

# **Auslegung von Kunststoff- und Elastomerformteilen mittels Finite-Elemente-Simulation**

---

von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
genehmigte Dissertation  
zur Erlangung des Grades

**Doktor-Ingenieur**

vorgelegt von:

Dipl.-Ing. Ulrich Mohr-Matuschek  
aus Bonn

**Fachgutachter:**

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Walter Michaeli (Betreuer)  
Prof. Dr.-Ing. Georg Menges

**Für die Nutzung dieser Dissertationen gelten folgende rechtlichen Bestimmungen:**

- Die vorliegende Dissertation darf von der RWTH Aachen frei im Internet angeboten werden. Eine weitere Verbreitung oder öffentliche Wiedergabe ist nicht gestattet und kann nur mit ausdrücklicher Genehmigung des Autors (Promovierten) geschehen.
- Die Vervielfältigung ist nur im Rahmen des privaten und eigenen wissenschaftlichen Gebrauchs (§ 53 UrhG) erlaubt.
- Die Publikation darf nicht bearbeitet oder in anderer Weise verändert werden.
- Der Autor hat das Recht, sein Werk, auch auszugsweise, anderweitig verfügbar zu machen und zu verbreiten.
- Für den Inhalt des Dokuments ist allein der Autor verantwortlich.

**This publication (dissertation) is subject to the following terms of use:**

- The RWTH of Aachen is entitled to give open access to this publication. Further publication or public broadcasting needs explicit authorization of the copyright owner (doctor).
- Copying is permitted only for private or the own scientific purposes of the person who performs copying (according to § 53 of the German Copyright Act). The copyright owner grants production of complete single copies of this publication by means of a print on demand service.
- This publication may not be edited or changed otherwise.
- The copyright owner has got the right to publish or broadcast this publication as a whole or parts thereof elsewhere.
- The author is exclusively responsible for the content of this publication.

## VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV) an der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen in den Jahren 1987 bis 1991.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Michaeli gilt mein besonderer Dank für die Unterstützung der Arbeit, die fruchtbaren fachlichen Anregungen und den gewährten Freiraum. Gleichermassen danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Menges für seine wertvollen Ratschläge und kritischen Hinweise sowie die Übernahme des Korreferats.

Allen Mitarbeitern und Kollegen des Instituts sei für die kooperative Zusammenarbeit während meiner Tätigkeit gedankt. Herrn K. Daoudia und Frau P. Welter gebührt für ihren Einsatz und ihre große Hilfsbereitschaft bei dem Betrieb der Rechenanlagen besonderer Dank.

Hervorheben möchte ich insbesondere auch die studentischen Hilfskräfte, Studien- und Diplomarbeiter meiner Arbeitsgruppe, die durch ihren persönlichen Einsatz zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Ebenso bedanke ich mich bei meinem Kollegen von der Universität Zagreb, Herrn Dr. P. Raos, für die vielen fachlichen Diskussionen und die freundschaftliche Zusammenarbeit.

Zahlreiche interessante Hinweise erhielt ich von den Mitgliedern der Fachbeiratsgruppen "Formteilkonstruktion und Dimensionierung" und "Kautschuktechnologie" sowie durch die Teilnehmer des CADFORM/CADMOULD-Arbeitskreises "Software für das Spritzgießen". Bei ihnen möchte ich mich für ihre Diskussionsbereitschaft bedanken.

Der Arbeit liegen Forschungsergebnisse zugrunde, die mit den Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und der Arbeitsgemeinschaft Industrieller Forschung (AIF) gefördert wurden. Hierfür bedanke ich mich ebenso wie bei den Firmen BASF, BAYER, HÜLS, ICI, BMW, MANN & HUMMEL, WOCO und DRAFTEX für die Bereitstellung von Material und Probekörper sowie die effektive Zusammenarbeit.

Aachen, im Dezember 1991

Ulrich Mohr-Matuschek

	Seite
<b>1.</b>	<b>EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG</b> <span style="float: right;"><b>1</b></span>
1.1	Tendenzen in der Formteilkonstruktion <span style="float: right;">1</span>
1.2	Kunststoffgerechte Produktentwicklung <span style="float: right;">3</span>
1.3	Zielsetzung <span style="float: right;">5</span>
<b>2.</b>	<b>STRUKTURANALYSE MIT DER FINITE-ELEMENTE-METHODE</b> <span style="float: right;"><b>8</b></span>
2.1	Grundidee der Finite-Elemente-Methode (FEM) <span style="float: right;">9</span>
2.2	Nichtlinearitäten in der FE-Analyse <span style="float: right;">11</span>
2.3	Stand der Technik bei FE-Programmen <span style="float: right;">13</span>
2.4	Entwicklungstendenzen <span style="float: right;">14</span>
<b>3.</b>	<b>FASERORIENTIERUNGEN IN SPRITZGUSSFORMTEILEN</b> <span style="float: right;"><b>16</b></span>
3.1	Faserorientierung und Schichtstruktur <span style="float: right;">17</span>
3.2	Simulation der Faserorientierung <span style="float: right;">18</span>
3.2.1	Formfüllvorgang <span style="float: right;">19</span>
3.2.2	Fasertransport <span style="float: right;">20</span>
3.2.3	Faserorientierung in den Randschichten <span style="float: right;">21</span>
3.2.4	Faserorientierung in der Kernschicht <span style="float: right;">22</span>
3.2.5	Berechnungsablauf und Zeitintegration <span style="float: right;">24</span>
3.3	Berechnungsbeispiele <span style="float: right;">25</span>
3.3.1	Testgeometrie für konvergente und divergente Strömung <span style="float: right;">25</span>
3.3.2	Asymmetrisches Formteil mit Doppelpunktanguß <span style="float: right;">26</span>
3.3.3	Formteil mit Schmelzeaufteilung <span style="float: right;">29</span>
3.3.4	Kupplungspedal <span style="float: right;">31</span>
3.4	Vergleich mit anderen Orientierungsalgorithmen und Fazit <span style="float: right;">36</span>
<b>4.</b>	<b>ANISOTROPIE IM MECHANISCHEN FORMTEILVERHALTEN</b> <span style="float: right;"><b>39</b></span>
4.1	Mikromechanische Modelle <span style="float: right;">39</span>
4.1.1	Elastische Materialkennwerte <span style="float: right;">40</span>
4.1.2	Thermomechanische Materialkennwerte <span style="float: right;">42</span>
4.2	Makromechanik und Kontinuumstheorie <span style="float: right;">43</span>
4.2.1	Elastische Kenngrößen des Materialverbundes <span style="float: right;">44</span>
4.2.2	Thermomechanische Kenngrößen des Materialverbundes <span style="float: right;">45</span>
4.3	Programmunterstützung <span style="float: right;">47</span>



4.4	Sensitivitätsuntersuchung	48
4.5	Berechnungsbeispiele	54
4.5.1	Einfache Plattenformteile	54
4.5.2	Kupplungspedal	58
4.6	Fazit	62
5.	<b>ANISOTROPIE IM THERMOMECHANISCHEN FORMTEILVERHALTEN</b>	64
5.1	Schwindung	64
5.2	Verzug	66
5.3	Materialbedingte Schwindungsanisotropie	67
5.3.1	Wärmeausdehnungskoeffizienten	68
5.4	Berechnungsmodell	70
5.5	Berechnungsbeispiele	71
5.5.1	Schwindungsverhalten einfacher Plattenformteile	71
5.5.2	Verzugsverhalten eines Kastenformteils	73
5.6	Fazit und Diskussion eines neuen Berechnungskonzeptes	79
6.	<b>MECHANISCHES VERHALTEN VON ELASTOMERFORMTEILEN</b>	82
6.1	Mechanische Merkmale elastomerer Werkstoffe	83
6.2	Werkstoffgesetze für ideal-elastisches Verhalten	84
6.2.1	Konzept der Formänderungsenergiedichte	85
6.2.1.1	Ansatz von MOONEY	87
6.2.1.2	Ansätze von RIVLIN	88
6.2.1.3	Ansatz von OGDEN	89
6.2.1.4	Ansatz von KILIAN	89
6.2.2	Ermittlung der Modellparameter	91
6.2.3	Kalibrierung und Vergleich der Materialmodelle	92
6.3	Berechnungsbeispiele	96
6.3.1	Grundversuche	96
6.3.2	Zylindrisches Druckfederelement	97
6.3.3	Komplexes Aggregatlager	98
6.4	Fazit	102
7.	<b>EIGENERWÄRMUNG VON ELASTOMERFORMTEILEN</b>	104
7.1	Berechnungskonzept	104
7.2	Verlustfaktoren	108

	<b>Seite</b>	
7.3	Berechnungsbeispiele	111
7.3.1	Temperaturentwicklung in einem zylindrischen Druckfederelement	111
7.3.2	Temperaturentwicklung in einem komplexen Aggregatlager	115
7.4	Fazit und Diskussion eines verfeinerten Ansatzes	115
<b>8.</b>	<b>STATISTISCHE VERSUCHSPLANUNG BEI DER FORMTEIL AUSLEGUNG</b>	<b>118</b>
8.1	Formteilauslegungsprozeß	118
8.2	Optimierungsproblem und -verfahren	118
8.3	Möglichkeiten der automatischen Formteilloptimierung	119
8.4	Statistische Versuchsplanung (SVP)	121
8.5	Anwendung der SVP zur Auslegung von zylindrischen Schnappscharnieren	122
8.5.1	Simulation des Füge- und Lösevorgangs	122
8.5.2	Einfluß- und Zielgrößen	126
8.5.3	Linearer Versuchsplan	127
8.5.3.1	Effekte und Signifikanzanalyse	129
8.5.3.2	Methode des steilsten Gradienten	131
8.5.4	Quadratischer Versuchsplan	132
8.5.4.1	Modellpolynome	133
8.5.5	Gestaltoptimierung	135
8.5.6	Größeneinfluß	137
8.6	Fazit	138
<b>9.</b>	<b>MÖGLICHKEITEN UND GRENZEN DER SIMULATION</b>	<b>140</b>
9.1	Voraussetzungen für eine integrierte Formteilauslegung	140
9.2	Möglichkeiten der Simulation	143
9.3	Grenzen der Simulation	144
9.3.1	Grenzen der Rechnerleistung und Wirtschaftlichkeit	144
9.3.2	Grenzen durch fehlende Prozeß- und Werkstoffmodelle	146
9.4	Auswirkungen auf die Versuchstechnik	149
9.5	Fazit	150
<b>10.</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG SUMMARY</b>	<b>152 156</b>
<b>11.</b>	<b>ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN</b>	<b>160</b>

---

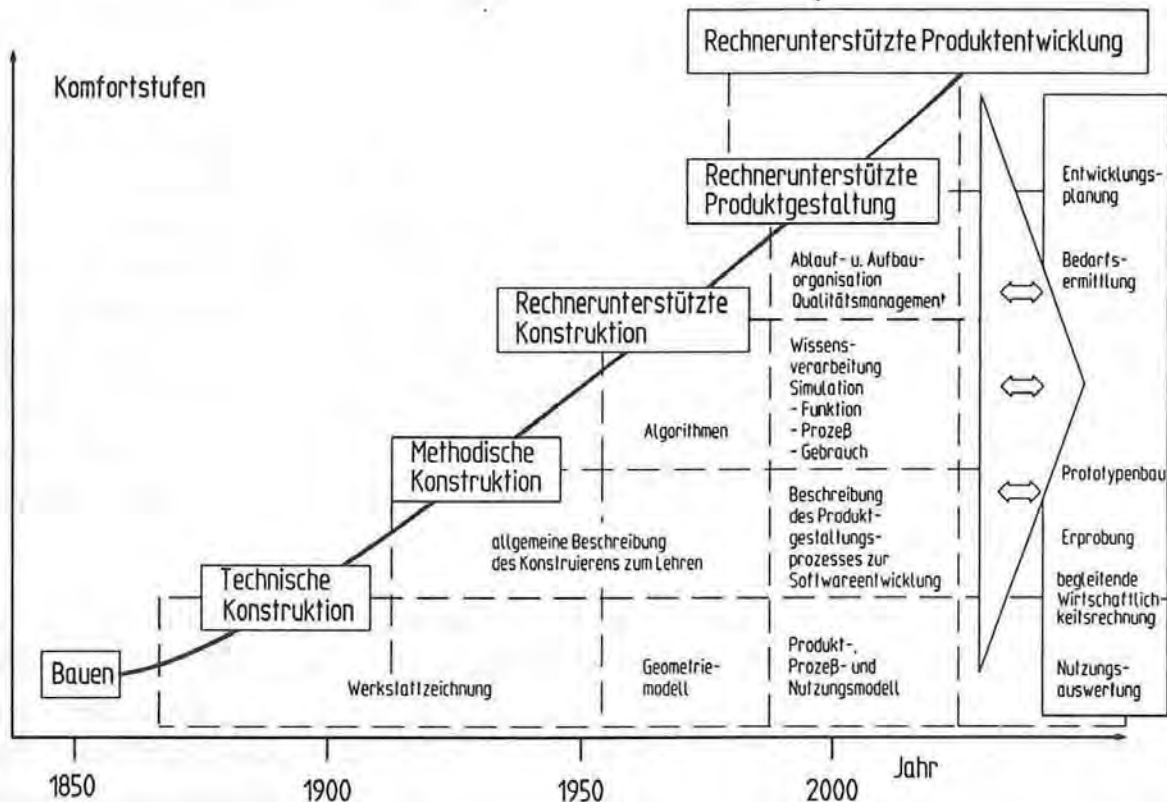
	<b>Seite</b>
<b>12. LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>165</b>
<b>13. ANHANG</b>	<b>208</b>
13.1 Formulierung ideal-elastischer Werkstoffgesetze für zwei Grundlastfälle	208
13.1.1 Uniaxiale Belastung	208
13.1.2 Biaxiale Belastung (pure shear)	209
13.2 Regressionsgleichungen für das MOONEY-RIVLIN-Gesetz	210
13.2.1 Uniaxiale Versuche	210
13.2.2 Biaxiale Versuche (pure shear)	211
13.3 Materialdaten der verwendeten Thermoplaste	212
13.4 Materialdaten der verwendeten Elastomere	214
13.5 Verwendete Rechnertypen	216
13.6 Ausgewertete Pläne der SVP	217



## 1. EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG

### 1.1 Tendenzen in der Formteilkonstruktion

Um den Herausforderungen heute und in Zukunft gerecht zu werden, wurde in der jüngeren Vergangenheit in vielen Betrieben zumindest punktuell eine rechnerunterstützte Konstruktion (CAD) eingeführt. Die große Bedeutung der sogenannten CA-Techniken (CAD, CAE, CAM, etc.) spiegelt sich in der Zahl der Veröffentlichungen zu diesem Themenkreis wider /u.a. 1.1-1.7/. Der Fortschritt im Hard- und Softwarebereich war während der vergangenen zehn Jahre sehr stürmisch und ist auch heute von einer außerordentlich starken Dynamik gekennzeichnet /1.8, 1.9/. Aufgrund sinkender Hard- und Softwarekosten und staatlicher Förderprogramme sind in den letzten Jahren CAD-Systeme selbst bei kleineren Unternehmen mehr und mehr zum Einsatz gekommen. Eine große Rolle spielt aber auch der verstärkte Druck der Kraftfahrzeughersteller auf die mittelständischen Zulieferer bzgl. der Übernahme von Entwicklungsaufgaben im Rahmen einer "schlanken Produktionsphilosophie" /1.10/ und der Art der Informationsübertragung (Magnetbänder statt Zeichnungen). Die rechnerunterstützte Konstruktion wird in Zukunft zunehmend zur computerbasierten Produktgestaltung und -entwicklung ausgebaut /1.11/ (Bild 1.1).



**Bild 1.1:** Entwicklung der Konstruktionshilfsmittel /1.11/

**Fig. 1.1:** Development of design instruments



Neben der Anwendung von CAD-Systemen steigt aber auch die Verbreitung von Werkstoffdatenbanken (WDB) für die gezielte und sichere Auswahl von Materialien durch einen schnellen Abruf und Vergleich von Materialeigenschaften und Verarbeitungshinweisen /1.12, 1.13/. Selbst Simulationssoftware<sup>1</sup> zur Nachbildung des Herstellungsprozesses und zur Durchführung von Belastungsstudien für das fertige Formteil (CAE) - früher ein Privileg der Großunternehmen - findet wegen des sich ständig verbessernden Preis/Leistungs-Verhältnisses der auf Workstations und Personal-Computer basierten Systeme sowie aufgrund der erwähnten Verlagerung der Entwicklungsarbeiten auf "Systemlieferanten" mittlerweile auch Eingang in mittelständische und kleine Unternehmen /1.14/. Zukünftig werden zusätzlich Expertensysteme (XPS) verstärkt zum Einsatz kommen, die technisches Wissen personenunabhängig und systematisch verfügbar machen /1.15, 1.16/. Module für die Fertigungsplanung und -steuerung (PPS) sowie die Kostenkalkulation runden das Bild ab /1.17/. Um die Nutzenpotentiale dieser modernen Entwicklungswerkzeuge nicht nur technologisch sondern auch wirtschaftlich wirksam werden zu lassen, ist die datentechnische Verknüpfung aller Einzelkomponenten eine wesentliche Voraussetzung (Integrations- und Schnittstellenproblematik) /1.18-1.20/.

Für den Designer und Konstrukteur von Kunststoff-Formteilen sind die oben beschriebenen Tendenzen sehr zu begrüßen. Die werkstoffgerechte Produktentwicklung stellt an ihn hohe Anforderungen, da Kunststoffe immer breitere und anspruchsvollere Anwendungsgebiete in vielen Bereichen der Technik finden. Dies resultiert einerseits aus der sehr wirtschaftlichen Verarbeitung, wie z.B. im Spritzgießverfahren, ist aber auch in vielen Fällen auf Gewichts-, Korrosions- und Montagevorteile gegenüber Metallen zurückzuführen.

Mechanisch belastbare Formteile sind häufig nur durch recht kompliziert gestaltete Geometrien mit Verstärkungselementen, wie beispielsweise Verrippungen, zu realisieren. Doch bei gezielter Nutzung der durch den Spritzgießprozeß gegebenen Gestaltungsfreiheiten und Verwendung leistungsfähiger "technischer Kunststoffe" können heute selbst hoch beanspruchte Formteile erfolgreich entwickelt und eingesetzt werden. Als Beispiele seien moderne Sauganlagen von PKW-Motoren /1.21, 1.22/ und tragende Strukturen von PKW-Sitzen genannt /1.23, 1.24/. Dabei müssen die fertigungstechnischen Forderungen (z.B. geringe und gleichmäßige Wanddicken) weitgehend eingehalten und die Abhängigkeit der Formteileigenschaften vom Verarbeitungsprozeß (z.B. Anisotropien durch Molekül- und Faserorientierungen) möglichst berücksichtigt werden.

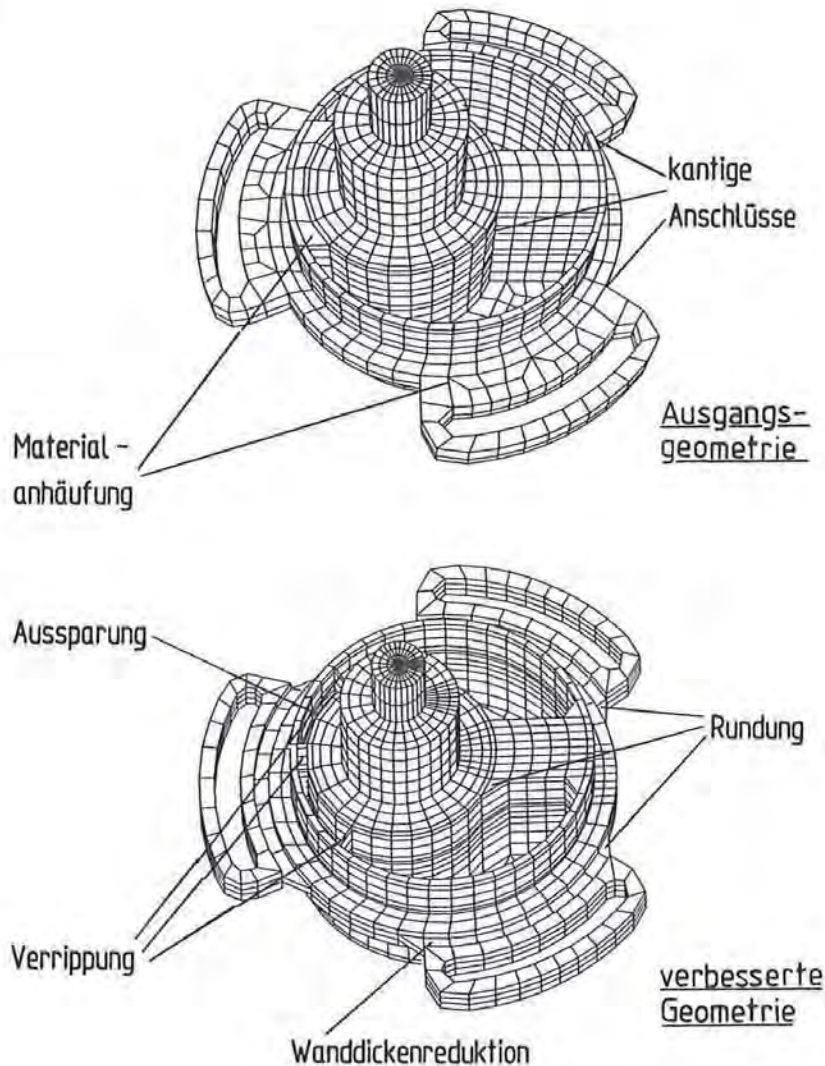
Für die mechanische Strukturanalyse wird die Finite-Elemente-Methode (FEM) seit einigen Jahrzehnten eingesetzt und weiterentwickelt, so daß heute sehr leistungsfähige kommerzielle Programme zur Verfügung stehen /1.25/. Bild 1.2 zeigt am Beispiel eines duromeren Wasserpumpengehäuses aus dem PKW-Motorenbereich, daß durch Belastungssimulationen mit der FEM ausgehend von einer Basiskonstruktion eine verbesserte kunststoffgerechte

---

1 Unter Simulation versteht man die Nachbildung eines Systems oder Prozesses durch ein Modellsystem und das Experimentieren mit dem Modell.



Lösung entwickelt werden kann /1.26/. Der Weg zu einem erfolgreichen Prototypen wird dadurch abgekürzt.



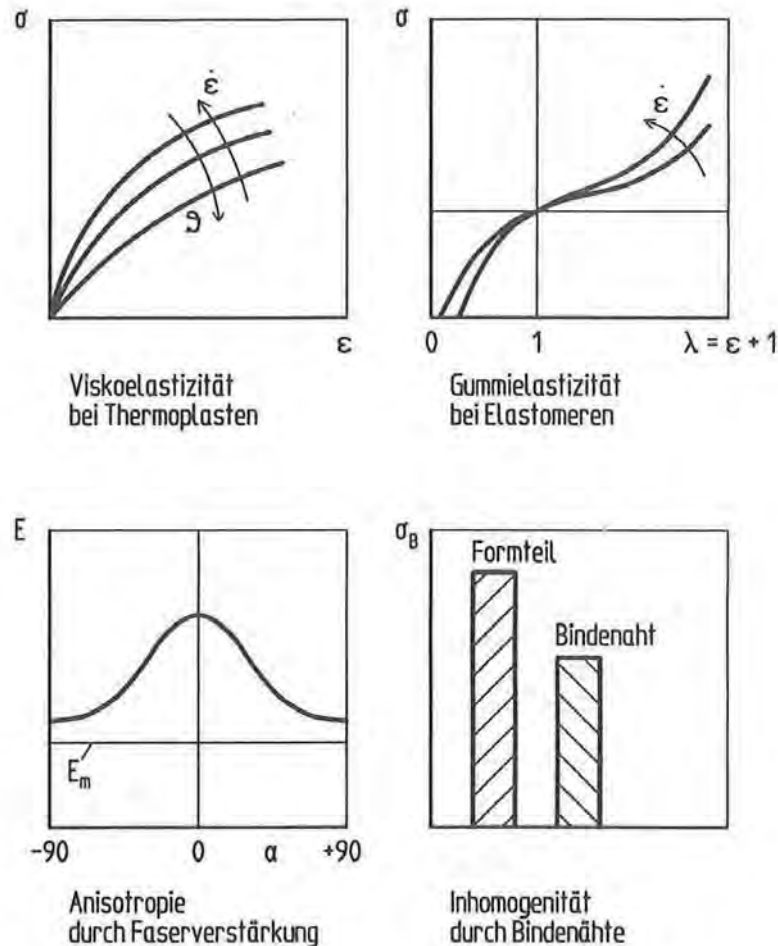
**Bild 1.2:** Ergebnis der rechnerunterstützten Entwicklung eines Wasserpumpengehäuses  
**Fig. 1.2:** Result of the computer aided development of a waterpump housing /1.26/

## 1.2 Kunststoffgerechte Produktentwicklung

Trotz des geschilderten, zum Teil hohen Entwicklungsstandes im Bereich der rechnerunterstützten Konstruktion sind speziell für Anwender aus der Kunststoffbranche noch einige Defizite bei der Formteilberechnung zu verzeichnen, die auf das komplexe Materialverhalten und die starke Abhängigkeit der Formteileigenschaften von den Verarbeitungsbedingungen zurückzuführen sind (Bild 1.3).

So zeichnen sich thermoplastische Kunststoffe aufgrund ihrer molekularen Struktur durch ein nichtlinear-viskoelastisches und damit last-, zeit- und temperaturabhängiges Materialverhalten

aus /1.29-1.38/. Elastomere zeigen bei quasistatischer Beanspruchung aufgrund ihrer Netzwerkstruktur einen komplizierten, doppelt gekrümmten Spannungs-Dehnungs-Verlauf mit signifikanten Unterschieden zwischen dem Zug- und Druckbelastungsbereich /1.47/. Die Deformationen belasteter Elastomerformteile sind wegen der geringen Materialsteifigkeiten häufig so groß, daß die klassischen analytischen Berechnungsmethoden nicht mehr weiterhelfen.



**Bild 1.3:** Prinzipielle Einflüsse auf das mechanische Formteilverhalten

**Fig. 1.3:** Principle influencing parameters on the mechanical part behaviour

Für beide Materialklassen sind bei dynamischen Belastungsfällen Hystereseerscheinungen durch die innere Materialdämpfung zu beobachten. Es kann bei derart beanspruchten Formteilen mithin zur Eigenerwärmung bis in unerlaubte Temperaturbereiche kommen /1.48/. Die Folge sind frühzeitige Alterung oder der Totalausfall der Komponente.

Zur Eigenschaftverbesserung werden vielfach Verstärkungsfasern in die Materialien eingearbeitet. Die (lokalen) Vorzugsrichtungen der Füllstoffpartikel in kurzglasfaserverstärkten Thermoplastformteilen werden maßgeblich durch den Werkzeugfüllvorgang im Spritzgießprozeß bestimmt und nehmen ihrerseits großen Einfluß auf die Maßgenauigkeit der Fertig-



teile und deren mechanisches Verhalten /1.49-1.51/.

In vielen Fällen ergeben sich, ebenfalls abhängig von den Füllvorgängen, Bindenähte im fertigen Formteil, die bezüglich der mechanischen Eigenschaften in erster Linie Inhomogenitäten und Schwachstellen darstellen /1.52, 1.53/.

In der Regel treten die genannten Erscheinungen nicht einzeln, sondern simultan auf. Man denke an ein kurzglasfaserverstärktes Thermoplastformteil mit ausgeprägten Vorzugsrichtungen und Bindenähten, das im praktischen Einsatz hohen Temperaturen ausgesetzt ist, wie beispielsweise ein moderner Ventildeckel.

Darüber hinaus können Instabilitäterscheinungen eine bedeutende Rolle spielen, da Spritzgußbauteile aufgrund der aus Fertigungsgründen angestrebten geringen Wanddicken unter Druckbelastungen zum Knicken und Beulen neigen.

Schließlich ist bei der Analyse einer Prototypenkonstruktion die Verwendung geeigneter Beanspruchungskriterien von Bedeutung. Vergleichsspannungen sollten wegen der Druckabhängigkeit der Versagensgrenzen über das Konzept des Kegelpotentials errechnet werden /1.6, 1.38, 1.54/. Stoßbelastete Bauteile können über die minimale volumenspezifische Arbeit bewertet werden /1.6, 1.55-1.58/.

Die kunststoffgerechte Formteilberechnung bzw. -gestaltung erfordert (neben den werkzeug- und fertigungstechnischen Besonderheiten) streng genommen die Berücksichtigung aller oben genannten Einflüsse. Zumindest sind aber die im speziellen Fall jeweils vorherrschenden Effekte möglichst genau zu erfassen. Nur dann sind differenzierte und weiterreichende Aussagen zum Formteilverhalten möglich. In der Konstruktionspraxis werden die angeführten Werkstoff- und Fertigungseinflüsse noch recht selten berücksichtigt. Aus Gründen des Termindrucks, wegen fehlender Erfahrung mit nichtlinearen und anisotropen Werkstoffmodellen oder aber bedingt durch eine unzureichende programmtechnische Ankopplung der Prozeßsimulation an die Formteilberechnung wird sehr häufig noch konventionell, d.h. mit linear-elastischem, isotropem und somit zeit- und richtungsunabhängigem Werkstoffverhalten gerechnet.

### 1.3 Zielsetzung

Die Motivation zur vorliegenden Arbeit besteht darin, Verfahren und Wege aufzuzeigen, wie Formteile aus Polymerwerkstoffen mit den Möglichkeiten moderner Simulationsprogramme werkstoffgerecht ausgelegt werden können. Dazu werden schwerpunktmäßig zwei sehr unterschiedliche, für moderne technische Produkte bedeutende Materialklassen betrachtet:

- kurzglasfaserverstärkte Thermoplaste und
- Elastomere.



Für diese Materialien werden geeignete Werkstoffmodelle sowie Berechnungskonzepte vorgestellt und bewertet.

Im Fall der kurzglasfaserverstärkten Thermoplaste stellt die weiter oben geforderte Ankopplung der Formteilberechnung an die Prozeßsimulation wegen des großen Fertigungseinflusses auf die End Eigenschaften einen besonderen Schwerpunkt dar. Hier wurden bereits von WÖLFEL /1.50/ grundlegende Arbeiten durchgeführt. Trotzdem besteht bezüglich der Faserorientierungssimulation noch Bedarf zur Weiterentwicklung des Berechnungsverfahrens sowie die Notwendigkeit der experimentellen Überprüfung anhand einfacher und komplexer Formteile.

Neben der Betrachtung der rein mechanischen Eigenschaften von Formteilen aus kurzglasfaserverstärkten Werkstoffen werden auch Modellrechnungen zum thermomechanischen Verhalten beim Abkühlen durchgeführt. Schwindung und Verzug werfen heute sowohl in der Praxis als auch in der Simulation noch große Probleme auf.

Die oben erwähnte Viskoelastizität ist eine nicht zu vernachlässigende Werkstoffeigenschaft, die seit vielen Jahrzehnten Gegenstand intensiver Forschung ist. Dies kommt in der kaum überschaubaren Literatur zu diesem Thema zum Ausdruck. Trotzdem stellt die Formulierung mehrdimensionaler nichtlinear-viskoelastischer Werkstoffgesetze nach wie vor eine Herausforderung für die Werkstofftheoretiker dar. Ein praktikables, aber dennoch aufwendiges nichtlinear-viskoelastisches Materialmodell wurde von SCHMACHTENBERG /1.35/ entwickelt (Deformationsmodell) und von SCHLEEDE /1.6/ mittels der klassischen Theorie des "Plastischen Potentials" /1.54/ für mehrdimensionale Finite-Elemente-Simulationen erweitert. Da auf diesem Gebiet bereits umfangreiche Forschungsarbeiten dokumentiert sind /1.6, 1.38-1.46/, wird in der vorliegenden Arbeit nicht darauf eingegangen.

Ebenfalls bleibt die oben angesprochene Problematik der Bindenähte in Spritzgußformteilen ausgeklammert. Erste Ansätze zur automatischen Berücksichtigung der Bindenähte in der FE-Strukturanalyse auf der Basis der Füllsimulationsergebnisse werden in /1.53/ vorgeschlagen, bedürfen jedoch vor allem hinsichtlich der Formulierung der lokal wirksamen Materialeigenschaften noch weitergehender Untersuchungen.

Für die Elastomerwerkstoffe werden vor allem verschiedene Materialmodelle zur Berechnung des quasistatischen, ideal-elastischen Verhaltens verglichen und ein Konzept zur Temperaturberechnung in dynamisch beanspruchten Formteilen vorgestellt. Dabei ist es das Ziel, schon mit möglichst einfachen und somit praktikablen Methoden aussagekräftige Ergebnisse zu erarbeiten.

Neben den Problemen im Zusammenhang mit einer kunststoffgerechten Formteilberechnung ist der Konstrukteur fast immer vor die Aufgabe gestellt, eine Basiskonstruktion zu bewerten und gezielt zu verbessern (Optimierung). Dies erfordert in der Regel eine gute fachliche Qualifikation und ein hohes Maß an Erfahrungswissen. Dennoch ist auch für den erfahrenen



Konstrukteur nicht immer sofort erkennbar, in welche Richtung er die Gestalt des Formteils verändern soll, vor allem dann, wenn mehrere Einflüsse von Bedeutung sind und sich zusätzlich nicht nur überlagern, sondern auch in Wechselwirkung miteinander stehen.

Daher ist es ein weiteres Ziel dieser Arbeit aufzuzeigen, daß mit den Mitteln der Statistischen Versuchsplanung (SVP) /1.59/ auch Finite-Elemente-Simulationen systematisch angelegt und ausgewertet werden können. Aus den Ergebnissen derart durchgeführter Berechnungen lassen sich nicht nur die Einflüsse der einzelnen Geometrieparameter klar offenlegen, sondern auch mathematische Modellgleichungen ableiten, welche die Abhängigkeit des Strukturverhaltens von den Einflußparametern (in dem rechnerisch abgesicherten Bereich) näherungsweise wiedergeben. Diese Modellgleichungen eröffnen die interessante Möglichkeit, ohne weitere Finite-Elemente-Simulationen Geometrieoptimierungen durchzuführen. Dazu kann aufgrund des vergleichsweise geringen Aufwandes bei der Auswertung der Modellgleichungen der gesamte Parameterraum in feinen Stufen systematisch abgesucht werden.

Bei allen Fragestellungen wird darauf geachtet, daß eine weitgehende Rechnerunterstützung gewährleistet ist. Es werden Programm-Module entwickelt, die sich effizient in eine vorhandene CAE-Umgebung einfügen. So können durch den Einsatz moderner Hilfsmittel in Form von Prozeß- und Strukturanalyse-Programmen in Verbindung mit geeigneten Werkstoffmodellen für kritische Bauteile schon frühzeitig Fehlentwicklungen erkannt und alternative Konstruktionen erarbeitet werden. Ebenfalls werden durch die qualitativ und quantitativ verbesserte Durchdringung des mechanischen Verhaltens selbst komplizierter Formteilgeometrien Anwendungen erschlossen, die bisher wegen fehlender Beurteilungsmöglichkeiten nicht realisiert wurden.

Das notwendige Wissen über die Integration geeigneter Formulierungen des Materialverhaltens thermoplastischer und elastomerer Werkstoffe in Strukturanalyse-Programme und die Verfahren zur möglichst einfachen Ermittlung der benötigten Werkstoffkennwerte stellen neben der grundsätzlichen Akzeptanz der Finite-Elemente-Methode den Schlüssel zu einer effektiveren, objektiveren und qualitativ verbesserten Konstruktionspraxis im Bereich der Kunststoff- und Elastomerformteile dar. Hierzu soll die vorliegende Arbeit einen Beitrag leisten.



## 2. STRUKTURANALYSE MIT DER FINITE-ELEMENTE-METHODE

Für möglichst realitätsnahe Berechnungen des mechanischen Verhaltens einer Konstruktion hat sich, wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, die Methode der Finiten Elemente (FEM) bewährt und gegenüber anderen Verfahren, wie der Finite-Differenzen-Methode (FDM) oder der Randintegral-Methode (BEM), eine klare Vormachtstellung erlangt. Auch die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten mechanischen und thermischen Formteilberechnungen basieren auf der Anwendung eines leistungsfähigen Finite-Elemente-Programms. Daher soll im folgenden auf das grundlegende Prinzip der FEM, auf die Möglichkeiten moderner Programme und einige aktuelle Entwicklungstendenzen kurz eingegangen werden.

Das Verhalten mechanisch belasteter Strukturen, beispielsweise eines Balkens, wird durch Differentialgleichungen beschrieben, deren Lösung Aufschluß über das Verformungsverhalten und den Grad der Beanspruchung des Bauteils liefert. Mathematisch-physikalisch strenge Lösungen bieten eine hohe (rechnerische) Genauigkeit der Ergebnisse. Sie sind jedoch auf wenige Sonderfälle beschränkt und kommen für allgemeine Anwendungen nicht in Frage. Näherungsmethoden liefern zwar prinzipiell Approximationen, ihr großer Vorteil ist allerdings, daß die Genauigkeit (theoretisch) beliebig gesteigert werden kann und daß die Verfahren insbesondere für komplizierte Aufgabenstellungen geeignet sind.

Die Methode der Finiten Elemente ist ein solches Näherungsverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen, das seit den fünfziger Jahren mit der Einführung leistungsfähiger Rechenanlagen auf der Grundlage der bis dahin üblichen Matrizenverfahren /2.1/ intensiv ausgebaut wird. Mit den angewendeten Grundprinzipien und mit der Entwicklung der Methode sind viele Namen verknüpft /z.B. 2.2-2.7/. Hier sollen nur die Vorreiter der in der FEM angewendeten Näherungsmethode, RITZ (1909) und GALERKIN (1915), besonders hervorgehoben werden.

Während das Verfahren ursprünglich für die Strukturanalyse, also für die Berechnung von Kräften, Spannungen und Verformungen an festen Körpern, entwickelt wurde, hat sich sein Einsatzgebiet mittlerweile so stark erweitert, daß es als universelle Methode zur numerischen Lösung vielfältiger Problemstellungen im Ingenieurbereich angesehen werden kann /z.B. 1.4, 1.6, 2.11-2.18/. Anfangs diente die FEM hauptsächlich der Berechnung hochgradig sicherheitsrelevanter Bauteile (z.B. in der Luft- und Raumfahrttechnik, in der Offshore-technik, im Reaktorbau, im Bauingenieurwesen). Heute wird sie wegen des enormen Fortschritts bei Hard- und Software in steigendem Maße in der allgemeinen Konstruktion und Entwicklung eingesetzt.



## 2.1 Grundidee der Finite-Elemente-Methode

Die Methode der Finiten Elemente ist mittlerweile aufgrund ihrer dynamischen Entwicklung ein gut und konsistent ausgearbeitetes Rechenverfahren, das allgemein zur Lösung physikalisch-technischer Problemstellungen verwendet wird, welche durch Differentialgleichungen beschrieben werden. Die Grundlagen sind in vielen Lehrbüchern dargestellt /z.B. 2.7-2.10/. Daher sollen hier zum Verständnis nur die wesentlichsten Gedanken zusammengefaßt werden:

Ausgangspunkt für das Verfahren ist die Überlegung, das Kontinuum, für welches die Lösung eines betrachteten Randwertproblems gefunden werden soll, in kleine, aber endlich große Gebiete zu unterteilen. Diese als "Finite Elemente" bezeichneten Gebiete sind nur an bestimmten Punkten, den sogenannten "Knoten" miteinander verbunden. Die Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen zwischen den Elementen wird allein durch die Kräfte in diesen Knotenpunkten erzielt. Dadurch wird die unendliche Anzahl von Freiheitsgraden des realen Kontinuums auf eine endliche Zahl von Unbekannten reduziert (1. Näherung, Diskretisierung). Die Verschiebungen der Knotenpunkte werden als die grundlegenden unbekannt GröÙen des Problems aufgefaßt. Der Verschiebungszustand innerhalb eines jeden Finiten Elementes wird mit Hilfe von approximativen "Ansatzfunktionen" (Formfunktionen, shape functions) in Abhängigkeit von den Knotenpunktverschiebungen eindeutig festgelegt (2. Näherung, Idealisierung). Durch diese Verschiebungsfunktionen sind sowohl der Verzerungszustand als auch (über das Stoffgesetz) der Spannungszustand im gesamten Element berechenbar. Die Ansatzfunktionen sollten mindestens die Forderung nach der Stetigkeit der Verschiebungen zwischen benachbarten Elementen erfüllen.

