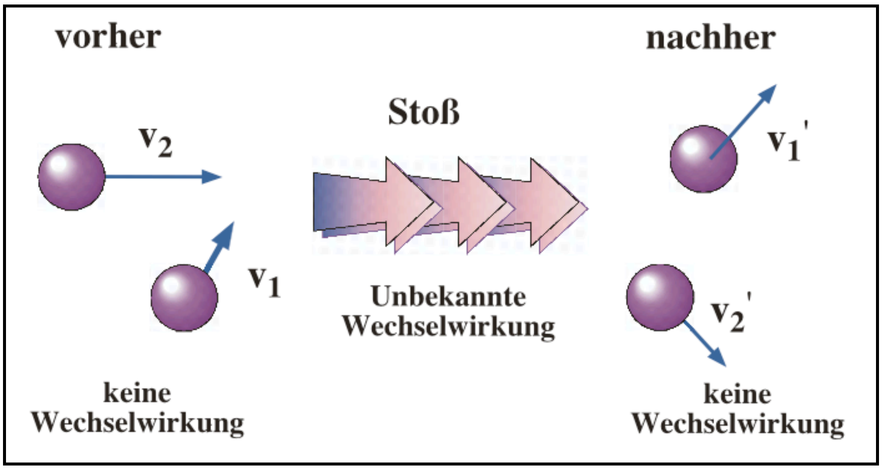
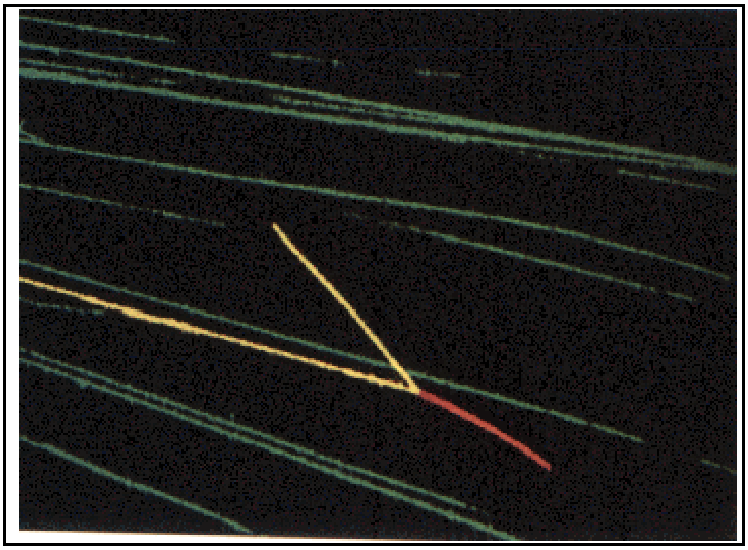
2.4 Stoßprozesse

2.4.1 Definition und Motivation



Unter einem Stoß versteht man eine zeitlich begrenzte Wechselwirkung zwischen zwei oder mehr Systemen, wobei man sich für die Einzelheiten der Wechselwirkung entweder nicht interessiert oder keine Möglichkeit hat, sie zu untersuchen oder zu beeinflussen. Man betrachtet einerseits die Körper bevor die Wechselwirkung stattfindet und andererseits dann wenn die Wechselwirkung praktisch nicht mehr vorhanden ist. Dazwischen liegt die eigentliche Wechselwirkungszone. Interessant ist eine solche Betrachtung vor allem dann wenn die Wechselwirkung mit dem Abstand zwischen den beiden Körpern rasch abnimmt, so dass die beteiligten Körper sich meist frei und unabhängig bewegen.

Für den gesamten Prozess geht man davon aus, dass keine äußeren Kräfte auf das System wirken: Das Grundgesetz der Mechanik sagt, dass in diesem Fall der Impuls des Systems konstant bleibt.



Ein typischer Fall sind Kollisionen in der Kern- und Elementarteilchenphysik, wo die Wechselwirkungen häufig gar nicht analytisch beschrieben werden können. In der Molekülphysik, resp. bei chemischen Reaktionen zwischen Molekülen ist die Situation sehr ähnlich: man kennt die Details der Wechselwirkung nicht, man kann höchstens die Ausgangszustände bestimmen und die Produkte analysieren.

