergebnis von (2.31) ist die Formel zur Berechnung des Eigenwertes  $H(p)$  als Funktion des Parameters  $p$  aus der Impulsantwort des LTI-Systems. Der Ausdruck

$$H(p) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-pt} dt \quad (2.32)$$

wird in der Systemtheorie Laplace-Übertragungsfunktion genannt. Sie stellt die Kopplung der Impulsantwort eines LTI-Systems  $h(t)$  mit dessen stationärer Übertragungsfunktion  $H(p)$

über die Laplace-Transformation dar [Ohm 2010]. Da die Fourier-Transformation einen Spezialfall der Laplace-Transformation darstellt, gilt analog der Zusammenhang [Meyer 2014]

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i2\pi ft} dt, \quad (2.33)$$

welcher die Fourier-Übertragungsfunktion darstellt. Somit sollte deutlich geworden sein, dass die Übertragungsfunktion eines LTI-Systems die Fourier-Transformierte der Impulsantwort dieses Systems ist.

Der Grundgedanke für die Fourier-Transformation periodischer Signale soll nun in kompakter Form auf beliebige aperiodische Signale ausgeweitet werden, da dieser Signaltyp in der Praxis wesentlich häufiger anzutreffen ist. Hierfür geht man wie folgt vor: Zunächst fasst man eine einzelne Periode eines periodischen Signals  $s_p(t)$  als vollständiges aperiodisches Signal  $s(t)$  auf, welches außerhalb dieser Periode die Amplitude Null besitzt. Hierdurch lassen sich die Fourierreihen-Koeffizienten mit begrenzter Zeitanalyse sowohl aus  $s_p(t)$ , als auch aus  $s(t)$  bestimmen [Ohm2010]. Das periodische Signal sei gegeben als:

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_p(k) e^{i2\pi kFt}. \quad (2.34)$$

Die Fourier-Koeffizienten erfüllen  $S_p(k)$  erfüllen dann:

$$S_p(k) = \frac{1}{T} \int_T s_p(t) \cdot e^{-i2\pi kFt} dt = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i2\pi kFt} dt \quad (2.35)$$

Diese lassen sich mit Hilfe der Fourier-Transformation von  $s(t)$  ausdrücken als:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \Rightarrow S_p(k) = \frac{1}{T} S(kF). \quad (2.36)$$

Es folgt:

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_p(k) e^{i2\pi kFt} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(kF) e^{i2\pi kFt} F. \quad (2.37)$$

Betrachtet man diesen Zusammenhang nun im Grenzübergang für  $F \rightarrow +0$ , also auf einer quasi kontinuierlichen Frequenzachse, so ist auch eine Analyse unendlich ausgedehnter aperiodischer Signale möglich. Für das aperiodische Signal kann dieser Grenzübergang formuliert werden als:

$$s(t) = \lim_{F \rightarrow +0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(kF) e^{i2\pi kFt} F = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{i2\pi ft} df. \quad (2.38)$$

Somit lassen sich beide Fourier-Transformationsgleichungen, d.h. die Abbildung eines Signals auf sein Fourier-Spektrum und umgekehrt, wie folgt beschreiben [Ohm 2010]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.39)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{i2\pi ft} df \quad (2.40)$$

## 2.4 Frequenz-Wellenzahl-Bereich

Die Fourier-Transformation ordnet der Impulsantwort eines linearen, zeitinvarianten Systems einen Frequenzgang zu [Johnson und Dudgeon 1993]. Da das Konzept der Fourier-Analyse problemlos auf multidimensionale Signale erweiterbar ist, kann so die vierdimensionale Fourier-Transformation eines räumlich-zeitlichen Signals  $s(\vec{x}, t)$  dargestellt werden als:

$$S(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\vec{x}, t) e^{-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} d\vec{x} dt \quad (2.41)$$

Die Fourier-Transformierte  $S(\vec{k}, \omega)$  eines räumlich-zeitlichen Signals kann als eine alternative Darstellung des Signals hinsichtlich der Frequenz  $f$  und des Wellenzahlvektors  $\vec{k}$  interpretiert werden. Diese Darstellungsweise wird Wellenzahl-Frequenzbereich genannt. In diesem Fall kann die Wellenzahl  $k$  als räumliche Frequenzvariable verstanden werden.

Somit sind  $\vec{x}$  und  $\vec{k}$  im selben Sinne dual verknüpfte Variablen, wie es  $t$  und  $\omega$  sind. Der zugrundeliegende Gedanke des Wellenzahl-Frequenzbereichs kann so verstanden werden, dass man versucht, das interessierende Signal in monochromatische ebene Wellen mit Ausbreitungsrichtung parallel zu  $\vec{k}$  zu zerlegen.

So kann die Transformierte einer planaren, monochromatischen Welle mit Frequenz  $\omega_0$  und Wellenzahlvektor  $\vec{k}$  ausgedrückt werden als:

$$\begin{aligned} S_{\text{planar}}(\vec{k}, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-j(\omega - \omega_0)t - (\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{x}} d\vec{x} dt \\ &= A \delta(\vec{k} - \vec{k}_0) \delta(\omega - \omega_0). \end{aligned}$$

Die Delta-Distribution  $\delta$  ordnet jeder beliebig oft differenzierbaren Funktion eine reelle bzw. komplexe Zahl zu, welche der Auswertung der jeweiligen Funktion an der Stelle 0 entspricht [Walter 1974].

Die Darstellung im Wellenzahl-Frequenzbereich bietet sich insbesondere bei breitbandigen, propagierenden und isotropen Wellenfeldern an. Ein isotropes Wellenfeld breitet sich in alle Richtungen gleich aus. Mit jeder Frequenz ist durch die Schallgeschwindigkeit  $c$  und durch die Ausbreitungsrichtung  $\vec{\xi}$  eine Wellenzahl verbunden. Es gilt:

$$S(\vec{k}, \omega) = S(\omega) \cdot \delta\left(\vec{k} - \frac{\omega \vec{\xi}}{c}\right). \quad (2.42)$$

Jede propagierende Welle nimmt unter der Bedingung  $\vec{k} - \omega \vec{\xi}/c = 0$  ausschließlich Werte ungleich Null an, weshalb gilt:

$$\vec{k} - \frac{\omega \vec{\xi}}{c} = 0 \Leftrightarrow c\vec{k} = \omega \vec{\xi}. \quad (2.43)$$

Isotrope Wellenfelder werden oft zur Beschreibung diffuser Wellenfelder, die durch zahlreiche Reflexionen gerichteter Wellenfelder entstehen, verwendet [Knaak 2003].

## 2.5 Sphärische Fourier Transformation

Eine Funktion  $f(\vartheta, \varphi)$  definiert im Hilbert-Raum  $L_2(S^2)$  kann durch eine Summe gewichteter Kugelflächenbasisfunktionen  $Y_n^m(\vartheta, \varphi)$ , welche eine Basis als Satz von quadratisch integrierbaren Funktionen auf der Einheitskugel aufspannen, repräsentiert werden als [Williams 1999]:

$$f(\vartheta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{nm} Y_n^m(\vartheta, \varphi), \quad (2.44)$$

mit den Gewichtungen  $f_{nm}$ . Diese Gewichtungen formen die sphärische Fourier-Transformierte der Funktion  $f(\vartheta, \varphi)$  und können ihrerseits abgeleitet werden von

$$f_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\vartheta, \varphi) [Y_n^m(\vartheta, \varphi)]^* \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (2.45)$$

Gleichung (2.44) und (2.45) bilden somit die sphärische Fourier-Transformation und deren Inverse, so dass gilt:

$$f(\vartheta, \varphi) = S^{-1}\{f_{nm}\}. \quad (2.46)$$

## 2.6 Spherical Harmonics

Aufgrund ihrer Bedeutung für die Verarbeitung sphärischer Wellenfelder und beliebiger Wellenfelder auf der Sphäre soll nachfolgend auf die Beschaffenheit und Eigenschaften der Kugelflächenbasisfunktionen  $Y_n^m(\vartheta, \varphi)$  (vgl. Gleichung (2.24)) näher eingegangen werden.

Die Kugelflächenbasisfunktionen positiver Ordnung  $n$  können leicht in ihr negatives komplex konjugiertes Pendant negativer Ordnung durch den Zusammenhang

$$Y_n^m(\vartheta, \varphi) = (-1)^m \cdot \overline{Y_n^{-m}(\vartheta, \varphi)} \quad (2.47)$$

umgewandelt werden [Williams 1999]. Es ist ersichtlich, dass der Absolutwert der Funktion durch die Umwandlung unverändert bleibt und sich somit Funktionen positiven und negativen Grades identischer Ordnung nur durch ihre Phase unterscheiden.

Eine fundamentale Eigenschaft der Kugelflächenbasisfunktionen ist ihre Orthogonalitätsrelation. Dies lässt sich ausdrücken als

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi Y_n^m(\vartheta, \varphi) Y_n^{m'}(\vartheta, \varphi)^* \sin \vartheta d\vartheta = \delta_{nn'} \delta_{mm'}, \quad (2.48)$$

wobei für das Integral über der Oberfläche der Einheitskugel des Raumes  $S^2$

$$\oint_{S^2} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (2.49)$$

gilt.  $\delta_{ij}$  ist hierbei das sogenannte Kronecker-Delta, welches definiert ist als

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}. \quad (2.50)$$

Das innere Produkt zweier Kugelflächenbasisfunktionen ist bei identischer Ordnung  $n$  und für den identischen Grad  $m$  gleich eins, hingegen für Funktionen unterschiedlicher Ordnung oder unterschiedlichen Grades gleich Null [Williams 1999].

Um dem Leser die Vorstellung der Beschaffenheit der Kugelflächenbasisfunktionen zu erleichtern, sind in Abb. 2.2 die Realteile  $Re\{Y_n^m(\vartheta, \varphi)\}$  und Imaginärteile  $Im\{Y_n^m(\vartheta, \varphi)\}$  der Kugelflächenbasisfunktionen geordnet nach deren Ordnung (beginnend in der ersten Zeile mit

der Ordnung  $n = 0$ ) in Form sogenannter „Ballon Plots“ in einem Azimutwinkel von  $-40$  Grad und einem Elevationswinkel von  $30$  Grad dargestellt. Die Kugelflächenbasisfunktionen besitzen eine komplexe, exponentielle Abhängigkeit von  $\varphi$ , so dass der Absolutwert  $|Y_n^m(\vartheta, \varphi)|$  über  $\varphi$  konstant ist [Rafaely 2015]. Daher sind Abbildungen der Real- und Imaginärteile der Kugelflächenbasisfunktionen üblicherweise nach Betrag und Phase dargestellt. Diese Darstellungsform bezüglich einer reellen Basis ist ebenfalls in Abb. 2.2 gewählt, in der die Realteile der Kugelflächenbasisfunktionen für alle Grade  $m \geq 0$  und die Imaginärteile für die Grade  $m < 0$  dargestellt sind. Die Ordnung  $n$  der Kugelflächenbasisfunktionen bestimmt über die  $\cos \vartheta$ - und  $\sin \vartheta$ -Terme deren Abhängigkeit von  $\vartheta$ , während der Grad  $m$  deren Abhängigkeit von  $\varphi$  über den Exponentialterm  $e^{jm\varphi}$  kennzeichnet (vgl. Gleichung (2.24)).

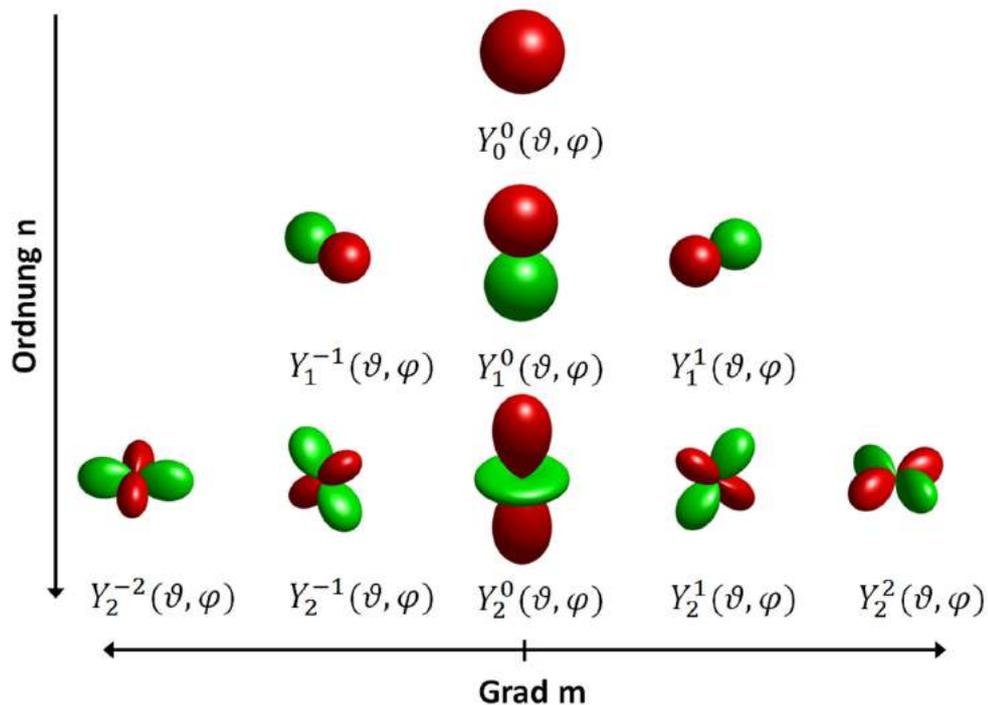


Abb. 2.2: Ballon Plots von Kugelflächenbasisfunktionen der Ordnungen  $n = 0, 1, 2$  und des Grades  $-n \leq m \leq n$

Nach [Williams 1999] spannen die Kugelflächenbasisfunktionen eine Vektorbasis für alle quadratisch-integrierbaren Funktionen auf, wenn die Bedingung erfüllt ist, dass das Integral des Betragsquadrates der sphärischen Fourier-Transformierten  $f(\vartheta, \varphi)$

$$\oint_{S^2} |f(\vartheta, \varphi)|^2 d\Omega < \infty \quad (2.51)$$

einen Grenzwert besitzt.

## 2.7 Spherical-Harmonics-Transformation

Soll eine Kugelwelle im Freifeld betrachtet werden, so ist dies besonders einfach über die Transformation in Kugelflächenbasisfunktionen möglich. Bei dieser Betrachtung vereinfacht sich Gleichung (2.26), da der Einfall reflektierter Wellen nicht berücksichtigt wird. Der Schalldruck am Punkt  $(r, \vartheta, \varphi)$  kann dann formuliert werden als [Rafaely 2015]:

$$p(r, \vartheta, \varphi, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm}(r, k) Y_n^m(\vartheta, \varphi), \quad (2.52)$$

mit dem sogenannten sphärischen Wellenspektrum

$$a_{nm}(r, k) = b_{nm}(k) h_n^{(2)}(kr). \quad (2.53)$$

Durch die Zerlegung des sphärischen Wellenspektrums  $a_{nm}(r, k)$  ist nun noch die sphärische Hankel-Funktion zweiter Art  $h_n^{(2)}(kr)$  abhängig vom Radius  $r$ . Das betrachtete Wellenfeld kann somit auf beliebige Radii extrapoliert werden [Pollow 2015].

## 2.8 Richtcharakteristik

In der Umgebung einer Schallquelle baut sich ein Schallfeld mit einer bestimmten Schalldruckverteilung auf. Hierauf haben verschiedene Eigenschaften dieser Quelle Einfluss auf dessen Ausprägung. Dies sind einerseits ihre Schalleistung, sowie spektrale Verteilung, andererseits die geometrische Form der Schallquelle selbst, aber auch deren vorhandene Richtcharakteristik. Die Richtcharakteristik (engl.: Directivity) beschreibt dabei die Richtungsabhängigkeit der Abstrahlung dieser akustischen Quelle im Freifeld. Die Richtungsabhängigkeit eines akustischen Empfängers kann unter Freifeldbedingungen ebenfalls durch dessen Richtcharakteristik beschrieben und quantifiziert werden. In der Literatur können verschiedene Definitionen zur Quantifizierung der Richtcharakteristik gefunden werden. [Mechel 2008] nennt dazu verschiedene Kennwerte zur Beschreibung der Directivity. Zwei dieser Definitionen sollen nachfolgend genannt sein.

Existiert ein Schalldruck  $p(r, \vartheta, \varphi)$  einer akustischen Quelle im Fernfeld  $k_0 r \gg 1$  eines Empfängers, so kann dessen Directivity angegeben werden als [Mechel 2008]:

$$D_0(\vartheta, \varphi) = \frac{p(r, \vartheta, \varphi)}{p(r, \vartheta_0, \varphi_0)}, \quad (2.54)$$

wobei  $p(r, \vartheta_0, \varphi_0)$  der Schalldruck in Referenzrichtung (üblicherweise entlang einer der Symmetrieachsen der Quelle/des Empfängers) ist.

Das sogenannte Bündelungsmaß oder auch Directivity Index - DI berechnet sich als logarithmische Größe bezüglich der gemittelten Schalldrücke der Richtungen  $\vartheta$  und  $\varphi$  zu:

$$D_{Lm}(\vartheta, \varphi) = 10 \cdot \log_{10} \cdot \frac{|p(r, \vartheta, \varphi)|^2}{\langle |p(r, \vartheta, \varphi)|^2 \rangle_{(\vartheta, \varphi)}} \text{ dB} . \quad (2.55)$$

### 3 Raumakustik

Die in dieser Arbeit zu behandelnde Erweiterung des Beamformings im Fahrzeuginnenraum ist unweigerlich mit der Raumakustik verknüpft, da eben diese maßgeblich für die Einschränkungen der Präzision der Quellenortung innerhalb des Fahrgastraums verantwortlich ist. Daher sollen nachfolgend einige wenige, ausgewählte Themenbereiche der Raumakustik behandelt werden, um dem Leser das notwendige Wissen für das Verständnis der wichtigsten Zusammenhänge der Raumakustik zu vermitteln.

#### 3.1 Reflexion und Absorption von ebenen Wellen

Trifft eine ebene Schallwelle auf eine unendlich ausgedehnte Wand, so wird in den meisten Fällen nur ein Teil der einfallenden Schallwelle reflektiert. Durch die (Teil-)Reflexion der Wand, verringert sich die Amplitude der zurückgeworfenen Welle um einen Faktor  $|R| < 1$ , zudem erfährt die Welle eine Veränderung ihrer Phasenlage um den Phasenwinkel  $\gamma$ . Die Verringerung der Amplitude und die Veränderung der Phasenlage der Welle durch die Reflexion sind dabei materialabhängig [Heckl 1995]. Der Gesamtschalldruck  $p(x, t)$  vor der Wand lässt sich ausdrücken als:

$$p(x, t) = \hat{p}(e^{-ikx} + Re^{ikx})e^{i\omega t}, \quad (3.1)$$

wobei  $R = |R|e^{i\gamma}$  der komplexe Reflexionsfaktor der Wand,  $k$  die entsprechende Wellenzahl und  $\hat{p}$  der absolute Schalldruck sind. Als Orientierung der Laufrichtung der Welle soll gelten, dass die einfallende Welle in positiver  $x$ -Richtung, die reflektierte Welle hingegen in negativer  $x$ -Richtung läuft. Für die Wand gilt  $x = 0$ . Die gesamte Schallschnelle kann ausgedrückt werden als:

$$u(x, t) = \frac{\hat{p}}{\rho_0 c} (e^{-ikx} - Re^{ikx})e^{i\omega t}. \quad (3.2)$$

Hierbei ist  $\rho_0$  die Dichte des zugehörigen Mediums und  $c$  die Schallgeschwindigkeit. Eine alternative Beschreibung des Welleneinfalls auf eine ebene Wand erlaubt die sogenannte Wandimpedanz

$$Z = \left( \frac{p}{v} \right)_{x=0} = \rho_0 c \frac{1 + R}{1 - R}, \quad (3.3)$$

Im Allgemeinen sind die Eigenschaften der Wandimpedanz frequenz- und winkelabhängig [Kuttruff 2000]. Bei energetischen Betrachtungen ist oftmals nur das Verhältnis von einfallender Intensität zu reflektierter Intensität von Interesse.

Dieses Verhältnis wird durch den Absorptionsgrad

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (3.4)$$

beschrieben.

### 3.2 Schallfelder in geschlossenen Räumen

In geschlossenen Räumen ist im Vergleich zum Freifeld die Ausbreitung von Wellen mit beliebigen Wellenzahlen nicht mehr ohne frequenzabhängige Einschränkungen möglich. Ausgehend von zeitlich harmonischen Schwingungen ergibt sich aus der Helmholtz-Gleichung (2.4) der Ausdruck (homogene Lösung):

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (3.5)$$

Diese Differentialgleichung muss unter Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen sowie den Wandimpedanzen der Raumbegrenzungen gelöst werden, um die Eigenschwingungen des Schallfeldes im stationären Zustand des Raumes bestimmen zu können. Erachtet man diese Randbedingungen als erfüllt, so liefert die Wellengleichung jedoch lediglich für diskrete Werte von  $k$ , den sogenannten Eigenwerten (mehrdimensional:  $k_n$ ) eine Lösung. Jeder dieser Eigenwerte  $k_n$  ist mit einer Lösung  $p_n(\mathbf{r})$ , einer sogenannten Eigenfunktion verknüpft. Der Vektor  $\mathbf{r}$  steht in diesem Falle für die drei räumlichen Koordinaten. Die Bestimmung einer geschlossenen Lösung der Eigenwerte und Eigenfunktionen für einen beliebigen Raum ist in der Regel sehr aufwendig und wird daher mit numerischen Ansätzen wie der Finite Elemente Methode (FEM) angenähert [Kuttruff 2000]. Jedoch kann ein beliebiger Raum durch eine Überlagerung seiner Eigenschwingungen dargestellt werden, auch wenn deren Bestimmung nicht geschlossen möglich ist [Dietrich 2013]. Eine Ausnahme bilden diesbezüglich einige einfache Geometrien wie beispielsweise ein rechteckiger Raum, für den eine analytische Lösung unter Berücksichtigung schallharter Wände möglich ist. Der Aufwand zur Bestimmung einer Lösung bleibt in diesem Fall überschaubar [Heckl 1995]. Sind alle Eigenwerte und Eigenfunktionen eines Raumes bekannt, so kann prinzipiell jede gewünschte akustische Eigenschaft dieses Raumes ermittelt werden, da aufgrund der Kenntnis der Übertragungsfunktion eine vollständige systemtheoretische Beschreibung des Raumes vorliegt [Kuttruff 2000].

#### 3.2.1 Greensche Funktion

Die Greensche Funktion stellt eine elegante Lösung der Wellengleichung dar, weshalb sie in der Disziplin des Beamformings als übliche Formulierung von Übertragungsfunktionen Verwendung findet. Aus diesem Grund sollen deren Grundzüge hier kompakt dargestellt werden.

Sei eine kontinuierliche Verteilung von Schallquellen in einem Raum über eine Dichtefunktion  $q(\mathbf{r})$  bei einer Kreisfrequenz  $\omega$  gegeben, so kann Gleichung (3.5) erweitert werden zu:

$$\Delta p + k^2 p = -i\omega\rho_0 q(\mathbf{r}) \quad (3.6)$$

Als Satz vollständiger, orthogonaler Funktionen kann durch die Eigenfunktionen die Quellfunktion als Reihe diskreter Funktionen  $p_n$  ausgedrückt werden:

$$q(\mathbf{r}) = \sum_n C_n p_n(\mathbf{r}) \quad (3.7)$$

mit den Koeffizienten

$$C_n = \frac{1}{K_n} \iiint_V p_n(\mathbf{r}) q(\mathbf{r}) dV, \quad (3.8)$$

welche von der Lage der Schallquelle abhängig sind. In gleicher Weise kann die gesuchte Lösung  $p_\omega(\mathbf{r})$  auf Eigenfunktionen erweitert werden:

$$p_\omega(\mathbf{r}) = \sum_n D_n p_n(\mathbf{r}) \quad (3.9)$$

Durch Einsetzen der Reihen (3.7) und (3.9) in die erweiterte Helmholtz-Gleichung (3.6) erhalten wir eine Gleichung für die bis dahin unbekanntenen Koeffizienten  $D_n$  als Ausdruck der bekannten Koeffizienten  $C_n$ :

$$D_n = i\omega\rho_0 \frac{C_n}{k^2 - k_n^2} \quad (3.10)$$

Für eine Punktquelle am Ort  $\mathbf{r}_0$  und mit einer Volumenschnelle  $Q$  kann die Quellfunktion unter Zuhilfenahme der  $\delta$ -Distribution ausgedrückt werden als:

$$q(\mathbf{r}) = Q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (3.11)$$

Dadurch können die Koeffizienten beschrieben werden als:

$$C_n = \frac{1}{K_n} Q p_n(\mathbf{r}_0) \quad (3.12)$$

Schließlich kann durch diese Zusammenhänge die Lösung für den Schalldruck am Ort  $\mathbf{r}$  gefunden werden:

$$p_\omega(\mathbf{r}) = iQ\omega\rho_0 \sum_n \frac{p_n(\mathbf{r}) p_n(\mathbf{r}_0)}{K_n(k^2 - k_n^2)} \quad (3.13)$$

Gleichung (3.13) wird als Greensche Funktion bezeichnet. Sie drückt aus, welcher Schalldruck an einem Ort innerhalb eines Raumes herrscht, der von einer Punktschallquelle mit der Volumenschnelle  $Q$  und der Kreisfrequenz  $\omega$  angeregt wird. Es ist zu bemerken, dass die Greensche Funktion bezüglich des Quellortes und des Beobachtungsortes symmetrisch ist. Sie ist somit der mathematische Ausdruck des Reziprozitätstheorems [Kuttruff 2000].

Durch die komplexen Wandimpedanzen eines Raumes kommt es in der Regel zu komplexen Wellenzahlen

$$k_n = \frac{\omega_n}{c} + i \frac{\delta_n}{c}, \quad (3.14)$$

mit der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Dämpfungskonstante  $\delta$ . Unter Berücksichtigung komplexer Wellenzahlen und unter der Bedingung  $\delta_n \ll \omega_n$  lässt sich im stationären Zustand der Schalldruck als Überlagerung von Eigenschwingungen nach [Kuttruff 2000] ausdrücken als:

$$p(\mathbf{r}) = iQc^2\omega\rho_0 \sum_n \frac{p_n(\mathbf{r})p_n(\mathbf{r}_0)}{(\omega^2 - \omega_n^2 - 2i\delta_n\omega_n)K_n} \quad (3.15)$$

### 3.2.2 Schröder-Frequenz

Als frequenzabhängige Übertragungsfunktion eines Raumes zwischen zwei Orten  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}_0$  betrachtet, stellt (3.15) eine Summe von Resonanzkurven bei einer bestimmten Anregungsfrequenz, den sogenannten Raummoden dar. Diese sind einerseits durch ihre Eigenfrequenzen  $f_n = \omega_n/2\pi$ , andererseits durch ihre Halbwertsbreite  $(\Delta f)_n = \delta_n/\pi$  gekennzeichnet [Kuttruff 2000].

Mit steigender Frequenz nimmt die mittlere Eigenfrequenzdichte im betrachteten Volumen  $V$ , d.h. die Anzahl  $N$  von Eigenfrequenzen „pro Hertz“

$$\frac{dN_f}{df} \approx 4\pi V \frac{f^2}{c^3} \quad (3.16)$$

bei einer Frequenz  $f$  immer weiter zu, so dass aus gut separierbaren Moden im tiefen Frequenzbereich ein quasi statistisches Gemisch aus überlappenden Resonanzkurven im höheren Frequenzbereich wird [Kuttruff 2000]. Von einem höheren Frequenzbereich spricht man, sobald mindestens drei Eigenfrequenzen innerhalb einer modalen Halbwertsbreite liegen.

$$f \geq \sqrt{\frac{3c^3}{4V\langle\delta\rangle}} \quad (3.17)$$

Dabei stellt  $\langle \delta \rangle$  den Mittelwert der Abklingkonstanten  $\delta_n$  dar. Die vorhandene Dämpfung bewirkt ein stationäres Gleichgewicht der Schallenergie in einem Raum bei konstanter Anregung, sowie ein zeitliches Abklingen der Schallenergie, falls das Anregungssignal abgeschaltet wird.

Ist also die mittlere Halbwertsbreite sehr viel größer, als der durchschnittliche Abstand der Eigenfrequenzen der Resonanzen, so wird es starke Überlappungen der Resonanzspitzen geben, welche nicht mehr trennbar sind. Als Konsequenz werden bei einer beliebigen Frequenz mehrere oder viele Glieder der Summe in Gleichung (3.15) signifikante Werte annehmen, also mehrere oder viele Normalmoden dadurch einen Beitrag zum Gesamtschalldruck leisten. Nach Schröder [Kuttruff 2000] kann eine Grenzfrequenz definiert werden, welche beide Fälle voneinander abgrenzt, wenn diese die Forderung erfüllt, dass im Mittel drei Eigenfrequenzen innerhalb einer modalen Halbwertsbreite

$$\langle \Delta f_n \rangle = 3 \frac{c^3}{4\pi V f^2} \quad (3.18)$$

liegen. Mit der mittleren Abklingkonstanten  $\langle \delta \rangle$ , einer Schallgeschwindigkeit von  $c = 340 \text{ m/s}$  und dem Volumen des betrachteten Raumes, erhält man den Ausdruck zur Bestimmung der sogenannten Schröderfrequenz zu:

$$f_s \approx \frac{5400}{\sqrt{V \langle \delta_n \rangle}} \approx 2000 \sqrt{\frac{T}{V}}. \quad (3.19)$$

In Gleichung (3.19) wird die sogenannte Nachhallzeit  $T$  eingeführt, auf die im nachfolgenden Unterkapitel 3.2.3 genauer eingegangen wird.

### 3.2.3 Nachhallzeit

Ein auffälliges Merkmal der Akustik eines Raumes ist der sogenannte Nachhall, d.h. das Abbauen der Schallenergie nach dem plötzlichen Verstummen einer Schallquelle oder eines impulsartigen Geräuschs. Betrachtet man dazu ein stationäres Schallfeld, in dem zum Zeitpunkt  $t = 0$  die anregende Schallquelle abgeschaltet wird, so klingen die bestehenden Eigenschwingungen gleichzeitig und in Abhängigkeit der im Raum vorhandenen Dämpfungskonstanten  $\delta_n$  wie folgt ab [Vorländer 2010]:

$$p_n(x, t) = \sum_n a_n(x) e^{i\omega_n t - \delta_n t}, \quad (3.20)$$

wobei die Koeffizienten  $a_n$  den örtlichen Druckverlauf der stehenden Wellen kennzeichnen. Die Energiedichte  $w$ , welche dem Schalldruckbetrag proportional ist, klingt ebenfalls exponentiell ab:

$$w(t) \sim p_n p_n^* \sim \sum_n |a_n|^2 e^{-2\delta_n t} \quad (t \geq 0). \quad (3.21)$$

Vielfach sind die Dämpfungskonstanten relativ einheitlich, so dass man diese für den entsprechenden Raum durch ihren Mittelwert  $\langle \delta \rangle$  ersetzen kann.

$$w(t) = w_0 e^{-2\langle \delta \rangle t} \quad (3.22)$$

In der Raumakustik wird der Abbau der Schallenergie nicht durch die mittlere Dämpfung des Raumes  $\langle \delta \rangle$ , sondern durch dessen Nachhallzeit  $T$  gekennzeichnet. Definitionsgemäß ist die Nachhallzeit  $T_{60}$  die Zeitspanne beginnend bei  $t = t_1$  mit  $t_1 > 0$ , bis zu der die Energiedichte um den Faktor  $10^6$ , d.h. um 60 dB abgenommen hat. Die Zeitspanne, welche zwischen dem Zeitpunkt  $t = 0$  (Abschalten der Quelle) und dem Beginn der Nachhallzeitbestimmung liegt, dient dazu, das Abklingen instationärer Zustände abzuwarten. Die Nachhallzeitbestimmung beginnt daher erst nach dem Abfall des Ursprungspegels um 5 dB. Durch das Einsetzen des Faktors  $10^6$  und anschließendes umstellen erhält man eine gebräuchliche Darstellung für die Nachhallzeit  $T$  respektive  $T_{60}$  als [Heckl 1995]:

$$T = \frac{3 \ln 10}{\langle \delta \rangle} \approx \frac{6,9}{\langle \delta \rangle} \quad (3.23)$$

Eine Nachhallkurve lässt sich nur selten mit einem Pegelabfall um 60 dB bestimmen. Daher sind einige Nachhallzeit-Bezeichnungen gebräuchlich, die ausdrücken, über welches Zeitintervall und welche Extrapolation die Nachhallzeit ermittelt wird. Die Größe des Intervalls wird in den Index geschrieben. So ist  $T_{30}$  beispielsweise die doppelte Zeit zwischen den Punkten in der Nachhallkurve beim Abfall von 5 dB und 35 dB [DEGA 2015].

### 3.2.4 Schätzung der Modenanzahl

Für verschiedene Anwendungsfälle kann es von Interesse sein, durch ein einfaches Maß eine Abschätzung darüber zu treffen, wie sich die Ausprägung des Schallfelds eines Raumes hinsichtlich ihrer Modenanzahl, insbesondere bis zur Schröderfrequenz  $f_s$ , verhält. Bezugnehmend auf Kapitel 3.2.1 darf auch hier angenommen werden, dass der Schalldruck in einem geschlossenen Raum durch eine Summe von Eigenfunktionen nach Gleichung (3.15) dargestellt werden kann, wobei sowohl die Eigenfunktionen als auch die im Allgemeinen komplexen Eigenfrequenzen durch die Randbedingungen an den Raumbegrenzungen bestimmt sind [Heckl 1995]. Für einige geometrisch einfache Raumformen, beispielsweise einen sogenannten Rechteckraum mit schallharten Wänden sind die Eigenfunktionen und die Eigenfrequenzen leicht geschlossen bestimmbar.

Ebenfalls kann für einen Raum beliebiger Geometrie gezeigt werden, dass dessen Eigenfrequenzdichte  $\Delta N$  durch den Zusammenhang [Kuttruff 2000]

$$\Delta N = \frac{dN_f}{df} = V \frac{\omega^2 \Delta\omega}{2\pi^2 c^3} = 4\pi V \frac{f^2}{c^3} \quad (3.24)$$

geschlossen angegeben werden kann, wobei  $\Delta\omega = 2\pi$  gilt. Integriert man Gleichung (3.24), so ergibt sich daraus der Zusammenhang zur Schätzung der Gesamtzahl der Eigenfrequenzen  $N_E$  zwischen den Frequenzen 0 und  $f$ , zu:

$$N_E \approx \frac{4\pi}{3} \left(\frac{f}{c}\right)^3 V. \quad (3.25)$$

Durch Einsetzen der Gleichung zur Abschätzung der Schröderfrequenz  $f_s$  (3.15) erhält man einen Ausdruck, durch den sich die Modenanzahl zwischen 0 und  $f_s$ ,  $N_{f_s}$ , schätzen lässt zu [Kuttruff 2000]:

$$N_{f_s} \approx 900 \sqrt{\frac{T^3}{V}}. \quad (3.26)$$

## 4 Modellierung von Raumübertragungsfunktionen

Die Übertragungsfunktion oder auch Systemfunktion beschreibt in der Signal- und Systemtheorie mathematisch die Beziehung zwischen einem Ein- und einem Ausgangssignal eines Systems. Eine Übertragungsfunktion wird aufgrund vorteilhafter mathematischer Eigenschaften zumeist durch eine Integraltransformation (Laplace- oder Fourier Transformation) der Zeitfunktion im sogenannten Bildbereich formuliert. Eine Übertragungsfunktion kann als Näherung oder auch analytisch korrekt durch eine rationale (in der Regel komplexe) Funktion  $H(s)$  zum Beispiel in der Laplace-Domäne ausgedrückt werden als:

$$H(s) = \frac{G(s)}{S(s)} \quad (4.1)$$

Darin sind Eingang  $S(s)$  und Ausgang  $G(s)$  die Bildfunktionen entsprechender Größen.  $H(s)$  ist eine Funktion, welche ausschließlich von der Differentialgleichung des Systems bestimmt wird. Sie wird als Übertragungsfunktion bezeichnet, weil sie beschreibt, wie die Größe  $S(s)$  in die Größe  $G(s)$  umgewandelt wird. Bezogen auf die Akustik, beschreiben Übertragungsfunktionen die Charakteristik der Übertragung des Schalls von einer Quellposition zu einer Empfängerposition. Findet diese Übertragung in einem Raum statt, spricht man daher von einer Raumübertragungsfunktion (RTF – Room transfer function) oder auch, im Zeitbereich, von einer Raumimpulsantwort.

### 4.1 Parametrisierte Übertragungsfunktionen

Für die Darstellung von Übertragungsfunktionen existieren unterschiedliche Formen oder Modelle. Auf dem Gebiet der Signalverarbeitung werden üblicherweise parametrisierte Modelle wie die Pol-/Nullstellendarstellung für Übertragungsfunktionen verwendet, da diese eine kompakte, parametrische Beschreibung liefert [Dietrich 2013]. Stellt man die rationale Funktion  $H(s)$  aus (4.1) erneut über die Polynomfunktionen  $Z(s)$  von Grad  $n$  und  $N(s)$  von Grad  $m$  dar, so erhält man:

$$H(s) = \frac{Z_n(s)}{N_m(s)}. \quad (4.2)$$

Die Wurzeln des Zählerpolynoms  $Z(s)$  werden Nullstellen  $n_i$  genannt, die Wurzeln des Nenners  $N(s)$  werden Polstellen  $p_i$  genannt. Der Fundamentalsatz der Algebra besagt, dass ein komplexes Polynom vom Grad  $n$  genau  $n$  Nullstellen besitzt. So kann aus einer ursprünglichen Differentialgleichung der Form

$$a_m y^{(m)} + \dots + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 u + b_1 \dot{u} + \dots + b_n u^{(n)}$$

durch Laplace-Transformation und das Zusammenfassen die Übertragungsfunktion als Quotient der Polynomfunktionen

$$\frac{b_n s^{(n)} + \dots + b_1 s + b_0}{a_m s^{(m)} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{Z_n(s)}{N_m(s)} = H(s) \quad (4.3)$$

mit der komplexen Variablen  $s = \sigma + i\omega$  dargestellt werden. Da sich jedes Polynom positiven Grades in ein Produkt von Linearfaktoren zerlegen lässt, kann die Übertragungsfunktion  $H(s)$  nach dem Satz von Viëta ebenfalls geschrieben werden als:

$$H(s) = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - n_i)}, \quad (4.4)$$

wobei  $z_i$  die Nullstellen des Zählerpolynoms  $Z(s)$  respektive Polstellen der Übertragungsfunktion  $H(s)$  und  $n_i$  die Nullstellen des Nennerpolynoms sind. Die Darstellung in (4.3) wird Pol-/Nullstellen-Darstellung genannt. Sie beschreibt die Übertragungsfunktion bis auf den Vorfaktor  $K$ . Man erkennt, dass die Übertragungsfunktion eine gebrochen rationale Funktion der Variablen  $s$  ist und alle Koeffizienten der Differentialgleichung enthält. Sie beschreibt daher den Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße genauso gut wie die Differentialgleichung selbst [Geering 2004]. Bei Polynomen höherer Ordnung ist üblicherweise ein Ansteigen numerischer Instabilitäten bei der Bestimmung der Wurzeln des Polynoms zu beobachten. Die komplexe Transferfunktion  $H(s)$  ist über die Laplace-Transformation direkt mit der Impulsantwort  $h(t)$  verknüpft. Die Pole und Nullstellen sind bei reellen Koeffizienten von  $H(s)$  (dies ist der Normalfall) entweder reell oder paarweise konjugiert komplex. Die Pol-Nullstellen-Verteilung ist darum symmetrisch zur reellen Achse [Meyer 2014].

## 4.2 Modellansätze

Die gängigsten Ansätze, um akustische Übertragungsfunktionen zu modellieren, sind das „All-Pole“-, das „all-zero“-, deren Kombination das „Pole-Zero“ Modell und in jüngerer Vergangenheit vornehmlich das CAPZ-Modell (Common Acoustic Poles and Zeros) [Haneda 1994]. In der vorliegenden Arbeit soll neben dem „All-Pole“ und dem „Pole-Zero“-Modell auch das CAPZ-Modell, eine optimierte Variante des „Pole-Zero“ Modells Verwendung finden. Da dieses jedoch letztendlich auf den zuvor genannten Ansätzen basiert, soll zunächst auf diese eingegangen werden.

Die vielleicht simpelsten Modellierungstypen bauen auf bekannten Filtern auf. Sogenannte Polynomfilter haben keine Nullstellen, in englischsprachiger Literatur heißen sie deshalb „All-Pole-filter“. Ihre Übertragungsfunktion hat die Gestalt

$$H(s) = \frac{b_0}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}, \quad (4.5)$$

mit der Variablen  $s$  und den Koeffizienten der Übertragungsfunktion  $a_0, \dots, a_n$  und  $b_0$ .

Ein „All-Pole filter“ oder auch Autoregressionsmodell (AR) mit  $Z(s) = 1$  entspricht einem Infinite Impuls Response (IIR) Filter und lässt sich somit unter den rekursiven Systemen, bei denen der Ausgangswert sowohl vom momentanen Eingangswert, von endlich vielen früheren Eingangswerten, als auch von endlich vielen vergangenen Ausgangswerten abhängt, einordnen. Diese Systeme haben also eine Rückkopplung vom Ausgangswert und können somit instabil werden, was sich in einer unendlich langen Impulsantwort äußert [Meyer 2014].

Der sogenannte „all-zero filter“, oder bezogen auf die raumakustische Parametrisierung das „all-zero model“ ist nichtrekursiven Systemen zuzuordnen, bei denen die Ausgangssequenz vom momentanen Eingangswert und von endlich vielen früheren Eingangswerten, nicht aber von vergangenen Ausgangswerten abhängt. Die Impulsantwort klingt somit zwangsläufig in endlicher Zeit ab, weshalb auch die Bezeichnungen FIR-System (finite impulse response), MA-Modell (Moving Averager) und „all-zero“-Filter gebräuchlich sind [Meyer 2014]. Die Koeffizienten des Modells entsprechen der Raumimpulsantwort im Zeitbereich. Besitzt der zu modellierende Raum eine lange Nachhallzeit, so erfordert das „all-zero“-Modell jedoch eine hohe Anzahl von Parametern und somit Koeffizienten des FIR-Filters, um die RTF korrekt repräsentieren zu können. Zudem repräsentieren diese Filterkoeffizienten genau eine Kombination der Position von Sender zu Empfänger, so dass bei Veränderung einer der Positionen alle Koeffizienten neu bestimmt werden müssen. Die Modellierung der RTF durch ein „all-zero“-Modell konvergiert daher nur vergleichsweise langsam und hat außerdem einen relativ hohen Speicherbedarf.

Das Pol-/Nullstellen-Modell („pole/zero model“), welches aufgrund seiner Struktur auch als ARMA-Modell bezeichnet wird, wird ebenfalls zur Modellierung von Raumübertragungsfunktionen verwendet. Es wird in der Regel als IIR-Filter implementiert. Abb. 4.1 zeigt die Struktur eines ARMA-Modells als rekursives LTD-System 2. Ordnung.

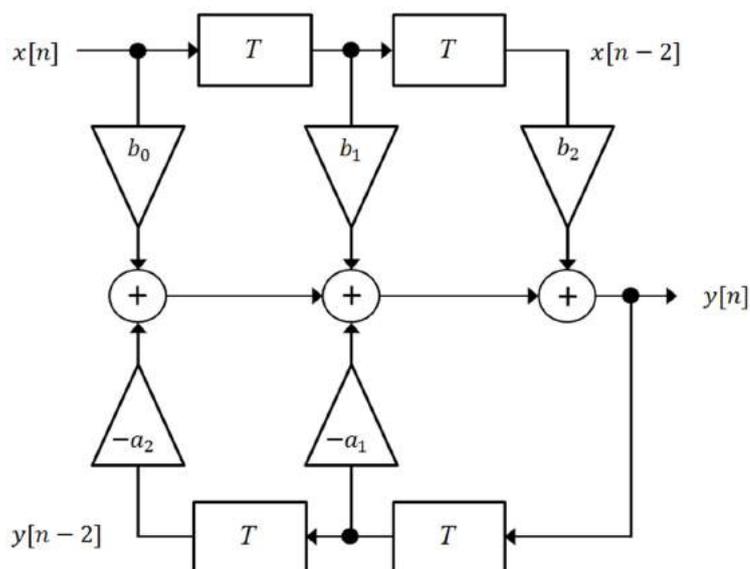


Abb. 4.1: Blockdiagramm eines ARMA-Modells [Meyer 2014]

Vom physikalischen Standpunkt aus, repräsentieren Polstellen Resonanzen, Nullstellen hingegen repräsentieren Zeitverzögerungen und Antiresonanzen. Da die Polstellen lange Impulsantworten durch Resonanzen mit weniger Parametern als die Nullstellen verursachen, entspricht das Pol-/Nullstellen-Modell der tatsächlichen Raumübertragungsfunktion besser, als das „all-zero model“. Insbesondere kann gezeigt werden, dass das konventionelle „Pole-Zero model“ die Anzahl der zu bestimmenden Parameter im Vergleich zum „all-zero model“ reduzieren kann und darüber hinaus die Ordnungen der Parameter des „Pole-Zero model“ geringer sind, als die des „all-zero model“ [Mourjopoulos 1991].

Im herkömmlichen Pol-/Nullstellenmodell werden Pol- und Nullstellen als variable Parameter für die Variation der Raumübertragungsfunktion geschätzt, obwohl die akustischen (physikalischen) Polstellen, welche den Resonanzeigenschaften entsprechen, invariant sind. Daher ändern sich, bei Veränderung der Raumübertragungsfunktion, ebenso wie im „all-zero model“ alle Parameter des Pol-/Nullstellenmodells.

Haneda et al. schlagen daher ein Pol-/Nullstellenmodell vor, das konstante Polstellen, jedoch variable Nullstellen besitzt. In diesem Modell werden die geschätzten akustischen Polstellen eines Raumes als gemeinsame konstante Polstellen verwendet. Akustische Polstellen, welche den Resonanzen des Raumes entsprechen, ändern sich nicht, auch wenn sich die Position von Quelle oder Empfänger ändert. Da die Ordnung der akustischen Polstellen in einem Raum so gering ist, dass alle gemeinsamen akustischen Polstellen auch bei niedrigen Frequenzen geschätzt werden können, ist das vorgeschlagene Modell bei niedrigen Frequenzen besonders effektiv [Haneda 1994]. Dazu werden die Polstellen zunächst durch mehrere Raumübertragungsfunktionen geschätzt, danach werden die Raumübertragungsfunktionen dauerhaft durch konstante Polstellen und durch unterschiedliche Sätze von Nullstellen repräsentiert. Das CAPZ-Modell erfordert so bei Variation der Raumübertragungsfunktionen weit weniger variable Parameter, als die bisherige Darstellung über das konventionelle Pol-/Nullstellenmodell. Der Speicherbedarf des CAPZ-Modells ist somit deutlich geringer, da für das gesamte betrachtete System nur ein Satz gemeinsamer Polstellen und die Nullstellen bei abweichenden Quell- zu Empfängerpositionen gespeichert werden müssen. Die Schätzung der gemeinsamen akustischen Polstellen kann nach verschiedenen Ansätzen erfolgen, deren Diskussion jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit sein soll.

### **4.3 Vektor-Fitting zur Polstellenbestimmung**

„Vektor-Fitting“ ist ein robustes Makromodellierungswerkzeug zur Approximation spektraler Antwortfunktionen komplexer physikalischer Strukturen [Deschrijver 2007]. Das Hauptziel der „Makromodellierung“ ist es, die Zuordnung zwischen den Eingängen und Ausgängen eines komplexen Systems, wie in diesem Falle der Raumübertragungsfunktionen, durch ein analytisches Modell zu identifizieren. Gustavsen et al. beschreiben ein solches iteratives „Vektor-Fitting“-Verfahren für Daten im Frequenzbereich bei dem zusätzlich verschiedene a-priori Bedingungen als optionale Parameter eingebracht werden können. Dessen Implementierung, welche als Matlab-Routine frei verfügbar ist und in dieser Arbeit Verwendung findet, ist als sogenannte Pol-Residuen-Darstellung realisiert. Das „fitting“-Problem ist linear und über-

bestimmt, die Anzahl der zu ermittelnden Polstellen ist also geringer (weniger als halb so groß) als die Anzahl der verfügbaren Frequenzbins (Frequenzwerte in numerischer Implementierung).

Der Algorithmus selbst basiert auf einer zu Beginn beliebigen Verteilung komplexer Polstellen im Bildraum. In einem nachfolgenden Iterationsschritt werden anhand der Eingangsdaten die Residuen identifiziert. Dieser wird verwendet, um die Positionen der Polstellen zu ermitteln [Gustavsen 1999]. Ist bereits Vorwissen bezüglich des Systems vorhanden, so ist es möglich, zu Beginn die Polstellenkonfiguration auf physikalisch sinnvolle Werte anzupassen. Dies ist einerseits bezüglich des Frequenzintervalls zwischen den Resonanzen, als auch andererseits durch Wahl des relevanten Frequenzbereichs möglich.

Das „Vektor-Fitting“ findet durch zwei Varianten Anwendung in der Realisierung des im Rahmen dieser Arbeit implementierten Modenfilters, welcher als Teil des Kapitels 8.2 ausführlich beschrieben ist.

## 5 Korrelationstheorie

Die folgenden Ausführungen sollen einen Blick auf die wichtigsten Begriffe und Zusammenhänge in Bezug auf stochastische Signale sowie deren Analyse im Zeit- und Frequenzbereich geben. Sie stellen die Basis für die akustischen Anwendungen in der Disziplin der Quellenortung dar. Gerade für das Beamforming im Frequenzbereich sind die Korrelationsfunktionen von entscheidender Bedeutung. Die Manipulation der Kreuzspektralmatrix, in der die Kreuzkorrelationsfunktionen im Spektralbereich zwischen den einzelnen Mikrofonen zusammengefasst sind, ist ein zentraler Mechanismus erweiterter Beamforming-Verfahren. Bezüglich adaptiver Filter nimmt die Autokorrelationsmatrix ebenso eine wichtige Stellung ein.

### 5.1 Stochastische Signaltheorie

In der Praxis hat man es im Allgemeinen mit Signalen zu tun, die nicht deterministisch, also nicht vorhersagbar sind. Daraus resultiert die Forderung, dass stets eine zeitlich ausreichend lange Messdauer gewährleistet sein muss, da nur über eine zeitliche Mittelung die stochastische Natur der gemessenen Signale gut erfassbar ist. Um repräsentative Ergebnisse zu erhalten, ist weiterhin die Annahme eines stationären Verhaltens der Schallquelle(n) nötig.

Stochastische Signale sind das Ergebnis eines Zufallsprozesses  $\{x_i(t)\}$ . Der Zufallsprozess unterscheidet sich von den sonst in der Statistik üblichen Zufallsexperimenten dadurch, dass das Ergebnis kein Ereignis ist, sondern ein Funktionsverlauf (d.h. ein Zeitsignal). Die Beschreibung dieser zufälligen Signale erfolgt mit statistischen Größen. Die Gesamtheit aller Zufallsexperimente, sprich die Gesamtheit aller Realisierungen nennt man Schar oder Ensemble. Eine akustische Messung ist somit als Realisierung des stochastischen Prozesses zu verstehen, welche sich als Zeitfunktion der Zufallsvariablen  $X(\rho_i; t)$  darstellt. Betrachtet man einen bestimmten Zeitpunkt  $t_j$ , so erzeugt der stochastische Zufallsprozess eine Zufallsvariable  $X(\rho; t_j)$ , abhängig vom realisierten Ergebnis [Söder 2007]. Der stochastische Prozess ist also eine Zeitfolge von Zufallsvariablen. Die Zufallsvariablen werden durch die Verteilungsdichtefunktion beschrieben. Sie beschreibt, wie sich die Zufallsvariablen eines Zeitpunktes um einen Wert  $x$  im stochastischen Prozess verteilen. Die Ableitung der Wahrscheinlichkeitsfunktion  $F(x; t)$  nach  $x$  ergibt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$P_X(x, t) = \frac{dF(x, t)}{dx}. \quad (5.1)$$

Typische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen sind die Normal-, Gauß-, Exponential-, Raleigh-, Binomial- und Poissonverteilung.

Sind die Verteilungsdichten n-ter Ordnung zu allen Zeitpunkten  $t_n$  von allen Zufallsvariablen  $x_n$  bekannt, so ist der stochastische Prozess vollständig beschrieben. In der Praxis ist dieser Sachverhalt jedoch nie erfüllt. Man vereinfacht daher die Kenntnis über den gesamten Pro-

zess, indem man dem stochastischen Prozess einen Erwartungswert  $E[\cdot]$  (das sogenannte 1. Moment) und Korrelationsfunktionen (die sogenannten 2. Momente) zuordnet.

Der Erwartungswert  $E[\cdot]$  ist der Scharmittelwert zum Zeitpunkt  $t$  und ist definiert als:

$$E[X[t]] = \int_{-\infty}^{\infty} x P_X(x, t) dx. \quad (5.2)$$

Das 2. Moment eines stochastischen Prozesses sind die Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen. Sie bilden insbesondere in Bezug auf das Beamforming die Grundlage für die sogenannte Kohärenzfunktion, welche als Maß für die lineare Abhängigkeit zweier Signale zu verstehen ist, sowie zur allgemeinen Beurteilung von Messergebnissen.

Um die Begriffe Autokorrelationsfunktion und Kreuzkorrelation einführen zu können, bedarf es zunächst der begrifflichen Klärung der Voraussetzungen bzw. Randbedingungen für die Existenz dieser Funktionen. Daher soll der folgende Abschnitt die Definitionen der Stationarität, der Ergodizität und der Orthogonalität einführen.

### Stationarität

Bei einem stationären Zufallsprozess  $\{x_i(t)\}$  stimmen alle statistischen Kenngrößen der Zufallsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  überein. Auch zu jedem anderen Zeitpunkt ergeben sich genau gleiche Werte [Söder 2007].

Der statistische Charakter eines stationären Prozesses hängt also nicht vom absoluten Zeitpunkt der Beobachtung ab. Man unterscheidet zwischen strenger und schwacher Stationarität. Die strenge Stationarität bezieht sich auf gleiche Verteilungsdichten einzelner Realisierungen; die schwache Stationarität setzt gleiche Erwartungswerte, Korrelationen und Kovarianzen voraus. In der Realität ist ein Erreichen schwacher Stationarität ausreichend.

### Ergodizität

Bei einem ergodischen Prozess  $\{x_i(t)\}$  ist jede einzelne Musterfunktion  $x_i(t)$  repräsentativ für die gesamte Schar [Söder 2007]. Alle statistischen Beschreibungsgrößen eines ergodischen Prozesses lassen sich aus einer einzigen Musterfunktion durch Zeitmittelung gewinnen (bei Mittelung über entsprechende Laufvariable). Daraus folgt, dass bei einem ergodischen Prozess die Zeitmittelwerte einer jeden Musterfunktion mit den entsprechenden Scharmittelwerten zu beliebigen Zeitpunkten übereinstimmen.

### Orthogonalität und Unkorreliertheit

Zwei Zufallsvariablen  $x(t)$  und  $y(t)$  sind unkorreliert, wenn die Kovarianzfunktion

$$\varphi'_{xy}(\tau) = 0 \quad (5.3)$$

verschwindet. Zwei stationäre, ergodische Prozesse sind unkorreliert, wenn sich die Kreuzkorrelation aus dem Produkt der linearen Mittelwerte der Zufallsvariablen  $x(t)$  und  $y(t)$  bestimmen lässt.

$$\varphi_{xy}(\tau) = \overline{x(t)} \overline{y(t)}. \quad (5.4)$$

Die Forderung nach Orthogonalität geht noch weiter. Zwei stationäre, ergodische Prozesse sind orthogonal, wenn diese nicht durch die Kreuzkorrelationsfunktion verknüpft sind. Orthogonalität und Unkorreliertheit sind dann identisch, wenn die Zufallsvariablen  $x_i(t)$  bzw. die Realisierungen mittelwertfrei sind.

Erweiterte Beamforming-Verfahren sind in der Lage, unkorrelierte Quellen zu trennen. Die Verfahren stützen sich dabei auf die von den Quellen erzeugten "orthogonalen Schallfelder". Die gemessenen Signale lassen sich dann mit Hilfe von Matrizenoperationen in ihre unkorrelierten Anteile zerlegen (Grundlage des Orthogonalen Beamformings).

Unter den genannten Annahmen der Stationarität und Ergodizität werden im Folgenden die Korrelationsgleichungen aufgestellt.

### **Autokorrelationsfunktion**

Als Autokorrelationsfunktion (AKF) eines beliebigen Zufallsprozesses bezeichnet man allgemein den Erwartungswert  $E[\cdot]$  eines Signals zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$ . Diese ist definiert als:

$$\varphi_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1) \cdot x(t_2)]. \quad (5.5)$$

Die Autokorrelationsfunktion beschreibt allgemein also die innere statistische Abhängigkeit eines Signals als Funktion einer zeitlichen Verschiebung. Durch die Verwendung der Autokorrelationsfunktion bezüglich einer Aussage über statistische Bindungen werden implizit folgende Vereinfachungen getroffen:

- Anstelle von unendlich vielen Zeitpunkten werden hier nur zwei Zeitpunkte betrachtet.
- Anstelle aller Momente  $m_{kl}$  zu den beiden Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  mit  $k, l \in \{1, 2, 3, \dots\}$  wird hier nur das gemeinsame Moment  $m_{11}$  erfasst.
- Das Moment  $m_{11}$  gibt ausschließlich die lineare Abhängigkeit d.h. die Korrelation des Prozesses wieder.
- Alle statistischen Bindungen höherer Ordnung werden dagegen nicht berücksichtigt.

### **Autokorrelationsfunktion stationärer, ergodischer Prozesse**

Ein stationärer Zufallsprozess  $\{x_i(t)\}$  zeichnet sich hingegen dadurch aus, dass seine statistischen Eigenschaften invariant gegenüber Zeitverschiebungen sind. Für die AKF bedeutet dies, dass diese nicht mehr eine Funktion der beiden unabhängigen Zeitvariablen  $t_1$  und  $t_2$

ist, sondern nur von der Zeitdifferenz  $\tau = t_2 - t_1$  abhängt. Die AKF kann somit ebenfalls formuliert werden als:

$$\varphi_{xx}(t_1, t_2) \rightarrow \varphi_{xx}(\tau) = E[x(t) \cdot x(t + \tau)]. \quad (5.6)$$

### Spektrale Leistungsdichte

Die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion ist die spektrale Leistungsdichte (engl.: Power Spectral Density - PSD) bzw. das Autoleistungsdichtespektrum

$$\varphi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(t) e^{-i\pi f t} dt. \quad (5.7)$$

Das Integral über  $\varphi_{xx}(t)$  ist die Gesamtleistung (quadratischer Mittelwert) des Signals. Der Ermittlung der Gesamtleistung eines mittels Mikrofonen aufgezeichneten Schallsignals kommt im Rahmen der erweiterten Beamforming-Verfahren eine entscheidende Rolle zu.

### Spektrale Energiedichte

Die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion einer aperiodischen, determinierten Zeitfunktion ist die spektrale Energiedichte

$$\varphi_{yy}(f) = |Y(f)|^2. \quad (5.8)$$

### Kreuzkorrelationsfunktion

Die Kreuzkorrelationsfunktion beschreibt die statistische Bindung zweier stochastischer Prozesse durch:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t + \tau) dt. \quad (5.9)$$

Die Fourier-Transformierte der Kreuzkorrelationsfunktion ist die spektrale Kreuzleistungsdichte bzw. das Kreuzleistungsdichtespektrum

$$\varphi_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xy}(t) e^{-i\pi f t} dt. \quad (5.10)$$

## 5.2 Prinzipien der mehrkanaligen Störunterdrückung

Da das Beamforming, welches den Hauptbestandteil dieser Arbeit darstellt, eng mit der mehrkanaligen Störgeräuschunterdrückung verbunden ist, befassen sich die folgenden Abschnitte genauer mit dieser Disziplin der Signalverarbeitung. Während einkanalige Verfahren

der Geräuschreduktion fast immer auf a-priori-Wissen über Nutz- und Störsignal angewiesen sind, lassen sich mit mehrkanaligen Verfahren zusätzlich auch räumliche Informationen auswerten. Damit haben mehrkanalige Verfahren das Potential, bei der Störgeräuschunterdrückung deutlich erfolgreicher zu sein.

Um die Prinzipien der mehrkanaligen Störgeräuschunterdrückung näher zu spezifizieren, muss zwischen korrelierten und unkorrelierten Signalen unterschieden werden, die zur Verstärkung des gewünschten (Nutz-)Signals bzw. der Dämpfung von Störsignalen, jeweils den Einsatz verschiedener Methoden erfordern. Während die Dämpfung unkorrelierter Signale begrenzt ist, können korrelierte Signale mit mehrkanaliger Signalverarbeitung im Idealfall vollständig ausgelöscht werden. Die Ursachen dafür sollen nachfolgend auf der Grundlage des in Abb. 5.1 dargestellten Modells der mehrkanaligen Signalerfassung näher untersucht werden.