Um ein Gleichungssystem abzuleiten, welches die an den Knotenpunkten wirksamen Kräfte mit den (diskreten) Knotenverschiebungen und dem inneren (kontinuierlichen) mechanischen Verhalten des Elementes in Beziehung setzt, kann man beispielsweise von dem sehr anschaulichen klassischen Ansatz der Festkörpermechanik in Form des Arbeitsprinzips ausgehen. Die sogenannte "direkte Methode" unter Verwendung des Prinzips der "virtuellen Verrückungen" überführt letztendlich das Differentialgleichungssystem in einen algebraischen Gleichungssatz auf globaler Ebene mit der allgemeinen Form /2.7/:

$$\mathbf{K} \mathbf{a} + \mathbf{f} = \mathbf{r} \quad (2.1)$$

mit:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dV \quad (2.2)$$

und:

$$\mathbf{f} = - \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} \, dV - \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon}_0 \, dV + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 \, dV \quad (2.3)$$



<b>K:</b>	globale Steifigkeitsmatrix
<b>B:</b>	Verzerrungs-Ansatzfunktion ( $\mathbf{B} = \mathbf{L} \mathbf{N}$ )
<b>N:</b>	(Verschiebungs-) Ansatzfunktion
<b>D:</b>	Elastizitätsmatrix
<b>a:</b>	Vektor der Knotenverschiebungen im globalen System
<b>f:</b>	Vektor der statisch äquivalenten Volumenkräfte sowie der durch Anfangsspannungen und Anfangsverzerrungen hervorgerufenen Knotenlasten
<b>r:</b>	Vektor der aufgeprägten äußeren Knotenkräfte
<b>b:</b>	Vektor der Volumenkräfte
$\sigma_0$ :	Anfangsspannungen
$\epsilon_0$ :	Anfangsverzerrungen
<b>V:</b>	Gesamtvolumen

In der globalen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  kommen die Eigenschaften des Materialmodells und des gewählten Näherungsansatzes gemeinsam zum Tragen. Hier ist der Übergang vom Kontinuum zum diskreten System gewissermaßen kondensiert. Gleichung (2.1) repräsentiert ein (lineares) Gleichungssystem, durch dessen simultane Lösung die unbekanntes Knotenverschiebungen ermittelt werden. Diese stellen aber gleichzeitig die Ansatzfreiwerte der Formfunktionen dar, so daß sich bei Kenntnis der Knotenpunktverschiebungen sofort das Verschiebungs-, Verzerrungs- und Spannungsfeld innerhalb eines jeden Finiten Elementes berechnen läßt.

Neben der Anwendung des Arbeitsprinzips wurden auch andere Verfahren entwickelt, die alle das gemeinsame Ziel haben, aus den Differentialgleichungen eine Integralform abzuleiten, die auf das gewünschte algebraische Gleichungssystem führt. Dazu werden Variationsprinzipien (klassische Forderung nach der Minimierung des Gesamtpotentials  $\Pi$ ) oder gewichtete Integrale der problembeschreibenden Differentialgleichungen (meist unter Verwendung des GREENSchen Theorems /2.19/ in sogenannten "schwachen" Darstellungen) angewendet. Die zuletzt genannte Methode besitzt einen höheren Allgemeinheitsgrad, da sich nicht für alle Probleme Variationsformulierungen finden lassen /2.7/. Bei ihr wird gefordert, daß das Integral der gewichteten Näherungsfehler (Residuen) über dem Volumen des Elementes zu Null wird. Die Methode des gewichteten Residuums nach GALERKIN hat wegen der guten Resultate eine besondere Bedeutung erlangt /2.7/. Bei ihr wird die Gewichtung mit der Formfunktion vorgenommen.

Den unterschiedlichen Verfahren ist die Verwendung einer Näherungsfunktion zur Beschreibung des Verschiebungsfeldes im Element gemeinsam. Alle Formulierungen führen auf Gleichungen der Art (2.1). In der Regel werden Matrizen mit Bandstruktur erhalten, wodurch die Möglichkeit gegeben ist, angepaßte Algorithmen zur ökonomischen Auflösung des Gleichungssystems einzusetzen, beispielsweise den sogenannten Frontalalgorithmus /2.20/. Die bei der Aufstellung der Elementsteifigkeitsmatrizen anfallenden Integrationen werden heute in der Regel numerisch durchgeführt, z.B. mit Hilfe der GAUß'schen Quadraturformeln /2.21/.

Bei der praktischen Anwendung der FEM können u.a. durch unsachgemäße Modellierung oder unzutreffende Randbedingungen schnell wertlose Ergebnisse erzielt werden. Daher werden nachfolgend diejenigen Faktoren erwähnt, die einen wesentlichen Einfluß auf die Güte der Berechnung haben und daher besondere Beachtung verlangen. Dies sind:

▶ die Idealisierung:

- das geometrische und mechanische Ersatzmodell:  
Vernachlässigung geometrischer Einzelheiten,  
Vernachlässigung von Trägheitskräften, Lastfall etc.,
- die Modellierung der Randbedingungen:  
Art der Einspannung, Wärmeübergangsgesetz etc.,
- das verwendete Werkstoffgesetz:  
elastisch, viskoelastisch, anisotrop etc.,
- der gewählte Elementtyp (Ansatzfunktion):  
3D-Element, Schale, lineare oder quadratische Interpolation etc.

▶ die Diskretisierung:

- die Netzfeinheit und Netztopologie:  
globale Elementgröße, lokale Verfeinerung, Elementproportionen (Verzerrung, Verwölbung, Seitenverhältnis) etc.

▶ das Lösungsverfahren:

- das verwendete Verzerrungsmaß:  
geometrisch linear, geometrisch nichtlinear
- die verwendeten numerischen Algorithmen:  
vollständige oder reduzierte Integration etc.

## 2.2 Nichtlinearitäten in der FE-Analyse

Es gibt mehrere Ursachen dafür, daß die Antwort einer Struktur, beispielsweise die Verschiebung des Kraftangriffspunktes, sich nicht proportional zur aufgebracht Beanspruchung verhält. Die Problematik soll hier ebenfalls nur kurz angesprochen werden. Man unterscheidet:

- geometrische Nichtlinearität,
- physikalische Nichtlinearität und
- Struktur-Nichtlinearität.



Bei großen Verformungen, wie sie bei Kunststoffartikeln häufig vorkommen, führt die Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen am unverformten Körper und die Verwendung des klassischen (linearisierten) Verzerrungsmaßes zu unbefriedigenden Ergebnissen. Daher muß in der Regel (ab Dehnungen  $> 2\%$ ) mit geometrisch nichtlinearen Zusammenhängen gerechnet werden. Physikalische Nichtlinearität ist bei Kunststoffen fast immer durch das komplexe nichtlinear-viskoelastische Materialverhalten gegeben (vgl. Bild 1.3). Struktur-Nichtlinearitäten entstehen durch Kontakt der FE-Struktur mit anderen Körpern oder mit sich selbst. Letzteres tritt beispielsweise häufig bei belasteten Elastomerformteilen auf. Hochgradig nichtlineare Verhältnisse sind auch in der Nähe instabiler Gleichgewichte (Beulen und Nachbeulen, Durchschlagsproblem) gegeben.

Ein durch Finite-Elemente diskretisiertes nichtlineares System kann im allgemeinen statt mit Gleichung (2.1) durch Beziehungen der Form:

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{a} + \mathbf{f} = \psi(\mathbf{a}) = 0 \quad (2.4)$$

dargestellt werden /2.7/. Während das lineare Gleichungssystem (2.1) in einem Schritt direkt aufgelöst werden kann, trifft dies auf Gleichung (2.4) nicht zu, da die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  von dem (noch unbekanntem) Lösungsvektor  $\mathbf{a}$  abhängt.

Daher werden inkrementelle Verfahren eingesetzt, bei denen die gesamte betrachtete Zeitspanne in einzelne Abschnitte unterteilt wird. Innerhalb dieser Inkremente werden die nichtlinearen Zusammenhänge linearisiert. Am Ende des Zeitschritts liegt eine Näherungslösung vor, die als Ausgangsbasis für den nachfolgenden Rechenschritt dient. Bei einem rein inkrementellen Verfahren wird keine Gleichgewichtskorrektur vorgenommen, so daß die Zeitschrittweiten relativ klein gewählt werden müssen, um ein zu starkes Wegdriften vom Lösungspfad zu verhindern. Abhilfe schaffen Verfahren mit Gleichgewichtssiterationen. Hierbei wird bei festgehaltener äußerer Belastung das System mit den unausgeglichenen Knotenkräften belastet und solange iteriert, bis diese eine bestimmte Toleranzgrenze unterschreiten. Als Konvergenzkriterium wird eine Fehlernorm verwendet /2.19, 2.21, 2.22/.

Bei der "Anfangssteifigkeitsmethode" werden die Iterationsschritte mit der konstanten Anfangssteifigkeit durchgeführt. Es ändert sich lediglich der Lastvektor auf der rechten Seite des Gleichungssystems von einem Rechenschritt zum nächsten. Die Verwendung der aktuellen Steifigkeit in jedem Iterationsschritt führt zur "NEWTON-RAPHSON-Methode" /2.7/, die ein sehr gutes Konvergenzverhalten aufweist. Da in jedem Näherungsschritt sowohl die tangentielle Systemsteifigkeitsmatrix neu aufgestellt als auch zusätzlich ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung des Verschiebungszuwachsvektors gelöst werden muß, wird häufig ein einfacheres Verfahren, die "modifizierte NEWTON-RAPHSON-Methode", eingesetzt. Hier wird die Steifigkeit nur beim Übergang auf die nächste Laststufe angepaßt. In den dazwischen geschalteten Iterationen wird eine konstante Steifigkeit verwendet /2.7, 2.23/.



### 2.3 Stand der Technik bei FE-Programmen

Weltweit sind Schätzungen zufolge etwa 1000 Finite-Elemente-Programme entstanden /2.24/. Für die industrielle Praxis haben jedoch nur wenige davon Bedeutung erlangt. Dies sind neben einigen hochspezialisierten Programmen vor allem Universalprogramme, die ein weites Anwendungsfeld abdecken und deren Wartung sowie Weiterentwicklung durch Softwarefirmen abgesichert ist /2.24/.

Der Entwicklungsstand dieser "general purpose"-Systeme ist sehr hoch. Sie ermöglichen sowohl lineare als auch nichtlineare statische und dynamische Strukturanalysen. Ebenfalls ist die Berechnung von linearen oder nichtlinearen Stabilitätsproblemen (Beulen und Nachbeulen) möglich. Modalanalysen zur Bestimmung der Eigenfrequenzen und Eigenformen gehören genauso zum Leistungsumfang wie thermische und thermomechanische Berechnungen und die Behandlung von Akustikproblemen.

Die Programme zeichnen sich durch eine große Bibliothek von meist ca. 80 bis 100 Standard- und Spezialelementen aus (z.B. Stäbe, Balken, Platten, Scheiben, Schalen, rotations-symmetrische Ringelemente, Volumenelemente). Weiterhin kann der Anwender in der Regel neben der linearen Elastizität auf eine Sammlung von Materialgesetzen zurückgreifen, wie beispielsweise Modelle für ideal-plastisches Verhalten mit oder ohne Verfestigung, Kriechgesetze und hyperelastische Ansätze. Leider fehlen in den Programmen geeignete Werkstoffgesetze zur Beschreibung des nichtlinear-viskoelastischen Verhaltens von Thermoplasten unter mehrdimensionaler Beanspruchung. Wegen der sehr unterschiedlichen Materialeigenschaften der in der Praxis eingesetzten Werkstoffe (Metalle, Thermoplaste, Elastomere, geschäumte Kunststoffe, Dichtmaterialien für Flansche usw.) wird aber in sogenannten "offenen" Programmen die Möglichkeit geboten, speziell an die eigenen Wünsche angepaßte Werkstoffmodelle in Form von Unterprogrammen in den Lösungsalgorithmus einzubinden. Auf diese Art wurde auch das am IKV entwickelte Deformationsmodell in ein Finite-Elemente-Programm integriert /1.6, 1.38/. Für die Verallgemeinerung der eindimensionalen Werkstoffgesetze auf räumliche Beanspruchungsfälle wird die (phänomenologische) Theorie des Plastischen Potentials verwendet, meistens mit dem Zylinderpotential nach von MISES (1928) /2.25/ oder für anisotrope Materialien nach dem HILLschen Ansatz /2.26/.

Die umfangreiche Kontrolle der Eingabedatensätze, Neustart-Optionen, interne Bandweitenoptimierung und automatische Schrittweitenkontrolle bei nichtlinearen Analysen dienen dem Komfort bzw. der Rechengeschwindigkeit sowie der numerischen Stabilität und sind in allen bedeutenden Programmen selbstverständlich. Bei mechanischen Untersuchungen können entweder Kräfte, Verformungen oder kinematische Randbedingungen (multi point constraints) vorgegeben werden.

Für die Simulation des Kontakts der FE-Struktur mit einem zweiten Körper oder mit sich selbst stehen leistungsfähige Kontaktalgorithmen zur Verfügung, idealerweise ohne zusätzlich einzufügende Kontaktelemente. Dabei kann Reibung berücksichtigt werden.



Die Programme sind hinsichtlich der Größe der FE-Modelle generell nicht beschränkt. Grenzen ergeben sich nur durch die zur Verfügung stehende Hardware. Kleinere Strukturen mit weniger als 5.000 Unbekannten (z.B. 2D-Probleme) werden auf nicht zu knapp ausgelegten Arbeitsplatzrechnern (Workstations) bearbeitet. Bei linearen Rechnungen mittlerer Größe mit 10.000 bis 20.000 Freiheitsgraden (z.B. hochverrippte Kupplungspedalgeometrie aus Kunststoff) ist die Möglichkeit der Auslagerung auf Großrechner eine sinnvolle Ergänzung, bei nichtlinearen Problemstellungen dieser Größenordnung (z.B. Motorlager aus Elastomer mit großen Verformungen) unumgänglich. Bei Analysen mit mehr als 100.000 Unbekannten (z.B. Fahrzeugkarosserien) muß in jedem Fall auf Supercomputer übergegangen werden. Für die Flexibilität des Anwenders ist es daher sinnvoll, ein- und dasselbe FE-System auf Workstation, Großrechner und Supercomputer zur Verfügung zu haben.

#### 2.4 Entwicklungstendenzen

Zur Zeit sind allgemeine Tendenzen bei der Entwicklung von FE-Programmen zu verzeichnen, die einerseits darauf zielen, daß der Anwender bei der Strukturaufbereitung und -optimierung stärker unterstützt und andererseits die Ergebniszuverlässigkeit gesteigert wird /2.27/.

So werden die Programme effizienter als bisher in die übrige CAD/CAE-Umgebung eingebunden. Ziel ist es, stets von einem geometrischen Modell im CAD-System auszugehen (Mastermodell) und nach der FE-Analyse eine Rückkopplung der Rechenergebnisse in das CAD-System sicherzustellen /2.28, 2.29/. Um alternative Konstruktionsvarianten leichter berechnen zu können, werden die Lasten und physikalischen Randbedingungen unabhängig von der FE-Struktur am CAD-Geometriemodell definiert und dann selbständig auf das Netz übertragen. CAD-Makroprogramme zur automatischen Erstellung von FE-Netzen für immer wiederkehrende ähnliche Geometrien sind ohne weiteres möglich (vgl. Kap. 8). Der Konstrukteur in einer Berechnungsabteilung wird meist mit einer Vielzahl von CAD-Geometrien und FE-Strukturen konfrontiert, die er in sein System transferieren muß. Dazu werden neutrale Schnittstellen, wie IGES und VDAFS verwendet. Im Bereich der Finite-Elemente-Anwendungen wird an einer eigenen Schnittstellendefinition gearbeitet (FEDIS) /2.30/.

Die Lösungsqualität wird in einigen Programmen dadurch verbessert, daß das FE-Netz anhand eines ersten Berechnungslaufs an Stellen mit hohen Gradienten der Ergebnisgrößen (Spannungen, Dehnungen) automatisch verfeinert wird (adaptive Netzverfeinerung) /2.31/. Dazu werden geeignete Fehlerindikatoren auf der Basis von Spannungsdifferenzen an den Knoten oder Elementverzerrungsenergien benutzt /2.32/. So werden ohne zeitintensive manuelle Netzkorrekturen die Rechenergebnisse qualitativ und quantitativ besser.

Neben der Genauigkeitssteigerung der Resultate durch globale oder lokale Erhöhung der Netzfeinheit bei Elementen mit niedriger Ordnung der Formfunktion vom Grad eins oder



zwei (klassische Vorgehensweise, sog. h-Version<sup>1</sup>) besteht prinzipiell auch die Möglichkeit, durch sukzessive Vergrößerung des Polynomgrades der Ansatzfunktionen der einzelnen Elemente zu verbesserten Resultaten zu gelangen, ohne das Netz aufwendig neu strukturieren zu müssen (sog. p-Version<sup>2</sup>). Die Konvergenzraten und die numerische Stabilität sind bei dieser Vorgehensweise sehr gut, und an die Gestalt der Elemente werden wesentlich geringere Anforderungen gestellt als bei Verwendung von Formfunktionen niedriger Ordnung. Erste kommerzielle Programme mit dieser Philosophie werden angeboten /2.33/.

Bei einigen FE-Systemen besteht bereits die Möglichkeit der Behandlung gewisser Optimierungsprobleme (Redesign-Algorithmen /z.B. 2.34/, vgl. Kap. 8). Die meisten Programme sind allerdings auf die Optimierung attributiver Strukturvariablen (z.B. Wanddicken) beschränkt. Die Gestalt- oder Formoptimierung ist erst in begrenztem Rahmen möglich und ein aktuelles Entwicklungsfeld. Der Anwender eines Optimierungsmoduls definiert Design-Variablen sowie Restriktionen, das Programm ermittelt automatisch eine günstigere Wanddicke oder Kontur.

Für Anwendungen im Bereich der Kunststofftechnik kommen vor allem FE-Programmsysteme in Frage, welche das stark nichtlineare Materialverhalten, die zum Teil großen Verformungen und Verzerrungen sowie die Materialanisotropien erfassen können. Eine tabellarische Übersicht über eine Reihe von verschiedenen Programmpaketen ist beispielsweise bei /1.25/ zu finden. In /2.24, 2.35/ werden ebenfalls einige für die Kunststofftechnik geeignete Programmsysteme genannt.

Aufgrund der Leistungssteigerung der Personal Computer werden zur Zeit viele kleinere und mittlere FE-Programme auf diese Rechnerklasse portiert. Dies ist im Hinblick auf die breite Einführung der Finite-Elemente-Methode in die mittelständische Industrie sehr begrüßenswert.

Am Institut für Kunststoffverarbeitung wird das besonders für nichtlineare Berechnungen geeignete FE-Universalprogramm ABAQUS /2.36/ eingesetzt, mit dem die nachfolgend beschriebenen strukturmechanischen und thermischen Berechnungen durchgeführt wurden. Das Pre- und Postprocessing erfolgte mit dem CAE-Programmpaket I-DEAS /2.37, 2.38/.

---

1 Der Begriff resultiert aus der Bezeichnung der mittleren Elementgröße mit  $h$ .

2 Der Name leitet sich aus der Veränderung des Polynomgrades ab.



### 3. FASERORIENTIERUNGEN IN SPRITZGUSSFORMTEILEN

Durch Faserverstärkung erhält man Kunststoffe mit hervorragenden mechanischen Eigenschaften /3.1-3.7/. Die heute verfügbaren kurzglasfaserverstärkten Thermoplaste sind leistungsfähige "technische Kunststoffe" mit hohem Steifigkeits- und Festigkeitsniveau /3.8/. Die Länge der Verstärkungsfasern ist meistens kleiner als der Granulatdurchmesser (z.B.  $l_f = 0,05 - 0,3$  mm). Es gibt aber daneben Werkstoffe mit stäbchenartiger Granulatform und Faserlängen von 10 mm und mehr. Allerdings wird die Faserlänge auch bei diesen Werkstofftypen je nach Verarbeitungsbedingungen mehr oder weniger stark abgebaut, so daß im fertigen Formteil ebenfalls relativ kurze Fasern von 0,1 bis 3,0 mm vorliegen /3.9/. In Formteilen, die aus solchen Materialien im Spritzgießverfahren hergestellt werden, sind fast immer von Ort zu Ort abweichende Faserhauptorientierungsrichtungen zu beobachten (Inhomogenität und Anisotropie). Mechanisch belastete Formteile weisen nur in den seltensten Fällen gleichmäßige Beanspruchungen auf. Meistens herrschen in ihnen räumliche Spannungs- und Deformationszustände. Gelingt es, zumindest in den hochbeanspruchten Bereichen die Vorzugsrichtungen der Kurzglasfasern nahezu parallel zu den maximalen Hauptnormalspannungen zu legen, führt dies zu einer stark verbesserten Ausnutzung des Werkstoffpotentials /3.10-3.12/. Gezielte Anisotropie ist in der Natur ein weitverbreitetes, durchgängiges Bauprinzip /3.13/.

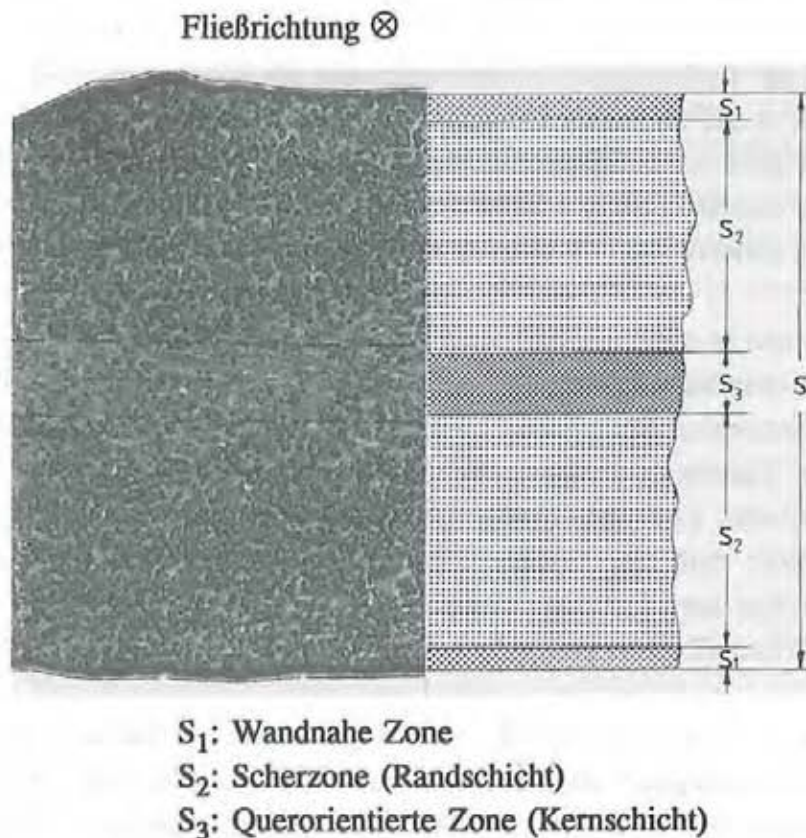
Die Berücksichtigung der Materialanisotropie und -inhomogenität steigert zwar den Rechenaufwand erheblich, eröffnet aber, wie angedeutet, prinzipiell die Möglichkeit, über die Bauteilgeometrie und einen entsprechend angepaßten Werkzeugfüllvorgang die lokalen und/oder gesamten Material- bzw. Formteileigenschaften auf den Anwendungszweck hin abzustimmen. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Beeinflussung des Schwindungs- und Verzugverhaltens nach dem Entformen des noch nicht völlig abgekühlten Kunststoffteils. Die richtige Nutzung der guten mechanischen Eigenschaften kurzglasfaserverstärkter Thermoplaste sowie die Verbesserung des Schwindungs- und Verzugverhaltens setzen allerdings detaillierte Kenntnisse über die werkstoff- und prozeßbedingten richtungs- und ortsabhängigen Struktureigenschaften voraus. Dabei ist die Vorhersage der Faserorientierungen im Fertigteile von Ausschlag gebender Bedeutung bei der Analyse des mechanischen und thermomechanischen Formteilverhaltens.

Die Berechnung der Faserausrichtung in realen Formteilen, die Ermittlung der anisotropen Werkstoffeigenschaften des Faser-Matrix-Verbundes und die Weiterverarbeitung dieser Daten in einer mechanischen Berechnung kann sinnvoll nur computergestützt erfolgen. Im weiteren werden daher für kurzfaserverstärkte Thermoplastformteile ein geschlossenes Berechnungskonzept und entsprechende Programme vorgestellt. Die Vorgehensweise wird anhand verschiedener Beispiele auf ihre Aussagefähigkeit hin überprüft.



### 3.1 Faserorientierung und Schichtstruktur

Üblicherweise bildet sich bei der Herstellung der Formteile über deren Querschnitte eine Schichtstruktur aus (Bild 3.1). Im wesentlichen lassen sich zwei sehr schmale wandnahe Zonen mit regellosen Faserorientierungen, zwei Scherzonen (sog. Randschichten) mit ausgeprägter Ausrichtung der Fasern in Fließrichtung und eine Kernschicht mit hauptsächlich quer zur Strömungsrichtung orientierten Fasern ausmachen. Dies wurde bereits vielfach belegt /z.B. 1.49-1.51, 3.14-3.23/.



**Bild 3.1:** Schichtstruktur in kurzglasfaserverstärkten Thermoplastformteilen

**Fig. 3.1:** Layer structure in short-glass fibre reinforced thermoplastic components

Die Dicke und die Ausprägung der einzelnen Schichten hängen von der Formteilgeometrie, Art und Lage des Anschnitts, den Verarbeitungsbedingungen und den Werkstoffeigenschaften ab /1.49, 1.50, 3.18, 3.19/. Ihre Entstehung ist auf die Deformation der Schmelze beim Durchströmen der Kavität zurückzuführen und läßt sich durch zwei wesentliche Mechanismen erklären:

Aufgrund der strukturviskosen Eigenschaften und der Wandhaftung einer Thermoplastschmelze bildet sich ein Geschwindigkeitsprofil über dem Fließquerschnitt aus, das durch hohe Schergeschwindigkeiten in den Randschichten und sehr geringe Scherdeformationen im Kernbereich gekennzeichnet ist. Die starken Scherungen in den Randschichten sind die Ursache für die dort zu beobachtende Ausrichtung der Fasern in Strömungsrichtung.



In divergenten, beispielsweise angußnahen, Strömungsbereichen treten zusätzlich durch die Vergrößerung der von einer Schmelzefront durchströmten Querschnittsflächen Dehndeformationen auf. Dieser Effekt dominiert wegen der fehlenden Scherkräfte im Querschnittskern, so daß die Fasern dort hauptsächlich in der durch die starken Dehndeformationen in Angußnähe hervorgerufenen Ausrichtung quer zur Fließrichtung verharren, solange kein geometriebedingtes konvergentes Strömungsfeld vorliegt.

### 3.2 Simulation der Faserorientierung

Da es sich bei der Füllung einer Werkzeugkavität um einen instationären Prozeß handelt, werden die sich in der Schmelze einstellenden Faserorientierungen durch das Druck- bzw. Geschwindigkeitsfeld in Abhängigkeit von Ort und Zeit beeinflusst. Somit ist die Fließgeschichte für die Anordnung der Fasern im fertigen Formteil ausschlaggebend. Dies muß in einem orts- und zeitdiskreten Faserorientierungsalgorithmus berücksichtigt werden.

Die im Experiment in den meisten Fällen beobachtete Schichtstruktur und die in der Regel zu den Formteiloberflächen parallele Ausrichtung der Fasern rechtfertigt in guter Näherung einen zweidimensionalen Berechnungsansatz sowie die getrennte, voneinander unabhängige Ermittlung der Faserorientierungen für die beiden Randschichten und die dazwischen liegende Kernschicht. Eine theoretische Ermittlung der Schichtdicken ist zur Zeit noch nicht möglich. Vielmehr muß hier hinsichtlich mechanischer Formteilmrechnungen auf experimentelle Ergebnisse zurückgegriffen werden. Gemessene Kernschichtdicken liegen bei etwa 0 - 30 % der Formteilmwanddicke /z.B. 1.49-1.51, 3.22, 3.23/.

Die Grundlagen des am IKV entwickelten Programms zur Berechnung der Faserhauptorientierungen in kurzglasfaserverstärkten Spritzgußbauteilen sind von WÖLFEL /1.50/ erarbeitet worden. Die in /1.50/ beschriebene Vorgehensweise zur Ermittlung der Faserorientierungen in der Kernschicht basiert auf einem Fasertransport- und einem zusätzlich überlagerten Faserdrehalgorithmus, in den laterale Geschwindigkeitsunterschiede eingehen. Die Orientierungen in den Randschichten wurden in /1.50/ allein mit dem Fasertransportalgorithmus berechnet, also unter Vernachlässigung der Faserausrichtung durch Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Formteiloberfläche (Scherung).

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Vergleiche zwischen experimentellen Befunden und Ergebnissen, die durch Simulation gewonnen wurden, zeigten, daß vor allem durch die Vernachlässigung der Schereffekte und der Fließgeschichte keine befriedigenden Ergebnisse erhalten werden. Daher wurden die Algorithmen zur Faserorientierungsberechnung überprüft und gegenüber /1.50/ in verschiedenen Punkten verbessert. Dies sind:

- ▶ die Integration der Algorithmen in ein weiterentwickeltes Füllsimulationsprogramm, das nach der Kontrollvolumenmethode arbeitet,

- ▶ die Erfassung der Faserausrichtung durch Scherung in den dominierenden Randschichten mittels eines phänomenologischen Ansatzes,
- ▶ die Berücksichtigung stagnierender Faserausrichtung in Bereichen, die kaum noch durchströmt werden und
- ▶ die vollständige Berücksichtigung der Fließgeschichte durch die Möglichkeit der instationären Berechnung mittels beliebig feiner Zwischenstufen.

### 3.2.1 Formfüllvorgang

Die Basis für jede Faserorientierungsberechnung sind die Ergebnisse einer Füllsimulation in Form der örtlichen und zeitlichen Druck- bzw. Geschwindigkeitsfelder. Während die Berechnungen von /1.50/ auf der sogenannten Füllbildmethode nach SCHÜRMAN, LICHUIS, BANGERT und SCHACHT /3.24-3.27/ aufbauen, stützt sich der jetzige Faserorientierungsalgorithmus /3.28/ auf eine Füllsimulation nach der Finite-Elemente-Methode /3.29-3.31/. Ausgehend von der Differentialgleichung für die Druckverteilung in einer HELE-SHAW-Strömung /3.29-3.31/:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( s \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( s \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.1)$$

mit:

$$s = 2 \int_0^{H/2} \frac{(z - H/2)^2}{\eta} dz \quad (3.2)$$

p: Druck;            S: Fluidität  
h: Kanalhöhe;      η: Scherviskosität

wird mittels einer "schwachen Integraldarstellung" und dem GALERKINSchen Verfahren /2.7/ ein algebraisches Gleichungssystem für die Drücke an den Knoten der Finiten Elemente abgeleitet. Dabei wird eine lineare Formfunktion für die Druckverteilung in den Elementen verwendet. Die Knotendrucke werden als primäre Unbekannte angesehen. Wegen der bei Spritzgußteilen vorliegenden geringen Wanddicken sind die FE-Strukturen aus einfachen dreiknötigen Dreieckschalenelementen zusammengesetzt. Die Wanddicke ist ein Attribut der Elemente. Aus der Lösung für das Druckfeld lassen sich durch Auswerten der Knotendrucke die Geschwindigkeiten in den Elementen ermitteln. Das Vorschieben der Schmelze an der Fließfront erfolgt nach der Kontrollvolumenmethode /3.29/.

Der Vorteil dieses Ansatzes gegenüber der Füllbildmethode ist, daß der Druck und die Geschwindigkeit in jedem Punkt der Schmelze auf den Erhaltungsgleichungen für Impuls und Masse errechnet werden. Die Kontinuitätsbedingung wird somit zu jedem Zeitpunkt (im Mittel über den Querschnitten) erfüllt. Dies führt zu verbesserten Ergebnissen bzgl. des



Strömungsfeldes und Fließfrontverlaufs /3.30/. Das Füllsimulationsprogramm CADMOULD /3.32/ arbeitet daher nach diesem Verfahren.

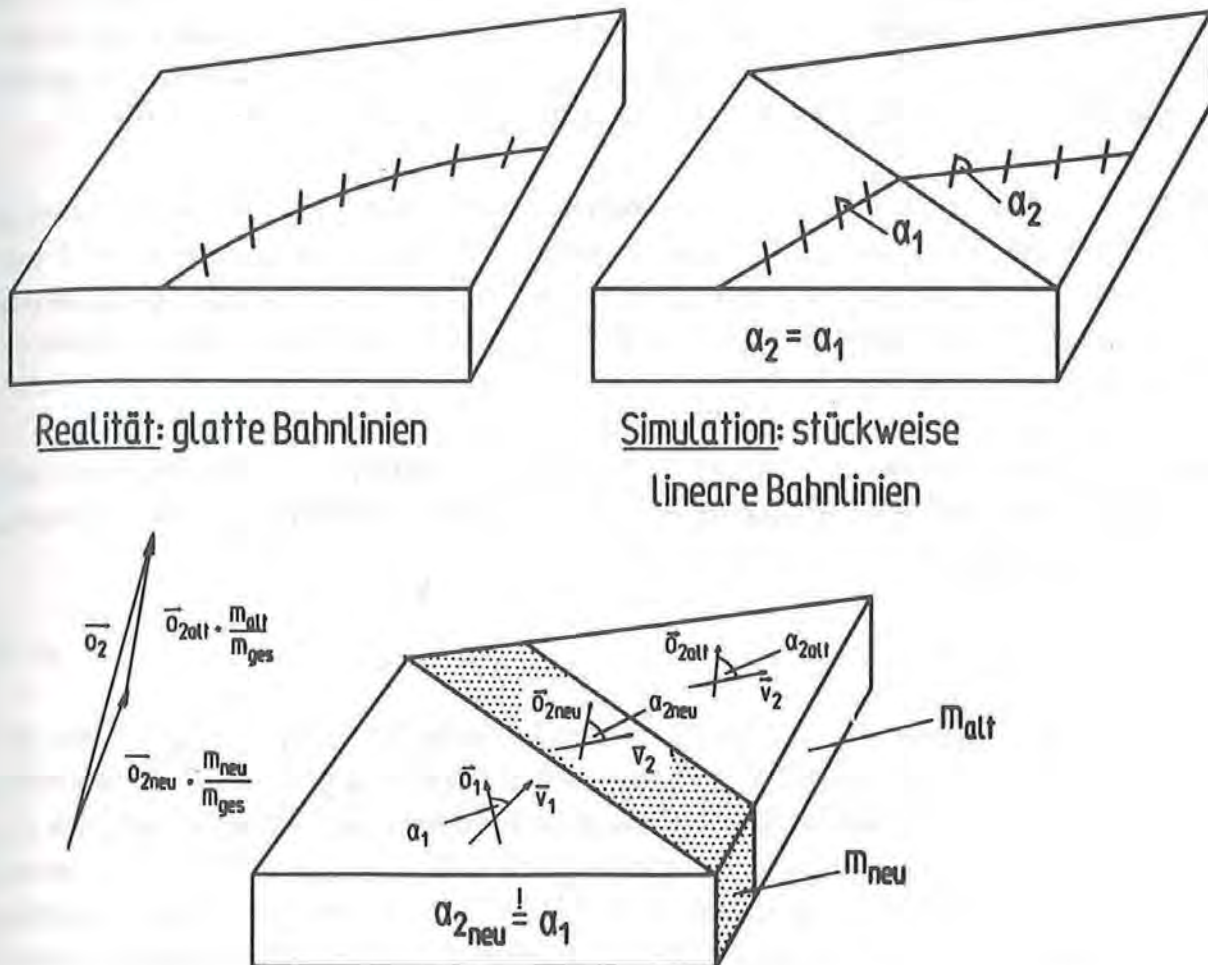
Unter der Voraussetzung eines NEWTONschen Ansatzes zur Beschreibung der Viskosität, einer isothermen und isotropen Schmelze und unter Verwendung der Grundlagen von /1.50/ hat AENGENHEYSER /3.28/ ein Faserorientierungsprogramm entwickelt, das direkt an MEFISTO /3.33/ angekoppelt ist (MEFIBO /3.34/). Da in der Füllsimulation beim Vorschieben der Schmelze nach jedem Zeitschritt der Druck in allen zwischen Fließfront und Anguß liegenden Knoten bekannt ist, besteht hier die Möglichkeit, die Fließgeschichte durch die automatische oder manuell gesteuerte Berechnung vieler Zwischenzustände beliebig fein in die Ermittlung der endgültigen Faserlagen eingehen zu lassen (instationäre Berechnung). In /1.50/ wurden wegen der damals begrenzten Rechnerkapazität und der fehlenden direkten Ankopplung an CADMOULD stationäre Berechnungen mit sogenannten "charakteristischen Druckbildern" durchgeführt.

### 3.2.2 Fasertransport /1.50/

Das Vorschieben der Fasern mit der Schmelze während der Füllung der Kavität wird durch einen Transportalgorithmus erfaßt. Für einen diskreten Rechenschritt liegt in jedem Element zwischen Angußpunkt und Schmelzefront sowohl ein Geschwindigkeits- als auch ein Orientierungsvektor vor. Letzterer repräsentiert die Faserhauptideorientierung im betrachteten Element. Die Geschwindigkeits- und Orientierungsvektoren schließen jeweils einen Winkel ein. Während der Füllsimulation wird - in Abhängigkeit von den Elementgeschwindigkeiten - ein Überströmen von Schmelzemasse über die Elementkanten in die jeweiligen Nachbar-elemente angenommen. Die Orientierungsvektoren der neu einströmenden Masseanteile in diese Nachbar-elemente werden unter der Voraussetzung bestimmt, daß die Winkel zwischen den Orientierungs- und Geschwindigkeitsvektoren für die überströmende Masse erhalten bleiben. Dadurch wird der Fasertransport entlang einer Bahnlinie ohne die relative Drehung der Faser gegenüber dieser Bahnlinie simuliert. Der reale, glatte Bahnlinienverlauf wird mittels der elementdiskreten Geschwindigkeiten natürlich nur näherungsweise nachgebildet (Bild 3.2).

In den Elementen, in die Schmelze mit neuer Orientierung eingeströmt ist, liegen also gedanklich zunächst zwei Orientierungsrichtungen vor: diejenige der eingeströmten und jene der verbliebenen Schmelze. Die neue, vorläufige Hauptideorientierung ergibt sich durch eine gewichtete vektorielle Addition der beiden Orientierungsanteile. Die Wichtung erfolgt über die Volumenfraktionen der neu eingeströmten bzw. verbliebenen alten Masse (Bild 3.2).

Die Zeitschrittweite für den Fasertransport wird so kontrolliert, daß in einem Rechenschritt nur etwa 10 - 20 % des Elementvolumens ausgetauscht werden. Als Startbedingung wird davon ausgegangen, daß in den Elementen, welche einen Anguß enthalten, die Fasern parallel zum Geschwindigkeitsvektor ausgerichtet sind. Durch die stark konvergente Strö-



**Bild 3.2:** Fasertransport und Orientierungsmittelung /1.50/  
**Fig. 3.2:** Fibre transport and orientation averaging

mung beim Eintritt in den Anguß ist diese Annahme sinnvoll. Bereiche, die durch das Voranschreiten der Fließfront erstmalig gefüllt werden, erhalten die Orientierung der speisenden Elemente.

### 3.2.3 Faserorientierung in den Randschichten

Die Berechnung der Faserorientierungen in den Randschichten wurde von /1.50/ allein mit Hilfe des Transportalgorithmus vorgenommen. Die durch das laterale Geschwindigkeitsfeld induzierte Faserrotation in Ebenen parallel zur Formteiloberfläche wurde aufgrund der dominierenden Schereffekte als vernachlässigbar angesehen. Die ausrichtende Wirkung der Schereffekte wurde allerdings ebenfalls nicht berücksichtigt. Verschiedene neue Untersuchungen machen deutlich, daß bei diesem Ansatz die Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentellen Faserorientierungen in einigen, selbst einfachen Formteilen zum Teil noch recht groß sind /3.22, 3.23/.



Insbesondere die Effekte der in vielen Zwischenfüllständen berücksichtigten Fließgeschichte zeigen, daß in der Ermittlung der Faserorientierung für die Randschichten durch den Transportalgorithmus allein keine befriedigende Lösung zu sehen ist. Hinzu kommt eine große Abhängigkeit der Rechenergebnisse von dem verwendeten FE-Netz /3.22/.

Bei ausschließlicher Verwendung des Transportalgorithmus drehen Fasern, die einmal eine Winkellage zum Geschwindigkeitsvektor eingenommen haben (in Ebenen parallel zur Formteilerfläche), auch bei sehr langen Fließwegen nicht in die Strömungsrichtung, so wie es experimentell beobachtet wird und durch die ausrichtende Wirkung der starken Scherungen in Wandnähe erklärt werden kann.