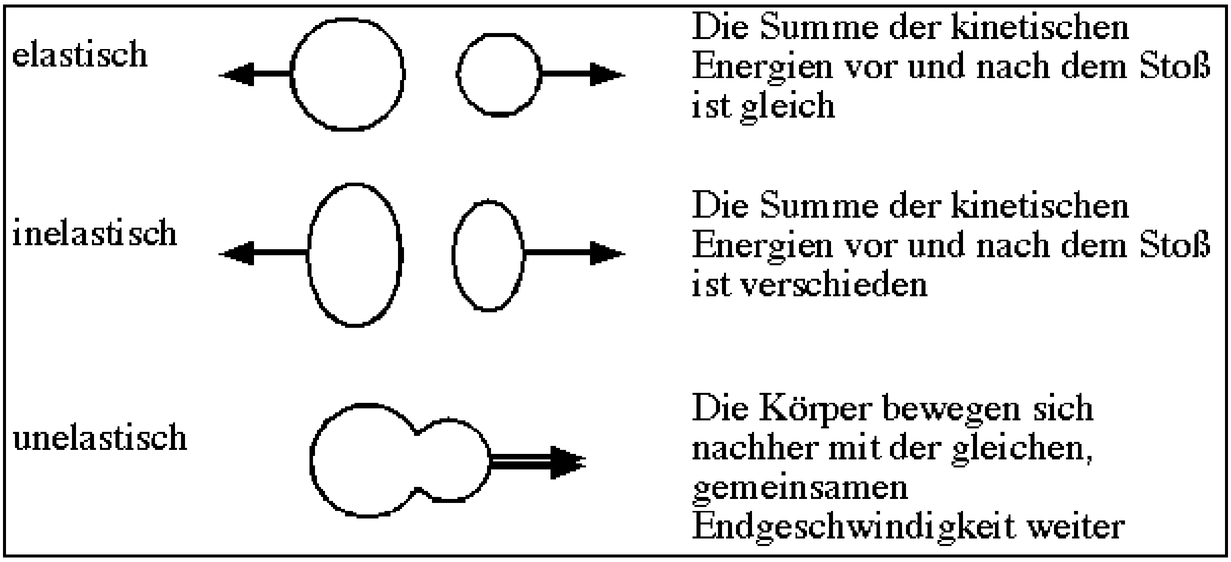
In vielen Fällen kann man einen Teil oder sogar die gesamte Kinematik nach dem Stoß vorhersagen ohne die Details der Wechselwirkung zu kennen. Wir werden für geeignete Beispiele die Geschwindigkeiten nach dem Stoß berechnen ohne die Art der Wechselwirkung überhaupt zu diskutieren. Dies bedeutet, dass die folgenden Überlegungen für die Gravitationswechselwirkung zwischen Galaxien genau so zutrifft wie für Billardkugeln oder sub-atomare Teilchen in einem Beschleuniger.

Stoßprozesse zwischen Atomen und Molekülen in Gasen spielen eine wichtige Rolle. Kollisionen zwischen Atomen und Molekülen sind die Grundlage für die kinetische Gastheorie.

2.4.2 Klassifikation von Stoßprozessen

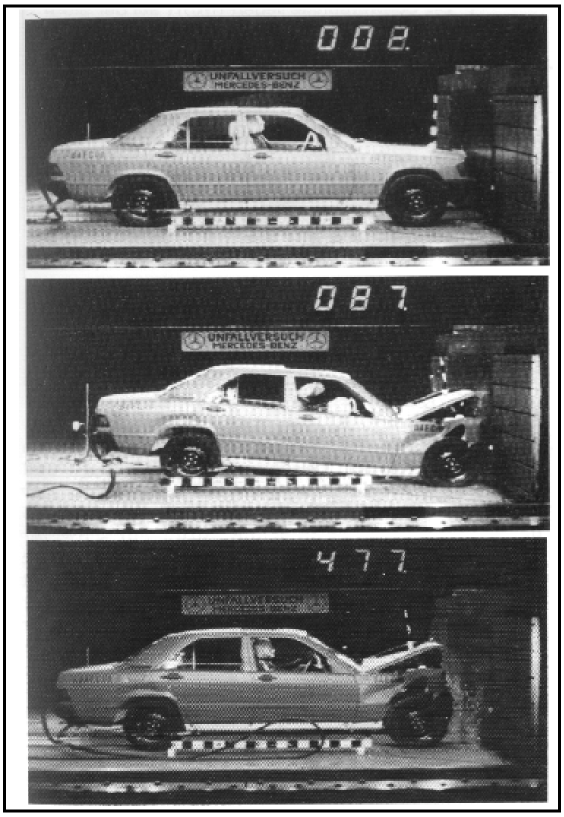
Man unterscheidet verschiedene Arten von Stoßprozessen. Zum einen können wir sie anhand der Zahl der Stoßpartner klassifizieren. Im Rahmen dieser Vorlesung beschränken wir uns auf zwei Stoßpartner.