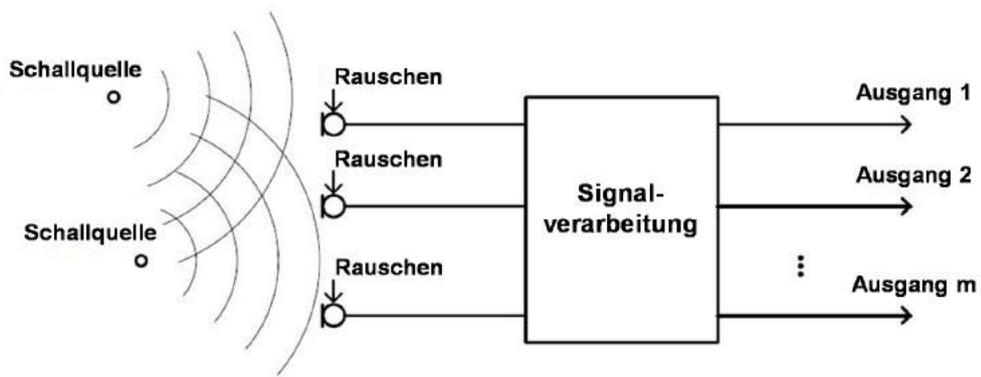


Abb. 5.1: Modell mehrkanaliger Signalverarbeitung

### Kohärenzfunktion

Die Kohärenzfunktion  $\gamma(\omega)$  ist ein Maß für den Grad der Korrelation zwischen zwei Signalen und ist für stationäre, ergodische, stochastische Prozesse definiert [Elko 2001].

Mit den Definitionen aus (5.7) und (5.10) gilt für die Kohärenzfunktion zweier Signale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$ :

$$\gamma_{x_1x_2}(\omega) = \frac{\varphi_{x_1x_2}(\omega)}{\sqrt{\varphi_{x_1x_1}(\omega)\varphi_{x_2x_2}(\omega)}}. \quad (5.11)$$

Quadriert man die Kohärenzfunktion  $\gamma_{x_1x_2}(\omega)$ , wird sie als Magnitude Squared Coherence (MSC) [Benesty 2008] bezeichnet,

$$|\gamma_{x_1x_2}(\omega)|^2 = \frac{|\varphi_{x_1x_2}(\omega)|^2}{\varphi_{x_1x_1}(\omega)\varphi_{x_2x_2}(\omega)} \quad (5.12)$$

die Werte zwischen Null und Eins annehmen kann. Da für verschiedene Rauschumgebungen bereits entsprechende Kohärenzfunktionen bekannt sind, können diese beim Entwurf und der Evaluierung von Beamforming-Algorithmen eingesetzt werden. Von besonderer Bedeutung ist dabei das diffuse Rauschfeld, das bei unendlich vielen im Raum verteilten, unabhängigen Schallquellen entsteht [Drews 1999]. Es weist für zwei im Abstand  $d$  platzierte Mikrofone mit Kugelcharakteristik einen si-förmigen Verlauf auf [Umbach 2011]. Die si-Funktion ist die Fourier-Transformierte der Rechteckfunktion. Mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  ergibt sich die MSC zu:

$$|\gamma_{x_1 x_2}(\omega)|^2 = \left[ \frac{\sin(2\pi f \frac{d}{c})}{2\pi f \frac{d}{c}} \right]^2 = \text{si}^2 \left( 2\pi f \frac{d}{c} \right). \quad (5.13)$$

Bei nur einer aktiven Signalquelle und absoluter Rauschfreiheit beinhalten die beiden Mikrofonsignale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  unterschiedliche, „gefilterte“ Versionen des aktiven Quellsignals  $s(t)$ . Mit  $h_1(t)$  und  $h_2(t)$  als Raumimpulsantwort zwischen Schallquelle und jeweiligem Mikrophon ergibt sich im Zeitbereich:

$$x_1(t) = h_1(t) * s(t), \quad (5.14)$$

$$x_2(t) = h_2(t) * s(t). \quad (5.15)$$

Bei der Formulierung im Frequenzbereich ist die jeweilige Raumimpulsantwort  $h_i(t)$  durch die komplexwertige Übertragungsfunktion  $H_i(\omega)$  zu ersetzen. Die Faltung in (5.14) und (5.15) kann dann als Multiplikation dargestellt werden.

Somit gilt:

$$X_1(\omega) = H_1(\omega) \cdot S(\omega), \quad (5.16)$$

$$X_2(\omega) = H_2(\omega) \cdot S(\omega). \quad (5.17)$$

Dadurch folgt die MSC formuliert über das entsprechende Autoleistungsdichtespektrum  $\varphi_{ss}$  zu:

$$\begin{aligned} |\gamma_{x_1 x_2}(\omega)|^2 &= \frac{|H_1 H_2^* \varphi_{ss}|^2}{|H_1|^2 \varphi_{ss} \cdot |H_2|^2 \varphi_{ss}} \\ &= \frac{|H_1|^2 |H_2|^2 \varphi_{ss}^2}{|H_1|^2 |H_2|^2 \varphi_{ss}^2} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$= 1. \quad (5.19)$$

Tritt zusätzlich unkorreliertes Rauschen an den Sensoren auf, so ist in den Zeitsignalen ein Rauschterm  $n_i(t)$  wie folgt im Zeitbereich

$$x_1(t) = h_1(t) * s(t) + n_1(t), \quad (5.20)$$

$$x_2(t) = h_2(t) * s(t) + n_2(t), \quad (5.21)$$

respektive im Frequenzbereich

$$X_1(\omega) = H_1(\omega) \cdot S(\omega) + N_1(\omega), \quad (5.22)$$

$$X_2(\omega) = H_2(\omega) \cdot S(\omega) + N_2(\omega), \quad (5.23)$$

zu berücksichtigen. Diese Rauschterme müssen ebenfalls in der MSC berücksichtigt werden

$$|\gamma_{x_1x_2}(\omega)|^2 = \frac{|H_1 H_2^* \varphi_{ss}|^2}{(|H_1|^2 \varphi_{ss} \varphi_{n_1 n_1}) \cdot (|H_2|^2 \varphi_{ss} \varphi_{n_2 n_2})}. \quad (5.24)$$

Das Betragsquadrat der Kohärenzfunktion wird also durch das Auftreten von unkorreliertem Rauschen stets verringert. Aus diesem Grund lässt sich die Kohärenzfunktion auch als Maß zur Rauschreduktion einsetzen [Le Bouquin 1992]. Dies gilt ebenfalls bei Anwesenheit mehrerer Signalquellen, wie folgendes Gedankenexperiment zeigt.

Bei angenommener Rauschfreiheit und zwei statistisch unabhängigen, gerichteten Quellsignalen  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  nimmt das Modell der Mikrofonsignale die Form

$$x_1(t) = h_1(t) * s_1(t) + h_2(t) * s_2(t), \quad (5.25)$$

$$x_2(t) = h_3(t) * s_1(t) + h_4(t) * s_2(t) \quad (5.26)$$

an. Analog dazu, lässt sich die Formulierung im Frequenzbereich angeben zu:

$$X_1(\omega) = H_1(\omega) \cdot S_1(\omega) + H_2(\omega) \cdot S_2(\omega), \quad (5.27)$$

$$X_2(\omega) = H_3(\omega) \cdot S_1(\omega) + H_4(\omega) \cdot S_2(\omega). \quad (5.28)$$

Das Betragsquadrat der Kohärenzfunktion ergibt sich in dieser Konfiguration zu:

$$\begin{aligned}
|\gamma_{x_1 x_2}(\omega)|^2 &= \frac{|H_1 H_3^* \varphi_{s_1 s_1} + H_2 H_4^* \varphi_{s_2 s_2}|^2}{(|H_1|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |H_2|^2 \varphi_{s_2 s_2}) \cdot (|H_3|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |H_4|^2 \varphi_{s_2 s_2})} \\
&= \frac{|H_1 H_3|^2 \varphi_{s_1 s_1}^2 + [H_1 H_2^* H_3^* H_4 + H_1^* H_2 H_3 H_4^*] \varphi_{s_1 s_1} \varphi_{s_2 s_2} + |H_2 H_4|^2 \varphi_{s_2 s_2}^2}{|H_1 H_3|^2 \varphi_{s_1 s_1}^2 + [ |H_1|^2 |H_4|^2 + |H_2|^2 |H_3|^2 ] \varphi_{s_1 s_1} \varphi_{s_2 s_2} + |H_2 H_4|^2 \varphi_{s_2 s_2}^2}.
\end{aligned} \tag{5.29}$$

Wie gezeigt werden kann, unterscheiden sich Zähler und Nenner lediglich in ihren Zentraltermen  $[H_1 H_2^* H_3^* H_4 + H_1^* H_2 H_3 H_4^*]$  und  $[|H_1|^2 |H_4|^2 + |H_2|^2 |H_3|^2]$ . Für diese Terme gilt die Ungleichung:

$$[H_1 H_2^* H_3^* H_4 + H_1^* H_2 H_3 H_4^*] \leq [|H_1|^2 |H_4|^2 + |H_2|^2 |H_3|^2]. \tag{5.30}$$

Folglich nimmt das Betragsquadrat der Kohärenzfunktion auch bei Anwesenheit mehrerer gerichteter Signalquellen in den allermeisten Fällen Werte kleiner Eins an. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass die jeweilige Quelle mit unterschiedlichen, komplexen Übertragungsfaktoren in die Mikrofone einkoppelt, eine Gleichheit in (5.30) also nur bei identischen Übertragungsfunktionen erfüllt ist. Dies ist in der Realität jedoch nicht der Fall.

### 5.3 Unterdrückung inkohärenter Signale

Wie zu Beginn des Kapitels erwähnt, unterliegt die erreichbare Störsignaldämpfung für inkohärente Signale prinzipiell einer Grenze, da unkorrelierte Sensorsignale bei mehrkanaliger Signalverarbeitung direkt nur durch das Prinzip der Mittelung gedämpft werden können.

Zur Verdeutlichung sei die mehrkanalige Signalerfassung mit  $M$  Mikrofonen betrachtet, deren  $i$ -tes Mikrofonsignal dargestellt werden kann als:

$$x_i(t) = s(t) + n_i(t), \tag{5.31}$$

wobei  $s(t)$  weiterhin das Nutzsignal und  $n_i(t)$  weiterhin einen Teil des Rauschterms repräsentiert. Voraussetzung ist zudem, dass das Nutzsignal  $s(t)$  an allen Sensoren mit gleicher Amplitude und Phase anliegt. Die Addition aller Mikrofonsignale, normiert auf die Anzahl der Mikrofone, ergibt das Ausgangssignal zu

$$y(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i(t) \tag{5.32}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (s(t) + n_i(t)) \\
&= s(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(t).
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Die Leistung des Ausgangssignals berechnet sich unter der Voraussetzung der Unkorreliertheit aller Rauschsignale zu:

$$E[y^2] = \sigma_s^2 + \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sigma_{n_i}^2, \tag{5.34}$$

wobei  $\sigma_s^2$  die Signalleistung und  $\sigma_n^2$  die Rauschleistung der Eingangssignale ist. Setzt man für das Rauschen an den Sensoren jeweils die gleiche Leistung  $\sigma_n^2$  an, so vereinfacht sich Gleichung (5.34) zu:

$$E[y^2] = \sigma_s^2 + \frac{\sigma_n^2}{M}. \tag{5.35}$$

Folglich wird, bei gleicher Quellsignalleistung an Ein- und Ausgang das unkorrelierte Rauschen gedämpft mit:

$$\frac{\sigma_n^2}{\sigma_{n_y}^2} = M \quad \text{bzw. mit } 10 \log_{10} M \text{ [dB]}. \tag{5.36}$$

Der sich daraus ergebende Verlauf ist in Abb. 5.2 für bis zu 49 Sensoren dargestellt. Es wird deutlich, dass eine Verdoppelung der Anzahl an Sensoren eine Verbesserung der Störsignaldämpfung um 3 dB zur Folge hat. Für diese Art der Störsignalunterdrückung ist die Anwendungen moderner Mikrofonarrays daher besonders günstig, da auch eine hohe, erforderliche Anzahl an Mikrofonen in anwendungsspezifischer Bauform realisiert werden kann.

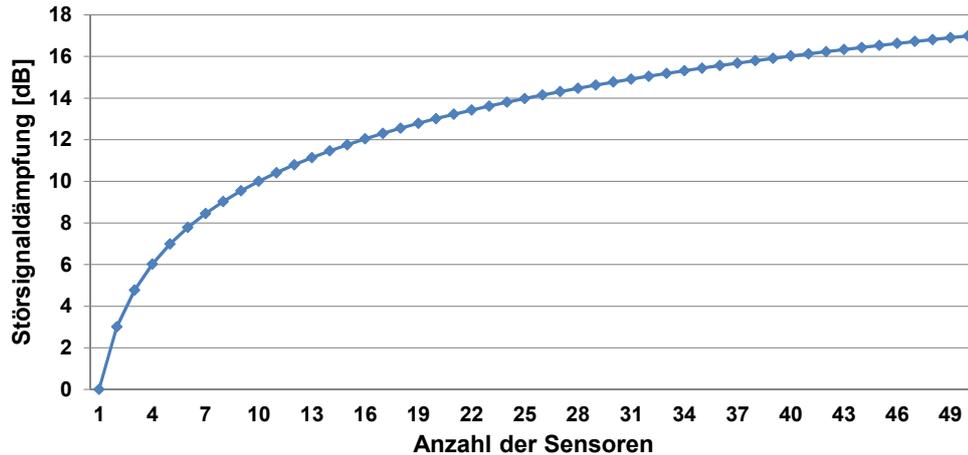


Abb. 5.2: Störsignalunterdrückung bei unkorreliertem Rauschen

Insbesondere durch eine hohe Sensoranzahl sind mehrkanalige Verfahren bei unkorreliertem Rauschen daher vorteilhaft einsetzbar. Darüber hinaus erlauben sie eine zuverlässige Schätzung des Leistungsdichtespektrums des stets korrelierten Nutzsignalanteils. Die Schätzung beruht auf der Bestimmung der Kreuzkorrelation zwischen den verschiedenen Sensorsignalen. Ausgehend vom Modell nach Gleichung (5.25) und (5.26), bei dem die Mikrofonsignale aus „gefiltertem“ Quellsignal und unkorreliertem Rauschen bestehen, liefert die Kreuzkorrelation im Frequenzbereich

$$E[X_1(\omega)X_2(\omega)] = H_1H_2^* \varphi_{ss}(\omega). \quad (5.37)$$

#### 5.4 Unterdrückung kohärenter Störsignale

Als erläuterndes Beispiel für die Unterdrückung kohärenter Störsignale soll das adaptive Filter nach Abb. 5.3 betrachtet werden. Es soll zur Rauschunterdrückung breitbandiger Signale eingesetzt werden, wobei das Messsignal  $d(t)$ , bestehend aus Quellsignal  $s(t)$  und Rauschsignal  $n(t)$ , und ein Referenzrauschsignal  $\tilde{n}(t)$  zur Verfügung stehen.

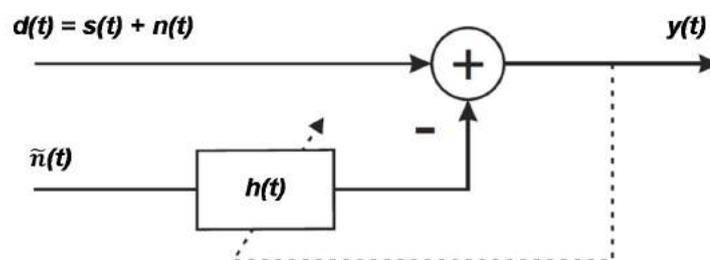


Abb. 5.3: Adaptives Filter mit Störreferenz

Das optimale Filter im Sinne des kleinsten mittleren quadratischen Fehlers ist das Wiener-Filter [Wiener 1949]:

$$\hat{H}_{opt}(\omega) = \frac{\varphi_{d\tilde{n}}(\omega)}{\varphi_{\tilde{n}\tilde{n}}(\omega)}. \quad (5.38)$$

1949 von Norbert Wiener publiziert, führt es eine optimale Rauschunterdrückung durch. Analysiert man das Verhalten des optimal adaptierten Filters während einer „Signalpause“, also bei  $s(t) = 0$ , lässt sich das Ausgangsleistungsdichtespektrum  $\varphi_{yy}(\omega)$  in Abhängigkeit der Autoleistungsdichtespektren von Messsignal  $\varphi_{dd}(\omega)$  und Referenzsignal  $\varphi_{d\tilde{n}}(\omega)$  wie folgt angeben:

$$\varphi_{yy}(\omega) = \varphi_{dd}(\omega) - H^* \varphi_{d\tilde{n}}(\omega) - H \varphi_{\tilde{n}d}^*(\omega) + |\hat{H}_{opt}(\omega)|^2 \varphi_{\tilde{n}\tilde{n}}(\omega). \quad (5.39)$$

Durch einsetzen von  $\hat{H}_{opt}(\omega)$  und anschließendes Umformen erhält man einen Zusammenhang über die Kohärenzfunktion  $\gamma$  zu:

$$\varphi_{yy}(\omega) = \varphi_{dd}(\omega) - \frac{|\varphi_{d\tilde{n}}(\omega)|^2}{\varphi_{\tilde{n}\tilde{n}}(\omega)} - \frac{|\varphi_{d\tilde{n}}(\omega)|^2}{\varphi_{\tilde{n}\tilde{n}}(\omega)} + \frac{|\varphi_{d\tilde{n}}(\omega)|^2}{\varphi_{\tilde{n}\tilde{n}}(\omega)} \quad (5.40)$$

$$= \varphi_{dd}(\omega)[1 - |\gamma_{d\tilde{n}}|^2]. \quad (5.41)$$

Bildet man das Verhältnis der Leistungsdichtespektren von Messsignal zu Ausgangssignal, so erhält man den Grad der Rauschunterdrückung  $R(\omega)$ :

$$R(\omega) = \frac{\varphi_{dd}(\omega)}{\varphi_{yy}(\omega)} \quad (5.42)$$

$$= \frac{\varphi_{dd}(\omega)}{\varphi_{dd}(\omega)[1 - |\gamma_{d\tilde{n}}|^2]} \quad (5.43)$$

$$= \frac{1}{1 - |\gamma_{d\tilde{n}}|^2}. \quad (5.44)$$

Gleichung (5.44) beschreibt die optimal erreichbare Störsignaldämpfung in Abhängigkeit der Kohärenz [M.M. Sondhi. 1966]. Daraus wird ersichtlich, dass für kohärente Signale im Idealfall eine unendliche Dämpfung bzw. eine Auslöschung erreicht werden kann. Abb. 5.4 verdeutlicht den Verlauf von  $R(\omega)$  quantitativ.

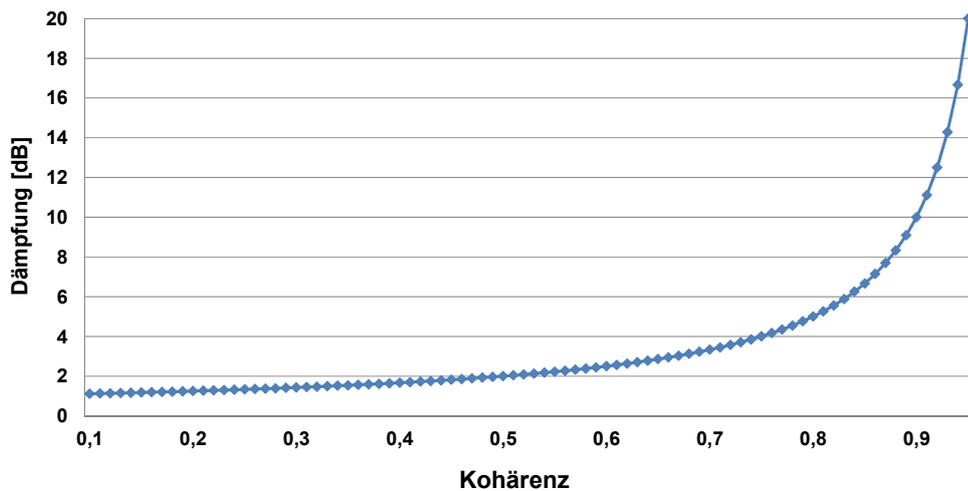


Abb. 5.4: Störsignalunterdrückung in Abhängigkeit der Kohärenz

Die alleinige Bewertung der MSC als Indikator für die erreichbare Dämpfung ist jedoch nicht ausreichend, wie nachfolgend gezeigt werden soll. Dafür sei ein Beispiel entsprechend des Modells aus Gleichung (5.25) und (5.26) mit zwei aktiven Schallquellen und den vereinfachten Filterkoeffizienten  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 0.1$ ,  $h_3 = 2$  und  $h_4 = 3$  betrachtet. Die Mikrofonsignale sind in diesem Fall gegeben als:

$$x_1(t) = 1 \cdot s_1(t) + 0.1 \cdot s_2(t), \quad (5.45)$$

$$x_2(t) = 2 \cdot s_1(t) + 3 \cdot s_2(t). \quad (5.46)$$

Entsprechend Gleichung (5.29) berechnet sich die MSC zu:

$$\begin{aligned} |\gamma_{x_1 x_2}(\omega)|^2 &= \frac{|H_1 H_3^* \varphi_{s_1 s_1} + H_2 H_4^* \varphi_{s_2 s_2}|^2}{(|H_1|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |H_2|^2 \varphi_{s_2 s_2}) \cdot (|H_3|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |H_4|^2 \varphi_{s_2 s_2})} \quad (5.47) \\ &= \frac{|1 \cdot 2 \cdot \varphi_{s_1 s_1} + 0.1 \cdot 3 \cdot \varphi_{s_2 s_2}|^2}{(|1|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |0.1|^2 \varphi_{s_2 s_2}) \cdot (|2|^2 \varphi_{s_1 s_1} + |4|^2 \varphi_{s_2 s_2})} \\ &= \frac{4 \cdot \varphi_{s_1 s_1}^2 + 1.2 \cdot \varphi_{s_1 s_1} \cdot \varphi_{s_2 s_2} + 0.09 \cdot \varphi_{s_2 s_2}^2}{4 \cdot \varphi_{s_1 s_1}^2 + 9.04 \cdot \varphi_{s_1 s_1} \cdot \varphi_{s_2 s_2} + 0.09 \cdot \varphi_{s_2 s_2}^2}. \quad (5.48) \end{aligned}$$

Mit den beispielhaft gegebenen Koeffizienten weist die MSC somit einen Wert kleiner Eins auf. Angenommen  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  stellen jeweils die Nutz- bzw. Störsignalquelle dar, so müssen die Koeffizienten der mehrkanaligen Signalverarbeitung so gewählt werden, dass

bei ungestörter Übertragung von  $s_1(t)$  das Signal  $s_2(t)$  vollständig unterdrückt wird. Aufgrund der bekannten Übertragungsfunktionen lässt sich diese Vorgabe mit dem nachfolgenden Koeffizienten-Vektor realisieren:

$$\begin{aligned} w &= \left[ \frac{H_4}{H_1 H_4 - H_2 H_3} \quad \frac{-H_2}{H_1 H_4 - H_2 H_3} \right]^T \\ &= \left[ \frac{3}{3 - 0.2} \quad \frac{-0.1}{3 - 0.2} \right]^T. \end{aligned}$$

Damit berechnet sich das Ausgangssignal  $y(t)$  zu:

$$\begin{aligned} y(t) &= w^T * x \\ &= \left[ \frac{3}{2.8} - \frac{0.1}{2.8} \right] * [x_1(t) x_2(t)]^T \\ &= \frac{3}{2.8} \cdot (s_1(t) + 0.1 \cdot s_2(t)) - \frac{0.1}{2.8} \cdot (2 \cdot s_1(t) + 3 \cdot s_2(t)) \\ &= s_1(t). \end{aligned}$$

An diesem Beispiel wird zum einen das Prinzip der mehrkanaligen Störgeräuschunterdrückung gerichteter Signale deutlich. Die hohe Störsignaldämpfung wird durch die Auslöschung einzelner Quellen erreicht. Zum anderen lässt sich feststellen, dass trotz verringerter Kohärenz eine maximale Störsignaldämpfung erreicht werden kann. Die Ursache für die verringerte Kohärenz bzw. MSC ist, dass diese stets zwischen den Sensorsignalen berechnet wird, also immer nur die gesamte Überlagerung der einzelnen Signalquellen in die Berechnung bzw. in die Messung einfließt. Für die Beurteilung der erreichbaren Störsignaldämpfung ist jedoch vielmehr entscheidend, ob die einzelnen Komponenten des Signalgemisches an den Sensoren kohärent auftreten. Erst dann kann davon ausgegangen werden, dass eine Übertragungsfunktion zwischen den Sensoren existiert, deren Kenntnis die vollständige Auslöschung einer einzelnen Komponente ermöglicht. Für gerichtet einfallende Signale ist diese Bedingung im Allgemeinen erfüllt.

## 5.5 Generalisierte Kreuzkorrelation

Es existieren vielfältige Anwendungen, für die es von Bedeutung ist, Zeitverzögerungen zwischen Sensoren zu bestimmen, eine davon ist das Beamforming. Zum Zweck der Bestimmung dieser Zeitverzögerungen (time delay estimation), werden in der Signalverarbeitung verschiedene Schätzverfahren angewandt. Zu ihnen gehören sogenannte „least mean square filter“ (LMS), „Maximum Likelihood“-Schätzer (ML) sowie Modifikationen der Kreuzkorrelation. Aufgrund ihrer Ähnlichkeit zur Kreuzkorrelation wird eine Untergruppe dieser Verfahren

als generalisierte Kreuzkorrelationen, englisch: "Generalized cross correlation," (GCC) bezeichnet. Diese Methoden, deren primäres Ziel die Schätzung von Zeitverzögerungen ist, beabsichtigen jedoch, ähnlich wie die Methoden der „Spectral Estimation“, ebenfalls den Einfluss des Rauschens und der endlichen Beobachtungszeit auf die Güte der Schätzung zu verringern [DiBiase 2000]. Daher soll es im nachfolgenden Abschnitt darum gehen, sich eben diese Eigenschaften bei der mehrkanaligen Störunterdrückung, beim Beamforming, zu Nutze zu machen.

Es sei erneut ein Modell zur besseren Vorstellung angenommen. Sei  $s_1(t)$  ein einfallendes Signal an zwei räumlich getrennten Sensoren, so können die Sensorsignale in Anwesenheit eines zusätzlichen Rauschens  $n_i(t)$  mathematisch ausgedrückt werden als:

$$x_1(t) = s_1(t) + n_1(t), \quad (5.49)$$

$$x_2(t) = \alpha s_1(t + D) + n_2(t), \quad (5.50)$$

mit der Zeitverzögerung  $D$  und der Dämpfungskonstanten  $\alpha$ . Seien  $s_1(t)$ ,  $n_1(t)$  und  $n_2(t)$  stationäre Zufallsprozesse,  $s_1(t)$  sei zu  $n_1(t)$  und  $n_2(t)$  unkorreliert [Nuttall 1974], dann lässt sich ihre Kreuzkorrelation analog zu (5.6) als Erwartungswert der Eingangssignale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  formulieren als:

$$\varphi_{x_1 x_2}(\tau) = E[x_1(t) \cdot x_2(t - \tau)]. \quad (5.51)$$

Wie bereits einleitend erwähnt, ist die Berechnung der Kreuzkorrelation eine Methode, um sowohl die Zeitverzögerung  $D$ , als auch den Einfallswinkel relativ zur Sensorachse bestimmen zu können. Aufgrund einer endlichen Beobachtungszeit kann jedoch nur eine Schätzung der Zeitverzögerung  $\hat{D}$  erreicht werden. Das Blockdiagramm eines Algorithmus zur Bestimmung der geschätzten Zeitverzögerung nach Knapp et al. ist in Abb. 5.5 dargestellt.

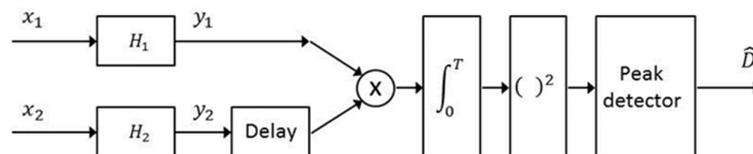


Abb. 5.5: Time delay estimator model [Knapp 1976]

Um die Genauigkeit der Schätzung zu erhöhen, werden die Eingangssignale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  vor der Integration durch die Filterglieder  $H_1$  und  $H_2$  gefiltert. Die resultierenden  $y_i$  werden solange für eine Reihe von Verzögerungen  $\tau$  multipliziert, integriert und quadriert, bis eine Überhöhung erhalten werden kann. Die zeitliche Verschiebung, welche die Überhöhung verursacht, ist die geschätzte Zeitverzögerung  $\hat{D}$  [Knapp 1976]. Für  $H_1 = H_2 = 1$  ist die Schätzung für  $\hat{D}$  schlicht das Maximum der Kreuzkorrelation bezüglich der  $x_i$ . Der Gedanke der Generalisierung der Kreuzkorrelation basiert auf der Variation der Filterung durch die  $H_1$  und  $H_2$ .

Das Kreuzleistungsdichtespektrum der Filterausgänge lässt sich bezogen auf das Schätzmodell (Abb. 5.5) ausdrücken als:

$$\varphi_{y_1 y_2}(f) = H_1(f) H_2^*(f) \varphi_{x_1 x_2}(f), \quad (5.52)$$

womit sich die generalisierte Kreuzkorrelation zwischen  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  definieren lässt als:

$$\varphi_{y_1 y_2}^{(g)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_g(f) \varphi_{x_1 x_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (5.53)$$

mit  $\psi_g(f) = H_1(f) H_2^*(f)$  als der generalisierten Frequenzgewichtung (Gewichtungsfaktor).

Im Fokus des Interesses steht die Wahl eines optimalen Gewichtungsfaktors  $\psi_g(f)$ . Es kann gezeigt werden, dass die Optimierung des Gewichtungsfaktors  $\psi_g(f)$  gezielt hinsichtlich der Verbesserung bestimmter Leistungsmerkmale verwendet werden kann [Hannan 1971], [Jenkins 1968], [Knapp 1966]. Auf zwei dieser Optimierungsansätze, das sogenannten „Smoothed Coherence Transform“ (SCOT) und das sogenannten „Phase Transform“ (PHAT), welche im Hinblick auf ihre mehrkanalige Störunterdrückung als besonders vorteilhaft anzusehen sind, soll daher nachfolgend genauer eingegangen werden.

Die SCOT-Bewertung gewichtet die spektrale Leistungsdichte beider Eingangssignale wie folgt:

$$\psi_{SCOT}(f) = \frac{1}{\sqrt{\varphi_{x_1 x_1}(f) \varphi_{x_2 x_2}(f)}}. \quad (5.54)$$

Bezogen auf unser Modell kann die Transformation nach Carter et al. als sogenannter „Pre-Whitening-Filter“ bezogen auf die Eingangssignale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  mit einer anschließenden Kohärenzbildung interpretiert werden [KNAPP 1976]. Das Pre-Whitening hat dabei die Aufgabe, den Pegel farbiger Störsignale zu unterdrücken (wenn möglich auf das Pegelniveau des Rauschens) [Ludloff 2002]. Die SCOT-Bewertung ist somit als ein erweiterter Kohärenzfilter zu betrachten.

Dementsprechend gewichtet sie Frequenzen, an denen ein korreliertes Signal (z.B. ein Rauschen) stark ausgeprägt ist mit einem Wert nahe Null, Frequenzen hingegen an welchen ein unkorreliertes Signal schwach ausgeprägt ist, mit einem höheren Wert.

Eine weitere Methode für die Wahl des Gewichtungsfaktors  $\psi_g(f)$ , welche vor allem im Bereich der Sprachlokalisierung zum Einsatz kommt [DiBiase 2000], ist „Phase Transform“. Analog zur SCOT-Bewertung versucht man bei dieser ebenfalls durch eine Normierung der Amplitude ein alternatives „Pre-Whitening“ durchzuführen, so dass der Gewichtungsfaktor ausgedrückt werden kann als:

$$\psi_{PHAT}(f) = \frac{1}{|\varphi_{x_1x_2}(f)|}. \quad (5.55)$$

Unter idealen Bedingungen des angenommenen Modells ist die PHAT-Bewertung robust gegenüber eines Aufweitungseffekts des Maximums, was bezogen auf die Cross Spectral Matrix (CSM) einer Verbreiterung der Hauptkeule gleichkommt, der geschätzten Zeitverzögerung  $\hat{D}$  [Knapp 1976] und erreicht so auch eine präzise Schätzung für diese respektive die angestrebte Verbesserung des Signal-Rausch-Abstands (SNR). Der Bewertungsversuch kann jedoch dann scheitern, wenn  $\varphi_{x_1x_2}(f)$  in einem Frequenzbereich Null ist, so dass die Phase undefiniert bleibt.

An dieser Stelle soll erwähnt sein, dass die Formulierungen der SCOT- und PHAT-Bewertung (Gleichung (5.54) und (5.55)) bezogen auf das „Time delay estimator model“ (Abb. 5.5) natürlich Gültigkeit besitzen. Die Umsetzung dieser GCC-Varianten auf die CSM, welche ein wichtiges Teilziel dieser Arbeit ist, erfolgt durch die Anwendung des entsprechenden, frequenzspezifischen Gewichtungsfaktors auf jedes Element der CSM. Die umgesetzten Modifikationen der „klassischen“ Formulierungen für die SCOT- und die PHAT-Bewertung sollen im Folgenden eingeführt werden.

So lautet die modifizierte Formulierung der SCOT-Bewertung für die Anwendung auf die CSM:

$$\mathbf{C}_{nm,SCOT} = \frac{\mathbf{C}_{nm}}{\sqrt{(\mathbf{A}_{nn} \cdot \mathbf{A}_{mm})}}, \quad (5.56)$$

wobei  $\mathbf{C}_{nm}$  die Kreuzspektralmatrix und  $\mathbf{A}_{nn}$  und  $\mathbf{A}_{mm}$  die Vektoren der Diagonalelemente der zugehörigen Autospektren sind. Analog lässt sich die modifizierte Formulierung der PHAT-Bewertung ausdrücken als:

$$\mathbf{C}_{nm,PHAT} = \frac{\mathbf{C}_{nm}}{|\mathbf{C}_{nm}|}, \quad (5.57)$$

Als Ergebnis führen die PHAT- und die SCOT-Bewertung im Allgemeinen zu einer besseren Schätzung einer einfallenden Schallquelle [Nau 2015-1]. Dabei sind die GCC-Methoden rechnerisch effizient. Sie induzieren sehr kurze Entscheidungsverzögerungen und damit eine echtzeittaugliche Schätzung. Die GCC-Verfahren sind hinsichtlich leicht und mäßig halligen Umgebungen gut untersucht [Benesty 2008]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die hier behandelten GCC-Methoden zur Anwendung auf die Kreuzspektralmatrix erweitert, um ihr Potential hinsichtlich der Lokalisierungsverbesserung in mäßig und stark halligen Umgebungen zu untersuchen.

## 6 Mikrofonarrays

Der Inhalt dieses Kapitels stellt in den ersten Unterkapiteln die Grundlagen der Array-Technik und deren wichtigste Eigenschaften in kompakter Form dar. In Unterkapitel 6.7 soll dann explizit auf die in dieser Arbeit ausschließlich verwendeten sphärischen Mikrofonarrays eingegangen und die Vor- sowie Nachteile offener und geschlossener Arraykonfigurationen im Hinblick auf die Untersuchungsumgebung Fahrzeuginnenraum diskutiert werden. Darüber hinaus begründet es die Entscheidung zugunsten der in dieser Arbeit verwendeten offenen Arraykonfigurationen.

Der Begriff der Sensorarrays d.h. der Zusammenschaltung einer unbestimmten Anzahl von Sensoren zu einer vorteilhaften Anordnung, ist seit geraumer Zeit ein fester Bestandteil der Radar- und Sonartechnik. Diese, zumeist räumlich festen, Anordnungen aktiver Sensorelemente dienen durch Ausbildung einer vorhersagbaren Richtcharakteristik der Ortung von Signalen. In der Akustik dienen Mikrofonarrays ebenfalls der räumlichen Erfassung von Signalen durch Abtastung des Schallfeldes an diskreten Stellen im Raum. Im Falle der Mikrofonarrays handelt es sich im Gegensatz zu Arrays in der Radartechnik um passive Elemente (Mikrofone), welche das Schallfeld abtasten. Je nach Einsatzszenario und Zielsetzung sind vielfältige ein- bzw. mehrdimensionale Konfigurationen von Mikrofonarrays zweckmäßig [Johnson und Dudgeon 1993]. Durch die räumlich diskrete Abtastung, die Eigenschaften der verwendeten Sensoren und deren Anordnung sowie einer Vielzahl weiterer Merkmale wird die Aufnahme des Wellenfeldes über ein Mikrofonarray bestimmt. Ein wesentlicher Aspekt der Leistungsfähigkeit eines Beamforming-Systems ist somit bereits vorgegeben, bevor es überhaupt zu einer Signalverarbeitung im Sinne des Beamformings kommt. Nicht ohne Grund spricht man daher bei der gezielten Abstimmung der Eigenschaften der Arrayhardware vom sogenannten Array Design. Aufgrund der Bedeutung für das Gesamtkonzept eines Beamforming-Systems sollen nachfolgend auf die wesentlichen Eigenschaften von Mikrofonarrays eingegangen werden.

Da in der vorliegenden Arbeit insbesondere die räumliche Abtastung des Schallfeldes mit Hilfe eines sphärischen Arrays im Vordergrund steht, wird diese Arraykonfiguration nachfolgend separat beleuchtet. Den Einstieg und die Herleitung der wesentlichen Begrifflichkeiten in der Mikrofonarraytechnik wird aus Gründen der Übersichtlichkeit jedoch an einem Linienarray dargestellt.

### 6.1 Linienarray und Steering-Vektor

Für die Herleitung der mehrkanaligen Signalerfassung an einem Linienarray seien folgende Voraussetzungen erfüllt:

- Die Sensorelemente (Mikrofone) sind äquidistant verteilt.
- Die Anordnung der Mikrofone verläuft entlang der X-Achse.
- Das Array befindet sich im idealen Freifeld (keine Störeinflüsse, keine Dämpfung).

- Das Array befindet sich im Fernfeld von (einer) Quelle(n), d.h. Einfall einer ebenen Welle.

Abb. 6.1 zeigt ein Array-Szenario, welches den oben genannten Voraussetzungen entspricht.

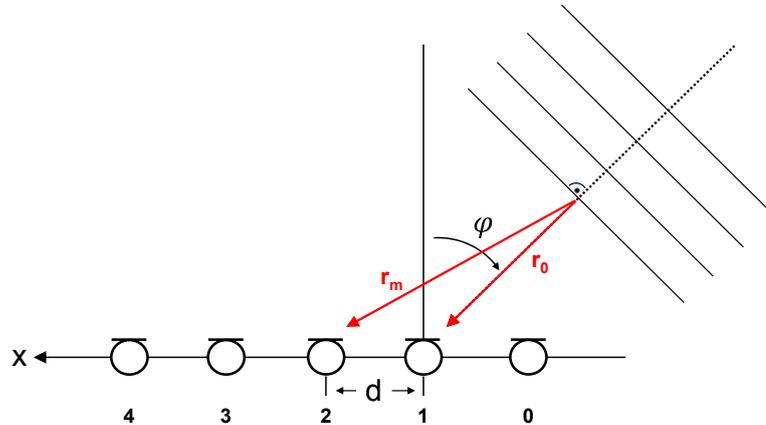


Abb. 6.1: Einfall einer ebenen Welle auf ein äquidistantes Linienarray

Die Ausbreitung der propagierenden, ebenen Welle kann bezüglich des dargestellten Linienarrays im Wellenzahl-Frequenzbereich wie folgt formuliert werden:

$$k_x = |k| \sin(\varphi) = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\varphi). \quad (6.1)$$

Da man sowohl bei der Quelllokalisierung durch das Beamforming, als auch bei der mehrkanaligen Störunterdrückung lediglich auf die Signal- und insbesondere Laufzeitunterschiede zwischen den einzelnen Sensorelementen angewiesen ist, wird die Erfassung einer einfallenden Welle mit Hilfe eines Mikrofonarrays häufig in Bezug auf einen Referenzsensor formuliert.

Für das Referenzmikrofon (Mikrofon 1), welches in diesem Fall im Koordinatenursprung liegt, kann eine Amplitude von  $A = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  angenommen werden. Daraus folgt für die einfallende Welle:

$$s(x = 0, t = 0) = e^{j\omega \cdot 0} = 1. \quad (6.2)$$

Im Vergleich dazu befindet sich Mikrofon 2 um den Abstand  $d$  in x-Richtung versetzt. Die Welle muss also an der Stelle  $x = d$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  der Gleichung

$$s(x = d, t = 0) = e^{j(\omega \cdot 0 - k_x \cdot d)}$$

$$\begin{aligned}
&= e^{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\sin(\varphi)} \\
&= e^{-j\omega\frac{d}{c}\sin(\varphi)} \tag{6.3}
\end{aligned}$$

entsprechen.

Bezogen auf das Referenzmikrofon (Mikrofon 1) weist die einfallende Welle an der Position des Mikrofons 2 einen Phasenversatz entsprechend (6.3) auf. Bei Einsatz omnidirektionaler Mikrofone lassen sich diese sogenannten Phasenfaktoren zur Modellbildung nutzen [Van Trees 2002]. Für eine Anzahl von  $M$  Mikrofonen ergeben sich die entsprechenden Phasenfaktoren zu:

$$s_k(\omega, \varphi) = e^{-j\omega\frac{d_k}{c}\sin(\varphi)}, \tag{6.4}$$

mit  $k = 1 \dots M$  und  $d_k = (k - 1) \cdot d$ . Diese lassen sich zu einem sogenannten Steering-Vektor

$$\vec{g}(\omega, \varphi) = [1, s_2(\omega, \varphi), \dots, s_M(\omega, \varphi)]^T \tag{6.5}$$

zusammenfassen. Der Steering-Vektor  $\vec{g}(\omega, \varphi)$  fasst die die Antwort des Arrays auf räumliche Wellen zusammen und kann somit zur Berechnung des sogenannten Beam- bzw. Arraypattern oder für die Formulierung von Randbedingungen bei adaptiven Beamformern verwendet werden.

Unter der Annahme, dass der fokussierte, virtuelle Raumpunkt des Beamformers mit dem Quellort übereinstimmt, kann (6.4) wie folgt umformuliert werden:

$$s_k(\omega, \varphi) = e^{-j\omega\Delta_m}, \tag{6.6}$$

$$\Delta_m = \frac{\vec{\varepsilon}(r_0 - r_m)}{c}. \tag{6.7}$$

Gleichung (6.7) bezeichnet den Laufzeitunterschied, der sich durch die vektorielle Abstandsdifferenz eines beliebigen Mikrofons  $m$  zum Referenzmikrofon im Koordinatenursprung ergibt.  $\varepsilon$  bezeichnet in diesem Fall den Einheitsvektor. Der Schreibweise neuerer Literatur geschuldet, welche bis heute keine einheitliche Terminologie aufweist, wird der Steering-Vektor nachfolgend in Matrixschreibweise als  $\mathbf{g}$  bezeichnet.

## 6.2 Aperturfunktion

Spricht man im Zusammenhang mit Mikrofonarrays von der sogenannten Apertur, so meint man die Fläche beziehungsweise das Volumen, welches von der Arraygeometrie umspannt

wird. Im Gegensatz zu einer idealen, kontinuierlichen Apertur, besitzt ein Mikrofonarray unter anderem durch seine diskreten Sensorpositionen und seine räumlich endliche Ausdehnung eine sogenannte Aperturfunktion. Die Aperturfunktion  $w(\vec{x})$  beinhaltet zwei wesentliche Informationen der Apertur. Zum einen gibt sie die räumliche Ausdehnung (Größe und Form) des Arrays wieder, zum anderen repräsentiert sie die relative Gewichtung, welche Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann, des Wellenfeldes innerhalb der Apertur. Das durch ein Mikrofonarray erfasste respektive abgetastete Wellenfeld kann also auch immer als eine Faltung des Wellenfeldes mit der Aperturfunktion verstanden werden, welche sich im Zeitbereich ausdrücken lässt als [Johnson und Dudgeon 1993]:

$$z(\vec{x}, t) = w(\vec{x}) f(\vec{x}, t), \quad (6.8)$$

mit  $f(\vec{x}, t)$  als der ursprünglichen Funktion des Wellenfeldes und  $z(\vec{x}, t)$  als der durch das Array erfassten Funktion des Wellenfeldes.

### 6.3 Aperture smoothing function

Wird ein an den Mikrofonen erfasstes Wellenfeld  $z(\vec{x}, t)$  Fourier-transformiert, so erhält man:

$$Z(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} W(\vec{k} - \vec{l}) F(\vec{l}, \omega) d\vec{l}. \quad (6.9)$$

Dabei ist  $Z(\vec{k}, \omega)$  die Faltung im Wellenzahl-Frequenzbereich zwischen der Fourier-Transformierten des Wellenfeldes  $F(\vec{k}, \omega)$  und der sogenannten „aperture smoothing function“ beziehungsweise der sogenannten Glättungsfunktion [Johnson und Dudgeon 1993]

$$W(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{x}) e^{i\vec{k}\vec{x}} d\vec{x}. \quad (6.10)$$

Die Faltung drückt hier aus, dass das Spektrum des Wellenfeldes durch den Kern  $W(\vec{k})$  geglättet wird, wenn das Wellenfeld durch die Apertur erfasst wird. Um diese Vorstellung etwas greifbarer zu machen, kann man sich diesen Effekt analog zu einem eindimensionalen, zeitlichen Signal  $s(t)$  vorstellen, welches während einer nur kurzen Beobachtungszeit gefenstert wird. Ähnlich verhält es sich bei einem Wellenfeld, welches durch eine räumliche Apertur beobachtet wird. Für eine genauere Auseinandersetzung mit Glättungseffekten von Aperturfunktionen sei auf [Johnson und Dudgeon 1993] und [Van Trees 2002] verwiesen.

### 6.4 Aperturfunktion und Rayleigh Kriterium

Wie bereits eingangs erwähnt, lässt sich eine fortlaufende Welle, bedingt durch die räumlich diskrete Anordnung der Mikrofone des Arrays, nicht kontinuierlich erfassen, sondern muss abgetastet werden. Dieser Prozess weist große Ähnlichkeit zur Abtastung im Zeitbereich auf [Van Trees 2002]. So lassen sich, analog zur Fensterung von Zeitsignalen, unterschiedliche Sensorgewichtungen anwenden, deren spektrale Eigenschaften, wie Breite der Hauptkeule

und Dämpfung der Nebenkeulen, sich in diesem Fall auf die mehrdimensionale räumliche Fourier-Transformierte auswirken.

Im Allgemeinen besitzt eine Apertur mit einer großen räumlichen Ausdehnung eine schmale Glättungsfunktion  $W(\vec{k})$ , welche zu einer geringen spektralen Glättung führt. Daraus ist zu schließen, dass die räumliche Ausdehnung einer Apertur die Auflösung bedingt, mit der zwei ebene Wellen getrennt werden können. Je größer die Apertur ist, desto schärfer kann diese in beliebige Raumrichtungen fokussieren [Van Trees 2002]. Versteht man die Glättungsfunktion als räumliches Filter, so kann die Hauptkeule als Durchlassbereich der Filterfunktion, die Nebenkeulen als Dämpfungsbereich der Filterfunktion interpretiert werden. Die Hauptkeulenbreite ist also ein Maß dafür, wie gut zwei unabhängig voneinander einfallende Wellen durch die jeweilige Apertur voneinander getrennt werden können.

Betrachtet man die Fähigkeit der Quellentrennung einer Apertur ebenfalls als Maß für seine Auflösung, so ist das Rayleigh Kriterium als Merkmal der Apertur heranzuziehen, welches als räumliches Abtasttheorem verstanden werden kann. [Lerch 2009]. Es besagt, dass zwei inkohärente ebene Wellen, welche aus zwei leicht unterschiedlichen Richtungen auf die Apertur einfallen, genau dann noch abgebildet werden können, wenn das Maximum der Hauptkeule der Glättungsfunktion der ersten Welle auf die erste Nullstelle der Glättungsfunktion der zweiten Welle fällt [Johnson und Dudgeon 1993]. Stellen wir uns hierzu eine einfallende ebene Welle einer bestimmten Richtung vor, so kann diese im Wellenzahl-Frequenzbereich ausgedrückt werden als [Johnson und Dudgeon 1993]:

$$F(\vec{k}, \omega) = S(\omega)\delta(\vec{k} - \omega\vec{\alpha}), \quad (6.11)$$

mit  $S(\omega)$  als der Fourier-Transformierten des einfallenden Wellenfeldes  $s(t)$ ,  $\delta(\vec{k})$  des dreidimensionalen Impulses, der hier als idealisierte „apertur smoothing function“ gelten soll und dem aus (2.13) bekannten „Slowness-Vektor“  $\vec{\alpha}$ . Durch einsetzen in (7.2) erhält man

$$Z(\vec{k}, \omega) = S(\omega)W(\vec{k} - \omega\vec{\alpha}). \quad (6.12)$$

An Gleichung (6.12) ist zu erkennen, dass wenn der Wellenzahlvektor  $\vec{k}$  einem  $\omega$ -Vielfachen des Slowness-Vektors  $\vec{\alpha}$  entspricht, gilt:

$$Z(\omega\vec{\alpha}^0, \omega) = S(\omega)W(\vec{0}). \quad (6.13)$$

In diesem Fall entspricht die mögliche Auflösung der kleinsten Wellenzahl, aus der  $W(\vec{0})$  resultiert, respektive der halben Hauptkeulenbreite [Johnson und Dudgeon 1993].

## 6.5 Räumliche Abtastung und Grating Lobes

Erinnert man sich an die Darstellung des Linienarrays mit den Mikrofonabständen  $d$  (Abb. 6.1), so ist zu erkennen, dass das räumliche Spektrum einer abgetasteten Welle genau bei Vielfachen von  $2\pi/d$  periodische Fortsetzungen aufweist, die Hauptkeule des Linienarrays besitzt dann eine Breite von  $4\pi/d$ . Die Fortsetzungen im sichtbaren Bereich des Spektrums können also genau dann auftreten, wenn das sogenannte räumliche Abtasttheorem

$$d < \frac{\lambda_{f_{max}}}{2} = \frac{c}{2f_{max}} \quad (6.14)$$

verletzt ist [Van Trees 2002].  $f_{max}$  bezeichnet hier die höchste im Signal enthaltene Frequenz.

Die bei Verletzung dieses Theorems in den sichtbaren Bereich wandernden Wiederholungen der Hauptkeule des periodischen Spektrums werden als „Grating Lobes“ bezeichnet. Sie haben die gleiche Amplitude wie die ursprüngliche Hauptkeule und bewirken, dass sich Signale aus der jeweiligen Einfallsrichtung nicht von Signalen aus der Hauptrichtung unterscheiden lassen. Für die Verarbeitung breitbandiger Signale mit Beamformern müssen die Sensorabstände Gleichung (6.14) entsprechen, um eine ausreichende räumliche Signalabtastung hoher Frequenzen zu gewährleisten. Die Verteilung nach (6.14) kann jedoch bei tiefen Frequenzen auch umgekehrt dazu führen, dass es zu einer Art „räumlicher Überabtastung“ kommt und somit Wellen trotz verschiedener Einfallsrichtungen nicht unterscheidbar sind. Aus diesem Grund existieren Ansätze für Breitband-Beamformer, welche frequenzabhängig unterschiedliche Sensorabstände nutzen [Van Trees 2002] [Benesty 2008].

Wendet man die Eigenschaften der „aperture smoothing function“ als räumliches Filter auf die Ausbildung der Nebenkeulen an, so repräsentiert die Höhe der Nebenkeulen die Fähigkeit der Apertur Rauschsignale zu unterdrücken. Durch Differenzieren der „aperture smoothing function“ erhält man den Ort und die Höhe der höchsten Nebenkeule [Lerch 2009].

## 6.6 Aliasing

In der Arraytechnik sind sowohl das zeitliche- als auch das räumliche Aliasing von Bedeutung, daher sollen diese Begriffe nachfolgend differenziert werden.

Eine Schwingung kann anhand von weniger als zwei Punkten nicht mehr eindeutig identifiziert werden. Mathematisch korrekt ist dies im sogenannten Nyquist-Theorem formuliert [Meyer 2014]. Diese Frequenz wird daher auch Nyquist-Frequenz genannt. Spektralanteile oberhalb der Nyquist-Frequenz können also mit Hilfe einer Fourier-Transformation nicht von den entsprechenden Anteilen unterhalb unterschieden werden. Die errechneten Amplituden ergeben sich aus der Überlagerung beider Frequenzen. Aus diesem Grund muss bei der zeitlichen Abtastung von beliebigen Signalen stets darauf geachtet werden, dass oberhalb

der Nyquist-Frequenz keine signifikanten Signalanteile liegen. Dies wird im Allgemeinen mit Tiefpass-Filtern verwirklicht, die alle Frequenzen oberhalb einer Eckfrequenz abdämpfen [Guidati 2005]. Ein Signal, das oberhalb der Nyquist-Frequenz keine Anteile besitzt, wird durch das komplexe Fourier-Spektrum vollständig und eindeutig beschrieben. Die Transformation ist umkehrbar.

Die Struktur des räumlichen Aliasing ist neben der höchsten im Signal vorhandenen Frequenz (vgl. 6.5) ebenfalls von der Signalform abhängig. Breitbandige Signale einerseits und sinusförmige Signale andererseits stellen die Extremfälle dar. Während sich bei breitbandigen Signalen bzw. nicht-periodischen Signalen die interferierenden Aliasing-Muster in der Regel auslöschen, sind bei sinusförmigen Signalen die „Aliasing-Muster“ stark ausgeprägt [Dmochowski 2009]. Die Grenzfrequenz, bei der gerade noch kein räumliches Aliasing auftritt, berechnet sich nach Gleichung (6.14).

## 6.7 Sphärische Arrays

Die Abtastung der räumlichen Schalldruckverteilung, insbesondere der eines Fahrzeuginnenraums, nimmt in der vorliegenden Arbeit eine zentrale Rolle ein. Eine räumliche Schallfelderfassung mit Hilfe eines Mikrofonarrays kann ohne weiteres (z.B. die Bewegung eines ebenen Arrays und anschließende Signalverarbeitung) nur durch eine ebenfalls räumliche Apertur erfolgen [Johnson und Dudgeon 1993]. Für diesen Zweck bietet eine sphärische Mikrofonanordnung verschiedene Vorteile, welche nachfolgend erörtert werden. Die Untersuchungen dieser Arbeit wurden daher mit sphärischen Mikrofonarrays verschiedener Aperturdurchmesser und Mikrofonanzahlen durchgeführt. Schließlich soll in diesem Kapitel diskutiert werden, ob und unter welchen Bedingungen eine offene oder eine geschlossene sphärische Anordnung für die Untersuchung eines geschlossenen Raums als vorteilhaft anzusehen ist.

Sphärische Arrays bieten gegenüber den ebenen Anordnungen (beispielsweise linearen oder kreisförmigen) insbesondere zwei grundsätzliche Vorteile [Rafaely 2015]:

- Eine kugelförmige Anordnung, ist durch ihre rotationssymmetrische Form ideal für die Anwendung einer räumlichen Filterung oder des Beamformings geeignet, da diese Techniken entworfen sind, um Quellen aus beliebigen Raumrichtungen effektiv zu verstärken oder zu dämpfen.
- Verarbeitung und Analyse des Arrays können sowohl in Zeit- und Frequenzbereich als auch in der Spherical Harmonics-Domäne (SH), welche der Fourier-Raum der Kugel ist, formuliert werden. Diese Formulierung erleichtert die Verwendung effizienter, „kugelbezogener“ Algorithmen (sogenannter Eigenbeamformer) und eine umfangreiche akustische Modellierung, auf die in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht näher eingegangen werden kann.

Um eine räumliche Abtastung eines Schallfeldes mit Hilfe eines Kugelarrays zu erreichen, können unterschiedliche Verfahren von Abtastungsfunktionen (abhängig von der Mikrofonverteilung auf der Kugeloberfläche) angewandt werden, wie beispielsweise das sogenannte

equal-angle sampling, das Gaussian sampling oder das uniform sampling. Sie unterscheiden sich im Wesentlichen durch ihre Fähigkeit einer erleichterten Berechnung der sphärischen Fourier-Transformation im Falle sogenannter ordnungsbegrenzter Funktionen (order-limited functions). Für eine detaillierte Betrachtung und Diskussion der Abtastung einer Kugel sei auf [Rafaely 2015] sowie [Meyer und Elko 2004] verwiesen.

Die räumliche Abtastung bildet die Grundlage für die Berechnung des Schalldrucks auf der Oberfläche einer Kugel, gegeben durch die Messungen eines Mikrofonarrays. Eng verbunden mit der Frage der räumlichen Abtastung auf der Kugeloberfläche ist die der Abtastung des Wellenfeldes in direkter Umgebung der Sphäre. In diesem Fall, führt die Verteilung omnidirektionaler Mikrofone auf der Oberfläche einer einfachen Kugelanordnung im Freifeld aufgrund der Nullstellen in der sphärischen Bessel-Funktion unter Umständen nicht zu einer präzisen Zerlegung des umgebenden Schallfelds z.B. in ebene Wellen [Meyer und Elko 2004]. Bezüglich dieser Gegebenheit ist die Wahl eines offenen oder eines geschlossenen Kugelarrays von zentraler Bedeutung. Aufgrund dessen werden diese Konfigurationen im Folgenden gegenübergestellt.

Das geschlossene Kugelarray besitzt gegenüber der offenen Konfiguration bezüglich der Nullstellen in der sphärischen Bessel-Funktion einen entscheidenden analytischen Vorteil. Nach der Helmholtz-Gleichung ist ein Schallfeld eindeutig beschrieben, wenn Schalldruck und Schallschnelle bezüglich einer geschlossenen (Ober-)Fläche bekannt sind [Morse und Ingard 1986].

Die Kenntnis dieser Größen erlaubt es, das Schallfeld innerhalb und außerhalb dieser Fläche zu bestimmen, solange sich weder Quellen noch Hindernisse in dem zu rekonstruierenden Volumen befinden. Daraus folgt, dass Schalldruck und die Teilchengeschwindigkeit nur auf einer geschlossenen Oberfläche bestimmt werden müssen, um alle Informationen des umgebenden Schallfeldes zu erhalten. Da jedoch in der Realität sowohl eine geschlossene als auch eine offene Arraykonstruktion lediglich aus einer Anordnung von Schalldrucksensoren besteht, ist die radiale Partikelgeschwindigkeit nur bei der geschlossenen Kugel bekannt. Diese ist an der Oberfläche der geschlossenen Kugel mit dem Radius  $r_a$  gleich Null, so dass für die radiale Partikelgeschwindigkeit gilt:

$$u_r(k, r_a, \vartheta, \varphi) = 0 .$$

Das umgebende Schallfeld kann als Superposition aus den einfallenden- und den durch die Oberfläche des Arrays gestreuten Schallfeldanteilen beschrieben werden. Es soll somit für die Summe beider Druckkomponenten  $p = p_i + p_s$  und die Summe beider Geschwindigkeitskomponenten  $u_r = u_{ri} + u_{rs}$  gelten. Schalldruck und Schallschnelle sind über die Euler-Gleichung miteinander verbunden, die in sphärischen Koordinaten ausgedrückt werden kann als:

$$i \rho_0 c k u(k, r, \vartheta, \varphi) = \nabla p(k, r, \vartheta, \varphi). \quad (6.15)$$

Verwendet man nun die Ausdrücke für den resultierenden Druck  $p$  und die resultierende radiale Partikelgeschwindigkeit  $u_r$  so erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial r} [p_i(k, r, \vartheta, \varphi) + p_s(k, r, \vartheta, \varphi)]|_{r=r_a} = 0. \quad (6.16)$$

Diese Zusammenhänge sollen am Beispiel einer ebenen, auf das geschlossene Kugelarray in bekannter Richtung  $(\vartheta_k, \varphi_k)$  einfallenden Welle ausgeführt werden. Für diese soll gelten [Rafaely 2015]:

$$p(k, r, \vartheta, \varphi) = e^{-ik \cdot r} = e^{ik \cdot r} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n 4\pi i^n j_n(kr) [Y_n^m(\vartheta_k, \varphi_k)]^* Y_n^m(\vartheta, \varphi). \quad (6.17)$$

Es kann gezeigt werden, dass für die einfallenden Schalldruckanteile

$$p_i(k, r, \vartheta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm}(k) 4\pi i^n j_n(kr) Y_n^m(\vartheta, \varphi), \quad (6.18)$$

sowie für die an der schallharten Kugeloberfläche gestreuten Schalldruckanteile

$$p_s(k, r, \vartheta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_{nm}(k) h_n^{(2)}(kr) Y_n^m(\vartheta, \varphi) \quad (6.19)$$

gilt [Rafaely 2015]. Durch einsetzen von (6.18) und (6.19) in (6.16) eröffnet sich der Zusammenhang:

$$c_{nm}(k) = -a_{nm}(k) 4\pi i^n \frac{j_n'(kr_a)}{h_n^{(2)'}(kr_a)}. \quad (6.20)$$

Ersetzt man  $c_{nm}$  in Gleichung (6.19) und berücksichtigt die einfallenden Schalldruckanteile, so erhält man für das resultierende, umgebende Schallfeld des schallharten Kugelarrays:

$$p(k, r, \vartheta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm}(k) 4\pi i^n \left[ j_n(kr) - \frac{j_n'(kr_a)}{h_n^{(2)'}(kr_a)} h_n^{(2)}(kr) \right] Y_n^m(\vartheta, \varphi), \quad (6.21)$$

wobei die Funktionen bezüglich des Drucks der ebenen Wellenerlegung zusammengefasst werden können als

$$b_n(kr) = 4\pi i^n \left[ j_n(kr) - \frac{j_n'(kr_a)}{h_n^{(2)'}(kr_a)} h_n^{(2)}(kr) \right]. \quad (6.22)$$

Der Druck außerhalb eines geschlossenen Kugelarrays kann in der Spherical Harmonics-Domäne somit geschrieben werden als:

$$p_{nm}(k, r) = a_{nm}(k) b_n(kr). \quad (6.23)$$

Das geschlossene Kugelarray eignet sich also durch seine günstigen, analytisch nutzbaren Randbedingungen insbesondere für die Verarbeitung in der Spherical Harmonics-Domäne. Als ein Nachteil der geschlossenen Kugelkonfiguration ist jedoch zu sehen, dass die gestreuten Wellenanteile, welche von umgebenden Objekten reflektiert werden, zu einer Änderung des gemessenen Schallfelds beitragen. Eine Verarbeitung des geschlossenen Arrays in Zeit- oder Frequenzbereich bringt somit Nachteile mit sich, falls das Array in einer komplexen geschlossenen Kavität, wie beispielsweise einem Fahrzeuginnenraum eingesetzt wird.