Daher wurde nun ein einfacher Ansatz in den Randschichtalgorithmus implementiert, bei dem die Rotationsgeschwindigkeit der Fasern proportional zu dem Winkel zwischen Faserlage und Geschwindigkeitsvektor ist /3.38/:

$$\dot{\phi} = K_D \Delta\phi \quad (3.3)$$

Dadurch werden Fasern mit einer von Null verschiedenen Winkellage bezüglich des Geschwindigkeitsvektors entsprechend der experimentellen Erfahrung allmählich in Richtung dieser Geschwindigkeit gedreht. Dieser phänomenologische Ansatz erfordert natürlich die Anpassung des Faktors  $K_D$  durch den Vergleich von Simulationsergebnissen und Meßwerten anhand einfacher Formteile. Er nimmt nach bisherigen Erfahrungen Werte zwischen  $K_D = 10$  bis  $20 \text{ s}^{-1}$  an, da sich die Faserorientierungen stark an das Geschwindigkeitsrichtungsfeld anlehnen /3.22, 3.23, 3.38/.

Die Berechnung der Faserdrehung erfolgt unmittelbar nach dem Transportschritt. Durch eine zusätzliche Zeitschrittweitensteuerung wird gewährleistet, daß die in einem Rechenschritt überbrückten Drehwinkel nicht mehr als drei Grad betragen und so die Drehgeschwindigkeit  $\dot{\phi}$  sukzessive an die aktuelle Winkeldifferenz  $\Delta\phi$  angepaßt wird.

### 3.2.4 Faserorientierung in der Kernschicht

Die Faserausrichtung in der Kernschicht wird ebenfalls durch das Zusammenwirken von Fasertransport und Faserdrehung bestimmt. Die Faserrotation wird hier allerdings wegen der vernachlässigbaren Schereffekte durch das laterale Geschwindigkeitsfeld bestimmt. Dem Rotationsalgorithmus /1.50, 3.28/ liegen die Beziehungen von JEFFERY (1922) /3.39/ für die Drehung eines starren Rotationsellipsoids in einer laminaren Strömung zugrunde, die von GIVLER, CROCHET und PIPES /3.40/ für zweidimensionale Strömungsfelder vereinfacht wurden:



$$\dot{\phi} = \psi + B \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cos(2\phi) - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sin(2\phi) \right] \quad (3.4)$$

mit:

$$\psi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \text{"Rotation der Strömung"} \quad (3.5)$$

und:

$$B = (r_p^2 - 1) / (r_p^2 + 1) ; \quad r_p = \frac{1}{d} \quad (3.6)$$

Die Gleichungen (3.4) - (3.6) beschreiben die Winkelgeschwindigkeit einer Faser mit Hilfe der momentanen Lage des Partikels unter der Einwirkung des aktuellen Geschwindigkeitsfeldes. Der Faktor B in Gleichung (3.4) läßt sich aus dem Achsenverhältnis der Fasern  $r_p = 1/d$  ermitteln und kann für die praktisch vorkommenden (schlanken) Fasergeometrien ( $1/d \geq 10$ ) in guter Näherung zu eins gesetzt werden /3.41/. Zur Ableitung der Gleichung (3.4) wurden von /3.39/ die folgenden vereinfachenden Voraussetzungen getroffen:

- ▶ Es handelt sich um ein inkompressibles Fluid mit isotropem Fließverhalten.
- ▶ Die Viskosität kann nach dem NEWTONschen Ansatz beschrieben werden.
- ▶ Die Strömung ist laminar und isotherm.
- ▶ Die Strömung ist homogen, d.h. die Geschwindigkeitsgradienten variieren im Bereich der Partikel nicht.
- ▶ Das Strömungsfeld wird von dem Partikel nicht beeinflusst.
- ▶ Faser/Faser-Wechselwirkungen werden nicht einbezogen.
- ▶ Die Reibung an der Oberfläche des Partikels wird vernachlässigt.
- ▶ Auftriebs- und Trägheitskräfte werden nicht berücksichtigt.

Bei der Integration von Gleichung (3.4) sorgt analog zum Randschichtalgorithmus eine zusätzliche Zeitschrittsteuerung dafür, daß die Drehwinkel  $\Delta\phi$  pro Rechenschritt nicht mehr als drei Grad betragen, damit  $\dot{\phi}$  stets aktuell in Abhängigkeit der momentanen Faserlage errechnet wird.

Es ist offensichtlich, daß für eine gute Prognose der Faserdrehung die lateralen Geschwindigkeitsgradienten möglichst genau vorliegen müssen. Darauf wird auch in /1.50/ hingewiesen. Doch aufgrund der linearen Formfunktionen für den Druckverlauf in einem Finiten Element folgen durch Differentiation jeweils konstante Elementgeschwindigkeiten, so daß keine weiteren Ableitungen existieren. Diese lassen sich daher nur näherungsweise ermitteln. Dazu können unterschiedliche Verfahren herangezogen werden /1.50, 3.28, 3.42/.

Beispielsweise besteht eine Möglichkeit darin, die um einen Knoten herum errechneten Elementgeschwindigkeiten zu mitteln und auf diesen Knoten zu übertragen. Dabei werden die Geschwindigkeiten mit den durch die Elementkanten eingeschlossenen Winkeln gewichtet. Aus den so erhaltenen Knotengeschwindigkeiten lassen sich durch Differenzenbildung nachfolgend leicht die gewünschten Geschwindigkeitsgradienten bilden (Verfahren der



mittleren Knotengeschwindigkeiten). Diese Vorgehensweise wurde auch von /1.50/ benutzt, dort aber als weniger empfehlenswert bewertet.

Daher wurde in /3.28/ ein Verfahren von /3.42/ adaptiert, welches mittels eines Finite-Elemente-Algorithmus nicht-iterativ und geschlossen aus dem gegebenen Druckfeld ein geglättetes Geschwindigkeitsfeld sowie die entsprechenden Gradienten berechnet (Glättungsverfahren). Vergleichende Rechnungen zwischen dem alten und neuen Verfahren zeigten jedoch keine gravierenden Änderungen des Orientierungsbildes /3.22, 3.23, 3.28/. Vielmehr treten zum Teil schon in einfachen Strömungsfeldern größere Unstetigkeiten der Faserwinkelage in direkt benachbarten Elementen auf /3.23/. Das Verfahren ist außerdem abhängig von dem Drehsinn der Elementknoten und führt daher bei praktischen, d.h. komplizierteren Formteilen bei Unachtsamkeiten seitens des Anwenders schnell zu Fehlern. Aus diesen Gründen wird weiterhin das Verfahren der mittleren Knotengeschwindigkeiten eingesetzt.

### 3.2.5 Berechnungsablauf und Zeitintegration

Der Ablauf des Orientierungsberechnungsprogramms soll im folgenden kurz zusammengefaßt werden: Nachdem das Druckfeld vom Füllsimulationsprogramm MEFISTO für die aktuelle Fließfront ermittelt worden ist, werden von MEFIBO zunächst aus den Knotendrücker die Elementgeschwindigkeiten und die lateralen Geschwindigkeitsgradienten bestimmt.

Aufbauend auf dem zuletzt berechneten Orientierungszustand als Startbedingung werden im Berechnungsalgorithmus nicht einzelne Fasern in ihrem Verlauf verfolgt, sondern, wie oben erläutert, die Orientierungen über Elementkanten "weitergeschoben". Im Angußknoten wird von einer Ausrichtung der Fasern parallel zum Geschwindigkeitsvektor ausgegangen. Die Schrittweite für diesen Berechnungsschritt (Transportzeitschrittweite) beträgt etwa 1/3 der Zeitschrittweite zum Vorschieben der Fließfront (Kontrollvolumenschrittweite), die bei der Füllsimulation verwendet wird.

Nach der Fasertransportberechnung (für einen kleinen diskreten Zeitschritt) wird mittels der beiden oben beschriebenen Rotationsalgorithmen getrennt für Rand- und Kernschicht die Faserdrehung nachträglich überlagert. Zur genauen Integration der die Faserrotation beschreibenden Gleichungen wird die Transportzeitschrittweite erneut in feinere Abstände so unterteilt, daß pro Schritt die Faserdrehung nicht mehr als drei Grad beträgt (Rotationszeitschrittweite). Wenn mit diesen feinen Zeitinkrementen im Drehalgorithmus sukzessive die Zeitschrittweite des Transportalgorithmus erreicht worden ist, wird der nächste Transportschritt berechnet (Synchronisation der Faserorientierungsalgorithmen). Insgesamt werden so viele Transportzeitschritte durchlaufen, daß am Ende das Zeitinkrement des Kontrollvolumenschritts überbrückt ist (Synchronisation mit der Füllsimulation). Dann ist für den betrachteten Füllstand die Faserorientierungsberechnung abgeschlossen und wird erst bei einem nachfolgenden Füllstand wieder aufgenommen.



Aus Rechenzeitgründen kann die Faserorientierungsberechnung nicht beim Füllen eines jeden Kontrollvolumens mit dem jeweils aktuellen Druck- und Geschwindigkeitsfeld fortgesetzt werden (vollkommen instationäre Rechnung). Vielmehr wird in guter Näherung davon ausgegangen, daß sich das Geschwindigkeitsfeld über einige Kontrollvolumenschritte hinweg nicht stark verändert. Für die von mehreren Kontrollvolumenschritten überstrichene Zeitspanne wird also im Faserorientierungsalgorithmus das Druckfeld des zuletzt berechneten Kontrollvolumenschrittes zugrunde gelegt. Eine optionale automatische Zwischenschrittkontrolle führt je nach Komplexität der Geometrie ca. alle 6 bis 8 % des Formteilmolumens eine Faserorientierungsberechnung durch (angenähert instationäre Berechnung). Der Programm-anwender hat aber trotzdem interaktive Eingriffsmöglichkeiten und kann die Orientierungs-berechnungen auch gezielt feiner anordnen, um die Fließgeschichte in schwierigen Fällen adäquat zu berücksichtigen.

### 3.3 Berechnungsbeispiele

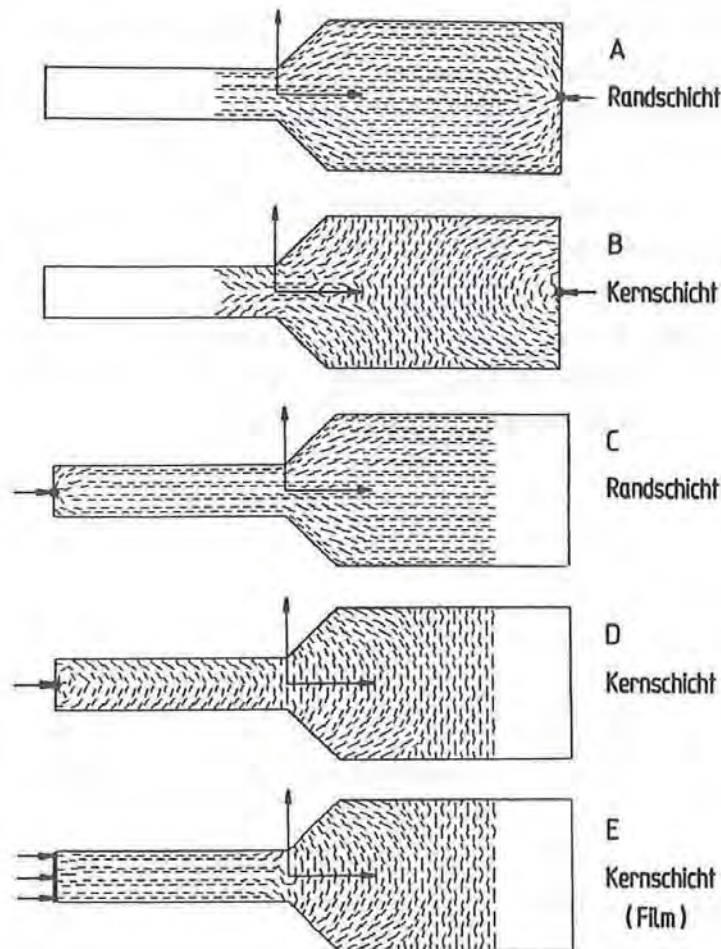
Um die Plausibilität und Brauchbarkeit der mit dem neu entwickelten Faserorientierungsprogramm MEFIBO errechneten Ergebnisse zu überprüfen, wurden zunächst Füllsimulationen für einige einfache Geometrien durchgeführt und die theoretischen Faserorientierungen punktuell mit experimentellen Daten verglichen.

#### 3.3.1 Testgeometrie für konvergente und divergente Strömung

Zur ersten Beurteilung der Orientierungssimulation wurde eine Platte mit einer konstanten Wanddicke von 3 mm und einem - je nach An-gußlage - entweder konvergenten oder divergenten Übergangsbereich betrachtet. In Bild 3.3 sind sowohl jeweils für einen Punktanguß am schmalen und breiten Ende als auch für einen Filmanguß am schmalen Ende die errechneten Orientierungsbilder wiedergegeben. Die Simulationen wurden alle mit automatischer Zwischenschrittkontrolle mit Schrittweiten von ca. 8 % des Formteilmolumens durchgeführt und berücksichtigen daher die Fließgeschichte recht genau (13 Zwischenfüllstände).

Die Randschichtorientierungen werden aufgrund des oben beschriebenen Drehalgorithmus (Gl. 3.3) sehr stark durch das Geschwindigkeitsrichtungsfeld beeinflusst und legen sich relativ schnell an die Bahnlinien an. Die Faserlagen in der Kernschicht reagieren dagegen sensibel auf laterale Geschwindigkeitsgradienten (Gl. 3.4) und liegen in weiten Formteilbereichen senkrecht zur Fließrichtung. Die schnelle Umorientierung der Kernschichtfasern durch ein divergentes Strömungsfeld ist insbesondere an den An-gußpunkten und bei der Kanalverbreiterung in Variante E zu erkennen. Solange keine konvergente Zone durchströmt wird, bleiben die Fasern in dieser Ausrichtung. Variante B zeigt aber deutlich, daß durch eine Verengung des Strömungskanals auch die Kernschichtfasern lokal in Strömungsrichtung orientiert werden können.



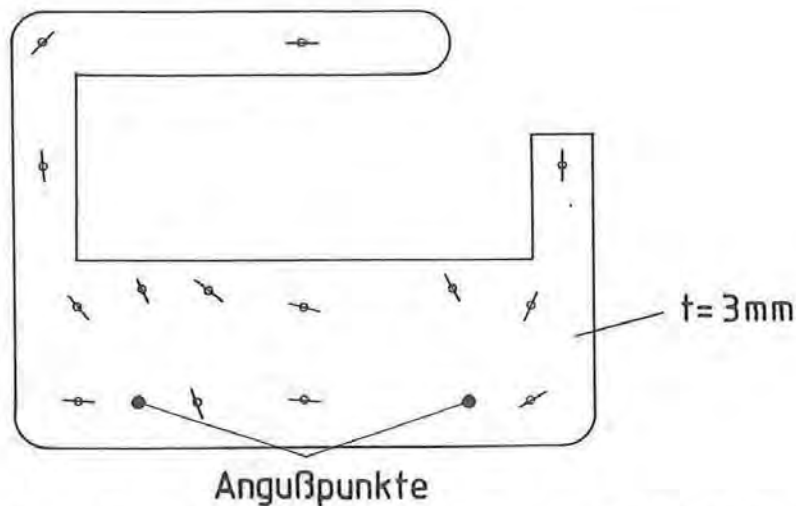


**Bild 3.3:** Berechnete Hauptfaserorientierung für eine Testgeometrie  
**Fig. 3.3:** Calculated main fibre orientation for a test geometry

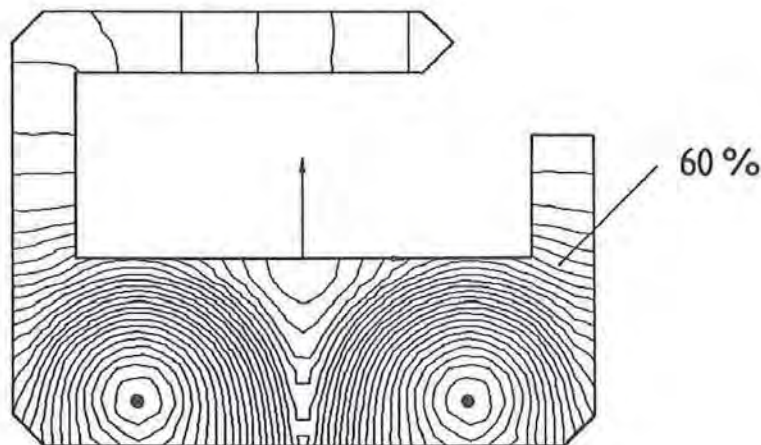
Die vorgestellten Ergebnisse stimmen gut mit theoretischen Überlegungen und mit Simulationsergebnissen von /3.35/ für eine ähnliche konvergente Geometrie überein und lassen das Rechenverfahren als prinzipiell brauchbar erscheinen.

### 3.3.2 Asymmetrisches Formteil mit Doppelpunktanguß

Der Einfluß der Fließgeschichte und die Wirkung des Drehalgorithmus für die Randschichtfasern sollen im folgenden anhand des in Bild 3.4 gezeigten Formteils aus Polyoxymethylen mit 25 % Masseanteil Kurzglasfasern (POM GF 25, Ultraform N 2200 G5) verdeutlicht werden. Es handelt sich um ein ebenes Versuchsformteil mit 3 mm Wanddicke und zweifachem Punktanguß. In der Formteilschizze sind die experimentell ermittelten Vorzugsrichtungen der Fasern eingetragen. Es sind die jeweils häufigsten Faserlagen der real gemessenen Faserwinkelverteilungsfunktionen. Dazu wurden aus dem Formteil mehrere Materialproben entnommen, mit den üblichen Verfahren geschliffen, poliert und lichtmikroskopisch mit einem Vergrößerungsfaktor von 50 bis 100 untersucht /3.23/.



**Bild 3.4:** Experimentell ermittelte Hauptfaserorientierung (POM GF 25) /3.23/  
**Fig. 3.4:** Experimentally determined main fibre orientation

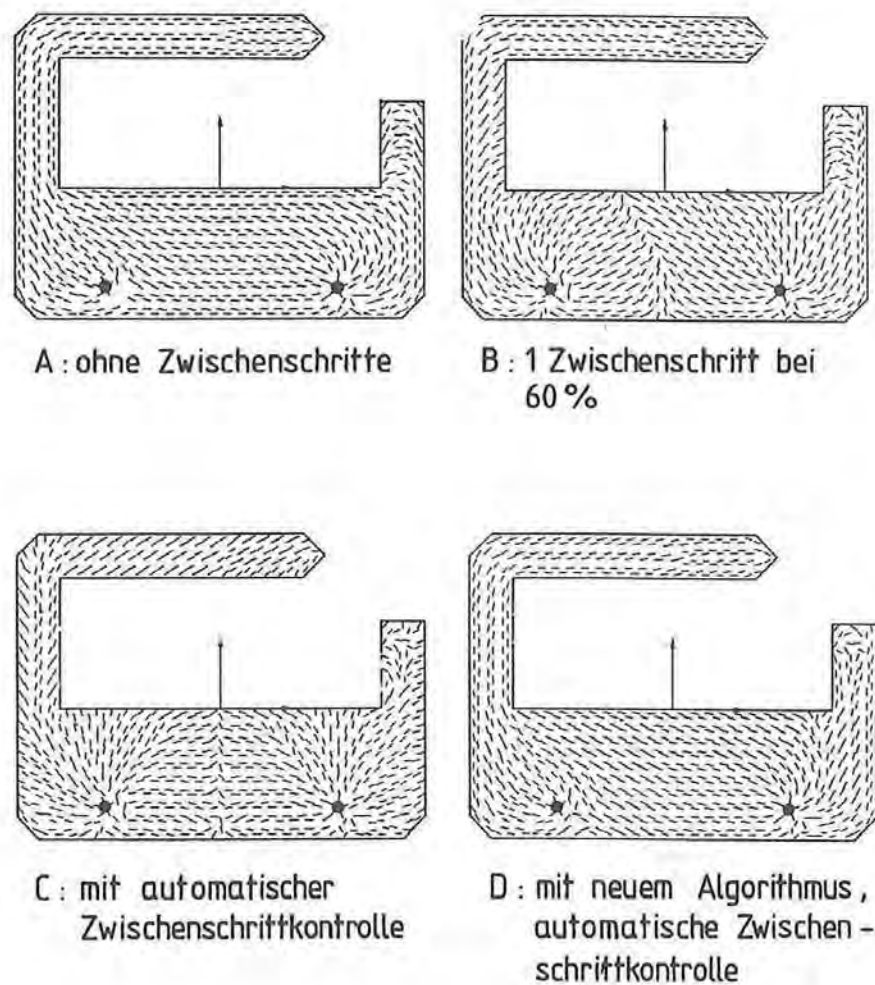


**Bild 3.5:** Berechnete Fließfrontverläufe  
**Fig. 3.5:** Calculated flow fronts

Die statistische Auswertung von ca. 500 bis 800 Fasern für jedes photographisch festgehaltene Schlibbild liefert die lokalen Winkelverteilungsfunktionen.

Das mittels MEFISTO errechnete Füllbild ist in Bild 3.5 wiedergegeben. Deutlich ist zu erkennen, wie sich das Material konzentrisch um die beiden Angußpunkte ausbreitet. In der Mitte zwischen den Angußpunkten bildet sich eine Bindenaht aus, die allerdings noch nachträglich durchströmt wird, da der rechte, kurze Steg zeitlich vor dem links angeordneten, langen Steg vollständig gefüllt ist /3.31, 3.43/. Nachfolgend werden verschiedene Varianten der Faserorientierungsberechnung für die Randschichten vorgestellt und mit dem gemessenen Orientierungsbild verglichen. Eine Kernschicht war in dem betrachteten Formteil kaum auszumachen und ist daher von untergeordneter Bedeutung. Bild 3.6 zeigt links oben das Ergebnis einer Simulation, die ohne Berücksichtigung der Fließgeschichte - d.h. stationär allein mit den Strömungsverhältnissen bei einem Füllstand von 100 % des Formteilvervolumens durchgeführt wurde (Variante A).





**Bild 3.6:** Simulation der Faserorientierung mit unterschiedlichen Algorithmen

**Fig. 3.6:** Simulation of the fibre orientation with different algorithms

Da die Winkellagen der Fasern in einem einzigen Schritt mit dem Geschwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt der (fast) vollständigen Füllung berechnet wurden, ist der Einfluß des Transportalgorithmus sehr gering, und man erhält ein Orientierungsbild, das größtenteils sehr ähnlich zu dem Geschwindigkeitsrichtungsfeld bei diesem Füllstand ist. In Formteilbereichen, die auch in der Realität bis zur Endphase des Füllvorgangs relativ stark durchströmt werden, sind die Prognosen für die Faserorientierungen gut. Große Abweichungen zum experimentellen Befund treten allerdings im kurzen Steg und dessen Einlaufbereich auf (vgl. Bild 3.4). Dies ist darauf zurückzuführen, daß in der Simulation dieser Steg nach seiner vollständigen Füllung entgegen praktischen Überlegungen weiterhin durchströmt wird, wenn auch mit sehr geringen Geschwindigkeiten (keine vollkommene Stagnation). Dies ist rechnerisch schon bei kleinsten Druckunterschieden der Fall und spielt für die üblichen Zielgrößen der Füllsimulation (Fließfrontverlauf, Druckbedarf) nur eine geringe Rolle.

Das Ergebnis einer Berechnung mit einem einzigen Zwischenschritt bei 60-prozentiger Füllung (entspricht der Vorgehensweise von /1.50/) ist ebenfalls in Bild 3.6 zu sehen

(Variante B). Es wird deutlich, welchen Einfluß die zeitliche Änderung des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes auf die berechneten Faserorientierungen haben kann. Während zumindest im Einlaufbereich des kurzen Steges eine Verbesserung der berechneten Faserausrichtung zu verzeichnen ist, werden in weiten Formteilbereichen die Orientierungen weitaus schlechter prognostiziert.

Eine Simulation mit einer wesentlich größeren Zahl an Zwischenschritten sollte hier Abhilfe schaffen. Doch eine Rechnung mit automatischer Zwischenschrittkontrolle in siebzehn Stufen (instationäre Rechnung, Variante C) führte leider fast im gesamten Formteil zu schlechten Ergebnissen, insbesondere auch in dem langen Steg, wo eine unrealistische Faserorientierung von 45 Grad gegenüber Fließrichtung ermittelt wurde. Dieser Effekt ist auf den reinen Transportalgorithmus zurückzuführen, der entlang von Bahnlinien die Faserwinkellagen relativ zu den Geschwindigkeitsvektoren beibehält. Dies wird vor allem in der Nähe des 90-Grad-Bogens des langen Stegs deutlich.

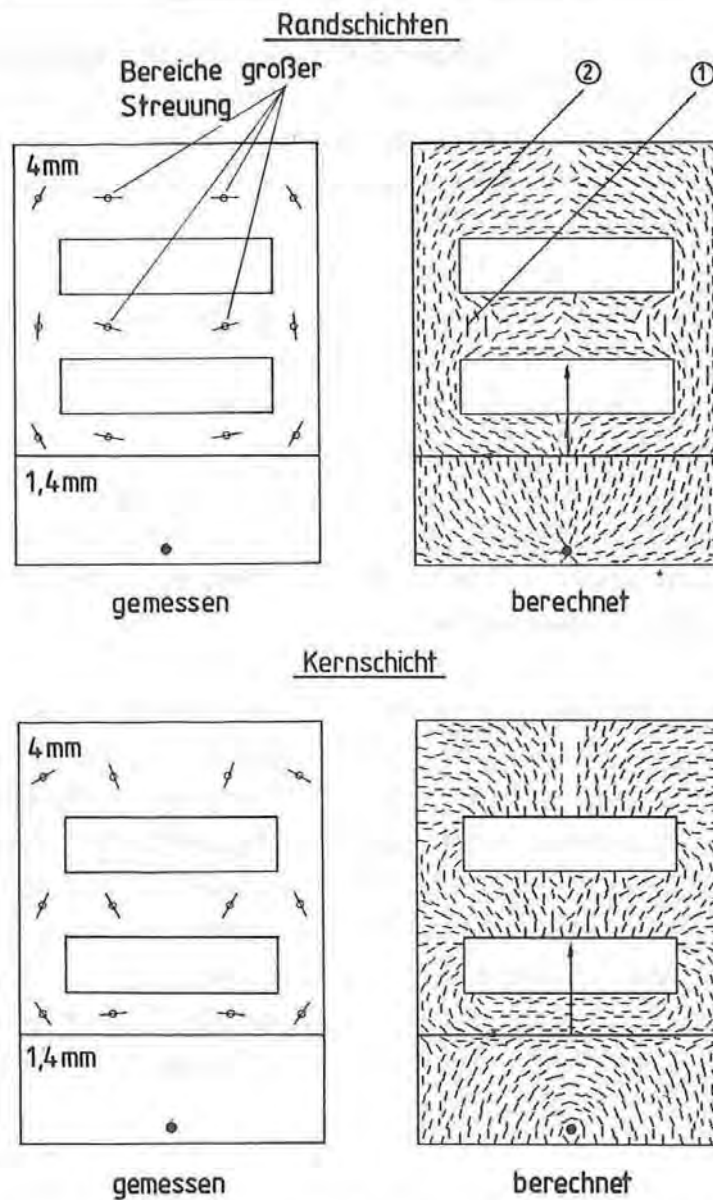
Variante D wurde mit dem neuen Randschichtalgorithmus berechnet (Einbeziehung von Gl. 3.3). Um dem Stagnationseffekt in bereits vollständig gefüllten Teilbereichen Rechnung zu tragen (hier der kurze Steg), wird außerdem die bislang berechnete Orientierungsrichtung in solchen Elementen beibehalten, die Fließgeschwindigkeiten weit unterhalb des mittleren Geschwindigkeitsniveaus aufweisen /3.38/. Der Vergleich mit den experimentellen Daten zeigt, daß nun in allen untersuchten Formteilbereichen nur noch geringe Differenzen zwischen den gemessenen und berechneten Faserhaupttrichtungen zu verzeichnen sind (vgl. Bild 3.4). Ein weiterer Vorteil des neuen Randschichtalgorithmus ist die nach bisherigen Erfahrungen wesentlich schwächere Abhängigkeit der Faserendlagen von der FE-Netzstruktur /3.38/.

### 3.3.3 Formteil mit Schmelzeaufteilung

Eine weitere einfache Geometrie ist in Bild 3.7 dargestellt. Es handelt sich um eine rechteckige Platte mit zwei Durchbrüchen und zwei verschiedenen Wanddicken. In Angußnähe ist sie 1,4 mm, oberhalb der horizontalen Linie dagegen 4 mm dick. Für dieses Formteil, ebenfalls aus POM GF 25 (Ultraform N 2200 G5) gefertigt, werden in Bild 3.7 sowohl für die Rand- als auch für die Kernschicht die gemessenen und berechneten Faserhauptorientierungen miteinander verglichen.

Es ist festzustellen, daß die durch Simulation erhaltenen Faserausrichtungen der Randschichten größtenteils sehr gut mit den Meßwerten übereinstimmen. Das Material strömt vom dünnen Angußbereich (1,4 mm Wanddicke) in den dickeren Teil (4,0 mm). Dies geschieht wegen des hohen Fließwiderstands der dünnen Platte dort hauptsächlich auf kürzestem Wege, d.h. in Bild 3.7 senkrecht nach oben. Dadurch bildet sich in dem oberhalb der horizontalen Linie liegenden dickeren Teil von der Mittelachse ausgehend eine Querströmung nach außen aus, die sich in einer entsprechenden Faserorientierung äußert.





**Bild 3.7:** Experimentell und durch Simulation ermittelte Faserorientierung /3.23/  
**Fig. 3.7:** Measured and simulated fibre orientation (POM GF 25)

Der erste Durchbruch wird umrundet und der dahinterliegende Formteilbereich gefüllt. Nach dem vollständigen Umfließen des zweiten Durchbruchs strömt die Masse in das restliche Formteilvervolumen. Auf den Rückseiten der Durchbrüche entsteht jeweils eine Bindenaht. Hinter den Kernen wurden Faserorientierungsverteilungen mit großen Streuungen gemessen /3.23/. Diese sind zumindest für den Bereich "1" auch an den Simulationsergebnissen abzulesen: Nach dem Einströmen in diesen Teil bleiben die Fasern in der Mitte aufgrund äußerst geringer Strömungsvorgänge in der ausgerichteten (hier horizontalen) Lage, die sie beim Einströmen eingenommen haben. Nach außen hin werden sie nachträglich durch die Strömungsverhältnisse beim Füllen des obersten Formteilbereiches umorientiert. Im Bereich "2" könnte die große Streuung der gemessenen Faserorientierung damit zu erklären sein, daß hier Schereffekte mit Dehneffekten wegen der starken Divergenz der Strömung an dieser Stelle konkurrieren.



Beim Vergleich der Kernschichtorientierungen fallen die Unterschiede zwischen Simulation und Experiment etwas größer aus. Dies ist zum Teil auf die in MEFISTO nicht berücksichtigte Wandhaftung an den seitlichen Werkzeugwänden zurückzuführen, die in den schmalen Stegen durchaus eine Bedeutung hat. Aus ihr resultiert in der Realität ein zwar schwacher, aber zusätzlicher lateraler Geschwindigkeitsgradient. Die Faserorientierungsberechnung für die Kernschicht hängt jedoch stark von den Gradienten und deren möglichst genauen Bestimmung ab (vgl. Abschnitt 3.2.4).

### 3.3.4 Kupplungspedal

Die Faserorientierungsberechnung wurde nicht nur anhand einfacher Geometrien nachgeprüft, sondern darüber hinaus für ein kompliziertes Formteil durchgeführt und ebenfalls mit Versuchsergebnissen verglichen /3.22/. Bei dem Formteil (Bild 3.8) handelt es sich um den Prototypen eines PKW-Kupplungspedals aus Polyamid mit 30 % Masseanteil an Kurzglasfasern (PA 6 GF 30, Sniamid ASN 27/300). Spritzgegossene Gas- und Kupplungspedale werden heute aus Gewichts- und Kostengründen zunehmend entwickelt /3.44-3.46/. Es handelt sich hierbei um nicht-redundante Betätigungshebel im Automobil, die hohen sicherheitsrelevanten Forderungen entsprechen müssen. Daher sind bereits in der Konstruktionsphase möglichst genaue Aussagen zum Strukturverhalten zu erarbeiten. Dazu ist die Kenntnis der lokalen Faserausrichtung von wesentlicher Bedeutung (vgl. Kap. 4.5.2).

In Bild 3.9 ist die für die Berechnungen verwendete Finite-Elemente-Struktur wiedergegeben. Sie besteht aus 4107 Dreieckschalenelementen mit 2095 Knoten. Dies führt natürlich neben umfangreichen Arbeiten in der Vor- und Nachbereitung der Simulationen (Pre- und Postprocessing) zu hohen Rechenzeiten und großem Speicherplatzbedarf. So benötigte die Faserorientierungsberechnung auf einer MicroVax 3800 ca. 3½ Stunden CPU-Rechenzeit und 5 MB Plattenspeicherplatz. Bild 3.10 zeigt das mit MEFISTO ermittelte Füllbild und die mit MEFIBO nach dem Randschichtalgorithmus vorausberechneten Faserorientierungen.

Die vollständige experimentelle Erfassung der Orientierungszustände im Kupplungspedal ist praktisch nicht durchführbar. Daher wurde auch hier punktuell nachgemessen /3.22/. Da die Effekte an Ecken, Rippenstößen und Querschnittsübergängen mit dem zweidimensionalen Berechnungsansatz nicht erfaßt werden können, ist dort ein Vergleich mit experimentellen Daten nicht sinnvoll. Vielmehr wurden die Proben aus flächigen Bereichen entnommen, bis zu einer definierten Tiefe spanend abgetragen, geschliffen, poliert und anhand von mikroskopischen Aufnahmen statistisch ausgewertet.

Die Untersuchung einiger Formteilquerschnitte zeigte nochmals den oft zitierten schichtförmigen Aufbau. Dies ist deutlich in Bild 3.1 zu sehen, das einen Schnitt senkrecht zur Fließrichtung wiedergibt. Die Kernschichtdicke variiert in den untersuchten Proben zwischen 0 und 16 %. Allerdings überwiegen stark die Bereiche mit kaum auszumachenden Kernschichten /3.22/. Der Orientierungszustand ist in weiten Bereichen wenig räumlich sondern

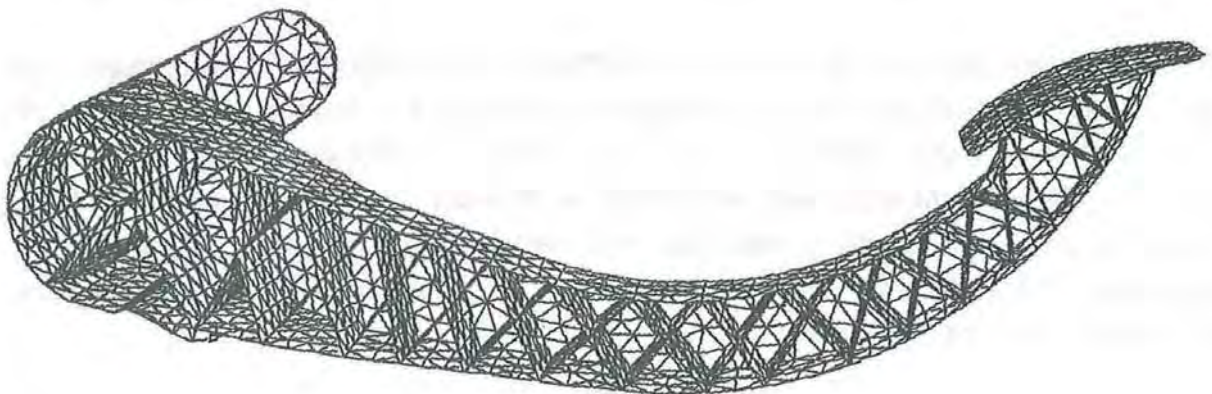


eher zweidimensional. Dies kommt dem der Berechnung zugrunde gelegten Modell sehr nahe. Auf allen Schlifffbildern parallel zu den Formteiloberflächen sind die Randschichtfasern sehr stark, d.h. mit schmaler Winkelverteilung ausgerichtet. Sofern in den Proben Kernschichten vorhanden sind, befinden sich diese näherungsweise in der Mitte der Querschnitte und weisen die typische Ausrichtung der Fasern quer zur Fließrichtung auf. Die genauen Winkelverteilungsfunktionen sind in /3.22/ dokumentiert.