Ein weiteres wichtiges Kriterium ist ob beim Stoß kinetische Energie der Körper in Deformationsenergie umgewandelt wird. Je nachdem wird der Stoß als elastisch, inelastisch, oder unelastisch bezeichnet.



Da keine äußeren Kräfte auf das System wirken ist die gesamte Energie des Systems immer konstant. Bei elastischen Stößen ist auch die mechanische Energie konstant, bei inelastischen und unelastischen Stößen wird ein Teil in Wärme umgewandelt.

Ein typisches Beispiel eines unelastischen Stoßes ist der Aufprall eines Meteoriten auf die Erde: hier wurde die gesamte kinetische Energie des Meteoriten in Wärme umgewandelt.



Ein weiteres typisches Beispiel für inelastische oder unelastische Stöße sind Zusammenstöße zwischen Automobilen oder Autos mit stationären Objekten. Die Deformationsenergie wird hier sehr leicht sichtbar.

2.4.3 Elastischer 2-Körperstoß

Wir betrachten zwei Körper mit Massen m_1 und m_2. Wir diskutieren hier nur den Fall wo die Schwerpunkte der beiden Körper sich zu jeder Zeit auf der gleichen Linie bewegen – man spricht dann von einem zentralen Stoß. Wir brauchen dann den Vektorcharakter der Geschwindigkeit nicht zu berücksichtigen. Damit können wir die Geschwindigkeiten vor dem Stoß mit $v_{1,2}$ bezeichnen. Man würde erwarten, dass je nach der Art der Wechselwirkung während des Stoßes die beiden Körper sich nach dem Stoß sehr unterschiedlich verhalten.

Um die Geschwindigkeiten $v'_{1,2}$ nach dem Stoß zu berechnen benötigen wir lediglich die Erhaltungssätze für Energie und Impuls. Der Impuls bleibt nach den allgemeinen Voraussetzungen für Stoßprozesse immer erhalten, die mechanische Energie für den Fall elastischer Stöße. Die Erhaltungssätze lauten

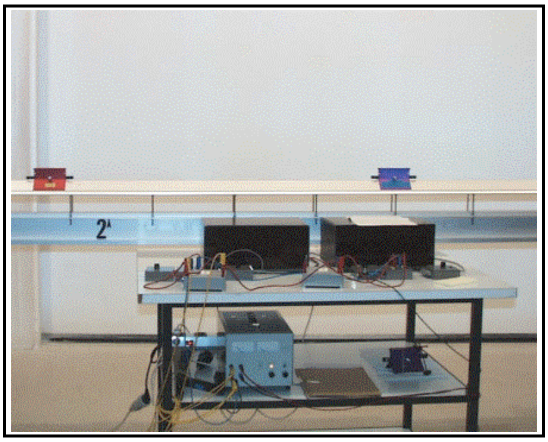
$$p_1 + p_2 = m_1\, v_1 + m_2\, v_2 = p'_1 + p'_2 = m_1\, v'_1 + m_2\, v'_2$$

$$2\, E_{kin} = m_1\, v_1^2 + m_2\, v_2^2 = m_1\, v'^2_1 + m_2\, v'^2_2$$

Die beiden Erhaltungssätze können als Bestimmungsgleichungen für die beiden Ausgangsgeschwindigkeiten verwendet werden. Auflösung nach $v'_{1,2}$ ergibt:

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \qquad v'_2 = \frac{2m_1v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}\,.$$

Exp. 30, 30a) elastischer Stoß



Wir betrachten zunächst als einfachen Spezialfall die Situation wo beide Massen identisch sind, $m_1 = m_2 = m$: Dann vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$v'_1 = v_2\,; \qquad v'_2 = v_1\,,$$

d.h. die beiden Körper tauschen Geschwindigkeit (und damit Impuls).