Die offene Arraykonfiguration kann hingegen bis zu einem gewissen Frequenzbereich, abhängig von der mechanischen Peripherie des Arrays, weitgehend als „akustisch transparent“ angesehen werden, so dass eine Beeinflussung des umgebenden Schallfelds als vernachlässigbar gering anzunehmen ist [Jacobsen 2011]. Aus diesem Grund ist die Verwendung einer offenen Arraykonfiguration für Untersuchungen in einer räumlich komplexen Kavität wie einem Fahrzeuginnenraum einer geschlossenen Konfiguration rein geometrisch vorzuziehen [Rafaely 2015]. Denkt man an Verarbeitung der räumlich-zeitlichen Schallfeldinformationen in Zeit- und Frequenzbereich, so besitzt die offene Sphäre keine Nachteile gegenüber der geschlossenen Anordnung; Nachteile ergeben sich nur bei der Verarbeitung in der Spherical Harmonics-Domäne.

Die einfachste Konfiguration eines offenen, kugelförmigen Mikrofonarrays ist die einschalige Sphäre, bei der die Mikrofone auf einer Kugeloberfläche des Radius  $r$  angeordnet sind. Die Mikrofone seien für den hier gedachten Fall auf der Oberfläche einer idealen Kugel im Freifeld platziert. Die Konstruktion zur Fixierung der Mikrofone soll so filigran sein, dass die geforderten Freifeldbedingungen unbeeinflusst bleiben. Der an den Mikrofonpositionen gemessene Schalldruck, kann als Erfassung des kontinuierlichen Schalldrucks auf der Kugeloberfläche angesehen werden. Daher können in diesem Beispiel ideale Methoden zur Erfassung und Rekonstruktion des Schalldrucks auf einer Kugeloberfläche  $p(r, \vartheta, \varphi, k)$  durch eine Erfassung von  $p(k, r, \vartheta_q, \varphi_q)$ ,  $q = 1, \dots, Q$  erwartet werden. Die Rekonstruktion kann berechnet werden durch:

$$p_{nm}(k, r) = \sum_{q=1}^Q \alpha_q^{nm} p(k, r, \vartheta_q, \varphi_q), \quad n \leq N, \quad (6.24)$$

wobei die  $\alpha_q^{nm}$  als Gewichtungen der Abtastungen  $(\vartheta_q, \varphi_q)$  einer Gesamtanzahl von Abtastungen  $Q$  einer rekonstruierten, maximalen Ordnung  $N$  verstanden werden können [Rafaely 2015]. Es kann gezeigt werden, dass trotz dieses „idealen Ansatzes“ eine Rekonstruktion eines beliebigen Schallfelds aus Abtastungen immer auch zu räumlichem Aliasing führt (vgl. 6.6). Dennoch können diese Fehler vernachlässigbar geringgehalten werden, wenn der Wert der höherwertigen Koeffizienten ausreichend klein ist. Dies gilt für alle  $n \gg kr$ . Daher kann der Aliasing-Fehler unter den Voraussetzungen geringgehalten werden, dass sowohl die Methode der Abtastung des Kugelarrays, als auch die Frequenz und der Kugelradius  $kr < N$  diese erfüllen [Rafaely 2015].

Obwohl die Rekonstruktion des Schalldrucks auf der Kugeloberfläche unter Berücksichtigung eines bedingten Aliasing-Fehlers durchgeführt werden kann, erfordert die Rekonstruktion des Schalldrucks in der direkten Umgebung der Kugeloberfläche eine gesonderte Formulierung. Diese lautet:

$$p(k, r', \vartheta', \varphi') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{j_n(kr')}{j_n(kr)} p_{nm}(k, r) Y_n^m(\vartheta', \varphi'), \quad (6.25)$$

wobei  $(r', \vartheta', \varphi')$  eine Position außerhalb der Kugel ist, so dass  $r' > r$  gilt und gelten muss, dass  $j_n(kr) \neq 0$  ist, die sphärische Bessel-Funktion also keine Nullstellen besitzt. Hierdurch können die anfangs erwähnten Schwierigkeiten auftreten. In der Praxis muss die sphärische Bessel-Funktion sogar einen wesentlichen „Abstand“ von Null aufweisen, was als wesentlicher Nachteil des einschaligen, offenen, sphärischen Mikrofonarrays zu werten ist, da dies in der Realität nicht immer vorausgesetzt werden kann. Es kann gezeigt werden, dass die sphärische Bessel-Funktion für verschiedene Fälle von  $n$  und  $kr$  den Wert Null annehmen kann, sollte diese nicht auf einen bestimmten Satz von Frequenzen, Radien und Ordnungen eingeschränkt werden [Rafaely 2015].

Dieser Nachteil des einschaligen, offenen Kugelarrays schränkt die Verarbeitung in der Spherical Harmonics-Domäne deutlich ein, so dass ein wesentlicher Vorteil der Betrachtung dieser Konfiguration über die Kugelflächenbasisfunktionen nicht effizient nutzbar ist. Aufgrund der Vorteile der offenen Sphäre hinsichtlich der Verwendung in geschlossenen und störungsbehafteten Volumen und deren uneingeschränkter Verarbeitungsmöglichkeiten in Zeit- und Frequenzbereich, basieren die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit auf offenen, sphärischen Arraykonfigurationen.

## 7 Beamforming

Obwohl das Beamforming, als Bestandteil der Quellenortung, bei der Daimler AG seit geraumer Zeit Anwendung im Bereich der Gesamtfahrzeugakustik findet, basierte die angewandte Algorithmik zu Beginn dieses Promotionsvorhabens hauptsächlich auf dem konventionellen Beamforming. Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit sollte daher, basierend auf den Erkenntnissen anfänglicher Recherchen, auf einer umfangreichen Erweiterung und Weiterentwicklung der zur Verfügung stehenden Algorithmik gründen. Die Inhalte des nachfolgend vorgestellten Kapitels stellen einen wichtigen Teil der hierdurch motivierten Expansion des Algorithmik-Portfolios dar, welches von Beginn an unter der Prämisse entstand, dass dessen Algorithmen vornehmlich unter den Randbedingungen von Fahrzeuginnenräumen Anwendung finden werden. Weitere Überlegungen waren die Eignung für ein breites Anwendungsgebiet in der Gesamtfahrzeugakustik, weshalb mit dem Orthogonalen- und Funktionalen Beamforming sowohl Weiterentwicklungen auf Basis des CBF, sowie mit dem (Robust-) Capon- und dem MUSIC-Algorithmus bewusst weitere grundverschiedene Ansätze verfolgt werden. So stellt der MUSIC-Algorithmus einen leistungsfähigen DOA-Ansatz dar und der Robust-Capon-Algorithmus erzielt stabile Ergebnisse auch hinsichtlich fehlerhafter Steuervektoren. Die vorliegende Arbeit baut schließlich auf einer Basis von zehn implementierten Algorithmen auf von denen fünf im Kontext der Arbeit intensiv behandelt und untersucht werden. Einen ersten Vergleich der Leistungsfähigkeit vier dieser Algorithmen hinsichtlich der zentralen Leistungsparameter Auflösung und Dynamik stellen die Kapitel 7.8 und 7.9 dar.

### 7.1 Einführung und Hintergrund

Die Geschichte des Beamforming reicht bis zum Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts zurück. Seine Anwendung umfasst vielfältige technische Fachgebiete wie die Radartechnik, Sonartechnik, Seismologie oder Telekommunikation. Innerhalb seiner Anwendungsbereiche kann das Beamforming für verschiedene Zwecke eingesetzt werden. Diese sind vor allem die Lokalisierung von Signal- bzw. Schallquellen, die Schätzung der Einfallrichtung (Direction of Arrival Estimation - DOA) und die Verstärkung eines Nutzsignals bei gleichzeitiger Beeinflussung durch Störsignale wie konkurrierende Signalquellen, Nachhall oder Rauschen. Physikalisch basieren die klassischen Beamforming-Verfahren auf einer Zerlegung des einfallenden Wellenfeldes in ebene oder sphärische Elementarwellen, deren relative Phasen (bzw. Delays im Zeitbereich) so interpretiert werden, dass die Einfallsrichtungen und Quellorte identifiziert und klassifiziert werden können. Signaltheoretisch ist ein Beamformer formuliert als ein räumliches Filter, welches an den Ausgängen eines Sensorarrays operiert, um eine gewünschte Richtcharakteristik zu erreichen [Benesty 2008].

Ein solches räumliches Filter kann in seiner klassischen Form, wie beim Delay-and-Sum Beamforming, in zwei Subprozesse unterteilt werden, einen Synchronisationsprozess und einen sogenannten „Weight-and-Sum“-Prozess. Der Synchronisationsprozess dient dazu, jeden Ausgang des Sensorarrays mit einer entsprechenden Verzögerung (engl.: delay) zu versehen, so dass die Signalanteile aus einer gewünschten Richtung synchronisiert sind. Die Information, welche in diesem Prozessschritt benötigt wird, ist die Zeitdifferenz der Sig-

nalankunft (Time-DOA). Diese wird, da sie zumeist nicht a-priori bekannt ist, aus den Messsignalen des Arrays unter Verwendung von Zeitverzögerungs-Schätztechniken bestimmt. Der Weight-and-Sum-Prozessschritt, wie der Name schon sagt, gewichtet die „ausgerichteten“ Signale und fügt diese zu einem Ausgangssignal zusammen. Dabei beeinflusst die Synchronisation vor allem den Steuervektor (engl.: steering vector/direction) (vgl. Gleichung (6.4)), während der Weight-and-Sum“-Schritt die Breite der Hauptkeule und die Ausformung der Nebenkeulen beeinflusst. Obwohl beide Prozesse bei der Kontrolle der Arraycharakteristik (engl.: array beam pattern) eine wichtige Rolle spielen, kommt häufig der Bestimmung der Gewichtungskoeffizienten im zweiten Schritt die größere Aufmerksamkeit zu. In einer Vielzahl von Applikationen können die Gewichtungskoeffizienten auf der Grundlage der im Voraus bekannten Array-Abstrahlungscharakteristik bestimmt werden (Konventionelles Beamforming), doch ist es in der Regel vorteilhaft, die Koeffizienten in adaptiver Weise basierend auf dem Signal-Rausch-Verhalten zu schätzen (Adaptives Beamforming).

Räumliche Filter wie das Beamforming, wurden ursprünglich für schmalbandige Signale entwickelt, die hinreichend genau durch eine Frequenz charakterisiert werden können. Bei breitbandigen Signalen, welche einen vielfältigen Frequenzgehalt besitzen, wird daher mit dem identischen Beamformer nicht dieselbe Abstrahlcharakteristik erreicht, so dass mit abnehmender Frequenz die Hauptkeulenbreite zunimmt. Stimmt bei Verwendung eines solchen Beamformers, die Ausrichtung des Steuervektors nicht mit der Einfallrichtung des Quellsignals überein, so wird das erfasste Signal Tiefpass-gefiltert. Darüber hinaus, werden Störsignale, die nicht aus der „Blickrichtung“ des Beamformers kommen, nicht gleichmäßig über den gesamten Spektralbereich gedämpft, was sich in der Ausbildung von Artefakten der Arrayausgangssignale äußert.

Um diese Nachteile zu umgehen, werden heute vielfach „antwortvariante“ Breitband-Beamformer eingesetzt. Die Verarbeitung breitbandiger Signale wird dabei auf unterschiedlichen Wegen realisiert. Ein üblicher Weg ist die Zerlegung eines breitbandigen Signals in sogenannte Sub-Bänder, welche daraufhin wieder frequenzselektiv räumlich gefiltert werden können. Dieses Vorgehen ist äquivalent zur Anwendung eines sogenannten Filter-and-Sum-Beamformers, welcher räumlich-zeitliche Filter an den Ausgängen des Arrays einsetzt. Die Kernaufgabe eines Breitband-Beamforming-Algorithmus ist dann die Bestimmung geeigneter Koeffizienten für eine räumliche und zeitliche Filterung.

Die nachfolgenden Unterkapitel werden sich daher mit den grundlegenden Ideen konventioneller und adaptiver Beamformer befassen. Da die Ansätze der Anwendung des Beamformings in der Signalverarbeitung sehr vielfältig sind, kann im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich auf ausgewählte Verfahren und deren Aspekte bzgl. der mehrkanaligen Störunterdrückung eingegangen werden.

## 7.2 Konventionelle Beamformer

Wie bereits in der Einführung erläutert, gehen die Ursprünge des Beamformings auf den sogenannten Delay-and-Sum-Algorithmus, welcher hier auch unter dem Begriff „Conventional

Beamforming“ (CBF) bekannt ist, zurück. Da der Delay-and-Sum-Algorithmus der wohl simpelste Beamforming Algorithmus ist, stellt er den Basisalgorithmus dar, wenn es um das Erzielen schneller, robuster Ergebnisse im Zeit- und Frequenzbereich ankommt. Aufgrund seiner weitreichenden Erforschung stellt der Delay-and-Sum-Algorithmus die Referenz für den Vergleich der in dieser Arbeit diskutierten Beamforming-Ansätze dar.

### 7.2.1 Delay-and-Sum Beamforming – im Zeitbereich

Das Vorgehen des Delay-and-Sum-Algorithmus gliedert sich dabei in drei Schritte. Die Laufzeitunterschiede der Wellenfeldanteile zu den jeweiligen Mikrofonpositionen werden gemäß der jeweiligen Fokusrichtung kompensiert, die kompensierten Signale aufsummiert und anschließend, abhängig von der Anzahl der Arraymikrofone  $M$ , normiert. Der Delay-and-Sum-Algorithmus ist im Gegensatz zu den noch vorzustellenden adaptiven Verfahren ein dateninvarianter Algorithmus. Eine angepasste (adaptive), räumliche Filterung kann mit dem Delay-and-Sum-Algorithmus somit nicht erreicht werden. Zur Berechnung der Einfallrichtungen werden lediglich die Zeitindizes (delays) „manipuliert“, so dass der Algorithmus in seiner einfachsten Form (uniforme Gewichtung) ausschließlich auf einer Laufzeitauswertung basiert. Das Verfahren ist leicht zu implementieren und bietet im Vergleich zum Frequenzbereich bestimmte Vorteile.

Während im Frequenzbereich das Signal in seine Frequenzanteile zerlegt werden muss, erfasst man im Zeitbereich den breitbandigen Charakter des Signals. Lange Mittelungszeiten, die im Frequenzbereich bei der Berechnung der Kurzzeitspektren (STFT) gefordert werden, entfallen. Transiente, impulshafte Signale sind daher im Zeitbereich besser zu lokalisieren. Abbildung Abb. 7.1 stellt das Delay-and-Sum-Verfahren im Zeitbereich für das Zeitsignal  $f(\vec{x}, t)$  einer einfallenden Welle dar [Jäckel 2006]. Das rekonstruierte Zeitsignal  $\hat{f}(\vec{x}, t)$  lässt sich somit durch die folgende Gleichung beschreiben:

$$\hat{f}(\vec{x}, t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i f_i(t - \Delta_i), \quad (7.1)$$

mit der Anzahl der Mikrofone  $M$ , den Gewichtungen  $w_i$  und den relativen zeitlichen Verschiebungen  $\Delta_i$  (sogenannte time delays)

Im Zeitbereich werden die erfassten Signale nach dem Durchlaufen der Verzögerungsglieder  $D_1$  bis  $D_n$  aufsummiert. Mit der Wahl der Verzögerungsglieder wird die Einfallrichtung der Schallwelle rekonstruiert. Stimmen die gewählten Verzögerungen mit der durch die erzeugten Verzögerungen realen Einfallrichtung der Schallwelle überein, kommt es nach deren Aufsummierung zu einer Verstärkung des Signals. In anderen simulierten Richtungen tritt der Verstärkungseffekt nicht ein, da diese Signale nicht kohärent addiert werden können. Das Beamforming führt demnach fast automatisch auch zu einer Unterdrückung unkorrelierter Störsignale.

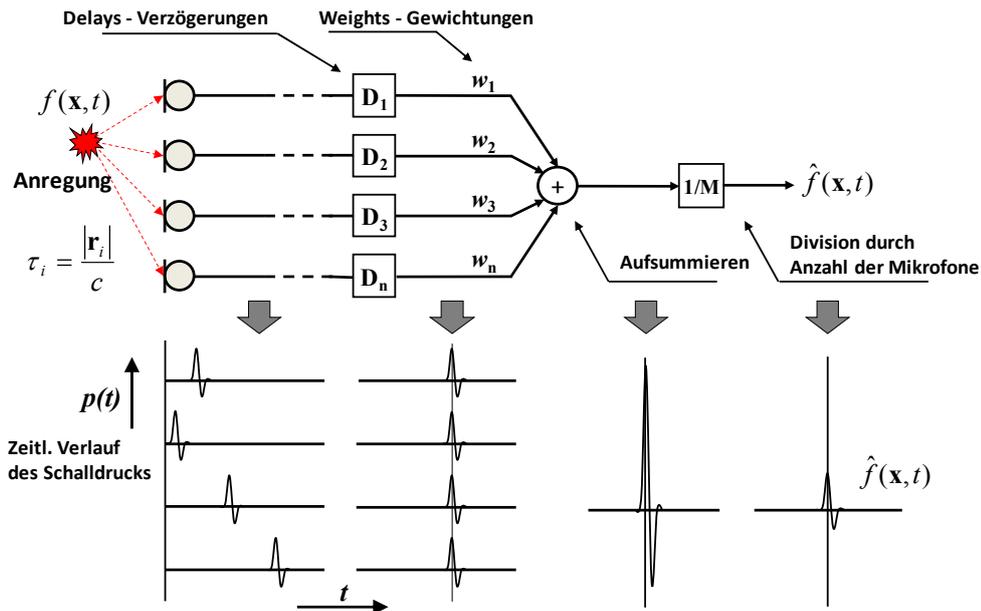


Abb. 7.1: Delay-and-Sum Verfahren im Zeitbereich [Jäckel 2006]

### 7.2.2 Delay-and-Sum Beamforming – im Frequenzbereich

Ein erster grundsätzlicher Vorteil des Beamformings im Frequenzbereich gegenüber dem im Zeitbereich wird durch die Transformation der relativen Zeitverzögerungen in Phasendrehungen erreicht. Der Berechnungsaufwand der Verknüpfung der einzelnen Mikrofonsignale mit dem jeweiligen Fokuspunkt bzw. den Richtungsinformationen wird dadurch, bei ausreichender Transformationslänge, auf einfache, komplexe Multiplikationen reduziert. Ein weiterer entscheidender Vorteil dieser Entkopplung der Mikrofonsignale über die Kreuzspektralmatrix von der Lokalisierungsinformation durch die einzelnen Steuervektoren im Frequenzbereich ist, dass die  $\Delta_i$  als kontinuierliche, numerische Werte berechnet werden können. Dadurch kann eine aufwendige Berechnung der Richtungsinformationen aus den Verzögerungselementen vermieden werden, die im Zeitbereich eine Quantifizierung voraussetzt, welche von der Abtastfrequenz beeinflusst wird. Gerade die Nutzung der Kreuzspektralmatrix, auch durch Manipulation deren Autokorrelation, in der die gesamte Information des Signalinhalts abgelegt ist, bietet vielfältige Möglichkeiten, Einfluss auf die Ausformung des akustischen Bildes zu nehmen [Jäckel 2006]. In der Praxis werden Beamformer im Frequenzbereich eher zu niedrigeren Frequenzen eingesetzt, als reine Beamformer im Zeitbereich. Voraussetzung hierfür ist eine adäquate Verarbeitung der sogenannten „fractional delays“ [Guo 2011].

Unter der Annahme von Linearität und unter Verwendung der Verschiebungseigenschaften der Fourier-Transformation, kann Gleichung (7.1) ebenfalls im Frequenzbereich ausgedrückt werden. Nimmt man die Fourier-Transformierten der jeweiligen Mikrofonsignale, so lautet die rekonstruierte Spektralfunktion:

$$\hat{F}(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i F_i(\omega) e^{-j\varphi_i(x)}. \quad (7.2)$$

Dabei bezeichnet  $\varphi_i^{(x)} = \omega \cdot \Delta_i(x)$  denjenigen lage- und frequenzabhängigen Phasenwinkel, um den die Komponente jeder Teilfrequenz  $f$  des  $i$ -ten Signals verschoben werden muss, um exakt die Laufzeitverzögerung  $\Delta_i(x)$  der einzelnen Mikrofonkanäle zu kompensieren, welche durch die Überlagerung aller spektralen Komponenten auftreten.

Die Terme  $e^{-j\varphi_i}$  sind abhängig von der Fokusrichtung des Arrays und werden üblicherweise als Steering-Vektor zusammengefasst. Für jede Frequenz liegt ein solcher Steering-Vektor vor. Daher liegt nahe, dass Gleichung (7.2) lediglich für eine einzige Frequenz sehr schnell berechnet werden kann. Unter Einbeziehung der am Linienarray hergeleiteten, geometrischen Beziehungen und der Annahme einer uniformen Gewichtung lässt sich der Output des Beamformers im Frequenzbereich umformulieren zu:

$$B(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M B_i(\omega) e^{-j\omega\Delta_m}. \quad (7.3)$$

$B_i(\omega)$  ist die komplexe Fourier-Komponente des Mikrofonsignals  $b_i(t)$  bzw.  $f_i(t)$  bei der Kreisfrequenz  $\omega$ . Der Einfluss der Ausbreitung auf die Phase am Mikrofon  $m$  wird durch  $e^{-j\omega\Delta_m}$  berücksichtigt. Gleichung (7.3) für den Beamforming-Output im Frequenzbereich ist äquivalent zu Gleichung (7.1), die den Beamforming-Output im Zeitbereich beschreibt. Das Vorgehen der Einzelphasenmanipulation, welches üblicherweise für schmalbandige Signale eingesetzt wird, wird daher auch als Phase-Shift-Beamformer bezeichnet. Das Phase-Shift-Beamforming ist jedoch für breitbandige Signale mit einem erhöhten Aufwand verbunden. Dieser Aufwand beruht auf der einfachen Tatsache, dass selbst für eine einzige, konstante Verschiebung  $\Delta_i$  im Zeitbereich, die notwendige Phasendrehung  $\theta_i$  für jede einzelne Frequenzkomponente unterschiedlich ist, was die getrennte Berechnung auf Basis eines anderen Phasenwinkels für jeden einzelnen Spektralbereich erfordert. Dies macht die Berechnung von Gleichung (7.3) für jeden Fokuspunkt „rechenaufwendig“ für den in der Praxis sehr wichtigen Fall akustischer Breitbandsignale.

Aus (7.3) lässt sich das Leistungsdichtespektrum eines Mikrofonsignals bezogen auf einen Fokuspunkt  $\vec{x}$  direkt ableiten [Möser 2009] zu:

$$S_{pp}(\vec{x}, \omega) = B(\vec{x}, \omega) B^*(\vec{x}, \omega), \quad (7.4)$$

mit  $B^*$  als komplex-Konjugierter der Fourier-Komponenten  $B$ .

In der Realität steht hingegen häufig die Bestimmung der effektiven Signalleistung im Vordergrund, wie es bei der Bestimmung der Schalldruckpegel jedes Fokuspunktes der Fall ist.

Diesen Effektivwert bestimmt man in der Regel über die Berechnung der Kreuzspektralmatrix. Es kann gezeigt werden, dass das Leistungsdichtespektrum ebenfalls aus der Matrix der gemessenen Kreuzspektraldichten der Mikrofon-signale  $C_{mn}(\omega)$  berechnet werden kann [Möser 2010]. Dieses kann geschrieben werden als:

$$S_{pp}(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{M^2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \mathbf{g} C_{mn}(\omega) \mathbf{g}^*, \quad (7.5)$$

mit  $\mathbf{g}^*$  als Konjugiert-Komplexe des Steering-Vektors  $\mathbf{g}$ .

Die Kreuzspektraldichten  $C_{mn}(\omega)$  zwischen den Mikrofon-signalen sind unabhängig von den Fokuspositionen und müssen daher auch nur einmal berechnet werden. Die Rechnungen vereinfachen sich weiter dadurch, dass die Matrix  $C_{mn}(\omega)$  symmetrisch in ihren Realteilen und antisymmetrisch in ihren Imaginärteilen - somit eine hermitesche Matrix - ist, für die  $C_{mn}(\omega) = C_{nm}^*(\omega)$  gilt. Damit ist  $S_{pp}$  reell. Die gemittelte Leistung am Ausgang des Beamformers in Matrixschreibweise lautet nun:

$$P(\vec{x}, \omega) = \mathbf{g}^* \mathbf{C} \mathbf{g}. \quad (7.6)$$

Die Verwendung der Kreuzspektralmatrix und somit des „Frequenzbereich-Beamformings“, erlaubt darüber hinaus eine Vielzahl von vorteilhaften Manipulationsmöglichkeiten und bildet die Grundlage für eine fortschrittliche Signalverarbeitung.

### 7.2.3 Array-Pattern

Ebenso wie ein LTI-System anhand seiner Übertragungsfunktion beschreibbar ist, kann auch das Ausgangssignal des Delay-and-Sum Beamformers  $z(t)$  als lineare, zeitinvariante Funktion des Wellenfeldes  $f(\vec{x}, t)$  verstanden werden. Um das Verhalten des Beamformers charakterisieren zu können, ist es lediglich notwendig, dessen Antwort auf den Einfall einer ebenen Welle bekannter Frequenz  $f$  beziehungsweise Wellenlänge  $\lambda$  und Einfallrichtung  $\vec{\xi}$  zu bestimmen. Dies ist möglich, da durch die Superposition ebener Wellen beliebige Wellenfelder beschreibbar sind und somit die Antwort des Beamformers auf die ebene Welle ebenfalls dessen Antwort im Allgemeinen beschreibt [Johnson und Dudgeon 1993]. Die Antwort des Delay-and-Sum Beamformers wird auch als sogenanntes Array-Pattern bezeichnet.

Betrachtet man hierzu die Antwort eines Delay-and-Sum Beamformers bei Einfall eines Signals aus Richtung  $\vec{\xi}_0$  über ein Linienarray auf Sensor  $M$  im Zeitbereich (vgl. 7.2.1) [Johnson und Dudgeon 1993]

$$z(t) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m s(t + (\vec{\alpha} - \vec{\alpha}^0) \cdot \vec{x}_m), \quad (7.7)$$

mit dem Slowness-Vektor  $\vec{\alpha}^0 = \vec{\xi}_0/c$ , der Sensorgewichtung  $w_m$  und der räumlichen Abtastung des  $m$ -ten Sensors  $y_m = s(t - \vec{\alpha}^0 \cdot \vec{x}_m)$ , so entspricht diese im Falle einer ebenen Welle dessen Antwort

$$w(t) = W(\omega^0 \vec{\alpha} - \vec{k}^0) e^{i\omega^0 t}, \quad (7.8)$$

mit dem Wellenzahlvektor der einfallenden ebenen Welle  $\vec{k}^0 = \omega^0 \vec{\alpha}^0$  und Sensorgewichtungen  $W$ .  $W(\vec{k})$  wird Array-Pattern genannt und ist definiert über:

$$W(\vec{k}) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}_m}, \quad (7.9)$$

welches bereits aus (6.3) als „aperture smoothing function“  $W(\vec{k})$  bekannt ist. So wie die „aperture smoothing function“ die Glättung des einfallenden Wellenfeldes aufgrund der endlichen Ausdehnung der Apertur beschreibt, so beschreibt das Array-Pattern durch die Größe  $W(\omega^0 \vec{\alpha} - \vec{k}^0)$  den Beamformer-Output in Amplitude und Phase bei Einfall einer ebenen Welle. Die „aperture smoothing function“ und das Array-Pattern sind für den geschilderten Fall daher identisch.

Für eine exemplarische Darstellung eines Array-Pattern sei auf das Unterkapitel 7.5 und 7.6 verwiesen, da dort auf die Eigenschaften Dynamik und Auflösung des Beamformers explizit eingegangen wird.

### 7.3 Adaptive Beamformer

Als Erweiterung des konventionellen Beamformings bieten adaptive Beamforming-Verfahren zusätzliche Möglichkeiten hinsichtlich der Separation von Teilschallquellen bzw. Schallanteilen, der Erhöhung der Dynamik und der Verbesserung der Auflösung. Diese Verbesserung der Eigenschaften des jeweiligen Beamformers wird durch verschiedene Ansätze erreicht. Ein zentraler Ansatz ist der der Berücksichtigung eines vereinfachten Schallfeldmodells. Auf diese sogenannten Entfaltungsansätze wird zu einem späteren Zeitpunkt genauer eingegangen.

Bevor nachfolgend die Eigenschaften verschiedener Beamforming-Varianten diskutiert werden, soll aufgrund der Bedeutung der Kreuzspektralmatrix für fortgeschrittene Beamforming-Algorithmen an dieser Stelle kompakt deren Struktur aufgezeigt werden. Wie bereits in Unterkapitel 7.2.2 aufgezeigt, ist die Matrix  $\mathbf{C}_{mn}(\omega)$  reellwertig und damit hermitesch. Es gilt:  $\mathbf{C}_{mn}(\omega) = \mathbf{C}_{nm}^*(\omega)$ . Die Kreuzspektralmatrix kann als der Erwartungswert  $E[\cdot]$  beliebiger Eingangssignale  $x_m$  und  $x_n$  definiert werden:

$$\mathbf{C}_{mn} = E[x_m x_n]. \quad (7.10)$$

Die Kreuzspektralmatrix enthält die einzelnen Kreuzspektren zwischen den verschiedenen Mikrofonen bzw. deren Autospektren auf der Diagonalen. Sie besitzt die Form:

$$\mathbf{C}_{mn} = \begin{pmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & \cdots & G_{1,n} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & \cdots & G_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m,1} & G_{m,2} & \cdots & G_{m,n} \end{pmatrix}. \quad (7.11)$$

Somit enthält die CSM die gesamte Information des Signalinhalts bzw. Frequenzinhalts.

In der Literatur existiert eine Vielzahl spezialisierter Beamforming-Varianten, welche vor Allem auf der Manipulation der Kreuzspektralmatrix beruhen. Dies sind adaptive Beamformer, welche typischerweise auf der Minimierung der Ausgangsleistung oder der Schätzung größter Ähnlichkeit beruhen, Unterraummethoden, die auf einer Eigenwertzerlegung der Kreuzspektralmatrix basieren und verbesserte, robuste Varianten dieser Algorithmen im Frequenzbereich.

Die Mehrzahl dieser fortgeschrittenen Methoden wurde ursprünglich für die Analyse schmalbandiger Signale entwickelt. Zur Erweiterung des Anwendungsbereichs der besagten Ansätze werden diese zumeist rekursiv auf Subbänder oder die Einzelfrequenzen eines Breitbandsignals angewandt, was jedoch den Rechenaufwand signifikant erhöht. Bei der Implementierung dieser Ansätze sollte daher auf eine effektive Programmierung Wert gelegt werden, um die Laufzeit nicht unnötig zu erhöhen.

Jeder dieser Ansätze bildet ein erweitertes, räumliches Filter ab, welches für die Lokalisierung und Klassifizierung gewünschter Signale oder Signalanteile optimiert ist. Ebenso wie konventionelle Beamformer erreichen sie dies durch eine Verbesserung des SNR. Darüber hinaus bieten adaptive Beamformer die Möglichkeit einer gezielten Störsignalunterdrückung. Daher besteht eine häufige Anwendung in der Ortung eines Nutzsignals (aus einer bestimmten Richtung) bei gleichzeitiger Unterdrückung von Störsignalen bzw. -komponenten aus anderen Richtungen. Die Funktionsweise folgt im einfachsten Fall, bei einer Anordnung aus nur zwei Mikrofonen, dem Prinzip, dass eine starke Störkomponente, welche an beiden Mikrofonen auftritt, bzgl. eines Mikrofonsignals subtrahiert wird. Aus dem entstehenden Differenz- oder Fehlersignal bildet dann ein adaptives Filter die Übertragungsfunktion von einem zu anderen Mikrofon derart nach, dass das Fehlersignal während der Adaption gegen Null geht. Somit ist die Störkomponente eliminiert [Widrow und Stearns 1985].

Die bereits bei konventionellen Beamformern entstehende Richtcharakteristik kann bei adaptiven Beamformern so verändert werden, dass sich die Hauptempfindlichkeit auf eine gewünschte Richtung automatisch einstellt oder sich aktiv einstellen lässt. Das Ziel ist es nun, die Störungen aus anderen Richtungen als der gewünschten signifikant zu unterdrücken. Dabei sind verschiedene Ansätze denkbar, von denen zwei sehr häufig zum Einsatz kommen. Durch exakte Nachbildung des Nutzsignals mittels adaptiver Filter im Sinne kleinster Fehlerquadrate (Least Mean Square Error) oder durch Minimierung der Leistung des Filter-

Ausgangssignals, ohne dabei das Nutzsignal zu verzerren (Minimum Variance-Schätzung). Der Ansatz der Minimierung der Ausgangsleistung soll an dieser Stelle detailliert diskutiert werden, da er für den in dieser Arbeit behandelten, spezifischen Einsatzzweck besonders vielversprechend erscheint.

Den Ausführungen von [Frost 1972] und [Capon et al. 1967] folgend, wird das Konzept eines erweiterten, räumlichen Filters nach der Minimum Variance-Schätzung skizziert.

### 7.3.1 Frost-Beamformer

Der Frost-Beamformer besteht aus der Grundstruktur des Filter-and-Sum-Beamformers und adaptiert in einem rekursiven Zweig die Filterkoeffizienten nach dem Kriterium, die Signalleistung aller Anteile mit Ausnahme des Nutzsignals zu minimieren. Somit bleibt das Nutzsignal aus einer definierten Richtung unbeeinflusst, während die Anteile der Störkomponenten aus anderen Richtungen unterdrückt werden. Der adaptive Beamformer erzeugt sowohl Dämpfung als auch Nulleinträge in der Seitenkeulenstruktur und minimiert dadurch die Ausgangsleistung. Die Richtcharakteristik einer Mikrofonanordnung bildet bei  $M$  Mikrofonen  $M$  Nullstellen aus, die jeweils das Hauptmaximum (Hauptkeule) und die Nebenmaxima (Nebenkeulen) voneinander abgrenzen. Die Nullstellen können nun so im Wellenzahlspektrum verschoben werden, dass das Array für bestimmte Richtungen unempfindlich wird. Es kann also nur eine begrenzte Anzahl von Nullstellen manipuliert werden. Untersuchungen haben gezeigt, dass der Frost-Beamformer für mittelwertfreie und Gauß-verteilte Signale ebenfalls einen „Maximum Likelihood“-Schätzer darstellt [Capon et al. 1967].

Abb. 7.2 zeigt die Filterstruktur des von O. L. Frost vorgeschlagenen Schätzers. Unter der Voraussetzung, dass das Nutzsignal an allen Sensoren in gleicher Phasenlage zur Verfügung steht (Verzögerungsstufe), kann die Filterung und Summation durch ein einzelnes äquivalentes FIR-Filter dargestellt werden. Die Koeffizienten dieses Filters bestehen dabei jeweils aus den aufsummierten Koeffizienten einer Spalte des Beamformers.

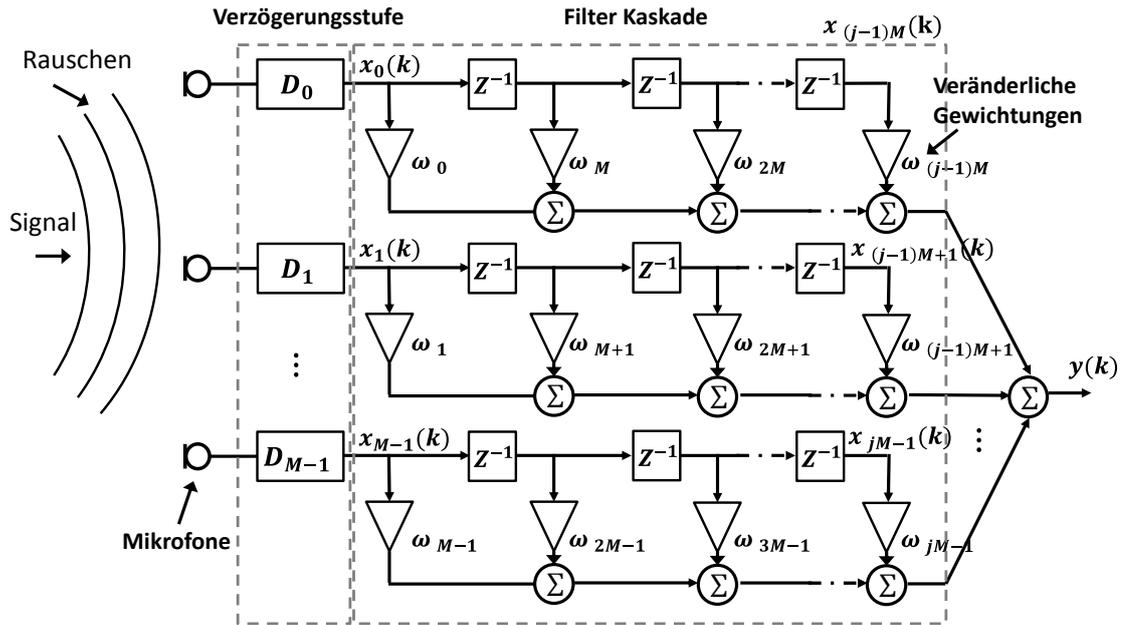


Abb. 7.2: Filterstruktur des Frost-Beamformers [Frost 1972]

Der auch als LCMV (Linearly Constrained Minimum Variance) bekannte Beamformer löst das angesprochene Minimierungsproblem unter bestimmten Rand- beziehungsweise Nebenbedingungen. Die Ausgangsleistung des Beamformers ist:

$$E[y^2(k)] = E[\mathbf{W}^T \mathbf{C}_{mn} \mathbf{W}],$$

mit dem Erwartungswert  $E[\cdot]$ , der Kreuzspektralmatrix  $\mathbf{C} = E[X(k)X^T(k)]$ , dem Gewichtungsvektor  $\mathbf{W}$  und dem Eingangsvektor  $\mathbf{X}(k)$ .

So kann die Minimierungsbedingung des Beamformer-Outputs in Abhängigkeit der Beamformerkoeffizienten angegeben werden als:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{W}^* \mathbf{C}_{mn} \mathbf{W}. \quad (7.12)$$

Gleichung (7.12) kann unter Einhaltung der Fernfeld-Parametrisierung  $\mathbf{w}^H \mathbf{g} \stackrel{!}{=} C$  als räumliche Nebenbedingung mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatoren gelöst werden.  $C$  ist in diesem Fall eine wählbare Konstante. Damit erhält man die Vorschrift für den Frost-Beamformer zu:

$$\mathbf{w}_{lcmv} = C \cdot \frac{\mathbf{C}_{mn}^{-1} \mathbf{g}}{\mathbf{g}^* \mathbf{C}_{mn}^{-1} \mathbf{g}}. \quad (7.13)$$

Wählt man  $C = 1$ , beschreibt (7.13) einen MVDR-Beamformer (Minimum Variance Distortionless Response), auch „Capon's Method“ genannt, welcher nachfolgend ebenfalls diskutiert wird.

Anhand dieser Bedingungen, der sogenannten Constraints, welche sehr verschieden ausgeformt sein können, wird die Ausgangsleistung der Kanäle des Mikrofonarrays minimiert. Daher wird der Algorithmus in der Literatur auch als LCMP-Beamformer (Linearly Constrained Minimum Power) bezeichnet [Van Trees 2002]. Anders als beim Capon-Algorithmus, können beim Frost-Algorithmus beliebig viele linear unabhängige Nebenbedingungen gewählt werden. Die Leistungsfähigkeit des Frost-Algorithmus hängt daher im Wesentlichen von der Wahl dieser Nebenbedingungen ab.

So schlägt Frost in seinem Paper „An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing“ eine Nebenbedingung vor, die eine direkte Verarbeitung des Signals mit einem weiteren a-priori definierten Filter bewirkt. Die wohl bekannteste Möglichkeit ist jedoch, die von Capon et al. aufgestellte Nebenbedingung der „distortionless response“.

Abhängig vom jeweiligen Einsatzzweck lässt sich durch die geschickte Wahl weiterer Nebenbedingungen das gewünschte Verhalten zusätzlich verbessern. Dazu können sogenannte Derivative- und Amplitude-Constraints eingesetzt werden, welche zum Ziel haben, die Robustheit des Capon-Algorithmus gegenüber Justierungsfehlern zu verbessern. Bei den Derivative-Constraints handelt es sich um Zwangsbedingungen für die Ableitungen der jeweiligen Blickrichtung. Hierzu werden die ersten Ableitungen der jeweiligen Orientierungsrichtungen des zu untersuchenden Ortes zu Null gesetzt. Dies bewirkt zwar eine Abnahme der Hauptkeule, ein „flacheres“ Beampattern, sorgt jedoch für ein deutlich robusteres Ergebnis [Buckley 1986]. Da der Frost-Algorithmus weiterhin ein Optimierungsproblem darstellt, ist davon auszugehen, dass eine Lösung für diese Bedingungen gerade ein Optimum darstellt.

Unkorrelierte (räumlich getrennte) Störungen, die dem Nutzsignal aus einer definierten Richtung überlagern sind, erzeugen einen zusätzlichen Anteil von (Rausch-)Leistung am Ausgang des Beamformers. Dieser Anteil wird durch den Frost-Algorithmus weitestgehend unterdrückt, unter Gewährleistung eines unverzerrten Nutzsignals. Zum Nutzsignal korrelierte Störungen lassen sich nur trennen, wenn die entsprechenden Quellen einen genügend großen Abstand aufweisen. Besteht das Nutzsignal bereits aus einer Überlagerung korrelierter bzw. kohärenter Anteile, ist eine Separation nicht möglich.

### 7.3.2 Capon's Method

Das Beamforming nach Capon, auch als MVDR Beamforming (Minimum Variance Distortionless Response) bekannt, kann als ein Spezialfall des LCMV Beamformers angesehen werden. Bei dieser Methode werden ebenfalls die Gewichte der einzelnen Mikrofone so gewählt, dass die gemittelte Leistung über alle gewichteten Mikrofonensignale minimiert wird, jedoch erfolgt der Ansatz der Leistungsminimierung unter der Voraussetzung,

dass in der aktuell untersuchten Richtung eine Verstärkung von Eins, mit

$$\mathbf{w}^* \mathbf{g} = 1 \quad (7.14)$$

herrscht. Dies bedeutet, dass der Capon-Algorithmus automatisch die Störquellen, welche nicht aus der zu untersuchenden Richtung kommen, unterdrückt bzw. deren Leistung an den Sensoreingängen minimiert, ein Signal aus der Untersuchungsrichtung jedoch unverzerrt wiedergibt. Dies hat den Vorteil, dass, ideale Dämpfung vorausgesetzt, keine Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Quellen bestehen und die Nebenkeulen fast vollständig unterdrückt werden können. Die Ausgangsleistung des Beamformers  $\sigma^2$  vereinfacht sich entsprechend der „distortionless response“ zu:

$$P_{mvdv} = \frac{1}{\mathbf{g}^* \mathbf{C}_{mn}^{-1} \mathbf{g}} = \sigma^2 . \quad (7.15)$$

### 7.3.3 Robust Capon

Eine zentrale Annahme der bisher vorgestellten Beamforming-Algorithmen ist die Fehlerfreiheit der verwendeten Steering-Vektoren. Es kann gezeigt werden, dass jeder Algorithmus der Gruppe der FDBF mehr oder weniger sensibel gegenüber Fehlern in den Steering-Vektoren reagiert [Van Trees 2002]. Die Qualität der Lokalisierung wird daher nicht unwesentlich von der Qualität der Steering-Vektoren beeinflusst. Diese Fehler sind in der Regel durch äußere Einflüsse auf das Mikrofonarray, wie beispielsweise der Abweichung der exakten Mikrofonpositionen durch Vibration der Apertur während des Messvorgangs oder der Verformung der Arrayapertur selbst, verursacht. Algorithmen somit robust gegenüber dieser Fehlerquelle zu gestalten, ist daher vielfach ein Teilziel der Verbesserung von Algorithmen.

Der Capon-Algorithmus, welcher die Eigenschaft besitzt, bei bereits geringer Abweichung der Steering-Vektoren deutlich an Lokalisierungsqualität zu verlieren [Stoica 2002], bietet daher ein großes Potential hinsichtlich einer solchen Weiterentwicklung.

Obwohl in der Literatur eine Vielzahl von Ansätzen existiert, um dieses Ziel zu erreichen, sind nur wenige davon theoretisch umfangreich fundiert [Van Trees 2002], [Stoica 2002]. Einer dieser Ansätze ist die Modifikation beziehungsweise Weiterentwicklung des Capon-Algorithmus (vgl. Kapitel 7.3.2), der sogenannte Robust-Capon-Algorithmus (RC) [Johnson und Dudgeon 1993].

Insbesondere zwei dieser Methoden, welche ab dem Jahr 2000 untersucht werden, sind der Ansatz des Robust Minimum Variance Beamformers nach Lorenz et al. [Lorenz 2005], und der Robust-Capon-Algorithmus nach Stoica et al. [Stoica 2002]. Beide Ansätze sind dabei unterschiedliche Formulierungen desselben Verfahrens, und liefern vergleichbare Ergebnisse [Van Trees 2002]. Der nachfolgend diskutierte Ansatz ist der nach Stoica et al., da sich

gezeigt hat, dass dieser hinsichtlich seiner Umsatzbarkeit und numerischen Laufzeit Vorteile besitzt [Klaus 2014].

Basierend auf der Formulierung des Capon-Algorithmus (Gleichung (7.15)) soll dessen Modifikation auf der Formulierung nach Stoica et al. [Stoica 2002] erfolgen. Diese Formulierung lässt sich angeben als:

$$\min \sigma^2 = \|\mathbf{C} - \sigma^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^*\|. \quad (7.16)$$

In dieser Formulierung kann eine zusätzliche Bedingung für  $\mathbf{g}$  hinzugefügt werden. Diese ist, dass  $\mathbf{g}$  innerhalb eines Kreisradius  $\varepsilon$  variieren darf. Die modifizierte Formulierung ergibt sich demnach zu:

$$\min_{\mathbf{g}} \sigma^2 = \|\mathbf{C} - \sigma^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^*\|, \quad (7.17)$$

mit dem resultierenden Minimierungsproblem

$$\|\mathbf{g}_\varepsilon - \mathbf{g}\|^2 \leq \varepsilon. \quad (7.18)$$

Dieses Minimierungsproblem soll mithilfe der Lagrangeschen Optimierungsmethode mit dem Ziel gelöst werden, innerhalb des Kreisradius  $\varepsilon$  einen Steering-Vektor mit minimaler Abweichung (Minimierung der Energie) zu bestimmen.

Anhand geometrischer Überlegungen soll die Gleichung zunächst vereinfacht werden. Die triviale Lösung des Optimierungsproblems, welche das Optimierungsproblem ohne Nebenbedingungen löst, liegt nicht im Kreisradius  $\varepsilon$  um  $\mathbf{g}$ . Da es sich bei der Kreuzspektralmatrix  $\mathbf{C}$  um eine positiv definite Matrix handelt, weiß man, dass auch die Inverse dieser Matrix positiv semidefinit ist und es sich daher um ein konvexes, quadratisches Problem handelt [Stoica 2002]. Da es sich weiterhin in der Nebenbedingung um eine geschlossene Menge handelt, ist zu folgern, dass das Optimum des Minimierungsproblems auf dem Rand dieser Menge auftreten muss. Daher kann die Ungleichheit in Gleichung (7.18) durch Gleichheit ersetzt werden. Daraus folgt:

$$\|\mathbf{g}_\varepsilon - \mathbf{g}\|^2 = \varepsilon. \quad (7.19)$$

Dieses Vorgehen setzt voraus, dass der Kreisradius  $\varepsilon$  später nicht zu groß gewählt wird und der gesuchte Steering-Vektor  $\mathbf{g}$  nicht Null sein kann. Eine Grenze für  $\varepsilon$  kann somit bestimmt werden nach

$$\varepsilon < \|\mathbf{g}\|^2. \quad (7.20)$$

Hier ergibt sich für  $\varepsilon$  damit gerade eine obere Grenze von Eins [Klaus 2014]. Gleichung (7.20) kann mit Hilfe der Lagrange Gleichung gelöst werden. Es kann somit eine Lösung zur Bestimmung des Kreisradius  $\varepsilon$  bestimmt werden zu:

$$\mathbf{g}^* \mathbf{U} (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{\Lambda})^{-1} (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{U}^* \mathbf{g} = \varepsilon, \quad (7.21)$$

mit dem Lagrange-Parameter  $\lambda$ , der Modalmatrix der Eigenvektoren  $\mathbf{U}$  und der Diagonalmatrix der Eigenwerte  $\mathbf{\Lambda}$ , welche aus der Eigenwertzerlegung gewonnen werden können (vgl. Unterkapitel 7.3.7). Gleichung (7.21) kann mit Hilfe von:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U}^* \mathbf{g} \quad (7.22)$$

dahingehend vereinfacht werden, dass die verschiedenen Eigenwerte in  $\mathbf{Z}$  zusammengefasst und anschließend als Funktion des Lagrange-Parameters  $\lambda$  angegeben werden können als [Stoica 2002]:

$$\mathbf{g}(\lambda) = \sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{(1 + \lambda \lambda_m)^2} - \varepsilon = 0. \quad (7.23)$$

Den Ausführungen von Stoica et.al. folgend, kann letztlich auch das Optimierungsproblem angenähert und eine Gleichung zur Bestimmung des Beamformer-Outputs des RC angegeben werden zu:

$$\sigma^2 = \frac{\mathbf{\Lambda}}{\|\mathbf{g}\|^2} = P_{RC}. \quad (7.24)$$

Zusammenfassend lässt sich der Robust-Capon-Algorithmus in vier Schritten beschreiben:

1. Berechne die Eigenwertzerlegung von  $\mathbf{C}$ .
2. Zusammenfassen jedes Steering-Vektor  $\mathbf{g}$  mithilfe von Gleichung (7.22).
3. Lösung der Gleichung (7.23) mithilfe eines numerischen Optimierungsverfahrens.
4. Verwendung von Gleichung (7.24), um eine Schätzung der Signalstärke  $\sigma^2$  zu erhalten.

### 7.3.4 Diagonal Loading

Fehler bei der Schätzung der Steuervektoren sind als eine der Hauptursachen für einen Leistungsabfall adaptiver Beamformer anzusehen, insbesondere dann, wenn es sich um das sogenannte „Signal of Interest“ (SOI) handelt. In diesem Fall wird das interessierende Signal als Störung angesehen, was zum Auftreten des sogenannten „self-nulling“ Phänomens führt, bei dem der Beamformer selbstständig das SOI auslöscht [Van Trees 2002]. Jedoch sind gewisse Abweichungen zwischen den tatsächlichen- und den geschätzten Steering-Vektoren

bei den meisten Realisierungen von Sensor-Arrays eine unvermeidbare Komponente. Lokale Streuungseffekte um die Quelle(n), Inhomogenitäten im Ausbreitungsmedium, Kalibrierungsfehler oder leichte Verformungen des Arrays sind nur einige der Effekte, welche zu fehlerhaften Schätzungen führen können. Daher ist beim Entwurf robuster, adaptiver Beamforming Algorithmen, welche ein besonders gutes SINR-Verhältnis (Signal to Interference plus Noise Ratio) aufweisen, die Berücksichtigung dieser Schätzfehler von größter Bedeutung [Van Trees 2002]. Unter der Vielzahl der in der Literatur vorgeschlagenen allgemein gültigen Ansätze zur Steigerung der Robustheit beliebiger adaptiver Algorithmen, nicht zu verwechseln mit dem RC, dessen Ansatz zur Steigerung der Robustheit nur auf den Capon-Algorithmus „zugeschnitten“ ist, ist das Diagonal Loading das am Meisten angewandte Verfahren. Aufgrund seiner Einfachheit und seiner trotzdem hohen Wirksamkeit bei der Behandlung einer Vielzahl von Fehlern, einschließlich der Fehlschätzung von Steuervektoren oder finiter Abtastfehler, gilt es als eines der „Standard-Verfahren“. Darüber hinaus sind durch das Verfahren interessante Auslegungen, wie die Angleichung der niedrigwertigsten Eigenwerte der Kovarianzmatrix bzw. Kreuzspektralmatrix oder die Beschränkung der Verstärkung weißen Rauschens möglich. Des Weiteren hat es sich als Lösung von „worst-case“-Ansätzen herausgestellt [Li 2003].

### 7.3.5 Kondition und numerische Stabilität

Da die Minimum Variance-Beamformer, wie Frost- und Capon-Algorithmus, auf der Inversion der Kreuzspektralmatrix basieren, soll an dieser Stelle auf mögliche Schwierigkeiten dieses Vorgehens eingegangen werden. Die Bestimmung der Inversen einer quadratischen  $N \times N$  Matrix  $A$ , welche definiert werden kann als

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I \Leftrightarrow \det(A) \neq 0,$$

wobei  $I$  die Identitätsmatrix ist, kann numerisch leicht umgesetzt werden. Abhängig von der Struktur der Matrix  $A$ , in diesem Fall der Kreuzspektralmatrix, werden dazu verschiedene Verfahren angewandt. In der Regel sind dies:

- Gauß Verfahren,
- Cholesky Zerlegung,
- LR-Zerlegung.

Allerdings ist es, abhängig von ihrer Kondition möglich, dass die Kreuzspektralmatrix nicht invertierbar ist, falls diese (nahezu) singulär ist. Dies kann zum Beispiel dann der Fall sein, wenn die Eingangsdaten nur sehr geringe Rauschanteile beinhalten, oder der Berechnung eine zu geringe Anzahl an Samples zugrunde liegen [Van Trees 2002].

Die Kondition beschreibt in der Numerik die Sensitivität von Ergebnissen gegenüber ihren Eingangsdaten. D.h., wie stark Ergebnisse, bei kleinen Veränderungen der Eingangsgrößen variieren können. Ein hoher Wert der Kondition bedeutet somit, bezogen auf das Beamforming, dass, perfekte Randbedingungen angenommen, ein besseres Ergebnis erwartet wer-

den kann, da bei kleinen Abweichungen vom richtigen Ort sich das Ergebnis stark verändern wird. Gleichzeitig bedeutet ein hoher Wert der Kondition der Kreuzspektralmatrix jedoch auch eine größere Störanfälligkeit gegenüber Eingangsfehlern, und gleichzeitig eine größere numerische Instabilität. Dies geht soweit, dass bei zu hohen Werten der Kondition und damit sehr kleinen Reziprok-Werten, die Inversion nicht mehr durchgeführt werden kann.

Ein effektives Vorgehen, um die Kondition der Kreuzspektralmatrix zu verbessern und somit die Berechnung der Inversen trotzdem zu ermöglichen, ist das Diagonal Loading. Ursprünglich wird das Diagonal Loading angewandt, um Fehler bei der Schätzung der Steuervektoren adaptiver Beamforming Algorithmen zu verringern und somit die „Robustheit“ des betreffenden Algorithmus signifikant zu steigern [Li 2003] [Vincent 2004]. In diesem Fall kann es jedoch auch dazu verwandt werden, die Kondition der zu invertierenden Kreuzspektralmatrix zu verbessern. Dazu wird der Hauptdiagonalen der Kreuzspektralmatrix ein konstanter, virtueller Rauschterm hinzuaddiert. Die Addition dieses Rauschterms ermöglicht auf simple jedoch effektive Weise eine Verbesserung der Kondition der Kreuzspektralmatrix und dadurch die numerische Invertierbarkeit derselben.

### 7.3.6 Löschen der Autoleistung

In verschiedenen realen Messsituationen, wie beispielsweise beim Einsatz von Mikrofonarrays bei der beschleunigten Vorbeifahrt von Fahrzeugen oder unter dem Einfluss einer turbulenten Grenzschicht im Windkanal, ist damit zu rechnen, dass die Mikrofoneingangssignale verstärkt Störgeräuschen in Form von Rauschen ausgesetzt sind. Es kann angenommen werden, dass dieses Rauschen, welches an jedem der Mikrofone gleichermaßen auftritt, zwischen diesen unkorreliert ist. Es macht sich daher vor allem in den Autospektren der Kreuzspektralmatrix bemerkbar und kann die Signalpegel unter Umständen sogar dominieren [Möser 2009]. Die Autospektren tragen die zeitlichen Mittelwerte des Leistungssignals, welche den Korrelationsanteilen der Mikrofone (Kreuzspektren) untereinander als Gleichleistungsanteil überlagert sind. Das Ergebnis lässt sich somit wesentlich verbessern, wenn die Autospektren der Mikrofonensignale bei der Auswertung der Mikrofonensignale unberücksichtigt bleiben. Bei Auswertungen im Frequenzbereich (7.2.2) werden die Autospektren  $G$  in der Kreuzspektralmatrix  $C_{mn}$  zu Null gesetzt. Zur Korrektur des Einflusses dieser Maßnahme auf den Pegel muss der Faktor  $1/M^2$ , der die Pegelnormierung abhängig von der Anzahl der Mikrofone  $M$  berücksichtigt, durch  $1/(M^2 - M)$  ersetzt werden. Die Auswertung ist nach Entfernung der Hauptdiagonalen allerdings mathematisch nicht mehr exakt. Es kann gezeigt werden, dass, in Anwesenheit mehrerer Quellen verschiedener Quellstärke, der Pegel der lautesten Quelle fast richtig ermittelt wird, jedoch die Quellstärken der leiseren Quellen zu niedrig berechnet werden [Dougherty 2002]. Der Vorteil des Löschens der Autokorrelation ist jedoch, dass durch die Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses eine direkte Verbesserung der Darstellung des akustischen Bildes resultiert.

### 7.3.7 MUSIC Algorithmus

Der Beamforming Algorithmus MUSIC (Multiple Signal Classification) basiert auf einer Singulärwert-Zerlegung der Kreuzspektralmatrix. Das von R. O. Schmidt 1986 vorgestellte Verfah-

ren definiert anhand dieser Zerlegung einen Signalraum  $\mathbf{U}_S$ , welcher sich aus den Eigenwerten der Quellen und deren kohärenten Rauschanteilen zusammensetzt und einen Rauschunterraum  $\mathbf{U}_N$ , welcher die inkohärenten Rauschanteile enthält. Das Verfahren nutzt die Orthogonalität der ermittelten Unterräume, um den Signalinhalt zu schätzen [Schmidt 1986]. Aufgrund seiner Struktur, gehen im Laufe der Verarbeitung des MUSIC Algorithmus die Betragsinformationen der Signale verloren. Dies führt zwangsläufig zum Verlust der Quellstärkeinformationen, so dass MUSIC ausschließlich als Ortungsalgorithmus bzw. zur Schätzung der Einfallrichtung (DOA) verwendet werden kann. Die Singulärwert-Zerlegung

$$\mathbf{C}_{mn} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^* \quad (7.25)$$

liefert für die hermitesche Kreuzspektralmatrix die Modalmatrix der Eigenvektoren  $\mathbf{U} = [s_1 \dots s_n \ g_1 \dots g_{m-n}]$  und die Diagonalmatrix der Eigenwerte  $\mathbf{\Lambda}$ , sofern gilt:

$$\text{Rang}(\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^*) = n. \quad (7.26)$$

Sortiert man die Eigenvektoren anhand der Größe ihrer Eigenwerte in absteigender Reihenfolge  $\lambda_1 \geq \lambda_n \geq \dots \geq \lambda_m$ , so lässt sich die Diagonalmatrix der Eigenwerte darstellen als:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \lambda_n & & \\ & & & \lambda_{n+1} & \\ 0 & & & & \lambda_m \end{pmatrix}. \quad (7.27)$$

Dabei unterscheidet man die Signal-Eigenvektoren  $s_l$  zu Eigenwerten  $\lambda_1, \dots, \lambda_n > \sigma^2$  von den Rausch-Eigenvektoren  $g_p$  zu den Eigenwerten  $\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_m \leq \sigma^2$  [Stoica 1991]. Anhand der Eigenwerte von  $\mathbf{\Lambda}$  kann auf die Anzahl der Quellen geschlossen werden, da die ersten  $n$  Elemente einen signifikant höheren Wert aufweisen, als die restlichen  $(m - n)$ -Werte. Diese Struktur kann demnach als Ansatz für Verfahren dienen, welche für die Schätzung zu untersuchender Quellen verwendet werden.