**Bild 3.8:** PKW-Kupplungspedal (PA 6  $\overline{\text{GF 30}}$ )

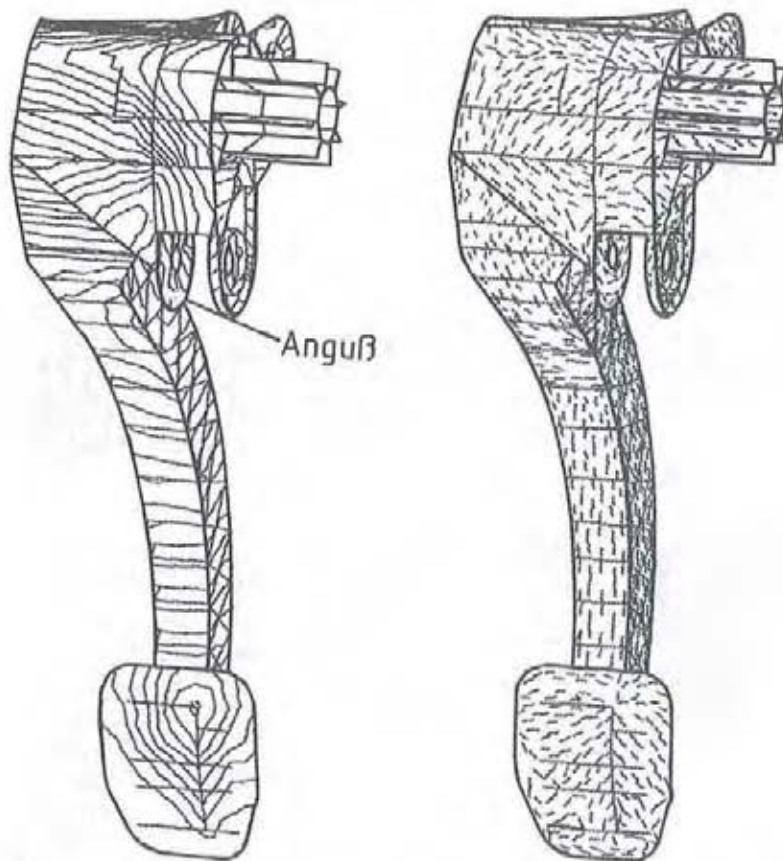
**Fig. 3.8:** Passenger car clutch pedal



**Bild 3.9:** FE-Struktur der Kupplungspedalgeometrie (4107 Elemente)

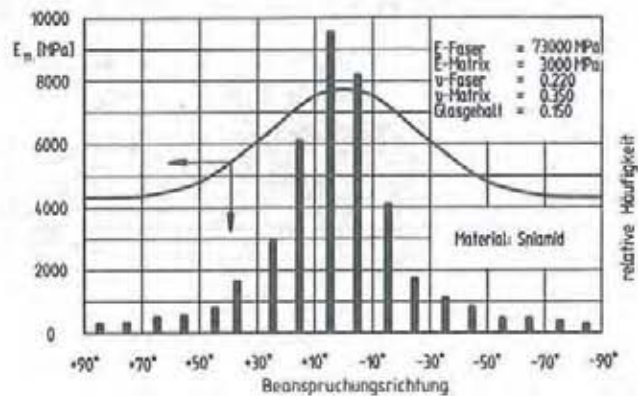
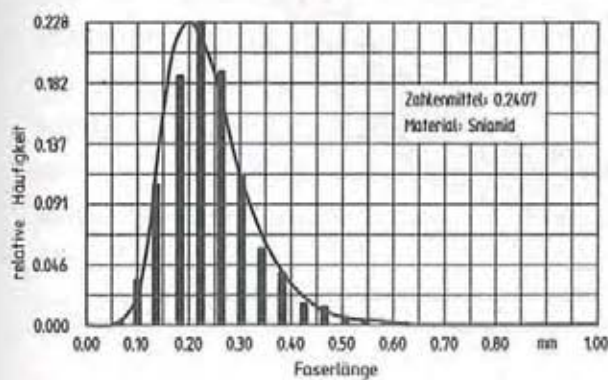
**Fig. 3.9:** FE mesh for the clutch pedal geometry (2095 Knoten)





**Bild 3.10:** Simulation des Formfüllvorgangs für die Pedalgeometrie /3.22/

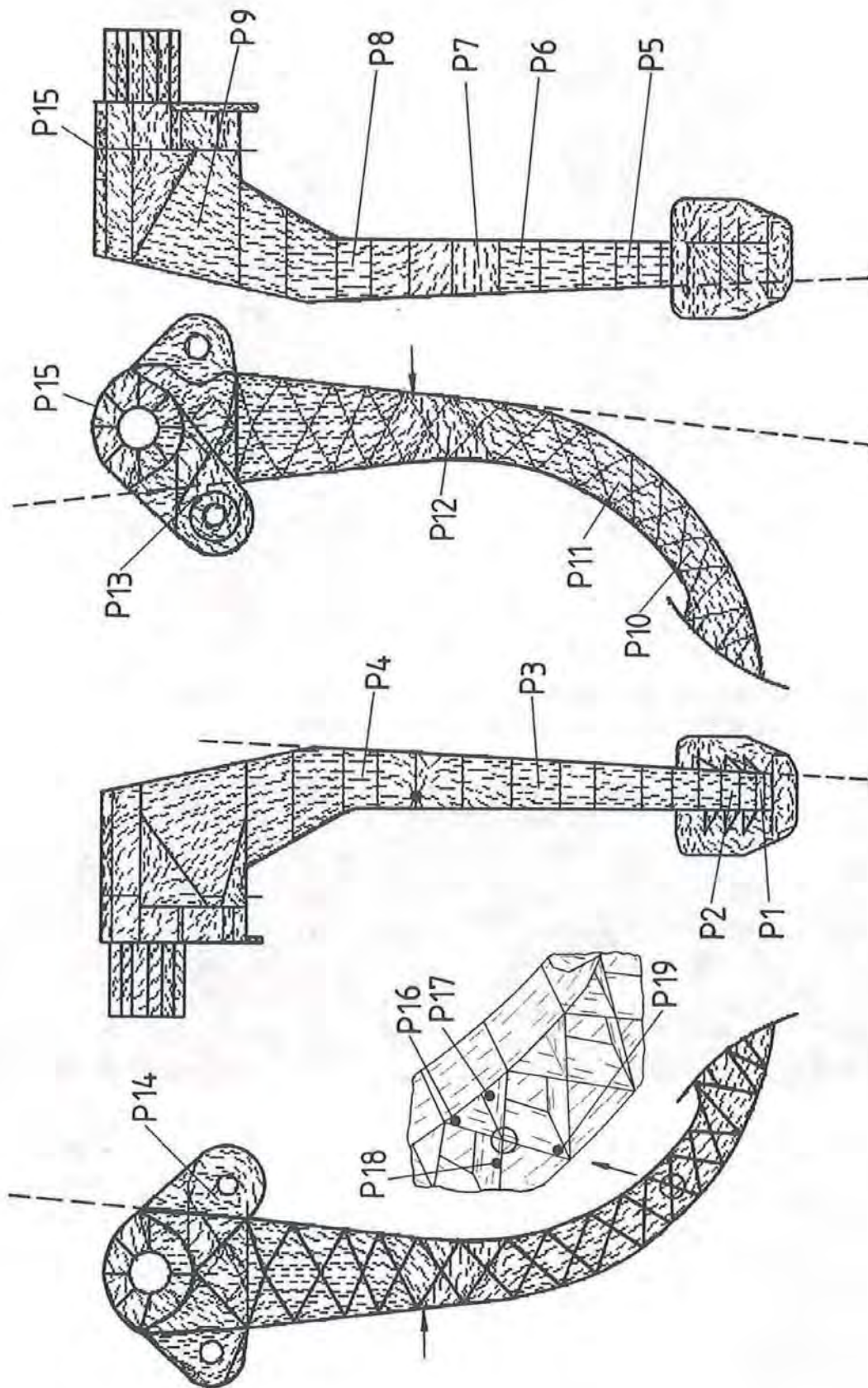
**Fig. 3.10:** Filling simulation for the clutch pedal geometry



**Bild 3.11:** Typische Faserlängen- und Faserwinkelverteilungen sowie der daraus resultierende lastrichtungsabhängige Verlauf des Elastizitätsmoduls

**Fig. 3.11:** Typical distributions of fibre lengths and fibre orientations and the resulting modulus of elasticity depending on the load direction





**Bild 3.12:** Errechnete Faserorientierungen und untersuchte Meßpunkte  
**Fig. 3.12:** Calculated fibre orientations and investigated sections

Meßstelle Nr.	Winkel, Versuch [Grad]	Winkel, Simulation [Grad]	Abweichung vom exp. Mittelwert [Grad]
untere Deckfläche			
1	-1 bis -10	-1	4,5
2	-1 bis -10	-3	2,5
3	0 bis 9	3	1,5
4	-11 bis -20	-5	10,5
obere Deckfläche			
5	-1 bis -10	-1	4,5
6	-1 bis -10	-3	2,5
7	-20 bis -40	-85	55,0
8	11 bis 20	1	14,5
9	-25 bis -30	-25	2,5
Seitenfläche			
10	-41 bis -50	-44	1,5
11	-11 bis -20	-26	10,5
12	1 bis 10	30	24,5
Befestigungsaugen			
13	-20 bis -70	-15	30,0
14	-45 bis -80	-75	12,5
Einspannbereich			
15	0 bis -30	-30	15,0
Rippen			
16	-15 bis +15	3	3,0
17	-5 bis +5	1	1,0
18	-13 bis +15	-2	3,0
19	-10 bis 0	-3	2,0

**Tabelle 3.1:** Vergleich von gemessenen und berechneten Faserorientierungen  
**Table 3.1:** Comparison between measured and calculated fibre orientations

Eine für die Randschichten des Pedals typische statistische Faserwinkel- und eine repräsentative Faserlängenverteilung sind in Bild 3.11 dargestellt. Die gemessenen Winkelverteilungsfunktionen sind bei allen Proben sehr ähnlich /3.22/. Aus deren Maximum kann ohne weiteres auf die lokalen Hauptorientierungsrichtungen geschlossen werden.

Der Vergleich zwischen den punktuell gemessenen und den an diesen Stellen durch Simulation vorhergesagten Faserhauptrichtungen ist in Tabelle 3.1 zusammengefaßt. Die genauen Positionen der Meßstellen sind in Bild 3.12 eingezeichnet. An den meisten Meßstellen geben die Simulationsergebnisse die experimentell gefundenen Faserausrichtungen relativ gut wieder. Die Abweichungen zwischen Experiment und Rechnung liegen größtenteils unterhalb von 15 Grad. Nur an den Meßstellen 7, 12 und 13 lassen sich stärkere Diskrepanzen feststellen. Bei den Punkten 7 und 12 ist dies auf den gewählten Algorithmus zur Erfassung der Stagnation in Bereichen geringer Geschwindigkeiten zurückzuführen. Die hohe Abweichung im Punkt 13 konnte nicht eindeutig geklärt werden.

Es ist sowohl praktisch als auch rechnerisch festzustellen, daß in den Gurten des Biegeträgers die Fasern hauptsächlich parallel zu dessen Achslinie und damit - wie weiter oben gefordert - in Richtung der maximalen Hauptnormalspannungen liegen.



### 3.4 Vergleich mit anderen Orientierungsalgorithmen und Fazit

Neben der Behandlung der Faserdrehung nach JEFFERY /3.39/ wird in der Literatur auch häufig das Verfahren von TUCKER et al. /3.48-3.51/ zitiert. Der wesentliche Unterschied betrifft die Behandlung der Faser/Faser-Wechselwirkungen, die in dem oben beschriebenen Ansatz (Gl. 3.4) vernachlässigt werden. Dies ist streng genommen nur für Schmelzen mit verschwindendem Fasergehalt erlaubt. Dagegen wird nach einem Vorschlag von FOLGAR /3.48/ in der Gleichung zur Bestimmung der Faserrotation (Gl. 3.4) ein die Faserausrichtung dämpfender "Interaktionsterm" aus phänomenologischen Überlegungen hinzugefügt.

Eine allgemeine Schwierigkeit bei der Berücksichtigung der Faser/Faser-Interaktionen ist, daß es bis heute keine direkten physikalischen Ansätze zu deren Beschreibung gibt /3.48, 3.49/. Daher wird von /3.48, 3.52/ ein statistischer Ansatz zur Erfassung der lokalen Faserorientierung vorgeschlagen, bei dem eine Verteilungsfunktion  $\Psi$  verwendet wird, welche die Wahrscheinlichkeit angibt, daß eine Faser einen Winkel  $\phi$  im Intervall  $[\phi_1, \phi_2]$  einnimmt:

$$P(\phi_1 < \phi < \phi_2) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \Psi(x, y, \phi) d\phi \quad (3.7)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\Psi$  wird als periodisch mit  $\pi$  und kontinuierlich über Raum und Zeit angesehen. Unter der (gegebenen) Voraussetzung, daß auch nach der Rotation (aller Fasern) sämtliche Orientierungen noch im betrachteten Winkelintervall liegen (-90 Grad bis +90 Grad), bleibt die Fläche unterhalb der Dichtefunktion konstant:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \Psi(x, y, \phi) d\phi = 1 = \text{const} \quad (3.8)$$

Durch Bilanzierung eines kleinen Winkelinkrementes  $d\phi$  hinsichtlich der Änderung des Faseranteils in diesem Inkrement durch ein- und austretende Faserwinkel folgt die Kontinuitätsbedingung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Faserlagen /3.48/:

$$\frac{D\Psi}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial\phi}[\Psi(x, y, \phi, t) \cdot \dot{\phi}(x, y, \phi, t)] \quad (3.9)$$

Ist die Faserdrehgeschwindigkeit  $\dot{\phi}$  bekannt, läßt sich also mittels Gl. 3.9 die Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (d.h. deren neue Gestalt) unter dem Einfluß des Strömungsfeldes errechnen. Die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\phi}$  kann man beispielsweise aus der

Beziehung nach JEFFERY (Gl. 3.4) bestimmen. Um aber den Einfluß der Faser/Faser-Wechselwirkung auf die Rotationsgeschwindigkeit zu berücksichtigen, macht FOLGAR analog zur Erfassung der Diffusion durch BROWNSche Bewegungen einen phänomenologischen Ansatz der Form:

$$\dot{\phi}_{\text{inter}} = C_I \cdot \frac{D_{II}}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \quad (3.10a)$$

mit:

$$D_{II} = \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} \quad (3.10b)$$

$C_I$ : Interaktionskoeffizient;  $D_{II}$ : 2. Invariante des Deformationsgeschwindigkeitstensors

Diese durch die Wechselwirkung induzierte Faserdrehung wird der Drehgeschwindigkeit einer einzelnen, nicht wechselwirkenden Faser im Strömungsfeld (mit negativem Vorzeichen) additiv überlagert:

$$\dot{\phi}_{\text{ges}} = \dot{\phi}_{\text{Jeffery}} - \dot{\phi}_{\text{inter}} \quad (3.11)$$

Daraus ergeben sich aber nicht nur Konsequenzen für die Faserdrehgeschwindigkeit. Vielmehr wirkt sich dieser Zusatzterm über die Kontinuitätsbeziehung für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Faserlagen (Gl. 3.9) ebenfalls auf die lokal im Strömungsfeld anzutreffenden Faserwinkelverteilungsfunktionen aus, welche unter anderem die Information über die häufigste Faserausrichtung (Faserhauptorientierungsrichtung) enthalten. Damit sind die Auswirkungen des gewählten Modells (Gln. 3.10) und des (zunächst unbekannt) Modellparameters  $C_I$  weitreichend. Der Koeffizient  $C_I$  muß experimentell bestimmt werden /3.54, 3.55/.

Eine Schwierigkeit bei der Berechnung lokaler Faserwinkelverteilungsfunktionen ist beispielsweise, zu Beginn eine geeignete Startverteilung vorzugeben, die natürlich auf die nachfolgenden Simulationsergebnisse Einfluß nimmt. Bei der Berechnung der Fließ- und Orientierungsvorgänge während des SMC-Preßverfahrens /3.53, 3.54/ wird von einer statistisch regellosen Anfangsverteilung ausgegangen, was sicher sehr realitätsnah ist. Beim Spritzgießprozeß sind die Verhältnisse dagegen nicht so eindeutig. Zwar werden die Fasern im Angußkanal stark in Richtung des Geschwindigkeitsvektors ausgerichtet, es kann aber nicht ohne weiteres vorausgesagt werden, wie breit oder schmal die Verteilungsfunktion direkt am Anschnitt ist. In /3.55/ wird von einer statistisch, d.h. regellos verteilten Faseranordnung als Startbedingung ausgegangen.



Ein weiteres Problem ist der enorme Rechenaufwand bei direkter Verwendung der lokalen Verteilungsfunktionen (Gl. 3.7) /3.50, 3.54/. Deshalb schlägt ADVANI /3.50, 3.51/ vor, Orientierungstensoren einzuführen, welche als Momente der Verteilungsfunktion  $\Psi$  die Faserorientierungen repräsentieren. Dies hat große Einsparungen an Berechnungsschritten zur Folge, führt aber zu dem Problem, daß die Ermittlung des durch das Strömungsfeld modifizierten Tensors (Kontinuitätsbeziehung) stets die Kenntnis der Orientierungstensoren höherer Stufe voraussetzt, welche aber nicht bekannt sind (Schließungsproblem). Hier werden Näherungslösungen eingesetzt (lineare, quadratische und hybride Schließungsansätze) /3.51/. Dadurch verliert das Verfahren an Transparenz. Außerdem bestehen bei der tensoriellen Formulierung zum Teil erhebliche numerische Schwierigkeiten, so daß nicht in allen Fällen nach dieser Methode gerechnet werden kann, sondern im Einzelfall doch auf die direkte Berechnung der Verteilungsfunktion zurückgegriffen werden muß. Zusätzlich ist anzumerken, daß mit den Tensoren 2. Stufe schmale Winkelverteilungsfunktionen, wie sie in Spritzgußformteilen häufig vorliegen, nicht sehr gut angenähert werden können.

Neben diesen Überlegungen ist zu berücksichtigen, daß bei Spritzgußformteilen in der Regel die durch Schereffekte hervorgerufene Randschichtausrichtung dominiert (meistens in mehr als 75 % des Querschnitts) und bezüglich Biegebeanspruchungen durch den größeren Abstand zur "neutralen Achse" nochmals an Bedeutung gewinnt. Die Drehung der Fasern durch die lateralen Geschwindigkeitsgradienten tritt daher stark in den Hintergrund. Um die Faserausrichtung in den Randschichten dennoch sinnvoll mit dem Konzept der Faser/Faser-Interaktion berechnen zu können, reicht es nicht aus, wenn die Füllsimulation nur die mittlere Geschwindigkeit im Fließkanal liefert (wie bei MEFISTO 3.1 und bei der Simulation des Preßvorgangs von SMC), sondern es muß zur Erfassung des Geschwindigkeitsgradienten über dem Querschnitt das lokale, dreidimensionale Geschwindigkeitsfeld bekannt sein. Eine Berechnung des Strömungsfeldes in mehreren Schichten (wie bei dem zur Zeit in der Entwicklung befindlichen Füllsimulationsprogramm MEFISTO 4.0) könnte eventuell eine ausreichende Basis sein /3.56/. Die Simulationen sind zur Zeit selbst mit den zweidimensionalen Ansätzen sehr rechenzeitintensiv. Sie dauerten bereits für einfachste Formteile fünf bis zehn Minuten und im Falle des Kupplungspedals ca. 3½ Stunden (MicroVax 3800). Dreidimensionale Berechnungen mit dem Konzept der Faser/Faser-Wechselwirkungen würden ein Vielfaches an Zeit benötigen. Deshalb findet man auch bei Autoren, die mit Faser/Faser-Interaktionen rechnen, nur wenige Studien für Praxisformteile. In neueren Veröffentlichungen zur dreidimensionalen Behandlung des Problems werden fast ausschließlich einfachste Strömungsfelder untersucht /3.35, 3.57/.

Abschließend kann festgestellt werden, daß das in MEFIBO implementierte Verfahren, welches die wesentlichen Effekte in guter Näherung erfaßt und mit vertretbarem experimentellen und rechentechnischen Aufwand auskommt, für den praktisch tätigen Ingenieur ein durchaus akzeptables und instruktives Instrument im Werkzeug- und Formteilauslegungsprozeß darstellt. Die vorangegangenen Abschnitte zeigen, daß man mit diesem Programm auch für komplexe Bauteile brauchbare Resultate erhält. Es lassen sich bei praktischen Fragestellungen die Auswirkungen unterschiedlich positionierter Angußpunkte auf die Faserorientierung diskutieren und in nachgeschalteten mechanischen Berechnungen quantifizieren.



#### 4. ANISOTROPIE IM MECHANISCHEN FORMTEILVERHALTEN

Die mittels Simulation vorausberechneten Faserorientierungen dienen nicht nur zur qualitativen Bewertung des Werkzeugfüllvorgangs und der resultierenden mechanischen Formteileigenschaften, sondern werden im Sinne der eingangs geforderten integrierten rechnerunterstützten Konstruktion weiterverwendet und an ein FE-Strukturanalyseprogramm übergeben. In Kombination mit geeigneten anisotropen Werkstoffmodellen zur Beschreibung des mechanischen und thermomechanischen Werkstoffverhaltens können daraus differenziertere Aussagen zum material- und prozeßabhängigen Formteilverhalten abgeleitet werden als bei einer konventionellen Berechnung mit richtungsunabhängigen Materialkenngrößen.

Typische Elastizitätsmoduln der thermoplastischen Matrix liegen für die häufig eingesetzten Polyamide (bei Raumtemperatur) je nach Konditionierungszustand bei  $E_m \approx 1500 - 3200$  MPa. Die Glasfasern weisen hingegen eine etwa um Faktor 25 höhere Steifigkeit von circa  $E_f \approx 73000$  MPa auf. Der (lineare) Wärmeausdehnungskoeffizient des Matrixwerkstoffes liegt bei  $\alpha_m \approx 7 - 9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Derjenige der Glasfaser ist circa um den Faktor 15 niedriger und beträgt  $\alpha_f \approx 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Infolge dieser stark differierenden mechanischen und thermischen Kennwerte von Matrix- und Fasermaterial sowie der stäbchenförmigen Gestalt der Fasern ergeben sich für den Materialverbund parallel und quer zur Faserlängsachse sehr unterschiedliche Eigenschaften mit entsprechenden Konsequenzen für das Formteilverhalten.

##### 4.1 Mikromechanische Modelle

Ausgehend von den Materialkennwerten der einzelnen Komponenten, dem Faservolumenanteil und der Fasergeometrie ist es mittels sogenannter mikromechanischer Modellvorstellungen möglich, die richtungsabhängigen elastischen und thermischen Eigenschaften einer idealisierten Faser-Matrix-Zelle bezüglich eines natürlichen Koordinatensystems ( $x$ -Achse in Faserlängsrichtung) vorzuberechnen. Dadurch läßt sich das reale heterogene Material für die weitere Berechnung durch ein fiktives, homogenes jedoch anisotropes Kontinuum ersetzen. Im Gegensatz zu Langfaserverbunden (Laminat) müssen bei kurzglasfaserverstärkten Materialien die Modellgleichungen die reduzierende Wirkung der endlichen Faserlänge berücksichtigen.

Die Mikromechanik ist auch heute noch ein aktives Forschungsgebiet mit dem Ziel, brauchbare theoretische Voraussagen über das Verhalten von Materialverbunden zu ermöglichen. Meistens werden kugelförmige, ellipsoide oder zylindrische Einschlüsse mit isotropem Materialverhalten in einer ebenfalls isotropen Matrix behandelt /4.1/. Es gibt aber auch Ansätze, welche die eventuell vorhandenen Anisotropien der Komponenten selbst berücksichtigen können /4.2/. Die Modelle basieren in der Regel auf den folgenden Annahmen /4.3/:



- ▶ Die Partikel besitzen eine idealisierte Form.
- ▶ Partikel und Matrix haften vollständig aneinander.
- ▶ Die gegenseitige Beeinflussung der Partikel wird vernachlässigt.
- ▶ Partikel und Matrix werden als ideal-elastisch und homogen betrachtet.
- ▶ Es werden nur kleine Dehnungen zugelassen.
- ▶ Die Partikel-Matrix-Zelle ist frei von Anfangsspannungen.

#### 4.1.1 Elastische Materialkennwerte

Unter der Vielzahl der mikromechanischen Modelle zur Berechnung der elastischen Eigenschaften /4.1-4.19/ haben die Ansätze von COX /4.5/, HASHIN & ROSEN /4.6/, HILL /4.7-4.9/, HERMANS /4.10/, PFEFFERKORN /4.11/ und HALPIN & TSAI /4.12/ besondere Bedeutung erlangt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Gleichungen nach HALPIN & TSAI /4.12/ verwendet, da sie allgemein eingeführt sind /z.B. 4.3, 4.12, 4.14/ und bereits an anderer Stelle gute Erfahrungen mit ihnen gemacht wurden /z.B. 1.50, 3.54, 4.15, 4.16/. Ausgangspunkt sind analytische Berechnungen, die von HERMANS /4.10/ aus einem verallgemeinerten HILL'schen Modell für Langfaserverbunde entwickelt wurden. Es wird eine zylindrische Faser-Matrix-Zelle betrachtet. Für die Berechnung der elastischen Kennwerte wird durch eine einheitliche radiale Spannung und die Unterdrückung einer axialen Verschiebung ein ebener Dehnungszustand erzeugt. Die Lösung des resultierenden Differentialgleichungssystems führt auf die Bestimmungsgleichungen für den Kompressionsmodul sowie die Schubmoduln in den 1-2- und 2-3-Ebenen. Von HALPIN & TSAI wurden diese Gleichungen schließlich formal vereinheitlicht und ein Parameter  $\zeta$  eingeführt, der ausschließlich eine Funktion der Querkontraktionszahlen ist /4.12/.

Für Langfaserverstärkung wiesen die Autoren nach, daß  $\zeta$  nur schwach von der Differenz der Querkontraktionszahlen abhängig ist. Für kurzfaserverstärkte Verbunde erweiterten sie die Anwendbarkeit der Gleichungen, indem sie durch Vergleiche mit numerischen Lösungen für regelmäßige und periodische Faseranordnungen (sog. exakte Methode) zeigten, daß  $\zeta$  eine Funktion des Faserlängen/Durchmesser-Verhältnisses  $l/d$  ist. Für den Elastizitätsmodul  $E_{11}$  parallel zur Faserachse ergibt sich beispielsweise:

$$E_{11} = E_m \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi} \quad (4.1)$$

mit:

$$\eta = \frac{M_R - 1}{M_R + \zeta} = \left( \frac{E_f}{E_m} - 1 \right) / \left( \frac{E_f}{E_m} + 2 \left( \frac{1}{d} \right) \right) \quad (4.2)$$

Beim Übergang  $l/d \rightarrow \infty$  geht Gleichung (4.1) unmittelbar in die bekannte Mischungsregel für Langfaserverstärkung über:

$$E_{11} = E_f \phi + E_m (1 - \phi) \quad (4.3)$$

Der große Vorteil der Vorgehensweise von HALPIN & TSAI ist neben der guten Genauigkeit der Modellgleichungen durch deren Anpassung an numerische Ergebnisse, daß unter Hinzufügen der Mischungsregel für die Querkontraktionszahlen sowie einer zusätzlichen Beziehung nach TSAI & HAHN /4.17/ für den Schubmodul in der 2-3-Ebene ein für dreidimensionale Berechnungen vollständiger Gleichungssatz zur Verfügung steht (Bild 4.1). Er beschreibt das orthotrope Werkstoffverhalten einer (idealisierten) Faser-Matrix-Zelle bezüglich eines natürlichen Koordinatensystems.

$$E_{11} = E_m \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi} ; \quad \zeta = 2 \frac{l}{d} ; \quad \eta = \frac{M_R - 1}{M_R + \zeta}$$

$$E_{22} = E_m \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi} ; \quad \zeta = 2 ; \quad M_R = \frac{E_f}{E_m}$$

$$E_{33} = E_{22}$$

$$G_{12} = G_m \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi} ; \quad \zeta = 1 ; \quad M_R = \frac{G_f}{G_m}$$

$$G_{13} = G_{12}$$

$$G_{23} = G_m \frac{\phi + \xi (1 - \phi)}{\frac{G_m \phi + \xi (1 - \phi)}{G_f}} ; \quad \xi = \frac{3 - 4\nu_m + G_m/G_f}{4(1 - \nu_m)}$$

$$\nu_{21} = \nu_f \phi + \nu_m (1 - \phi) ; \quad \nu_{12} = \nu_{21} \frac{E_{22}}{E_{11}}$$

$$\nu_{31} = \nu_{21} ; \quad \nu_{13} = \nu_{12}$$

$$\nu_{23} = \frac{1}{2} \frac{E_{22}}{G_{23}} - 1 ; \quad \nu_{32} = \nu_{23}$$

Definition der Indizes von  $\nu_{ij}$   
*i*: Richtung der Kontraktion  
*j*: Richtung der Beanspruchung

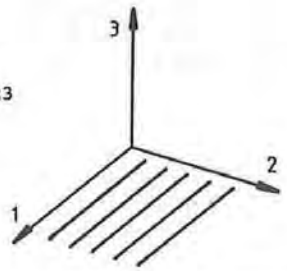


Bild 4.1: Mikromechanische Gleichungen nach HALPIN & TSAI /4.12/

Fig. 4.1: Micromechanical equations by HALPIN & TSAI



#### 4.1.2 Thermomechanische Materialkennwerte

Im folgenden wird auch die Vorgehensweise zur Bestimmung der Wärmeausdehnungskoeffizienten dargestellt, obwohl sie für die in diesem Kapitel behandelten mechanischen Berechnungen nicht erforderlich sind. Die Kennwerte müssen jedoch für die im nächsten Kapitel vorgestellten thermomechanischen FE-Analysen bekannt sein. Zur Bestimmung der anisotropen thermischen Materialkennwerte kurzfaserverstärkter Kunststoffe existieren ebenfalls verschiedene Berechnungsvorschläge /4.20-4.29/. SCHAPERY /4.20/ verwendet Energiemethoden, um untere und obere Grenzwerte für die thermische Ausdehnung zu berechnen. SCHNEIDER /4.21/ geht zur Ermittlung des Wärmeausdehnungskoeffizienten senkrecht zur Faserachse von einer zylindrischen Faser-Matrix-Zelle aus, die er analog zu einem Wellen-Naben-Verbund berechnet.

Beide Autoren geben für den Wärmeausdehnungskoeffizienten parallel zur Faserachse die folgende Gleichung an, die sich einfach aus einer Parallelschaltung von Faser und Matrix ableiten läßt:

$$\alpha_{11,LF} = \frac{\alpha_f E_f \phi + \alpha_m E_m (1 - \phi)}{E_f \phi + E_m (1 - \phi)} \quad (4.4a)$$

$$= \alpha_f + (\alpha_m - \alpha_f) / \left( 1 + \frac{E_f}{E_m} \frac{\phi}{1 - \phi} \right) \quad (4.4b)$$

Die Gleichungen von SCHAPERY und SCHNEIDER sind nicht direkt für kurzfaserverstärkte Kunststoffe anwendbar, da sie für langfaserverstärkte Materialien entwickelt wurden und somit in ihnen der Einfluß der Faserlänge nicht enthalten ist. Daher wird die Wärmeausdehnung parallel zur Faserachse unterschätzt. HALPIN /4.22/, MAROM & WEINBERG /4.23/ und KALISKE /4.24/ machen daher Vorschläge, wie die endliche Faserlänge berücksichtigt werden kann. Dazu wird der Elastizitätsmodul der Faser mit einem Reduktionsfaktor versehen. Während MAROM & WEINBERG ihren Reduktionsfaktor  $k$  aus dem Verhältnis der realen Faserlänge zur "kritischen Faserlänge"  $1/l_c$  /4.30, 4.31/ berechnen, wird in dieser Arbeit der von COX /4.5/ entwickelte Effektivitätsfaktor  $\eta_1$  eingesetzt, dessen Brauchbarkeit für die elastischen Kenngrößen schon in /1.50, 4.32/ untersucht wurde:

$$\alpha_{11,KF} = \frac{\alpha_f E_f \phi \eta_1 + \alpha_m E_m (1 - \phi)}{E_f \phi \eta_1 + E_m (1 - \phi)} \quad (4.5)$$

mit:

$$\eta_1 = 1 - \frac{\tanh\left(\beta \frac{1}{2}\right)}{\beta \frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

und:

$$\beta\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{\ln\left(\frac{2}{\phi} \frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)}} \sqrt{\frac{E_m/E_f}{1 + \nu_m}} \cdot \left(\frac{1}{d}\right) \quad (4.7)$$

Der Wärmeausdehnungskoeffizient senkrecht zur Faserachse ist mit dem Ausdehnungsverhalten parallel zur Faserachse folgendermaßen verknüpft /4.20/:

$$\begin{aligned} \alpha_{22} = & (1 + \nu_f) \phi \alpha_f + (1 + \nu_m) (1 - \phi) \alpha_m \\ & - \alpha_{11} [\nu_f \phi + \nu_m (1 - \phi)] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Eine Verringerung der thermischen Ausdehnung in Faserlängsachse führt also zu vergrößerten Werten senkrecht dazu.

## 4.2 Makromechanik und Kontinuumstheorie

In Formteilen liegen statistische Faserlängen- und Faserwinkelverteilungen vor. Um diese Längen- und Anordnungsvielfalt mathematisch zu erfassen, werden die im Material vorkommenden Fasern in schmale Längen- und Winkelintervalle einsortiert. Im weiteren werden die elastischen und thermischen Materialkennwerte jeder dieser statistischen Faserklassen mit Hilfe der mikromechanischen Gleichungen bzgl. der natürlichen Koordinatensysteme in Form der orthotropen Elastizitäts- und Wärmeausdehnungstensoren berechnet (Bild 4.2).

Die Bestimmung der mittleren Gesamteigenschaften des Materialverbundes erfolgt danach mit Hilfe der für Schichthölzer /4.34, 4.35/ und Lamine /4.36, 4.37/ zugeschnittenen Kontinuumstheorie (makromechanisches Modell).

Zunächst werden die Werkstoffkennwerte der einzelnen Klassen durch eine tensorielle Transformation vom natürlichen auf ein einheitliches Bezugskordinatensystem (Hauptorientierungsrichtung) umgerechnet /4.38/. Im folgenden wird die "Komponentenschreibweise" benutzt /4.39, 4.40/:

$$E_{ijkl} = a_{im} a_{jn} a_{ko} a_{lp} E_{mnop} \quad (4.9)$$

$$\alpha_{ij} = a_{im} a_{jn} \alpha_{mn} \quad (4.10)$$



mit der Transformationsmatrix  $a$ :

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma & \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cos\gamma & \cos\alpha \cos\beta \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

orthotroper Elastizitätstensor  $E_{ijkl}$

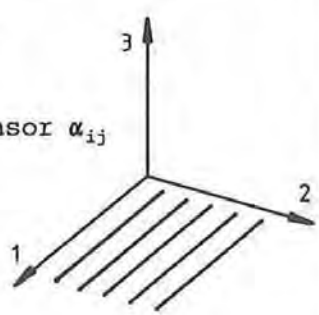
$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & & & \\ & E_{2211} & E_{2222} & E_{2233} & & \\ & & E_{3311} & E_{3322} & E_{3333} & \\ & & & E_{1212} & & \\ & & & & E_{1313} & \\ & & & & & E_{2323} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix}$$

mit:

$$\begin{aligned} E_{1111} &= \frac{E_{11}(1 - \nu_{23}\nu_{32})}{\text{H.N.}} & E_{1122} &= \frac{E_{11}(\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32})}{\text{H.N.}} & E_{1212} &= G_{12} \\ E_{2222} &= \frac{E_{22}(1 - \nu_{13}\nu_{31})}{\text{H.N.}} & E_{1133} &= \frac{E_{11}(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})}{\text{H.N.}} & E_{1313} &= G_{13} \\ E_{3333} &= \frac{E_{33}(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{\text{H.N.}} & E_{2233} &= \frac{E_{22}(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})}{\text{H.N.}} & E_{2323} &= G_{23} \end{aligned}$$

$$\text{H.N.} = 1 - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{21}$$

orthotroper Wärmeausdehnungstensor  $\alpha_{ij}$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11,th} \\ \epsilon_{22,th} \\ \epsilon_{33,th} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & & \\ & \alpha_{22} & \\ & & \alpha_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\theta \\ \Delta\theta \end{pmatrix}$$


**Bild 4.2:** Orthotrope Elastizitäts- und Wärmeausdehnungstensoren

**Fig. 4.2:** Orthotropic tensors of elasticity and thermal expansion

#### 4.2.1 Elastische Kenngrößen des Materialverbundes

Aus der Bedingung, daß die Schnittkraft am Materialverbund sich aus der Summe der Einzelkräfte aller Faserklassen ergibt:

$$(\sigma_{ij})_{\text{verbund}} = \sum_{v=1}^n h_v (\sigma_{ij})_v \quad (4.12)$$

und unter Berücksichtigung des Paßkriteriums, welches fordert, daß die Dehnungen der Einzelklassen alle gleich sein müssen:

$$(\epsilon_{ij})_v = (\epsilon_{ij})_{\text{verbund}} \quad (4.13)$$

folgt unter Verwendung des verallgemeinerten HOOKEschen Gesetzes /4.40, 4.41/:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (4.14)$$

sofort die Bestimmungsgleichung für den mittleren (anisotropen) Elastizitätstensor des Materialverbundes:

$$(E_{ijkl})_{\text{verbund}} = \sum_{v=1}^n h_v (E_{ijkl})_v \quad (4.15)$$

Man erhält somit die elastischen Eigenschaften des Verbundes, indem die elastischen Konstanten aller vorkommenden Faserklassen mit ihrer relativen Häufigkeit gewichtet addiert werden.

#### 4.2.2 Thermomechanische Kenngrößen des Materialverbundes

Bei gleichzeitiger mechanischer und thermischer Beanspruchung setzen sich die Gesamtdehnungen aus zwei Anteilen zusammen /4.40/:

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_{ij})_{\sigma} + (\epsilon_{ij})_{\vartheta} \quad (4.16)$$

Mit dem HOOKEschen Gesetz und den Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{ij}$  bedeutet dies:

$$\epsilon_{ij} = E_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} + \alpha_{ij} \Delta \vartheta \quad (4.17)$$

Durch Invertieren dieser Beziehung und Anwendung auf eine einzelne Faserklasse erhält man die Bestimmungsgleichungen für die in dieser Klasse wirkenden Spannungen:

$$(\sigma_{ij})_v = (E_{ijkl})_v (\epsilon_{kl})_v - (E_{ijkl})_v (\alpha_{kl})_v \Delta \vartheta \quad (4.18)$$

Die Dehnungen der einzelnen Faserklassen sind auch hier aufgrund der Paßbedingungen gleich den Dehnungen des gesamten Verbundes. Greifen keine äußeren Kräfte an, verbleiben die thermischen Anteile:

$$(\epsilon_{kl})_v = (\alpha_{kl})_{\text{verbund}} \Delta \vartheta \quad (4.19)$$



Nun können die in einer Faserklasse wirkenden Spannungen (Gl. 4.18) neu formuliert werden:

$$(\sigma_{ij})_v = (E_{ijkl})_v [(\alpha_{kl})_{\text{verbund}} - (\alpha_{kl})_v] \Delta \theta \quad (4.20)$$

Die in einer Faserklasse thermisch induzierten Spannungen resultieren also (neben der notwendigen Temperaturdifferenz) sowohl aus dem Unterschied zwischen dem Wärmeausdehnungskoeffizienten dieser Klasse und dem mittleren Wärmeausdehnungskoeffizienten des Materialverbundes als auch aus den elastischen Eigenschaften der betrachteten Klasse.

Bei einer rein thermischen Beanspruchung des Materialverbundes muß die Summe aller inneren Einzelkräfte Null werden, da der Körper nach außen kräftefrei bleibt, d.h.:

$$\left[ \sum h_v (E_{ijkl})_v (\alpha_{kl})_{\text{verbund}} - \sum h_v (E_{ijkl})_v (\alpha_{kl})_v \right] \Delta \theta = 0 \quad (4.21)$$

Mit der bereits bekannten Beziehung (Gl. 4.15):

$$(E_{ijkl})_{\text{verbund}} = \sum h_v (E_{ijkl})_v \quad (4.22)$$

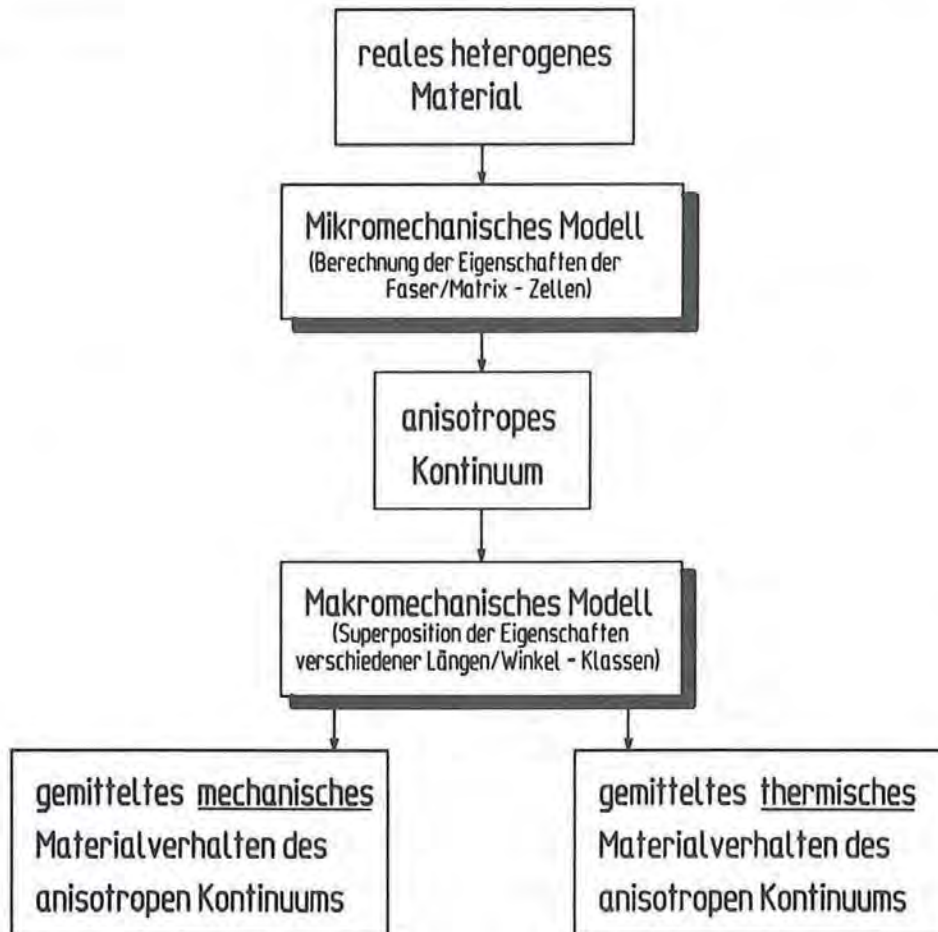
folgt daraus sofort die Bestimmungsgleichung für den gesuchten (anisotropen) Wärmeausdehnungstensor des Materialverbundes:

$$(\alpha_{kl})_{\text{verbund}} = \frac{\sum h_v (E_{ijkl})_v (\alpha_{kl})_v}{(E_{ijkl})_{\text{verbund}}} \quad (4.23a)$$

$$= \frac{\sum (\alpha_{kl})_v \frac{(E_{ijkl})_v}{(E_{ijkl})_1} \frac{h_v}{h_1}}{\sum \frac{(E_{ijkl})_v}{(E_{ijkl})_1} \frac{h_v}{h_1}} \quad (4.23b)$$

Neben den thermischen Kenngrößen der verschiedenen Faserklassen spielen also auch deren elastische Eigenschaften ("weich" oder "hart") eine entscheidende Rolle bei dem äußerlich wirksamen Ausdehnungsverhalten. Dies wird bereits in der Beziehung von SCHAPERY (Gl. 4.4) deutlich, die lediglich den einfachsten Spezialfall von (4.23) darstellt, bei dem nur zwei Komponenten (nämlich Faser und Matrix) vorhanden sind. Dabei kommt es, wie insbesondere aus Gleichung (4.23b) hervorgeht, nicht auf das absolute Niveau der Steifigkeiten der Einzelklassen an, sondern lediglich auf deren Relation untereinander sowie das Verhältnis der relativen Volumenanteile am Gesamtverbund.