Für zwei weitere Spezialfälle verwenden wir Schlitten mit einem Massenverhältnis von 2:1, von denen der eine jeweils auf den ruhenden zweiten auftrifft. Ist der massivere Schlitten in Ruhe, d.h. $m_2 = 2\ m_1$, $v_2 = 0$, so finden wir durch Einsetzen in die allgemeine Formel

$$v_1' = - v_1/3, \quad v_2' = 2\ v_1/3\ ,$$

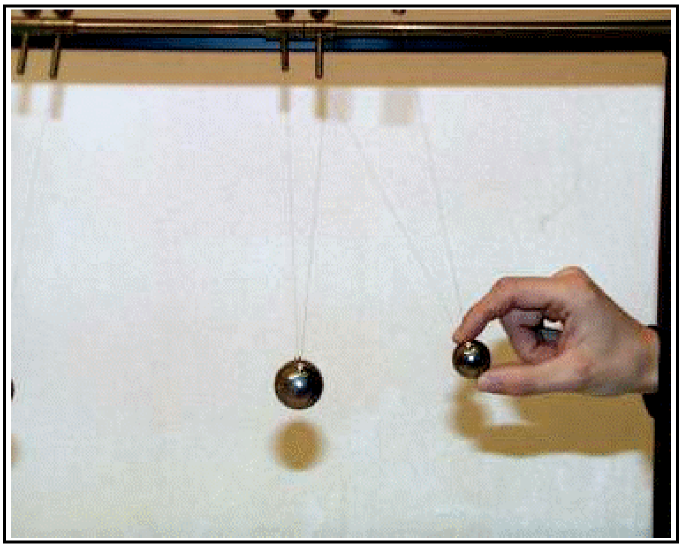
d.h. die leichtere Masse bewegt sich nach dem Stoß rückwärts, die leichtere mit reduzierter Geschwindigkeit vorwärts. Im Extremfall von einem großen Massenverhältnis ($m_2 >> m_1$) wird die leichtere Masse exakt reflektiert.

Der dritte Spezialfall entspricht dem umgekehrten Massenverhältnis: $m_2 = m_1/2$, $v_2 = 0$. Hier bewegen sich beide Schlitten nach dem Stoß in die gleiche Richtung, mit dem Geschwindigkeitsverhältnis 4:1:

$$v_1' = v_1/3, \quad v_2' = 4\ v_1/3\ .$$

Die leichtere Masse bewegt sich somit nach dem Stoß schneller als die schwere vor dem Stoß!

Exp32): Stoß an Kugelreihe



Die Übertragung von Impuls von einem Körper auf einen anderen kann auch sehr schön mit Hilfe von aufgehängten Kugeln gezeigt werden. Wenn wir eine Kugel in Ruhe haben und eine andere darauf fallen lassen so realisieren wir den Fall den wir gerade berechnet haben. Zwar ist die Bewegung der Kugel nicht auf einer Geraden, aber unmittelbar beim Stoß ist die Bewegung horizontal; unmittelbar danach beginnt ein Austausch von kinetischer und potenzieller Energie, der aber während des Stoßes vernachlässigt werden kann. Durch Zufügen weiterer Kugeln erhält man verschiedene Fälle die auch analog berechnet werden können, wie z.B. den Übertrag von zwei Impulsen.

2.4.4 Unelastischer 2-Körperstoß

Von einem unelastischen Stoß zweier Körper spricht man dann wenn sich die beiden Körper nach dem Stoß gemeinsam weiterbewegen, also „verschmelzen“. In diesem Fall ist die mechanische Energie des Systems nicht erhalten, da ein Teil davon in Deformations- und Wärmeenergie umgewandelt wird. Es gilt jedoch weiterhin die Impulserhaltung:

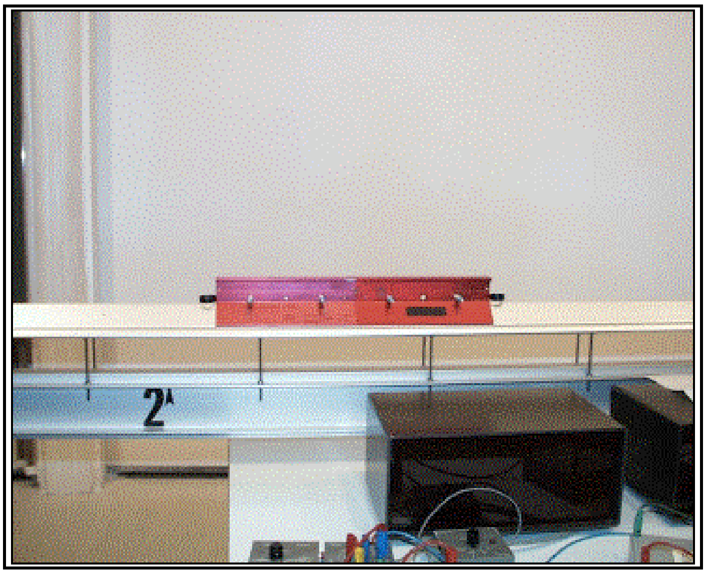
$$p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' ,$$