Da bei hermiteschen Matrizen die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal zueinanderstehen, bilden Signal- und Rausch-Eigenvektoren eine Basis zu Signal- bzw. Rauschunterraum. Diese beiden Räume sind damit auch orthogonal zueinander. Die charakteristischen Eigenschaften von Signal- und Rauschraum lassen sich anhand der Signalmatrix  $\mathbf{U}_S$  und der Rauschmatrix  $\mathbf{U}_N$  darstellen als:

$$\mathbf{U}_N = [g_1 \dots g_{m-n}] \in \mathbb{C}^{m \times (m-n)} \quad \mathbf{U}_S = [s_1 \dots s_n] \in \mathbb{C}^{m \times n}. \quad (7.28)$$

Es kann gezeigt werden, dass mit

$$\mathbf{C}_{mn} \mathbf{U}_N = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^* + \sigma^2 \mathbf{U}_S \quad (7.29)$$

nach Schmidt [Schmidt 1986] gilt:

$$\mathbf{g}^*(\omega) \mathbf{U}_N = 0. \quad (7.30)$$

Somit lässt sich die Suche nach den Signalfrequenzen  $\omega_1, \dots, \omega_n$  der Lösungen der Gleichung im Betragsquadrat auf

$$\mathbf{g}^*(\omega) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^* \mathbf{g}(\omega) = 0 \quad (7.31)$$

beschränken. Der Output des in seiner Arbeit „Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation“ beschriebenen Ansatzes zur Schätzung des Spektralinhalts empfangener Signale, lässt sich daher angeben als:

$$\mathbf{P}_{MUSIC} = \frac{1}{\mathbf{g}^*(\omega) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^* \mathbf{g}(\omega)}. \quad (7.32)$$

Aufgrund der Erfüllung der Orthogonalität zwischen den betrachteten Unterräumen, lässt sich jedoch eine numerisch effektivere Umsetzung der Implementierung seines Ansatzes formulieren. Um die spektrale Schätzung zu bestimmen, wird in diesem Fall nicht, wie ursprünglich beschrieben,  $\mathbf{U}_N \cdot \mathbf{U}_N^*$ , sondern  $\mathbf{I} - \mathbf{U}_S \cdot \mathbf{U}_S^*$  ausgewertet, wobei  $\mathbf{I}$  die Identitätsmatrix ist. Diese Matrizen sind aus mathematischer Sicht identisch [Stoica 1991]. Da in den meisten Fällen der Signalunterraum  $\mathbf{U}_S$  jedoch eine geringere Dimension als der Rauschunterraum  $\mathbf{U}_N$  besitzt, und dadurch weniger numerische Rechenoperationen anfallen, kann dieses Vorgehen als Aufwandsoptimierung angesehen werden.

Eine weitere Möglichkeit zur Schätzung des Spektralinhalts beruht auf der rechnerischen Bestimmung der Nullstellen [Attia 1987]. Dazu substituiert man im Ausdruck für den Steering-Vektor  $\mathbf{g}$ , durch  $z = e^{i\omega}$  und erhält dadurch

$$\mathbf{g}^*(z) = [1 \quad z^{-1} \quad \dots \quad z^{-(m-1)}] = \mathbf{g}^T(z^{-1}). \quad (7.33)$$

Durch diese Substitution, welche in der Literatur als „Root Finding Technique“ bekannt ist, ergibt sich für den Ausdruck  $\mathbf{g}^*(z) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^* \mathbf{g}(z) = 0$  ein Polynom (2m-2)-ten Grades, dessen Nullstellen die gesuchten Lösungen sind. Aufgrund der Form des Polynoms, finden sich Nullstellenpaare, die zueinander reziprok sind. Mit  $z$  ist somit auch  $1/z$  Lösung des Polynoms. Wie bereits zu erahnen ist, beschreibt diese Vorgehensweise den Kernpunkt des Root MUSIC Algorithmus [Pesavento 2000].

### 7.3.8 Orthogonales Beamforming

Das Orthogonale Beamforming beruht auf dem Ansatz einer Verbesserung der Quelltrennung, welche beim klassischen Delay-and-Sum-Algorithmus eine zentrale Schwachstelle darstellt, durch die Analyse der unterschiedlichen Quellmechanismen eines akustischen Szenarios zu erreichen. Da in einem realen Schallfeld meist mehrere unabhängige Schallentstehungsmechanismen, wie z.B. thermische-, mechanische-, oder aerodynamische Effekte gleichzeitig auftreten, liegt der Gedanke nahe, die in einem Gesamtschallfeld überlagerten Teilschallquellen, durch ein geeignetes Verfahren separieren zu können. Es lässt sich zeigen, dass diese zeitlich und örtlich nicht korreliert sind. Somit sind die den Teilschallquellen zugeordneten Schalldruckverteilungen orthogonal [Sarradj 2008]. Nimmt man an, dass es  $N$  durch die Quellstärken  $q_j$  beschreibbare Quellmechanismen  $Q_j$  gibt, so lässt sich das Ausgangssignal eines Mikrofons  $i$  beschreiben als:

$$Y_i(\omega) = \sum_{j=1}^N f_{ij} Q_j(\omega). \quad (7.34)$$

Durch einsetzen von (7.34) in (7.2), lässt sich die Gleichung für das Beamforming im Frequenzbereich modifizieren zu:

$$Z(\omega) = \sum_{i=1}^M w_i e_i(\vec{x}_0) \sum_{j=1}^N f_{ij} Q_j(\omega), \quad (7.35)$$

mit den Gewichtungsfaktoren  $w_i$  und den Steering-Vektoren  $e_i(\vec{x}_0)$ . Sind die Teilschallfelder orthogonal, kann dies auch für die Vektoren  $f_j Q_j$  angenommen werden. Die Quellmechanismen können daher ebenfalls als unterschiedlich angesehen werden, falls die  $f_j Q_j$  orthogonal sind. Aufgrund der Orthogonalität gilt:

$$f_j Q_j Q_k^H f_j^H = 0 \Leftrightarrow j \neq k. \quad (7.36)$$

Somit kann die bei der Umformung von (7.36) auftretende Kreuzspektralmatrix als Summe der Einzelkomponenten  $j$  geschrieben werden:

$$C_{mn} = \sum_{j=1}^N C_{mnj}. \quad (7.37)$$

Jede dieser Komponenten repräsentiert einen Quellmechanismus. Im Falle des orthogonalen Beamformings basiert die Analyse der Kreuzspektralmatrix wie auf einer Eigenwert-, bzw. in diesem Fall, auf einer Singulärwert-Zerlegung wie in (7.25) dargestellt. Die aus dieser Zerlegung entstehende Diagonalmatrix  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_m]$  enthält alle Quellmechanismen bzw.

orthogonalen Quellenteile in Form ihrer Eigenwerte  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ . Dieses Vorgehen besitzt gegenüber dem klassischen Beamforming den Vorteil, dass schwächere Quellen bzw. Quellmechanismen separat betrachtet werden können und somit nicht von den Nebenkeulen stärkerer Quelle maskiert werden. Weiterhin kann durch Annahme der Orthogonalität gezeigt werden, dass die Eigenwerte der Diagonalmatrix  $\Lambda$  der Quellleistung der jeweiligen Quellmechanismen entsprechen. Für eine detaillierte Herleitung sei auf die Arbeiten von E. Sarradj verwiesen.

Ist ein Quellmechanismus durch Auswahl eines Eigenwerts  $\lambda_m$  gewählt, so wird auf Basis der modifizierten Diagonalmatrix  $\Lambda$  mit diesem Eigenwert eine neue Kreuzspektralmatrix  $\mathbf{C}_{mn,orth}$  erzeugt, welche Gleichung

$$\mathbf{C}_{mn,orth} = \lambda_m \mathbf{v}_m \mathbf{v}_m^* \quad (7.38)$$

genügt, mit dem zugehörigen Eigenvektor  $\mathbf{v}_m$ . Einsetzen der resynthetisierten Kreuzspektralmatrix in (7.6) liefert den Output des Orthogonalen Beamformers:

$$\mathbf{P}_{orth} = \mathbf{g}^* \mathbf{C}_{mn,orth} \mathbf{g} \quad (7.39)$$

### 7.3.9 Functional Beamforming

Beim Functional Beamforming (FUBF) handelt es sich um einen der aktuellsten Beamforming Algorithmen. Vorgestellt von R.P. Dougherty 2014, führt dieser Algorithmus einen sogenannten „funktionalen Exponenten“  $\nu$  ein, um die Eigenschaften des konventionellen, frequenz-basierten Beamformings (FDBF) (vgl. Gleichung (7.6)) zu verbessern.

Durch eine Eigenwertzerlegung wird hier ebenfalls zunächst die Eigenwertdiagonalmatrix  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_m]$  (vgl. 7.3.8) gewonnen und anschließend um den funktionalen Exponenten erweitert.

Sei  $f(t) = t^{\frac{1}{\nu}}$  eine Funktion definiert auf  $[0, \infty)$ , so ergibt sich, angewandt auf die Eigenwerte der Diagonalmatrix, der Ausdruck [Dougherty 2014]:

$$f(\mathbf{C}) = \mathbf{U} f(\Lambda) \mathbf{U}^* = \mathbf{U} \text{diag}[f(\lambda_1), \dots, f(\lambda_m)] \mathbf{U}^* \quad (7.40)$$

Zur nachfolgenden Veranschaulichung dieses Ansatzes soll  $\nu = 2$  gelten. Dementsprechend lässt sich die Kreuzspektralmatrix, modifiziert um den funktionalen Exponenten, ausdrücken als:

$$\mathbf{C}^{\frac{1}{2}} = \mathbf{U} \text{diag}\left(\lambda_1^{\frac{1}{\nu}}, \dots, \lambda_m^{\frac{1}{\nu}}\right) \mathbf{U}^* \quad (7.41)$$

In Analogie zum FDBF, lässt sich der Output des Functional-Beamformings dann formulieren als:

$$w(\mathbf{g}) = \mathbf{g}^* \mathbf{C}^{\frac{1}{2}} \mathbf{g}. \quad (7.42)$$

Es lässt sich zeigen, dass im Falle, dass  $\mathbf{C}$  Rang 1 besitzt, somit also nur ein Eigenwert  $\lambda_1 = s_k$  bezüglich der einzigen Quelle  $s_k$  existiert, und dessen Eigenvektor  $\mathbf{v}_1$  der Steering-Vektor  $\mathbf{g}_k$  ist. Es gilt daher der Zusammenhang [Dougherty 2014]:

$$w(\mathbf{g}) = s_k^{\frac{1}{2}} |\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2. \quad (7.43)$$

In Gleichung (7.34) wird der Zusammenhang zum FDBF deutlich, welcher sich in Anwesenheit einer Quelle ausdrücken lässt als:

$$w(\mathbf{g})_{FDBF} = s_k |\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2. \quad (7.44)$$

Die Ausdrücke in (7.43) und (7.44) sind in Anwesenheit genau einer Quelle annähernd äquivalent, jedoch steht in (7.43) die Quellstärke  $s_k$  in einem quadratischen Zusammenhang. Die sogenannte „Point-spread-function – PSF“  $|\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2$ , welche angibt, wie die ideale Quelle durch das System Beamformer abgebildet wird, ist in beiden Ausdrücken identisch. Gerade dieser Umstand wird zur Verbesserung des Beamforming-Ergebnisses genutzt. Um Gleichung (7.43) so zu transformieren, dass diese die geschätzte, „vollständige“ Quellstärke abbildet, ist es notwendig, diese zu quadrieren. Da die PSF jedoch maximal den Wert 1 annehmen kann, wenn der Steering-Vektor  $\mathbf{g}$  exakt auf die Quelle  $s_k$  gerichtet ist, also  $\mathbf{g} = \mathbf{g}_k$  gilt, wird das Quadrieren der PSF, falls diese eine Nebenkeule abbildet ( $|\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2 > 1$ ), den Effekt haben, dass deren Abbildung verringert bzw. unterdrückt wird.

Überträgt man diesen Bezug nun auf die Ausgangsleistung des Functional-Beamformers und beliebige  $v$ ,

$$\mathbf{P}_{FUBF} = \left[ \mathbf{g}^* \mathbf{C}^{\frac{1}{v}} \mathbf{g} \right]^v, \quad (7.45)$$

so wird ersichtlich, dass mit steigenden Werten für  $v$  eine zunehmende Unterdrückung der Nebenkeulen und eine Schärfung der Hauptkeule erreicht werden kann [Dougherty 2014]. Durch diese einfache Modifikation des konventionellen Beamformings kann somit sowohl eine ein deutlich höherer Dynamikbereich, als auch eine Verbesserung der Auflösung im Vergleich zum FDBF abgebildet werden. Abhängig von der Wahl des funktionalen Exponenten degeneriert das FUBF zum konventionellen FDBF ( $v = 1$ ), bei der Wahl von  $v = -1$  bildet das FUBF eine Formulierung des MVDR Beamformers.

#### 7.4 Array Gain und White Noise Gain

Das an einem Sensorarray einfallende Wellenfeld wird in der Realität auch immer von Rauschen begleitet. Durch seinen unkorrelierten (Stör-)Signalcharakter ist insbesondere ein Mikrofonarray zur effektiven Störsignaldämpfung geeignet (vgl. 5.3). Da ein Array aus einer Vielzahl von Sensoren besteht, welche jeweils eine unabhängige Messung des Wellenfeldes erreichen, ist durch geschickte Kombination dieser Messungen eine Verbesserung SNR möglich [Johnson und Dudgeon 1993]. Dessen Verbesserung ist als eines der wesentlichen Ziele der mehrkanaligen Störunterdrückung anzusehen und stellt zugleich einen wichtigen Vorteil gegenüber der einkanaligen Erfassung des Wellenfeldes dar.

Der sogenannte „Array Gain“ ist ein Maß für die Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses durch das Array. Er fasst zusammen, wie gut ein Rauschen durch die Verarbeitung des Arrays unterdrückt werden kann. Für das Modell eines einzelnen Sensors im räumlichen Ursprung kann folgende Antwort für ein „verraushtes“ Eingangssignal angenommen werden

$$y(t) = s(\vec{0}, t) + n(\vec{0}, t), \quad (7.46)$$

wobei sich das Signal aus dem Nutzsignalgehalt  $s(\vec{x}, t)$  und dem Rauschanteil  $n(\vec{x}, t)$  zusammensetzt. Nutzsignalgehalt und Rauschanteil sind nachfolgend als unkorreliert anzunehmen. Das Rauschen am Sensoreingang kann hierbei einerseits durch das Rauschen des einfallenden Wellenfeldes, andererseits aber auch durch das Eigenrauschen des Sensors selbst (thermische oder elektronische Rauscheffekte) verursacht sein. Der frequenzabhängige SNR an einem einzelnen Sensor ist dann bestimmt durch [Brandstein 2001]

$$SNR_{Sensor} = \frac{\varphi_{ss}}{\varphi_{nn}}, \quad (7.47)$$

wobei  $\varphi_{ss}$  das Leistungsdichtespektrum des Signals und  $\varphi_{nn}$  das des gemittelten Rauschens kennzeichnen. Betrachtet man nun das Ausgangsleistungsdichtespektrum des Arrays, welches auch als Beamformer-Output bezeichnet wird (vgl. Kapitel 7.3.1)

$$\boldsymbol{\varphi}_{YY} = \mathbf{W}^* \boldsymbol{\varphi}_{XX} \mathbf{W}, \quad (7.48)$$

mit dem Gewichtungsvektor  $\mathbf{W}$  und der Matrix der Leistungsdichtespektren der Eingänge  $\boldsymbol{\varphi}_{XX}$ , welche letztendlich nichts Anderes ist, als die Kreuzspektralmatrix  $\mathbf{C}_{mn}$ , so ergibt sich das gewünschte Nutzsignal zu:

$$\varphi_{YY,Signal} = \boldsymbol{\varphi}_{ss} |\mathbf{W}^* \mathbf{g}|^2, \quad (7.49)$$

mit dem Steering-Vektor  $\mathbf{g}$ . Das alleinige Rauschsignal ergibt sich unter gleichen Voraussetzungen zu:

$$\varphi_{YY,Noise} = \boldsymbol{\varphi}_{nn} \mathbf{W}^* \boldsymbol{\varphi}_{NN} \mathbf{W}. \quad (7.50)$$

$\Phi_{NN}$  kennzeichnet hier die (normierte) Matrix der Kreuzleistungsdichtespektren des Rauschens. Somit erhält man den Ausdruck des Array Gains zu:

$$G = \frac{|W^* g|^2}{W^* \Phi_{NN} W}. \quad (7.51)$$

Die Kenngröße des sogenannten White Noise Gain (WNG) beschreibt, wie sich der Beamformer bei räumlich unkorreliertem Rauschen, wie es z.B. durch das Eigenrauschen der Sensoren gegeben ist, verhält [Brandstein 2001].

Der WNG kann als Pendant zum Array Gain also als Maß für die Robustheit eines Beamformers verstanden werden, da Fehler in der Arrayausrichtung oder dem Steering-Vektor, z.B. verursacht durch falsche angenommene Mikrofonpositionen, ebenfalls als unkorrelierte Größen modelliert werden [Widrow und Stearns 1985], [Vincent 2004].

Die Definition des White Noise Gain ist aus dem Array Gain abgeleitet. Für unkorreliertes Rauschen ist die normierte Matrix der Kreuzleistungsdichtespektren über die Sensorsignale  $\Phi_{NN}$  identisch mit der Einheitsmatrix  $I$ , somit folgt für den Ausdruck des WNG:

$$WNG = \frac{|W^* g|^2}{W^* W}. \quad (7.52)$$

Im nachfolgenden Abschnitt soll auf zwei Eigenschaften des Beamformings eingegangen werden, welche die Lokalisierungsqualität der konventionellen Beamforming-Formulierung nach (7.6) derart beeinflussen, dass deren theoretische Hintergründe hier kompakt diskutiert werden sollen. Diese sind Dynamik und Auflösung.

## 7.5 Dynamik

Die Dynamik, welche die Quellstärke der Hauptkeule zur ersten Nebenkeule kennzeichnet, ist ein Maß dafür, welche Quelle in Anwesenheit weiterer Quellen oder Störanteilen noch durch den jeweiligen Algorithmus lokalisiert werden kann. Sie ist als einer der wichtigsten Parameter eines Beamforming-Systems und insbesondere eines Beamforming-Algorithmus anzusehen, daher sollen nachfolgend die theoretischen Grenzen des erreichbaren Dynamikbereichs am Beispiel des Delay-and-Sum-Algorithmus beleuchtet werden.

Angenommen es existieren eine Anzahl von  $M$  unabhängigen Quellen mit den Quellstärken  $s_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , beliebiger Quellform und ein Sensorarray bestehend aus  $N$  Mikrofonen, so ist die CSM gegeben als:

$$C = \sum_{j=1}^M s_j g_j g_j^*, \quad (7.53)$$

mit dem Steering-Vektor  $g_j$  bezüglich der Quelle  $j$ .

Die Aufgabe des Beamformings ist es, die Quellstärken und Orte der  $s_j$  aus der gemessenen Kreuzspektralmatrix  $\mathbf{C}$  zu ermitteln. Die Steering-Vektoren  $\mathbf{g}_j$  sind indirekt durch die Messung als bekannt vorauszusetzen. Ihre Normalisierung ist  $\mathbf{g}'_j \mathbf{g}_j = 1$ . Das Beamforming soll im Frequenzbereich durchgeführt werden. Es entspricht daher dem Ausdruck (vgl. Kapitel 7.2.2):

$$b(\mathbf{g}) = \mathbf{g}^* \mathbf{C} \mathbf{g} . \quad (7.54)$$

Weiterhin soll in diesem Beispiel angenommen werden, dass nur eine der zu ermittelnden Quellen  $s_j$  ungleich 0 ist, also nur eine Quelle  $k$  existiert. Um eine Kartierung der Schallquelle (Beamforming map) zu erhalten, wird der Steering-Vektor  $\mathbf{g}$  der Beamforming Gleichung (7.54) auf sogenannte Gittervektoren  $\mathbf{g}_j$  abgebildet. Jeder Punkt der Beamforming map ergibt sich demnach zu  $b_j = b(\mathbf{g}_j)$ ,  $j = 1, \dots, M$ . Die entsprechende Kreuzspektralmatrix bezüglich der Quelle  $k$  lautet also:

$$\mathbf{C} = s_k \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^* , \quad (7.55)$$

so dass die Ausrichtung auf den korrekten Quellort, also der Abgleich des Steering-Vektors  $\mathbf{g}$  mit dem Gittervektor  $\mathbf{g}_j$ , die Ermittlung der Quelle

$$b(\mathbf{g}_k) = s_k \mathbf{g}_k^* \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^* \mathbf{g}_k = s_k \quad (7.56)$$

bedeutet. An allen weiteren Orten des zu kartierenden Gitters, welches die Beamforming map repräsentiert gilt generell der wichtige Zusammenhang [Dougherty 2014]:

$$b(\mathbf{g}) = s_k \mathbf{g}^* \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^* \mathbf{g} = s_k |\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2 . \quad (7.57)$$

Der Ausdruck  $|\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2$  stellt die sogenannte „point spread function“ (PSF), die Abbildende des Beamformers, dar. Die Funktion nimmt im Idealfall, also am korrekten Quellort genau den Wert eins an. Während eine Ausrichtung auf einen beliebigen Punkt in der Beamforming map, lediglich ein Output

$$b(\mathbf{g}) = s_k \mathbf{g}^* \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^* \mathbf{g} = s_k |\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2 < 1 \quad (7.58)$$

erzeugt. Mit zunehmender Abweichung des Steering-Vektors  $\mathbf{g}$  von der eigentlichen Quellposition (mit dem Steering-Vektor  $\mathbf{g}_k$ ), nimmt die PSF ab und beschreibt dabei die Form der rekonstruierten Quelle, welche auch als beamforming peak shape bezeichnet wird. Nahe der rekonstruierten Quelle kann die PSF als  $\cos^2 \theta$  beschrieben werden, wobei  $\theta$  der Winkel zwischen  $\mathbf{g}$  und  $\mathbf{g}_k$  ist [Johnson und Dudgeon 1993].

Außerhalb des eigentlichen „beamforming peaks“ besitzt die PSF vielfältig geartete Nebenkeulen. Abhängig von Objektstand, Abweichung des Steering-Vektors, der Frequenz und weiteren Parametern, liegt typischerweise die darstellbare Dynamik zwischen 7 bis 13 dB [Johnson und Dudgeon 1993] [Benesty 2008]. Diese Pegel charakterisieren die Dynamik des CBF bezüglich einer einzelnen Schallquelle.

Im Fall mehrerer existierender Quellen, von denen erneut nur eine, nämlich Quelle  $k$  mit Quellstärke  $s_k$  von Interesse sein soll, stellt sich die zugehörige Kreuzspektralmatrix dar als [Dougherty 2014]:

$$\mathbf{C} = s_k \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^* + \mathbf{D}, \quad (7.59)$$

wobei für die Matrix  $\mathbf{D}$  gilt:

$$\mathbf{D} = \sum_{u \neq k} s_u \mathbf{g}_u \mathbf{g}_u^*. \quad (7.60)$$

In der hermiteschen Matrix  $\mathbf{D}$ , für die  $\mathbf{g}^* \mathbf{D} \mathbf{g}_k \geq 0$  gilt, sind alle übrigen Quellen enthalten. Wendet man nun das Beamforming erneut auf das modifizierte Szenario an, so erhält man:

$$b(\mathbf{g}_k) = s_k + \mathbf{g}_k^* \mathbf{D} \mathbf{g}_k, \quad (7.61)$$

wobei gilt:

$$b(\mathbf{g}_k) \geq s_k. \quad (7.62)$$

Das Beamforming-Ergebnis repräsentiert die untere Grenze für den Wert der Quelle am Ort des Steering-Vektors  $\mathbf{g}_k$ . Die Höhe, um den das Beamforming-Ergebnis den korrekten Wert überschreitet, ist von den anderen Quellen  $\mathbf{D}$  und der Wirkung der PSF auf diese abhängig. Wenn die anderen Quellen deutlich stärker sind als  $s_k$ , kann  $\mathbf{g}_k^* \mathbf{D} \mathbf{g}_k$  Gleichung (7.61) dominieren. Durch diesen Effekt kann die Quelle  $s_k$  durch die in der Matrix  $\mathbf{D}$  enthaltenen Quellen maskiert werden.

## 7.6 Auflösung

Eine zweite Eigenschaft des jeweiligen Beamforming-Algorithmus ist die Auflösung. Die Auflösung eines Beamformers stellt seine Fähigkeit dar, den Ort einer Quelle oder deren Richtung genau zu bestimmen. Dabei beeinflusst sowohl die Wahl der Array Geometrie, der Apertur und der Sensorgewichtung dessen Auflösung. Die Auflösung kann anhand verschiedener Beurteilungskriterien ausgedrückt werden. Infolge der engen Beziehung zwischen der „aperture smooting function“, des sogenannten Array-Pattern, und der Antwort des Delay-and-Sum Beamformers im Wellenzahl-Frequenzbereich (vgl. Kapitel 6.4 und 6.5), erhalten wir ähnliche Ergebnisse für den Ausdruck der Auflösung eines Beamformers [Johnson und Dudgeon 1993].

Die Limitierung der Auflösung bedeutet einerseits eine begrenzte Fähigkeit des Beamformers, die Ausbreitungsrichtung einer ebenen Welle zu bestimmen, aber auch andererseits zwei ebene Wellen zu trennen, deren Richtung leicht voneinander abweicht. Beide Kriterien können zur Bewertung der Auflösung verwendet werden, sind jedoch für konventionelle Beamforming-Algorithmen, aufgrund der Schwierigkeiten, die sich durch die Anwesenheit mehrerer Quellen selbst ergeben, nicht gleichwertig. Zwei Quellen (geringfügig) unterschied-

licher Wellenzahlen unterscheiden sich nämlich nicht nur durch die Differenz ihrer Ausbreitungsrichtungen, sondern auch durch ihre relativen Phasen der ausbreitenden Wellen. Dieses Kriterium bringt somit, zusätzlich zu den jeweiligen Arrayeigenschaften, die Eigenschaften der Signale mit ein, obwohl man versucht eben diese zu beurteilen, wenn man zwei Quellen trennen will. Somit ist es nur sinnvoll, die Auflösung gemäß der zuerst genannten Eigenschaft, der Bestimmung der Ausbreitungsrichtung einer (ebenen) Welle zu definieren. Diese ist äquivalent zu der Bestimmung der Breite der Hauptkeule des Array-Patterns üblicherweise in Bezug auf die Wellenzahl.

Zur Verdeutlichung der zuvor diskutierten Eigenschaften des Array-Patterns, der Dynamik und der Auflösung soll Abb. 7.3 dienen. Abb. 7.3 zeigt die unitär gewichtete Antwort eines Linienarrays bei Einfall einer ebenen Welle der Wellenlänge  $\lambda$  mit einer Mikrofonanzahl von 21 Mikrofonen, welche in einem Abstand von  $\lambda/2$  angeordnet sind.

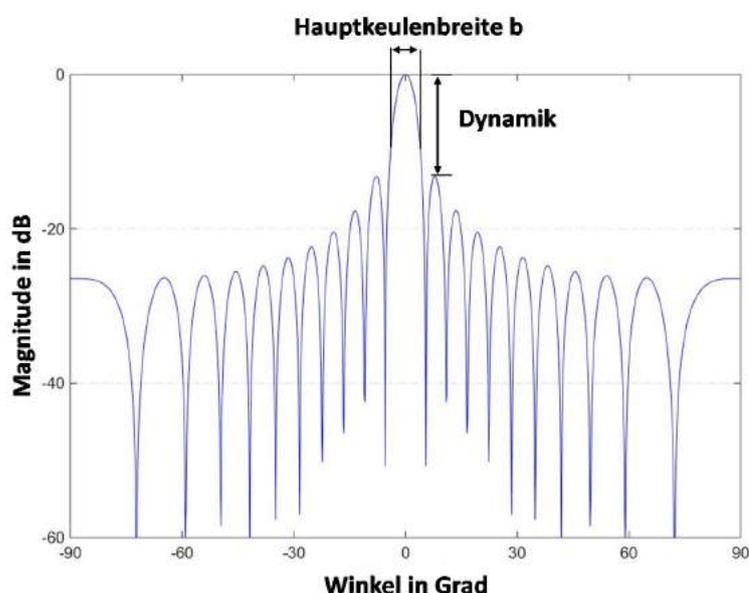


Abb. 7.3: Exemplarisches Array-Pattern eines Linienarrays

## 7.7 Entwicklungsumgebung zur softwaretechnischen Realisierung und Evaluierung

Eine zentrale Maßgabe des Promotionsprojektes ist es, die Erweiterungen innerhalb des Beamforming-Prozesses hinsichtlich der Berücksichtigung des modalen Schallfelds eines Fahrzeuginnenraums sowohl theoretisch zu erarbeiten und zu evaluieren, als auch die gewonnenen Erkenntnisse in einer vorhandenen, industrietauglichen Lösung in der NVH-Entwicklung der Daimler AG verfügbar zu machen. Diese Maßgabe stellte insofern einen Zielkonflikt dar, als das keine Entwicklungsumgebung vorhanden war, die es in ausreichendem Umfang ermöglichte, mathematische Verarbeitung mit der notwendigen Performance und Flexibilität umzusetzen und gleichzeitig die Stabilität und Benutzerfreundlichkeit mitzubringen, um im Umfeld eines Großunternehmens angewendet werden zu können. Die Lö-

sung erfolgte daher durch die Kombination der Software Matlab, in der die Umsetzung der entwickelten Algorithmik erfolgt ist und der Beamforming-Software Noiselmage des Herstellers GFal (Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik), welche den softwaretechnischen Rahmen darstellt, in der die Matlab-Algorithmik eingebunden ist. Über eine in Noiselmage integrierte Schnittstelle zu Matlab ist eine Interaktion der Programme möglich. In Noiselmage wird die Verarbeitung von der Messung der Zeitrohdaten bis zum sogenannten „akustischen Photo“ realisiert. Die Algorithmik wird Noiselmage über dynamische Programmbibliotheken (DLL), welche den kompilierten Matlab-Code enthalten, zur Verfügung gestellt. Nachfolgend soll die Interaktion der Software im Beamforming-Prozess kurz dargestellt werden, um dem Leser den Entwicklungsansatz zu verdeutlichen. Abb. 7.4 stellt die Interaktion zwischen Noiselmage und Matlab dar.

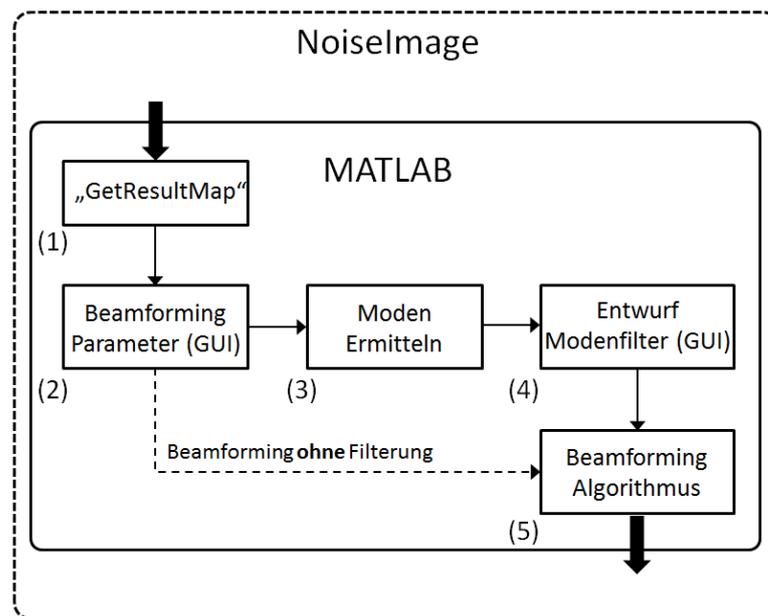


Abb. 7.4: Matlab-Schnittstelle im Beamforming Prozess

Über Noiselmage werden Matlab die Zeitinformationen (Sample), ein eventuell eingeschränkter Frequenzbereich, sowie erforderliche Metadaten wie Arraykoordinaten, Sampling-Rate etc. als Eingangsgrößen übergeben. Diese werden in der Datei „GetResultMap“ gespeichert und verarbeitet (1). Anschließend erfolgt durch den Nutzer die Eingabe der Beamforming-Parameter (Frequenzbereich, Algorithmus, Pre-Processing-Optionen etc.) über eine grafische Benutzeroberfläche (GUI) (2). Danach hat der Nutzer die Möglichkeit, das Beamforming sofort zu starten (5), oder zuvor eine Modenermittlung durchzuführen (3). Ist diese erfolgt, kann der Nutzer über eine separate Schaltfläche den Entwurf des Modenfilters über eine weitere GUI beginnen (4). Auf Basis der aus der Messung ermittelten Moden, wird dem Nutzer automatisch das Moden-Filter vorgeschlagen, welches in vielfältiger Weise modifiziert und abgespeichert werden kann. Nach Abschluss des Filterentwurfs kann ebenfalls das eigentliche Beamforming gestartet werden (5).

### 7.8 Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming-Algorithmen hinsichtlich zufällig verteilter Rauschquellen

Um die prinzipielle Leistungsfähigkeit ausgewählter, in dieser Arbeit untersuchten Algorithmen und das Verbesserungspotential der Beamforming-Ergebnisse adaptiver Algorithmen im Vergleich zum Delay-and-Sum-Algorithmus aufzuzeigen, wird ein akustisches Szenario geschaffen. Dieses Szenario simulierter Quellen bildet idealisiert deren Abstrahlung nach. Es soll dazu dienen, die Leistungsfähigkeit der untersuchten Algorithmen hinsichtlich der Parameter Dynamik und Auflösung (vgl. Kapitel 7.5, 7.6) zu beurteilen. Die Quellen sind als ideale, weiße, unkorrelierte Rauschquellen mit Monopol-Charakteristik und definierten Schalldruckpegeln (RMS) ausgeformt.

Das Basisszenario umfasst vier Rauschquellen  $S_1$  bis  $S_4$ , welche Schalldruckpegel von 58 dB, 55 dB, 52 dB und 47 dB in einem konstanten Abstand von einem Meter Entfernung (Virtuelle Ebene) aufweisen. Demensprechend bildet das Quellszenario eine Gesamtdynamik von 11 dB ab. Abb. 7.5 stellt das genannte Szenario (Szenario I) dar.

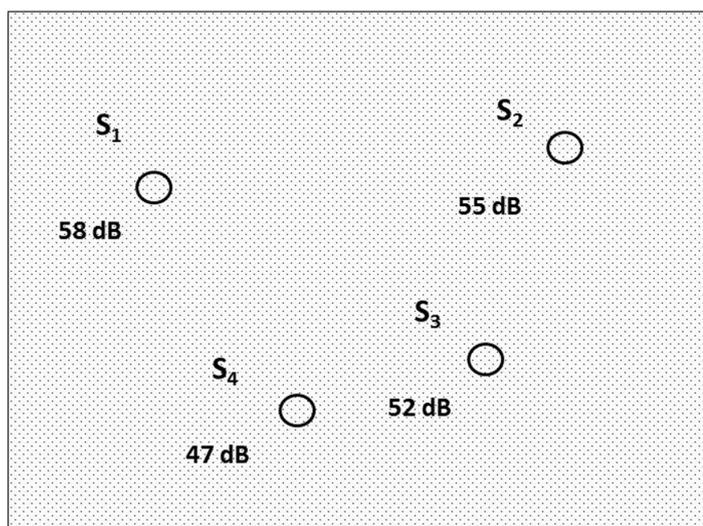


Abb. 7.5: Szenario definierter, idealisierter Rauschquellen (Szenario I)

Als Referenz zur Beurteilung der Ergebnisse weiterer Beamforming-Algorithmen und-Modifikationen soll sowohl in dieser, als auch in nachfolgenden Untersuchungen dieser Arbeit, der Delay-and-Sum-Algorithmus dienen.

Die folgenden Abbildungen zeigen die jeweilige Antwort des Delay-and-Sum Beamformings (CBF) (1), des orthogonalen Beamformings (OBF) (2), des Functional Beamformings (FUBF) (3) und des MUSIC-Algorithmus (MUSIC) auf das zuvor beschriebene Szenario. Für die Untersuchung wird ein offenes, sphärisches Mikrofonarray mit 48-Kanälen verwendet, dessen technische Daten im Anhang zu finden sind. Die Antworten der Beamformer sind als dreidimensionale Kartierung bezüglich einer virtuellen Gitterebene dargestellt.

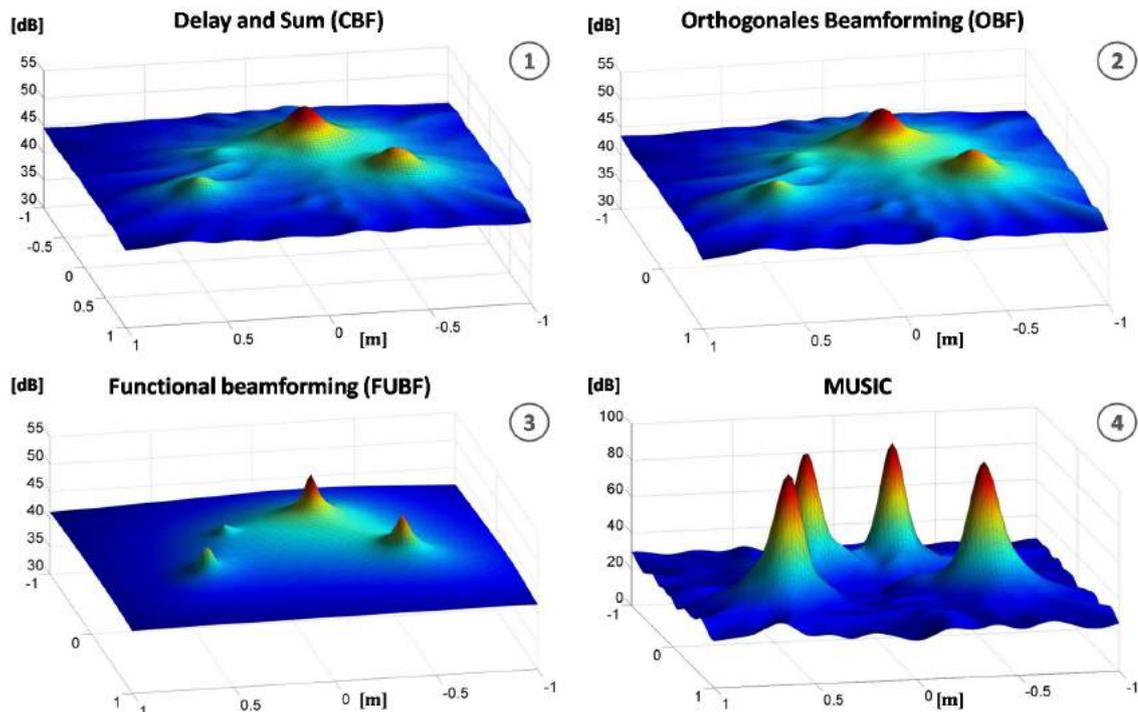


Abb. 7.6: Kartierungsergebnis ausgewählter Beamformer bezüglich Szenario I

Es wird ersichtlich, welcher Dynamikgewinn, welcher im Fokus des ersten Teils dieser Untersuchung stehen soll, in der dargestellten akustischen Szene durch die Anwendung fortschrittlicher Beamforming-Algorithmen realisiert werden kann. Die einzelnen Verfahren werden der Reihenfolge nach diskutiert.

Ausgehend vom CBF, dessen Dynamik als Referenz dient, ist bei Anwendung des orthogonalen Beamformings in Abb. 7.6 keine Verbesserung der Dynamik erkennbar. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass das OBF erst bei separater Darstellung der einzelnen Quellen bzw. jedes einzelnen Quellmechanismus (Eigenwert) sein Potential zur Erhöhung der Dynamik umsetzen kann. Dies ist das wesentliche Merkmal dieses Vorgehens. Eine Erhöhung der Dynamik wird durch eine Eigenwertzerlegung der ursprünglichen CSM realisiert. Durch eine anschließende Re-Synthese einer neuen CSM jedes separat betrachteten Eigenwertes, kann aus dieser eine spezifische Kartierung errechnet werden (vgl. Kapitel 7.3.8). Somit kann, wie (Abb. 7.7) zeigt, die Dynamik deutlich erhöht werden. Durch dieses Vorgehen kann nun jede der vier Quellen deutlich kartiert werden.

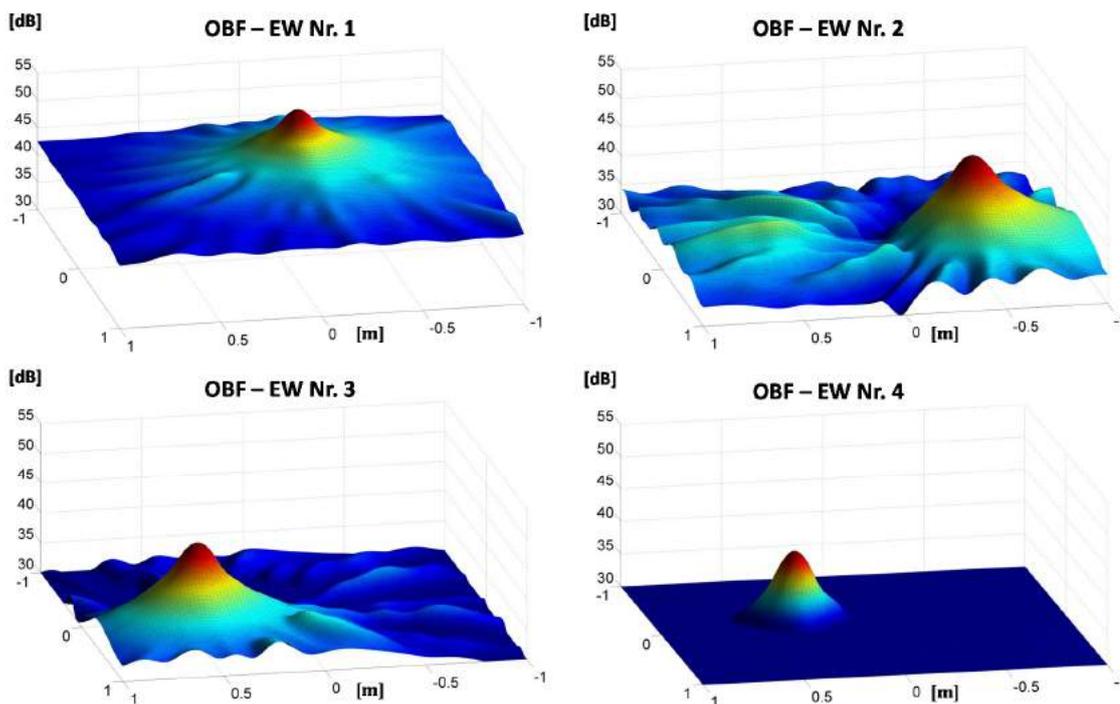


Abb. 7.7: Kartierungsergebnis des OBF nach Eigenwerten bezüglich Szenario I

Beim Functional Beamforming, welches die klassische Beamforming Gleichung (7.6) um den funktionalen Exponenten  $\nu$  (vgl. Kapitel 7.3.9) erweitert, kann eine Dynamikerhöhung durch zwei Effekte erreicht werden. Beide lassen sich auf den funktionalen Exponenten zurückführen. Dies ist einerseits die Verstärkung des jeweiligen Eigenwerts der Quelle, da dieser durch den funktionalen Exponenten potenziert wird ( $\nu > 1$ ), andererseits die Unterdrückung der zugehörigen Nebenkeulen. Die Unterdrückung der Nebenkeulen wird durch die Modifikation der PSF  $|\mathbf{g}^* \mathbf{g}_k|^2$  erreicht, die in Abhängigkeit des gewählten  $\nu$  exponentiell abnimmt ( $|\mathbf{g}' \mathbf{g}_k| < 1$ ). Üblicherweise ist der funktionale Exponent  $\nu$  in einem Bereich zwischen 20 und 300 zu wählen [Dougherty 2014].

Der Dynamikgewinn des MUSIC Algorithmus ist in diesem Vergleich am deutlichsten erkennbar. MUSIC basiert, ähnlich wie das OBF, auf der Zerlegung der Kreuzspektralmatrix. Anders als bei diesem, werden jedoch nicht mehr einzelne Eigenwerte betrachtet, sondern die gesamte Eigenwertdiagonalmatrix, welche anschließend in die Unterräume  $\mathbf{U}_S$  (Eigenwerte der Quellen und den kohärenten Rauschanteilen) und  $\mathbf{U}_N$  (Eigenwerte inkohärenter Rauschanteile) zu differenzieren ist (vgl. Kapitel 7.3.7). Da beide Räume senkrecht aufeinander stehen, bedeutet dies, dass Vektoren die im Signalraum liegen, und damit Quellen entsprechen, mit einer modifizierten CSM gerade auf null abgebildet werden, wohingegen alle anderen Vektoren gerade auf einen Vektor zwischen null und eins abgebildet werden [Schmidt 1986]. Wird die daraus erzeugte negative Beamforming map invertiert, so erhält man ein Ergebnis mit sehr hoher Dynamik. Wie ebenfalls in Abb. 7.6 erkennbar ist, gehen aufgrund der MUSIC-Struktur (vgl. Kapitel 7.3.7) die Betragsinformationen der Signale verlo-

ren. Dies führt zwangsläufig zum Verlust der Pegelinformation, so dass der MUSIC Algorithmus ausschließlich als Ortungsalgorithmus oder zur Direction of Arrival Estimation verwendet werden kann.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass ebenfalls keiner der anderen hier untersuchten Algorithmen die exakten absoluten Pegel der Quellen rekonstruieren kann. Die Rekonstruktion exakter Pegel, welche ebenfalls mit dem Beamforming, wie etwa mit dem Ansatz des sogenannten „Covarianz Matrix Fitting“ realisiert werden kann, soll jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit ein. Die relativen Quellstärken bzw. Pegeldifferenzen können hingegen recht genau ermittelt werden [Nau 2014]. So detektiert das OBF zwar die Quelle S1 bei 54 dB (58 dB) mit einem zu geringen Pegel, Quelle S2 jedoch mit der annähernd korrekten Pegeldifferenz bei 50,6 dB (55 dB), Quelle S3 47,5 dB (52 dB) und S4 bei 41,6 dB (47 dB). Eine Übersicht über diese sehr genau detektierten Pegeldifferenzen ist in nachfolgender Tabelle gegeben.

Quelle	Pegel [dB]		Delta [dB]	
	Real	OBF	Real	OBF
S <sub>1</sub>	58	54	-	-
S <sub>2</sub>	55	50,6	3	3,4
S <sub>3</sub>	52	47,5	3	3,1
S <sub>4</sub>	47	41,6	5	4,9

Abb. 7.8: Übersicht der detektierten Pegeldifferenzen mit dem OBF bezüglich Szenario I

Das Auflösungsvermögen des Beamformings ist zu wesentlichen Teilen durch die Eigenschaften der Apertur, wie zum Beispiel der räumlichen Ausdehnung, der Geometrie oder des Sensorabstands des Arrays etc. gegeben (vgl. Kapitel 6). Da für die Untersuchungen dieses Unterkapitels jedoch immer dasselbe sphärische Array eingesetzt und bei Durchführung der jeweiligen Untersuchungsreihe identische Rahmenbedingungen hergestellt worden sind, ist die Variation der Hauptkeulenbreite  $b$  ausschließlich auf die Signalverarbeitung der Beamforming-Algorithmen zurückzuführen.

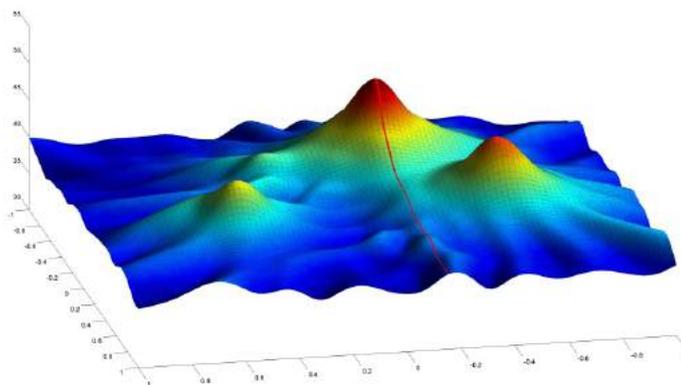


Abb. 7.9: Schnittebene der Auflösungsuntersuchung bezüglich Szenario I

Zum Vergleich der Hauptkeulenbreite wird erneut Szenario I herangezogen. In Abb. 7.9 ist ein Schnitt durch das Maximum der Quelle S<sub>1</sub> zu erkennen. Die Breite der Hauptkeule kann als Indikator, abgelesen in einem Abstand von 3 dB unterhalb des Maximums, für das Auflösungsvermögen verschiedener Beamformer im Allgemeinen, wie auch in dieser Untersuchung bezüglich der betrachteten Quelle herangezogen werden (vgl. Kapitel 7.6). Abb. 7.10 ist in zwei Unterdiagramme aufgeteilt. Aufgrund der starken Variation der Dynamik zwischen dem CBF, dem OBF und dem FUBF im Vergleich zu MUSIC, sind die zuerst genannten Algorithmen im linken Unterdiagramm zunächst untereinander verglichen. Im rechten Unterdiagramm sind, durch eine Normierung des MUSIC-Algorithmus auf den maximalen Pegel von Quelle S<sub>1</sub>, alle Algorithmen im direkten Vergleich dargestellt.

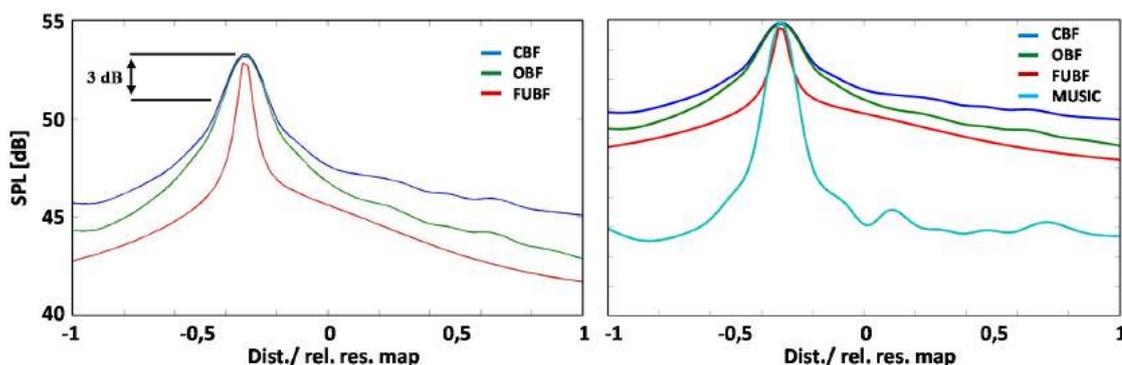


Abb. 7.10: Vergleich des Auflösungsvermögens der untersuchten Beamformer, Szenario I

Im linken Unterdiagramm zeigt sich, dass das Auflösungsvermögen des CBF und des OBF (angewandt auf alle Quellen des Szenarios I) nahezu identisch ist, während die Hauptkeulenbreite des FUBF ( $\nu = 20$ ) nur etwa ein Drittel beträgt. Diese Reduzierung der Hauptkeulenbreite ist auf die Modellierung der PSF zurückzuführen. Stellt man Gleichung (7.43) und (7.44) gegenüber, so wird ersichtlich, dass durch das quadrieren, beziehungsweise potenzieren in Abhängigkeit des funktionalen Exponenten  $\nu$ , eine direkte Schärfung der PSF zur Folge hat (vgl. Kapitel 7.3.9) und dadurch die Breite der Haupt- sowie der Nebenkeulen stark verringert werden kann.

Im rechten Unterdiagramm ist zu erkennen, dass die Auflösung des MUSIC Algorithmus, mit der des FUBF zu vergleichen ist. Dies ist eine Eigenschaft, welche auf dem Prinzip der Signalschätzung aus dem Rauschunterraum resultiert und sich nicht auf einen einzelnen Effekt zurückführen lässt. Daher sei an dieser Stelle erneut auf Kapitel 7.3.7 verwiesen.

### 7.9 Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming-Algorithmen in einem Fahrzeuginnenraum

Bezugnehmend auf den in Kapitel 7.8 aufgezeigten Vergleich verschiedener Beamforming Algorithmen hinsichtlich den Parametern Dynamik und Auflösung bezüglich verteilter Rauschquellen, soll im Folgenden dieser Vergleich unter den realen Bedingungen eines

Fahrzeuginnenraums durchgeführt und untersucht werden. Abb. 7.11 zeigt den Innenraum des untersuchten Fahrzeugs mit dem verwendeten Mikrofonarray auf einer beispielhaften Position oberhalb der Mittelarmlehne (links) und das 48 Kanal Mikrofonarray (rechts).



Abb. 7.11: Untersuchungsaufbau im Fahrzeuginnenraum (links), verwendetes 48 Kanal Mikrofonarray (rechts)

Das Fahrzeug verfügt über eine experimentelle Audioanlage mit insgesamt 15 integrierten Lautsprechern. Jeder dieser Lautsprecher ist über eine Mehrkanalendstufe separat ansteuerbar. In dieser Untersuchung werden zwei dieser Lautsprecher mit den gleichen Signalen (weißes Rauschen) und den gleichen Pegeln (soweit durch die verschiedenen Lautsprechertypen möglich) an unterschiedlichen Orten im Fahrzeug angesteuert. Ein Signal wird über einen Lautsprecher im Dachhimmel (Hochtöner) nahe der A-Säule (Quelle 1), ein weiteres über den sogenannten „Front Bass“ (Tieftöner), an der rechten Seite der Mittelkonsole (Quelle 2), eingespielt. Über beide Lautsprecher wird weißes Rauschen abgespielt. Abb. 7.12 skizziert die Orte der Lautsprecher (links) und das Ergebnis des Beamformings mit dem CBF, welches wieder als Basis für den Vergleich dienen soll (rechts). Das dargestellte Beamforming-Ergebnisse des CBF, wie auch die nachfolgenden Beamforming-Ergebnisse stellen einheitlich eine relative Dynamik von 15 dB dar.

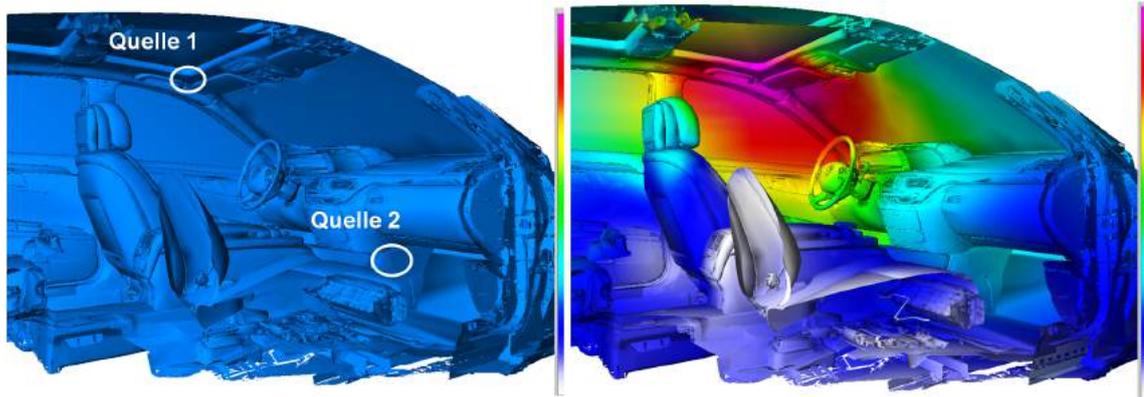


Abb. 7.12: Orte der angesteuerten Lautsprecher im Fahrzeuginnenraummodell (links) und das als Referenz verwendete Beamforming-Ergebnis des CBF (rechts)

Der beschriebene Versuchsaufbau (Abb. 7.12) wird für die weitere Ergebnisdarstellung als Szenario II bezeichnet. Abb. 7.13 stellt die Kartierungsergebnisse des OBF, des FUBF und des MUSIC Algorithmus hinsichtlich Szenario II im Vergleich dar. Die Ergebnisse werden erneut (vgl. Kapitel 7.8) der Reihenfolge nach von Teilbild 1 bis 4 diskutiert.

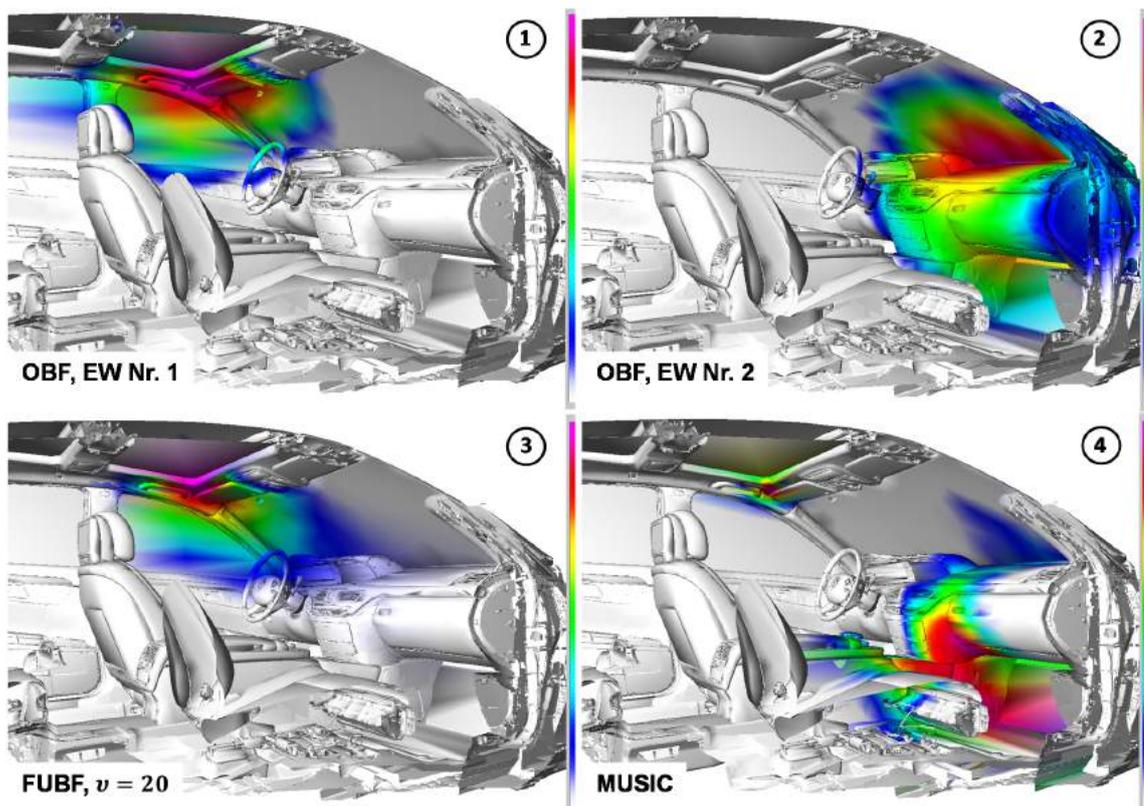


Abb. 7.13: Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming Algorithmen bezüglich Szenario II

In Teilbild 1 und Teilbild 2 sind die Ergebnisse des OBF bei Anwendung auf die ersten beiden Eigenwerte  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  dargestellt, welche durch die Singulärwert-Zerlegung (vgl. Kapitel 7.3.8) ermittelt werden können. Diese repräsentieren in Anwesenheit lediglich zweier Signale, welche weder zeitlich noch örtlich korreliert sein dürfen, die entsprechen Quellen. In Teilbild 1 ist erkennbar, dass der Ort von Quelle 1 vom OBF lokalisiert werden kann. Weiterhin ist zu sehen, dass die Lokalisierung im Vergleich zum CBF sowohl eine höhere Dynamik (Bis auf die Umgebung der Quelle ist das Modell nicht „eingefärbt“), als auch ein besseres Auflösungsvermögen (die „Einfärbung“ ist auf einen kleineren Bereich um die Quelle beschränkt) aufweist.

In Teilbild 2 wird nicht, wie gewünscht, der Ort von Quelle 2 ermittelt, sondern eine Reflexion an der schallharten Scheibe. Diese lässt zwar eine Quelle in der rechten Fahrzeughälfte erahnen, setzt sich jedoch aus kohärenten Quellanteilen zusammen [Sarradj 2006]. Dieses Lokalisierungsergebnis lässt auf eine Beeinflussung durch die im Fahrzeuginnenraum vorherrschenden Schallfeldbedingungen schließen, auf die im nachfolgenden Kapitel 9 näher eingegangen wird.

Teilbild 3 zeigt das Ergebnis des FUBF. Hier wird ebenfalls ausschließlich Quelle 1 lokalisiert. Der Vorteil der Dynamik gegenüber des CBF ist in der Größenordnung des OBF einzuordnen. Wieder ist bis auf die Quellumgebung restliche der Fahrzeuginnenraum nicht eingefärbt. Das Auflösungsvermögen kann als eine weitere geringe Verbesserung gegenüber dem OBF und als erhebliche Verbesserung gegenüber des CBF angesehen werden.