Mit den Gleichungen (4.15) bzw. (4.23) sind in Verbindung mit den mikromechanischen Modellen die Voraussetzungen für eine mechanische bzw. thermomechanische Formteilberechnung gegeben. Der reale, sehr komplex aufgebaute Faser-Matrix-Verbund wird durch ein anisotropes aber homogenes Kontinuum mit durchschnittlichen Eigenschaften repräsentiert. Das Vorgehen ist in Bild 4.3 nochmals schematisch zusammengefaßt.



**Bild 4.3:** Konzept zur Berechnung kurzglasfaserverstärkter Thermoplastteile  
**Fig. 4.3:** Concept for the calculation of short-glass fibre reinf. thermoplastics

### 4.3 Programmunterstützung

Die beschriebene Methodik führt zu einem erheblichen Berechnungsaufwand. Beispielsweise müssen die mikromechanischen Gleichungen bei jeweils 18 Längen- und Winkelklassen 324-mal ausgewertet und die Ergebnisse mittels (recht aufwendiger) Tensortransformationen auf eine einzige Bezugsrichtung umgerechnet werden. Dies erfolgt wieder getrennt für die elastischen und thermischen Eigenschaften sowie unabhängig voneinander für Rand- und Kernschicht. Ohne Computerunterstützung ist dies praktisch nicht durchführbar.



Daher wurde das Programm ANIMAT /4.42/ entwickelt /4.32, 4.43, 4.44/, welches die Struktur- und Orientierungsdaten von MEFIBO /3.34/ übernimmt, mittels der oben beschriebenen Vorgehensweise die anisotropen Tensoren zur Erfassung des elastischen und thermischen Verhaltens getrennt für Rand- und Kernschicht errechnet und anschließend automatisch eine vollständige Steuerdatei für die mechanische FE-Analyse mit ABAQUS /2.36/ bereitstellt. Damit ist die durchgängige Verknüpfung von Prozeß- und Bauteilsimulation sichergestellt. Der Konstrukteur erhält in einer der Füllstudie nachgeschalteten Strukturanalyse ohne größere Schwierigkeiten einen aufschlußreichen Einblick in das zum Teil sehr komplizierte Verformungs- und Beanspruchungsverhalten kurzglasfaserverstärkter Thermo-plastformteile (vgl. Abschnitt 4.5.1 und 4.5.2).

#### 4.4 Sensitivitätsuntersuchung

Bevor jedoch auf einige Anwendungsbeispiele und den Vergleich mit experimentellen Daten eingegangen wird, soll im folgenden erörtert werden, welche Parameter für die Ergebnisse der kombinierten mikro- und makromechanischen Berechnungen von Ausschlag gebender Bedeutung sind. Im einzelnen wird der Einfluß der folgenden Eingangsgrößen untersucht:

- Elastizitätsmodul der Matrix  $E_m$ ,
- Elastizitätsmodul der Faser  $E_f$ ,
- Querkontraktionszahl der Matrix  $\nu_m$ ,
- Querkontraktionszahl der Faser  $\nu_f$ ,
- thermischer Längenausdehnungskoeffizient der Matrix  $\alpha_m$ ,
- thermischer Längenausdehnungskoeffizient der Faser  $\alpha_f$ ,
- Winkel zwischen Last- und Hauptorientierungsrichtung  $\alpha$ ,
- Faserlängenverteilung (mittleres  $l/d$ -Verhältnis),
- Faserwinkelverteilung (Streuung  $\sigma$  der Verteilungsfunktion),
- Glasvolumenanteil  $\phi$ .

Mit dem Programm ANIMAT wurden Parameterstudien durchgeführt, bei denen jeweils eine Eingangsgröße in sinnvollen Grenzen variiert und die anderen Einflußgrößen auf einem typischen Wert konstant gehalten wurden. Die Ergebnisse sind in den Bildern 4.4 bis 4.12 graphisch aufgetragen. Die Berechnungen basieren auf den Kurzzeiteigenschaften des Matrixmaterials, die vom Rohstoffhersteller angegeben werden, und den Faserwinkel- und Faserlängenverteilungsfunktionen, wie sie in Plattenformteilen aus einem glasfaserverstärkten Polyamid (PA 6 GF 30, Durethan BKV 30 H) gemessen wurden.

Daraus geht klar hervor, daß bei den elastischen Eigenschaften der E-Modul parallel zur Hauptorientierungsrichtung ( $E_{11}$ ) wesentlich empfindlicher auf Änderungen der Eingangswerte reagiert als der E-Modul senkrecht dazu ( $E_{22}$ ). Die Haupteinflußgrößen auf das Anisotropieverhältnis  $E_{11}/E_{22}$  sind:



- ▶ der Glasgehalt, (Bild 4.6a)
- ▶ die mittlere Faserlänge, (Bild 4.7a)
- ▶ der Faserwinkel und (Bild 4.8a)
- ▶ die Streuung der Faserwinkelverteilung. (Bild 4.9b)

Bei den Wärmeausdehnungskoeffizienten ist ebenfalls festzustellen, daß die thermische Ausdehnung parallel zur Hauptorientierungsrichtung ( $\alpha_{11}$ ) sensitiver gegen Änderungen der Einflußgrößen ist als  $\alpha_{22}$ . Das Anisotropieverhältnis  $\alpha_{22}/\alpha_{11}$  ist vor allem bestimmt durch:

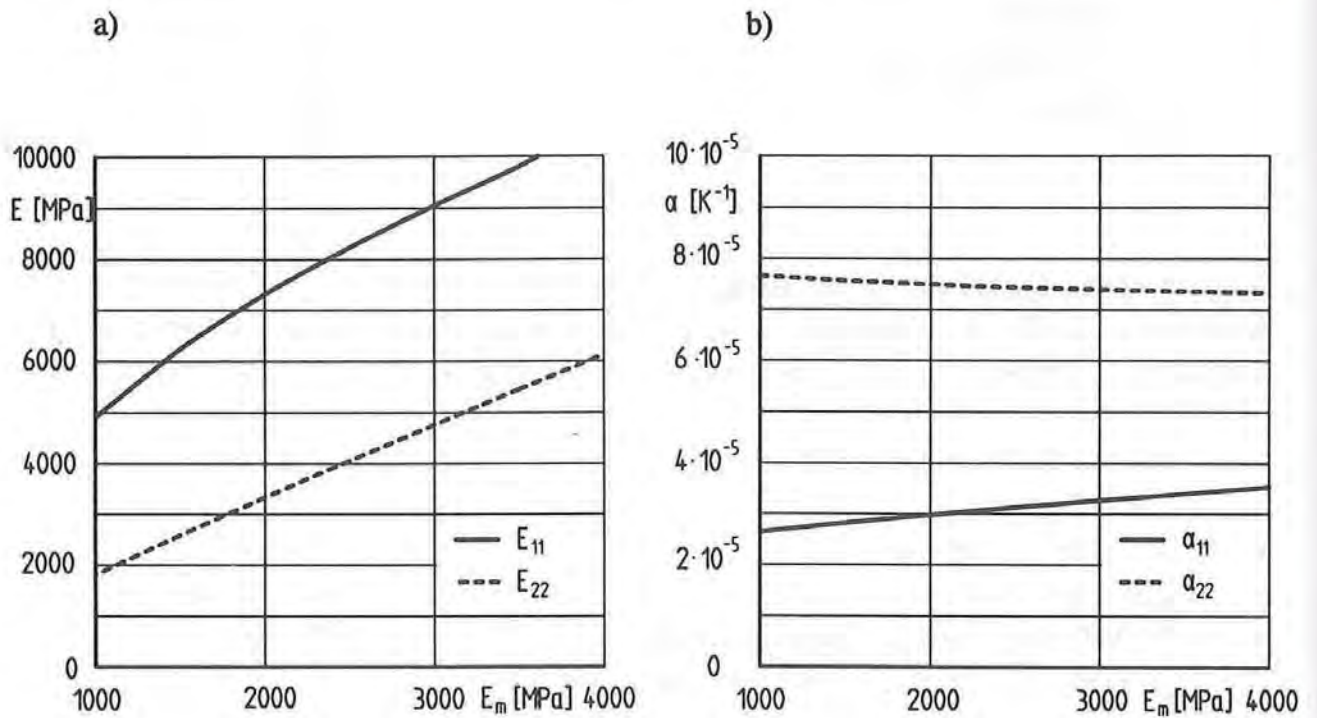
- ▶ den Elastizitätsmodul der Matrix, (Bild 4.4b)
- ▶ den Glasgehalt, (Bild 4.6b)
- ▶ die mittlere Faserlänge, (Bild 4.7b)
- ▶ den Faserwinkel, (Bild 4.8b)
- ▶ den Wärmeausdehnungskoeff. der Matrix und (Bild 4.12a)
- ▶ die Streuung der Faserwinkelverteilung (nicht dargestellt).

Bemerkenswert ist, daß im Falle der elastischen Eigenschaft  $E_{11}$  der Glasgehalt  $\phi$  zwar eine große Rolle spielt, aber im technisch relevanten Bereich ( $\phi = 10 - 20 \%$ ) kleine Abweichungen von  $\phi$  noch zu moderaten Änderungen beim E-Modul führen (Bild 4.6a). Ganz anders ist dagegen die Situation beim Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{11}$ . Hier wirken sich geringe Änderungen des Glasgehaltes innerhalb der oben angegebenen Grenzen drastisch auf das Verhalten des Verbundes aus (Bild 4.6b). Der Glasgehalt ist somit ein hochsignifikanter Einflußparameter auf die Kontraktionsanisotropie  $\alpha_{22}/\alpha_{11}$  und damit auf das Schwindungs- und Verzugsverhalten. Dagegen ist bei den Wärmeausdehnungskoeffizienten der Einfluß der mittleren Faserlänge ab  $l/d > 20$  nicht so entscheidend (Bild 4.7b) wie bei den elastischen Eigenschaften (Bild 4.7a). Der Faserorientierungswinkel ist sowohl für die elastischen als auch die thermischen Kenngrößen in etwa von gleich hoher Bedeutung (Bild 4.8).

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die Modellrechnungen relativ stark von den Matrixeigenschaften  $E_m$  und  $\alpha_m$ , dem Glasvolumenanteil  $\phi$ , dem Orientierungswinkel  $\alpha$  der Fasern bzgl. der Belastungsrichtung, der Breite der Orientierungsverteilung in Form der Streuung  $\sigma$  und dem Faserlängen/Durchmesser-Verhältnis  $l/d$  abhängen. Ungenauigkeiten des schwer zu messenden Elastizitätsmoduls  $E_f$  und des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_f$  der Glasfasern sind dagegen gut zu tolerieren. Die Rechnungen sind überhaupt nicht sensitiv gegenüber den Querkontraktionszahlen von Matrix ( $\nu_m$ ) und Faser ( $\nu_f$ ).

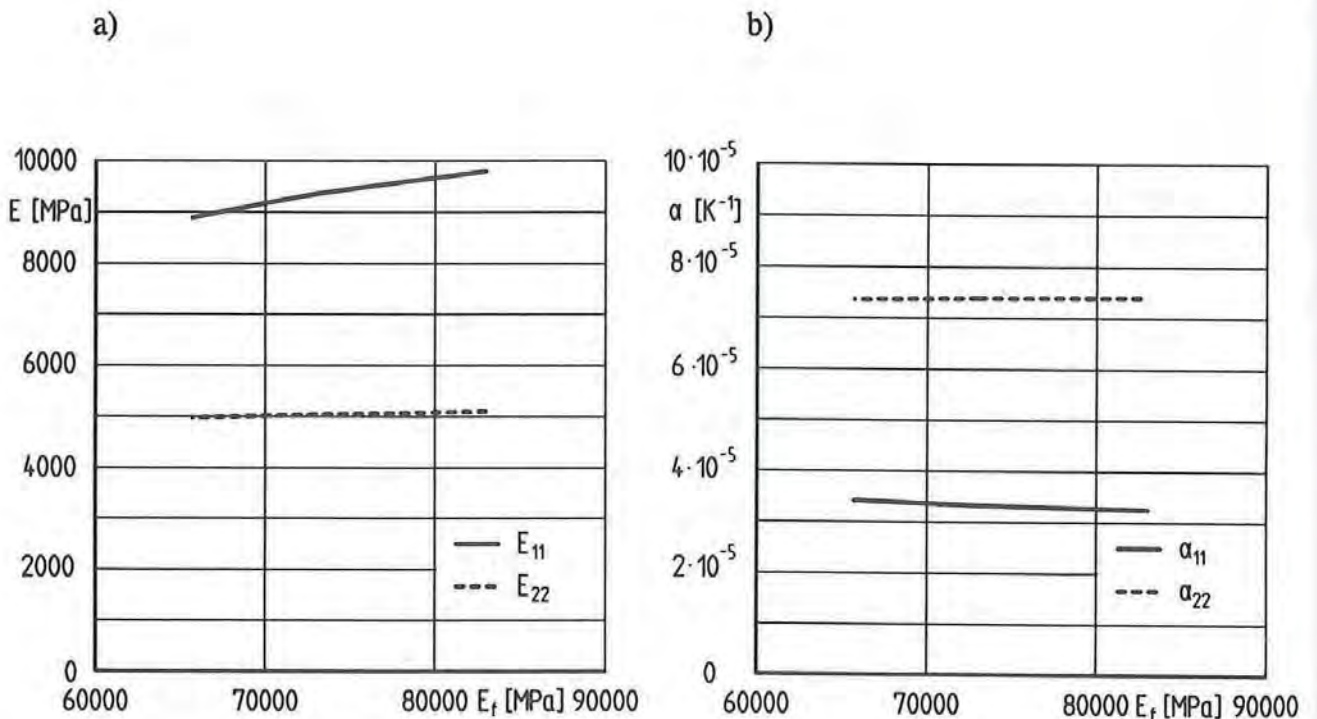
Geht man davon aus, daß der Glasgehalt vom Rohstoffhersteller zuverlässig eingehalten wird und im Formteil keine größeren Entmischungerscheinungen auftreten, ferner die Daten der thermoplastischen Matrix relativ genau bekannt sind, so müssen in erster Linie die in den Formteilen auftretenden lokalen Faserhauptorientierungen und die Faserlängenverteilungen bzw. deren Mittelwerte möglichst zuverlässig bestimmt sein.





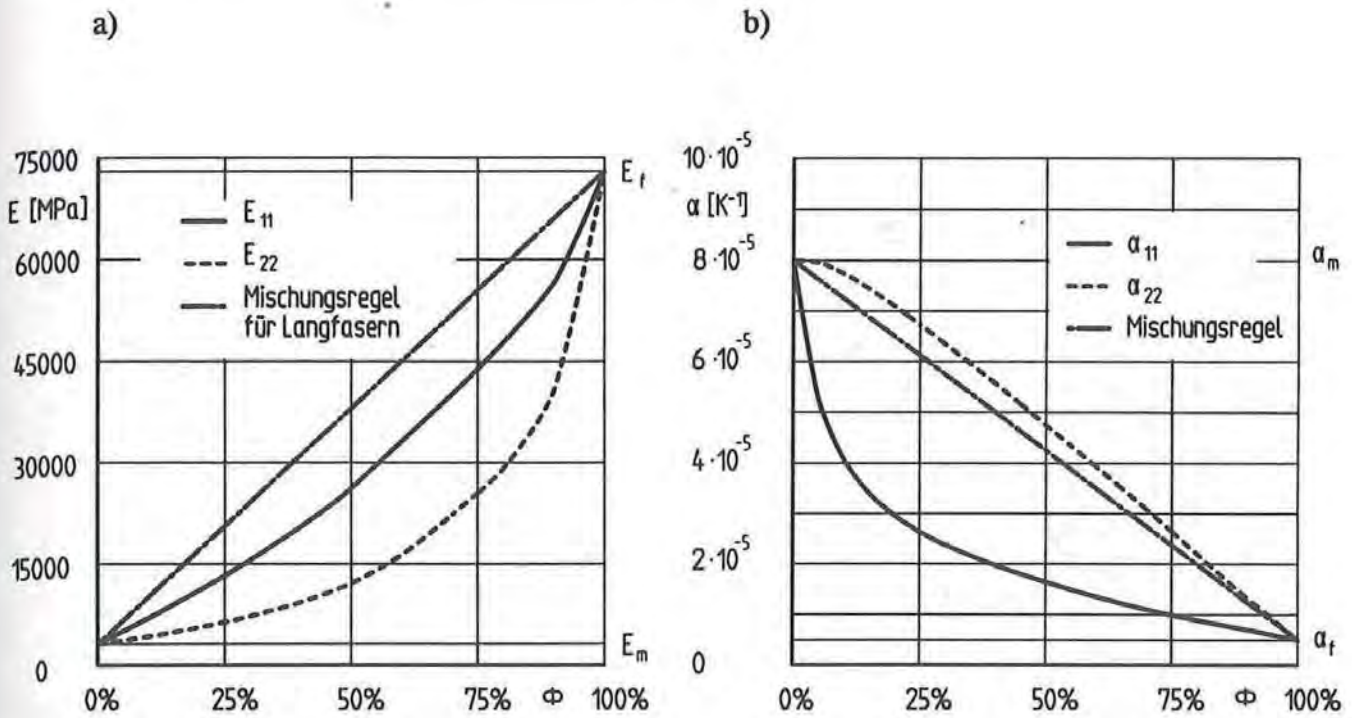
**Bild 4.4:** Einfluß des Matrixmoduls auf die Verbundeigenschaften (PA 6 GF 30)

**Fig. 4.4:** Influence of the matrix modulus of elasticity on the composite properties



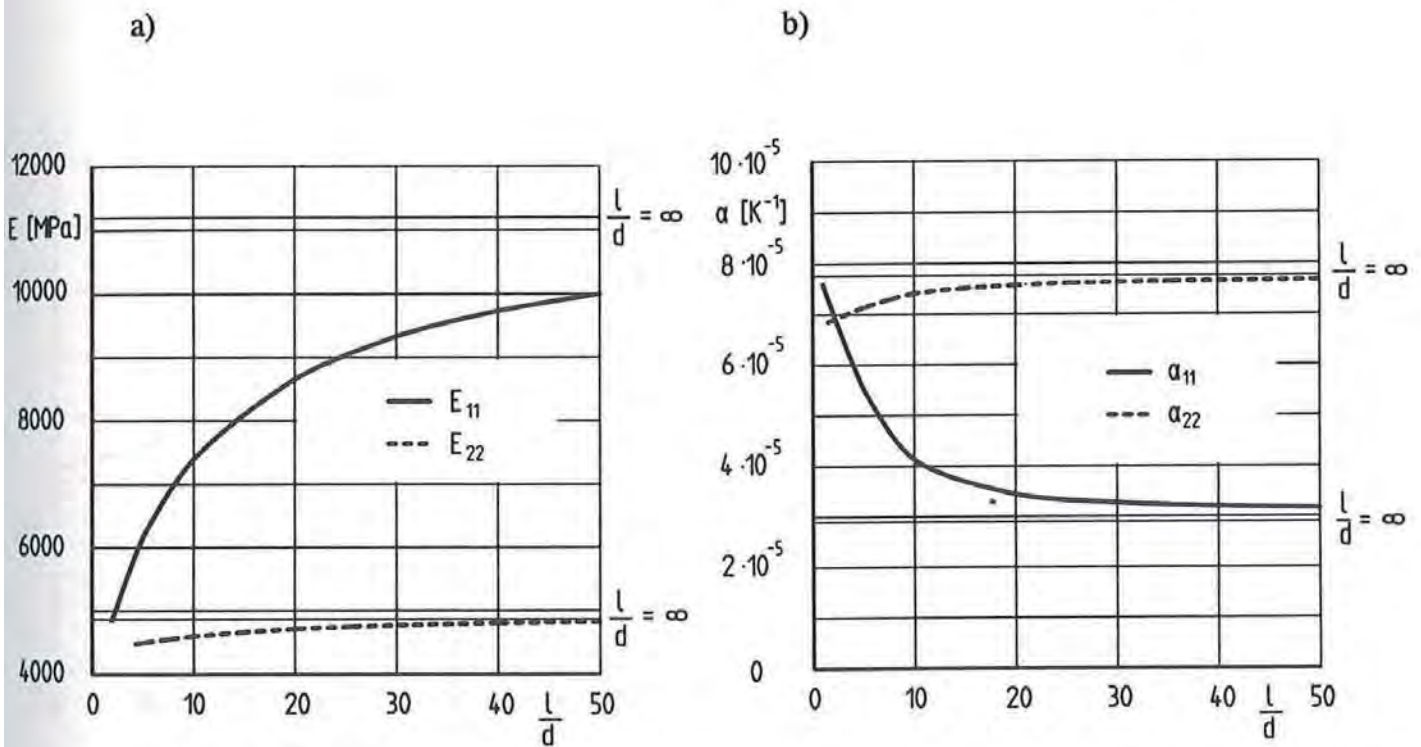
**Bild 4.5:** Einfluß des Fasermoduls auf die Verbundeigenschaften (PA 6 GF 30)

**Fig. 4.5:** Influence of the fibre modulus of elasticity on the composite properties



**Bild 4.6:** Einfluß des Glasgehaltes auf die Verbundeigenschaften (PA 6 GF 30)

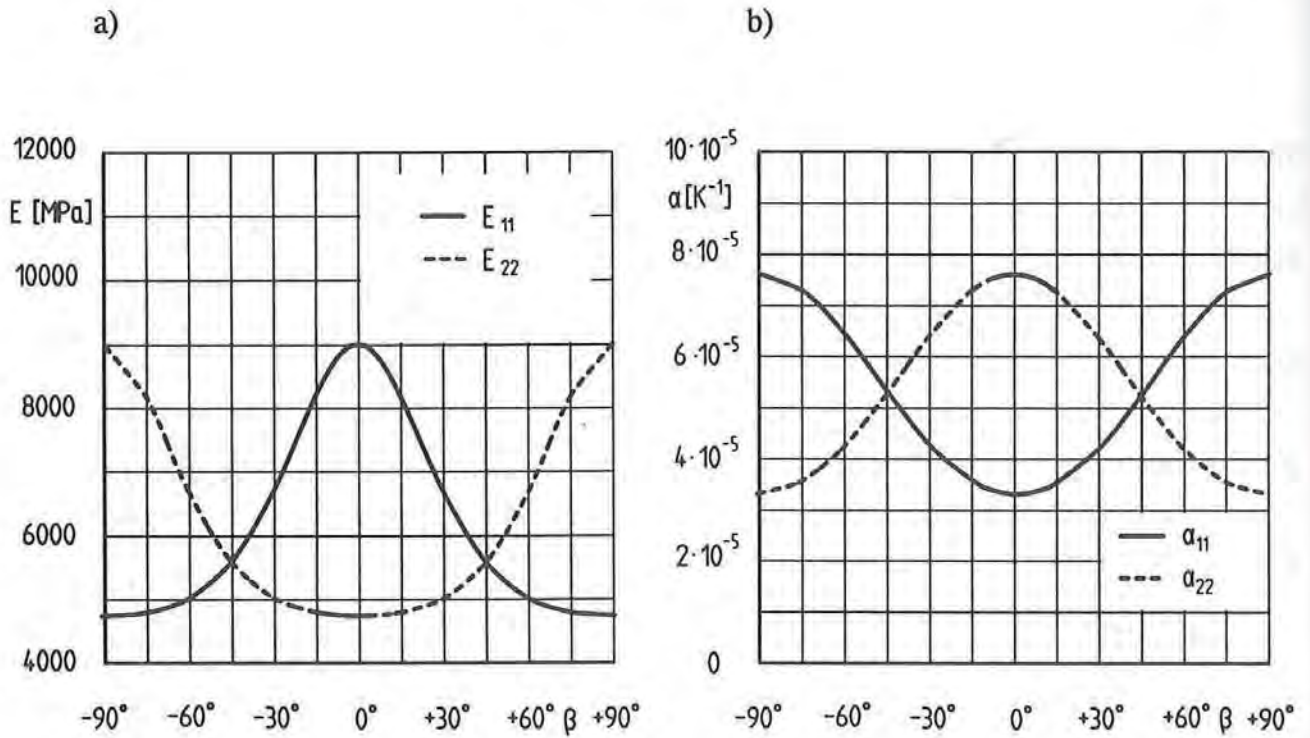
**Fig. 4.6:** Influence of the glass volume fraction on the composite properties



**Bild 4.7:** Einfluß der Faserlänge auf die Verbundeigenschaften (PA 6 GF 30)

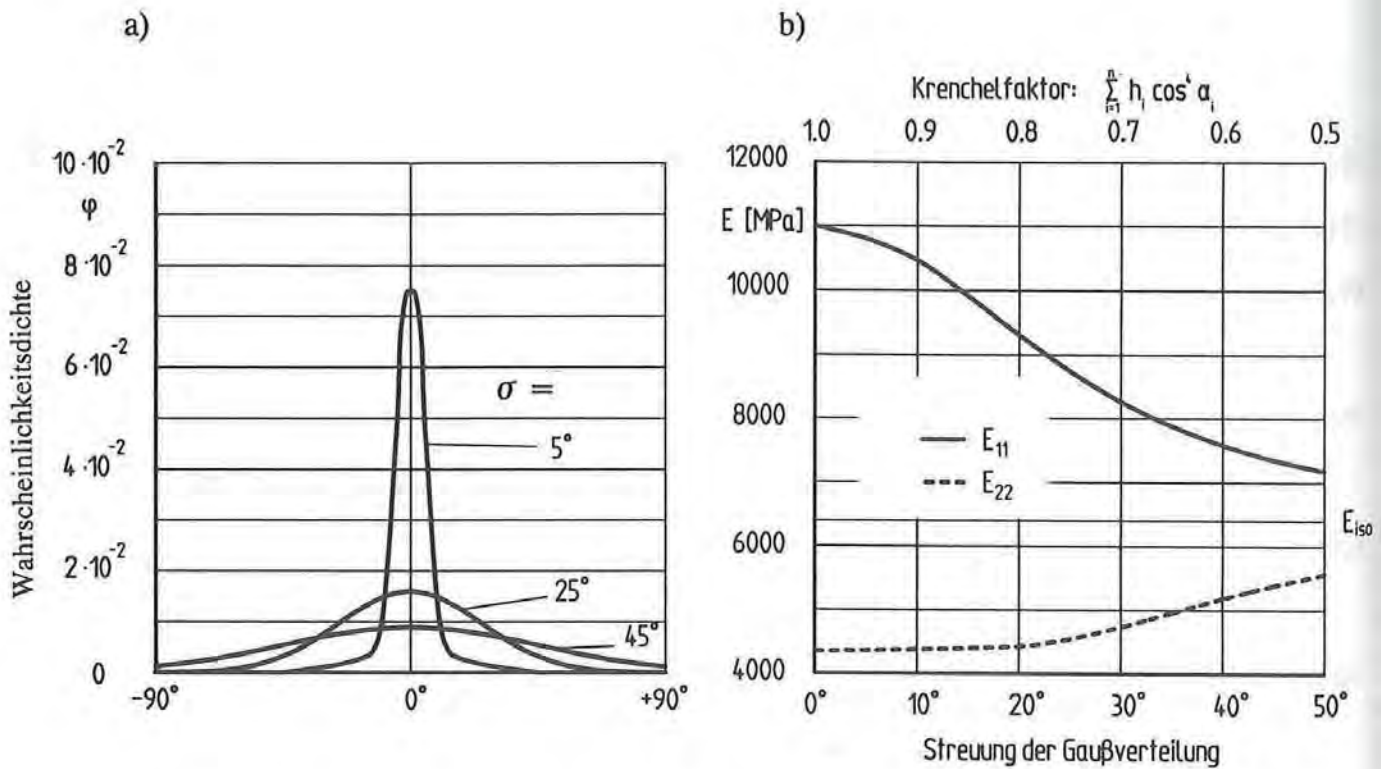
**Fig. 4.7:** Influence of the fibre length on the composite properties





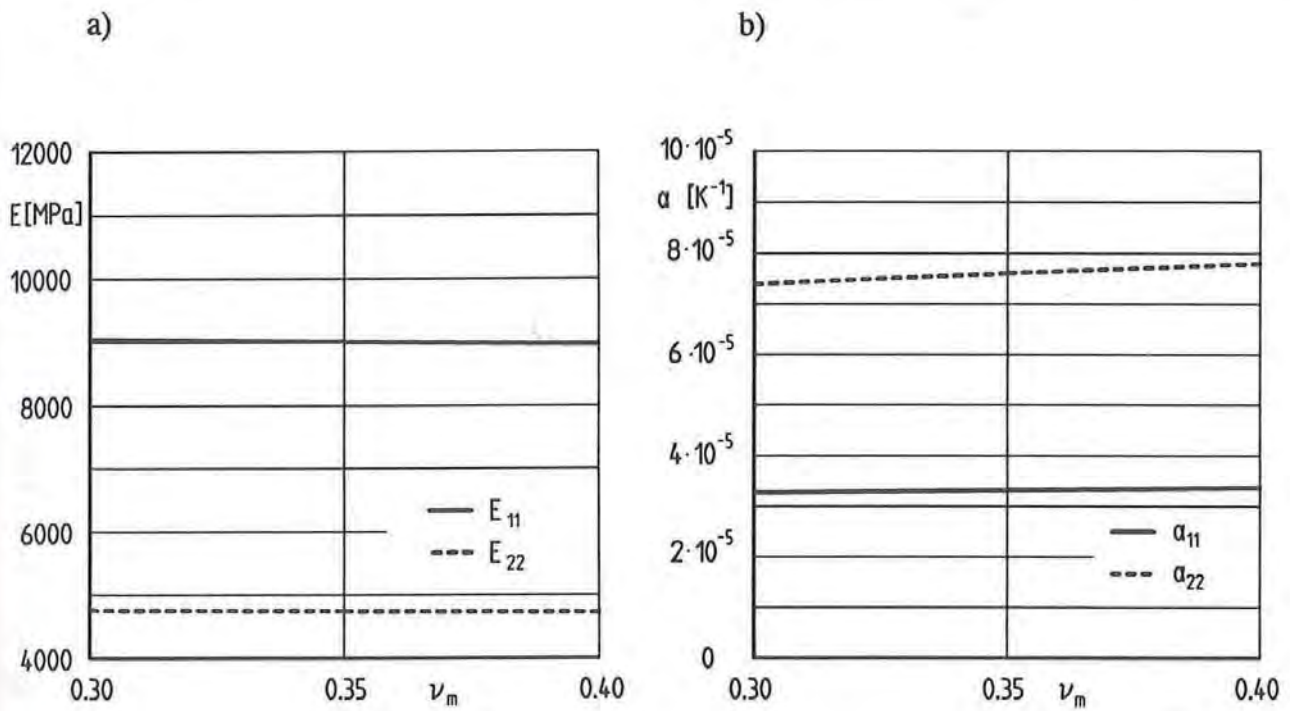
**Bild 4.8:** Einfluß der Lastrichtung auf das Verbundverhalten (PA 6 GF 30)

**Fig. 4.8:** Influence of the load direction on the composite behaviour



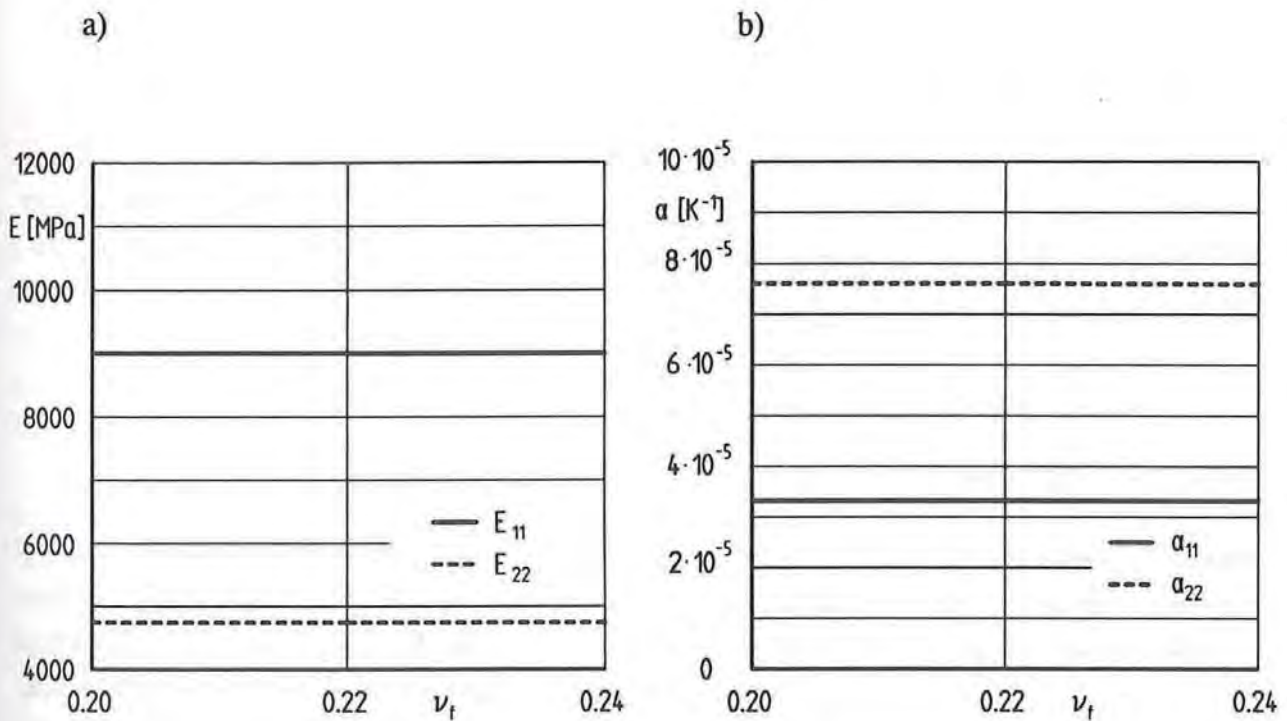
**Bild 4.9:** Einfluß der Faserwinkelverteilung auf die Verbundeigenschaften (PA 6 GF 30)

**Fig. 4.9:** Influence of the orientation distribution function on the composite properties



**Bild 4.10:** Einfluß der Querkontraktion der Matrix (PA 6 GF 30)

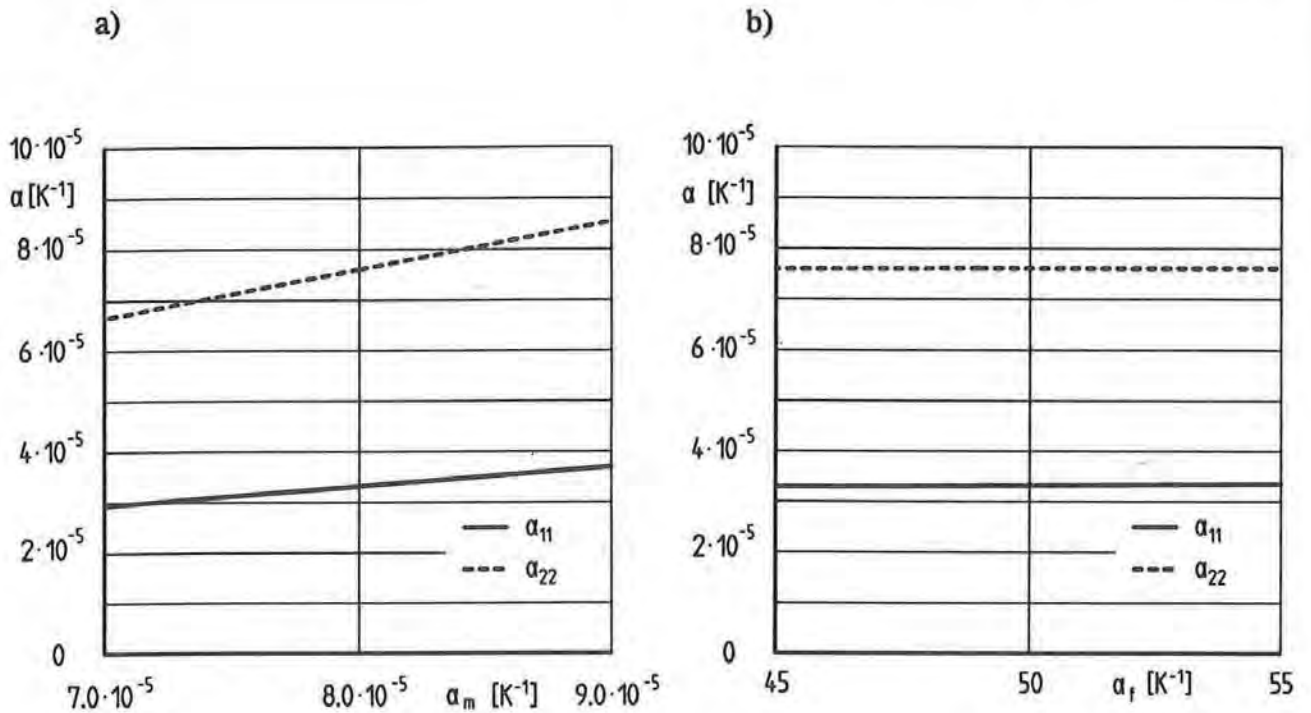
**Fig. 4.10:** Influence of the Poisson's ratio of the matrix material



**Bild 4.11:** Einfluß der Querkontraktion der Glasfasern

**Fig. 4.11:** Influence of the Poisson's ratio of the glass fibres





**Bild 4.12:** Einfluß der Wärmeausdehnungskoeffizienten von Matrix und Fasern

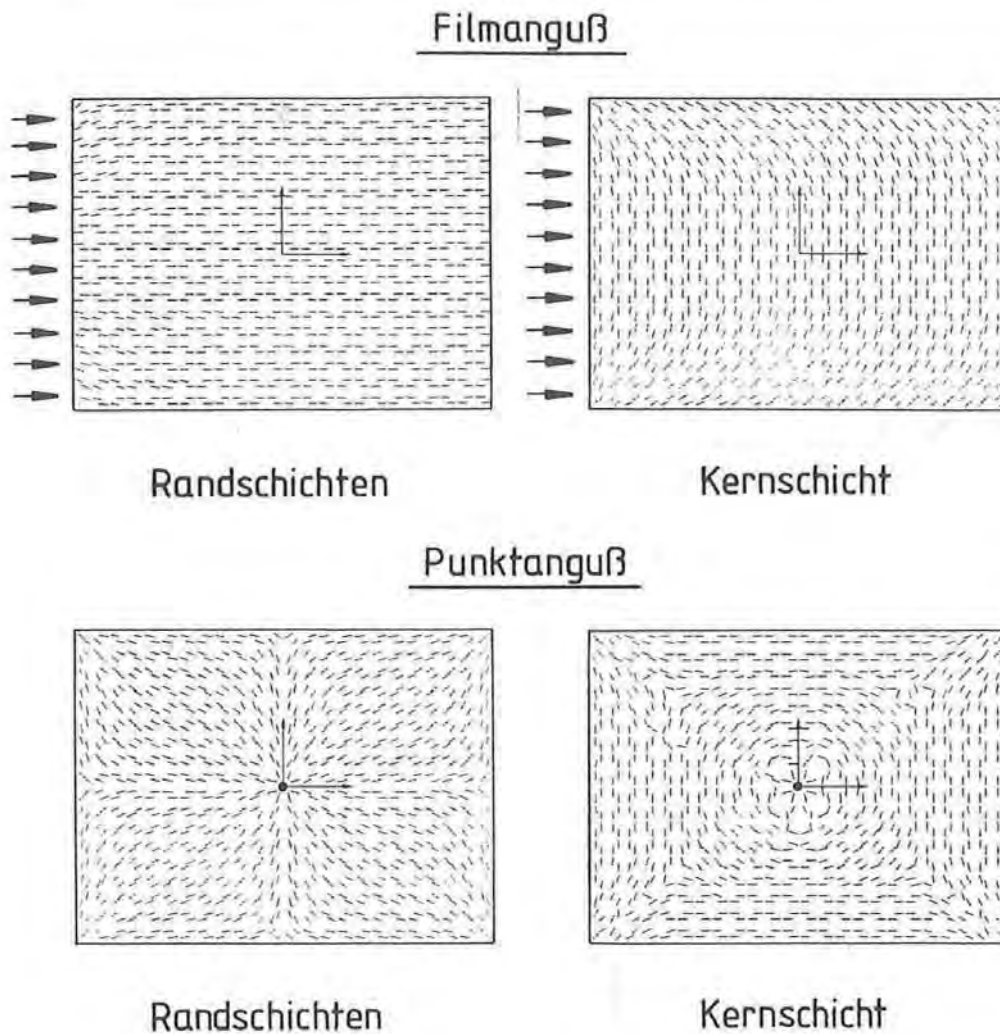
**Fig. 4.12:** Influence of the coefficients of thermal expansion of matrix and fibres

#### 4.5 Berechnungsbeispiele

Das Berechnungskonzept wird im folgenden anhand verschiedener Formteile und Belastungsfälle überprüft. Neben zwei plattenförmigen Spritzgußteilen mit dem Vorteil der leichten Handhabbarkeit und Überschaubarkeit wird auch ein komplexes Praxisbauteil betrachtet.