wobei v' die Geschwindigkeit des kombinierten Körpers nach dem Stoß darstellt. Sie beträgt somit

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} ,$$

entspricht also massengewichtete Mittel der Anfangsgeschwindigkeiten.

Exp. 31: unelastischer Stoß



Wir führen das Experiment so durch, dass ein Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_1 auf einen ruhenden Körper der gleichen Masse auftrifft. Die beiden kleben aneinander und bewegen sich gemeinsam weiter, wobei die resultierende Geschwindigkeit gleich der halben Geschwindigkeit des bewegten Körpers ist. Die Geschwindigkeit wird gemessen indem für den ersten Körper zweimal die Verdunkelungszeit gemessen wird, für den kombinierten, doppelt so langen, nur einmal; die zweite Zeit ist in guter Näherung doppelt so lang wie die erste.

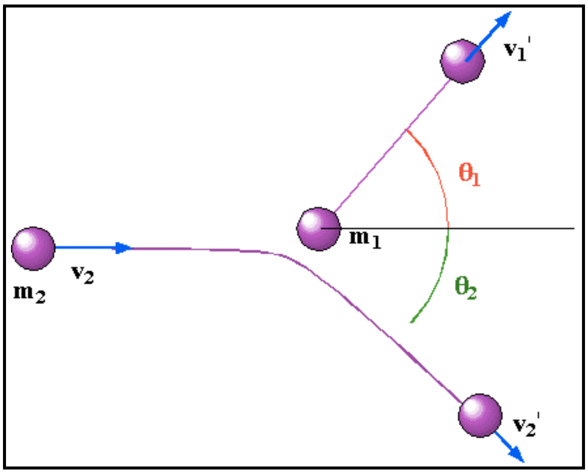
2.4.5 Elastischer Stoß in zwei Dimensionen

Im Allgemeinen finden Stöße nicht in einer Dimension statt. Wir diskutieren hier den zweidimensionalen Fall. Der Erhaltungssatz für die Energie bleibt unverändert, während der Erhaltungssatz für den Impuls jetzt für beide Dimensionen unabhängig gilt. Wir betrachten einen elastischen Stoß zwischen zwei Körpern

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}' \qquad E_1 + E_2 = E_1{}' + E_2{}' .$$

Damit hat man drei Gleichungen und (im Allgemeinen) vier Geschwindigkeitskomponenten nach dem Stoß. Es ist somit nicht möglich, die Bewegung der Körper nach dem Stoß vorauszusagen.

Dass man trotzdem zu nützlichen Aussagen kommen kann zeigen wir für den Spezialfall, dass die beiden Körper gleiche Masse haben und der eine Körper zu Beginn in Ruhe ist. Dann vereinfachen sich die Erhaltungsgleichungen zu



$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1{}' + \vec{v}_2{}' \qquad v_2^2 = v_1'^2 + v_2'^2 .$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir die Behandlung vereinfachen indem wir die x-Achse des Koordinatensystems in Richtung der Anfangsbewegung $\vec{v}_2$ legen. Dann folgt aus der Impulserhaltung für die y-Komponente, dass die beiden y-Komponenten nach dem Stoß entgegengesetzt sind,

$$v_{1y}' = - v_{2y}' = v_y .$$

Wie bereits erwähnt kann man die Bahnen der beiden Körper nicht bestimmen; sie hängen u.a. davon ab, wie stark die beiden Körper gegeneinander versetzt sind. Aus der obigen Beziehung zwischen einlaufenden und auslaufenden Geschwindigkeiten erhält man aber eine Bedingung für die auslaufenden Geschwindigkeitsvektoren, welche für alle Stöße dieser Art erfüllt sein muss, unabhängig von der Art der Wechselwirkung: Der Winkel $\theta_1+\theta_2$ zwischen den beiden auslaufenden Bahnen ist immer 90^o.