Teilbild 4 stellt das Lokalisierungsergebnis des MUSIC Algorithmus dar. Die Kartierung des Fahrzeuginnenraums lässt beide Quellen deutlich erkennen. Die erkennbare Dynamik und Auflösung, welche nur in Bezug auf Quelle 1 verglichen werden können, liegt dabei noch deutlich oberhalb des Niveaus von OBF und FUBF. Quelle 2 wird weniger präzise lokalisiert. Dabei ist zu berücksichtigen, dass es sich bei dem abstrahlenden Lautsprecher (Front Bass) um einen Tieftöner handelt, welcher trotz gleichen breitbandigen Anregungssignals einen bauartbedingt deutlich vom Hochtöner im Dachhimmel (Quelle 1) abweichenden Frequenzgang besitzt und somit langwellige, tieffrequente Anteile mit höheren relativen Pegeln abstrahlt [Jauer 2010]. Jedoch ist festzuhalten, dass nur mit dem MUSIC-Algorithmus eine gleichzeitige Lokalisierung beider Quellen möglich ist. Zusammenfassend soll festgehalten werden, dass fortschrittliche Beamforming Algorithmen existieren, durch deren Einsatz insbesondere bezüglich der Parameter Dynamik und Auflösung signifikante Verbesserungen bei der Lokalisierung von Schallquellen erreicht werden können. Diese Verbesserungen können sowohl in einer simulierten Quellenanordnung (vgl. Kapitel 7.8), als auch in einem realen Einsatzszenario wie einem Fahrzeuginnenraum (vgl. Kapitel 7.9) dargestellt werden. Durch den anwendungsspezifischen Einsatz der vorgestellten Algorithmen, können in der Praxis spezifische Problemstellungen, wie die Trennung einzelner Quellmechanismen (OBF) oder die reine Schätzung der Richtcharakteristik (MUSIC), gezielt untersucht und dadurch präzisere Ergebnisse erarbeitet werden. Die Rechenzeit der vorgestellten Algorithmen liegt trotz ihrer zum Teil signifikant verbesserten Kartierungsqualität auf dem Niveau des CBF [Nau 2014].

## 8 Filteransätze zur Anwendung des Beamformings in modalen Schallfeldern

Die nachfolgend vorgestellten Ansätze, der der GCC-Gewichtungen in Kapitel 8.1 und der des Modenfilters in Kapitel 8.2, stellen die zentralen Mechanismen zur Verbesserung der mit Hilfe des Beamformings unter dem Einfluss eines Modalfelds zu gewinnenden Lokalisierungsergebnisse dar. Aufbauend auf den in den Kapiteln 4.2 und 4.3 (Makromodellierungsmodelle), respektive 5.5 (GCC) dargelegten theoretischen Grundlagen dieser Ansätze, sollen vor deren eigentlicher Anwendung im modalen Schallfeld eines Fahrzeuginnenraums, ihre Wirkmechanismen und ihr Aufbau jeweils in einem eigenen Unterkapitel diskutiert werden.

### 8.1 Anwendung der Generalized Cross Correlation auf die CSM

Um die Auswirkungen der GCC in deren Anwendung auf die CSM für den Leser besser beurteilbar zu machen, sollen im Anschluss die zwei wichtigsten Gewichtungsvarianten der GCC, SCOT und PHAT, auf ein definiertes, synthetisches Signal veranschaulicht werden. Als Ausgangspunkt dient in diesem ersten Fall die Darstellung der spektralen Leistungsdichte (Beamformer-Output des CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz.

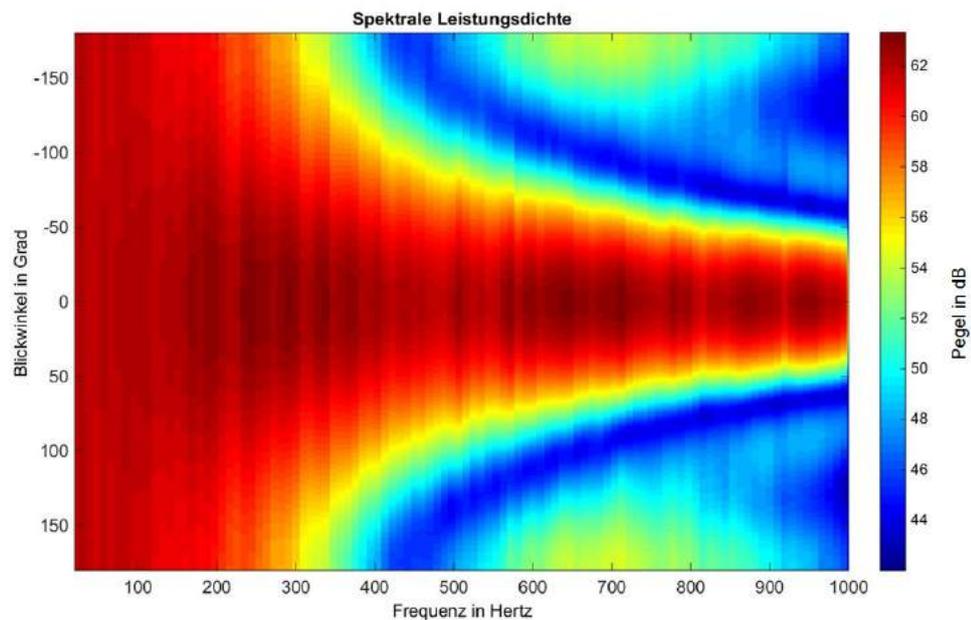


Abb. 8.1: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB

Im Vergleich der drei Darstellungen Abb. 8.1, Abb. 8.2 und Abb. 8.3 sind, was eine eventuell erwartete Schärfung der Hauptkeule durch die Gewichtungsverfahren angeht, nur geringe Unterschiede zu erkennen. Die Hauptkeulenbreite ist in den Darstellungen der beiden Gewichtungsverfahren im Vergleich zum CBF als geringfügig schmaler zu erkennen. Die Nebenkeule wirken stärker unterdrückt. Es fällt jedoch deutlich auf, dass, wie durch die Formu-

lierung der Gewichtungsfaktoren zu erwarten ist (vgl. Kapitel 5.5), die Pegelinformation aufgrund der Normierung nicht mehr berücksichtigt werden kann. Die Pegel der Darstellungen lassen dies deutlich erkennen. Dieser geringe Effekt der Gewichtungen auf das gewählte Eingangssignal ist insbesondere dann nachvollziehbar, wenn man sich die Gewichtungen von SCOT und PHAT als eine Kombination aus Korrelations- und Pre-Whitening-Filter verdeutlicht (vgl. Kapitel 5.5).

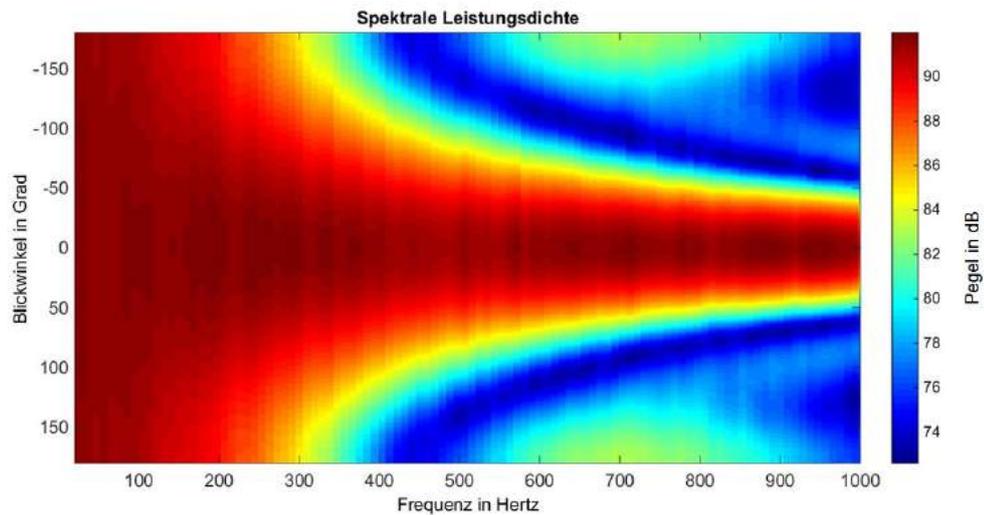


Abb. 8.2: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit SCOT-Gewichtung

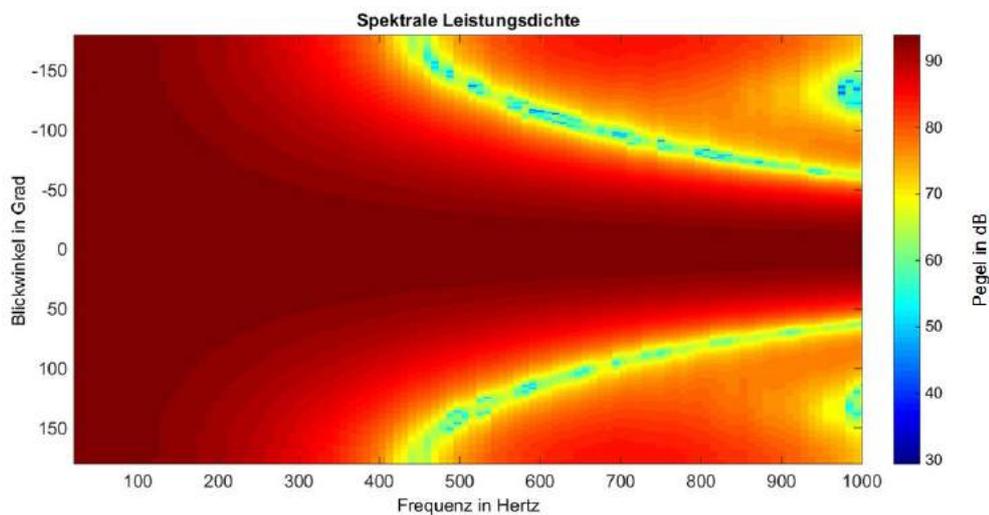


Abb. 8.3: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit PHAT-Gewichtung

Um dieser Interpretation Rechnung zu tragen soll ein zweiter Fall eines definierten Eingangssignals eben diese Eigenschaften (Korrelation und Pre-Whitening) veranschaulichen. Dazu wird das breitbandige weiße Rauschsignal in Teilen modifiziert. Dem Rauschsignal werden bei den Frequenzen 300-450 Hz, 800-870 Hz und 950-980 Hz einzelne Resonanzbänder überlagert, welche einen korrelierten Signalanteil repräsentieren sollen. Der Vergleich des Einflusses der Gewichtungen soll nun hinsichtlich dieses zweiten Signals beurteilt werden. Abb. 8.4 zeigt erneut das Ergebnis des CBF als Referenz.

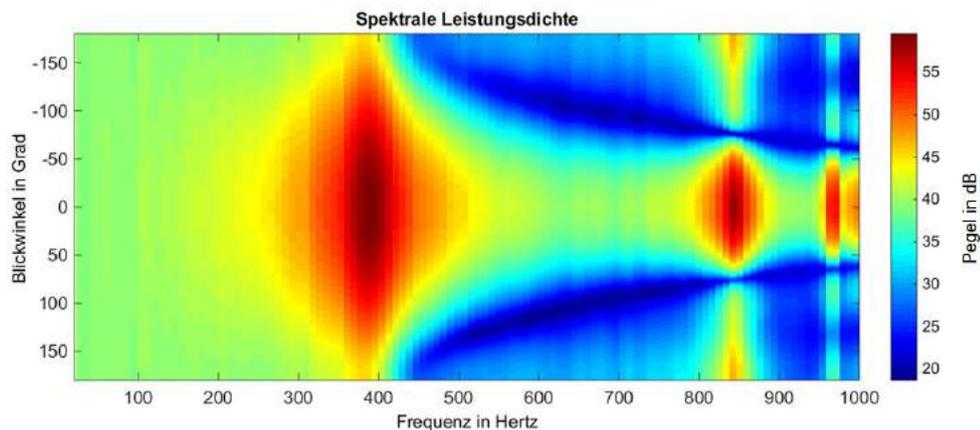


Abb. 8.4: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB

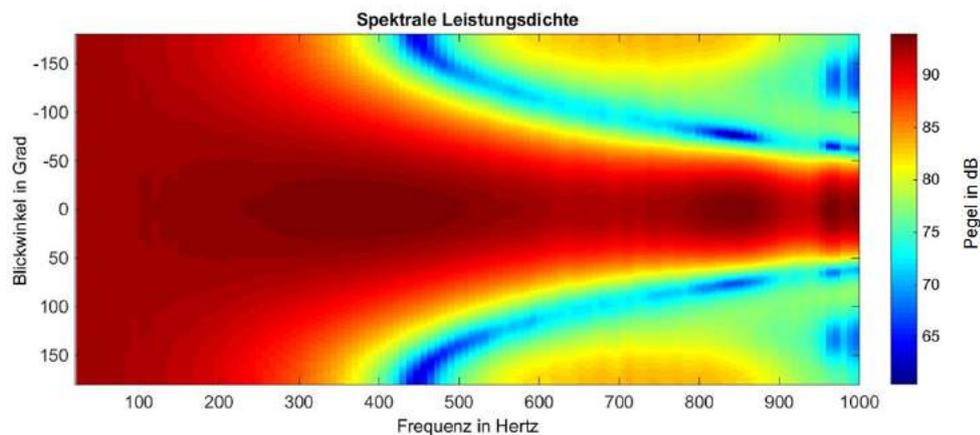


Abb. 8.5: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit SCOT-Gewichtung

Im Fall dieses zweiten modifizierten Eingangssignals werden die Effekte der Gewichtungen sehr deutlich. Explizit lässt sich in den Frequenzbereichen der Resonanzen durch beide Gewichtungen eine deutliche Verbesserung der Dynamik erkennen. Sind bei der SCOT-Gewichtung die Resonanzbereiche noch erkennbar, sind sie bei der PHAT-Gewichtung

gänzlich unterdrückt. Zudem zeigt die PHAT-Gewichtung eine durchgängige, schmale Hauptkeule, wodurch mit einer zusätzlichen Auflösungsverbesserung zu rechnen ist. Insbesondere anhand des zweiten Eingangssignals wird das Potential der SCOT- und der PHAT-Bewertung hinsichtlich der Unterdrückung korrelierter Signalanteile deutlich.

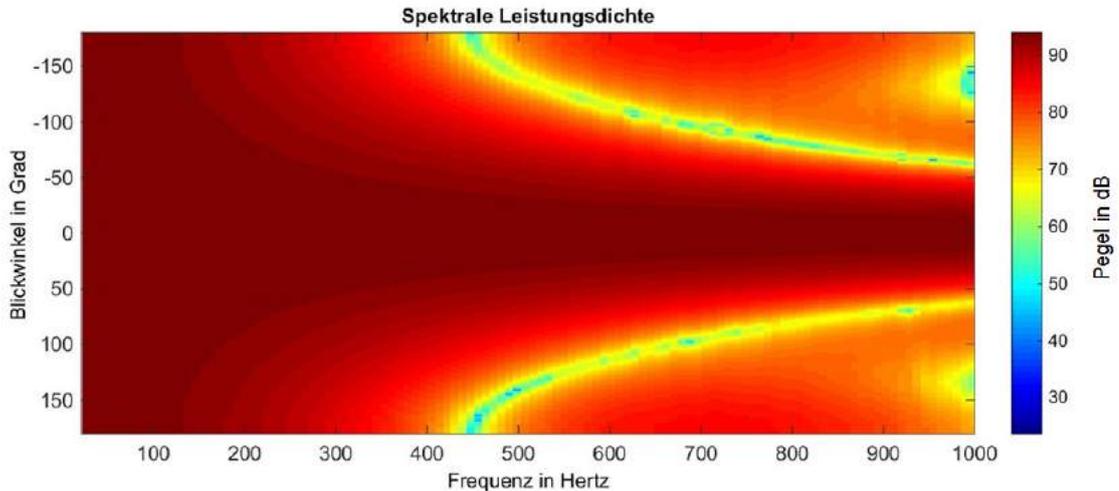


Abb. 8.6: Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit PHAT-Gewichtung

## 8.2 Berücksichtigung der Modenstruktur im Beamforming-Prozess

Wie bereits eingangs erwähnt, bietet das Beamforming die Möglichkeit, Schallquellen sowohl außerhalb als auch innerhalb des Fahrzeugs zu orten. Die Ortung von Schallquellen innerhalb des Fahrzeugs gestaltet sich dabei ungleich schwieriger, als die Ortung außerhalb, da grundlegende Annahmen unter denen das Beamforming im Idealfall anzuwenden ist, tangiert sind. Dies ist insbesondere die Annahme eines akustischen Freifelds, da die Untersuchungsumgebung Innenraum, abhängig von seiner Anregung, ein reaktives respektive modales Schallfeld ausbildet. Einerseits handelt es sich um einen „kleinen Raum“ (Volumen ca.  $3 \text{ m}^3$ ), welcher eine komplexe Geometrie aufweist. Dies kann zu einer komplexen Modenstruktur führen. Andererseits ist dessen Oberfläche mit Materialien unterschiedlichster Absorptionskoeffizienten bedeckt, was sehr unterschiedliche Reflexions- und Dämpfungseffekte hervorrufen kann.

### 8.2.1 Idee des Modenfilters

Im akustischen Umfeld eines Fahrzeuginnenraums stellt die Anwendung des Beamformings nach wie vor eine Herausforderung dar. Der CBF, hier als Referenz für „das Beamforming“ zu verstehen, zeigt unter diesen Rahmenbedingungen bezüglich verschiedener Parameter (vgl. 7.5, 7.6) verbesserungswürdige Lokalisierungsergebnisse. Insbesondere die starken, durch die Moden des Raumes hervorgerufenen, lokalen Schalldruckunterschiede erschwe-

ren die Anwendung des, auf der Schätzung des Schalldrucks aus dem Fernfeld basierenden, Beamformings. Daher soll im folgenden Abschnitt ein Ansatz vorgestellt werden, welcher den Einflüssen des modalen Schallfelds Rechnung trägt.

In diesem Zusammenhang stellt die Schröderfrequenz des jeweiligen Raumes die Grenzfrequenz des Übergangs von einem modal-dominierten zu einem statistisch zu behandelnden Schallfeld-Zustand dar (vgl. Kapitel 3.2.2). Obwohl die Schröderfrequenz keine scharfe Grenze, sondern eher einen weichen Übergang der Schallfeldänderung beschreibt, so dient sie dennoch als aussagekräftige Größe, bis zu welchem Frequenzbereich eine deutliche modale Ausprägung zu erwarten ist. Eben dieser Bereich unterhalb der Schröderfrequenz ist es, den es bei der Anwendung des Beamformings in einem geschlossenen Raum gesondert zu betrachten und zu berücksichtigen gilt. Unterhalb der Schröderfrequenz sollen daher die durch ihre Polstellen repräsentierten Resonanzfrequenzen (vgl. Kapitel 4), welche die Schalldrucküberhöhungen verursachen, durch die Anwendung eines adaptierten inversen Filters, im Idealfall vollständig, kompensiert werden.

### 8.2.2 Statistische Größen

Zum leichteren Verständnis der weiteren Beschreibung des Filteraufbaus, sollen an dieser Stelle einige wenige Grundbegriffe der Statistik eingeführt werden, welche nachfolgend Verwendung finden.

#### Varianz

Sind  $n$  Beobachtungswerte  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) eines quantitativen Merkmals  $X$  gegeben, so heißt das arithmetische Mittel der quadrierten Abweichungen der Beobachtungswerte  $x_i$  von ihrem arithmetisches Mittel  $\bar{x}$  Varianz. Diese ist definiert als [Kohn 2005]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (8.1)$$

#### Standardabweichung

Basierend auf der Varianz  $\sigma^2$  kann die Standardabweichung  $\sigma$  definiert werden als:

$$\sigma = +\sqrt{\sigma^2}. \quad (8.2)$$

Sie kann als ein Maß für die Streuung der Werte einer Zufallsvariablen (quantitatives Merkmal  $X$ ) um ihren Erwartungswert  $E[\cdot]$  verstanden werden [Kohn 2005].

### Wahrscheinlichkeitsdichte

Existiert eine Zufallsvariable  $X$  bzw. dessen Beobachtungswert  $x$ , ebenso wie ein Zufallsmaß  $P$  (vgl. Gleichung (5.1)), so heißt eine Funktion  $f(x) \in \rightarrow [0, \infty)$  Wahrscheinlichkeitsdichte einer Zufallsvariablen  $X$  falls gilt [Kohn 2005]:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \quad (8.3)$$

wobei  $a$  und  $b$  reelle Zahlen sind und  $a < b$  gilt.

### Normalverteilung

Die der Normalverteilung zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsdichte ist „gauß-verteilt“, weshalb sie ebenfalls als Gaußverteilung bezeichnet wird. Ihre Dichteverteilung wird durch die Funktion [Kohn 2005]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (8.4)$$

wiedergegeben, wobei  $\sigma$  die Standardabweichung,  $x$  den entsprechenden Beobachtungswert und in diesem Fall  $\mu$  den Erwartungswert darstellen.

#### 8.2.3 Realisierung des Modenfilters

Der „Modenfilter-Ansatz“ analysiert vor dem eigentlichen Beamforming die modale Struktur der Arrayeingangssignale und erstellt in Abhängigkeit dieser Informationen ein inverses Filter. Dieses kann anschließend in vielfältiger Weise hinsichtlich der Minimierung der Modenstruktur optimiert werden. Die Erstellung dieses Filters, welche in drei Schritte gegliedert werden kann, soll nachfolgend genauer erläutert werden.

In einem ersten Schritt können die Randbedingungen für die eigentliche Filtergenerierung, die in einem zentralen zweiten Schritt stattfindet, zuvor festgelegt werden. Dies erfolgt über die nachfolgend dargestellte grafische Benutzeroberfläche „Moden GUI“.

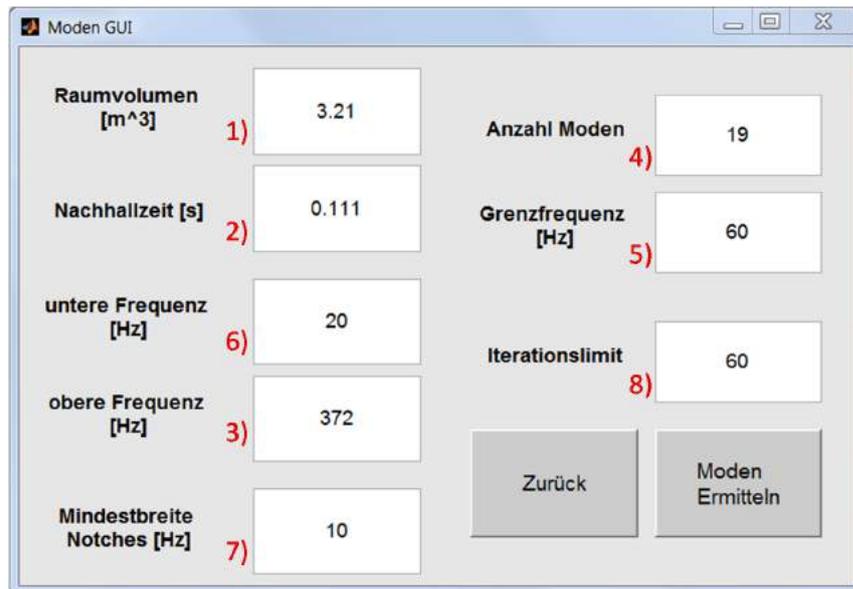


Abb. 8.7: Grafische Benutzeroberfläche „Moden GUI“ mit exemplarischen Randbedingungen zur automatischen Filtergenerierung

Durch Angabe des Raumvolumens  $V$  (1) des Fahrzeuginnenraums, welches bereits in der frühen Entwicklungsphase bekannt ist und der Nachhallzeit  $T$  (2) des Fahrzeuginnenraums, welche es in Voruntersuchungen zu bestimmen gilt, werden die Randbedingungen „obere Frequenz“ (3) und „Anzahl Moden“ (4) automatisiert dynamisch bestimmt. Dabei ist die Frequenz, die als „obere Frequenz“ bezeichnet ist, die Schröder-Frequenz, welche nach Gleichung (3.19) bestimmt wird. Die geschätzte Anzahl an Moden, welche zwischen der „Grenzfrequenz“ (5) (niedrigste Frequenz, bei der mit der „Modensuche“ begonnen wird) und der Schröderfrequenz zu erwarten sind, werden über die Abschätzung nach Gleichung (3.26) bestimmt und unter der Bezeichnung „Anzahl Moden“ angegeben. Die „untere Frequenz“ (6) dient als zusätzliche untere Schranke und wird nur dann berücksichtigt, sollte der Wert der „Grenzfrequenz“ geringer als der der unteren Frequenz angegeben werden. Die optionale Angabe „Mindestbreite Notches“ (7) dient der robusten Auslegung des Filters. Die Einstellbarkeit der Mindestbreite der sogenannten Notches (Steilheit des Filterverlaufs der einer Kerbe entspricht) hat zur Folge, dass bereits bei einer ersten automatischen Filtergenerierung die Modenfrequenzen, welche theoretisch auf 0,73 Hz (Siehe Beispielrechnung im Anhang) genau bestimmt werden, über eine Normalverteilung mit einer einstellbaren Breite, hier beispielhaft von 10 Hz, dementsprechend einer Dichteverteilung nach (8.4) mit  $f(x = 10 \text{ Hz})$  realisiert werden können. Durch diese Option wird sichergestellt, dass auch bei unerwartet geringer Präzision der Modenermittlung noch eine effektive Reduzierung der modalen Effekte durch den Filterentwurf gegeben ist. Die Eingabe der Größe „Iterationslimit“ dient der Festlegung einer oberen Grenze der zu durchlaufenden Iterationsschleifen während des sich im zweiten Schritt anschließenden Vektor-Fitting Prozesses.

Die eigentliche Modenstruktur wird in einem zweiten Schritt aus der Arraymessung ermittelt. Das Makromodellierungsmodell, auf dem die Ermittlung der Modenstruktur beruht, ist hierbei auf Basis eines Vektor-Fittings in einer Pol-Residuen-Darstellung realisiert (vgl. 4.3.).

Das Vektor-Fitting kann in der vorliegenden Implementierung in zwei verschiedenen Varianten ausgeführt werden. Eine erste Variante, das sogenannte „Rationalfit“, basierend auf dem „vector fitting“-Ansatz nach [Gustavsen 1999], approximiert die ursprünglich gegebenen Impulsantworten (Eingangsdaten) durch eine rationale Übertragungsfunktion (Pole-Zero-Modell) (vgl. Kapitel 4.2) mit einer vorgegebenen Anzahl von Polstellen.

Diese Approximation wird für jeden Mikrofonkanal separat durchgeführt. Dadurch liegt jeder Modenfrequenz eine Stichprobe mit der Anzahl der jeweiligen Mikrofonkanäle (In der vorliegenden Arbeit mindestens jeweils 48) zugrunde. Daher enthält man für jeden Mikrofonkanal eine individuelle rationale Übertragungsfunktion und somit auch unterschiedliche Polfrequenzen. Dabei ist für das Verhalten der automatisch ermittelten Wichtungsfunktion des Filters angestrebt, dass je übereinstimmender eine bestimmte Modenfrequenz an den verschiedenen Mikrofonkanälen ermittelt werden kann, desto schmaler und tiefer die jeweilige Kerbe des Filters an der Position dieser Frequenz beschaffen sein soll. Dieses Filterverhalten ist so implementiert, da davon auszugehen ist, dass nur die Frequenz echten Moden zuzuordnen sind, welche mit einer gewissen Häufigkeit an den verschiedenen Kanälen und somit Positionen im Raum vorliegen.

Daher werden im dritten Schritt aus den sortierten Modenfrequenzen der einzelnen Kanäle der Mittelwert und die Standardabweichung für die jeweils kleinste, zweitkleinste Modalfrequenz etc., berechnet. Diese beiden Parameter werden benutzt, um die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Normalverteilung über den gesamten Frequenzbereich zu berechnen. Die Wichtungsfunktion ergibt sich dann aus der Summation der Wahrscheinlichkeitsdichten aller Normalverteilungen. So wird verhindert, dass eine, in einem oder wenigen Kanälen vermeintlich als Mode erkannte, Frequenz einen zu großen Beitrag zur Filterwichtung erhält.

Eine zweite, weiterentwickelte Variante des Ansatzes nach [Gustavsen 1999] stellt „Vectfit3“ dar [Gustavsen 2006], welche über die Matlab-Funktion „*audio2zpk\_rationalvectfit3*“ implementiert ist. Diese Funktion basiert ebenfalls auf der Approximation durch eine rationale Übertragungsfunktion, jedoch mit einem All-Pole-Modell (vgl. Kapitel 4.2). Der Wesentliche Unterschied dieser Variante ist, dass, sobald ein Vektor von Frequenzantworten vorliegt, diejenige Approximation bestimmt wird, die über alle Frequenzantworten, also über alle Mikrofonkanäle, gleichzeitig die geringsten Abweichungen aufweist. Daher erhält man für alle Mikrofonkanäle eine identische, gemeinsame, rationale Übertragungsfunktion und somit auch eine alternative Approximation der Polfrequenzen, im Vergleich zum „Rationalfit“. Da sich in verschiedenen Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit gezeigt hat, dass die „Vectfit“-Variante, eine zum Teil deutlich höhere Genauigkeit bei der Ermittlung der Polstellen im Vergleich zur „Rationalfit“-Variante zeigt, wird diese Variante als Standard für die Generierung des Modenfilters gewählt. Im nachfolgenden Kapitel 8.2.4 und im späteren Ka-

pitel 9.3 wird durch Vergleich dieser Varianten der Vorteil des „Vectfit“ gegenüber dem „Rationalfit“ aufgezeigt und diskutiert.

### 8.2.4 Überprüfung des Modenfilters

Um die korrekte Funktion des Modenfilters hinsichtlich seiner Wirksamkeit und Präzision zu überprüfen, wird im Anschluss sowohl die Frequenzauflösung, anhand eines synthetischen Rauschsignals, als auch die Ermittlungsgenauigkeit der Polstellen, mit Hilfe einer vergleichenden Simulation, überprüft. Eine ausreichend hohe Frequenzauflösung und eine präzise Polstellenermittlung sind relevante Aspekte für das erfolgreiche Filterdesign [Haneda 1994].

#### Frequenzauflösung

Für eine beispielhafte Filter-Realisierung sollen die nachfolgenden Abbildungen die Wirksamkeit des Modenfilters veranschaulichen. Als Ausgangspunkt dient erneut (vgl. 8) die Darstellung der spektralen Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz (Abb. 8.8). Wie zuvor in diesem Kapitel beschrieben, wird exemplarisch ein entsprechendes Filter entworfen, welches dem Eingangssignal zwischen 0 und 620 Hz eine definierte Filtercharakteristik aufprägt. Das Filter ist in Abb. 8.9 dargestellt. Bei Anwendung des Filters wird die Wichtungsfunktion, die eine Funktion der Frequenz ist, elementweise mit den Kreuzspektralmatrizen der jeweiligen Frequenzen multipliziert, so dass sich deren spektrale Leistungsdichte entsprechend verringert. Die Realisierung des Filters ist so gewählt, dass die Pegelabsenkung durch den minimalen Wichtungsfaktor von 0.1 20 dB entspricht. Abb. 8.10 zeigt die Spektrale Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) des identischen breitbandigen, weißen Rauschsignals nach Anwendung des exemplarischen Filters (Abb. 8.9). Wie durch den Vergleich der Abbildungen Abb. 8.9 und Abb. 8.10 sehr gut ersichtlich ist, führt die präzise Frequenzauflösung des Filters zu einer exakten Reduzierung der relevanten (hier der exemplarisch gewählten) Frequenzen.

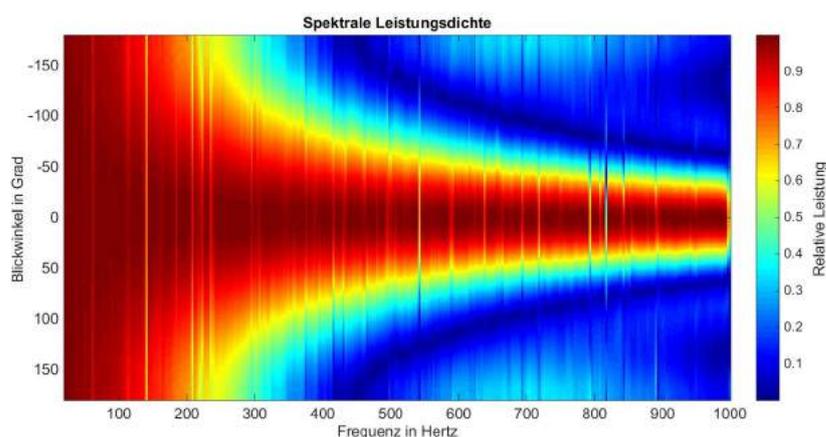


Abb. 8.8: Spektrale Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz

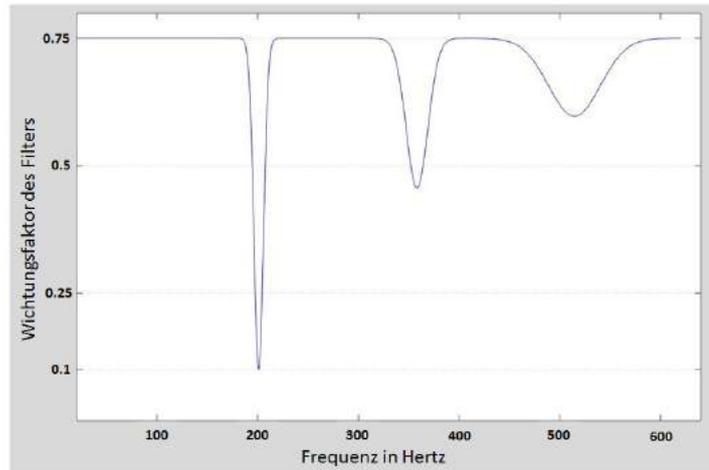


Abb. 8.9: Filtercharakteristik eines exemplarisch entworfenen Filters zwischen 0 und 620 Hz

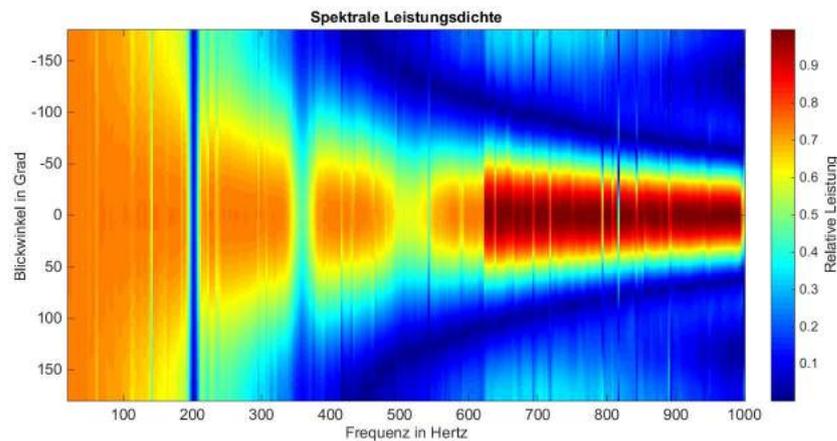


Abb. 8.10: Spektrale Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz nach Anwendung des exemplarischen Filters

### Qualität der Polstellenermittlung

Die realisierten numerischen Makromodellierungsmodelle, ein „All-Pole“-Modell (vectfit3) und ein „Pole-Zero“-Modell (rational fit), welche der Ermittlung der Polstellen dienen, sollen im Folgenden evaluiert werden. Dabei steht die Fragestellung im Vordergrund, wie exakt die durch die beiden Modellansätze ermittelten Polstellen mit den realen Polstellen eines zu untersuchenden Raumes übereinstimmen. Diese Evaluierung soll durch den Vergleich der durch das Vektor-Fitting ermittelten Polstellen, mit den durch eine Simulation ermittelten Polstellen eines Rechteckraumes erfolgen. Ein Rechteckraum ist für diesen Vergleich in idealer Weise geeignet, da sich die Form seiner Eigenfrequenzen analytisch sowie numerisch exakt

bestimmen lässt [Kuttruff 2000]. Für die Untersuchung wird der in Abb. 8.11 dargestellte, Rechteckraum (scale model room) mit den Innenmaßen 1.2 m x 0.95 m x 1.5 m verwendet.

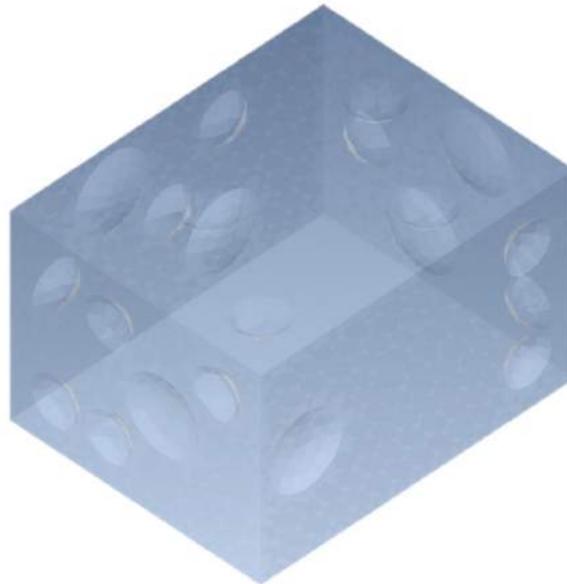


Abb. 8.11: CAD-Modell des für die FEM-Simulation und die Evaluierung verwendeten Modellraums

Die FEM-Simulation erfolgt mit einem akustischen FE-Löser, welcher in der Entwicklungsumgebung Matlab implementiert ist. Mit diesem FE-Löser kann das tieffrequente Schallfeld in komplex geformten Räumen mit beliebigen frequenzabhängigen Rand- und Quellbedingungen berechnet werden [Bomhardt 2010]. Daher wird dieses Simulationswerkzeug dazu genutzt, als Referenz für die Evaluierung der Makromodellierungsmodelle die Frequenzen und Lagen der Eigenmoden des dargestellten Modellraums zu ermitteln. Für eine vollständige Liste der ermittelten Modenfrequenzen beider Modellierungsvarianten zwischen 20 und 500 Hz soll hier auf den Anhang verwiesen sein. Nachfolgend soll lediglich das Ergebnis des Vergleichs anhand einzelner Merkmale der Modenerkennung durch die Modellierungsvarianten diskutiert werden. Abb. 8.12 veranschaulicht dieses Ergebnis.

Auf Basis des FE-Lösers werden für den verwendeten Raum im Frequenzbereich von 20 bis 500 Hz 41 (Eigen-)Moden ermittelt. Im Vergleich der beiden Modellierungsmodelle wird deutlich, dass das „All-Pole“-Modell im Vergleich zum „Pole-Zero“-Modell eine deutlich höhere Ermittlungsquote aufweist, wobei diese das Verhältnis der ermittelten Moden zu den zu ermittelnden Moden ausdrückt. Zusätzlich fällt in diesem Vergleich zwischen den Modellen auf, dass die Anzahl der nicht ermittelten Moden und die Anzahl der fehlerhaft ermittelten Moden beim „All-Pole“-Modell weniger als die Hälfte beträgt.

Merkmale (Modellraum)	Modell	
	All-pole (vectfit3)	Pole-Zero (rational fit)
Zu ermittelnde Moden (FEM)	41	41
Ermittelte Moden	36	30
Nicht ermittelte Moden	5	11
Fälschlich ermittelte Moden	5	11
Betrag der gemittelten Abweichung der ermittelten Moden [Hz]	3,2	2,4
Ermittlungsquote [%]	88	73

Abb. 8.12: Ergebnisse des Vergleichs von FEM-Simulation und verschiedenen Makromodellierungsmodellen im verwendeten Modellraum

Die Größen geben zusätzlich zur Ermittlungsquote einen klaren Hinweis auf die Qualität der Modenerkennung, da sie einerseits aufzeigen, dass Moden, welche tatsächlich existieren („Nicht ermittelte Moden“), nicht erfasst und somit auch nicht unterdrückt werden können und andererseits Frequenzen als Moden identifiziert werden, welche keine sind („Fälschlich ermittelte Moden“). Hierzu ist zu erwähnen, dass natürlich die Anzahl der nicht ermittelten Moden für die Effektivität des Filters ungleich stärker ins Gewicht fällt, als die Anzahl fälschlich ermittelten Moden, da relevante Resonanzeffekte, welche hohen Schalldrücken führen, eben nur durch die nicht ermittelten Moden repräsentiert werden. Das symmetrische Auftreten dieser Größen ist auf numerische Effekte der Wirkungsweise des Vektor-Fittings zurückzuführen, auf welches jedoch nicht näher eingegangen werden soll. Zu bemerken ist jedoch, dass das „All-Pole“-Modell für die Moden, welche korrekt ermittelt werden, eine etwa 30% höhere Frequenzabweichung ermittelt. Zur Entschärfung dieses Merkmals als Qualitätskriterium bei der Filtergenerierung kann der Parameter „Mindestbreite der Notches“ beitragen (vgl. 8.2.3).

## 9 Beamforming in reaktiven Schallfeldern

Der Inhalt des folgenden Kapitels stellt einen zentralen Teil der vorliegenden Arbeit dar. Er zeigt in verschiedenen Prinzip-Untersuchungen den Einfluss (teil-)reaktiver Schallfelder auf das Beamforming auf. Kapitel 9.1 bildet zu Beginn den einfachsten Fall, nämlich den definierter Reflexionsflächen als limitierenden Faktor im Vergleich zur reinen Freifeldübertragung. Dabei stellt das Schallfeld, welches sich durch die Reflexionsflächen bezüglich des Mikrofonarrays ausprägt, noch kein reaktives Schallfeld dar, da es einen „Netto-Energiefluss“ und somit eine Intensität besitzt [Möser 2008]. Daher soll diese einleitende Untersuchung lediglich beispielhaft das Verbesserungspotential einzelner fortschrittlicher Beamforming-Algorithmen im Vergleich zum CBF aufzeigen. Die anschließenden Kapitel diskutieren das Beamforming und das Verbesserungspotential des Beamformings insbesondere in Hinblick auf dessen Lokalisierungsgenauigkeit innerhalb geschlossener Räume. Kapitel 9.2 behandelt das Beamforming in einem reaktiven respektive modalen Schallfeld unter den sowohl analytisch als auch numerisch günstigen Bedingungen eines Rechteckraums (mit schallharten Wänden), wohingegen Kapitel 9.3 das Beamforming unter den Randbedingungen eines realen Fahrzeuginnenraums darstellt. Das Unterkapitel 9.4 geht zusätzlich auf die Eigenschaften der Schallfelderfassung mit mehreren sphärischen Mikrofonarrays und dessen Vorteil bezüglich der Modendetektion zur Berücksichtigung im Beamforming-Prozess gegenüber einem Mikrofonarray ein.

### 9.1 Untersuchungen unter dem Einfluss reflektierender Flächen

Die Untersuchung des nachfolgend dargestellten Szenarios zeigt einen Vergleich der Lokalisierungsgenauigkeit fortschrittlicher Beamforming-Algorithmen mit dem CBF, und deren Vorteile beim Einsatz unter dem Einfluss definierter Reflexionsflächen auf. Wie auch bei den weiterführenden Untersuchungen des Kapitels 9 steht bei der Beurteilung der Beamforming Ergebnisse ausschließlich das Lokalisierungsergebnis im Vordergrund. Die Pegeltreue, Bestimmung der entsprechenden Quellstärken, soll in dieser Beurteilung keine Berücksichtigung finden.

In diesem Szenario wird über einen Lautsprecher ein Sweep-Signal zwischen 20-20.000 Hz in Richtung eines sphärischen Mikrofonarrays mit 32-Mikrofonkanälen abgestrahlt. Der Lautsprecher und das Array befinden sich in einer Höhe von 1,24 m zum schallharten Boden und sind in einer Entfernung von 1 m zueinander positioniert. Die Untersuchungen zum Vergleich der Lokalisierungsergebnisse der verschiedenen Beamforming-Algorithmen, in einem akustischen Semi-Freifeld-Raum (Abb. 9.1) sind in die folgenden Varianten unterteilt:

- Reflexionsfläche hinter dem Mikrofonarray Variante 1
- Reflexionsfläche seitlich von Lautsprecher und Mikrofonarray Variante 2

Abb. 9.1 stellt das beschriebene Untersuchungsszenario dar.



Abb. 9.1: Untersuchungsszenarien mit definierten Reflexionsflächen, Variante 1 links, Variante 2 rechts

An den Beispielen dieser stark vereinfachten reflektierenden Schallfeldbedingungen der Varianten 1 und 2 soll das grundsätzliche Verhalten des CBF im Vergleich zu fortschrittlichen Beamforming-Algorithmen (hier zum MUSIC-Algorithmus) aufgezeigt werden. Im Falle des CBF ist zu erwarten, dass die Reflexionen, verursacht durch die eingebrachten Flächen, einen Einfluss auf dessen Lokalisierungsergebnis haben. Abb. 9.2 zeigt die relative Schalldruckverteilung (Beamforming map) mit einer Dynamik von 3 dB dargestellt in  $360^\circ$  Azimutwinkel (Phi) und  $180^\circ$  Elevationswinkel (Theta) hinsichtlich Variante 1.

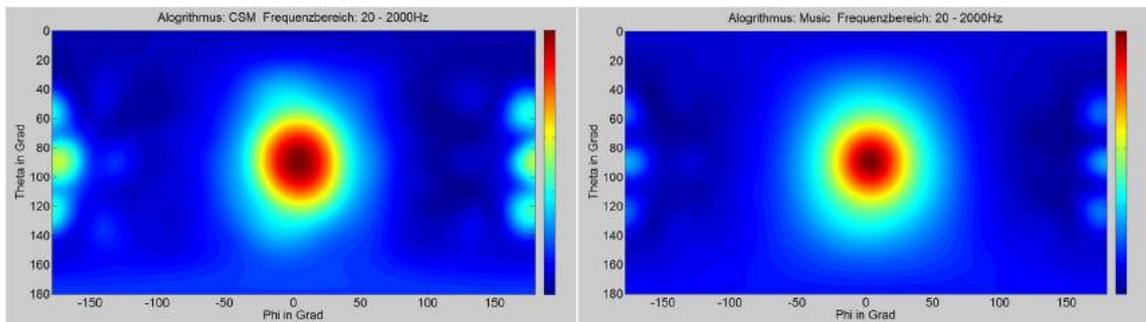


Abb. 9.2: Beamforming maps (20-2000 Hz) bezüglich Variante 1, CBF links, MUSIC-Algorithmus rechts

Es ist erkennbar, dass sowohl mit dem konventionellen Beamforming, dem CBF, als auch mit dem MUSIC-Algorithmus die Quelle (Lautsprecher) leicht identifiziert werden kann. Das Ergebnis unterscheidet sich lediglich durch die höhere Dynamik und die damit verbundene geringere Artefaktbildung, welche am rechten und linken Rand beider Plots erkennbar ist.

Abb. 9.3 zeigt die Beamforming maps mit einer Dynamik von 3 dB dargestellt in  $360^{\circ}$  Azimutwinkel (Phi) und  $180^{\circ}$  Elevationswinkel (Theta) hinsichtlich Variante 2.

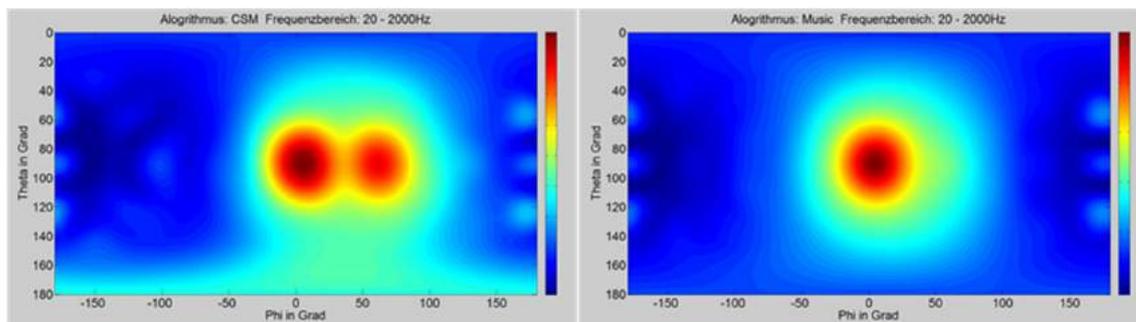


Abb. 9.3: Beamforming maps (20-2000 Hz) bezüglich Variante 2, CBF links, MUSIC-Algorithmus mit SCOT rechts

Dieses Beispiel verdeutlicht die Empfindlichkeit des CBF gegenüber Reflektionen, insbesondere im direkten Umfeld der zu detektierenden Quelle. Obwohl auch in diesem Fall wieder das gleiche Sweep-Signal über denselben Lautsprecher abgestrahlt wird, erkennt der CBF die Reflektion, welche von der seitlichen Reflexionsfläche in Richtung des Arrays abgestrahlt wird, als zweite Quelle. Ebenfalls ist in der linken Darstellung zu erkennen, dass der CBF über einen breiten Bereich des Azimuts den reflektierten Einfluss des schallharten Bodens aufzeigt, welcher zwar schwach ausgeprägt, jedoch deutlich zu erkennen ist. Der MUSIC-Algorithmus, kombiniert mit dem Smoothed Coherence Transform Verfahren (SCOT), ist hingegen in der Lage die einfallenden Reflexionen durch die Wand, als auch durch den schallharten Boden zu unterdrücken und den Ort respektive die Richtung der echten Quelle zu detektieren.

Der Vergleich der beiden Varianten des Untersuchungsszenarios stellt in kompakter Form das Potential fortschrittlicher Beamforming-Algorithmen einzeln, als auch in Verbindung mit GCC-Techniken, hier beispielhaft mit dem SCOT-Verfahren, dar. Eine vergleichbare Verbesserung der Lokalisierung lässt ebenfalls für weitere fortschrittliche Algorithmen aufzeigen [Nau 2015-1]. Wie bereits eingangs erwähnt, soll der Fokus jedoch auf der Verbesserung der Schallquellenlokalisierung hinsichtlich („echter“) reaktiver Schallfelder liegen.

## 9.2 Untersuchungen in einem Modellraum

Das Schallfeld eines abgeschlossenen Raums ist unterhalb seiner Schröderfrequenz  $f_s$  durch ein charakteristisches Modenbild geprägt, das modale Schallfeld, welches zwischen 0 und  $f_s$  eine ausgeprägte, dynamische Schalldruckverteilung (Moden) bedingt (vgl. Kapitel 3.2). Es kann gezeigt werden, dass das konventionelle Beamforming insbesondere durch diese ausgeprägten Moden unterhalb der Schröderfrequenz gestört wird, da hier die Freifeldannahme, welche der CBF voraussetzt, keine Gültigkeit besitzt [Nau 2015-2].

Abb. 9.4 zeigt sowohl den experimentellen Versuchsaufbau, auf den nachfolgend genauer eingegangen wird, als auch im direkten Vergleich das CAD-Modell des Modellraums (vgl. 8.2.4) mit den stilisierten Mikrofonpositionen des Arrays (grüne Punkte), welches für die Anwendung des dreidimensionalen Beamformings verwendet wird. Der Modellraum besitzt bei Innenmaßen von 1.2 m x 0.95 m x 1.5 m ein Volumen von 1,71 m<sup>3</sup>. Davon muss weiterhin das Volumen der Diffusoren (Teilkugelelemente an Wänden und Decke) abgezogen werden, wodurch sich ein Netto-Volumen von 1,67 m<sup>3</sup> für den dargestellten Modellraum ergibt.

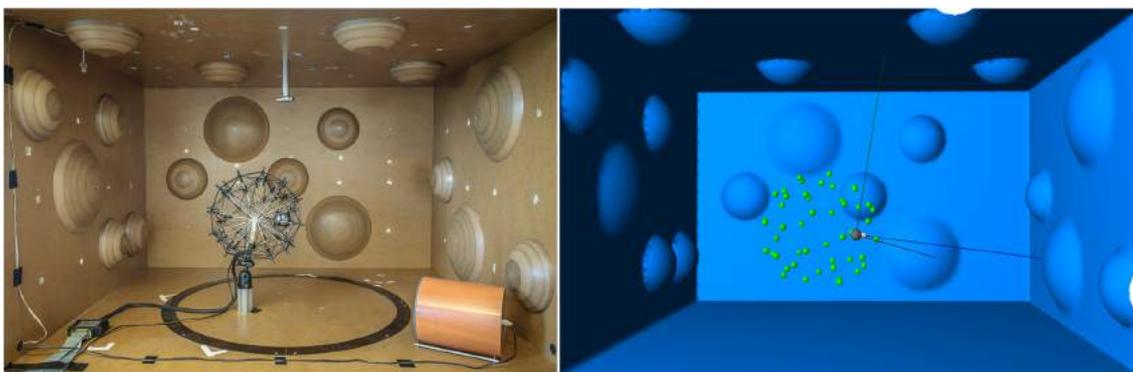


Abb. 9.4: Experimenteller Versuchsaufbau im Modellraum links, CAD-Modell für 3D-Beamforming Berechnung rechts

Im dargestellten Versuchsaufbau wird über den rechts vorne gezeigten zylindrischen Lautsprecher (Abb. 9.4, links) ein Sweep-Signal zwischen 20-20.000 Hz über eine Dauer von 23,78 s abgestrahlt, welches von dem Mikrofonarray erfasst wird.

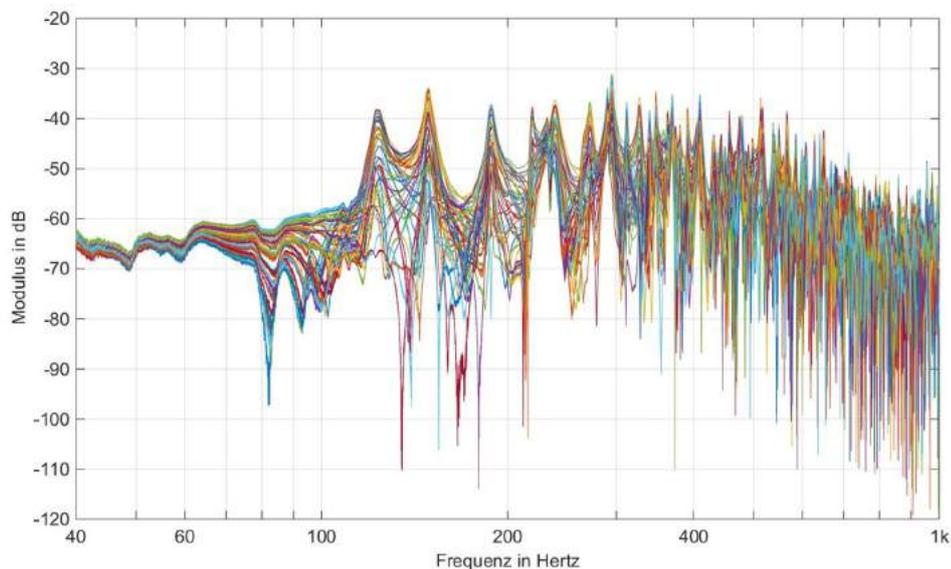


Abb. 9.5: Spektrale Schalldruckverteilung am Mikrofonarray im Modellraum bei Anregung durch ein Sweep-Signal

Durch dieses Signal ergibt sich an den Kanälen des Mikrofonarrays die in Abb. 9.5 dargestellte spektrale Schalldruckverteilung zwischen 40-1000 Hz.

In Abb. 9.5 ist sehr deutlich die Ausprägung der Moden über den gesamten Frequenzbereich sichtbar, was an den häufigen, klar separierten und zu hohen Frequenzen zunehmenden Frequenzsprünzen erkennbar ist. Auch bis in den höchsten dargestellten Frequenzbereich sind noch einzelne Spitzen somit auch noch keine Überlappung der Resonanzkurven erkennbar (vgl. Kapitel 3.2.2), weshalb davon auszugehen ist, dass die Schröderfrequenz des Modellraums oberhalb des dargestellten Frequenzbereiches liegen muss. Durch seine Nachhallzeit kann das Abklingverhalten des Modellraums näher charakterisiert werden. Abb. 9.6 stellt die Nachhallzeit des Modellraums anhand der Kenngrößen  $T_{20}$  und  $T_{30}$  dar.

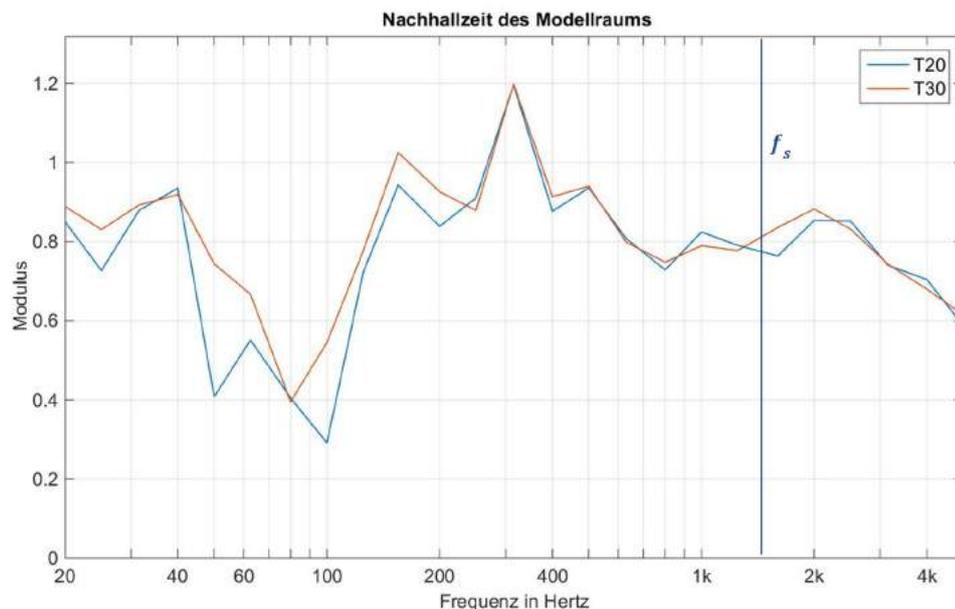


Abb. 9.6: Nachhallzeit ( $T_{20}$  und  $T_{30}$ ) des Modellraums

Mit einer Nachhallzeit von 0,892 s (und einem bereits bekannten Volumen von  $1,67 \text{ m}^3$ ) lässt sich nach Gleichung (3.19) die Schröderfrequenz  $f_s$  des Modellraums zu ca. 1460 Hz abschätzen. Unter diesen Randbedingungen soll der dargestellte Lautsprecher (Abb. 9.4, links) als Signalquelle durch das Beamforming lokalisiert werden. Um das Ergebnis des Beamformings eventuell verbessern zu können, sollen die in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze (vgl. Kapitel 8 und 8.2) genutzt und nacheinander im Vergleich zum CBF dargestellt werden.

Zuerst soll der Ansatz über die GCC (hier mit SCOT) bezüglich des Verbesserungspotentials der Lokalisierung des Lautsprechers im modalen Schallfeld des Modenraums evaluiert werden. Abb. 9.7 zeigt diesen Vergleich anhand des Lokalisierungsergebnisses des CBF, des FUBF und des CAPON-Algorithmus in einem Frequenzbereich von 20-500 Hz und einer Dynamik von 3 dB auf.

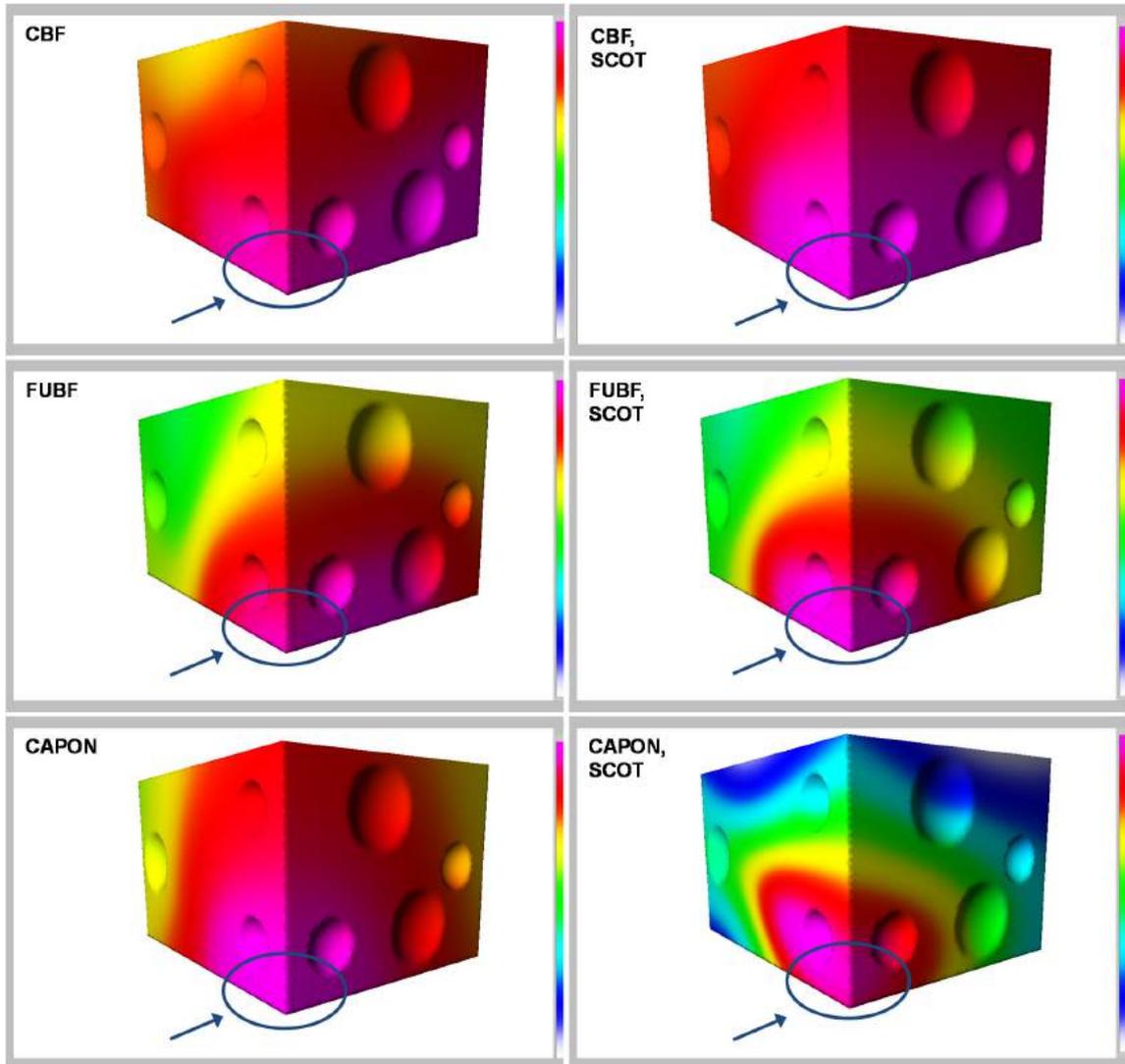


Abb. 9.7: Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming-Algorithmen mit und ohne SCOT-Gewichtung im betrachteten Modellraum

Der Vergleich macht den Effekt der Gewichtung in jeder Variante deutlich. Der in der oberen Reihe dargestellte Vergleich des CBF ohne und mit Gewichtung zeigt, dass sich durch die Filterung einerseits zwar das ermittelte Maximum in Richtung der Signalquelle verschiebt, andererseits jedoch auch, dass dadurch keine Verbesserung der Lokalisierung und sogar eine geringe Verschlechterung der Dynamik einhergeht. In der mittleren Reihe erkennt man diese Verlagerung zum Zentrum der Signalquelle ebenfalls, doch führt diese ohne eine negative Beeinflussung weiterer Beamforming-Parameter ausschließlich zu einer Verbesserung der Lokalisierung. Der CAPON-Algorithmus in unterer Reihe weist bereits ohne modifizierte Gewichtung die Richtung der Signalquelle korrekt aus. Mit der SCOT-Gewichtung wird jedoch ein deutlicher Dynamikgewinn sowie eine Auflösungsverbesserung sichtbar. Gleichwohl ist eine ovale Verzerrung des Quellmaximums erkennbar, welche als typische Form der

Artefakt-Bildung beim MVDR angesehen werden kann und abhängig von der Formulierung der gewählten Nebenbedingungen auftritt (vgl. Kapitel 7.3.2).