##### 4.5.1 Einfache Plattenformteile

Bild 4.13 zeigt für eine Platte der Abmessung 150 x 200 mm und einer Wanddicke von 2,5 mm die mittels MEFIBO errechneten Faserhauptorientierungen für zwei verschiedene Angußsysteme. In den Randschichten bilden sich bei dem Filmanguß sehr gleichmäßige Orientierungen in Richtung der Plattenachse aus, im Fall des zentrischen Punktangusses sind die Fasern bis auf die Bereiche in der Nähe der Formteilkanten etwa radial vom Plattenzentrum nach außen ausgerichtet. In den Kernschichten herrscht bis auf die zuletzt gefüllten Eckenbereiche die typische Orientierung quer zur Hauptfließrichtung.



**Bild 4.13:** Simulation der Faserorientierung für zwei Rechteckplatten  
**Fig. 4.13:** Simulation of the fibre orientation for two rectangular plates

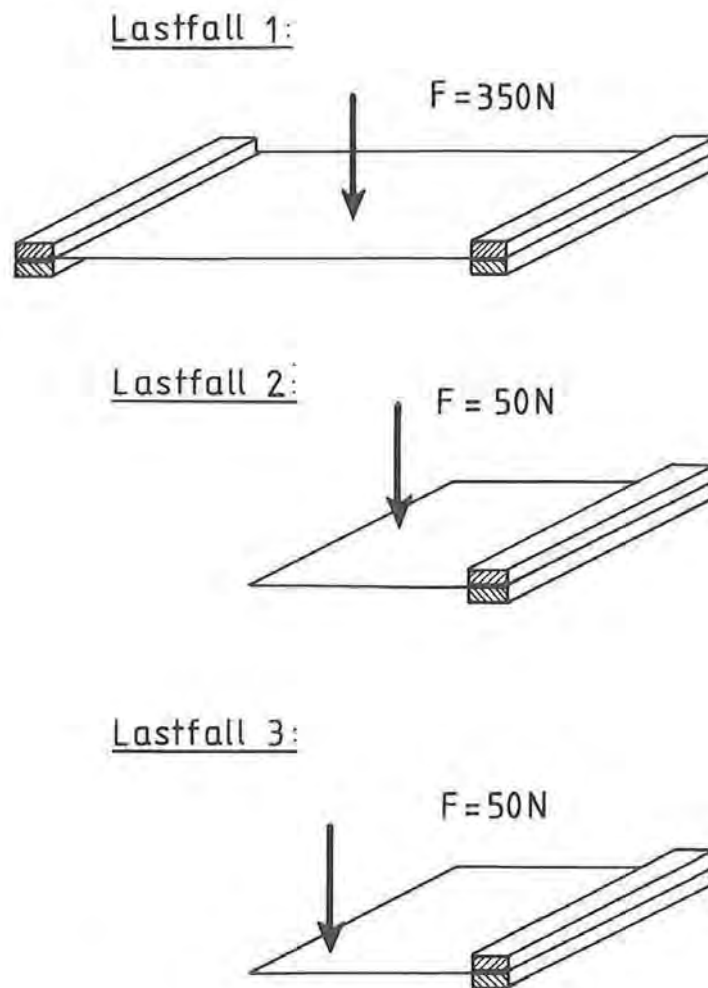
Die Platten wurden jeweils aus zwei unterschiedlichen kurzglasfaserverstärkten Polyamiden hergestellt (PA 6.6 GF 35, Ultramid A3 H G7 und PA 6 GF 30, Durethan BKV 30 H). Die Werkstoffdaten sind im Anhang enthalten. Sie wurden in verschiedenen, in Bild 4.14 skizzierten Lastfällen mechanisch beansprucht [4.44]. Zur Verdeutlichung werden die Lastfälle kurz beschrieben:

**Lastfall 1:** Die Platten sind an den zwei kürzeren Seiten fest eingespannt und werden in der Plattenmitte mit einer Kraft von 350 N belastet.

**Lastfall 2:** Die Platten sind in der Mitte durchtrennt und an der Schnittstelle fest eingespannt. Der Kraftangriffspunkt liegt auf der Symmetrieachse der Platte an dem Ende gegenüber der Einspannung. Die Kraft beträgt 50 N.

**Lastfall 3:** Die Einspannung entspricht Lastfall 2, doch wird die Kraft in Höhe von 50 N außermittig aufgebracht.





**Bild 4.14:** Untersuchte Biegelastfälle für die Rechteckplatten /4.44/  
**Fig. 4.14:** Investigated bending load cases for the rectangular plates

Für die Berechnung der beschriebenen Lastfälle wurde eine FE-Struktur mit 423 Viereckschalenelementen und 475 Knoten generiert. Diese wurde im Hinblick auf eine Füllsimulation mit MEFISTO zunächst noch mit Hilfe einer Schnittstelle in eine Dreieckschalenelementstruktur konvertiert. Nach der Faserorientierungsberechnung mit MEFIBO wurden von ANIMAT jeweils zwei Dreiecke wieder zu einem Viereck zusammengefaßt und dabei die in den Dreiecken vorliegenden Orientierungen gemittelt. Die Viereckelemente sind für mechanische FE-Berechnungen besser geeignet /2.7/.

Tabelle 4.1 zeigt den Vergleich zwischen den experimentell und durch FE-Berechnungen gewonnenen Durchbiegungen der Platten am Kraftangriffspunkt für die verschiedenen Lastfälle sowie die beiden Anlaufvarianten (Punkt und Film) /4.44/.

Lastfall	Material	Anguß	Durchbiegung [mm] (rechn.)	Durchbiegung [mm] (experim.)	Abweichung [%]
KS <sup>1</sup> : 15 %: $E_{11} = 10780$ MPa $E_{22} = 5860$ MPa					
1	Ultramid	Film	5,34	5,10	4,65
2	"	"	8,93	8,83	6,50
3	"	"	15,53	16,98	-8,54
KS <sup>1</sup> : 15 %: $E_{11} = 9240$ MPa $E_{22} = 5420$ MPa					
1	Durethan	Film	5,83	5,47	6,60
2	"	"	10,71	9,30	15,16
3	"	"	17,80	20,55	-13,38
KS <sup>1</sup> : 15 %: $E_{11} = 10310$ MPa $E_{22} = 5930$ MPa					
1	Ultramid	Punkt	6,02	6,33	-4,64
2	"	"	14,22	14,62	-2,74
3	"	"	18,58	22,40	-17,05
KS <sup>1</sup> : 15 %: $E_{11} = 8240$ MPa $E_{22} = 5870$ MPa					
1	Durethan	Punkt	6,33	6,15	2,91
2	"	"	15,25	13,97	9,16
3	"	"	20,61	23,09	-10,74

<sup>1</sup> KS: Kernschicht

Tabelle 4.1: Gemessene und berechnete Durchbiegungen (anisotropes Modell)

Table 4.1: Measured and calculated deflections (anisotropic model) /4.44/

Die Platte aus PA 6.6 GF 35 (Ultramid) mit Filmanguß verhält sich im Lastfall 1 mit einer rechnerischen Durchbiegung von 5.34 mm steifer als die Platte mit Punktanguß (6,02 mm), was auf die ideale Ausrichtung der Fasern parallel zur Plattenlängsachse in Richtung der Hauptnormalspannungen zurückzuführen ist. In der Punktangußvariante liegen die Fasern im Einspannungsbereich und in der Plattenmitte dagegen fast senkrecht zur Hauptbelastungsrichtung (Bild 4.13). Dieser Effekt wird noch deutlicher im Lastfall 2, bei dem der biege- weiche Einspannungsbereich der Punktangußvariante für die große Verschiebung von 14,22 mm verantwortlich ist (im Vergleich zu nur 8,93 mm für die Filmangußvariante). Bei dem außermittigen Kraftangriff in Lastfall 3 führt die günstigere Diagonalverstärkung in der Punktangußvariante zu einer gewissen Kompensation der geringen Biegesteifigkeit in der Nähe der Einspannungsstelle. Der Unterschied in der Plattendurchbiegung zwischen der Punkt- und Filmangußvariante fällt dadurch kleiner aus (18,58 bzw. 15,53 mm) als in Lastfall 2. Für die Platten aus PA 6 GF 30 (Durethan) ergeben sich sehr ähnliche Verhältnisse. Die Deformationen sind wegen des um 5 % niedrigeren Glasgehaltes etwas größer als bei den Formteilen aus PA 6.6 GF 35 (Ultramid).



Lastfall	Material	Anguß	Durchbiegung [mm] (rechn.)	Durchbiegung [mm] (experim.)	Abweichung [%]
$E_{iso} = 7440 \text{ MPa}$					
1	Ultramid	Film	7,10	5,10	39,22
2	"	"	11,04	8,38	31,74
3	"	"	16,92	16,98	-0,35
$E_{iso} = 6660 \text{ MPa}$					
1	Durethan	Film	7,13	5,47	30,35
2	"	"	12,37	9,30	33,01
3	"	"	18,44	20,55	-10,27
$E_{iso} = 7440 \text{ MPa}$					
1	Ultramid	Punkt	7,10	6,33	12,16
2	"	"	11,04	14,62	-24,49
3	"	"	16,92	22,40	-24,46
$E_{iso} = 6660 \text{ MPa}$					
1	Durethan	Punkt	7,13	6,15	15,93
2	"	"	12,37	13,97	-11,45
3	"	"	18,44	23,09	-20,14

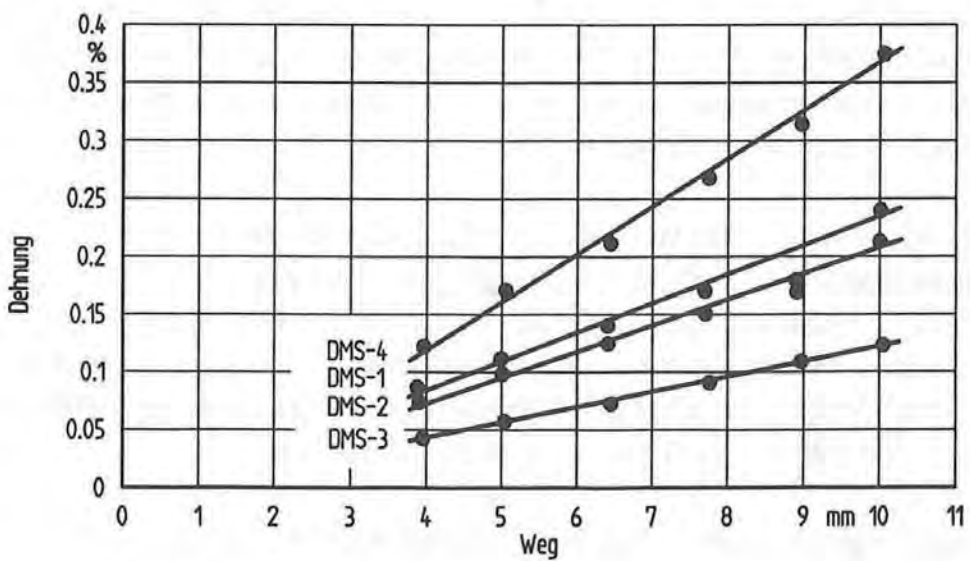
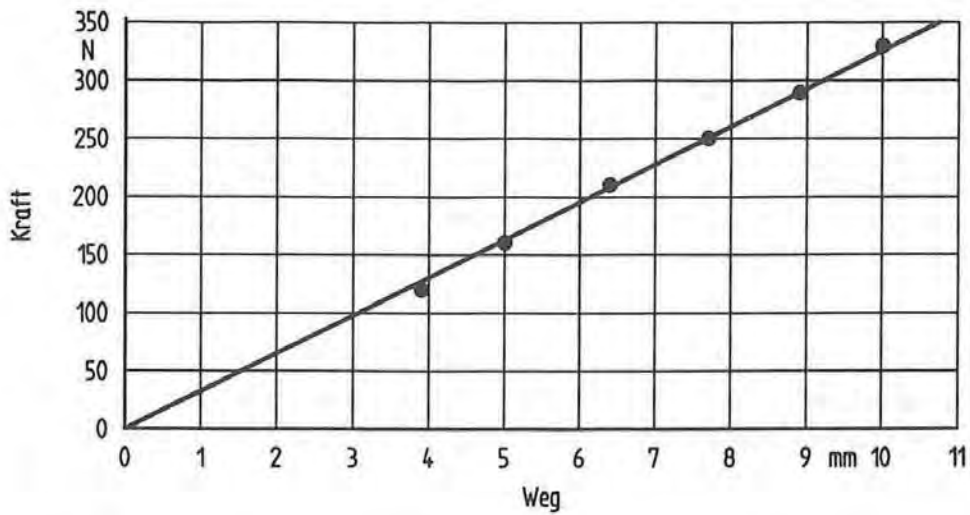
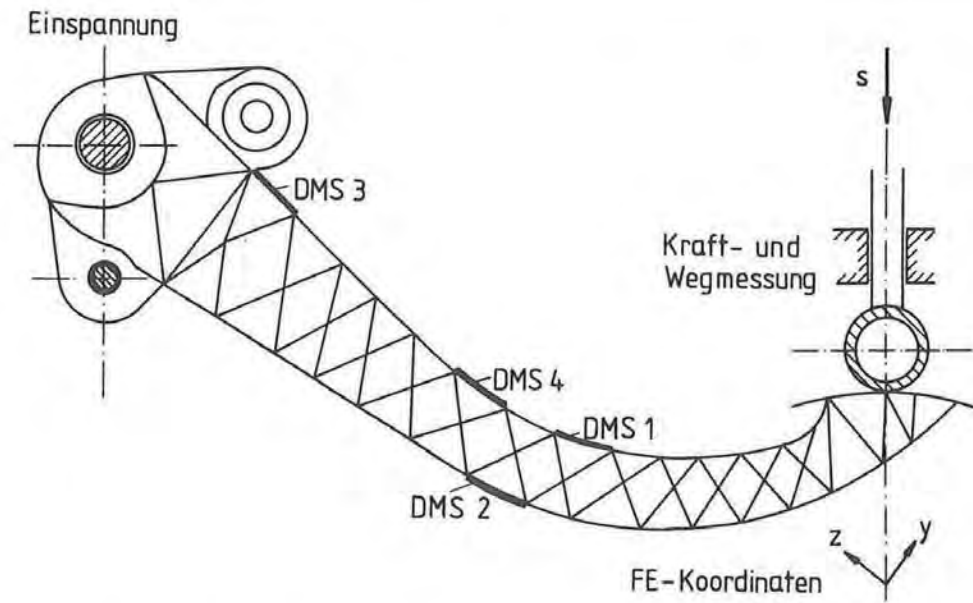
**Tabelle 4.2:** Gemessene und berechnete Durchbiegungen (isotropes Modell)

**Table 4.2:** Measured and calculated deflections (isotropic model) /4.44/

Diese Ergebnisse zeigen, daß das anisotrope und inhomogene Werkstoffverhalten bereits in überschaubaren Geometrien und einfachen Lastfällen zu großen Unterschieden im Formteilverhalten führen kann, vor allem, wenn die Verformungen nur durch wenige Einspannstellen und Zwangsbedingungen eingeschränkt werden. Mit Berechnungen, die isotropes Materialverhalten voraussetzen, werden diese Effekte natürlich nicht nachvollzogen (Tabelle 4.2).

#### 4.5.2 Kupplungspedal

Neben den oben beschriebenen, einfachen Formteilen wurde auch ein kompliziertes Praxisbauteil untersucht /4.43/. Es handelt sich um dasselbe Kupplungspedal, wie es in Abschnitt 3.3.4 bereits vorgestellt wurde. Die Werkstoffdaten des verwendeten Materials (PA 6 GF 30 Sniamid ASN 27/300) sind ebenfalls im Anhang enthalten. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Bild 4.15 wiedergegeben. Das Pedal war mittels zweier Stahlwellen fest eingespannt. An der Trittfläche wurde über eine rohrförmige Auflage allmählich eine Linienlast eingeleitet, deren Maximalwert 240 N betrug. Hierbei handelte es sich um eine praxisrelevante Belastung.



**Bild 4.15:** Versuchsaufbau und Meßergebnisse für ein Kupplungspedal /4.43/  
**Fig. 4.15:** Experimental design and results for a clutch pedal (PA 6 GF 30)



Der daraus resultierende Kraft-Weg-Verlauf ist vollkommen linear (Bild 4.15). Dies stimmt mit Erfahrungen von /3.44, 3.45/ überein und läßt sich aus dem relativ niedrigen Dehnungsniveau erklären, das im Biegeträger trotz einer Gesamtverschiebung der Trittfläche um 7,3 mm vorherrscht. Die Dehnungen wurden an vier Stellen auf den Deckflächen des Trägers (Gurte) mit Dehnmeßstreifen gemessen /4.43/ (DMS 1 - DMS 4). Auch sie zeigen über dem Verformungsweg aufgetragen einen streng linearen Verlauf und bleiben kleiner als 0,3 % (Bild 4.15).

Für die Finite-Elemente-Berechnung wurde dieselbe Dreieckschalenstruktur verwendet wie bereits bei der Füllsimulation (4107 Elemente, 2095 Knoten, vgl. Abschnitt 3.3.4). Eine paarweise Umwandlung der Dreieck- in die besser geeigneten Viereckschalenelemente war hier aufgrund der automatisch erzeugten Netzstruktur im "free mesh"-Verfahren nicht ohne weiteres möglich. Das verwendete FE-Modell stellt mit 12570 Freiheitsgraden ein Strukturanalyseproblem dar, das auf dem verwendeten Minirechner (MicroVax 3800) nur noch mit der geometrisch linearen Theorie in vertretbarem Zeitrahmen behandelt werden konnte.

Einer ersten Berechnung wurde isotropes Materialverhalten mit einem Elastizitätsmodul in Höhe von  $E_{\text{iso}} = 5800 \text{ MPa}$  zugrundegelegt. Dieser Modul wurde mit den erläuterten mikro- und makromechanischen Modellen unter Voraussetzung einer regellosen Faseranordnung und einem Faservolumenanteil von 16 % (entspricht 30 % Masseanteil) bestimmt.

Eine zweite FE-Analyse basierte auf den Ergebnissen der Faserorientierungssimulation und auf den Elastizitätstensoren für Rand- und Kernschicht, die aus repräsentativen gemessenen Winkelverteilungsfunktionen /3.22/ ermittelt wurden (Randschicht:  $E_{11} = 8070 \text{ MPa}$ ,  $E_{22} = 4540 \text{ MPa}$ ; Kernschicht:  $E_{11} = 4780 \text{ MPa}$ ,  $E_{22} = 7270 \text{ MPa}$ ). Berechnungen unter Berücksichtigung des dreischichtigen Aufbaus des Formteilquerschnitts mit entsprechenden Schalenelementen (layered shells /2.36/) erforderten ca. 20 Stunden CPU-Zeit und etwa 1 Woche Durchlaufzeit. Dies ist aufgrund der vorausgesetzten geometrischen und physikalischen Linearität allein auf den hohen Datenverwaltungsaufwand während der Berechnung durch die vielen Orientierungen in den verschiedenen Ebenen der verwendeten dreischichtigen Schalenelemente zurückzuführen.

Um den Berechnungsaufwand zu verringern, wurden die Rand- und Kernschichteigenschaften gewichtet superponiert und nachfolgend einschichtige Schalenelemente verwendet. Diesen wurden die dominierenden Randschichtorientierungen zugeordnet. Dabei wurde eine Kernschichtdicke von 5 % des Querschnittes angenommen, was durch die experimentellen Ergebnisse gerechtfertigt ist /3.22/. Das Materialverhalten ist durch ein Anisotropieverhältnis von  $E_{11}/E_{22} = 7900 \text{ MPa} / 4690 \text{ MPa} = 1,68$  charakterisiert.

Die wichtigsten Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 zusammengefaßt. Mit Blick auf die gemessenen und berechneten Dehnungen in Richtung der Trägerhauptachse läßt sich eindeutig feststellen, daß die anisotrope Analyse genauere Werte liefert als die isotrope Variante. Die verbleibenden Abweichungen der mit dem anisotropen Modell berechneten Dehnungen zu

den Meßwerten sind u.a. darauf zurückzuführen, daß die Fasern vor allem in den Deckflächen des Trägers im Vergleich zu den punktuell gemessenen Winkelverteilungsfunktionen eventuell etwas stärker ausgerichtet sind und so das Dehnungsniveau reduzieren.

	Versuch	FEM anisotrop	FEM isotrop	Verhältnis iso./aniso.
E-Modul		7900 MPa & 4690 MPa	5800 MPa	1 / 1,36
$\epsilon$ (DMS1)	0,17 %	0,184 %	0,257 %	1,40
$\epsilon$ (DMS2)	-0,15 %	-0,178 %	-0,224 %	1,26
$\epsilon$ (DMS3)	0,09 %	0,108 %	0,133 %	1,23
$\epsilon$ (DMS4)	0,26 %	0,260 %	0,310 %	1,19
$f$	6,52 mm	6,55 mm	6,84 mm	1,04

**Tabelle 4.3:** Simulations- und Meßergebnisse für das Kupplungspedal (PA 6 GF 30)

**Table 4.3:** Results of simulation and experiment for the clutch pedal

Tabelle 4.3 weist für die gemessene Verschiebung der Krafteinleitungsstelle in Höhe von 6,52 mm einen Wert auf, der um 0,78 mm kleiner ist als die tatsächlich gemessene Gesamtverschiebung der Trittfläche (7,3 mm). Diese Differenz ist auf die im Experiment vorhandene Verformung der Einspannungskonstruktion (Stahlwellen) zurückzuführen, die sich über den langen Hebel relativ stark an der Krafteinleitungsstelle auswirkt. Durch die lineare Extrapolation der vollkommen geradlinigen Kurvenverläufe für die gemessenen Dehnungen in Abhängigkeit der Verschiebung am Lastangriff nach unten läßt sich anhand der bei 0 % Dehnung verbleibenden Achsenabschnitte (Verformung) die durch die elastische Einspannung induzierte zusätzliche Verschiebung des Lastangriffspunktes näherungsweise bestimmen (Bild 4.15). Sie variiert bei Verwendung der einzelnen Dehnungskurven zwischen 0,6 und 1,1 mm. Als Mittelwert erhält man die bereits erwähnten 0,78 mm. Diese werden von der Gesamtverschiebung in Höhe von 7,3 mm abgezogen, so daß die Verformung des Pedals bei 240 N lediglich 6,52 mm beträgt.

Um den ohnehin schon sehr hohen Modellierungsaufwand zu begrenzen, wurde im Finite-Elemente-Modell eine völlig starre Einspannung der entsprechenden Knoten angenommen, so daß rechnerisch keine zusätzlichen Verschiebungen an der Krafteinleitungsstelle zu verzeichnen sind. Der mit der anisotropen FE-Analyse bestimmte Verschiebungswert am Kraftangriff in Höhe von 6,55 mm stimmt sehr gut mit dem Meßergebnis überein und kann gegenüber dem isotrop ermittelten Wert (6,84 mm) als der genauere angesehen werden. Die mit dem anisotropen Modell berechnete Variante verhält sich aufgrund der berücksichtigten Faserausrichtung (vor allem in den Gurten des Biegeträgers) insgesamt steifer als die isotrope Variante. Dies reduziert sowohl das Dehnungs- als auch das Verformungsniveau.



Im Gegensatz zur Absenkung der Krafteinleitung sind die gemessenen und berechneten Dehnungswerte direkt vergleichbar, da sie ausschließlich aus den inneren Beanspruchungen der Struktur folgen. Hier schneidet die anisotrope Analyse eindeutig besser ab als die isotrope Berechnung (Tabelle 4.3).

Die vorgestellten Finite-Elemente-Analysen für das Kupplungspedal zeigen, daß bei einer stark verrippten Struktur die Geometrieigenschaften einen maßgeblichen Einfluß auf das Verformungsverhalten haben. Anders als in dem Beispiel der plattenförmigen Bauteile in Abschnitt 4.5.1 verhindert die große Zahl der geometrischen Zwangsbedingungen durch die Aneinanderkopplung vieler Flächen und Rippen weitestgehend eine freie Verformung einzelner Bauteilbereiche. Der Quotient aus den Elastizitätsmoduln  $E_{11}/E_{iso} = 1,36$  findet sich in dem Verhältnis der berechneten Verformungen am Kraftangriff nur sehr abgeschwächt wieder ( $f_{iso}/f_{ani} = 6,84/6,55 = 1,04$ ). Durch die Betrachtung der Verschiebung des Kraftangriffspunktes ist lediglich eine summarische Bewertung möglich. Lokal können sich je nach Faserlage mehr oder weniger große Verformungsunterschiede zwischen isotroper und anisotroper Rechnung ergeben. Dies wird an den Dehnungen sichtbar.

Es läßt sich also feststellen, daß bei dem hier untersuchten Bauteil die anisotrope Berechnungsvariante nur eine geringfügig kleinere Verformung an der Krafteinleitungsstelle voraussagt als die isotrope Berechnung - welche zwar auch von einer Verstärkung ausgeht, bei der aber eine regellose Faseranordnung vorausgesetzt ist. Es wird jedoch auch deutlich, daß für eine Bewertung des lokalen Beanspruchungszustands die mit dem anisotropen Modell errechneten Dehnungen wesentlich genauer sind (Abweichungen zum Experiment zwischen 0 und 20 %) als die in einer Rechnung mit isotropem Werkstoffverhalten bestimmten Daten (Abweichungen zwischen 20 und 50 %).

#### 4.6 Fazit

Die vorgestellten Beispiele dokumentieren, daß die Verbindung von Prozeßsimulation und Bauteilanalyse auch für aufwendige kurzglasfaserverstärkte spritzgegossene Praxisformteile möglich und für die Verbesserung der Qualität der Berechnungsergebnisse notwendig ist. Im Fall der einfachen Platten tritt der Anisotropieeffekt bei den gemessenen Verformungen deutlich hervor und kann mit den Berechnungsmodellen sehr gut nachvollzogen werden.

Im Gegensatz zu den Plattenformteilen zeichnet sich das mechanisch beanspruchte Kupplungspedal nicht so sehr durch einen äußerlich in Gestalt der Verformungen deutlich werdenden Anisotropieeffekt aus. Dies ist durch die hochverrippte Struktur bedingt und für den praktischen Einsatz natürlich sehr vorteilhaft. Die Wirkung der Anisotropie zeigt sich hier vielmehr in den lokalen Beanspruchungen in Form der Dehnungen. Die örtlich unterdrückten bzw. aufgeprägten Verformungen einzelner Geometrielemente führen durch die feste Kopplung mit den benachbarten Strukturteilen zwangsläufig zu entsprechenden lokalen



Werkstoffbeanspruchungen. Anhand dieses Beispiels wird klar, daß für die Beurteilung der örtlichen Werkstoffanstrengungen auf die Möglichkeiten der anisotropen Analyse nicht verzichtet werden sollte.

Die für die FE-Struktur des Kupplungspedals verwendeten linear interpolierenden Dreieckschalenelemente sind sicher nicht optimal, aber aufgrund des noch höheren Strukturierungsaufwandes im Fall der Viereckschalenelemente vertretbar. Die FE-Analysen für das Pedal erwiesen sich als so zeitaufwendig, daß in diesem Fall auf den Einsatz von mehrschichtigen Schalenelementen verzichtet wurde. Die Eigenschaften der Formteilquerschnitte wurden daher aus den gemittelten mechanischen Eigenschaften der Kern- und Randschichten bestimmt. Dies ist im Falle des Pedals in guter Näherung zulässig, da fast alle Geometriebereiche aufgrund des Trägerkonzeptes mit Stegen und Gurten kaum auf Biegung beansprucht werden. Bei den dagegen fast ausschließlich durch Biegung belasteten Plattenformteilen ist natürlich für quantitativ gute Ergebnisse die Berücksichtigung des Schichtaufbaus und wegen der großen Verformungen die Verwendung der geometrisch nichtlinearen Theorie unumgänglich. Die an diesen Beispielen gemachten Erfahrungen lassen sich ohne weiteres auf die Behandlung anderer Formteile übertragen.

Die Sensitivitätsuntersuchungen in Abschnitt 4.4 zeigen, auf welche Eingangsdaten der Konstrukteur besonders zu achten hat. Unter der Bedingung, daß vom Rohstoffhersteller die Werte für den Glasgehalt und den Matrix-Modul konstant gehalten werden, erweisen sich die prozeßbedingten Einflüsse der mittleren Faserlänge und der Faserwinkellagen als signifikant. Faserwinkelabweichungen bis zu zehn Grad sind ohne größere Genauigkeitseinbußen zu tolerieren. Bei größeren Fehlern in den prognostizierten lokalen Orientierungswinkeln kommt es dagegen zu einer stärkeren Veränderung im theoretischen Steifigkeitsniveau des Materialverbundes. Unter diesem Aspekt ist festzustellen, daß die Brauchbarkeit der Faserorientierungsalgorithmen nach den in Abschnitt 3.2 dargelegten Verfahren durch die guten Ergebnisse bei der mechanischen Formteilkombination ebenfalls bestätigt werden kann.

Die Erweiterung der anisotropen mechanischen Analyse um die Berücksichtigung der im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelten Viskoelastizität stellt ein anspruchsvolles Aufgabengebiet dar und könnte für die Behandlung temperaturbelasteter Bauteile sehr interessant sein. Erste Ansätze in dieser Richtung auf der Basis des anisotropen Plastischen Potentials nach HILL /2.26/ und des Deformationsmodells /1.35/ wurden bereits entwickelt /4.45/, bedürfen jedoch noch umfangreicher weitergehender Untersuchungen und lassen außerordentlich hohe Rechenzeiten und numerische Schwierigkeiten erwarten /4.45/.



## 5. ANISOTROPIE IM THERMOMECHANISCHEN FORMTEILVERHALTEN

Unter Schwindung versteht man den Maßunterschied zwischen Werkzeug und Formteil bezogen auf das Werkzeug. Als Verzug bezeichnet man die Abweichung der Formteilgeometrie von der Sollform /5.1, 5.2/. Eigenspannungen sind Kräfte, die im Formteil ohne Einwirkung äußerer Lasten vorliegen und in einem inneren Gleichgewicht stehen. Eigenspannungen und Verzug sind eng miteinander gekoppelt, da bei Wegfall des Formzangs durch das Werkzeug bei i.a. nicht symmetrischen Eigenspannungsverläufen im Formteilquerschnitt ein Gleichgewicht nur im deformierten Zustand erreicht wird.

Die lokalen Druck-, Temperatur- und Fließverhältnisse in der Werkzeugkavität während der Fertigung im Spritzgießverfahren beeinflussen entscheidend die inneren Eigenschaften des Werkstoffs bzw. Formteils und bestimmen so wesentlich das Ausmaß von Schwindung, Eigenspannungen und Verzug. Wegen der hohen Komplexität der Zusammenhänge bereitet die Werkzeugauslegung bei bekannten Formteilabmaßen nach wie vor große Schwierigkeiten, und in vielen Fällen werden im Hinblick auf die Verwendung der Fertigteile enge Maßtoleranzen gefordert /5.1, 5.3/.

Nach HOVEN-NIEVELSTEIN /5.4/ können die Einflüsse auf das Schwindungsverhalten in material-, geometrie-, werkzeug-, maschinen- und prozeßabhängige Parameter eingeteilt werden. Eingriffsmöglichkeiten zur Beeinflussung der endgültigen Formteilabmaße und -eigenschaften bestehen daher neben der Formteilkonstruktion und der Werkzeugauslegung in der Prozeßführung.

### 5.1 Schwindung

Die genaue Definition der Verarbeitungsschwindung wird in DIN 16901 gegeben /5.5/. Demnach versteht man darunter den Maßunterschied zwischen dem Werkzeug bei Raumtemperatur ( $23 \pm 2^\circ\text{C}$ ) und dem Formteil nach sechzehnständiger Lagerung im Normalklima. Durch Relaxation von Orientierungen und Eigenspannungen sowie durch Nachkristallisationseffekte bei teilkristallinen Materialien kommt es in der Regel über längere Zeiträume noch zur sogenannten Nachschwindung /4.30/. Da in die Bestimmungsgleichung:

$$S_1 = \frac{L_w - L_{FT}}{L_w} \quad (5.1)$$

$S_1$ : (lineare) Verarbeitungsschwindung

$L_w$ : Längenmaß am Werkzeug

$L_{FT}$ : Längenmaß am Formteil



Längenwerte einzusetzen sind, spricht man von "linearer" Schwindung. Als Maß für die Schwindung wird auch der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_{th}$  angegeben:

$$\bar{\alpha}_{th} = \frac{\epsilon_{th}}{\Delta\vartheta} = \frac{\Delta L_{th}/L_0}{\Delta\vartheta} \quad (5.2)$$

der - wie aus den einleitenden Bemerkungen hervorgeht - keine konstante Werkstoffkenngröße, sondern ein material- und prozeßabhängiger Parameter ist.

In der Vergangenheit wurden bereits zahlreiche Forschungen mit dem Ziel durchgeführt, die Mechanismen zur Ausbildung von Schwindung und Verzug besser zu verstehen und daraus quantitative Berechnungsverfahren zu entwickeln /z.B. 5.2, 5.4, 5.6-5.15/, und auch heute steht dieses Thema im Mittelpunkt zahlreicher Arbeiten /5.16-5.35/.

Grundlegende Untersuchungen zu Abkühlvorgängen, Eigenspannungen und Schwindung werden von GILMORE & SPENCER /5.6/, STITZ /5.2/, WÜBKEN /5.7/ und DIERKES /5.8/ durchgeführt. GEISBÜSCH /5.10/ berechnet die Volumenschwindung in der Nachdruckphase basierend auf dem thermodynamischen Zustandsverlauf im p,v,T-Diagramm. Die Berechnungen sind wegen der damals nicht ausreichenden Rechnerkapazität auf einfache Zylinder-Platte-Kombinationen beschränkt. Wie bereits angedeutet, diskutiert HOVEN-NIEVELSTEIN /5.4/ eingehend die Einflüsse der Verfahrensparameter und des Werkzeugs auf das Schwindungsverhalten und macht einen Vorschlag für die praxisnahe Schwindungsabschätzung durch Erfahrungskataloge und Superposition der Einzeleinflüsse. Aufbauend auf dem Verfahren von GEISBÜSCH entwickelt SCHMIDT /5.13/ eine segmentbezogene Vorgehensweise zur Behandlung der Füll- und Nachdruckphase, welche eine Voraussage der lokalen Volumenschwindung in dünnwandigen, abwickelbaren Strukturen ermöglicht. Zur Umsetzung der Volumenschwindung in die praktisch weitaus mehr interessierenden linearen Schwindungsmaße schlägt er vor, die Volumenschwindung mit Meßwerten der Verarbeitungsschwindung zu korrelieren.

In einer neueren Arbeit integriert PÖTSCH /5.16/ schließlich die Berechnungsmethode in das mittlerweile sehr weit entwickelte Füllsimulationsprogramm CADMOULD-3D /3.32/, das die Erfassung nahezu beliebiger dünnwandiger Geometrien durch im Raum liegende Dreieckschalenelemente ermöglicht (MEHOLD /5.36/). Außerdem bindet er an die Nachdruckphasenberechnung ein Finite-Elemente-Programm (MEWARP /5.37/) an, das basierend auf den lokalen Zustandsgrößen und mit einem schichtförmigen Abkühlungsmodell /5.2/ die thermomechanische Berechnung von Eigenspannungen, Schwindung und Verzug erlaubt und für unverstärkte Thermoplaste qualitativ gute Resultate erzielt /5.19, 5.20/.

Um die Schwindungsberechnung auf eine physikalische Grundlage zu stellen, wird in den oben angeführten Arbeiten die ortsabhängige Volumenschwindung als die entscheidende Zielgröße angesehen und aus dem lokalen thermodynamischen Prozeßverlauf im p,v,T-Diagramm errechnet:



$$s_v = \frac{\bar{v}(\vartheta, p = 1 \text{ bar}) - \bar{v}(\vartheta = 23^\circ\text{C}, p = 1 \text{ bar})}{\bar{v}(\vartheta, p = 1 \text{ bar})} \quad (5.3)$$

Eine wesentliche Ursache für das Ausmaß der Schwindung ist das temperatur- und druckabhängige Ausdehnungs- bzw. Kontraktionsverhalten des Kunststoffes. Bei teilkristallinen Thermoplasten kommt eine deutliche Beeinflussung durch die Abkühlgeschwindigkeit hinzu /z.B. 5.1, 5.10/.

Schwierigkeiten macht allerdings die Umsetzung der Volumenschwindung in lokale, lineare Schwindungsmaße. Es wird generell festgestellt, daß sich die Volumenschwindung aufgrund der lateralen Schwindungsbehinderung durch gebundene Werkzeugmaße vor allem in eine Dickenschwindung umsetzt (ca. 85 - 95 %), da diese keinem Formzwang unterliegt /z.B. 5.1, 5.2/. In /5.16/ wird mit dem erwähnten Schichtenmodell der Effekt erfaßt, daß durch das üblicherweise über dem Formteilquerschnitt vorliegende Temperaturprofil die werkzeugwandnahen Bereiche früher einfrieren und dadurch die Kontraktion der heißeren Kernschichten behindern. Dies äußert sich dann im Fertigteil in Form von Eigenspannungen und geringeren lateralen Schwindungswerten. Somit besteht also auch bei isotropem Stoffverhalten eine prozeßbedingte Inhomogenität und Anisotropie der Schwindung.

Der Abbau von Eigenspannungen durch Relaxation kann zwar mit dem von SCHMACHTENBERG /1.35/ entwickelten und von SCHLEEDE /1.6/ und BÜRDER /5.38/ auf dreidimensionale Belastungsfälle erweiterten Deformationsmodell rechnerisch erfaßt werden, doch zeigte die Anwendung in thermomechanischen FE-Analysen zur Berechnung der Schwindung eines Plattenformteils /5.22/, daß einerseits unverträglich hohe Rechenzeiten auftreten (20 Stunden CPU-Zeit für 30 Volumenelemente auf einer MicroVax II), andererseits Probleme darin zu sehen sind, die Modellparameter von Raumtemperatur bis nahe an den schmelzeflüssigen Bereich zu kalibrieren. Daher werden zur Zeit in dem am IKV entwickelten Programm MEWARP /5.37/ viskoelastische Effekte vernachlässigt und linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt.

## 5.2 Verzug

Verzug stellt in der Praxis fast immer ein noch größeres Problem dar als die Schwindung /5.1/. Die Abweichungen von der Sollform können schon bei geringen Schwindungsunterschieden durch ein Verwölben der Geometrie erheblich sein.

Verzug ist einerseits eine Folge inhomogener, insbesondere asymmetrischer thermodynamischer Prozeßverläufe über dem Querschnitt. Dies können beispielsweise Temperaturprofile sein, die bezogen auf die Formteilmittelsebene nicht symmetrisch sind und zu unausgeglichenen Kontraktionspotentialen und damit zu asymmetrischen Eigenspannungsverläufen führen. Nach der Entformung wird das statische Gleichgewicht dieser Eigenspannungen durch



gekrümmte Oberflächen herbeigeführt. Verzug entsteht aber selbst bei symmetrischen Verhältnissen im Formteilquerschnitt, wenn prozeßbedingt laterale Unterschiede in den linearen Schwindungswerten zu verzeichnen sind (vgl. Abschnitt 5.5.2).

### 5.3 Materialbedingte Schwindungsanisotropie

Die oben beschriebenen Ansätze gehen von unverstärkten Materialien mit isotropem Verhalten aus. Durch Strömungseffekte und Verstärkungstoffe in Form von Kurzglasfasern verursachte Anisotropien werden als wesentliche Einflußgrößen erkannt und deren Berücksichtigung mehrfach gefordert /3.10, 5.4, 5.13, 5.16/, da die rein thermodynamische Betrachtungsweise nur einen Teilaspekt des Gesamtproblems darstellt und die Verzugneigung allein mit dieser Vorgehensweise noch nicht zufriedenstellend erfaßt werden kann /5.13/. PÖTSCH /5.16/ weist auf die prinzipielle Tauglichkeit des entwickelten FE-Programms MEWARP zur Erfassung des anisotropen Stoffverhaltens hin, doch fehlt hier noch die Verknüpfung mit einem Werkstoffmodell, das die richtungsabhängigen Kennwerte liefert.

Für den Bereich der SMC- und RIM-Verarbeitung haben u.a. OSSWALD /5.23/, SPECKER /3.54/ und HILGER /5.26-5.28/ gezeigt, daß die quantitative Berücksichtigung der lokalen Glasfaserorientierungen und anisotropen Wärmeausdehnungskoeffizienten in thermomechanischen Verschiebungsanalysen mit der FEM qualitative Aussagen zu Schwindung und Verzug gestattet.

Im Rahmen der hier vorgestellten Arbeit wird ein ähnlicher Ansatz für Spritzgußteile aus kurzglasfaserverstärkten Thermoplasten diskutiert. Dabei muß im Gegensatz zu Formteilen, die im SMC- und RIM-Verfahren hergestellt werden und näherungsweise keine Variation der Eigenschaften über dem Querschnitt aufweisen, auf den dreischichtigen Aufbau Rücksicht genommen werden.

Die im folgenden beschriebene Vorgehensweise zur Abschätzung von Schwindung und Verzug baut nicht auf der genauen Erfassung des thermodynamischen Prozeßverlaufs und der resultierenden lokalen Volumenschwindung auf, sondern gründet vielmehr auf der direkten Bestimmung des lokalen linearen, aber richtungsabhängigen Wärmeausdehnungsverhaltens aus den mittleren thermischen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Matrix- und Faserwerkstoff in Verbindung mit den durch den Formfüllvorgang vorliegenden Glasfaserorientierungen. Der entscheidende Prozeßeinfluß wird hier also nicht im lokalen Druck- und Temperaturverlauf, sondern in erster Näherung allein in der Ausrichtung der Glasfasern durch die Strömungsverhältnisse gesehen.

Diese Betrachtungsweise erscheint für Abschätzungen von Schwindung und Verzug bei kurzglasfaserverstärkten Thermoplastformteilen in Anbetracht des dominierenden Einflusses der Verstärkungsfasern auf die linearen Schwindungswerte gerechtfertigt. Darauf wird auch in /5.4, 5.13, 5.33/ hingewiesen. In Kapitel 4 wurde im Rahmen der Sensitivitätsanalyse



gezeigt, daß sich die Wärmeausdehnungskoeffizienten des Materialverbundes aus Matrix- und Faserwerkstoff und insbesondere das Anisotropieverhältnis  $\alpha_{22}/\alpha_{11}$  nur wenig ändern, wenn der Wärmeausdehnungskoeffizient des Matrixmaterials um  $\Delta\alpha_m = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  variiert (Bild 4.12a:  $\alpha_m = 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \rightarrow \alpha_{22}/\alpha_{11} = 2,26$ ; bzw.  $\alpha_m = 9,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \rightarrow \alpha_{22}/\alpha_{11} = 2,31$ ). Die Steigerung von  $\alpha_m$  um 29 % verändert das Anisotropieverhältnis nur um 2,2 %. Dagegen haben sich der Glasgehalt und die Faserwinkellage als bedeutende Einflußfaktoren auf das Anisotropieverhältnis erwiesen (Bild 4.6b und 4.8b). Ändert sich beispielsweise der Glasgehalt von  $\phi = 14 \text{ Vol. \%}$  um 4 % auf 18 Vol. %, so ist im ersten Fall das anisotrope Ausdehnungsverhalten durch  $\alpha_{22}/\alpha_{11} = 2,1$  und im zweiten Fall durch  $\alpha_{22}/\alpha_{11} = 2,3$  gekennzeichnet (Steigerung von 9,5 %).

### 5.3.1 Wärmeausdehnungskoeffizienten

Im Hinblick auf ein verfeinertes - weiter unten vorgestelltes - Berechnungskonzept sollte zur Ermittlung der anisotropen linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten ein mikromechanisches Modell, wie beispielsweise die in Abschnitt 4.1.2 vorgestellten modifizierten Gleichungen von SCHAPERY verwendet werden. Um die Brauchbarkeit dieses Ansatzes zu bewerten, wurden die Wärmeausdehnungskoeffizienten parallel und quer zur Fließrichtung nach den Gleichungen 4.5 und 4.23 berechnet und mit Versuchsdaten verglichen, welche aus TMA-Messungen gewonnen wurden. Die Probekörper wurden aus den bereits in Abschnitt 4.5.1 vorgestellten Platten aus PA 6.6 GF 35 (Ultramid A3 H G7) bzw. PA 6 GF 30 (Durethan BKV 30 H) mit Film- und Punktanguß entnommen: bei der Filmangußvariante parallel und senkrecht zur Plattenlängsachse, bei der Punktangußversion nur in Richtung der Plattenlängsachse.

Material	Anguß	Richtung	WAK Schapery [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK Schneider [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK gemessen [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK Hersteller [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]
Ultramid $\alpha_m \approx 7,5$ [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	Film	$\alpha_{11}$	2,88	2,50	1,69	parallel: 1,5 - 2,0
		$\alpha_{22}$	6,17	5,68	7,97	
	Punkt	$\alpha_{11}$	3,07	2,68	2,90	senkrecht: 6,0 - 7,0
		$\alpha_{22}$	6,10	5,62	-	
Durethan $\alpha_m \approx 7,7$ [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	Film	$\alpha_{11}$	3,10	2,70	1,51	parallel: 2,50
		$\alpha_{22}$	6,54	6,12	7,25	
	Punkt	$\alpha_{11}$	3,77	3,36	2,50	senkrecht: -
		$\alpha_{22}$	5,84	5,42	-	

**Tabelle 5.1:** Gemessene und berechnete Wärmeausdehnungskoeffizienten (PA GF)

**Table 5.1:** Measured and calculated coefficients of thermal expansion

Tabelle 5.1 ermöglicht einen Vergleich zwischen den nach zwei Modellen berechneten Koeffizienten, den gemessenen Daten und den Herstellerangaben. Der modifizierte Ansatz nach SCHAPERY enthält den Einfluß der endlichen Faserlänge, während die Gleichungen nach SCHNEIDER von unendlich langen Fasern ausgehen. Für beide Berechnungsmodelle wurden Faserlängen- und Faserwinkelverteilungsfunktionen zugrunde gelegt, die aus mikroskopischen Untersuchungen von Proben stammen, welche ebenfalls aus den plattenförmigen Formteilen herausgearbeitet wurden /4.44/. Die Verteilungsfunktionen werden näherungsweise als repräsentativ für alle Formteilbereiche angesehen.

Der Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Daten kann noch nicht als vollkommen befriedigend angesehen werden. Die Zahlenwerte der Tabelle 5.1 und weitere Vergleichsrechnungen (Tabelle 5.2) weisen darauf hin, daß möglicherweise die realen Faserwinkelverteilungsfunktionen etwas schmaler sind als die anhand der Auswertung einer Probe gemessene Verteilungsfunktion. Ebenfalls führt ein ungenauer Zahlenwert für die Dichte der Glasfasern zu einer fehlerhaften Berechnung des Glasvolumenanteils mit den weiter oben diskutierten Auswirkungen (vgl. Abschnitt 5.3).

Material	Anguß	Richtung	WAK unidirekt. [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK isotrop [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK Verteilung 0 % MS [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	WAK Verteilung 10 % MS [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]
Ultramid $\alpha_m \approx 7,5$ [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	Film	$\alpha_{11}$	parallel:	4,70	2,51	2,76
	"	$\alpha_{22}$	1,78		7,13	6,46
	Punkt	$\alpha_{11}$	senkrecht:		2,73	2,95
	"	$\alpha_{22}$	7,61		6,84	6,33
Durethan $\alpha_m \approx 7,7$ [ $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ]	Film	$\alpha_{11}$	parallel:	4,94	2,76	2,98
	"	$\alpha_{22}$	2,03		7,18	6,74
	Punkt	$\alpha_{11}$	senkrecht:		3,38	3,64
	"	$\alpha_{22}$	7,84		0,59	6,07

Tabelle 5.2: Unterschiedlich berechnete Wärmeausdehnungskoeffizienten (PA GF)

Table 5.2: Coefficients of thermal expansion calculated under different conditions



#### 5.4 Berechnungsmodell

Die Erfassung und Bewertung der Wirkung von richtungsabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten in Verbindung mit den lokalen Faserorientierungen auf das Schwindungs- und Verzugsverhalten stehen im Vordergrund der nachfolgenden Betrachtungen. Ebenfalls wird dem Einfluß der unterschiedlichen Struktur über dem Formteilquerschnitt durch Elemente mit dreischichtigem Aufbau Rechnung getragen. Die Intention der Untersuchungen ist es, die Auswirkung von Faserorientierung und Schichtstruktur isoliert von anderen Einflüssen, wie beispielsweise über den Querschnitt und lateral inhomogene Temperaturfelder, offenzulegen und zu diskutieren. Die im folgenden vorgestellten Berechnungen basieren daher auf Modellvorstellungen, welche von zum Teil stark vereinfachenden Voraussetzungen ausgehen:

- ▶ Zum Entformungszeitpunkt entsprechen die Formteilmaße den Werkzeugabmessungen.
- ▶ Das Formteil wird zum Zeitpunkt der Entformung als eigenspannungsfrei angenommen (grobe Näherung).
  
- ▶ Das mechanische Werkstoffverhalten wird als linear-elastisch, aber richtungsabhängig vorausgesetzt.
- ▶ Das thermische Kontraktionsverhalten wird als unabhängig von den thermodynamischen Prozeßbedingungen, aber abhängig von den strömungsbedingten Faserorientierungen angesehen.
  
- ▶ Es wird ein dreischichtiger Aufbau des Formteilquerschnitts zugrunde gelegt und eine konstante Kernschichtdicke im Formteil angenommen.
- ▶ Die Faserorientierungen werden getrennt für die Kern- und Randschichten mit dem Programm MEFIBO ermittelt.
- ▶ Zur Berechnung der lokalen Materialdaten wird von repräsentativen, experimentell ermittelten Faserlängen- und Faserwinkelverteilungsfunktionen ausgegangen.
- ▶ Die Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte wird vernachlässigt.
  
- ▶ Für die Berechnungen werden allen Knoten der FE-Struktur gleiche (symmetrische) Temperaturprofile zugeordnet.
- ▶ Es werden linear interpolierende Viereckschalenelemente mit dreischichtigem Aufbau (layered shells) verwendet.
- ▶ Es wird geometrisch lineares Verhalten vorausgesetzt.

Diese Modellvorstellungen erlauben die Berechnung der durch Schwindung und Verzug verformten Geometrie in einem Schritt auf der Grundlage der Temperaturdifferenzen zwischen den Temperaturprofilen zum Entformungszeitpunkt und dem auf Raumtemperatur vollständig abgekühlten Querschnitt. Die Ergebnisse haben den Charakter einer Abschätzung, können aber dennoch zur Ableitung wertvoller qualitativer Aussagen herangezogen werden.



## 5.5 Berechnungsbeispiele

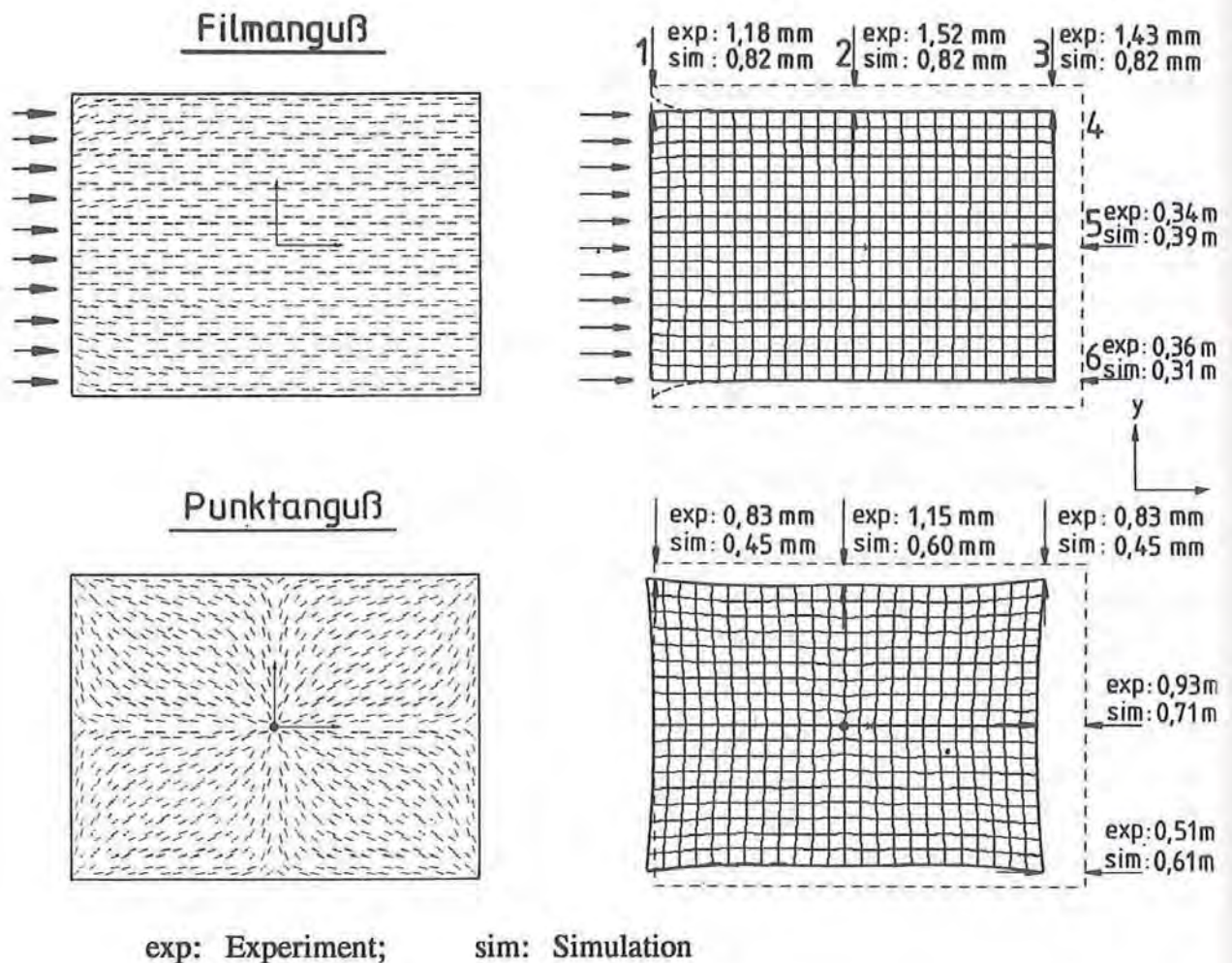
### 5.5.1 Schwindungsverhalten einfacher Plattenformteile

Für die Plattenformteile aus PA 6.6 GF 35 (Ultramid A3 H G7) wurden thermomechanische Verschiebungsanalysen mit dem FE-Programm ABAQUS /2.36/ durchgeführt, welche die Abkühlung von Entformungs- auf Raumtemperatur umfaßten. Das Temperaturprofil am Einspritzende wurde mit MESTRO /5.40/ berechnet /4.44/. Unter der Voraussetzung gleicher Werkzeugwandtemperaturen auf beiden Seiten des Formteilquerschnitts liegt in allen Bereichen der Formteile ein symmetrisches, parabolisches Temperaturprofil vor, dessen Maximum nahezu dem Niveau der Massetemperatur (290 °C) entspricht. Ausgehend von dieser Temperaturverteilung über dem Querschnitt wurde in einer Abkühlrechnung das Temperaturprofil zum Entformungszeitpunkt bestimmt /4.44/, welches wegen der einheitlichen Wanddicke für das gesamte Formteil als konstant angenommen wurde. Für die Schwindungsberechnung wurde die energetisch gemittelte Temperatur des Querschnitts in Höhe von 117 °C zugrundegelegt, da sich in Vergleichsrechnungen zeigte, daß sich damit nur geringe Abweichungen (< 1 %) zu den mit den genauen Temperaturprofilen berechneten Verformungen ergeben, solange die Temperaturverteilungen aufgrund unterschiedlicher Werkzeugwandtemperaturen nicht asymmetrisch über dem Querschnitt sind /4.44, 5.27, 5.28/. Bei den Platten war im Experiment kein meßbarer Verzug festzustellen, so daß die Voraussetzung eines symmetrischen Temperaturprofils gerechtfertigt erscheint. Die thermomechanischen Analysen basieren außerdem auf den mit MEFIBO ermittelten Orientierungsbildern (vgl. Bild 4.13) und einer mittig liegenden Kernschicht mit einem relativen Anteil von 15 %.

Die theoretischen und gemessenen Schwindungswerte sind in Bild 5.1 gegenübergestellt, das die berechneten Plattenkonturen nach dem Abkühlvorgang zeigt. Der Einfluß der Angußart (Punkt oder Film) ist deutlich zu erkennen. Die Abweichungen zwischen den durch Simulation und im Experiment gefundenen Schwindungswerten sind recht hoch und liegen zwischen 10 und 50 %. Doch wird das durch die Glasfaserorientierung geprägte Verformungsbild durch die Simulation qualitativ recht gut wiedergegeben und ist auch anhand der berechneten Faserorientierungsbilder sehr gut interpretierbar (vgl. Bild 4.13).

Während die Filmschnittvariante wegen der fast vollständig geradlinig verlaufenden Randschicht- und der nur wenig ins Gewicht fallenden, leicht gekrümmten Kernschichtorientierungen nach dem Abkühlen nahezu geradlinige Kanten aufweist, zeigt die Punktangußvariante ein davon völlig abweichendes Kontraktionsverhalten. Auch hier überwiegt natürlich der Einfluß der Randschichten. Das Schwindungsverhalten wird hauptsächlich durch die geringen thermischen Ausdehnungskoeffizienten auf den diagonalen Achsen der Platte bestimmt. Senkrecht zu diesen Achsen besteht dagegen ein verstärktes Kontraktionspotential, das zum Einziehen der Kanten führt. In der Mitte der Längskanten wird die Kontraktion durch die dort lokal senkrecht zur Kante liegenden Faserorientierungen leicht behindert. Dies macht sich in einer geringen Ausbuchtung nach außen bemerkbar.





**Bild 5.1:** Gemessenes und berechnetes Schwindungsverhalten (PA 6.6 GF 35)

**Fig. 5.1:** Measured and calculated shrinkage behaviour,  $\Delta\vartheta = 94^\circ\text{C}$

Der Grund für die in der Realität im Vergleich zur Rechnung kleinere Schwindung der mittels Filmanguß angespritzten Platte am linken gegenüber dem rechten Rand ist darin zu sehen, daß sich hier aufgrund des noch am Formteil befindlichen Angusses eine Schwindungsbehinderung durch das frühe Einfrieren des dünneren Anschnittquerschnittes ergibt (Dieser Effekt wurde in der Simulation nicht berücksichtigt).

Bei Verwendung der gemessenen Wärmeausdehnungskoeffizienten statt der mit den Modellgleichungen berechneten Werte können die Fehler der FE-Simulation reduziert werden (Tabelle 5.3). Die nun verbleibenden Abweichungen sind auf die vorausgesetzten Vereinfachungen im Berechnungsmodell zurückzuführen. Außerdem ist zu vermuten, daß die Platte bereits im Werkzeug während der Abkühlung auf Entformungstemperatur lateral kontrahiert, da keine gebundenen Maße vorhanden sind und somit lediglich Reibungskräfte überwunden werden müssen. Daher ergibt die Berechnung der thermomechanischen Kontraktion ausgehend von der Entformungstemperatur zu geringe Schwindungsmaße.



Meßstelle	Material	Anguß	$\delta$ [mm] (rechn.)	$\delta$ [mm] (exp.)	$\epsilon$ [%] (rechn.)	$\epsilon$ [%] (exp.)	Abweich. [%]
1	Ultramid	Film	1,0918	1,1800	0,73	0,79	-8
2	"	"	1,0918	1,5200	0,73	1,01	-28
3	"	"	1,0918	1,4300	0,73	0,95	-23
4	"	"	0,3078	0,3500	0,15	0,18	-17
5	"	"	0,3078	0,3400	0,15	0,17	-12
6	"	"	0,3078	0,3600	0,15	0,18	-17

**Tabelle 5.3:** Mit experimentell bestimmten Wärmeausdehnungskoeffizienten berechnete Schwindungswerte für ein Plattenformteil

**Table 5.3:** Shrinkage data for a rectangular plate calculated with experimental coefficients of thermal expansion (PA 6.6 GF 35),  $\Delta\vartheta = 94^\circ\text{C}$

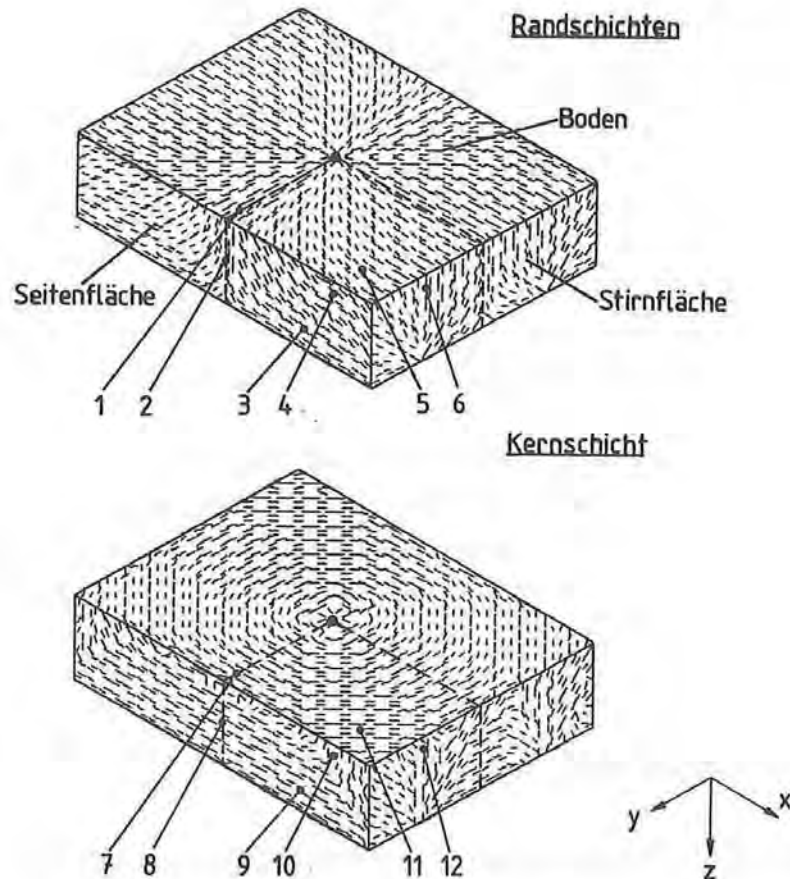
### 5.5.2 Verzugverhalten eines Kastenformteils

Die oben beschriebene thermomechanische Verschiebungsanalyse wurde ebenfalls für ein einseitig geschlossenes kastenförmiges Versuchsformteil aus PA 6.6 GF 35 (Ultramid A3 H G7) mit den Abmessungen 200 x 150 x 50 mm durchgeführt. Die Wanddicke beträgt auch hier einheitlich 2,5 mm.

Die mittels MEFIBO vorausgerechneten Faserorientierungen für die Rand- und Kernschichtbereiche sind in Bild 5.2 dargestellt. Von dem in der Bodenplatte zentrisch gelegenen Anguß aus sind die Fasern in den Randschichten zunächst in etwa radial zu den Seiten- und Stirnflächen hin orientiert. Wegen der rechteckigen Form der Bodenplatte werden die Stirnflächen erst später von der Schmelze erreicht, so daß es in den (längeren) Seitenflächen zur Ausbildung einer Querströmung in Richtung der Stirnflächen kommt. Dadurch werden die in der Mitte der Seitenfläche zunächst senkrecht zur Seitenlängsachse ausgerichteten Fasern auf ihrem Weg in Richtung der Stirnflächen in eine horizontale Lage umorientiert. Für die Kernschicht ist aufgrund des stark divergierenden Strömungsfeldes in weiten Bereichen die typische Querausrichtung der Fasern festzustellen.

Das berechnete Orientierungsbild wurde an sechs Punkten eines Viertelsegmentes mit Meßwerten verglichen. Dabei zeigten sich sowohl für die Kern- als auch für die Randschichten nur geringe Abweichungen von 0 bis 10 Grad (Meßpunkte 1 - 12 in Bild 5.2). Die Kernschichtdicke wurde zu 15 % ermittelt. Dabei war gleichzeitig festzustellen, daß sie nicht genau zentrisch in der Querschnittsmittelpunkt angesiedelt, sondern um ca. 10 % zur Außenseite des Kastens hin verschoben ist.





**Bild 5.2:** Simulation der Faserorientierung für ein Kastenformteil  
**Fig. 5.2:** Simulation of the fibre orientation for a box-shaped part

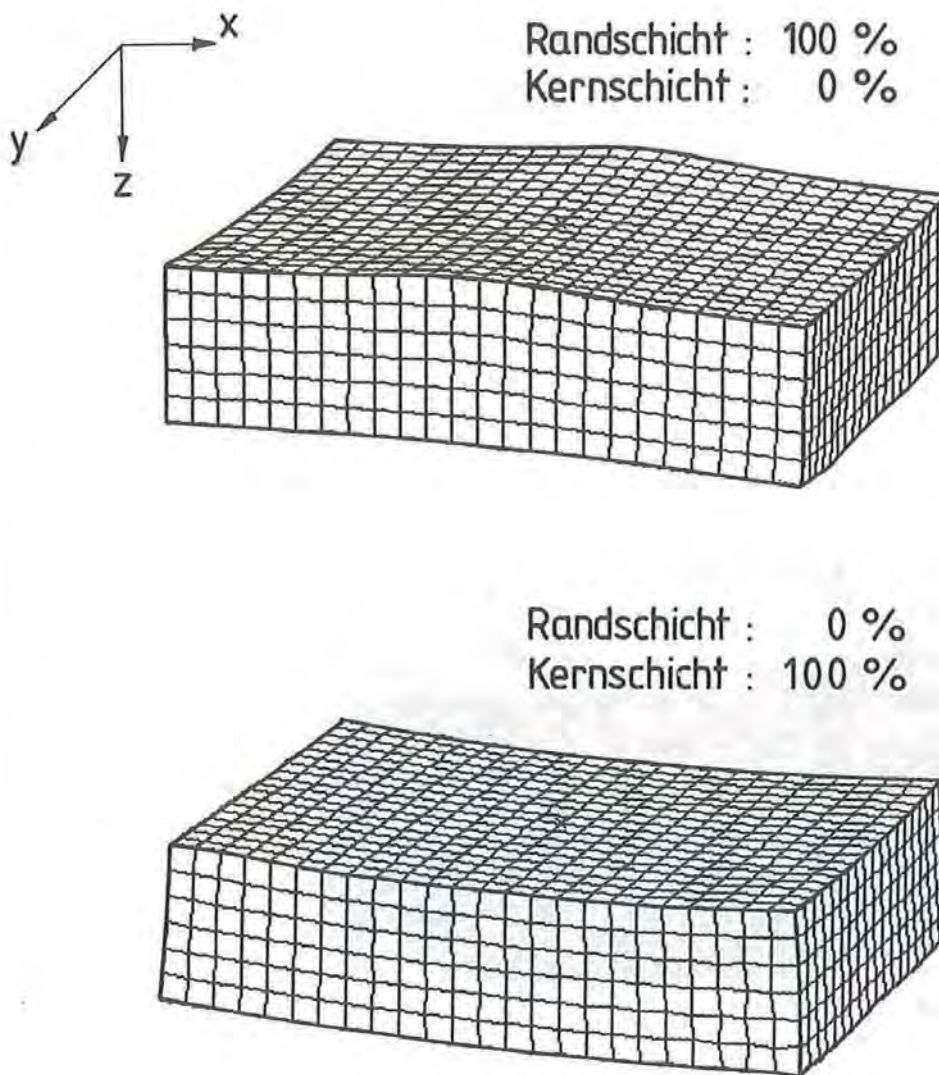
Um die Wirkung der für Rand- und Kernschicht ermittelten Orientierungsbilder auf das Schwindungs- und Verzugverhalten getrennt zu erfassen, wurden zuerst zwei FE-Berechnungen durchgeführt, bei denen über dem Querschnitt des Formteils nicht drei Schichten (Randschicht - Kernschicht - Randschicht), sondern nur jeweils eine Schicht definiert war. Für das gesamte Formteil wurden so zunächst entweder nur die Randschichtorientierungen oder ausschließlich die Kernschichtorientierungen verwendet.

Für die FE-Simulationen gelten weiterhin die in Abschnitt 5.4 getroffenen vereinfachenden Voraussetzungen. Es wurde die Abkühlung von der mittleren Entformungstemperatur in Höhe von 115 °C auf Raumtemperatur nachgerechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 5.3 als räumliche Darstellung des durch die lokale Schwindung verformten Kastens wiedergegeben. Die Verformungen sind dabei um den Faktor 15 überhöht. Es wird deutlich, in welchem Ausmaß die Schwindung und der Formteilverzug von den Faserorientierungen abhängen.

In den Randschichten der Bodenplatten besteht in der Nähe der Stirnseiten aufgrund der dort parallel zur  $x$ -Achse angeordneten Fasern in  $y$ -Richtung ein starkes Kontraktionspotential, das in der Mitte des Bodens wegen der lokalen Ausrichtung der Fasern in  $y$ -Richtung nicht gegeben ist (vgl. Bild 5.2, oben). Die dadurch dem zentralen Bereich des Bodens aufge-

zwungene Verkürzung äußert sich in einer Verwölbung. Die Durchbiegung zur Innenseite hin wird dabei durch die Anisotropie der Schwindung in den Stirnflächen hervorgerufen, die an der Verbindungskante mit dem Boden ein größeres Kontraktionspotential in y-Richtung aufweisen als an der gegenüberliegenden Außenkante. Die Ausbildung der "Kuppel" in der Mitte der Seitenflächen ist auf die dort vorliegende lokale Ausrichtung der Fasern in z-Richtung zurückzuführen, die senkrecht zu den übrigen Faserorientierungen in diesen Ebenen steht.

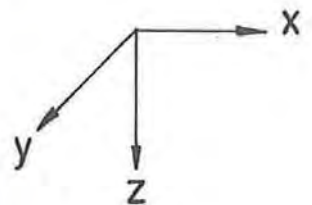
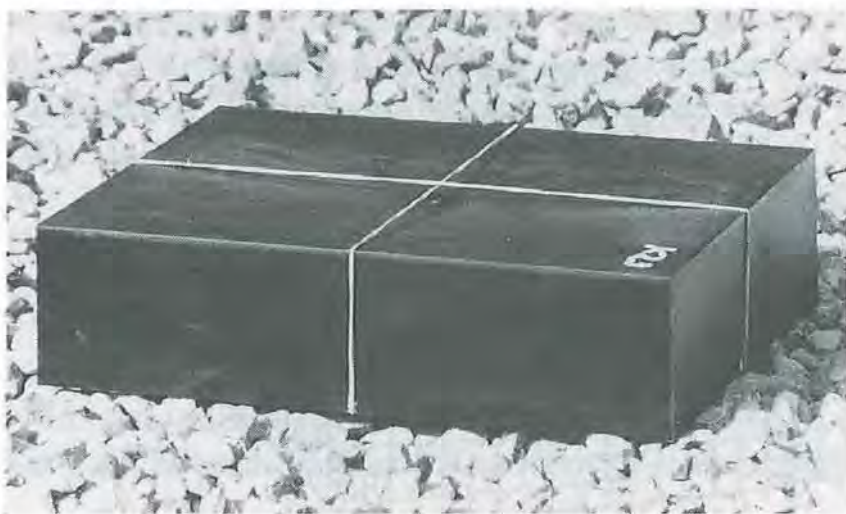
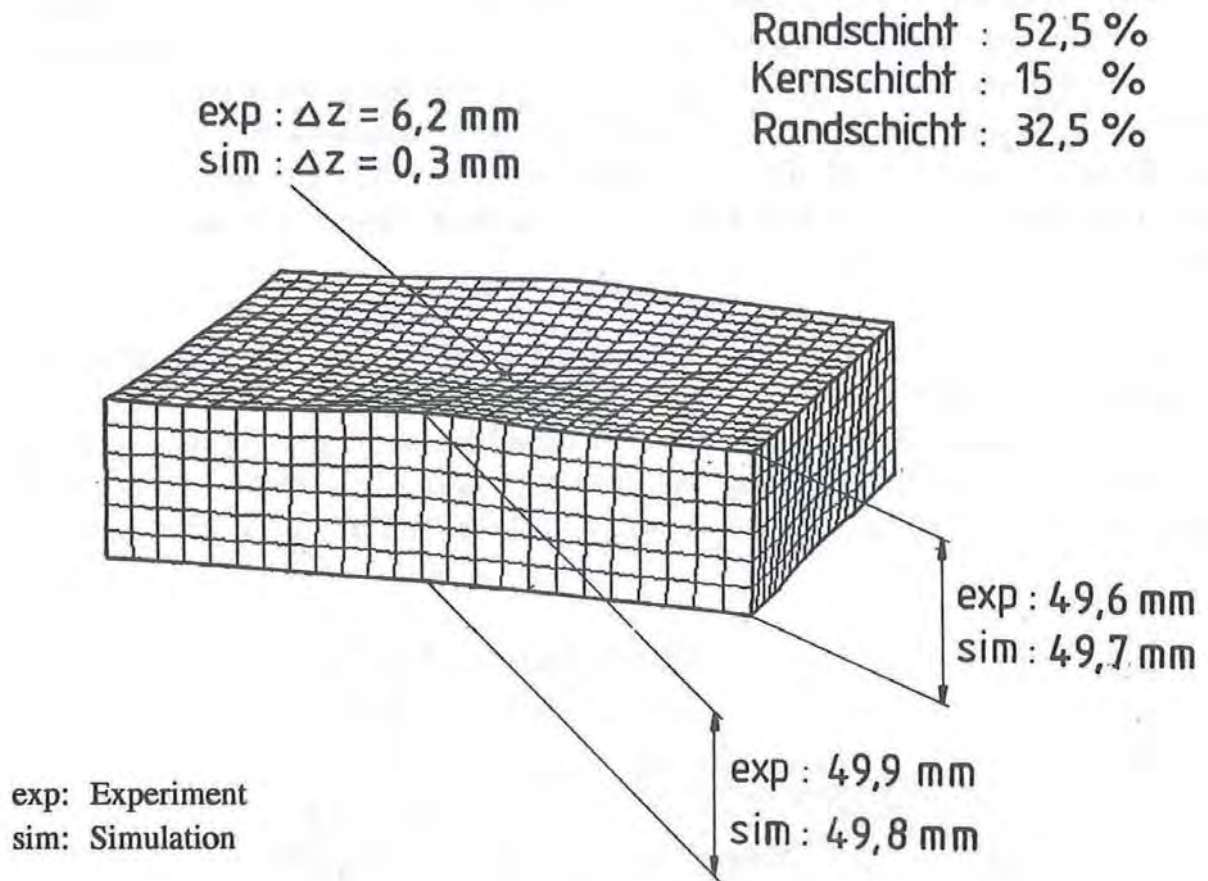
Die Rechenergebnisse der zweiten Variante - die allein auf der Basis der Kernschichtorientierung erhalten wurden - zeigen, daß sich die Bodenplatte über ihre Diagonallinien stark verkürzt. Die Seiten- und Stirnflächen behindern diese Verschiebungen jedoch aufgrund der dort vorliegenden Faserorientierungen erheblich (vgl. Bild 5.2, unten), so daß sich der Kasten insgesamt verwölbt und sich in etwa eine konkave Bodenfläche ergibt.



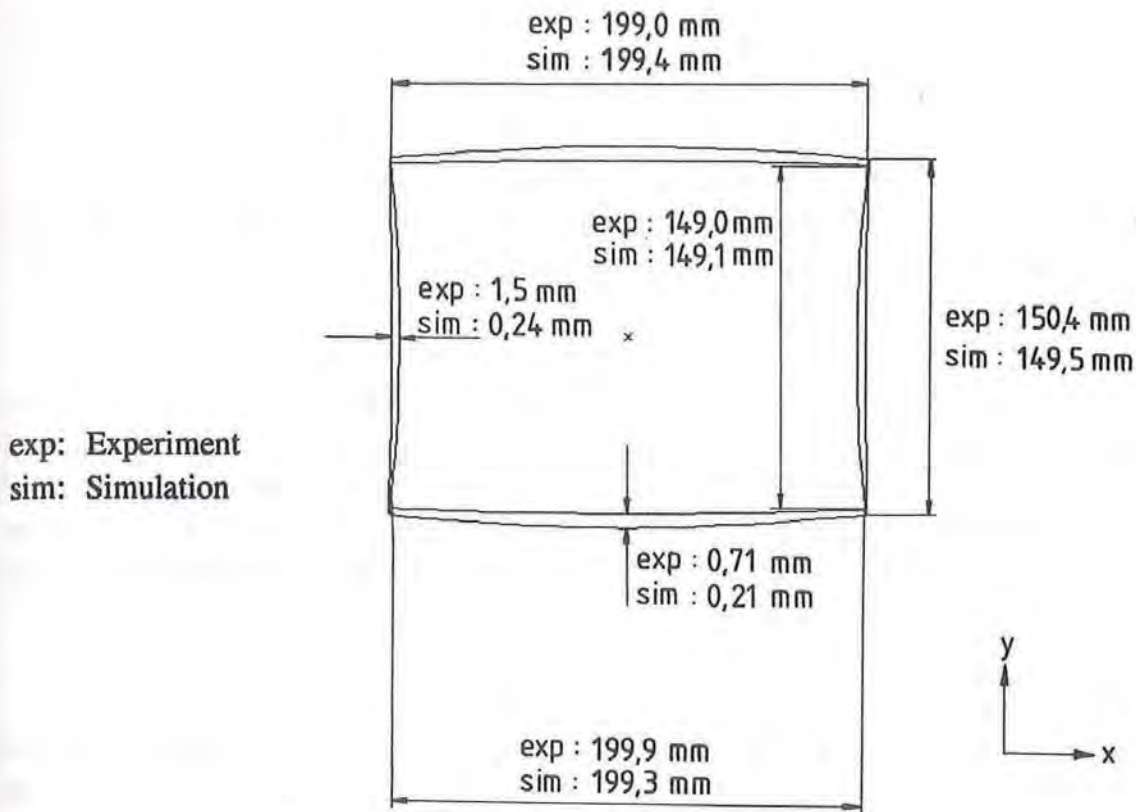
**Bild 5.3:** Verzug durch Randschicht- bzw. Kernschichtorientierung,  $\Delta\vartheta = 92^\circ\text{C}$

**Fig. 5.3:** Warpage induced by the isolated influence of shear and core layer



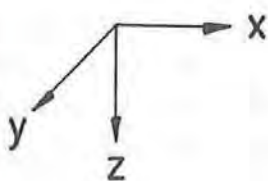


**Bild 5.4:** Mit Dreischichtmodell berechneter und real beobachteter Verzug (15 % KS)  
**Fig. 5.4:** Warpage calculated with three-layer model and observed in reality (15 % CL)  
 (PA 6.6 GF 35),  $\Delta\vartheta = 92^\circ\text{C}$

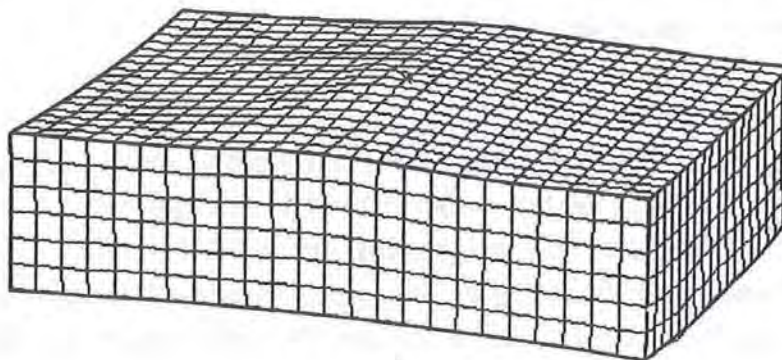


**Bild 5.5:** Schwindung und Verzug in Realität und Simulation (15 % KS),  $\Delta\vartheta = 92^\circ\text{C}$

**Fig. 5.5:** Shrinkage and warpage in reality and simulation (15 % CL)



Randschicht : 32,5 %  
Kernschicht : 15 %  
Randschicht : 52,5 %



**Bild 5.6:** Berechneter Verzug bei nach innen verschobener Kernschicht,  $\Delta\vartheta = 92^\circ\text{C}$

**Fig. 5.6:** Calculated warpage with excentric core layer (inside direction)



Diese beiden FE-Analysen machen bereits deutlich, daß das Schwindungs- und Verzugsverhalten dreidimensionaler Formteile aus kurzglasfaserverstärkten Materialien sehr komplex ist und in hohem Maße von den Faserorientierungen abhängt. Insbesondere wird auch klar, daß selbst bei über dem Querschnitt symmetrischen Prozeßverläufen (Druck, Temperatur) und den damit verbundenen symmetrisch verteilten Eigenspannungen sich aufgrund der lateral abweichenden Kontraktionspotentiale und der mechanischen Kopplung verschiedener Geometrielemente (hier die Bodenplatte und die Seitenwände) ein komplexer räumlicher Verformungszustand einstellen kann.