Zusammenfassend kann für das Verbesserungspotential der GCC festgehalten werden, dass diese in Verbindung mit fortschrittlichen Beamforming-Algorithmen durchgängig zu einer deutlichen Lokalisierungsverbesserung unter den modalen Schallfeldbedingungen des Modellraums führen. Aus Übersichtsgründen hier nicht dargestellt, lässt sich dieses Ergebnis ebenfalls für den MUSIC-Algorithmus in Verbindung mit der GCC-Technik zeigen [Nau 2015-1].

Nachfolgend soll das Verbesserungspotential über den Ansatz des Modenfilters auf das Szenario des Modellraums qualitativ dargestellt werden. Dieser Vergleich wird ausschließlich auf Basis des CBF erfolgen, da jede relative Verbesserung der Lokalisierung bei Verwendung eines anderen Algorithmus nicht auf die Anwendung des Modenfilters, sondern auf die unter diesen Randbedingungen vorteilhaftere Signalverarbeitung eines anderen Beamforming-Algorithmus zurückzuführen wäre. Bezüglich der Generierung des Modenfilters sei auf Kapitel 8.2, für den expliziten Fall des Modellraums sei insbesondere auf Kapitel 8.2.4 verwiesen. Das automatisch generierte Filter besitzt die anschließend dargestellte Form:

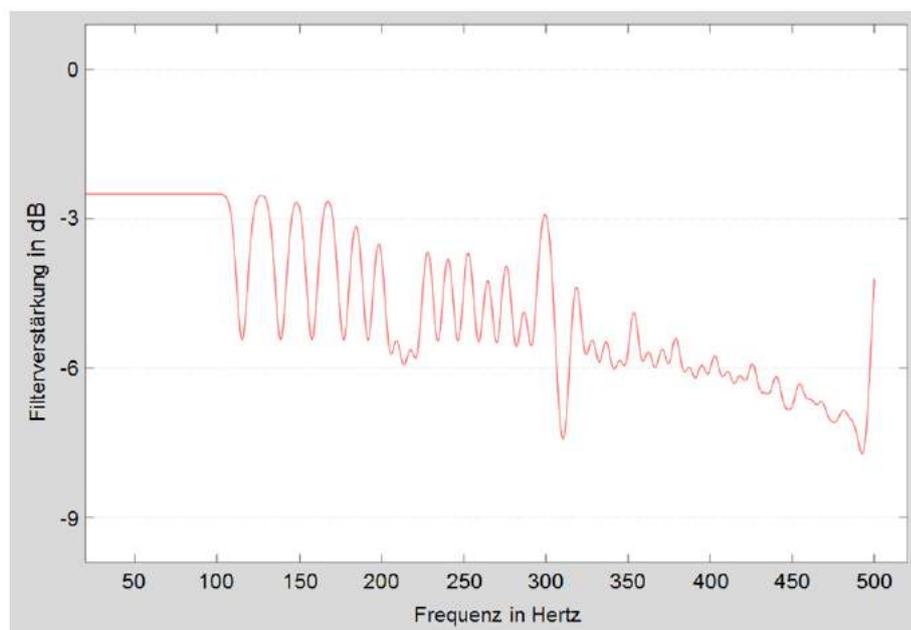


Abb. 9.8: Filterkennlinie des automatisch generierten Modenfilters (Modellraum)

Abb. 9.9 stellt den Vergleich des Lokalisierungsergebnisses des CBF ohne Filterung (links) und dem CBF bei zuvor angewandter Modenfilterung (rechts) dar.

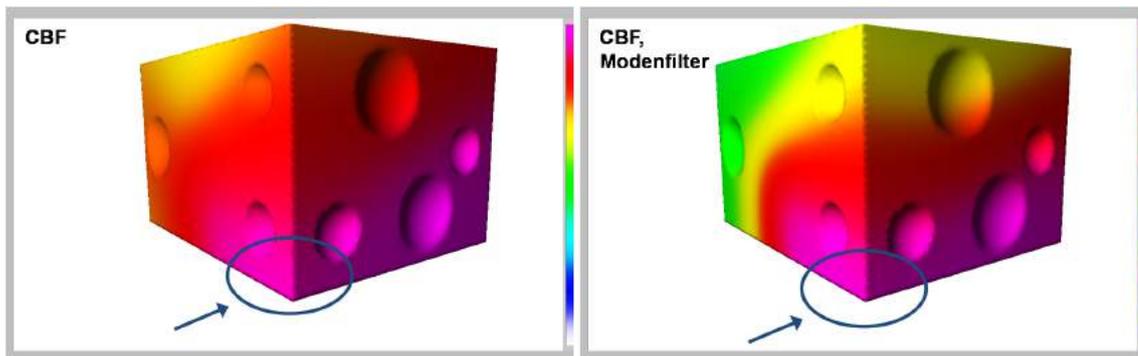


Abb. 9.9: Lokalisierungsergebnis des CBF ohne Filterung (links), mit vorheriger Modenfilterung (rechts)

Offensichtlich erkennbar ist die durch den Modenfilter erreichbare Verbesserung der Dynamik, welche für die Lokalisierung in diesem Fall jedoch nur eine untergeordnete Rolle spielt. Im Bereich der Signalquelle selbst (Hauptkeule) findet keine Präzisierung der Quellerkennung statt. Auch Sekundärbereich der Quelle (im violetten Bereich entlang der unteren rechten Kante) ist das Schalldruckniveau offenbar noch so hoch, dass es sich nicht vom Maximum der Hauptkeule unterscheidet. Dies lässt vermuten, dass die Absenkung der Mode(n) in diesem Bereich und insbesondere im Falle des untersuchten Modellraums noch unzureichend ist, weshalb in einem zweiten Schritt, das Filter manuell weiter modifiziert werden müsse. An dieser Stelle soll jedoch das Potential der Lokalisierungsverbesserung lediglich auf Grundlage des automatisch generierten Modenfilters beurteilt werden.

Beurteilt man die erreichbare Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses mit Hilfe des Modenfilters zunächst als wenig erfolgreich, so ist dessen Anwendung unter den gegebenen Randbedingungen trotzdem als Ausschöpfung des zu erwartenden Potentials und daher auch durchaus als erfolgreich zu bewerten. Macht man sich nochmals deutlich, dass das Beamforming in einem, insbesondere für den CBF, sehr geringen Frequenzbereich (20-500 Hz) angewendet wird und man sich zusätzlich im tieffrequenten Bereich eines modalen Schallfeldes (Schröder-Frequenz von ca. 1460 Hz) befindet, so zeigt der Modenfilter durchaus ein akzeptables Verbesserungspotential auf.

In der Praxis ist jedoch nicht mit einem solchen Einsatzszenario zu rechnen, da die Kombination einer breitbandigen, sinudiale Anregung und den räumlichen Randbedingungen (sehr kleiner Raum (1,67 m<sup>3</sup>) mit schallharten Wänden) wie im Falle des Modellraums nicht die Realität in der Gesamtfahrzeugentwicklung widerspiegeln. Die Untersuchungen des Verbesserungspotentials der GCC also auch des Modenfilters sind daher eher als eine Art „worst-case“-Abschätzung zu verstehen. Umso positiver ist daher das Ergebnis der Verbesserung mit der GCC zu beurteilen, welche sowohl in der Variante des FUBF als auch des CAPON-Algorithmus zu einer klaren Ortbarkeit der Quelle führt.

### 9.3 Leistungsfähigkeit der Ansätze im Fahrzeuginnenraum

Der Fahrzeuginnenraum wird für diese Messreihe sowohl nacheinander als auch gleichzeitig mit verschiedenen offenen, sphärischen Mikrofonarrays, einem 48-Kanal-Array mit einem Durchmesser von ca. 0,35 m (Datenblatt im Anhang), welches ebenfalls im Modellraum Anwendung fand, und einem 80-Kanal-Array mit einem Durchmesser von ca. 0,60 m (Datenblatt im Anhang) ausgerüstet.

Abb. 9.10 stellt eine solche exemplarische Messkonfiguration dar. Im linken Teilbild von Abb. 9.10 ist das 48-Kanal-Array in zentraler Lage oberhalb der Mittelarmlehne zwischen Fahrer- und Beifahrerposition zu sehen. Im rechten Teilbild ist das 80-Kanal-Array, ebenfalls in zentraler Lage oberhalb des Notsitzes der Rücksitzbank positioniert, dargestellt. Beide Arrays sind über schlanke Stative fixiert.



Abb. 9.10: Exemplarische Messkonfiguration mit zwei offenen, sphärischen Mikrofonarrays im Fahrzeuginnenraum

Zur Anregung des modalen Schallfelds wird der Fahrzeuginnenraum, wie zuvor der Modellraum, mit einem Sweep Signal zwischen 20-20.000 Hz über eine Dauer von 23,78 s beschallt. Die Abstrahlung des Sweep-Signals erfolgt über den sogenannten „Front-Bass“ Lautsprecher, einen „Tieftöner“, welcher im linken Längsträger auf Höhe des Fahrerfußraums verbaut ist. Durch die Erfassung des Schallfelds an verschiedenen Positionen über gezeigte Mikrofonarrays werden die Schalldrücke an bis zu 128 Positionen über die Dauer des Signals und einer zusätzlichen, ausreichenden Abklingdauer abgetastet.

In diesem Kapitel soll zunächst ausschließlich das 48-Kanal-Array allein für die Auswertung verwendet werden. Die jeweils individuelle Betrachtung des 48-Kanal-Arrays und des 80-Kanal-Arrays, sowie die gemeinsame, gleichzeitige Betrachtung der beiden Arrays als sogenanntes „Super-Array“ sollen Inhalt des Unterkapitels 9.4 sein.

Die spektrale Schalldruckverteilung an der Position des vorderen 48-Kanal-Mikrofonarrays (Abb. 9.10, links) ist in Abb. 9.11 gezeigt. Hier erkennt man im Vergleich zur spektralen Schalldruckverteilung des Modellraums (vgl. Abb. 9.5), wie zu erwarten, eine sowohl weitaus geringere Modendichte, als auch eine deutlich schwächere Ausprägung der einzelnen Resonanzspitzen (geringere Schalldruckdifferenz). Zudem ist zu höheren Frequenzen (oberhalb von 500 Hz) keine scharfe Trennung der Resonanzen mehr möglich. Sie „verschmieren“ zunehmend, was als Anzeichen für ein diffuses Schallfeld verstanden werden kann (vgl. Kapitel 3.2.2).

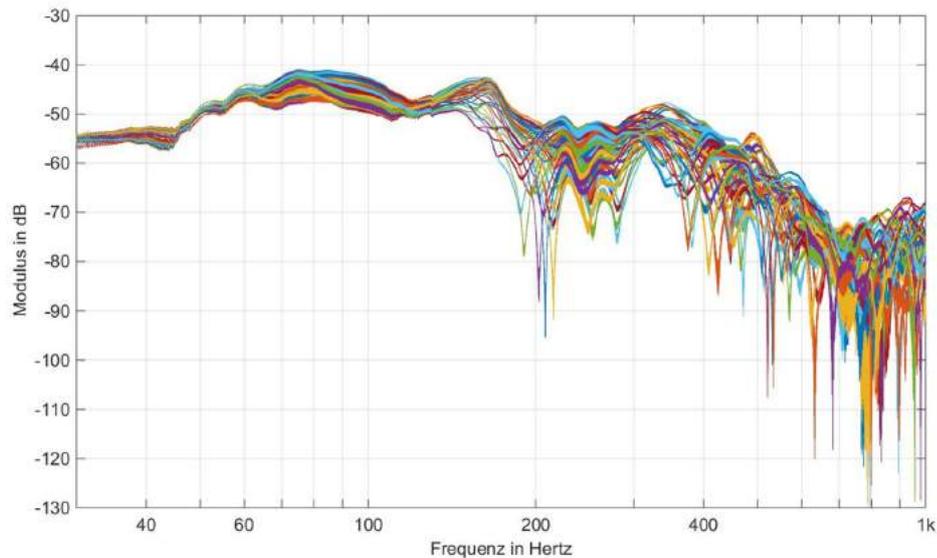


Abb. 9.11: Spektrale Schalldruckverteilung am 48-Kanal-Array oberhalb der Mittelarmlehne im Fahrzeuginnenraum

Der visuelle Eindruck bestätigt sich durch die ermittelte Nachhallzeit von 0,111 s, welche mit einem Volumen des Fahrzeuginnenraums von 3,210 m<sup>3</sup> durch Verwendung von Gleichung (3.19) zu einer Abschätzung der Schröder-Frequenz von ca. 370 Hz führt.

Unter diesen Randbedingungen sollen wiederum die beiden vorgeschlagenen Ansätze (vgl. Kapitel 8 und 8.2) genutzt werden, um eine Verbesserung des Beamforming-Ergebnisses, hier der Lokalisierung der Abstrahlung des „Front-Bass-Lautsprechers“ (FBLS), realisieren zu können. Diese werden erneut im Vergleich zum Ergebnis des CBF dargestellt. Als Referenz ist daher in Abb. 9.12 einerseits die Position des FBLS im verwendeten CAD-Modell (linkes Teilbild) in weiß gekennzeichnet, andererseits das Beamforming-Ergebnis des CBF in einem Frequenzbereich zwischen 20-500 Hz und einer Dynamik von 5 dB dargestellt (rechtes Teilbild).



Abb. 9.12: Referenzposition des „Front-Bass“-Lautsprechers im verwendeten CAD-Modell links, Ergebnis des CBF als Referenz im Frequenzbereich zwischen 20-500 Hz und einer Dynamik von 5 dB rechts

Zuerst soll erneut der Ansatz über die GCC (hier mit PHAT) bezüglich des Verbesserungspotentials der Lokalisierung des FBLs im modalen Schallfeld des Fahrzeuginnenraums evaluiert werden. Abb. 9.13 zeigt die Lokalisierungsergebnisse des funktionalen Beamformings im Frequenzbereich zwischen 20-500 Hz und einer Dynamik von 5 dB, wobei das linke Teilbild ohne additive Gewichtung der CSM berechnet, das rechte Teilbild mit PHAT gewichtet ist.

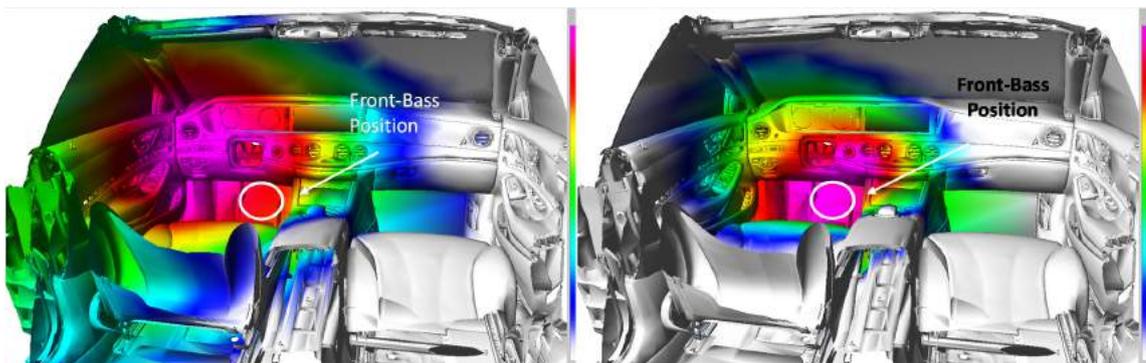


Abb. 9.13: Vergleich der Lokalisierungsergebnisse des FUBF ohne GCC links und mit GCC (PHAT) rechts (20-500 Hz, 5 dB Dynamik)

Anhand des in Abb. 9.13 dargestellten Vergleichs lassen sich die wesentlichen Verbesserungen der Beamforming map durch die GCC festhalten. Dies ist zum einen die durch die „Neu-Gewichtung“ der CSM erreichte Verbesserung der Schätzung der DOA, welche deutlich an der Verschiebung des lokalisierten Maximums vom Bereich der Armaturentafel in den zentralen Fahrerfußraum ersichtlich ist. Weiterhin ist eine deutliche Verbesserung der Dynamik und der Auflösung mit der PHAT-Bewertung erkennbar. So ist nicht nur die Hauptkeule geschärft, was an dem kleineren Bereich maximalen Schalldrucks (violett eingefärbt) ersichtlich ist, sondern auch der gesamte Bereich der Einfärbung verringert worden. Bei konstant eingestellter Dynamik des akustischen Bildes hat sich also der Abstand zwischen

Haupt- und Nebenkeulen vergrößert. Zusätzlich haben sich die Einflüsse reflektierender Elemente wie die der A-Säule, deren angrenzender Scheiben oder von Teilen der Armaturentafel auf das Beamforming-Ergebnis stark reduziert. Es soll daher festgehalten sein, dass mit der GCC, hier beispielhaft in Form der PHAT-Gewichtung, eine wesentliche Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses unter den Randbedingungen des Fahrzeuginnenraums erreicht werden kann.

Im Anschluss soll nun der Ansatz über den Modenfilter im identischen Messszenario des Fahrzeuginnenraums hinsichtlich der Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses untersucht und bewertet werden. Abb. 9.14 veranschaulicht den Einfluss des Modenfilters bei Anwendung des CBF im Frequenzbereich von 20-500 Hz und einer Dynamik von 3 dB.

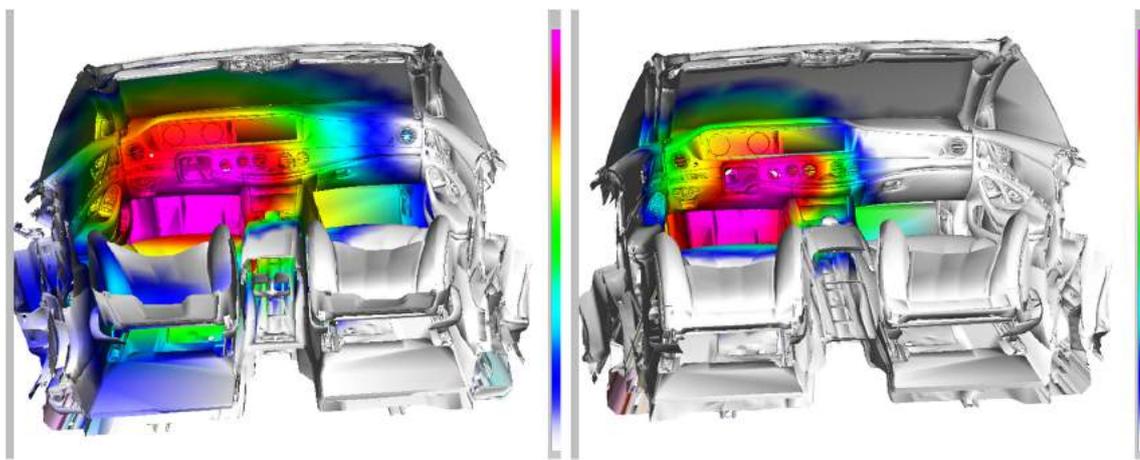


Abb. 9.14: Lokalisierungsergebnisse bei Anwendung des CBF ohne Filterung links im Vergleich zur Anwendung des CBF mit Modenfilterung rechts (20-500 Hz, 3 dB Dynamik)

Der verwendete Modenfilter kann durch die in Abb. 9.15 dargestellte Kennlinie charakterisiert werden. Da die Schröder-Frequenz des Fahrzeuginnenraumes etwa 370 Hz beträgt, wird der Modenfilter bewusst nur in einem Frequenzbereich zwischen 20-320 Hz generiert, da sich in eigenen empirischen Versuchen gezeigt hat, dass die Approximierung durch eine rationale Übertragungsfunktion bis in einen Grenzbereich unterhalb der Schröderfrequenz signifikant stabilere Ergebnisse liefert. Diese Eigenschaft des Approximierungsalgorithmus ist unter der Annahme einer mit der Frequenz zunehmenden Modendichte nachvollziehbar, soll jedoch nicht Gegenstand weiterer Betrachtungen sein. Für eine detaillierte Diskussion des Approximierungsalgorithmus sei auf Gustavsen et al. [Gustavsen 1999] verwiesen. Der Frequenzbereich zwischen 320-500 Hz wird in diesem Fall mit einer Filterverstärkung von -3 dB ergänzt.

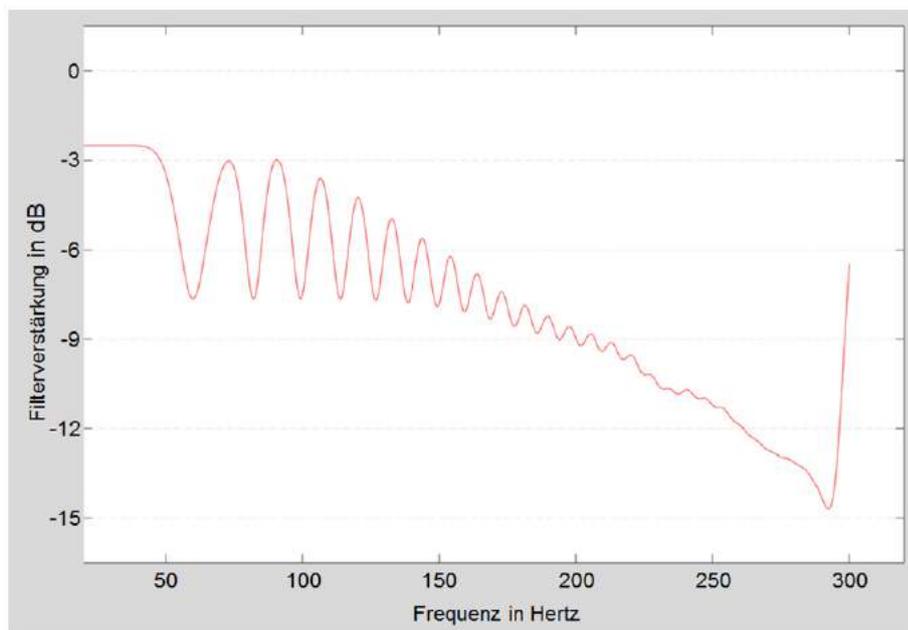


Abb. 9.15: Filterkennlinie des automatisch generierten Modenfilters (Fahrzeuginnenraum)

Hinsichtlich des in Abb. 9.14 gezeigten Ergebnisses ist durch die Verringerung der insgesamt eingefärbten Fläche ein Dynamikgewinn offensichtlich, welcher durch die Absenkung des Pegelniveaus infolge der inversen Filterung leicht erklärbar ist. Auffällig ist hingegen die fast unveränderte Hauptkeulenbreite. In Abb. 9.14 ist keine Schärfung der Hauptkeule, wie etwa im Falle der GCC (Abb. 9.13) zu beobachten. Diese Tatsache ist auf die Auflösung des Beamformers respektive der verwendeten Apertur zurückzuführen, nicht hingegen auf das umgebende Schallfeld. Durch die Absenkung der Resonanzpegel wird zwar der SNR in diesen Frequenzbereichen verbessert, es kann jedoch keine Verbesserung der beamforming peak shape (vgl. Kapitel 7.5) erreicht werden. Diese Ausprägung kann also als für eine (Moden-)Filterung charakteristisch angesehen werden. Ebenfalls ist die DOA-Schätzung durch den Modenfilter, wie zu erwarten, unverändert. Rein Optisch ist die Verbesserung durch das Modenfilter mit der Verbesserung durch die GCC vergleichbar. Dieser Effekt ist jedoch auf die bewusst (aus Gründen optimaler Darstellbarkeit) gewählten, unterschiedlichen Dynamikbereiche zurückzuführen. Berücksichtigt werden sollte jedoch ebenfalls, dass das Ergebnis, welches in Verbindung mit dem Modenfilter erzielt wird, auf dem CBF beruht, dessen Nachteile gegenüber des mit der GCC verwendeten FUBF bereits hinreichend diskutiert wurden.

Zusammenfassend soll festgehalten sein, dass auch im Falle des Fahrzeuginnenraums die durch die Anwendung der GCC eine sehr gute Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses, wie bereits zuvor im Modellraum (vgl. Kapitel 9.2), erzielt wird. Die Verbesserungen sind vielschichtig. Sie reichen von der Präzisierung der DOA-Schätzung, über eine Schärfung der Hauptkeule, bis zu einer Verbesserung der Dynamik (Nebenkeulenunterdrückung) und tragen so insgesamt zu einer Optimierung der Ortung der Signalquelle bei. Die Anwendung der Modenfilterung ist ebenfalls eine Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses unter den

Randbedingungen des Fahrzeuginnenraums ersichtlich. Anders als am Beispiel des Modellraums ist in diesem Einsatzszenario mit der Modenfilterung auch eine Optimierung der Ortung der Signalquelle ersichtlich. Ebenso wie bereits im Modellraum, beruht die Verbesserung der Lokalisierung praktisch ausschließlich auf dem Dynamikgewinn infolge der Absenkung der Resonanzüberhöhungen. Dieser ist des Weiteren als Grund für die, relativ zur Lokalisierungsverbesserung im Modellraum, deutlichere Lokalisierungsverbesserung im Fahrzeuginnenraum anzusehen, da das Filter, sei es auch auf die jeweiligen Randbedingungen adaptiert, unter günstigeren Randbedingungen, insbesondere einer deutlich geringeren Nachhallzeit von 0,111 s (Fahrzeuginnenraum) zu 0.892 s (Modellraum), angewendet werden kann. Mit der Anwendung des Modenfilters im Fahrzeuginnenraum kann daher lediglich eine geringe Verbesserung der Lokalisierungsqualität erreicht werden.

Auf den Vergleich der Modenfilterung mit einer konventionellen, breitbandigen Filterung im untersuchten Frequenzbereich (beispielsweise einer Butterworth-Filter zwischen 20-320 Hz) soll hier bewusst verzichtet werden, da es dem Gedanken der Ausnutzung des maximalen Informationsgehalt des Signals widerspricht und lediglich wie eine Einschränkung des für das Beamforming nutzbaren Frequenzbereich von 320-500 Hz wirken und somit letztendlich einen komplett anderen Anwendungsbereich darstellen würde.

#### **9.4 Detektion der Ausprägung des modalen Schallfelds im Fahrzeuginnenraum**

Im Fokus dieses Kapitels soll die Präzision der Polstellen- und somit der Modendetektion an verschiedenen Positionen im Fahrzeuginnenraum und unter Verwendung eines einzelnen sowie mehrere offener, sphärischer Mikrofonarrays in diesem stehen. Insgesamt sind fünf Konfigurationsvarianten untersucht worden. Diese Varianten sind:

1. Ein 48-Kanal-Mikrofonarray zentral auf Höhe der Mittelarmlehne zwischen Fahrer und Beifahrerposition (vgl. Abb. 9.10, links) (nachfolgend: „Kleine Kugel vorne“)
2. Ein 48-Kanal-Mikrofonarray zentral oberhalb des Notsitzes der Rücksitzbank (nachfolgend: „Kleine Kugel hinten“)
3. Ein 80-Kanal-Mikrofonarray zentral oberhalb des Notsitzes der Rücksitzbank (vgl. Abb. 9.10, rechts) (nachfolgend: „Große Kugel hinten“)
4. Beide Mikrofonarrays in zentraler Lage an beschriebenen Position in Kombination (nachfolgend: „Kleine Kugel vorne, große Kugel hinten“)
5. Ein 48-Kanal-Mikrofonarray auf der Beifahrersitzposition, ein 80-Kanal-Mikrofonarray zentral oberhalb des Notsitzes der Rücksitzbank (nachfolgend: „Kleine Kugel auf Beifahrersitz, große Kugel hinten“)

Für diesen Vergleich sollen drei der fünf Konfigurationsvarianten berücksichtigt werden. Dies sind die Varianten 1., 3. und 4. Als Referenz für den nachfolgend dargestellten Vergleich wird erneut eine FEM-Simulation verwendet (vgl. Unterkapitel 8.2.4), welche hier mit der Software Actran 13.1 der Firma Free Field Technologies erstellt worden ist. Für eine vollständige Übersicht der Simulationsergebnisse sei auf den Anhang verwiesen. Als Eingabeparameter der FEM-Simulation, als auch des Approximationsalgorithmus „VectFit3“ ist ein

Frequenzbereich von 20-300 Hz vorgegeben. Um die Komplexität der Simulation gering zu halten wird für die Berandungen des Fahrzeuginnenraummodells keine Dämpfung angenommen. Berücksichtigt wird lediglich (automatisch durch die Software) ein globaler Dämpfungskoeffizient des Innenraum-Fluids Luft. Weiterhin wird eine Schallgeschwindigkeit von 340 m/s angenommen. Die durch die FEM-Simulation ermittelte Anzahl von 29 Eigenfrequenzen wird dem Approximationsalgorithmus ebenfalls als Untersuchungsparameter vorgegeben. Abb. 9.16 zeigt den tabellarischen Vergleich der Polstellenbestimmung der genannten Konfigurationsvarianten zu den mit Hilfe der FEM-Simulation bestimmten Eigenwerte des Fahrzeuginnenraummodells:

Merkmale (Fahrzeuginnenraum)	„Kleine Kugel vorne“	„Große Kugel hinten“	„Kleine Kugel vorne, große Kugel hinten“
Anzahl Mikrofonkanäle	48	80	128
Zu ermittelnde Moden (FEM)	29	29	29
Ermittelte Moden	23	23	23
Nicht ermittelte Moden	3	3	3
Fälschlich ermittelte Moden	3	3	3
Betrag der gemittelten Abweichung der ermittelten Moden [Hz]	3,1	3,1	3,1
Ermittlungsquote [%]	79	79	79

Abb. 9.16: Ergebnisse des Vergleichs der Polstellenbestimmung von FEM-Simulation und genannten Konfigurationsvarianten im untersuchten Fahrzeuginnenraum

Die tabellarische Übersicht des Ergebnisvergleichs verdeutlicht das sehr stabile Ergebnis des Approximationsalgorithmus hinsichtlich verschiedener Kriterien. Sowohl in Hinblick auf die in diesem Vergleich deutlich zunehmende (zwischen Spalte 1 und 2 um Faktor 1,7 und zwischen Spalte 1 und 3 um Faktor 2,7) Anzahl an Stützstellen zur Schalldruckermittlung (Mikrofonanzahl), als auch die stark abweichende Position im Schallfeld des Fahrzeuginnenraums, insbesondere zwischen der kleinen Kugel vorne und der großen Kugel hinten, bleiben alle Ermittlungsmerkmale des Vergleichs konstant. Der geringe Betrag der gemittelten Abweichung der ermittelten Moden von nur etwa 3 Hz bezogen auf das Ergebnis der FEM-Simulation zeigt die sehr präzise Polstellenermittlung unabhängig von Kanalanzahl und Arrayposition. Dabei ist zu beachten, dass die Annahme der Dämpfungsfreiheit der Berandungsflächen des Fahrzeuginnenraummodells der FEM-Simulation, welche in der Realität natürlich nicht gegeben ist, in den auf realen Messungen basierenden Approximationen der Polstellen dennoch enthalten ist und somit eine zusätzliche Unschärfe in den Vergleich einbringt. Vor diesem Hintergrund ist daher nicht nur die Robustheit, sondern auch die Genauigkeit der Polstellenermittlung als sehr gut zu beurteilen.

An dieser Stelle soll erwähnt sein, dass im Rahmen der vorliegenden Arbeit in Kooperation mit der GFal ein Verfahren entwickelt wurde, welche es ermöglicht, eine beliebige Anzahl und geometrische Ausformung von Mikrofonarrays, durch die Anwendung eines akustischen Kalibrierungsverfahrens zur Ermittlung der Relativpositionen der Arrays zueinander, als eine neue, gemeinsame Apertur-Konfiguration, ein sogenanntes „Super-Array“ zu behandeln.

Diese Technik wird in diesem Beispiel zum ersten Mal für die gemeinsame Betrachtung der „Kleine Kugel vorne, große Kugel hinten“ angewendet. In Hinblick auf die Beurteilung der Präzision der Polstellenermittlung sind die untersuchten Varianten 1., 3. und 4. somit jeweils als einzelne, unabhängige Apertur-Konfiguration zu betrachten.

## 10 Erweiterung des Beamformings durch Übertragungsfunktionen

Als Einführung in das folgende Kapitel soll zunächst die den nachfolgenden Untersuchungen unter Kapitel 10.1 und 10.2 zugrundeliegende Idee skizziert und auf die Herausforderungen bezüglich deren Realisierungsansätzen eingegangen werden.

Wie in Kapitel 9 ausführlich dargestellt, wird das Lokalisierungsvermögen des konventionellen Beamformings durch die Einflüsse reaktiver respektive modaler Schallfelder stark beeinträchtigt. Ein wesentlicher Anteil der Beeinträchtigung einer Lokalisierung durch das Beamforming unter diesen Randbedingungen ist, wie vielfach in einschlägiger Literatur diskutiert, auf die Verletzung der Freifeldannahme zurückzuführen [Benesty 2008], [Johnson und Dudgeon 1993], [Van Trees 2002]. Rekapituliert man zum besseren Verständnis das in Kapitel 9.2 dargestellte Szenario des Modellraums, so kann man sich vorstellen, dass zwischen jedem Arraymikrofon und jedem Punkt der Innenraumberandung des Modellraums eine individuelle Übertragungsfunktion  $H_{ij}(f)$  existiert, welche das Übertragungsverhalten zwischen diesen eindeutig beschreibt (vgl. Kapitel 3.2). Abb. 10.1 verdeutlicht diesen Gedanken (Nummerierung der Übertragungsfunktionen hier zufällig).

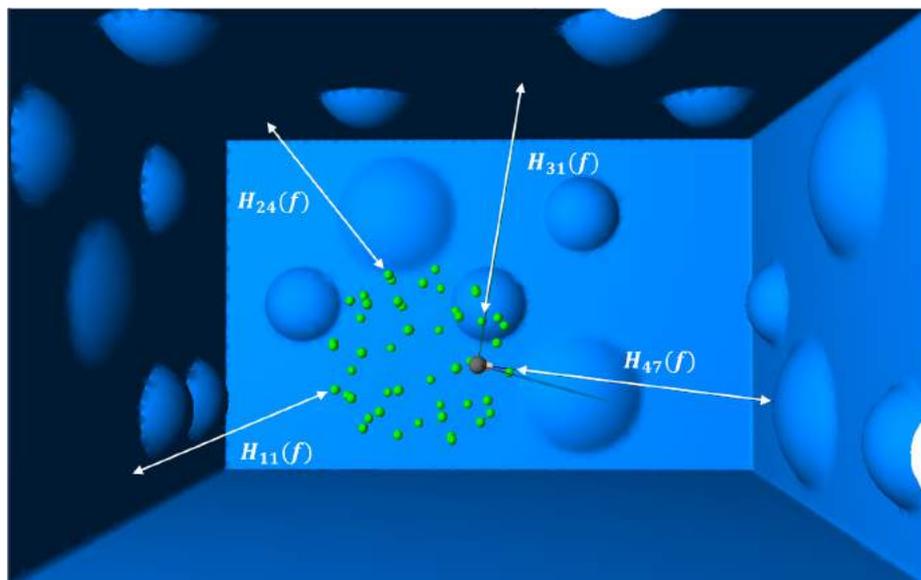


Abb. 10.1: Modellraum mit beispielhaft dargestellten Übertragungsfunktionen von den Arraymikrofonen zu Punkten der Berandungsflächen

Bezieht man dieses Übertragungsverhalten zwischen jedem Punkt der Innenraumberandung des Raumes, welcher aufgrund der Auflösung des CAD-Modells im Beamforming berücksichtigt wird, und jedem Arraymikrofon mit ein, so ist die Erwartung, dass durch diese Berücksichtigung eine deutliche Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses zu realisieren ist. Ein naheliegender Ansatz ist es daher, dem Beamformer diesen Satz von Übertragungsfunktionen als zusätzliche Information zur Verfügung zu stellen, statt wie bisher die akustischen Randbedingungen durch eine reine Freifeld-Übertragungsfunktion stark, beziehungsweise

wie in Kapitel 9 gezeigt zu stark, zu vereinfachen. Die Berücksichtigung der entsprechenden Übertragungsfunktionen wird dem Beamformer über den Steering-Vektor bzw. der Matrix von Steering-Vektoren, welche die Übertragungsinformationen zwischen jedem Mikrofon des Arrays und jedem Bildpunkt enthält, zur Verfügung gestellt.

Grundsätzlich bestehen verschiedene Möglichkeiten die gesuchten Übertragungsfunktionen zu bestimmen. Im nachfolgenden Kapitel sollen als gemessene Übertragungsfunktionen diejenigen Übertragungsfunktionen bezeichnet sein, welche in einem in Kapitel 10.1 beschriebenen Verfahren experimentell bestimmt werden und diejenigen Übertragungsfunktionen als simulierte Übertragungsfunktionen bezeichnet werden, welche auf Basis einer FEM-Simulation berechnet und in Kapitel 10.2 verwendet werden.

Obwohl sich die dargelegte Idee gedanklich leicht skizzieren lässt, ergeben sich bezüglich deren Realisierung in der Praxis einige Herausforderungen. Geht man nun von einem für die Erläuterung der Idee geeigneten, simplifizierten Beispiel wie dem des Modellraums zu einem praxisrelevanten Beispiel wie dem eines Fahrzeuginnenraums über, so wachsen die Herausforderungen weiter an.

Eine wesentliche Herausforderung liegt in der Bestimmung der Übertragungsfunktionen selbst. Wählt man einen experimentellen Ansatz für deren Bestimmung, so ist zu klären, wie dies für die Berandung eines Fahrzeuginnenraums auf konventionelle Weise, wie zum Beispiel durch Hammeranschlag [Möser 2009], realisiert werden kann, ohne dass sich eine Person, welche das Schallfeld maßgeblich beeinflussen kann [Reutter 2014], zur Durchführung im Fahrzeug befindet. Ebenfalls ist für die Bestimmung durch Hammeranschlag zu klären, welche Auflösung (Anzahl Hammeranschläge pro Fläche) realistisch zu erreichen ist, welche zugleich jedoch so hoch ist, dass dadurch das Beamforming-Ergebnis wesentlich verbessert werden kann.

Um dem Leser eine bessere Vorstellung von der Anzahl der für eine solche Untersuchung benötigten Übertragungsfunktionen zu geben, soll ein kurzes Rechenbeispiel dienen. Bei einem üblicherweise für eine Beamforming-Untersuchung verwendeten CAD-Modell ist mit einer Tetraeder-Anzahl des sogenannten (Oberflächen-)Netzes (engl.: mesh), welches die geometrischen Oberflächeninformationen des Innenraums beschreibt, von ca. 1.100.000 Tetraedern zu rechnen. Reduziert man die Auflösung und somit die Tetraeder-Anzahl dieses Netzes deutlich auf lediglich jeden fünfhundertsten Tetraeder, so bleibt eine Anzahl von 2200 Tetraedern, welche, wie zuvor, nicht äquidistant verteilt, die Information der Innenraumgeometrie wiedergeben. Durch die nicht-äquidistante Verteilung des Netzes werden einzelne Bereiche, meist große Flächen wie beispielsweise die Frontscheibe, lediglich über eine sehr grobe Auflösung dargestellt. Dementsprechend kann es notwendig sein, das Netz manuell zu überarbeiten. Wird für die Untersuchungen ein Mikrofonarray mit 48-Kanälen verwendet, so sind für den Innenraum 105.600 Übertragungsfunktionen zu bestimmen. Eine solche Anzahl an Übertragungsfunktionen, beispielsweise mit Hilfe der Hammeranschlagmethode, zu ermitteln kann daher als unrealistisch verworfen werden, so dass es Ideen zu entwickeln gilt,

welche es ermöglichen, eine hohe Anzahl von Übertragungsfunktionen (zugunsten einer hohen Auflösung) bei realisierbarem Aufwand zu ermitteln.

Die Darstellung einer solchen Idee, deren Realisierung und Untersuchung des Verbesserungspotentials auf das Beamforming-Ergebnis werden im nachfolgenden Kapitel 10.1 aufgezeigt.

### 10.1 Verbesserungspotential des Beamformings durch die Einbeziehung realer Übertragungsfunktionen am Beispiel eines Fahrzeuginnenraums

Die in diesem Kapitel realisierte Idee ist es, an möglichst vielen Punkten nahe der Oberflächenstruktur des Fahrzeuginnenraums (wenige Zentimeter Abstand) das Luftvolumen über einen Impuls anzuregen. Dieses Signal wird dann durch ein im Fahrzeuginnenraum positioniertes Mikrofonarray empfangen. Erzeugt wird ein solcher Impuls durch den Funkenüberschlag eines für diese Zwecke modifizierten Elektroschockers (Impulserzeuger), welcher im Weiteren näher beschrieben wird. Das so erzeugte Signal zwischen einer Position nahe der zu betrachtenden Oberfläche und dem Mikrofonarray stellt zwischen genau diesen Punkten eine gesuchte Luftschallübertragungsfunktion dar.

#### 10.1.1 Impulserzeugung

Abb. 10.2 zeigt den Impulserzeuger, mit dem mittels des Funkenüberschlags zwischen dessen Elektroden ein Impuls erzeugt wird, welcher eine sehr gute Näherung einer Punktschallquelle darstellt [Reutter 2014]. Durch ansteckbare Widerstände kann die zeitliche Impulsfolge variiert werden.



Abb. 10.2: Modifizierter Elektroschocker und ansteckbare Widerstände

Mit jedem emittierten akustischen (Schall-)Impuls wird gleichzeitig ein elektromagnetischer Impuls erzeugt, der über eine Antenne (Abb. 10.2, gelbes Kabel) als separater Referenzkanal vom Messsystem aufgezeichnet wird. Die einzelnen aufgezeichneten, akustischen Im-

pulse der Mikrofonkanäle werden, wie in Abb. 10.3 dargestellt, im Anschluss durch eine automatische Laufzeitzuordnung jedem Referenzimpuls eindeutig zugeordnet [Döbler 2010].

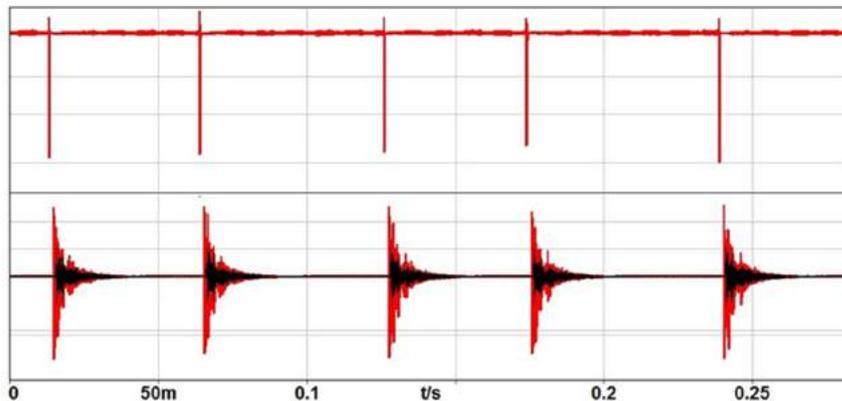


Abb. 10.3: Qualitative Darstellung einzelner Impulse, Referenzkanal (oben), Mikrofonkanäle (unten)

### 10.1.2 Überlegungen zu Randbedingungen der Untersuchung

Um den Impulserzeuger als zuverlässige Anregungsquelle verwenden zu können, soll nachfolgend die Reproduzierbarkeit der einzelnen Impulse überprüft werden.

Bereits bei einer Mittelungszeit von zwei Sekunden, in der 32 Einzelimpulse erzeugt werden, lässt die Pegeldifferenz der Resultate von unter einem Dezibel auf eine gute Reproduzierbarkeit der Impulse schließen. Bei genauer Betrachtung der Fehleranfälligkeit einer Mittelung soll der Einfluss des Messrauschens zwischen den einzelnen Impulsen hinsichtlich der Ergebnisse überprüft werden. Für diese Überprüfung müssten die einzelnen Impulse „samplegenau“ ausgeschnitten werden. Aus diesem Grund werden in Analogie zum oben beschriebenen Verfahren nach Döbler, diese Untersuchungen in einer entsprechenden Matlab-Routine realisiert. Diese schneidet die einzelnen Impulse samplegenau aus und überlagert diese mit deren synchronisierten Anfangspunkten.

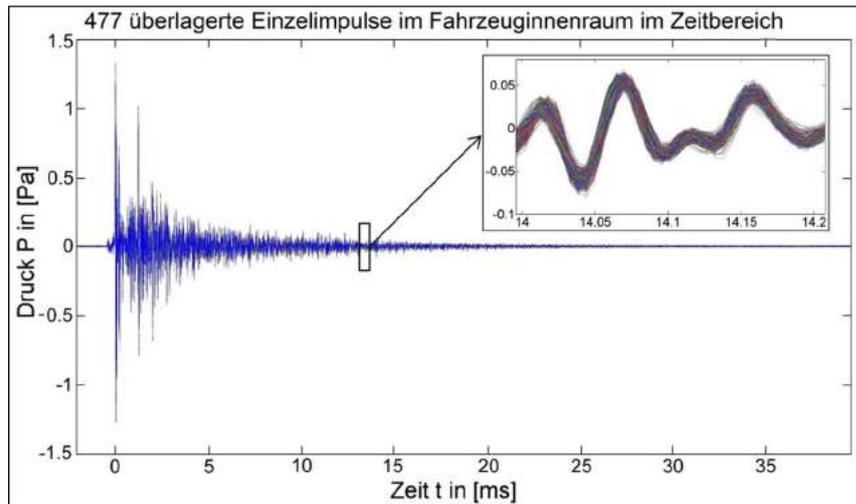


Abb. 10.4: 477 überlagerte Einzelimpulse mit synchronisierten Anfangspunkten

Die Ergebnisse gehen aus Abb. 10.4, einer Darstellung von 477 überlagerten Einzelimpulsen im Zeitbereich, hervor. Dem vergrößerten Ausschnitt von Abb. 10.4 ist zu entnehmen, dass selbst nach etwa 14 Sekunden der Abklingvorgang aller Einzelimpulse noch als homogen und reproduzierbar angesehen werden kann. Die dazugehörige spektrale Leistungsdichte ist in Abb. 10.5 dargestellt.

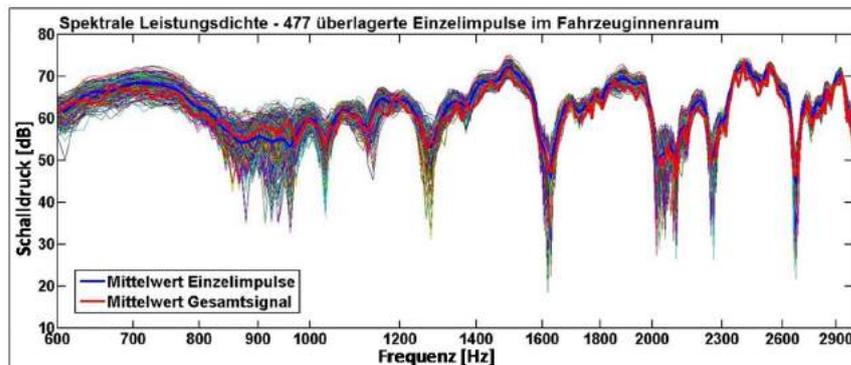


Abb. 10.5: Unterschiedliche Bildungsverfahren des Mittelwerts; veranschaulicht über die spektrale Leistungsdichte

Bezüglich der Reproduzierbarkeit der Impulsanregung können folgende Erkenntnisse zusammenfassend festgehalten werden [Reutter 2014]:

- Die Varianz der Impulsanregung sinkt mit zunehmender Frequenz.
- Bis zu einem Frequenzbereich von etwa 1000 Hz kann keine eindeutige Beschreibung modaler Effekte erfolgen, da die Anregungsenergie des Impulses für eine Anregung der Raummoden nicht ausreicht.

- Eine Analyse der Übertragungsfunktionen kann dementsprechend erst ab ca. 1000 Hz erfolgen.
- Eine Mittelung über die Gesamtlänge des Signals ist für eine Analyse als geeignet anzusehen.

Die Bedienung des Impulserzeugers erfordert es, dass sich während der Messung eine Person im Fahrzeuginnenraum aufhält. Es wird nachfolgend aufgezeigt, welchen akustischen Einfluss diese Person auf die Bestimmung der Übertragungsfunktion ausübt. Hierfür werden zwei Messungen durchgeführt, die sich ausschließlich durch die Position des Bedieners im Fahrzeuginnenraum unterscheiden.

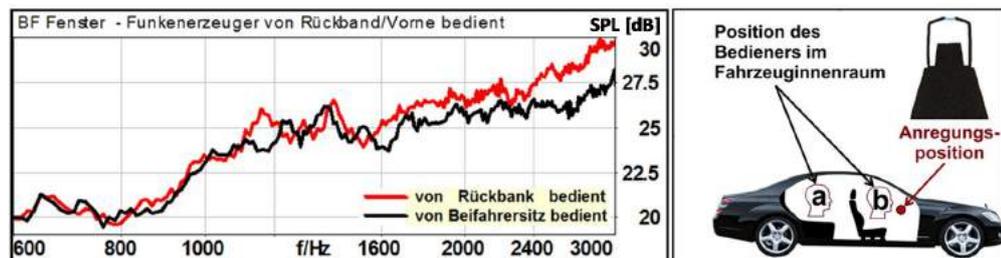


Abb. 10.6: Einfluss einer Person im Fahrzeuginnenraum auf die Bestimmung der Übertragungsfunktion – Variation der Bedienposition

Für höhere Frequenzen ist eine steigende Amplitudendifferenz zwischen den beiden Bedienpositionen erkennbar. Für den Frequenzbereich zwischen 1100 Hz und 1550 Hz ist sogar eine deutliche Ungleichförmigkeit des Pegelverlaufs feststellbar. Ein plausibler Erklärungsansatz sind die frequenzabhängigen Absorptionseigenschaften der Bedienperson selbst. Der Einfluss einer Person im Fahrzeuginnenraum ist dementsprechend nicht eindeutig quantifizierbar und muss für eine valide Implementierung im Beamforming-Prozess Berücksichtigung finden [Reutter 2014].

### 10.1.3 Raumakustische Untersuchungen im Fahrzeuginnenraum

Es werden insgesamt 16 Anregungspositionen, davon jeweils acht, verteilt auf Fahrer- und Beifahrerseite, gewählt. Abb. 10.7 zeigt ein CAD-Modell des Versuchsträgers, ausgerichtet auf die beifahrerseitige Oberflächenstruktur im Fahrzeuginnenraum. Untersuchungen zeigen für das betrachtete Fahrzeug eine Nachhallzeit  $T_{60}$  von 0,105 s [Reutter 2014].

Um Symmetrieeffekte der Fahrzeugstruktur gezielt untersuchen zu können, werden die Position anhand der Längsachse gespiegelt. Im Fahrzeuginnenraum wird nun die Anregung über einzelne Impulse an den definierten Positionen 01 bis 08 ausgegeben.

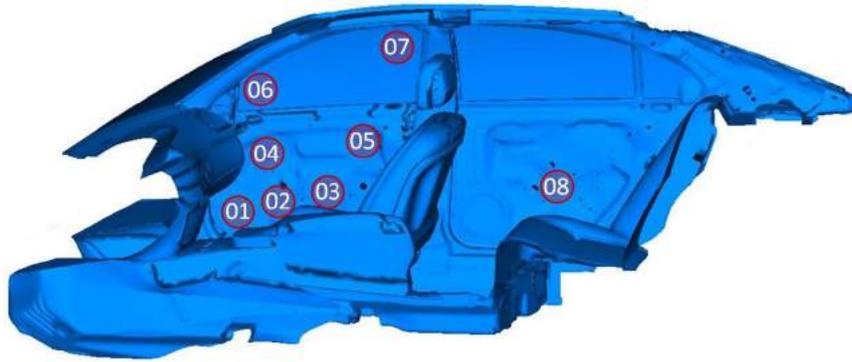


Abb. 10.7: Anregungsposition im Fahrzeuginnenraum - Beifahrerseite

Für die Anregung mit einzelnen Impulsen besteht die Raumantwortfunktion aus der Entfaltung des gemessenen Signals mit dem in Kapitel 10.1.1 beschriebenen Referenzsignal. Dieser Vorgang dient zur Kompensation der Frequenzgang- und Linearitätsfehler, welche insbesondere bei alternativen Anregungssignalen auftreten können, sollte das dargestellte Verfahren auf weitere Signalarten erweitert werden. Abb. 10.8 zeigt die Signalverarbeitung bei Impulsanregung.

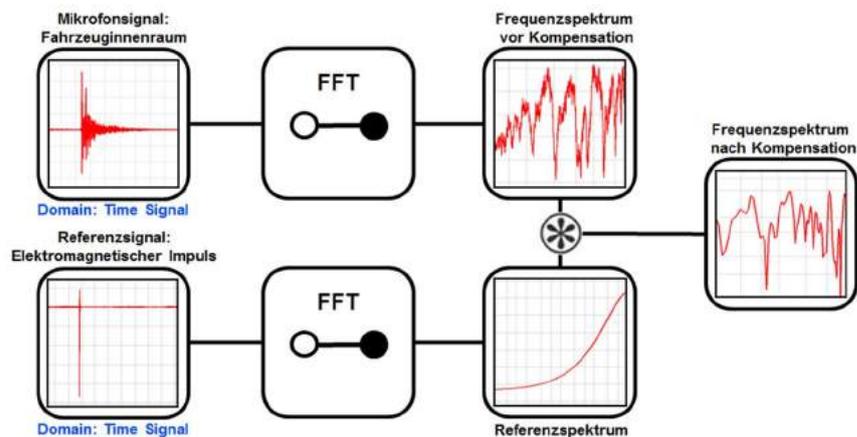


Abb. 10.8: Schematische Darstellung der Signalverarbeitung für eine Anregung über einzelne Impulse [Reutter 2014]

#### 10.1.4 Evaluierung des Potentials

Die analysierten Untersuchungsergebnisse werden herangezogen, um das Potenzial hinsichtlich des beschriebenen Vorgehens darzustellen. Nachdem in einem ersten Schritt der Einfluss einer veränderten Fokusebene überprüft wird, sind davon ausgehend die Beamforming-Ergebnisse in einer Vergleichsdarstellung zwischen den Untersuchungen im Fahrzeuginnenraum und als Referenz in einem sogenannten Vollraum abgebildet. Die Untersuchungen im Vollraum dienen in diesem Vergleich der Erzeugung einer Referenzkartierung, um das Ergebnis, welches im Fahrzeuginnenraum erzeugt wird, anhand der Ergebnisse des identi-

schen Messaufbaus (dasselbe Array, dasselbe Messsystem mit identischen Einstellungen und derselbe Impulserzeuger) einordnen und bewerten zu können. Die weiteren Ergebnisse stellen aus Gründen der Übersicht ausschließlich eine Diskussion der Anregungsposition 01 dar, liegen jedoch analog für jede der insgesamt 8 Positionen vor.

Zur Veranschaulichung der Anregungsposition 01 ist in Abb. 10.9 die dreidimensionale Schalldruckkartierung im Fahrzeuginnenraum dargestellt. Hierfür sind die Kartierungsergebnisse, die aus einer zwei Sekunden langen Impulsanregung (gemittelte Einzelimpulse) hervorgehen, über ein sogenanntes „fitting“ an ein entsprechend hinterlegtes CAD-Modell des Versuchsträgers angepasst. Die linke Abbildung zeigt die Luftschallabstrahlung bei Impulsanregung an Position 01, abgebildet auf das CAD-Modell. Die rechte Abbildung dient lediglich der Orientierung innerhalb des Fahrzeuginnenraums.



Abb. 10.9: Dreidimensionale Schalldruckkartierung im Fahrzeuginnenraum bei Anregung über einzelne Impulse an Position 01 (links), und in einer Übersicht (rechts)

Die Beamforming-Ergebnisse im Vollraum und im Fahrzeuginnenraum sind in Abb. 10.10 dargestellt. Hier kann festgestellt werden, dass die Impulsanregung im Vollraum, unabhängig von erkennbaren Aliasing-Figuren, annähernd einer Punktschallquelle gleicht.

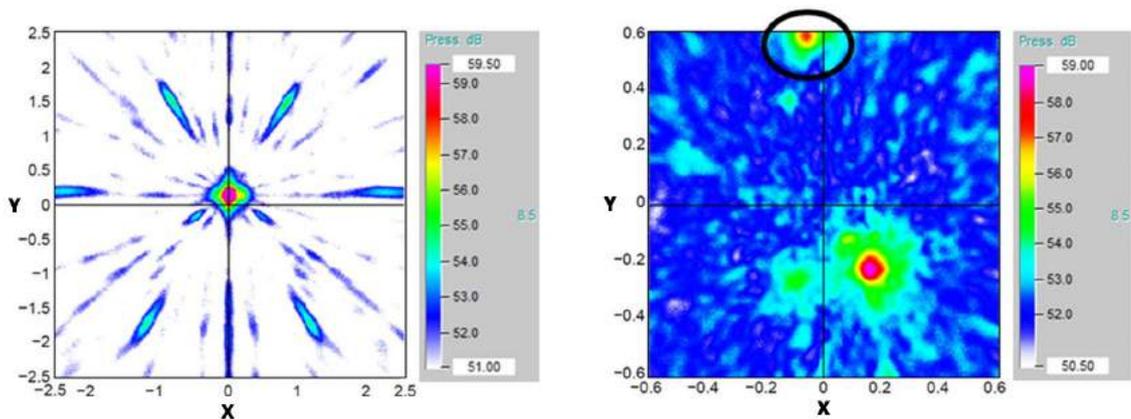


Abb. 10.10: Beamforming-Ergebnis (Delay-and-Sum) bei Anregung über einzelne Impulse im Vollraum (links), im Fahrzeuginnenraum (rechts)

Im Fahrzeuginnenraum hingegen ist die Lokalisierung deutlich verzerrt. Zudem ist am oberen Bildrand von Abb. 10.10 (schwarz umrandet) eine Reflexion klar identifizierbar. Die Fokussierung ist hier ebenfalls angepasst, um die durch die Raumcharakteristik entstehende Reflexion im Bildausschnitt darstellen zu können. Es ist zu bemerken, dass die scharfe Abgrenzung der einzelnen Impulse, bei gleichzeitig hohem Amplitudenunterschied, optimale Voraussetzungen für eine präzise Lokalisierung der Anregungsquelle bietet; der Impuls als Anregungssignal bezogen auf das Beamforming somit ideal geeignet ist.

### 10.1.5 Realisierung der Übertragungsfunktionen im Beamforming-Prozess

Für eine Implementierung der einzelnen Übertragungsfunktionen im anschließenden Beamforming-Prozess soll zunächst evaluiert werden, in wieweit sich die ermittelten Untersuchungsergebnisse für eine Bestimmung bzw. Schätzung der Übertragungsfunktion eignen. Dazu werden die Übertragungsfunktionen im Fahrzeuginnenraum durch die in Abb. 10.8 dargestellten Signalverarbeitung aufbereitet. Aus diesen Übertragungsfunktionen, bestehend aus Frequenz- und Phasengang, werden die entsprechenden (hier 48) FIR-Filter (Finite Impulse Response) generiert. Als Filterlänge wird die identische Zeit der zuvor geschnittenen Impulse verwendet. Hierfür werden die FIR-Filter mit einem entsprechenden weißen Rauschen, welches ein konstantes Leistungsdichtespektrum aufweist, im Zeitbereich gebildet. Abb. 10.11 zeigt exemplarisch und qualitativ die Filter für die Impulsanregung im Fahrzeuginnenraum. Das entsprechende Referenzsignal wird dabei durch das elektromagnetische Impulssignal repräsentiert.

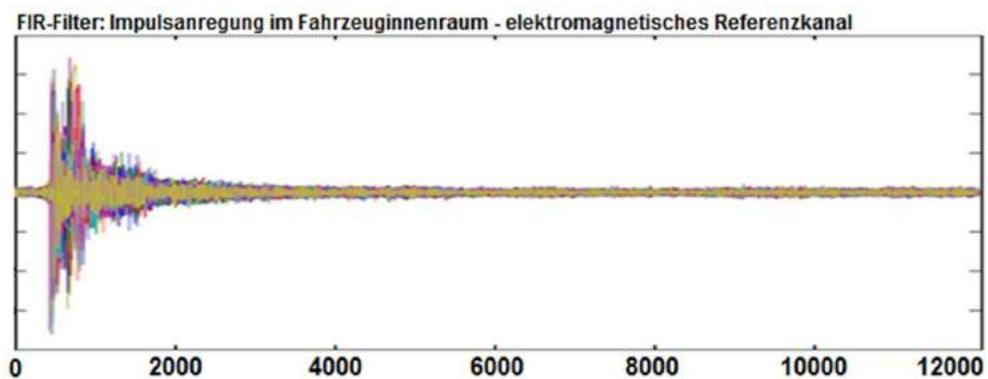


Abb. 10.11: FIR-Filter für eine Anregung über einzelne Impulse im Fahrzeuginnenraum, aufgetragen über die Anzahl der Stützstellen

Mit diesen erarbeiteten FIR-Filtern wird das Beamforming erneut mit dem CBF angewendet und die Resultate den ursprünglichen Beamforming-Ergebnissen im Fahrzeuginnenraum gegenübergestellt. Für die Anregung über einzelne Impulse zeigt Abb. 10.12 einerseits das ursprüngliche Beamforming-Ergebnis im Fahrzeuginnenraum (Messung, links), andererseits das Beamforming-Ergebnis aus dem berechneten FIR-Filter (Simulation, rechts).

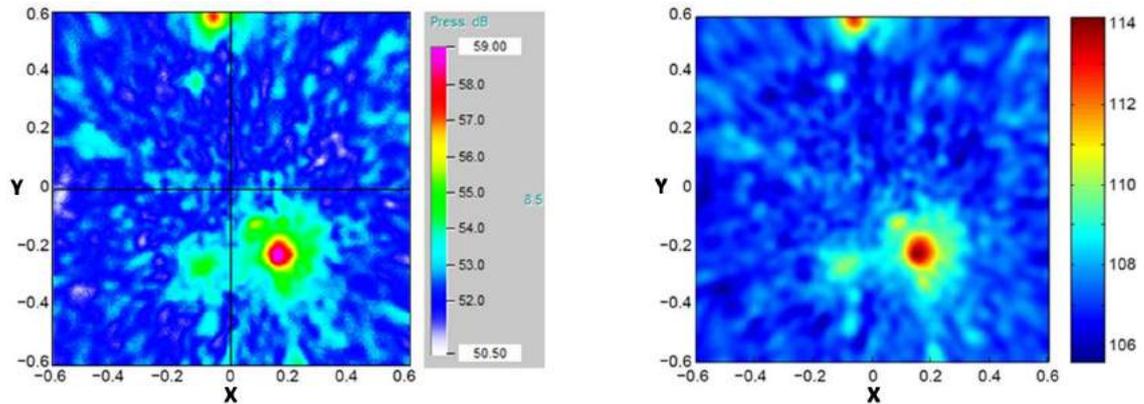


Abb. 10.12: Impulsanregung; Ursprüngliches Beamforming-Ergebnis (Messung, links), Beamforming-Ergebnis aus FIR-Filter anhand des Referenzsignals berechnet (Simulation, rechts)

Zur Bildung der FIR-Filter wird das aufgezeichnete elektromagnetische Referenzsignal verwendet, wobei aus der Bestimmung der FIR-Filter ein Amplitudenunterschied durch die Verrechnung des elektromagnetischen Signals zu einem Schalldruckpegel resultiert. Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Skalierungen der Software Noiselimage einerseits und Matlab andererseits kann das Beamforming-Ergebnis exakt rekonstruiert werden.

Als alternativer Lösungsansatz zur Bildung der FIR-Filter wird ein Mikrofonkanal des Mikrofonarrays gewählt. Hierzu wird der Mikrofonkanal als Referenzsignal gewählt, an dem der Direktschall zeitlich als erstes einfällt. Als Schallquelle betrachtet, sollten sich die raumakustischen Eigenschaften ebenfalls anhand des Referenzmikrofonkanals aufzeigen lassen. Zur Überprüfung dieses Lösungsansatzes wird Abb. 10.13 näher betrachtet. Dabei können die spezifischen Merkmale des Beamforming-Ergebnisses ebenfalls mit geringer Abweichungen rekonstruiert werden.

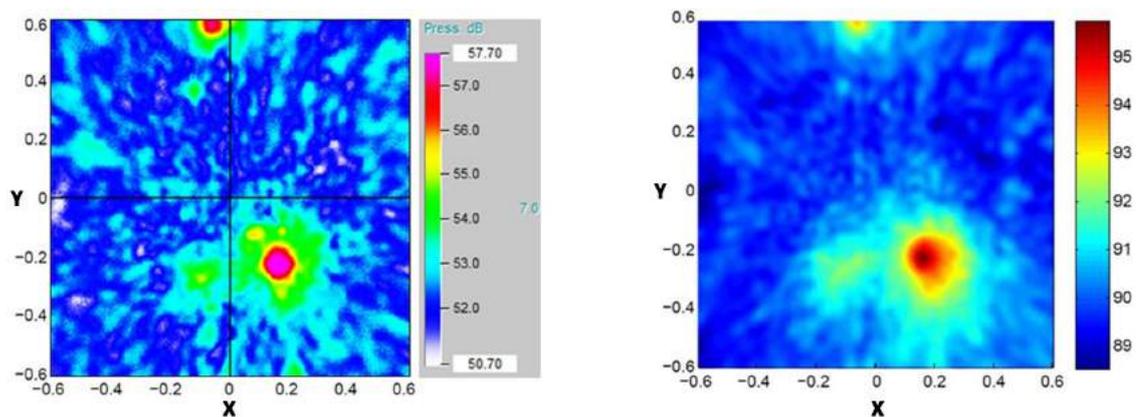


Abb. 10.13: Impulsanregung; Ursprüngliches Beamforming-Ergebnis (links), Beamforming-Ergebnis mit FIR-Filtern anhand des Referenzmikrofonkanals berechnet (rechts)

### 10.1.6 Diskussion und Zusammenfassung

Die Impulsanregung, ausgewertet an den jeweils 8 Anregungspositionen auf Fahrer- und Beifahrerseite zeigt einen positionsabhängigen Charakter der Raumantwortfunktionen, welcher durch stark lokal geprägte Reflexions- und Interferenzstrukturen gekennzeichnet ist [Reutter 2014]. Als wesentliche Faktoren kann der nicht eindeutig quantifizierbare Einfluss der Bedienperson im Fahrzeuginnenraum und das von den Abmessungen gering einzuschätzende akustische Zentrum, welches bei Positionsänderung zu einer ausgeprägten Änderung der Übertragungsfunktion führen kann, in Betracht gezogen werden. Über alle Auswertungspositionen hinweg liefert die Analyse, unter Berücksichtigung des angeregten Frequenzbereichs der Impulsanregung, plausible Ergebnisse.

Die Potentialanalyse zeigt, dass eine Lokalisierung der Impulsanregung im Fahrzeuginnenraum problemlos möglich ist. Es ist davon auszugehen, dass die Ergebnisse neben der günstigen Anregungsart zusätzlich durch die, für einen Raum dieser Dimension, als gering einzustufende Nachhallzeit von etwa 0,105 s positiv beeinflusst werden. In einer Vergleichsdarstellung der Beamforming-Ergebnisse zwischen Freifeldraum und Fahrzeuginnenraum kann ein Potential zur Verbesserung der Lokalisierungsergebnisse bei Berücksichtigung der Übertragungsfunktionen (Raumantwortfunktionen) als realistisch gegeben beurteilt werden, wenn auch der finale Nachweis im Rahmen dieser Untersuchungsreihe nicht erbracht werden kann.

Die Untersuchungen schließen mit der Überprüfung der Realisierbarkeit der Übertragungsfunktion in Form eines FIR-Filters ab. Zwei Varianten, die sich durch das gewählte Referenzsignal (Elektromagnetischer Impuls respektive Arraymikrofonkanal mit Direktschall) unterscheiden, zeigen, dass die Beamforming-Ergebnisse mit geringer Abweichung rekonstruiert werden können. An dieser Stelle sei angemerkt, dass für eine Verbesserung des Beamforming-Ergebnisses die Kenntnis aller relevanten Raumantwortfunktion notwendig ist.

Die einzelnen Raumantwortfunktionen beziehungsweise die daraus abgeleiteten inversen FIR-Filter könnten hierzu in einem nächsten Schritt den einzelnen Punkten eines CAD-Modells hinterlegt werden, um so die raumakustischen Informationen mit den geometrischen Informationen in einer sogenannten „Smart structure“ zu verknüpfen. Zu bedenken ist hierbei, dass eine lückenlose Abdeckung durch Raumantwortfunktion in der Praxis nicht realisierbar ist und somit eine Interpolation zwischen den einzelnen Anregungspositionen und entsprechenden Übertragungsfunktionen als unvermeidlich anzusehen ist.

Unter Berücksichtigung der aufgezeigten Aspekte unterliegt die Realisierung eines solchen Vorgehens auf Basis eines Impulserzeugers einschränkenden Faktoren, welche ebenfalls zusammenfassend aufgezeigt werden sollen. Unterhalb von etwa 1000 Hz kann keine ausreichende Anregungsenergie bereitgestellt werden und somit die modalen Effekte in einem späteren Beamforming-Prozess nicht ohne weiteres berücksichtigt werden. Aufgrund der in dieser Arbeit (vgl. Kapitel 9) dargestellten Bedeutung modaler Schallfeldeinflüsse auf das Lokalisierungsergebnis des Beamformings ist diese Einschränkung hinsichtlich der Ermitt-

lung der Übertragungsfunktionen mit Hilfe dieses Typs eines Impulserzeugers als wesentlicher Nachteil zu sehen. Es wird dementsprechend ausschlaggebend für die Anwendbarkeit der dargestellten Methode sein, ob es realisierbar ist, einen Impulserzeuger dahingehend zu modifizieren, dass eine Anregung des modalen Schallfelds des Fahrzeuginnenraums durch diesen erreicht werden kann. Einen weiteren evaluierungswürdigen Aspekt stellt der Einfluss einer Bedienperson im Fahrzeuginnenraum dar, welcher nicht eindeutig quantifizierbar ist. Dieser stellt hinsichtlich einer möglichen Integration in den Beamforming-Prozess eine weiterhin zu untersuchende Unschärfe dar.

## **10.2 Verbesserungspotential des Beamformings durch die Einbeziehung berechneter Übertragungsfunktionen am Beispiel einer Fahrzeugstruktur**

Eine alternative Herangehensweise an die Idee der Berücksichtigung und Integration von Übertragungsfunktionen im Beamforming-Prozess soll im aktuellen Kapitel diskutiert werden. Anders als im vorangegangenen Kapitel 10.1 sollen nachfolgend simulierte Übertragungsfunktionen für die Berücksichtigung im Beamforming verwendet werden.

### **10.2.1 Auswahl geeigneter Beamforming Algorithmen**

Auf Basis ausführlicher Voruntersuchungen des CBF, des MUSIC-Algorithmus und des RC zusätzlich in Kombination mit SCOT- und PHAT-Gewichtung anhand simulierter Anregungsvarianten im Frequenzbereich zwischen 20-1000 Hz, in denen der RC die beste Lokalisierungsperformance zeigt, werden im nachfolgenden Untersuchungsszenario am realen Fahrzeug fünf ausgewählte Beamforming-Varianten auf deren Lokalisierungsergebnisse hin analysiert. Diese sind:

- CBF,
- CBF mit SCOT-Gewichtung,
- MUSIC-Algorithmus,
- RC,
- RC mit SCOT-Gewichtung.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sollen für die anschließende Ergebnisdarstellung lediglich die Ergebnisse des CBF- und des RC mit SCOT-Gewichtung gezeigt werden. Für eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse der Voruntersuchungen und der Auswertung der Lokalisierungsergebnisse sei auf [Klaus 2014] verwiesen.

### **10.2.2 Untersuchungsumgebung und Messaufbau**

Als Untersuchungsumgebung soll eine sogenannte „aufsetzfertige Fahrzeugkarosserie“ dienen, bei der Karosserie und Antriebsstrang voneinander getrennt sind, die Karosserie jedoch ansonsten einem Serienaufbauzustand entspricht. Am Beispiel dieser Karosserie, soll die Lokalisierungspräzision der ausgewählten Beamforming-Varianten evaluiert werden. Anders als in den in 10.1 dargestellten Untersuchung soll im vorliegenden Fall die Anregung des Luftschalls im Fahrzeuginnenraum über eine Körperschallanregung an der Karosseriestruk-

tur erfolgen. Dazu kann die Karosserie an verschiedenen Positionen über Shaker angeregt werden. Der Positionen sind dabei so gewählt, dass die Einleitung der Energie an allen Shaker-Positionen möglichst eine direkte Körperschalleinleitung in die Karosseriestruktur ermöglicht.

Als Anregungssignal dient ein weißes Rauschen in einem Frequenzbereich von 5-1000 Hz. In diesem Frequenzbereich ist das Anregungsverhalten der Shaker als annähernd linear anzunehmen. Eine Rückkopplung der Struktur auf das Anregungsverhalten des Shakers als auch umgekehrt (Übersprechen), kann aufgrund der Beschaffenheit des Versuchsaufbaus als vernachlässigbar angesehen werden. Abb. 10.14 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau.

Jede Messung besitzt eine Dauer von 90 s und wird mit einer Abtastrate von 96 kHz aufgezeichnet. Die Darstellung der Untersuchungsergebnisse soll für die Shaker-Position 2, welcher die Fahrzeugkarosserie am vorderen Ende des rechten Längsträgers (eindimensional) in Querrichtung zur Fahrzeuginnenachse (Y-Richtung) anregt, erfolgen.

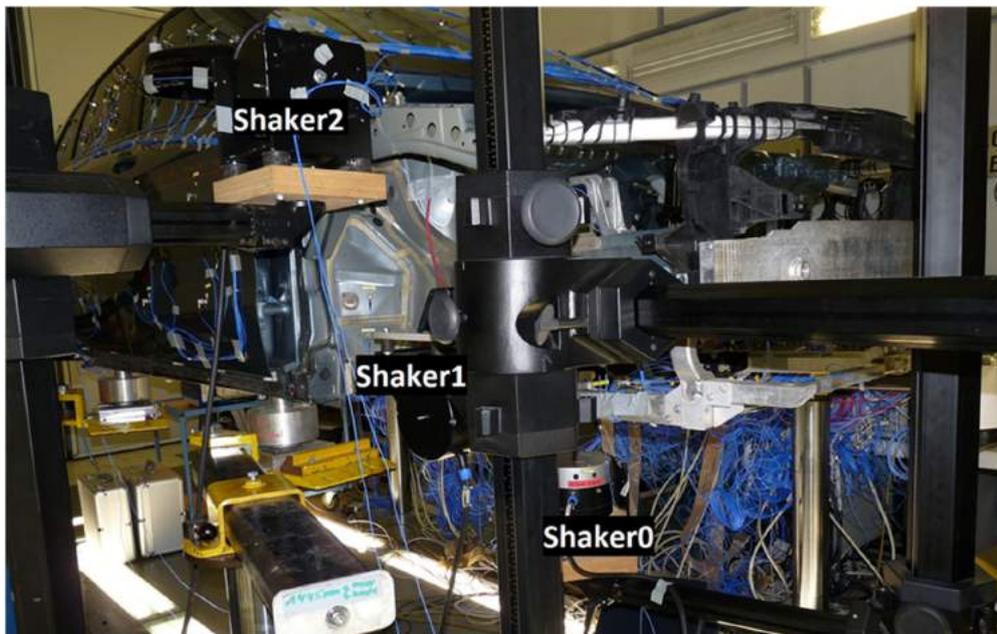


Abb. 10.14: Aufsetzfertige Karosserie mit dargestellten Shaker-Positionen 0 bis 2

Zur Aufzeichnung der aus der Shaker-Anregung resultierenden Schalldruckinformation im Fahrzeuginnenraum wird erneut ein sphärisches, 48-Kanal-Mikrofonarray verwendet, welches ist im dargestellten Versuchsaufbau zentral zwischen Fahrer- und Beifahrerposition positioniert. Um die Positionen des Arrays relativ zum Fahrzeuginnenraum exakt bestimmen zu können, wird wie üblich der teilautomatisierte Fitting-Prozess der Software Noiselimage verwendet. Dieses Verfahren nutzt die im Array integrierte Kamera und ein bereitgestelltes CAD-Modell, um die Positionen des Arrays relativ zum Modell zu bestimmen. Dies geschieht,

indem die Konturen des aufgenommenen Bildes möglichst gut mit der Kontur des CAD-Modelles abgeglichen werden. Die Abweichung zur tatsächlichen Arrayposition im Fahrzeuginnenraum kann als Erfahrungswert mit unter einem Zentimeter angegeben werden.

### 10.2.3 Simulierte Übertragungsfunktionen

Für die in diesem Kapitel dargestellte Untersuchung werden Übertragungsfunktionen verwendet, welche auf Basis einer Struktur-Fluid gekoppelten FE-Simulation für verschiedene Frequenzbereiche erstellt sind. Diese Sätze von Übertragungsfunktionen werden durch die Berechnungsabteilung der Daimler AG (RD/FNB) bereitgestellt.

Die Sätze von Übertragungsfunktionen bestehen jeweils aus 196 zufällig über die Fahrzeugstruktur verteilten Punkten und deren Verbindung zu den 48 Mikrofonarraypositionen im Fahrzeuginnenraum in den drei Raumrichtungen X, Y und Z. Dies bedeutet, dass die Übertragungsfunktionen zwischen den 196 Strukturpunkten und den 48 Mikrofonpositionen jeweils für eine in diesen Strukturpunkten separat betrachtete Anregung in der jeweiligen Raumrichtung X, Y und Z simuliert sind. Jeder Satz von Übertragungsfunktionen besteht demnach aus 28224 einzelnen Übertragungsfunktionen und stellt somit einen Kompromiss zwischen dem Zielkonflikt einer noch guten Handhabbarkeit des Berechnungsumfangs in der Software Matlab und einer noch aussagekräftigen mittleren Winkelauflösung zwischen den einzelnen Punkten von etwa 18 Grad dar. Diese Auflösung ist zwar für ein präzises Beamforming-Ergebnis (wie in den vorangegangenen Kapiteln) grenzwertig gering gewählt, sollte jedoch noch eine aussagekräftige Lokalisierung ermöglichen. Die Frequenzbereiche der Übertragungsfunktionen umfassen:

- in einem ersten Satz 20-400 Hz in 1 Hz-Schritten (tiefer Frequenzbereich),
- in einem zweiten Satz 20-1000 Hz in 2,5 Hz-Schritten (mittlerer Frequenzbereich),
- und in einem dritten Satz 20-2000 Hz in 5 Hz-Schritten (hoher Frequenzbereich).

Um eine Vorstellung der Unterschiede zwischen den berechneten Sätzen von Übertragungsfunktionen zu erhalten, sind nachfolgend Amplituden- und Phasengang beispielhaft zwischen Strukturpunkt 130, welcher sich in direkter Umgebung der Shaker-Anregung befindet, und Arraymikrofon 1 bei Anregung in Y-Richtung für die drei Frequenzbereiche dargestellt.

Anhand der Phasengangs sind insbesondere im Frequenzbereich zwischen 20-400 Hz für die verschiedenen Übertragungsfunktionen deutliche Abweichungen erkennbar, obwohl diese dieselben Strukturbedingungen repräsentieren. Der Amplitudengang welcher ebenfalls deutliche Abweichungen bis 400 Hz aller Übertragungsfunktionen aufweist, lässt ab 400 Hz zwischen den beiden weiterführenden Übertragungsfunktionen hingegen eine gute Übereinstimmung erkennen.

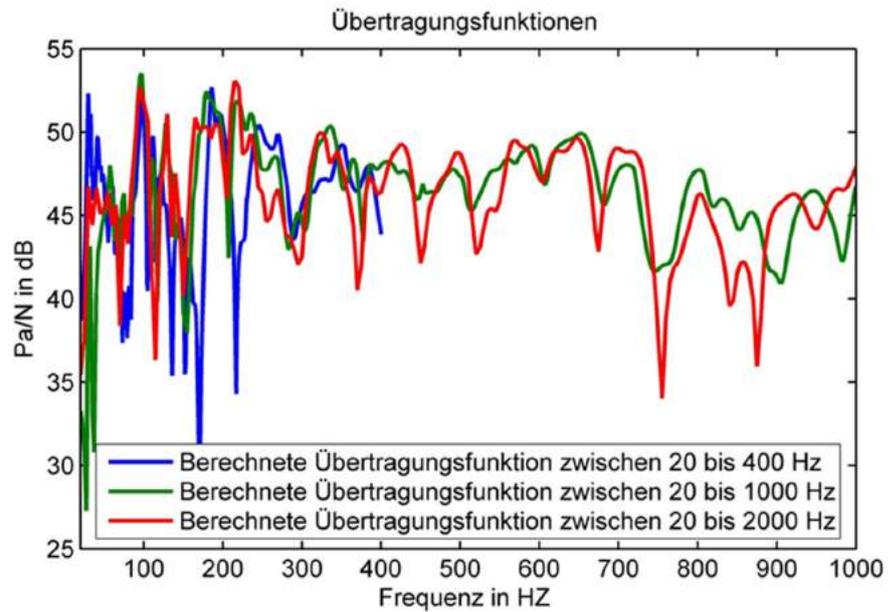


Abb. 10.15: Amplitudengang der verschiedenen berechneten Übertragungsfunktionen von Strukturpunkt 130 zu Arraymikrofon 1 in Y-Richtung

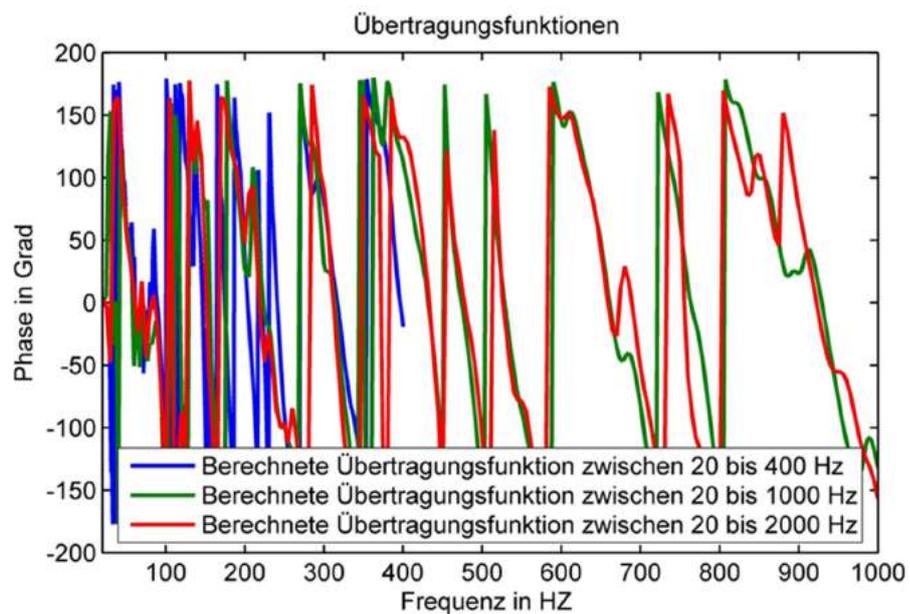


Abb. 10.16: Phasengang der verschiedenen berechneten Übertragungsfunktionen von Strukturpunkt 130 zu Arraymikrofon 1 in Y-Richtung

Die jeweiligen Sätze von Übertragungsfunktionen müssen in entsprechende FIR-Filter umgewandelt werden, um diese für den Beamforming-Prozess nutzbar zu machen. Für die entsprechenden Details sei erneut auf [Klaus 2014] verwiesen. Die nachfolgend dargestellten Ergebnisse verwenden die Übertragungsfunktionen des mittleren Frequenzbereichs.

#### 10.2.4 Ergebnisse bei idealisierter Anregung am Beispiel einer Fahrzeugstruktur

Um dem Leser eine Vorstellung eines ideal erreichbaren Lokalisierungsergebnisses näherzubringen, ist zunächst in Abb. 10.17 das Beamforming-Ergebnis unter idealisierten Randbedingungen dargestellt. Diese beinhalten insbesondere, dass die exakten Übertragungsfunktionen als bekannt vorausgesetzt werden. Hierzu werden die berechneten Übertragungsfunktionen zwischen 20-1000 Hz verwendet, um die Matrix von Steering-Vektoren für das Beamforming zu ermitteln. Dieses „inverse“ Vorgehen simuliert somit die Mikrofon-signale aus diesen berechneten Übertragungsfunktionen und der idealen Rauschanregung an Punkt 130 und wendet darauf das Beamforming (CBF) an, was „fast zwangsläufig“ zu einem idealen Ergebnis führen muss.

Für alle nachfolgend gezeigten Lokalisierungsergebnisse wird der Punkt 130 als angemessene Anregungsposition verwendet, welcher sich am nächsten an der tatsächlichen (realen) Anregungsposition des Shakers 2 befindet, was keine Idealisierung dargestellt, sondern für die Beschreibung der Ergebnisse von Bedeutung ist. Als Algorithmus wird der CBF mit SCOT-Gewichtung verwendet.

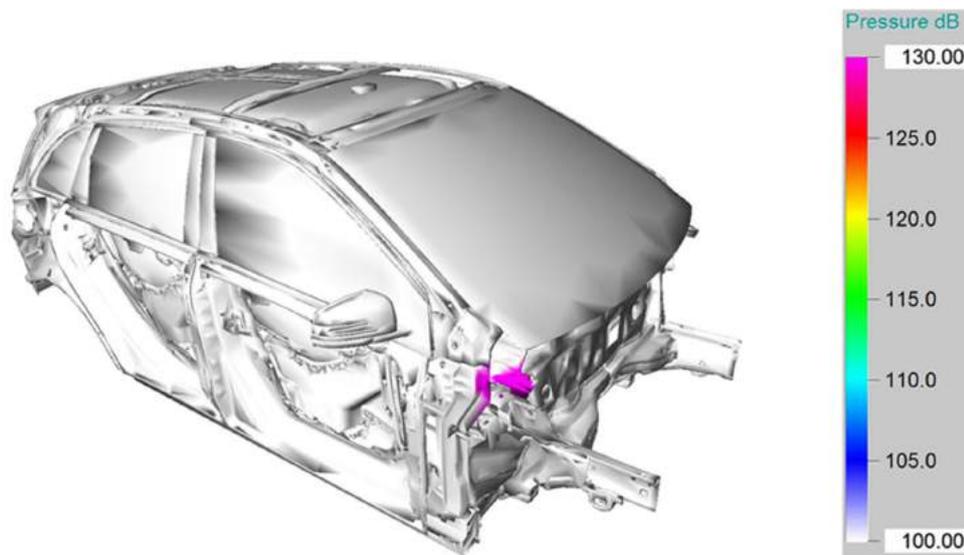


Abb. 10.17: Idealisiertes Lokalisierungsergebnis (CBF mit SCOT-Gewichtung)

Wählt man in einem weiteren Schritt eine simulierte Anregung mit einem weißen Rauschen zwischen 20-1000 Hz anstatt der, in einem späteren Schritt verwendeten, realen Shaker-Anregung und verwendet wieder die Übertragungsfunktionen ebenfalls im Frequenzbereich von 20-1000 Hz, so erhält man die folgenden Lokalisierungsergebnisse. Ebenfalls ist zu erwähnen, dass das idealisierte Anregungssignal exakt an Strukturpunkt 130 und nicht an der in direkter Umgebung liegenden Shaker-Position 2 eingeleitet wird. Erneut wird der CBF mit SCOT-Gewichtung als Beamforming-Algorithmus gewählt. Die Lokalisierungsergebnisse sind analog zur jeweiligen simulierten Anregungsrichtung dargestellt.

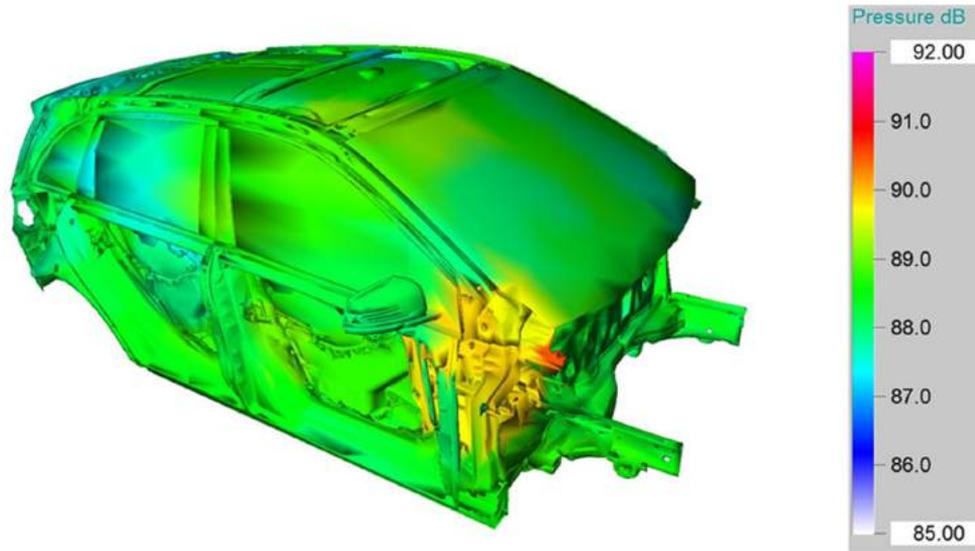


Abb. 10.18: Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in X-Richtung, 20-1000 Hz

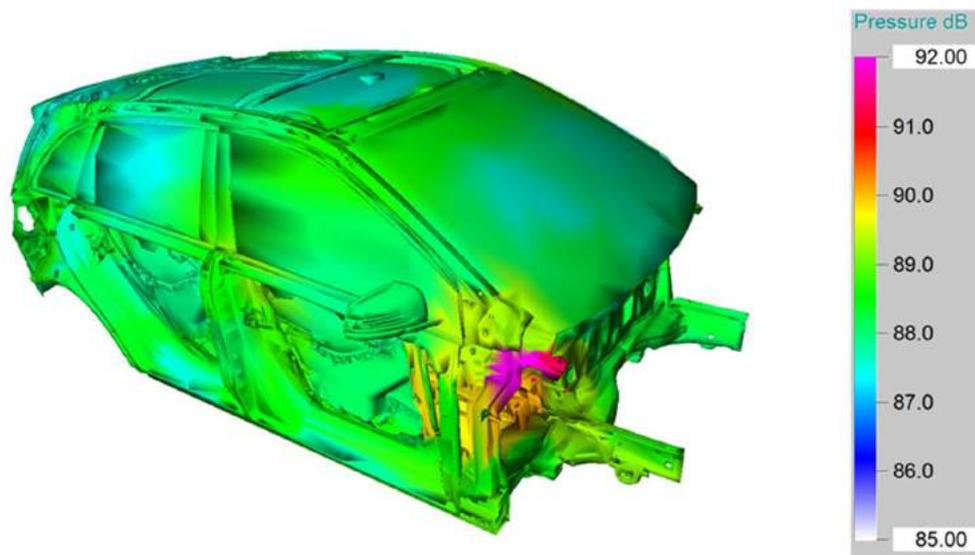


Abb. 10.19: Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

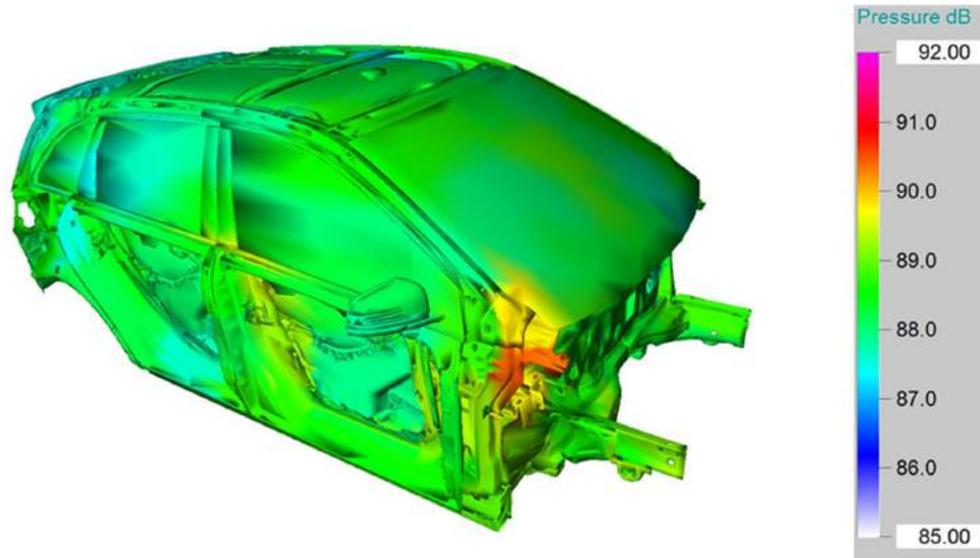


Abb. 10.20: Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Z-Richtung, 20-1000 Hz

Zum Vergleich ist als letzte Abbildung des Vergleichs (Abb. 10.21) das Lokalisierungsergebnis ohne die Verwendung einer Übertragungsfunktion gezeigt. Dieses Ergebnis gibt somit direkten Aufschluss darüber, wie das Beamforming-Ergebnis unter der üblichen Annahme der Gültigkeit der Freifeldbedingung aussehen würde. Ohne die Verwendung der Übertragungsfunktionen ist also trotz simulierter, idealisierter Anregung keine Lokalisierung der Strukturanregung möglich.

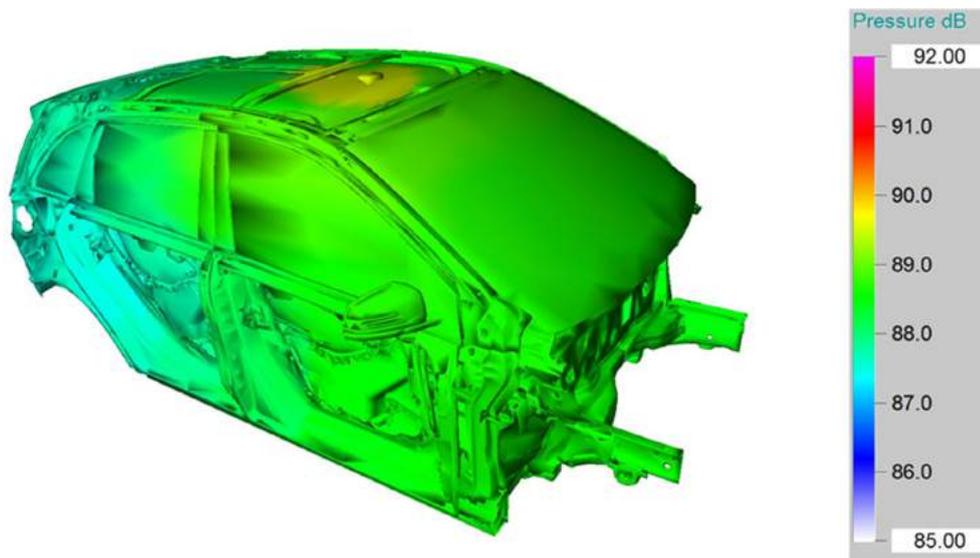


Abb. 10.21: Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Ohne Verwendung einer Übertragungsfunktion (Freifeld), 20-1000 Hz

Die Lokalisierungsergebnisse mit den Übertragungsfunktionen unterschiedlicher Anregungsrichtungen zeigen eine klar erkennbare Lokalisierung der Anregung auf. Es ist deutlich erkennbar, dass die rekonstruierte Anregung auf eine Kraftereinleitung in Y-Richtung zurückzuführen ist, da Abb. 10.19 die höchsten Pegel herrschen. Sowohl in X- als auch in Z-Richtung sind die rekonstruierten Pegel sichtbar geringer.

Dieses Ergebnis zeigt klar auf, dass, ungeachtet der idealisierten Anregung, nur durch die Verwendung der Information der Übertragungsfunktionen eine Lokalisierung infolge einer Strukturanregung überhaupt realisiert werden kann. Dabei ist ebenso zu berücksichtigen, dass die berechneten Übertragungsfunktionen nicht auf ihre Korrektheit überprüfbar sind, da dafür ein Vergleich mit real gemessenen Übertragungsfunktionen zu deren Verifizierung (in diesem Fall durch Hammeranschlag möglich) unumgänglich ist.

Zur Vervollständigung der Ergebnisdarstellung zeigt Abb. 10.22 das Lokalisierungsergebnis des RC ebenfalls mit SCOT-Gewichtung unter denselben idealisierten Anregungsbedingungen und im identischen Frequenzbereich für die Übertragungsfunktion bei Anregung in Y-Richtung. Analog zu den Ergebnissen des CBF mit SCOT-Gewichtung ist mit dem RC die Lokalisierung der Anregung klar erkennbar.

Wenn auch in dieser ersten Ergebnisübersicht nicht dargestellt, zeigen die weiteren, ausgewählten Beamforming-Varianten qualitativ vergleichbare Lokalisierungsergebnisse.

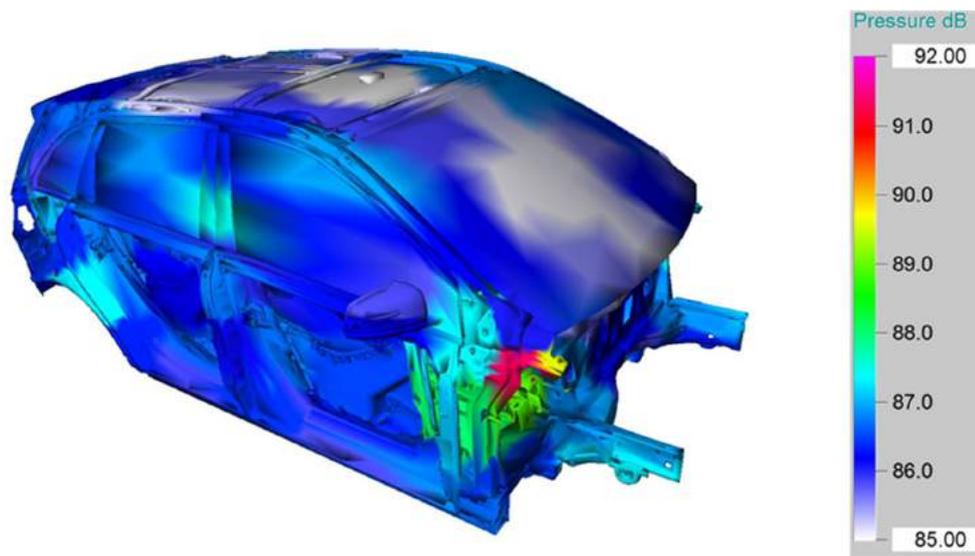


Abb. 10.22: Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, RC mit SCOT-Gewichtung,  $\varepsilon = 0,3$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

### 10.2.5 Ergebnisse bei reale Anregung am Beispiel einer Fahrzeugstruktur

Für die nachfolgende Auswertung des realen Anregungsfalls (Anregung an Shaker-Position 2) werden lediglich die Ergebnisse bei Verwendung der jeweiligen Übertragungsfunktion bei Anregung in Y-Richtung wiedergegeben.

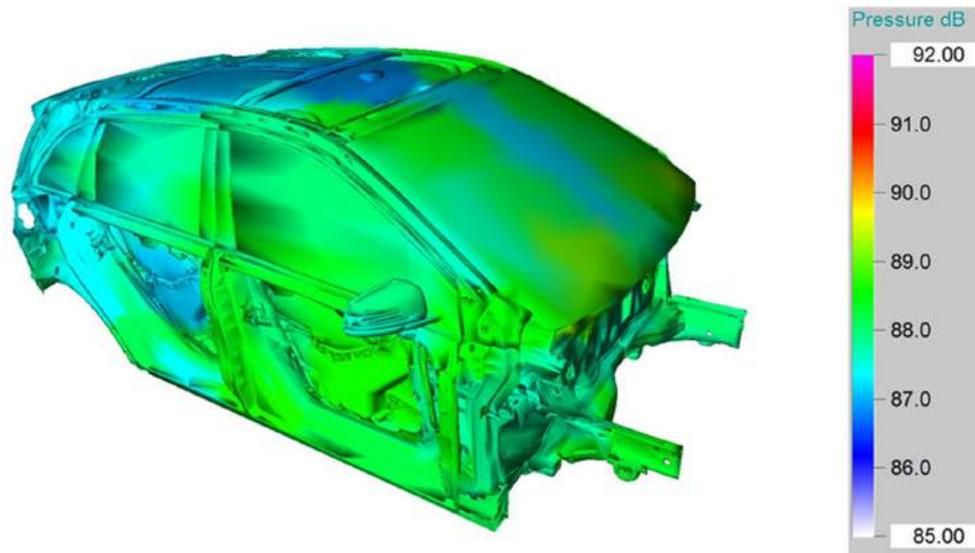


Abb. 10.23: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, CBF, SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

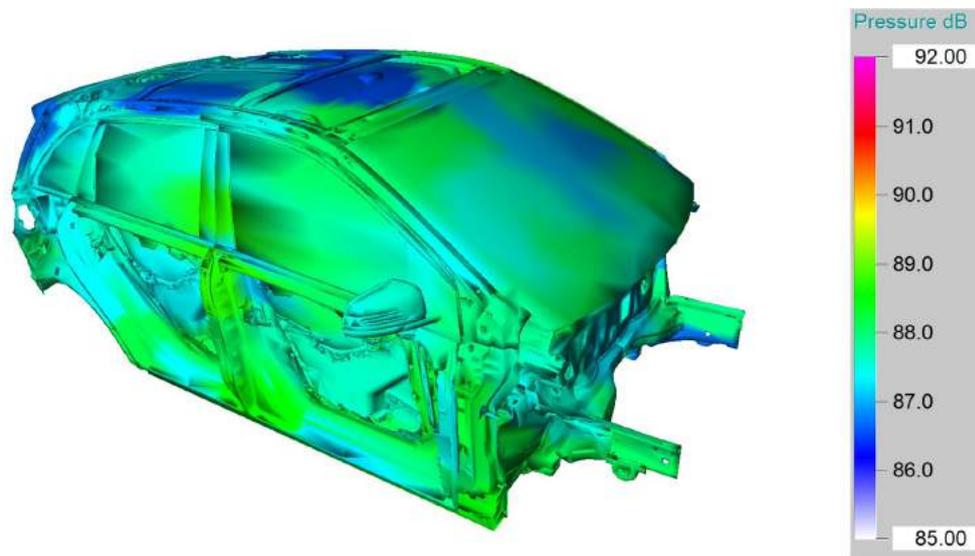


Abb. 10.24: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung,  $\varepsilon = 0,3$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

Wie man sieht, ist bei realer Anregung ohne weiteres keine Lokalisierung des Ortes der Anregung möglich. Hier beispielhaft für CBF- und RC mit SCOT-Gewichtung dargestellt, ist ebenfalls keine Lokalisierung mit einem anderen der ausgewählten Algorithmen möglich.

Der entstandene Hintergrundpegel, also der Pegel, der an den Orten ohne Anregung vorherrscht, ist mit dem der simulierten Messung vergleichbar. Diese Tatsache könnte darauf hindeuten, dass entweder die Übertragungsfunktionen zu stark von der Realität abweichen, oder der eigentliche Ort der Anregung so ungünstig zwischen die gewählten Strukturpunkte fällt, dass aus diesem Grund keine Lokalisierung möglich ist.

Beide Fälle sind mithilfe einer „besseren Wahl“ des RC-Parameters  $\varepsilon$  zu verändern, da beide Fälle von der Abweichung der Steering-Vektoren abhängen können. Als nächsten Schritt soll daher der Parameter  $\varepsilon$  variiert werden, um mögliche Fehler stärker zu unterdrücken.

Die Ergebnisse beider Variationen sind in Abb. 10.25 und Abb. 10.26 dargestellt. Man erkennt, dass keine der gewählten Veränderungen eine Verbesserung bringt. Demzufolge kann es hilfreich sein, die Information jedes Strukturpunktes auf Auffälligkeiten zu untersuchen. Diese Vorgehensweise liegt auch aus dem Grund nahe, da die Übertragungsfunktionen innerhalb niedriger Frequenzbereiche bis etwa 500 Hz deutliche Auffälligkeiten gezeigt haben (vgl. Unterkapitel 10.2.3), welche anhand der spektralen Leistungsdichte des Beamformings bezogen auf die 196 Strukturpunkte (Abb. 10.27) ebenfalls überprüfbar sein sollten.

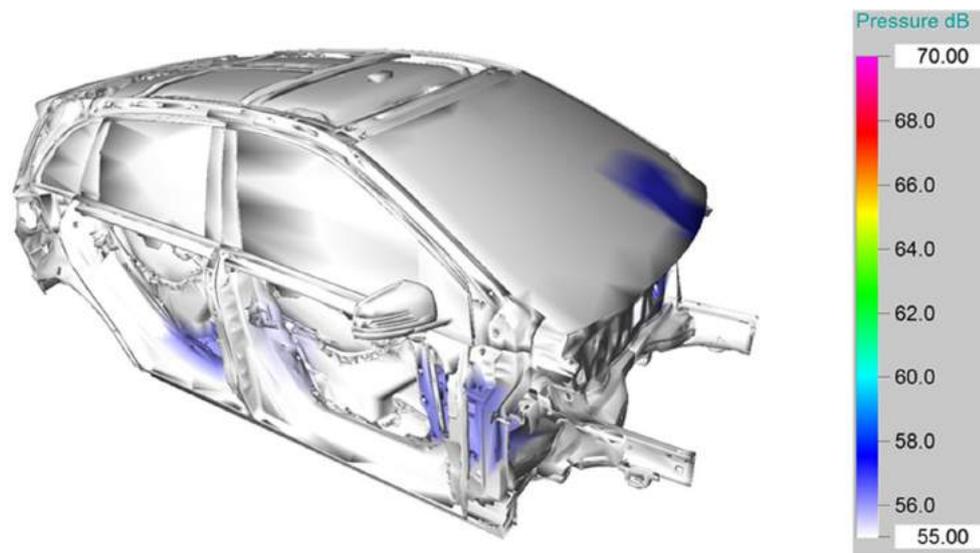


Abb. 10.25: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung,  $\varepsilon = 0,05$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

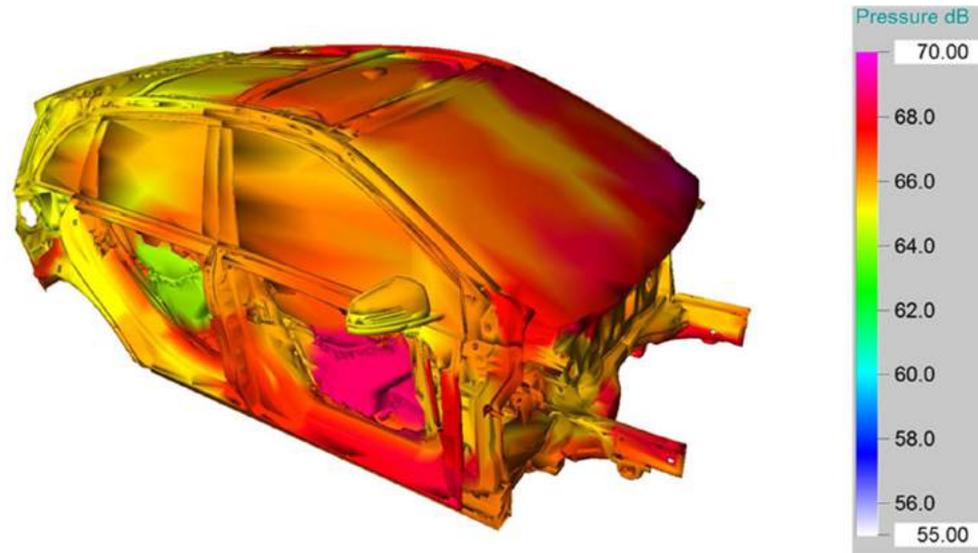


Abb. 10.26: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung,  $\varepsilon = 0,8$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz

Abb. 10.27 zeigt die spektrale Leistungsdichte des Beamformings jedes der 196 Strukturpunkte im Frequenzbereich zwischen 20-1000 Hz in relativer Leistungsdarstellung an.

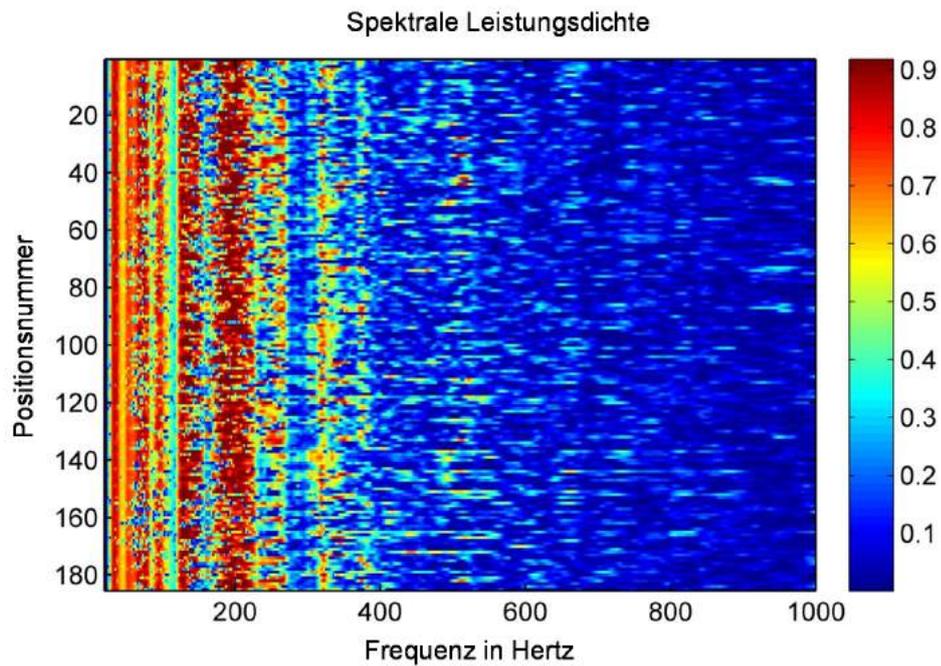


Abb. 10.27: Spektrale Leistungsdichte der realen Messung an Shaker Position 2, CBF mit SCOT-Gewichtung über alle Strukturpunkte

Die PSD (Abb. 10.27) zeigt auf, welche Ausgangsleistung der Beamformer (CBF mit SCOT-Gewichtung) mit den realen Messdaten des Mikrofonarrays in Kombination mit dem zweiten Satz von Übertragungsfunktionen bezogen auf jeden der 196 Strukturpunkte der Karosserie berechnet respektive „zurückschätzt“.

Bei dieser Betrachtung fällt auf, dass im Bereich zwischen 500-1000 Hz der Informationsgehalt bezogen auf das Beamforming deutlich abfällt, während unterhalb 500 Hz noch spektrale Informationen (durchgängige Linien) erkennbar sind. Ein Grund für diesen Informationsverlust kann es sein, dass die Übertragungsfunktionen nicht mehr gut genug mit der Realität übereinstimmen. Eine bessere Lokalisierung könnte dementsprechend erreicht werden, wenn der betrachtete Frequenzbereich auf den mit dem „größten Informationsgehalt“ eingeschränkt würde. Dieser Verbesserungsansatz soll durch die Einschränkung auf einen Frequenzbereich von 140-400 Hz überprüft werden. Für eine konsequente Verfolgung dieses Ansatzes sollen ebenfalls die Übertragungsfunktionen für den niedrigsten Frequenzbereich zwischen 20-400 Hz (vgl. Kapitel 10.2.3) gewählt und der RC-Parameter auf einen geringen Wert gesenkt werden. Das Ergebnis dieses Vorgehens ist in den Abb. 10.28 und Abb. 10.29 ersichtlich.

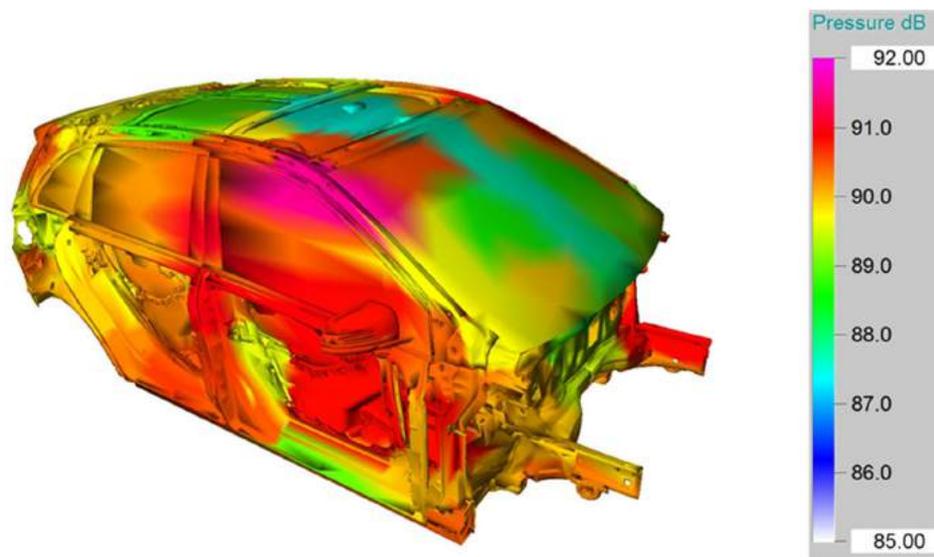


Abb. 10.28: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, CBF, SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung (20-400 Hz), 140-400 Hz

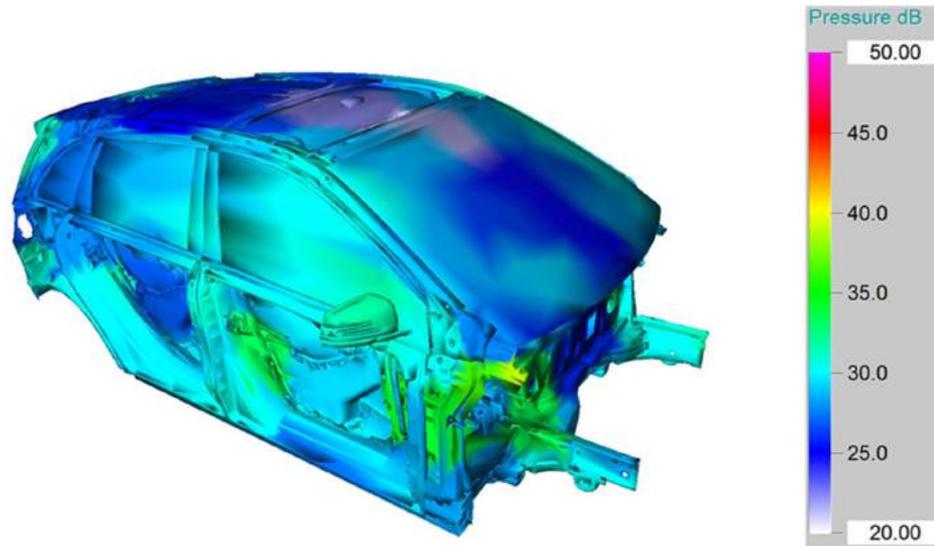


Abb. 10.29: Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung,  $\varepsilon = 0,01$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung (20-400 Hz), 140-400 Hz

Man sieht, dass der CBF mit SCOT-Gewichtung auch bei deutlicher Einschränkung des Frequenzbereichs keine Lokalisierung ermöglicht. Mit dem RC mit SCOT-Gewichtung und einem niedrigen RC-Parameter von nur 0,01 kann hingegen die Position der Quelle lokalisiert werden. Bei Anpassung des betrachteten Frequenzbereichs und einer Anpassung der verwendeten Übertragungsfunktionen ist es somit auch unter realen Bedingungen möglich, die vorliegende Strukturanregung zu lokalisieren.

### 10.2.6 Diskussion und Zusammenfassung

Als bedeutsames erstes Ergebnis ist festzuhalten, dass eine „reine“ Strukturanregung, sei diese auch in der Position der Anregung und dem Anregungssignal idealisiert, unter Verwendung berechneter Übertragungsfunktionen mit jeglichen ausgewählten Beamforming-Algorithmen lokalisiert werden kann. Eine Lokalisierung mit Hilfe des Beamformings ohne Verwendung der Information von Übertragungsfunktionen d.h. unter der regulären Annahme der Freifeldbedingung, trotz identischen Randbedingungen, ist nicht möglich.

Dieses Ergebnis verdeutlicht die prinzipiell vorteilhafte Kombination des Beamformings mit berechneten Übertragungsfunktionen und bestätigt deren erfolgreiche Anwendung „auf Körperschallanregungen“, zeigt jedoch praktische Grenzen auf.

Doch nicht nur unter idealisierten Randbedingungen, sondern auch in der Realität ist es möglich, den Ort einer Quelle (Strukturanregung) zu lokalisieren. Allerdings kann die Lokalisierung im Rahmen dieser Untersuchungen nur mit dem RC und SCOT-Gewichtung, einem sorgfältig ausgewählten Frequenzbereich und dem, für geringe Steering-Vektor Abweichungen, optimierten Parameter  $\varepsilon$  realisiert werden. Eine mögliche Erklärung dieses Verhaltens

ist die in vielen Frequenzen unzureichende Übereinstimmung der berechneten Übertragungsfunktionen mit der Realität, eine in wenigen Frequenzen jedoch sehr gute Übereinstimmung mit der Realität. In diesem Fall wäre es nachvollziehbar, dass die Wahl eines hohen, somit tendenziell robusteren, RC-Parameters eine negative und somit gegenteilige Wirkung hat.

Eine weitere Erkenntnis ist, dass eine pegelunabhängige Bewertung der Lokalisierung (SCOT- /PHAT-Gewichtung) grundsätzlich von Vorteil gegenüber einer pegelabhängigen Bewertung (CBF) ist. In der pegelunabhängigen Bewertung kommt dazu, dass auch schwach ausgeprägte, jedoch vorteilhaft lokalisierbare Frequenzen stärker in die Lokalisierung eingehen, und daher eine größere Bandbreite von Frequenzen zur eigentlichen Lokalisierung verwendet werden kann.

Eine wesentliche Herausforderung bei der Verwendung berechneter Übertragungsfunktionen liegt in der Unsicherheit deren Übereinstimmung mit vergleichbaren, realen Übertragungsfunktionen. Diese Unsicherheit kann im vorliegenden Fall nur unter starker Einschränkung des Frequenzbereichs und lediglich mit einem robusten Beamforming-Ansatz, wie dem RC „in den Griff“ bekommen werden.

Für den RC wird ein konstanter „Unsicherheitsfaktor“ in der Form des Parameters  $\varepsilon$  gewählt. Eine Möglichkeit die Körperschall-Lokalisierung zu verbessern wäre, diesen Unsicherheitsfaktor abhängig von der „Güte der Übertragungsfunktionen“ zu wählen, und so für unterschiedliche Frequenzen ein vergleichbar präzises Lokalisierungsergebnis zu erhalten.

Ein weiterer Ansatz die Lokalisierung zu verbessern, wäre die theoretischen Aspekte einer Körperschalllokalisierung besser zu untersuchen. Das Arraypattern im Luftschall ist sehr gut bekannt, das Arraypattern für eine Körperschallanregung hingegen ist nicht bekannt und nur unzureichend untersucht.

Eine weitere Möglichkeit, welche zur Verbesserung der Körperschalllokalisierung führen kann, und deren Eignung untersucht werden muss, wäre der Einsatz von sogenannten Wiband-Beamforming-Methoden, welche nicht mehr auf der Annahme basieren, dass für jede Frequenz die Quelle aus einer anderen Richtung kommen kann und so die Möglichkeit besitzen, Quellen besser zu lokalisieren.

Alles in allem ist festzuhalten, dass die Ausweitung der Beamforming Methoden auf allgemeine Übertragungsfunktionen als sehr vielversprechend angesehen werden kann und für eine praktische Umsetzbarkeit die behandelten Einschränkungen weiter untersucht werden müssen.

## 11 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Verbesserungspotential hinsichtlich der Lokalisierungsqualität der Quellenortung unter dem Einfluss modaler Schallfeldeinflüsse. Im Rahmen dieser Arbeit wurden daher zwei unabhängige Filteransätze entwickelt, die es ermöglichen, das Lokalisierungsergebnis unter diesen Randbedingungen zu verbessern. Ein erster Ansatz, welcher auf der Vorverarbeitung der Kreuzspektralmatrix mit Hilfe der sogenannten generalisierten Kreuzkorrelation (GCC) basiert, sowie ein zweiter Ansatz, welcher durch Approximation der Polfrequenzen der Raumübertragungsfunktionen ein inverses Filter generiert und somit ebenfalls, wie der zuerst genannte, die modalen Einflüsse vor dem eigentlichen Beamforming minimiert. Dies gelingt insbesondere in Kombination mit den ebenfalls in dieser Arbeit vorgestellten und untersuchten erweiterten Beamforming-Algorithmen.

Daher wurde in einer ersten Untersuchungsreihe das Potential der Verbesserung eines Lokalisierungsergebnisses erweiterter Beamforming-Algorithmen, sowohl anhand eines Szenarios simulierter Schallquellen, als auch auf Basis der Abstrahlung einer Schallquelle in einen Fahrzeuginnenraum im Vergleich zum konventionellen Beamforming (CBF) evaluiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchungsreihe zeigen deutlich die Überlegenheit der untersuchten, erweiterten Beamforming-Algorithmen hinsichtlich der zentralen Leistungsparameter Auflösung und Dynamik im Vergleich zum CBF auf. An diese grundlegende Untersuchungsreihe hinsichtlich der Auswahl vorteilhafter Beamforming-Algorithmen selbst schließt sich eine erste Untersuchungsreihe bezüglich des Verhaltens des Beamformings unter reflektierenden Schallfeldbedingungen an, welche das Verhalten des Beamformings an definierten Reflexionsflächen aufzeigt. Hier zeigen sich die Vorteile erweiterter Algorithmen, wie dem MUSIC-Algorithmus, oder optimierter GCC-Gewichtungsvarianten wie der SCOT. Sie bieten im Gegensatz zum CBF eine hervorragende Schätzung der „echten“ Einfallrichtung (DOA) und erreichen somit eine starke Unterdrückung der eingebrachten Reflexionen. In konsequenter Fortführung der Untersuchung an einzelnen reflektierenden Flächen wurde in einem weiterführenden Schritt ein Raum mit schallharten Wänden untersucht. Dieser Modellraum, in dem sich über einen breiten Frequenzbereich ein modales Schallfeld ausprägt, stellt somit eine ambitionierte Erprobungsumgebung der entwickelten Ansätze dar. Unter den Randbedingungen des Modellraums hat sich der Ansatz der GCC als besonders leistungsfähig erwiesen. Ist durch diesen Ansatz in Kombination mit dem CBF praktisch keine Lokalisierung möglich, so kann dieser in Kombination mit dem FUBF und dem Capon-Algorithmus eindeutig die Position der akustischen Quelle aufzeigen. Die Anwendung des Modenfilteransatzes zeigt zwar ebenfalls eine Verbesserung der Dynamik, lässt jedoch trotzdem keine eindeutige Lokalisierung der Quelle im Modellraum zu.

Das „Herzstück“ der Untersuchungen im Luftschall stellt die Evaluierung der Ansätze im Fahrzeuginnenraum dar. Hier zeigen beide Ansätze eine signifikante Verbesserung des Lokalisierungsergebnisses auf. Obwohl es mit Hilfe beider Ansätze möglich ist, den Anregungsort im Luftschall zu lokalisieren, gelingt dies ebenfalls in der Untersuchungsumgebung Fahrzeug (präzisere Lokalisierung des Abstrahlungsortes bei höherer Dynamik) mit dem Ansatz der GCC besser. Einer der bereits diskutierten Ursachen für das Ergebnis dieses Ver-

gleichs, ist in der Wirkungsweise des Modenfilters selbst zu sehen. Dieser ist Prinzip bedingt darauf beschränkt, die vorherrschenden Schalldruckpegel, wenn auch gezielt im Frequenzbereich der Moden (Polstellen der Übertragungsfunktion), abzusenken, welches eine Verbesserung der Dynamik bedingt. Durch das Fehlen einer weitergehenden Verarbeitung wie eine durch den GCC-Ansatz realisierte Korrelationsfilterung, ist das erzielte Ergebnis deshalb plausibel. Die auf dem „Vektor-Fitting“ basierende Polstellenermittlung des Modenfilters erweist sich als sehr robust sowohl gegenüber der Positionierung der verwendeten Arrays, als auch gegenüber der Variation der Anzahl von Mikrofonen. Eine stabile Ermittlung der Polstellen ist somit bereits mit einer „Minimal-Konfiguration“ von einem Array mit 48 Mikrofonen an und zwischen allen Passagiersitzpositionen im Fahrzeuginnenraum möglich.

Die untersuchte Verknüpfung des Beamformings mit entsprechend relevanten Übertragungsfunktionen kann, wie die vorgestellten Untersuchungen zeigen konnten, in vielfältiger Weise genutzt werden. Die Ermittlung der Übertragungsfunktionen zwischen dem eingesetzten Array und den Berandungsflächen des Innenraums kann dabei grundsätzlich zu einer präzisen Lokalisierung ungeachtet modaler Effekte, welche im Idealfall in den Übertragungsfunktionen enthalten sind, genutzt werden. Andererseits kann die Verwendung von Übertragungsfunktionen in Verbindung mit dem Beamforming das Verfahren als Werkzeug zur reinen Identifikation und Klassifikation von Luftschallsignalen zu einem Verfahren erweitern, welches letztlich eine Lokalisierung von Körperschallanregungen ermöglicht. Dabei stehen die Möglichkeiten einer effektiven Erweiterung des Beamformings in direktem Zusammenhang mit den Ermittlungsmöglichkeiten der Übertragungsfunktionen am betreffenden Objekt. Daher wurde in den dargestellten Untersuchungen ein besonderes Augenmerk auf diese Fragestellung selbst gelegt.

So wurde in der ersten Untersuchungsreihe ein experimenteller Ansatz zur Ermittlung der Übertragungsfunktionen von den Berandungsflächen im Fahrzeuginnenraum (in diesem Fall Fahrer- und Beifahrertür zum Mikrofonarray) gewählt, um eine schnelle und zuverlässige Alternative zum nicht gangbaren Weg einer Impulsanregung durch Hammeranschlag zu evaluieren. Diese erste Untersuchung hatte primär zum Ziel, durch die Ermittlung der Übertragungsfunktionen zwischen Array und den Berandungsflächen des Innenraums eine Methode zur direkten Berücksichtigung raumakustischer Effekte im Beamforming-Prozess zu etablieren und somit eine präzise Lokalisierung, alternativ zu einer Modenfilterung, auch unter den Einflüssen des Modenfeldes zu ermöglichen. Durch die geschickte Kombination eines akustischen Impulserzeugers und eines evolutionären Algorithmus ist es über diese Methode möglich geworden, eine hohe Anzahl von Übertragungsfunktionen innerhalb eines kurzen Zeitraums exakt ermitteln zu können. Ein wesentlicher Nachteil liegt jedoch in der geringen abgestrahlten Anregungsenergie der Impulse (Funken). Diese ist für eine Anregung des Modenfeldes des Fahrzeuginnenraumes zu gering, so dass die Bestimmung der Übertragungsfunktionen zwar möglich ist, jedoch nicht den gewünschten Zustand des Vorherrschens eines modalen Schallfeldes widerspiegelt. Somit war es zwar möglich, im Rahmen der Untersuchungen eine Methode zur schnellen Ermittlung exakter Übertragungsfunktionen zu entwickeln, jedoch nicht gleichzeitig ein geeignetes Anregungsspektrum zur Induzierung der letztendlich interessierenden Einflüsse des Modenfeldes zu schaffen.

In einem weiterführenden Schritt wurde daher die Verwendung berechneter Übertragungsfunktionen der Vorzug gegeben. Diese Untersuchungsreihe hatte nun das ambitionierte Ziel, durch die Verwendung berechneter Übertragungsfunktionen, von denen drei Sätze verschiedener Frequenzbereiche zur Verfügung standen, in Verbindung mit dem Beamforming eine Strukturanregung am Längsträger einer aufsetzfertigen Karosserie zu lokalisieren. Dabei konnte klar aufgezeigt werden, dass bei einer idealisierten Anregung (im exakten Fußpunkt einer Übertragungsfunktion und mit einem synthetischen weißen Rauschsignal) an einem simulierten Strukturmodell die Anregung mit jedem der untersuchten Beamforming-Algorithmen exakt lokalisiert werden konnte. Unter realen Bedingungen der Strukturanregung durch einen Shaker hat sich jedoch gezeigt, dass eine Lokalisierung nur in einem stark eingeschränkten Frequenzbereich und ausschließlich unter Verwendung des Robust-Capon-Algorithmus, welcher gezielt Fehler der Steuervektoren berücksichtigt, ermöglicht werden konnte. Obwohl dieses Ergebnis vielfältig interpretiert werden kann, legt es doch den Schluss nahe, dass die Sätze verwendeter Übertragungsfunktionen, welche aus einem gekoppelten FE-Fluid-Strukturmodell stammen, der Überprüfung hinsichtlich der Übereinstimmung mit ihren realen Pendanten bedürfen. Diese Schlussfolgerung erscheint deshalb naheliegend, da bei der durch die Simulation als ideal anzunehmenden Übertragungsfunktionen eine sehr präzise Lokalisierung ungeachtet der Wahl des Algorithmus über einen breiten Frequenzbereich möglich war. Trotz der Einschränkungen am realen Versuchsträger zeigen die Untersuchungen insbesondere mit den berechneten Übertragungsfunktionen eindrucksvoll das Potential hinsichtlich der Erweiterung des Beamformings auf.

Hinsichtlich des Beamformings innerhalb des Modenfelds eines Fahrzeuginnenraums zeigen die entwickelten Ansätze eine zum Teil deutlich unterschiedliche Performanz. Der in mehrererlei Hinsicht aufwändigere Ansatz des Modenfilters hat sich über beide Untersuchungsszenarien (Modellraum und Fahrzeuginnenraum) als nur eingeschränkt effektive Verbesserung der Beamformings gezeigt, da der im Wesentlichen durch diesen Ansatz gewonnene Dynamikgewinn das Lokalisierungsergebnis nicht durchweg überzeugend verbessern konnte. Trotzdem liefert der Ansatz durch eine robuste und präzise Polstellenbestimmung ein weiteres Werkzeug zur Analyse des Schallfelds eines Fahrzeuginnenraums, doch erscheint diese Information in Kombination mit einer inversen Filterung noch nicht optimal genutzt. Der Ansatz der GCC liefert sowohl im modalen Schallfeld des Fahrzeugs als auch im ungleich schwierigeren, da ausgeprägterem, Modenfeld des Modellraums eine signifikante Verbesserung der Lokalisierungsgenauigkeit oder macht eine Lokalisierung überhaupt erst möglich. Zudem sind besonders die PHAT- und SCOT-Gewichtung der CSM numerisch sehr schnell zu berechnen und stellen hinsichtlich der Lokalisierungsgenauigkeit in Verbindung mit keinem Algorithmus eine Verschlechterung des Ergebnisses dar. Als einziger „Wermutstropfen“ ist der durch die Normierung bedingte Verlust der Pegelinformation zu sehen, welcher bezüglich einer reinen Lokalisierungsaufgabe jedoch zu vernachlässigen ist. Durch die ausführliche Untersuchung beider Ansätze sind die Auswirkungen der Einflüsse des modalen Schallfeldes bezogen auf das Beamforming auf einer breiten Basis untersucht worden und können hinsichtlich einer stabilen und präzisen Lokalisierung als „unter Kontrolle“ angesehen werden.

Die behandelten Inhalte bezüglich der Erweiterung des Beamformings durch die Berücksichtigung beliebiger Übertragungsfunktionen stellt hingegen „betretenes Neuland“ dar, welches weiterer Untersuchungen bedarf. Die vorliegende Arbeit hat gezeigt, dass ein Schwerpunkt des vielfältigen Verbesserungsbedarfs dieser Methode auf die Validierung der Güte der zu verwendenden Übertragungsfunktionen gelegt werden muss, da in diesen eine noch unbekannte Unschärfe und somit ein noch nicht definiertes Verbesserungspotential liegt. Daher sollten sich zukünftige Untersuchungen mit dieser Fragestellung auseinandersetzen. Diesbezüglich ist, gerade in Hinblick auf die Vielzahl der Unbekannten dieses Themas zu empfehlen, die Komplexität des Untersuchungsobjekts wesentlich zu reduzieren, da die Anwendung der Methode auf ein Fahrzeug aufgrund seiner Struktur, bestehend aus komplexen Geometrien und verschiedensten Materialien, gemessen am aktuellen Kenntnisstand des Themas einen Schritt zu weit geht. In diesem Kontext erscheint es daher ratsam, Nachfolgeuntersuchungen ebenfalls an einem Modellraum bekannter Geometrie und bekannten Materials (zudem nur eines Materials) durchzuführen, um die wesentlichen Mechanismen und Einflussfaktoren auf die Methode besser zu verstehen. Die Messung der realen Übertragungsfunktionen für einen späteren Abgleich ist am Beispiel eines Modellraums ebenfalls mit überschaubarem Aufwand zu realisieren. Unter diesen modellhaften Bedingungen ist es darüber hinaus als aussichtsreich anzusehen, dass parallele Simulationen zusätzlichen Aufschluss gewähren. Darüber hinaus vereinfacht sich die Berechnung der Übertragungsfunktionen somit erheblich, so dass mit realitätsnahen Ergebnissen und einem zusätzlichen Erkenntnisgewinn zu rechnen ist.

Ist schließlich der Schritt des Abgleichs berechneter und gemessener Übertragungsfunktionen am Beispiel eines Modellraums vollzogen, kann erneut ein Fahrzeug für Untersuchungen herangezogen werden. Als wichtigste Lerneffekte aus den bereits vollzogenen Untersuchungen sollte Berücksichtigung finden, dass die Wahl der Strukturpunkte, welche in den beschriebenen Untersuchungen fast zufällig getroffen wurde, sich an den strukturdynamisch betrachtet empfindlichsten Punkten der Karosseriestruktur orientieren sollten und zusätzlich die Anzahl der Punkte zu Gunsten einer präziseren Winkelauflösung überdacht (erhöht) werden muss. Eventuell ist dann der aufwändige Schritt einer experimentellen Bestimmung der Übertragungsfunktionen von den entsprechenden Strukturpunkten zu einem im Innenraum positionierten Array zu vollziehen, um eine valide Basis für einen weiteren Vergleich und die Angleichung berechneter Übertragungsfunktionen anhand dieser real gemessenen Übertragungsfunktionen ermitteln zu können.

## 12 Literaturverzeichnis

[Attia 1987] ATTIA E.

“Efficient computation of the music algorithm as applied to a low-angle elevation estimation problem in a severe multipath environment”

Accoustics, Speech and Signal Processing

Proceedings of the IEEE International Conference (ICASSP), 1987

[Baumann 2005] BAUMANN W.

„Optimierung frequenzvarianter Nullbeamformer für akustische Signale mittels Statistik höherer Ordnung – Anwendung im Kfz und in Büroräumen“

Dissertation, Fakultät Elektrotechnik und Informatik, TU Berlin, Berlin, 2005

[Benesty 2008] BENESTY J., CHEN J., HUANG Y.

“Microphone Array Signal Processing”

Springer Topics in Signal Processing,

Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008

[Biermann 2011] BIERMANN, J-V., ECKSTEIN L.

„Vorlesungsumdruck Kraftfahrzeug-Akustik“

Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen mbH Aachen, Aachen, März 2011

[Blauert 1997] BLAUERT J.

“Spatial Hearing – The Psychophysics of Human Sound Localization”

The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1997

[Bomhardt 2010] BOMHARDT R.

„Akustischer FE-Löser in Matlab“

Diplomarbeit, Institut für Technische Akustik an der RWTH Aachen, Aachen, 2010

[Buckley 1986] BUCKLEY, K., GRIFFITHS L.

“An Adaptive Generalized Sidelobe Canceller with Derivative Constraints”

IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No. 3, March 1986

[Le Bouquin 1992] LE BOUQUIN, R., FAUCON G.

“Using the coherence function for noise reduction”

IEEE Proceedings-I, Vol. 139, No. 3, Juni 1992

[Brandstein 2001] BRANDSTEIN M., WARD D.

“Microphone Arrays – Signal Processing Techniques and Applications”

Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001

- [Capon 1967] CAPON J. R., GREENFIELD J., KOLKER R.J.  
“Multidimensional maximum-likelihood processing of large aperture seismic array”  
Proceedings of the IEEE (Vol. 55, Issue 2), 1967
- [Dassen 1998] DASSEN A., SIJTSMA P., ADMIRAL P.  
“The calibration and use of a cross-antenna for airfoil self-noise measurements”  
NLR report TR 98080, 1998
- [DEGA 2015] DEGA Akademie  
„Raumakustik und Beschallungstechnik“  
Institut für Technische Akustik (ITA), Aachen, 21.-25. September 2015
- [Deschrijver 2007] DESCHRIJVER D., HAEGEMAN B., DHAENE T.  
“Orthonormal Vector-Fitting: A Robust Macromodeling Tool for Rational Approximation of Frequency Domain Responses”  
IEEE Transactions on advanced packaging, Vol.30, No.2, May 2007
- [DiBiase 2000] DIBIASE J. H.  
“A High-Accuracy, Low-Latency Technique for Talker Localization in Reverbant Environments Using Microphone Arrays”  
PhD Thesis, Division of Engineering, Brown University, Rhode Island, May 2000
- [Dietrich 2013] DIETRICH P.  
“Uncertainties in Acoustical Transfer Functions – Modeling, Measurement and Derivation of Parameters for Airborne and Structure-Borne Sound”  
Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der RWTH Aachen University, Aachen, 2013
- [Dmochowski 2009] DMOCHOWSKI J., BENESTY J., AFFES SOFIENE  
“On Spatial Aliasing in Microphone Arrays”  
IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 57, No. 4, April 2009
- [Döbler 2010] DOEBLER D., HEILMANN G.  
“Automatic Detection of Microphone Coordinates”  
3rd Berlin Beamforming Conference, Berlin 2010
- [Dougherty 2002] DOUGHERTY R. P.  
“Beamforming in Acoustic Testing”  
OptiNav, Inc., Bellevue, WA 98004  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 2002
- [Dougherty 2014] DOUGHERTY R. P.  
“Functional Beamforming”  
Proceedings of the 5<sup>st</sup> Berlin Beamforming Conference, Berlin 2014

[Drews 1999] DREWS M.

„Mikrofonarrays und mehrkanalige Signalverarbeitung zur Verbesserung gestörter Sprache“

Dissertation, Institut für Telekommunikationssysteme Technische Universität Berlin, Berlin 1999

[Elko 2001] ELKO E. W.

“Spatial Coherence Functions for Differential Microphones in Isotropic Noise Fields”

Media Signal Processing Research  
Agere Systems, Murray Hill NJ, USA, 2001

[Frost 1972] FROST O. L.

“An algorithm for linearly constraint adaptive array processing”

Proceedings of the IEEE (Vol. 60, Issue 8), 1972

[Geering 2004] GEERING H.P.

„Regelungstechnik, 6. Auflage Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele“

Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004

[Genuit 2010] GENUIT K.

„Sound-Engineering im Automobilbereich- Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen“

Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2010

[Griffith und Jim 1982] GRIFFITH L., JIM C. W.

“An alternative approach to linearly constraint adaptive beamforming”

Antennas and Propagation, IEEE Transactions (Vol. 30, Issue 1), 1982

[Guidati 2005] GUIDATI S.

„Entwicklung eines akustischen Messsystems für aerodynamisch optimierte Windkanäle“

Dissertation, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2005

[Guo 2011] GUO Q., SUN C.

“Time-domain Nearfield Wideband Beamforming Based on Fractional Delay Filters”

Communication Software and Networks (ICCSN), IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference, Xi’an, May 2011

[Gustavsen 1999] GUSTAVSEN B., SEMLYEN A.

“Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting”

IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.14, No.3, July 1999

- [Gustavsen 2006] GUSTAVSEN B.  
“Improving the pole relocating properties of vector fitting”  
IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.21, No.3, July 2006
- [Haneda 1994] HANEDA Y, MAKINO S., KANEDA Y.  
“Common Acoustical Pole and Zero Modeling of Room Transfer Functions”  
NTT Human Interface Laboratories  
IEEE Transactions of Speech and audio processing, Vol.2, No.2, April 1994
- [Hannan 1971] HANNAN E. J., THOMSON P. J.  
“The estimation of coherence and group delay”  
Biometrika, Vol.58, pp. 469-481, 1971
- [Hansen 2009] HANSEN R.C.  
“Phased Array Antennas, Second Edition”  
Consulting Engineer R.C. Hansen Inc.  
John Wiley & Sons Inc. Publication, 2009
- [Heckl 1995] HECKL M., MÜLLER H.  
„Taschenbuch der Technischen Akustik, 2. Auflage“ Korrigierter Nachdruck 1995  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995
- [Jacobsen 2011] JACOBSEN F., MORENO-PESCADOR G., FERNANDEZ-GRANDE E.,  
HALD J.  
“Near field acoustic holography with microphones on a rigid sphere”  
The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 129, No. 6, June 2011
- [Jauer 2010] JAUER L.  
„Schallfeldsimulation im Fahrzeuginnenraum mittels kombinierter wellen- und strahlenbasierter Simulationsverfahren“  
Diplomarbeit, Institut für Technische Akustik an der RWTH Aachen,  
Aachen, 2010
- [Jäckel 2006] JAECKEL O.  
“Strengths and weaknesses of calculating beamforming in the time domain”  
Proceedings of the 1<sup>st</sup> Berlin Beamforming Conference, 2006
- [Jenkins 1968] JENKINS G. M., WATTS D. G.  
“Spectral Analysis and Its Applications”  
Holden-Day, San Fransisco, 1968
- [Johnson und Dudgeon 1993] JOHNSON D. H., DUDGEON D. E.  
“Array Signal Processing – Concepts and Techniques”  
Prentice Hall Signal Processing Series, 1993

- [Klaus 2014] KLAUS S., NAU C.  
„Gewichtungsfunktion einer Optimal-Filterung zur Beurteilung der Luft und Körperschallbeiträge bezüglich eines lokalisierten Schalldruckmaximums im Fahrzeuginnenraum“  
Masterarbeit, Lehrstuhl für Bauphysik, Universität Stuttgart  
Stuttgart, 2014
- [Knaak 2003] KNAAK M.  
„Rekonstruktion gestörter Maschinengeräusche durch mehrkanalige Signalverarbeitung“  
Dissertation, Fakultät Elektrotechnik/Informatik TU Berlin, Berlin, 2003  
Deutsche Nationalbibliothek Leipzig, Online Ressource  
Link des Datensatzes: <http://d-nb.info/969622449>  
Abrufdatum: 08/2012
- [Knapp 1966] KNAPP C.H.  
“Optimum linear filtering for multi-element arrays”  
Electric Boat Division, Groton, CT, Rep. U417-66-031, Nov. 1966
- [Knapp 1976] KNAPP C.H., CARTER G.C.  
“The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay”  
IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing  
Vol. ASSP 24, No.4, August 1976
- [Kohn 2005] KOHN W.  
„Statistik – Datenanalyse und Wahrscheinlichkeitsrechnung“  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2005
- [Kuttruff 2000] KUTTRUFF H.  
„Room Acoustics, Fourth Edition“  
Institut für Technische Akustik, Technische Hochschule Aachen  
Spon Press, London 2000
- [Kuttruff 2007] KUTTRUFF H.  
„Acoustics – An introduction“  
Taylor & Francis, Abington, Oxon 2007
- [Lerch 2009] LERCH R., SESSLER G., WOLF D.  
„Technische Akustik – Grundlagen und Anwendungen“  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2009
- [Li 2003] LI J., STOICA P., WANG Z.  
“On robust Capon beamforming and diagonal loading”  
IEEE Transactions on Signal Processing, pp. 1702-1715, 2003

- [Lorenz 2005] LORENZ R. G., BOYD P.  
"Robust Minimum Variance Beamforming"  
IEEE Transactions on Signal Processing, Vol 53, No. 5, 2005
- [Ludloff 2002] LUDLOFF A.  
„Praxiswissen Radar und Radarsignalverarbeitung, 3. Auflage“  
Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH,  
Braunschweig/ Wiesbaden 2002
- [Mechel 2008] MECHEL F. P.  
„Formulas of Acoustics, Second Edition“  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Meyer 2014] MEYER M.  
„Signalverarbeitung - Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter“,  
7. Auflage  
Springer-Vieweg, 2014
- [Meyer und Elko 2004] MEYER J, ELKO G. W.  
"Spherical Microphone Arrays for 3D Sound Recording"  
Audio Signal Processing for next Generation Multimedia Communication  
Systems  
Kluwer Academic Publishers Boston, Boston 2004
- [Morse und Ingard 1986] MORSE P. M., INGARD K. U.  
"Theoretical Acoustics"  
Princeton University Press, Princeton NJ, 1986
- [Mourjopoulos 1991] MOURJOPOULOS J., PARASKEVAS M.;  
"Pole and Zero Modeling of Room Transfer Functions"  
Wire Communications Laboratory, Electrical Engineering Department,  
University of Patras  
Journal of Sound and Vibration, 146(2), 281- 302, 1991
- [Möser 2008] MOESER M.  
„Theoretische Akustik – Skript zur Vorlesung“  
Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, TU Berlin, 2008
- [Möser 2009] MOESER M. (Hrsg.)  
„Messtechnik der Akustik“  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2009

- [Möser und Kropp 2010] MOESER M., KROPP W.  
„Körperschall Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen“  
3., aktualisierte Auflage  
Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Nau 2014] NAU C., KLEIN J., MOLL W., VORLAENDER M.  
“Comparison and evaluation of localization results of synthetic and real acoustic excitations using various beamforming algorithms in a vehicle interior”  
6. Aachener Akustik Kolloquium, Aachen, 2014
- [Nau 2015-1] NAU C., KLEIN J., MOLL W., VORLAENDER M.  
“Analysis of the robustness of various advanced beamforming algorithms in comparison to the classical beamforming method when applied in reactive sound fields”  
41. Jahrestagung für Akustik, Nürnberg, 2015
- [Nau 2015-2] NAU C., OPDAM R., MOLL W., VORLAENDER M.  
“Consideration of the influences of the modal sound field with respect to the sound source localization results of the beamforming process in a vehicle interior”  
3. Automotive Acoustics Conference, Zürich, 2015
- [Nuttall 1974] NUTTALL A. H., CARTER G. C., MONTAVON E. M.  
“Estimation of the two-dimensional spectrum of the space-time noise field for a sparse line array”  
Journal of the Acoustic Society of Amerika, Vol.55, pp. 1034- 1041, 1974
- [Ohm 2010] OHM J-R., LUEKE H. D.  
„Signalübertragung - Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme“, 11. Auflage  
Lehrstuhl und Institut für Nachrichtentechnik, RWTH Aachen  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Pesavento 2000] PESAVENTO M, GERSHMAN A. B., HAARDT M.  
“Unitary Root-MUSIC with a Real-Valued Eigendecomposition: A Theoretical and Experimental Performance Study”  
IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 5, May 2000
- [Pollow 2015] POLLOW M. G.  
“Directivity Patterns for Room Acoustical Measurements and Simulations”  
Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der RWTH Aachen University, Aachen, 2015

- [Rafaely 2015] RAFAELY B.  
“Fundamentals of Spherical Array Processing”  
Springer Topics in Signal Processing, Vol. 8  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015
- [Reutter 2014] REUTTER E., NAU C.  
„Mehrkanalige Erfassung des Schallfeldes eines Fahrzeuginnenraumes“  
Bachelor-Thesis, Hochschule Reutlingen, Reutlingen, 2014
- [Sarradj 2006] SARRADJ E.  
“A fast signal subspace approach for the determination of absolute levels from  
phased microphone array measurements”  
Institut Verkehrstechnik, BTU Cottbus  
Journal of Sound and Vibration 329, 1553-1569, 2010
- [Schmidt 1986] SCHMIDT R. O.  
“Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation”  
IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No. 3, 1986
- [Söder 2007] SOEDER G., TROENDLE K.  
„Stochastische Signaltheorie“  
Lehrstuhl für Nachrichtentechnik  
Technische Universität München, 2007
- [Stoica 1991] STOICA P., SOEDERSTROEM T.  
“Statistical Analysis of MUSIC and Subspace Rotation Estimates of Sinusoidal  
Frequencies”  
IEEE Transactions on Signals, Vol. 39, No. 8, 1991
- [Stoica 2002] STOICA P., ZHISONG W., JIAN L.  
“Robust Capon Beamforming”  
Dept. of Syst. & Control, Uppsala Univ., Sweden  
Signals, Systems and Computers, Vol. 1, Pacific Grove, CA, USA, 2002
- [Umbach 2011] HAEB-UMBACH R.  
„Digitale Sprachsignalverarbeitung“  
Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Skript zur Vorlesung, Universität Paderborn, 2011
- [Van Trees 2002] VAN TREES H. L.  
“Optimum Array Processing – Part IV of Detection, Estimation, and Modulation  
Theory”  
Wiley-Interscience, John Wiley & Sons Inc. Publication, 2002

- [VDA 2015] Verband der Automobilindustrie e.V.  
„Jahresbericht 2015“  
DCM Druck Center Meckenheim, 2015
- [Vincent 2004] VINCENT F., BESSON O.  
“Steering vector errors and diagonal loading”  
Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings (Volume:151), 2004
- [Vorländer 2008] VORLAENDER M.  
“Auralization – Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and  
Acoustic Virtual Reality”, First Edition  
Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Vorländer 2010] VORLAENDER M.  
Vorlesungsumdruck „Technische Akustik I“  
Institut für technische Akustik, 2010
- [Walter 1994] WALTER W.  
„Einführung in die Theorie der Distributionen“  
Bibliographisches Institut, 3.Auflage, 1994
- [Widrow und Stearns 1985] WIDROW B., STEARNS S. D.  
“Adaptive Signal Processing”  
Prentice Hall, Signal Processing Series, 1985
- [Wiener 1949] WIENER N.  
„Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series”  
Wiley, New York NY, 1949
- [Williams 1999] WILLIAMS E. G.  
“Fourier Acoustics – Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holographie”  
Naval Research Laboratory, Washington D.C.,  
ACADEMIC PRESS 1999
- [Zeller 2009] ZELLER P. (Hrsg.)  
„Handbuch Fahrzeugakustik – Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch“  
PRAXIS | ATZ/MTZ-Fachbuch  
Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2009

**13 Abbildungsverzeichnis**

Abb. 2.1:	Definition sphärischer Koordinaten relativ zu kartesischen Koordinaten .....	7
Abb. 2.2:	Ballon Plots von Kugelflächenbasisfunktionen der Ordnungen $n = 0, 1, 2$ und des Grades $-n \leq m \leq n$ .....	15
Abb. 4.1:	Blockdiagramm eines ARMA-Modells [Meyer 2014] .....	27
Abb. 5.1:	Modell mehrkanaliger Signalverarbeitung .....	34
Abb. 5.2:	Störsignalunterdrückung bei unkorreliertem Rauschen .....	39
Abb. 5.3:	Adaptives Filter mit Störreferenz .....	39
Abb. 5.4:	Störsignalunterdrückung in Abhängigkeit der Kohärenz .....	41
Abb. 5.5:	Time delay estimator model [Knapp 1976] .....	43
Abb. 6.1:	Einfall einer ebenen Welle auf ein äquidistantes Linienarray .....	48
Abb. 7.1:	Delay-and-Sum Verfahren im Zeitbereich [Jäckel 2006] .....	61
Abb. 7.2:	Filterstruktur des Frost-Beamformers [Frost 1972] .....	67
Abb. 7.3:	Exemplarisches Array-Pattern eines Linienarrays .....	83
Abb. 7.4:	Matlab-Schnittstelle im Beamforming Prozess .....	84
Abb. 7.5:	Szenario definierter, idealisierter Rauschquellen (Szenario I) .....	85
Abb. 7.6:	Kartierungsergebnis ausgewählter Beamformer bezüglich Szenario I .....	86
Abb. 7.7:	Kartierungsergebnis des OBF nach Eigenwerten bezüglich Szenario I .....	87
Abb. 7.8:	Übersicht der detektierten Pegeldifferenzen mit dem OBF bezüglich Szenario I .....	88
Abb. 7.9:	Schnittebene der Auflösungsuntersuchung bezüglich Szenario I .....	88
Abb. 7.10:	Vergleich des Auflösungsvermögens der untersuchten Beamformer, Szenario I .....	89
Abb. 7.11:	Untersuchungsaufbau im Fahrzeuginnenraum (links), verwendetes 48 Kanal Mikrofonarray (rechts) .....	90
Abb. 7.12:	Orte der angesteuerten Lautsprecher im Fahrzeuginnenraummodell (links) und das als Referenz verwendete Beamforming-Ergebnis des CBF (rechts) .....	91
Abb. 7.13:	Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming Algorithmen bezüglich Szenario II .....	91
Abb. 8.1:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB .....	93
Abb. 8.2:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit SCOT-Gewichtung .....	94
Abb. 8.3:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit PHAT-Gewichtung .....	94
Abb. 8.4:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB .....	95
Abb. 8.5:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit SCOT-Gewichtung .....	95

Abb. 8.6:	Spektrale Leistungsdichte (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals mit überlagerten Resonanzbändern zwischen 20 und 1000 Hz in dB mit PHAT-Gewichtung .....	96
Abb. 8.7:	Grafische Benutzeroberfläche „Moden GUI“ mit exemplarischen Randbedingungen zur automatischen Filtergenerierung .....	99
Abb. 8.8:	Spektrale Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz .....	101
Abb. 8.9:	Filtercharakteristik eines exemplarisch entworfenen Filters zwischen 0 und 620 Hz .....	102
Abb. 8.10:	Spektrale Leistungsdichte des Beamformer-Outputs (CBF) eines breitbandigen weißen Rauschsignals zwischen 20 und 1000 Hz nach Anwendung des exemplarischen Filters .....	102
Abb. 8.11:	CAD-Modell des für die FEM-Simulation und die Evaluierung verwendeten Modellraums .....	103
Abb. 8.12:	Ergebnisse des Vergleichs von FEM-Simulation und verschiedenen Makromodellierungsmodellen im verwendeten Modellraum .....	104
Abb. 9.1:	Untersuchungsszenarien mit definierten Reflexionsflächen, Variante 1 links, Variante 2 rechts .....	106
Abb. 9.2:	Beamforming maps (20-2000 Hz) bezüglich Variante 1, CBF links, MUSIC-Algorithmus rechts .....	106
Abb. 9.3:	Beamforming maps (20-2000 Hz) bezüglich Variante 2, CBF links, MUSIC-Algorithmus mit SCOT rechts .....	107
Abb. 9.4:	Experimenteller Versuchsaufbau im Modellraum links, CAD-Modell für 3D-Beamforming Berechnung rechts .....	108
Abb. 9.5:	Spektrale Schalldruckverteilung am Mikrofonarray im Modellraum bei Anregung durch ein Sweep-Signal .....	108
Abb. 9.6:	Nachhallzeit ( $T_{20}$ und $T_{30}$ ) des Modellraums .....	109
Abb. 9.7:	Vergleich der Lokalisierungsergebnisse verschiedener Beamforming-Algorithmen mit und ohne SCOT-Gewichtung im betrachteten Modellraum .....	110
Abb. 9.8:	Filterkennlinie des automatisch generierten Modenfilters (Modellraum) .....	111
Abb. 9.9:	Lokalisierungsergebnis des CBF ohne Filterung (links), mit vorheriger Modenfilterung (rechts) .....	112
Abb. 9.10:	Exemplarische Messkonfiguration mit zwei offenen, sphärischen Mikrofonarrays im Fahrzeuginnenraum .....	113
Abb. 9.11:	Spektrale Schalldruckverteilung am 48-Kanal-Array oberhalb der Mittelarmlehne im Fahrzeuginnenraum .....	114
Abb. 9.12:	Referenzposition des „Front-Bass“-Lautsprechers im verwendeten CAD-Modell links, Ergebnis des CBF als Referenz im Frequenzbereich zwischen 20-500 Hz und einer Dynamik von 5 dB rechts .....	115
Abb. 9.13:	Vergleich der Lokalisierungsergebnisse des FUBF ohne GCC links und mit GCC (PHAT) rechts (20-500 Hz, 5 dB Dynamik) .....	115

Abb. 9.14:	Lokalisierungsergebnisse bei Anwendung des CBF ohne Filterung links im Vergleich zur Anwendung des CBF mit Modenfilterung rechts (20-500 Hz, 3 dB Dynamik) .....	116
Abb. 9.15:	Filterkennlinie des automatisch generierten Modenfilters (Fahrzeuginnenraum).....	117
Abb. 9.16:	Ergebnisse des Vergleichs der Polstellenbestimmung von FEM-Simulation und genannten Konfigurationsvarianten im untersuchten Fahrzeuginnenraum .....	119
Abb. 10.1:	Modellraum mit beispielhaft dargestellten Übertragungsfunktionen von den Arraymikrofonen zu Punkten der Berandungsflächen.....	121
Abb. 10.2:	Modifizierter Elektroschocker und ansteckbare Widerstände .....	123
Abb. 10.3:	Qualitative Darstellung einzelner Impulse, Referenzkanal (oben), Mikrofonkanäle (unten) .....	124
Abb. 10.4:	477 überlagerte Einzelimpulse mit synchronisierten Anfangspunkten.....	125
Abb. 10.5:	Unterschiedliche Bildungsverfahren des Mittelwerts; veranschaulicht über die spektrale Leistungsdichte .....	125
Abb. 10.6:	Einfluss einer Person im Fahrzeuginnenraum auf die Bestimmung der Übertragungsfunktion – Variation der Bedienposition.....	126
Abb. 10.7:	Anregungsposition im Fahrzeuginnenraum - Beifahrerseite .....	127
Abb. 10.8:	Schematische Darstellung der Signalverarbeitung für eine Anregung über einzelne Impulse [Reutter 2014] .....	127
Abb. 10.9:	Dreidimensionale Schalldruckkartierung im Fahrzeuginnenraum bei Anregung über einzelne Impulse an Position 01 (links), und in einer Übersicht (rechts).....	128
Abb. 10.10:	Beamforming-Ergebnis (Delay-and-Sum) bei Anregung über einzelne Impulse im Vollraum (links), im Fahrzeuginnenraum (rechts).....	128
Abb. 10.11:	FIR-Filter für eine Anregung über einzelne Impulse im Fahrzeuginnenraum, aufgetragen über die Anzahl der Stützstellen .....	129
Abb. 10.12:	Impulsanregung; Ursprüngliches Beamforming-Ergebnis (Messung, links), Beamforming-Ergebnis aus FIR-Filter anhand des Referenzsignals berechnet (Simulation, rechts) .....	130
Abb. 10.13:	Impulsanregung; Ursprüngliches Beamforming-Ergebnis (links), Beamforming-Ergebnis mit FIR-Filtern anhand des Referenzmikrofonkanals berechnet (rechts) .....	130
Abb. 10.14:	Aufsetzfertige Karosserie mit dargestellten Shaker-Positionen 0 bis 2 .....	133
Abb. 10.15:	Amplitudengang der verschiedenen berechneten Übertragungsfunktionen von Strukturpunkt 130 zu Arraymikrofon 1 in Y-Richtung .....	135
Abb. 10.16:	Phasengang der verschiedenen berechneten Übertragungsfunktionen von Strukturpunkt 130 zu Arraymikrofon 1 in Y-Richtung .....	135
Abb. 10.17:	Idealisiertes Lokalisierungsergebnis (CBF mit SCOT-Gewichtung) .....	136

Abb. 10.18:	Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in X-Richtung, 20-1000 Hz .....	137
Abb. 10.19:	Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz .....	137
Abb. 10.20:	Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Z-Richtung, 20-1000 Hz .....	138
Abb. 10.21:	Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, CBF mit SCOT-Gewichtung, Ohne Verwendung einer Übertragungsfunktion (Freifeld), 20-1000 Hz .....	138
Abb. 10.22:	Simulierte Anregung an Strukturpunkt 130, RC mit SCOT-Gewichtung, $\varepsilon = 0,3$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz ...	139
Abb. 10.23:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, CBF, SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz .....	140
Abb. 10.24:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung, $\varepsilon = 0,3$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz .....	140
Abb. 10.25:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung, $\varepsilon = 0,05$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz .....	141
Abb. 10.26:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung, $\varepsilon = 0,8$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung, 20-1000 Hz .....	142
Abb. 10.27:	Spektrale Leistungsdichte der realen Messung an Shaker Position 2, CBF mit SCOT-Gewichtung über alle Strukturpunkte .....	142
Abb. 10.28:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, CBF, SCOT-Gewichtung, Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung (20-400 Hz), 140-400 Hz .....	143
Abb. 10.29:	Reale Anregung an Shaker-Pos. 2, RC, SCOT-Gewichtung, $\varepsilon = 0,01$ , Betrachtung der Übertragungsfunktion in Y-Richtung (20-400 Hz), 140-400 Hz .....	144

## 14 Anhang

### Beispielrechnung Modenfilterauflösung

- Länge **ppfSampleData** (Zeitdaten): 700 000
- Anzahl Mikrofone **iNumOfMicrophones**: 48
- Nötige Anzahl von Blöcken nach FFT-Transformation: mindestens 97 ( $2^{*48+1}$ )
- Maximale Blocklänge bei 97 Blöcken und 50% Overlap:  
 $700\,000 / (1 + (1-0.5) \cdot (97-1)) = 14285.7$
- Nächsthöhere 2er-Potenz:  $2^{13} = 16384$
- Nötige Länge von **ppfSampleData** für 97 Blöcke mit Länge 8192 bei 50% Overlap:  
 $(1 + (1-0.5) \cdot (97-1)) \cdot 16384 = 802\,816$
- Zero-Padding von **ppfSampleData** mit 102 816 Nullen
- FFT dieser verlängerten Daten **fftBlockData**: 8193 nutzbare Frequenzbins
- Nyquist-Frequenz: 24kHz

8193 nutzbare Frequenzbins stellen das Intervall [0, 24kHz] dar, also ergibt sich für die Frequenzauflösung:  $24000/8193 = 2.93$  Hz/bin

Bei "realen Daten" mit einer Länge von **ppfSampleData** 6 720 000 und einer Nyquist-Frequenz von 96 kHz. Dies führt bei 50% Overlap zu 131073 nutzbaren Frequenzbins und damit zu einer Frequenzauflösung von 0.73 Hz/bin.

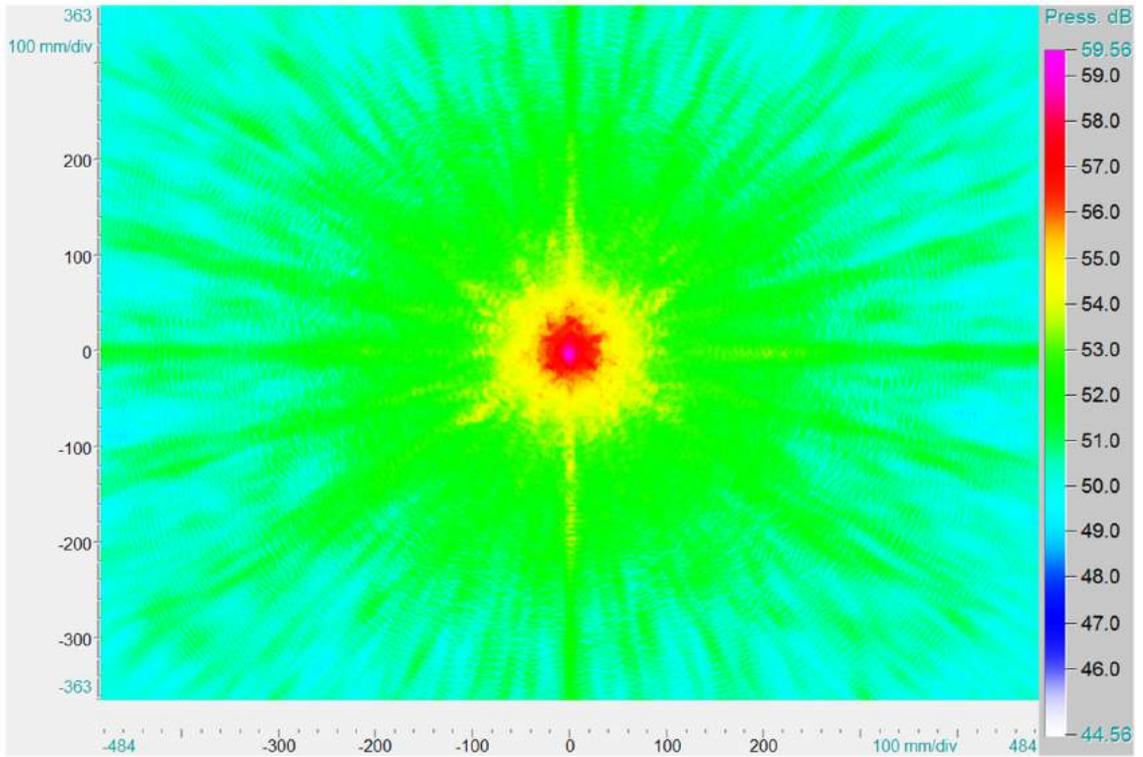
### Sphärisches Mikrofonarray 48-35 AC Pro



Mikrofone:	48 Mikrofonkapseln, basierend auf Sennheiser 4211, Eigenrauschpegel (Equivalent Noise Level) 23 dB(A), Dynamikbereich 28-130 dB(A)
Arraydurchmesser:	0,35 m
Struktur und Gewicht:	Karbonfaserstruktur, 0.9 kg
Dynamikbereich CBF (single map dynamics)	13-17 dB
Frequenzbereich der Kartierung:	400-15.000 Hz
Rückwärtsdämpfung:	> 20 dB
Temperaturbereich:	0° bis 45°C

**Array-Pattern 48-35 AC Pro**

Weißes Rauschen in einem Abstand von 2 m und einem Pegel von 60 dB,  
Sampling-Frequenz 192 kHz, dargestellte Dynamik 15 dB



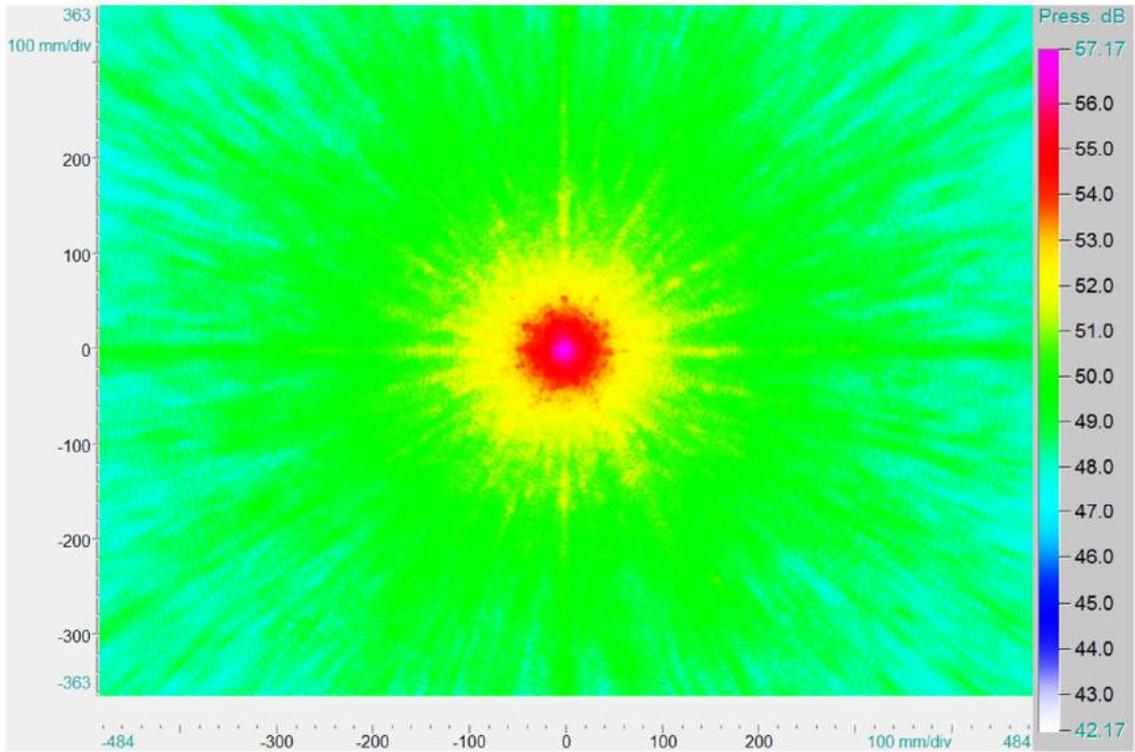
### Sphärisches Mikrofonarray 80-60 AC Pro



Mikrofone:	80 Mikrofonkapseln, basierend auf Sennheiser 4211, Eigenrauschpegel (Equivalent Noise Level) 23 dB(A), Dynamikbereich 28-130 dB(A)
Arraydurchmesser:	0,60 m
Struktur und Gewicht:	Karbonfaserstruktur, 2,1 kg
Dynamikbereich CBF (single map dynamics)	13-17 dB
Frequenzbereich der Kartierung:	300-10.000 Hz
Rückwärtsdämpfung:	> 20 dB
Temperaturbereich:	0° bis 45°C

**Array-Pattern 80-60 AC Pro**

Weißes Rauschen in einem Abstand von 2 m und einem Pegel von 60 dB,  
Sampling-Frequenz 192 kHz, dargestellte Dynamik 15 dB



Vergleich der ermittelten Modenfrequenzen mit Referenz (FEM, "FE-Löser") im Modellraum				
Modenfrequenz [Hz] Referenz (FEM)	Ergebnis "Vectfit3"	Betrag von Delta nach Frequenzen	Ergebnis "Rationalfit"	Betrag von Delta nach Frequenzen
115,6	118,2	2,6	116,9	1,3
143,6	138,9	4,7	122,2	
	157,9		130	
180,1	176,2	3,9	140,4	3,2
183,2	191,2	8	148,4	
213,2	205,8	7,4	153	
229,1	219,2	9,9	162,5	
230,4	231,8	1,4	178,6	1,5
	243,7		187,6	4,4
255,6	255,2	0,4	193,2	
268,8	266,2	2,6	203,8	
	276,7		218,1	4,9
288,5	287,0	1,5	226,8	2,3
291	296,7	5,7	234,3	3,9
309,4	306,1	3,3	240,9	
	315,5		250,4	5,2
322,7	324,7	2	265,5	3,3
338,4	333,5	4,9	273,8	
346,5	342,2	4,3	284,5	4
356,5	350,6	5,9	291,9	0,9
359,2	358,9	0,3	297,2	
367,5	367,1	0,4	308,9	0,5
373,2	374,7	1,5	318,3	4,4
375,8	382,5	6,7	328,6	
387,4	390,4	3	340,7	2,3
391,2	397,8	6,6	348,7	2,2
402,6	405,2	2,6		
407,8	412,3	4,5	360,4	1,2
415,9	418,7	2,8	368,5	1
427,4	426,3	1,1	374,3	1,1
433,1	433,4	0,3		
	440,2		386,3	1,1
445,1	446,8	1,7	395,8	4,6
450,1				
450,6			407,1	0,7
459,6	453,4	6,2	412,6	3,3
460,6	460,1	0,5	425,8	1,6
467,3	466,4	0,9	435,2	2,1
475,3	473,0	2,3	445	0,1
478,4	479,3	0,9		
480,9				
481,9				
483,3	485,3	2	455,3	5,3
491,4	491,5	0,1	465	2,3
495,4	497,3	1,9	476,8	1,5
498,3				

Vergleich der ermittelten Modenfrequenzen mit Referenz (FEM, Actran) im Fahrzeuginnenraum									
Modenfrequenz [Hz] Referenz (FEM)	„Kleine Kugel vorne“	Betrag von Delta nach Frequenzen	„Große Kugel hinten“	Betrag von Delta nach Frequenzen	„Kleine Kugel vorne, große Kugel hinten“	Betrag von Delta nach Frequenzen	„Große Kugel hinten“	Betrag von Delta nach Frequenzen	Betrag von Delta nach Frequenzen
66,7	60,0	6,7	60,0	6,7	60,0	6,7	60,0	6,7	6,7
83,4	82,1	1,3	82,0	1,3	82,0	1,3	82,0	1,3	1,4
109,5	99,3	10,2	99,2	10,2	99,1	10,2	99,1	10,2	10,4
112,1	113,9	1,8	113,7	1,8	113,5	1,8	113,5	1,8	1,4
118,5	126,8	8,3	126,7	8,3	126,6	8,3	126,6	8,3	8,1
138,3	138,5	0,2	138,4	0,2	138,4	0,2	138,4	0,2	0,1
147,9	149,2	1,3	149,1	1,3	149,1	1,3	149,1	1,3	1,2
150,4	159,2	8,8	159,1	8,8	159,1	8,8	159,1	8,8	8,7
167,9	168,5	0,6	168,5	0,6	168,5	0,6	168,5	0,6	0,6
	177,4		177,4		177,4		177,4		
184,2	185,8	1,6	185,8	1,6	185,8	1,6	185,8	1,6	1,6
191,6	194,0	2,4	194,0	2,4	194,0	2,4	194,0	2,4	2,4
	201,8		202,0		201,9		201,9		
210,9	209,5	1,4	209,6	1,4	209,5	1,4	209,5	1,4	1,4
216,4	216,9	0,5	217,0	0,5	216,9	0,5	216,9	0,5	0,5
219,1									
228,4	224,1	4,3	224,1	4,3	224,0	4,3	224,0	4,3	4,4
232,1	231,1	1,0	231,1	1,0	231,0	1,0	231,0	1,0	1,1
237,5	237,7	0,2	237,8	0,2	237,8	0,2	237,8	0,2	0,3
242,5									
244,8	244,4	0,4	244,5	0,4	244,4	0,4	244,4	0,4	0,4
251,8	250,8	1,0	250,9	1,0	250,8	1,0	250,8	1,0	1,0
255,1	257,2	2,1	257,1	2,1	257,1	2,1	257,1	2,1	2,0
257,6	263,3	5,7	263,3	5,7	263,1	5,7	263,1	5,5	5,5
259,4	269,3	9,9	269,2	9,9	269,1	9,9	269,1	9,7	9,7
271,3									
273,8	275,2	1,4	275,1	1,4	275,0	1,4	275,0	1,2	1,2
280,4	281,0	0,6	280,9	0,6	280,7	0,6	280,7	0,3	0,3
281,9	286,6	4,7	286,6	4,7	286,4	4,7	286,4	4,5	4,5
296,4	292,2	4,2	292,1	4,2	291,9	4,2	291,9	4,5	4,5
297,2	297,3	0,1	297,2	0,1	297,1	0,1	297,1	0,1	0,1
Legende:	Fälschlich ermittelte Moden	Nicht ermittelte Moden							



Bisher erschienene Bände der Reihe

## **Aachener Beiträge zur Technischen Akustik**

ISSN 1866-3052

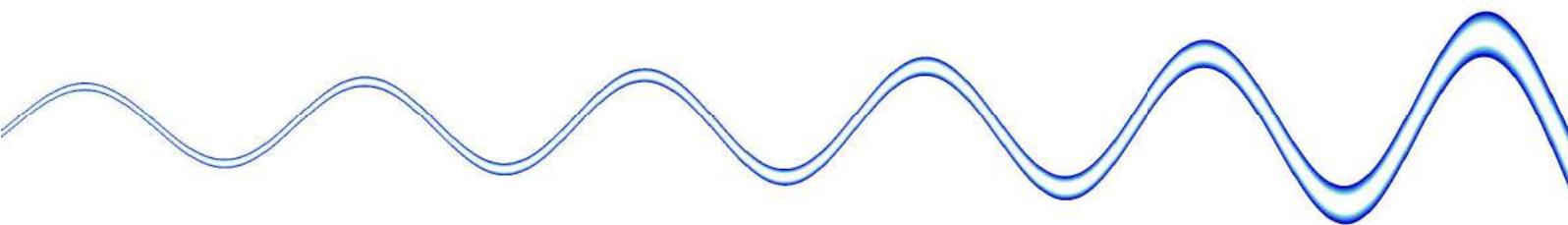
---

- |   |                               |  |           |
|---|-------------------------------|--|-----------|
| 1 | Malte Kob                     | Physical Modeling of the Singing Voice<br>ISBN 978-3-89722-997-6   | 40.50 EUR |
| 2 | Martin Klemenz                | Die Geräuschqualität bei der Anfahrt elektrischer Schienenfahrzeuge<br>ISBN 978-3-8325-0852-4                              | 40.50 EUR |
| 3 | Rainer Thaden                 | Auralisation in Building Acoustics<br>ISBN 978-3-8325-0895-1   | 40.50 EUR |
| 4 | Michael Makarski              | Tools for the Professional Development of Horn Loudspeakers<br>ISBN 978-3-8325-1280-4                                      | 40.50 EUR |
| 5 | Janina Fels                   | From Children to Adults: How Binaural Cues and Ear Canal Impedances Grow<br>ISBN 978-3-8325-1855-4                         | 40.50 EUR |
| 6 | Tobias Lentz                  | Binaural Technology for Virtual Reality<br>ISBN 978-3-8325-1935-3  | 40.50 EUR |
| 7 | Christoph Kling               | Investigations into damping in building acoustics by use of downscaled models<br>ISBN 978-3-8325-1985-8                    | 37.00 EUR |
| 8 | Joao Henrique Diniz Guimaraes | Modelling the dynamic interactions of rolling bearings<br>ISBN 978-3-8325-2010-6   | 36.50 EUR |
| 9 | Andreas Franck                | Finite-Elemente-Methoden, Lösungsalgorithmen und Werkzeuge für die akustische Simulationstechnik<br>ISBN 978-3-8325-2313-8 | 35.50 EUR |

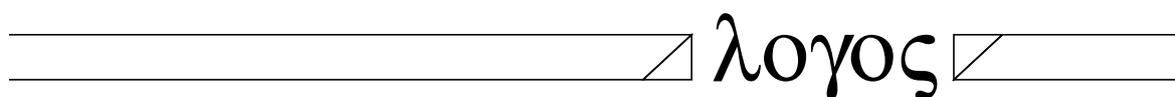
- |    |                       |   |           |
|----|-----------------------|---|-----------|
| 10 | Sebastian Fingerhuth  | Tonalness and consonance of technical sounds<br>ISBN 978-3-8325-2536-1  | 42.00 EUR |
| 11 | Dirk Schröder         | Physically Based Real-Time Auralization of Interactive Virtual Environments<br>ISBN 978-3-8325-2458-6   | 35.00 EUR |
| 12 | Marc Aretz            | Combined Wave And Ray Based Room Acoustic Simulations Of Small Rooms<br>ISBN 978-3-8325-3242-0  | 37.00 EUR |
| 13 | Bruno Sanches Masiero | Individualized Binaural Technology. Measurement, Equalization and Subjective Evaluation<br>ISBN 978-3-8325-3274-1   | 36.50 EUR |
| 14 | Roman Scharrer        | Acoustic Field Analysis in Small Microphone Arrays<br>ISBN 978-3-8325-3453-0  | 35.00 EUR |
| 15 | Matthias Lievens      | Structure-borne Sound Sources in Buildings<br>ISBN 978-3-8325-3464-6  | 33.00 EUR |
| 16 | Pascal Dietrich       | Uncertainties in Acoustical Transfer Functions. Modeling, Measurement and Derivation of Parameters for Airborne and Structure-borne Sound<br>ISBN 978-3-8325-3551-3 | 37.00 EUR |
| 17 | Elena Shabalina       | The Propagation of Low Frequency Sound through an Audience<br>ISBN 978-3-8325-3608-4  | 37.50 EUR |
| 18 | Xun Wang              | Model Based Signal Enhancement for Impulse Response Measurement<br>ISBN 978-3-8325-3630-5   | 34.50 EUR |
| 19 | Stefan Feistel        | Modeling the Radiation of Modern Sound Reinforcement Systems in High Resolution<br>ISBN 978-3-8325-3710-4   | 37.00 EUR |
| 20 | Frank Wefers          | Partitioned convolution algorithms for real-time auralization<br>ISBN 978-3-8325-3943-6   | 44.50 EUR |

- |    |                      |  |
|----|----------------------|--|
| 21 | Renzo Vitale         | Perceptual Aspects Of Sound Scattering In<br>Concert Halls<br>ISBN 978-3-8325-3992-4      34.50 EUR                          |
| 22 | Martin Pollow        | Directivity Patterns for Room Acoustical<br>Measurements and Simulations<br>ISBN 978-3-8325-4090-6      41.00 EUR            |
| 23 | Markus Müller-Trapet | Measurement of Surface Reflection<br>Properties. Concepts and Uncertainties<br>ISBN 978-3-8325-4120-0      41.00 EUR         |
| 24 | Martin Guski         | Influences of external error sources on<br>measurements of room acoustic parameters<br>ISBN 978-3-8325-4146-0      46.00 EUR |
| 25 | Clemens Nau          | Beamforming in modalen Schallfeldern von<br>Fahrzeuginnenräumen<br>ISBN 978-3-8325-4370-9      47.50 EUR                     |

Alle erschienenen Bücher können unter der angegebenen ISBN-Nummer direkt online (<http://www.logos-verlag.de>) oder per Fax (030 - 42 85 10 92) beim Logos Verlag Berlin bestellt werden.



Das konventionelle Beamforming-Verfahren (CBF) basiert physikalisch auf einer Zerlegung des einfallenden Wellenfeldes, so dass Einfallsrichtungen und Quellorte identifiziert und klassifiziert werden können. Eine zentrale Annahme des CBF ist dessen Anwendung im akustischen Freifeld. Diese Annahme ist insbesondere in Räumen, wie z.B. einem Fahrzeuginnenraum verletzt. Um das Beamforming jedoch ebenfalls unter diesen Randbedingungen und in tiefen Frequenzbereich anwenden zu können, werden in der vorliegenden Arbeit zwei Ansätze vorgestellt, um die raumakustischen Einflüsse auf das Beamforming zu minimieren und somit das Lokalisierungsergebnis insbesondere in einem Fahrzeuginnenraum zu verbessern. Ein erster Ansatz basiert auf der Vorverarbeitung mit Hilfe generalisierter Kreuzkorrelationen. Ein zweiter Ansatz nutzt ein Makromodellierungsmodell um die Polfrequenzen der Raumübertragungsfunktionen zu approximieren. Dazu wird aufbauend auf Prinzip-Untersuchungen an definierten Reflexionsflächen das Verhalten beider Ansätze in einem Modellraum aufgezeigt, analysiert und bewertet. Anschließend werden beide Ansätze unter den realen Bedingungen eines Fahrzeuginnenraums evaluiert. Ein Exkurs hinsichtlich der Kombination des Beamformings mit beliebigen Übertragungsfunktionen zur Weiterentwicklung des Beamformings über die Freifeldannahme hinaus bildet den Abschluss der Untersuchungen.



ISSN 1866-3052

ISBN 978-3-8325-4370-9

Logos Verlag Berlin