In einer weiteren Berechnungsvariante wurde der den realen Verhältnissen näher kommende dreischichtige Aufbau des Formteilquerschnitts berücksichtigt und eine Kernschicht mit 15 % der Wanddicke vorausgesetzt. Die Lage der Kernschicht wurde zunächst bezogen auf die Formteilerflächen als mittig angenommen. Für diesen Fall bildet sich die Verwölbung der Bodenplatte etwas stärker aus, und die "Kuppeln" in der Mitte der langen Seitenwände gehen erwartungsgemäß leicht zurück (Diese Variante ist hier nicht dargestellt).

Eine Rechnung, bei der die Lage der Kernschicht entsprechend dem experimentellen Befund um 10 % nach außen verschoben wurde, zeigt einen sehr deutlichen Effekt, der auf die damit verbundenen asymmetrischen Kontraktionspotentiale zurückzuführen ist (Bild 5.4). Die Verwölbung des Bodens nach innen wird durch die mehr außenliegende Kernschicht stark unterstützt.

Diese Berechnungsvariante gibt das real vorliegende Verformungsbild des Kastens qualitativ sehr gut wieder. Die wesentlichen Kennzeichen werden nachvollzogen. Dies sind das zentrale Einfallen der Bodenfläche nach innen, die ebenfalls nach innen ausgerichtete Krümmung der Stirnflächen und die Wölbung der langen Seitenflächen nach außen (Bild 5.5). Letztere ist über die mechanische Kopplung zwischen Bodenplatte und Seitenfläche durch das Einfallen des Bodens begründet. Der Effekt kommt wegen der höheren Flexibilität der langen Seitenwände gegenüber den kurzen Stirnseiten nur bei den erstgenannten zum Tragen. Auch die Ausbildung der "Kuppel" entspricht den Messungen am realen Formteil.

Der quantitative Vergleich ist für einige Maße in Bild 5.4 und 5.5 enthalten und fällt für die den Verzug charakterisierenden Maße noch nicht befriedigend aus. Das Einfallen des Bodens und der Stirnseiten ist in der Realität wesentlich stärker ausgeprägt, als es die Simulation voraussagt. Dies liegt an der Vernachlässigung der Abkühlvorgänge im Werkzeug, die aufgrund der gebundenen Maße zu Eigenspannungen führen, welche sich bei Entformung in zusätzlichen Verzug umsetzen. Durch den verwendeten Heißkanalenguß an der Außenseite des Bodens ist vermutlich der zentrale Bereich der Bodenplatte dort wärmer als auf der gegenüberliegenden Seite, was einen zusätzlichen einseitigen Kontraktionseffekt zur Folge hat. Weiterhin bildet sich bei Kastenformteilen im Kantenbereich in der Regel aufgrund lokaler Wärmeinseln ein Winkelverzug aus, der ebenfalls das Einfallen von Bodenplatte und Seitenflächen stark begünstigt.



Alle hier beschriebenen zusätzlichen, jedoch in der Berechnung nicht berücksichtigten Effekte unterstützen die aufgrund der Faserorientierungen und den asymmetrischen Schichtaufbau hervorgerufene Verwölbung des Bodens und der Stirnseiten nach innen. Die ungewöhnliche Verwölbung der langen Seitenflächen nach außen bleibt trotz des Winkelverzugs erhalten, da diese Flächen durch ihre Länge flexibler sind als die kürzeren Stirnseiten und durch die stärkere Verwölbung des Bodens nach außen gedreht werden.

Eine Berechnungsvariante, bei der die Kernschicht ebenfalls außermittig angeordnet ist, - diesmal um 10 % in Richtung zur Innenseite des Kastens verschoben - macht deutlich, wie sensibel das Strukturverhalten auf diesen zusätzlichen Parameter reagieren kann. Die Verwölbung des Bodens schlägt in diesem Fall nach außen um, da die Innenseite stärker kontrahiert (Bild 5.6).

## 5.6 Fazit und Diskussion eines neuen Berechnungskonzeptes

Anhand der Beispiele ist zu ersehen, daß sich allein durch die strömungs- und materialbedingte Anisotropie - also ohne die ebenfalls gravierenden Auswirkungen der Temperaturverteilung - bei kurzglasfaserverstärkten Spritzgußformteilen ein komplexes Schwindungs- und Verzugsverhalten einstellt, das mit herkömmlichen Mitteln kaum vorauszusagen sein dürfte. Die Ergebnisse lassen durchaus die Feststellung zu, daß bereits mit dem hier vorgestellten, von starken Vereinfachungen ausgehenden Berechnungsmodell interessante und für den Formteil- und Werkzeugkonstrukteur wertvolle Hinweise zum abkühlungsbedingten Verformungsverhalten gewonnen werden. Im Gegensatz zu Abkühlrechnungen unter Voraussetzung isotropen Materialverhaltens werden die wesentlichen Effekte erfaßt. Gleichzeitig wird das Schwindungs- und Verzugsverhalten durch das Heranziehen der vorausberechneten Orientierungsbilder für Rand- und Kernschicht für den Konstrukteur transparenter und besser interpretierbar.

Neben dem allgemein bekannten, großen Einfluß der sich über den Formteilquerschnitt und lateral ausbildenden Temperaturverteilungen in Abhängigkeit von der Werkzeugtemperierung kann die Lage der Kernschicht eindeutig als eine signifikante, zusätzliche Einflußgröße angesehen werden. Mit den zur Zeit existierenden Berechnungsmöglichkeiten ist deren Dicke und relative Lage im Querschnitt allerdings noch nicht vorzuberechnen (vgl. Kapitel 3). Hier ist man vorläufig noch auf Erfahrungswerte oder Messungen an ähnlichen Formteilen aus demselben Werkstoff bei vergleichbaren Prozeßbedingungen angewiesen. Der Konstrukteur kann aber anhand mehrerer Berechnungsvarianten zumindest verschiedene Konstellationen analysieren, um den Grad der Auswirkung unterschiedlicher Kernschichtlagen in dem betrachteten Formteil abzuschätzen und mögliche Gegenmaßnahmen (andere Temperierung, anderer Anspritzpunkt) in Betracht zu ziehen.



Ein quantitativ verbessertes Ergebnis ist vor allem dann zu erwarten, wenn aus einer geschlossenen instationären thermischen Analyse für Werkzeug und Formteil die räumliche Temperaturverteilung im Formteil zu jedem Zeitpunkt vorliegt. Diese Forderung muß allerdings aufgrund des mit der zur Zeit zur Verfügung stehenden Hard- und Software unrealistisch hohen Strukturierungs- und Berechnungsaufwandes abgeschwächt werden, so daß eine möglichst genaue Abschätzung der Werkzeugwandtemperaturverteilung im Vordergrund stehen sollte, die als Randbedingung in die Abkühlrechnung für das Formteil eingeht.

Eine weitere Verbesserung könnte durch die Integration des anisotropen Stoffmodells in das von /5.10, 5.13, 5.16/ entwickelte Verfahren zur Berücksichtigung des thermodynamischen Prozeßverlaufs und der schichtweisen Erstarrung der Schmelze im Werkzeug erreicht werden. Dadurch würden einige wesentliche, in Abschnitt 5.4 getroffene Einschränkungen entfallen. Insbesondere ließe sich so die Druck- und Temperaturabhängigkeit des Kontraktionsverhaltens der Matrix und die Ausbildung eines Eigenspannungszustandes vor der Entformung berücksichtigen.

Das Kontraktionsverhalten der thermoplastischen Matrix kann aus dem p,v,T-Diagramm in Abhängigkeit der lokalen thermodynamischen Zustandsverläufe ermittelt werden. Zur mathematischen Beschreibung der Zusammenhänge steht ein 7-Koeffizientenansatz zur Verfügung /5.13/. Der Volumenausdehnungskoeffizient wird aus der Steigung der Isobaren ermittelt. Die Beziehung wird in /5.15/ angegeben:

$$\alpha_{v, \text{matrix}} = \frac{\frac{K_2}{K_3 + p} + K_5 K_6 e^{(K_6 T - K_7 p)}}{\frac{K_1}{K_4 + p} + \frac{K_2}{K_3 + p} T + K_5 e^{(K_6 T - K_7 p)}} \quad (5.4)$$

Damit läßt sich der lineare isotrope Ausdehnungskoeffizient berechnen:

$$\alpha_{1, \text{matrix}} = \frac{1}{3} \alpha_v \quad (5.5)$$

mit:

$\alpha_v$ : volumetrischer Wärmeausdehnungskoeffizient

$\alpha_1$ : linearer Wärmeausdehnungskoeffizient

T: absolute Temperatur

p: Druck

$K_i$ : Konstanten

Der nun vorliegende (prozeßabhängige) Ausdehnungskoeffizient des Matrixwerkstoffes kann nachfolgend den Modellrechnungen zur Bestimmung der anisotropen Ausdehnungskoeffizienten des Faser-Matrix-Verbundes zugrundegelegt werden. Dabei läßt sich gleichzeitig das temperaturabhängige elastische Verhalten der thermoplastischen Matrix berücksichtigen. Der



Verlauf des Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit von der Temperatur kann sehr gut durch ein Polynom dritten oder höheren Grades mathematisch beschrieben werden /5.41, 5.42/. Doch entscheidender als das temperaturabhängige Verhalten des E-Moduls ist die Temperaturabhängigkeit des Wärmeausdehnungskoeffizienten. Denn in Gleichung (4.23) gehen Verhältniszahlen der Elastizitätsmoduln der Einzelklassen ein, so daß es zu jedem Zeitpunkt nur auf die relativen Steifigkeiten ankommt, die aber in viel geringerem Maße von der Temperatur abhängen.

Die Erstarrung des Formteils wird völlig analog zum Vorgehen nach /5.16/ unter Formzwang schichtweise berechnet, bis die Entformungstemperatur erreicht wird. Zu diesem Zeitpunkt liegt ein Eigenspannungszustand vor, welcher nach dem Aufheben der die Deformation des Formteils einschränkenden Randbedingungen zu einer spontanen Verformung führt. Der Abkühlvorgang bis auf Raumtemperatur kann dann in einer nachfolgenden Berechnung mit unbehinderter Deformation erfolgen. Durch die beschriebene Vorgehensweise wäre der Prozeßeinfluß auf das lokale thermomechanische Formteilverhalten vollständig erfaßt. Problematisch bleibt weiterhin der mit Schalenelementen nicht berechenbare, aber in der Praxis fast immer vorkommende Winkelverzug. In /5.16/ wird die Verwendung zusätzlicher Momente an den Formteilkanten diskutiert, die aus lokalen zweidimensionalen Abkühlrechnungen des Formteilquerschnitts abgeschätzt werden könnten.

Bei der Berechnung von Schwindung und Verzug praktischer Formteile sind zur Zeit leider die Grenzen der Leistungsfähigkeit der Arbeitsplatzrechner schnell erreicht. Die weiter oben vorgestellte, dreischichtige Analyse des Kastenformteils (936 Elemente, 979 Knoten, 5874 Freiheitsgrade) in einem Berechnungsschritt benötigt bei Verwendung von ABAQUS auf einer MicroVax 3800 ca. 24 Stunden Laufzeit, wobei allerdings lediglich 2 Stunden auf reale Rechenzeit (CPU-Zeit) entfallen. Der verbleibende Zeitaufwand ist, wie bereits bei der anisotropen Berechnung des Kupplungspedals, auf die vielen Schreib-Lese-Operationen zum Verwalten der großen Datenmengen zurückzuführen. Zieht man weiterhin die Feststellung in /5.16/ in Betracht, daß die prozeßabhängige Erstarrungssimulation mit dem Programm MEWARP mit den dazu erforderlichen 14 Schichten und der Aufteilung in mehrere Zeitschritte ebenfalls erhebliche Rechenzeiten zur Folge hat, und extrapoliert beide Erfahrungen auf die Realisierung des vorgeschlagenen neuen Rechenkonzeptes, so wird deutlich, daß hierzu Hardware der neuesten Generation eingesetzt werden muß.



## 6. MECHANISCHES VERHALTEN VON ELASTOMERFORMTEILEN

Gummi<sup>1</sup>- bzw. Gummi-Metall-Verbundbauteile haben in der Technik eine hohe praktische Bedeutung erlangt und sind in vielen Bereichen unverzichtbar geworden. Dies ist im wesentlichen auf die hervorragende elastische Verformungsfähigkeit und die sehr guten mechanischen Dämpfungseigenschaften der elastomeren Werkstoffe zurückzuführen. Damit stehen Anwendungen im Vordergrund, die zur Lösung von Federungs- und Dämpfungsproblemen /6.1/ sowie Dichtungsaufgaben /6.2/ beitragen. So kommen Komponenten aus Elastomeren beispielsweise als Motor- und Großmaschinenlager /6.3/, Kupplungselemente /6.4/, Radialwellendichtringe /6.5/, Achsmanschetten, Faltenbälge /6.6/ und Karosseriedichtprofile /6.2/ zum Einsatz. Die mit Abstand größten Abnehmer der Weltkautschukproduktion (1990: 15,7 Mio to /6.7/) sind die Automobilindustrie und ihre Zulieferer. Moderne Kraftfahrzeuge enthalten etwa 600 elastomere Komponenten, von denen viele mittleren bis hohen Beanspruchungen standhalten müssen /6.8/. Die in den letzten Jahren stark weiterentwickelten thermoplastischen Elastomere (TPE) vereinigen einige der typischen Eigenschaften vernetzter Elastomere mit den Verarbeitungsmöglichkeiten der Thermoplaste und erschließen neue, vielseitige Anwendungsmöglichkeiten /6.9-6.12/.

Obwohl Elastomere seit Jahrzehnten wissenschaftlich untersucht werden, werfen sie in der Konstruktionspraxis nach wie vor zum Teil erhebliche Probleme auf. Dies resultiert u.a. aus den besonderen mechanischen Eigenschaften, welche durch den vernetzten makromolekularen Aufbau gegeben sind, und ist darüber hinaus durch die Vielzahl möglicher Mischungen und Verarbeitungsparameter bedingt, die in weiten Grenzen variiert werden können. Die Theorien zur Beschreibung der sich bis hin zu hohen Verformungen überwiegend elastisch und reversibel, jedoch gleichzeitig stark nichtlinear und nahezu inkompressibel verhaltenden Materialien sind z.T. sehr kompliziert, erfordern ein Abgehen von den klassischen (linearierten) Verzerrungsmaßen und die Unterscheidung zwischen wahrer Spannung (CAUCHYSche Spannung, auf den tatsächlichen Querschnitt bezogen) und Nennspannung (PIOLAKIRCHHOFFsche Spannung, auf den Anfangsquerschnitt bezogen)<sup>2</sup>. Hinzu kommt, daß der Berechnung technischer Formteile mit analytischen Mitteln /6.14/ aufgrund der immer anspruchsvolleren geometrischen Gestaltung recht enge Grenzen gesetzt sind. Daher und aufgrund der allgemeinen Tendenz, daß die Kautschukindustrie in Zukunft nicht nur Teilelieferant, sondern auch Systementwickler sein wird /6.15/ sowie weiter erhöhte Anforderungen an technische Gummiwaren gestellt werden /6.3, 6.6/, läßt sich ein zunehmender Einsatz

- 
- 1 Als Gummi wird der vernetzte Werkstoff verstanden. Unter Kautschuk versteht man das unvernetzte Ausgangsmaterial. Der Name Kautschuk stammt aus der Maya-Sprache (caa o-chu) und bedeutet "weinendes Holz". Elastomer deutet auf die heute in großem Maß betriebene synthetische Herstellung hin und dient als Oberbegriff.
  - 2 Zur Begriffsbildung der Kontinuumsmechanik vgl. /4.40, 6.13/.



der FEM bei der Auslegung von Elastomerformteilen verzeichnen /6.16-6.25/. Die Berechnungskonzepte müssen mit dieser Entwicklung Schritt halten.

### 6.1 Mechanische Merkmale elastomerer Werkstoffe /1.47, 6.26/

Einige der hervorstechenden Merkmale der Elastomere wurden bereits genannt. Hier ist vor allem die große (reversible) Deformierbarkeit unter der Wirkung vergleichsweise geringer Kräfte hervorzuheben. Von vernetzten Elastomeren können Dehnungen bis zu 700 oder gar 1000 % aufgenommen werden. Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten ist dabei ausgeprägt nichtlinear. Der Elastizitätsmodul liegt im Bereich kleiner Verformungen in der Größenordnung von 1 MPa, ist also um Faktor 1500 bis 3500 kleiner als derjenige von Thermoplasten. Darüber hinaus zeigen Elastomere ein stark unterschiedliches Verhalten gegenüber Volumen- und Gestaltänderungen. Isochore Deformationen sind mit geringen Kräften verbunden, während zur Verkleinerung des Volumens weitaus größere Lasten erforderlich sind, da Elastomere sich nahezu inkompressibel verhalten und Querkontraktionszahlen in der Nähe von  $\nu \approx 0,5$  aufweisen. Die Glasübergangstemperaturen ( $\vartheta_g \approx -20$  bis  $-120$  °C /6.27/) liegen weit unter den üblichen Einsatztemperaturen. Unterhalb dieser Umwandlungstemperatur sind auch Elastomere hart und spröde. Durch Zugabe von Füllstoffpartikel, hauptsächlich Ruß, werden die mechanischen Kennwerte der Gummimischungen auf die Anwendung hin modifiziert.

Die beschriebenen Eigenschaften lassen sich durch den speziellen makromolekularen Aufbau erklären /1.47/. Dieser zeichnet sich durch

- langkettige Moleküle mit frei drehbaren Teilbereichen,
- kleinen Nebervalenzkräften zwischen den Ketten und
- einer Vernetzung der Molekülketten an vergleichsweise wenigen Punkten

aus. Da die innere Energie aufgrund schwacher Wechselwirkungen zwischen den Molekülketten nur wenig von der Konfiguration abhängig ist, wird bei einer Entknäuelung der Kettenmoleküle bei Zugbeanspruchung nur in sehr geringem Maße potentielle Energie gespeichert. Statt dessen tritt eine Änderung der Entropie auf. Die Ausrichtung der Kettenmoleküle unter Zuglast ist mit einer Abnahme der Entropie verbunden, wodurch der maßgebliche Teil der Rückstellkraft hervorgerufen wird. Die Molekülketten streben nach dem Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik den entropiereicheren, d.h. verknäuelten Zustand an /1.47/. Daraus leitet sich der Begriff der "Entropie-Elastizität" ab. Unter thermodynamischen Gesichtspunkten ist es auch erklärbar, daß sich Elastomere beim Dehnen (reversibel) erwärmen und beim Kontrahieren abkühlen (GOUGH-JOULE-Effekt, 1805) /1.47, 6.26/. Mit den Mitteln der Thermodynamik läßt sich die folgende Gleichung gewinnen /1.47/:

$$\Delta T = -\frac{T}{c_1} \int \left( \frac{\partial S}{\partial l} \right)_T dl \quad (6.1)$$



- T: absolute Temperatur  
 $\Delta T$ : Temperaturerhöhung infolge Dehnung  
 S: Entropie  
 $c_1$ : spez. Wärmekapazität bei konstanter Länge  
 l: Länge

Trotz der außerordentlich stark ausgeprägten Fähigkeit elastomerer Werkstoffe, Verformungsenergie zu speichern, treten daneben Verluste durch innere Reibung auf, die als Hysterese in den Spannungs-Dehnungs-Kurven sichtbar werden. Über die oft großen Verformungswege und viele Belastungszyklen integriert, ergeben sich daraus nennenswerte Verlustarbeiten, die im praktischen Einsatz zur unerwünschten Erwärmung der Formteile führen können /6.28/ (vgl. Kapitel 7).

Weiterhin läßt sich feststellen, daß bei den ersten Belastungszyklen eines Elastomerformteils gleiche Dehnungen zunehmend kleinere Spannungen erfordern. Diese als "Spannungserweichung" oder MULLINS-Effekt bekannte Erscheinung wird durch eine Schwächung des Füllstoff-Matrix-Systems erklärt /6.29/:

- ▶ Bruch von Ruß-, also Füllstoffpartikeln in sich,
- ▶ Lösen schwacher Bindungen zwischen Matrix und Füllstoff und
- ▶ Umlagerungsvorgänge in der Elastomermatrix.

Nach einer bestimmten Anzahl von Zyklen (z.B. fünf bis zehn) stellt sich jedoch ein stationäres Verhalten ein.

## 6.2 Werkstoffgesetze für ideal-elastisches Verhalten

Die klassische Elastizitätstheorie gilt streng genommen nur für die Beschreibung von infinitesimalen, d.h. theoretisch unendlich kleinen Verzerrungen (geometrische Linearität). Auch das Materialverhalten wurde zunächst als linear-elastisch approximiert (physikalische Linearität). Erst in den vierziger Jahren wurde vor allem von KAPPUS /6.30/, MOONEY /6.31/, RIVLIN /6.32-6.36/ und GREEN /6.37, 6.38/ die Basis für eine Theorie großer elastischer Verformungen geschaffen. Während man sich zunächst auf die theoretische Erfassung der rein elastischen Eigenschaften beschränkte, setzte Ende der fünfziger Jahre die Behandlung des viskoelastischen Verhaltens der Gummiwerkstoffe ein /6.36, 6.39/. Dabei wird von sogenannten "Allgemeinen Materialgleichungen" ausgegangen, die sich für inkompressible, homogene und isotrope Stoffe mit den Mitteln isotroper Tensorfunktionen darstellen lassen /6.40/. Aufgrund der sehr komplexen Theorien und der schwierigen meßtechnischen Erfassung der Modellparameter für die viskoelastischen Ansätze dominiert bis heute die Formulierung und Anwendung von Werkstoffmodellen, die ideal-elastisches Verhalten voraussetzen und dennoch in vielen Fällen eine brauchbare Rechengrundlage darstellen /z.B. 6.41-6.49/.

Die klassischen Formulierungen sind die Ansätze von MOONEY (1940) /6.31/ und TRELOAR (1943) /1.47/ sowie das Neo-HOOKE-Modell von RIVLIN (1948) /6.32/. Weitere bekannte Vorschläge werden u.a. von VALANIS & LANDEL (1967) /6.43/, PENG & LANDEL (1972) /6.44/, OGDEN (1972) /6.45/ und BLATZ, SHARDA & TSCHOEGL (1974) /6.46/ angegeben. Ein zur Zeit noch wenig verbreitetes neueres Modell stammt von KILIAN (1981) /6.48, 6.49/.

### 6.2.1 Konzept der Formänderungsenergiedichte

Die verschiedenen zeitunabhängigen Werkstoffgesetze für Elastomere werden zur Erfassung mehrdimensionaler Beanspruchungszustände in der Regel in Gleichungen ausgedrückt, welche die Formänderungsenergiedichte  $W$  (strain energy) beschreiben /6.50/. Ihnen ist gemein, daß sie von einem

- ▶ homogenen,
- ▶ isotropen,
- ▶ inkompressiblen und
- ▶ rein elastischen

Werkstoff ausgehen, der quasistatischen Lasten unterworfen wird. Die Formänderungsenergie  $W$  beschreibt also ideal-elastisches Verhalten, d.h. es werden keine viskoelastischen Effekte (z.B. Hysterese, Spannungsrelaxation) erfaßt.  $W$  ist selbst bei großen Verformungen nur vom augenblicklichen Spannungszustand abhängig. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von "hyperelastischen" Materialien.

Die Formänderungsenergie soll kurz anhand eines HOOKEschen Körpers erläutert werden: Wird ein elastisches Material durch eine Kraft belastet, so verrichtet sie über den Verformungsweg die Arbeit  $dW = \sigma d\epsilon$ . Durch Integration erhält man für linear-elastische Materialien die folgende volumenspezifische Formänderungsenergie:

$$W = \frac{1}{2} E \epsilon^2 \quad (6.2)$$

$W$  ist die pro Volumen gespeicherte potentielle Energie, die für linear-elastisches Verhalten auch als "elastisches Potential" bezeichnet wird /4.40/. Sie entspricht im Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Fläche zwischen der HOOKEschen Geraden und der Abszisse ( $\epsilon$ -Achse). Umgekehrt läßt sich bei Kenntnis eines geeigneten Ansatzes für die Formänderungsenergie  $W$  durch Differentiation die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ableiten (hier das HOOKEsche Gesetz:  $\sigma = dW/d\epsilon = E \cdot \epsilon$ ).



Die für Elastomere vorgeschlagenen Ansätze zur Erfassung des elastischen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens unterscheiden sich lediglich in der Herleitung und Formulierung der Formänderungsenergiedichte  $W$ . Einige dieser Materialgesetze wurden auf der Basis thermodynamisch-statistischer Untersuchungen (z.B. TRELOAR) oder aus Analogiebetrachtungen (z.B. KILIAN) gewonnen, während die meisten rein mathematisch-phänomenologisch angesetzt wurden (z.B. MOONEY, RIVLIN, OGDEN).

Es ist allgemein üblich, die Formulierung entweder in den Hauptverstreckverhältnissen  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  oder in den Invarianten  $I_1, I_2, I_3$  des rechten CAUCHY-GREENSchen Verzerrungstensors  $\mathbf{C}$  anzugeben. Das Verstreckverhältnis  $\lambda_i$  ist definiert als Quotient der momentanen Länge  $l_i$  zur Anfangslänge  $l_{0i}$ :

$$\lambda_i = l_i / l_{0i} \quad (6.3)$$

Der Zusammenhang mit dem sonst üblichen Dehnungsmaß  $\epsilon$  ist also somit:

$$\lambda = \epsilon + 1 \quad (6.4)$$

Die Formulierung der Werkstoffgesetze in den Invarianten soll die Unabhängigkeit von dem gewählten Koordinatensystem sicherstellen. Die Invarianten sind mit den Verstreckverhältnissen folgendermaßen verknüpft:

$$I_1 = \text{sp} \mathbf{C} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (6.5)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [(\text{sp} \mathbf{C})^2 - \text{sp} \mathbf{C}^2] = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (6.6)$$

$$I_3 = \det \mathbf{C} = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (6.7)$$

Die Formänderungsenergie ist im allgemeinen eine Funktion aller drei Invarianten:

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (6.8)$$

Für inkompressible Werkstoffe bleibt das Volumen stets erhalten, daher gilt:

$$l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 = l_{01} \cdot l_{02} \cdot l_{03} \quad (6.9)$$

Dies führt auf vereinfachte Beziehungen für die Invarianten:

$$I_3 = 1 \quad (6.10)$$

$$I_2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \quad (6.11)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (6.12)$$

Die Formänderungsenergiedichte kann somit für inkompressible Materialien allein als Funktion der ersten und zweiten Invarianten angegeben werden /1.47/:

$$W = W(I_1, I_2) \quad (6.13)$$

Aus den partiellen Ableitungen der Formänderungsenergie  $W$  nach den Verstreckverhältnissen ergeben sich die Nennspannungen (hier im Unterschied zur wahren Spannung mit  $t$  bezeichnet):

$$t_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (6.14a)$$

$$= \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_i} \quad (6.14b)$$

Für den praktisch tätigen Konstrukteur ist zunächst die Auswahl geeigneter Werkstoffgesetze aus der Vielzahl theoretischer Beschreibungsmöglichkeiten von besonderem Interesse. Dies muß auf der Basis objektiver, d.h. quantitativer Vergleiche der Leistungsfähigkeit der verschiedenen Materialmodelle geschehen. Daher werden nachfolgend vier Werkstoffgesetze miteinander verglichen und sowohl hinsichtlich der Reproduzierbarkeit der Grundversuche als auch für den Einsatz in der Berechnung mehrachsiger beanspruchter Praxisformteile bewertet. Zunächst werden die einzelnen Materialmodelle kurz vorgestellt.

#### 6.2.1.1 Ansatz von MOONEY /6.31/

Grundlage des phänomenologischen Ansatzes ist die Annahme, daß Gummi im unbelasteten Zustand isotrop und inkompressibel sowie die Schubspannung  $\tau$  im Fall der einfachen Scherung proportional zum Scherwinkel  $\gamma$  ist. Der Ansatz berücksichtigt beide Invarianten:

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3) \quad (6.15)$$

In den Streckverhältnissen ausgedrückt lautet (6.15):

$$W = C_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2 \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} - 3 \right) \quad (6.16)$$

$C_1$  und  $C_2$  sind die Modellparameter (Materialkoeffizienten).



### 6.2.1.2 Ansätze von RIVLIN /6.32/

RIVLIN erarbeitete einen einfachen Ausdruck für die Formänderungsenergiedichte, als er die klassische lineare Elastizitätstheorie für große Deformationen erweiterte. Daher stammt auch die von ihm gewählte Bezeichnung "Neo-HOOKE-Gesetz". Die Formänderungsenergie wird allein in Abhängigkeit der ersten Invarianten folgendermaßen beschrieben:

$$W = C_1 (I_1 - 3) \quad (6.17)$$

bzw. mit den Verstreckverhältnissen:

$$W = C_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (6.18)$$

Dies ist das einfachste Modell zur Behandlung des nichtlinearen Materialverhaltens von Gummi. Es enthält nur einen Materialkoeffizienten ( $C_1$ ). Wie bei dem Ansatz von MOONEY werden auch hier Inkompressibilität und Isotropie vorausgesetzt.

Bemerkenswert ist, daß man über den von TRELOAR /1.47/ ausgearbeiteten statistisch-thermodynamischen Ansatz (GAUß'sche Netzwerktheorie) auf einen Ausdruck gelangt, der prinzipiell denselben Aufbau wie das Neo-HOOKEsche Materialgesetz aufweist:

$$W = \frac{1}{2} NkT (I_1 - 3) \quad (6.19)$$

N: Anzahl der Ketten pro Einheitsvolumen

k: BOLTZMANN-Konstante

T: absolute Temperatur

Später entwickelte RIVLIN einen Reihenansatz:

$$W = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (6.20)$$

$C_{00}$  ist zu Null definiert. Für  $n=1$ ,  $m=0$  erhält man als Sonderfall das Neo-HOOKE-Gesetz. Der andere Spezialfall ( $n=0$ ,  $m=1$ ) ist für sich alleine kein sinnvoller Ansatz für Gummi, doch ergibt sich durch Kombination mit (6.17) eine Formulierung:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (6.21)$$

die mit dem Ansatz von MOONEY identisch ist und daher auch MOONEY-RIVLINSches Gesetz genannt wird. Gleichung (6.21) ist der einfachste Ansatz erster Ordnung in den Invarianten  $I_1$  und  $I_2$  und in der Praxis am weitesten verbreitet, da er einfach aufgebaut ist und lediglich zwei Materialkoeffizienten ( $C_{01}$  und  $C_{10}$ ) bestimmt werden müssen.

### 6.2.1.3 Ansatz von OGDEN /6.45/

Der Ansatz von OGDEN greift auf eine Hypothese von VALANIS & LANDEL /6.43/ zurück, in der ausgesagt wird, daß die Formänderungsenergie anstatt in den Invarianten auch direkt in den Verstreckverhältnissen  $\lambda_i$  angesetzt werden kann. Dadurch eröffnen sich neue Möglichkeiten. OGDEN postuliert eine Reihenentwicklung der folgenden Form:

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (6.22)$$

die schon im Fall  $n=3$  sechs Materialkoeffizienten ( $\mu_1$  bis  $\mu_3$  und  $\alpha_1$  bis  $\alpha_3$ ) erfordert:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\mu_1}{\alpha_1} (\lambda_1^{\alpha_1} + \lambda_2^{\alpha_1} + \lambda_3^{\alpha_1} - 3) \\ &+ \frac{\mu_2}{\alpha_2} (\lambda_1^{\alpha_2} + \lambda_2^{\alpha_2} + \lambda_3^{\alpha_2} - 3) \\ &+ \frac{\mu_3}{\alpha_3} (\lambda_1^{\alpha_3} + \lambda_2^{\alpha_3} + \lambda_3^{\alpha_3} - 3) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_i$  können jeden beliebigen Wert annehmen. Es sind insbesondere auch gebrochene Zahlen erlaubt. Voraussetzung für (6.23) ist wieder, daß das Material als isotrop und inkompressibel angesehen werden kann. Das Materialmodell von OGDEN enthält ebenfalls einige Spezialfälle. Für  $n=1$  und  $\alpha_1=2$  ergibt sich das Neo-HOOKEsche Gesetz, für  $n=2$ ,  $\alpha_1=2$  und  $\alpha_2=-2$  erhält man das MOONEY-RIVLIN-Modell.

### 6.2.1.4 Ansatz von KILIAN /6.48, 6.49/

KILIAN greift die Theorie des idealen GAUß'schen Netzwerks auf und vergleicht die von TRELOAR aus statistischen und thermodynamischen Betrachtungen entwickelte Beziehung für die Spannung bei uniaxialer Beanspruchung:

$$t = (NkT) / D^{-1} \quad (6.24)$$

mit der Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$p = (RT) / \varrho^{-1} \quad (6.25)$$

In Analogie zur Beschreibung der Zustände realer Gase durch die VAN DER WAALS'sche Gleichung:

$$p = (RT) / (\varrho^{-1} - b^*) - a^* \varrho^2 \quad (6.26)$$



formuliert KILIAN einen Ansatz für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten realer Elastomernetzwerke unter uniaxialer Belastung:

$$t = (NkT) [(D^{-1} - b)^{-1} - aD^2] \quad (6.27)$$

N: Anzahl der Netzwerkketten im betrachteten Volumen

k: BOLTZMANN-Konstante

T: absolute Temperatur

R: Gaskonstante

$\rho$ : Dichte

a: Faktor zur Erfassung der Wechselwirkungen

b: Faktor zur Erfassung der endlichen Kettenlänge

D: charakteristische Dehnung  $D = \lambda - \lambda^{-2} = \frac{1}{2}(\partial I_1 / \partial \lambda)$ ,  $I_1 = \lambda^2 + 2/\lambda$

Mit der von TRELOAR angegebenen Identifikation von  $NkT$  als Schubmodul  $G$  und der Umbenennung  $b^{-1} = D_m = \lambda_m - \lambda_m^{-2}$  folgt schließlich der endgültige Ansatz für die Nennspannung in Abhängigkeit des Verstreckverhältnisses:

$$t = GD [(1 - D/D_m)^{-1} - aD] \quad (6.28)$$

Es müssen also die drei Modellparameter  $G$ ,  $D_m$  und  $a$  bestimmt werden. Von Vorteil ist die physikalisch begründbare phänomenologische Vorgehensweise, die eine bessere Interpretierbarkeit der Modellparameter erlaubt als bei den abstrakt mathematisch angesetzten Formulierungen von MOONEY, RIVLIN und OGDEN. Als besondere Schwierigkeit stellt sich allerdings heraus, daß die lediglich für den uniaxialen Zugversuch entwickelte Beziehung von KILIAN für die Beschreibung allgemeiner, mehraxialer Beanspruchungen in dieser Form nicht verwendet werden kann. Vielmehr muß aus Gleichung (6.28) durch Integration ein Ausdruck für die Formänderungsenergiedichte  $W$  gefunden werden.

Da sich die Spannung allgemein gemäß Gl. (6.14) durch Differentiation der Energiedichte nach dem Verstreckverhältnis ergibt, resultiert durch Gleichsetzen von (6.14) und (6.28) eine partielle Differentialgleichung in den Invarianten  $I_1$  und  $I_2$ , für die keine allgemeine Lösung existiert:

$$\frac{G}{2} \left[ \left[ 1 - \frac{1}{2D_m} \left( \frac{\partial I_1}{\partial \lambda} \right) \right]^{-1} - \frac{a}{2} \left( \frac{\partial I_1}{\partial \lambda} \right) \right] = \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (6.29)$$

Für den Fall, daß man die Forderung nach der Abhängigkeit der Energiedichte von der zweiten Invarianten fallen läßt und die folgende Näherungsbeziehung einführt:

$$D = \frac{1}{2} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda} \approx \sqrt{(I_1 - 3)/2} = \sqrt{\Phi_1} \quad (6.30)$$

ergibt sich eine integrierbare gewöhnliche Differentialgleichung mit der Stammfunktion:

$$W = G \left[ 2 \Phi_m (\ln[1 - (\Phi_1/\Phi_m)^{1/2}]^{-1} - (\Phi_1/\Phi_m)^{1/2}) - \frac{2}{3} a \Phi_1^{3/2} \right] \quad (6.31)$$

mit:  $\Phi_1 = (I_1 - 3)/2$  und  $\Phi_m = D_m^2$

Damit steht - wenn auch unter einschränkenden Bedingungen - eine für die Behandlung mehraxialer Beanspruchungsfälle erforderliche Formänderungsenergiedichtefunktion bereit, deren Brauchbarkeit im folgenden nachgewiesen wird.

### 6.2.2 Ermittlung der Modellparameter

Für das Neo-HOOKE-Gesetz ist ein Modellparameter aus Versuchen zu bestimmen, für das MOONEY-RIVLIN-Gesetz zwei, für das OGDEN-Gesetz (mit  $n=3$ ) sechs, und für das KILIAN-Modell müssen schließlich drei Parameter bestimmt werden. Dies geschieht praxisnah durch Auswertung sogenannter inkompressibler Grundversuche /1.47/, wie beispielsweise:

- uniaxiale Zugversuche	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda^{-0,5},$	$\lambda_3 = \lambda^{-0,5}$
- uniaxiale Druckversuche	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda^{-0,5},$	$\lambda_3 = \lambda^{-0,5}$
- biaxiale Zugbeanspr. (pure shear)	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda^{-1},$	$\lambda_3 = 1$
- biaxiale Druckbeanspr. (pure shear)	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda^{-1},$	$\lambda_3 = 1$
- äquibiaxiale Zugbeanspruchungen	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda,$	$\lambda_3 = \lambda^{-2}$
- äquibiaxiale Druckbeanspruchungen	$\lambda_1 = \lambda,$	$\lambda_2 = \lambda,$	$\lambda_3 = \lambda^{-2}$

Um die Materialkoeffizienten für die einzelnen Ansätze zu bestimmen, ist es aufgrund des hochgradig nichtlinearen Verlaufs der experimentell gefundenen Last-Verformungs-Funktionen nicht sinnvoll, lediglich so viele Meßpunkte auszuwerten, wie es der Anzahl der unbekanntenen Koeffizienten entspricht. In diesem Fall läge ein eindeutiges lineares oder nicht-lineares Gleichungssystem vor. So würden sich abhängig von der willkürlichen Auswahl der Meßpunkte sehr unterschiedliche Materialkoeffizienten ergeben, die für die Beschreibung der vollständigen Last-Verformungs-Kurve i.a. völlig ungeeignet wären. Vielmehr muß zur Ermittlung der Ansatzfreiwerte der gesamte Kurvenverlauf einbezogen werden. Dies führt durch Auswerten sehr dicht benachbarter, aber endlich vieler Punkte der Meßkurve auf ein stark überbestimmtes Gleichungssystem für die gesuchten Materialkoeffizienten. Das Problem läßt sich mit den Mitteln der linearen und nichtlinearen Regressionsanalyse lösen /6.51/. Dazu ist die Verwendung eines Fehlermaßes erforderlich, das die Abweichung eines einzelnen Meßpunktes von der Modellkurve bewertet. Im Rahmen dieser Arbeit wurde als Fehlernorm die Summe der Abweichungsquadrate nach GAUß verwendet /2.21/.

Während sich für das Neo-HOOKEsche und das MOONEY-RIVLINSche Werkstoffgesetz jeweils leicht lösbare lineare Gleichungssysteme für die unbekanntenen Koeffizienten ergeben



(vgl. Anhang), erfordert die Bestimmung der Modellparameter im Fall der Modelle nach OGDEN und KILIAN die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme mittels geeigneter Iterationsalgorithmen (z.B. NEWTON-Verfahren). Einzelheiten sind bei /6.51/ zu finden. Es soll hier lediglich erwähnt werden, daß sich im Falle des OGDEN-Modells erhebliche Konvergenzschwierigkeiten ergeben, so daß für diesen speziellen Fall ein anderes Verfahren entwickelt wurde, bei dem der (sechsdimensionale) Parameterraum systematisch durchlaufen und nach einem Minimum der Fehlerquadrate abgesucht wird. Das Verfahren arbeitet ohne numerische Probleme und liefert brauchbare Koeffizienten, ist aber aufwendig und benötigt einige Stunden Rechenzeit auf einer MicroVax 3800.

Da die Modellgleichungen für die einzelnen Grundversuche differieren, müssen die Regressionsalgorithmen getrennt für uni- und biaxiale Zug- sowie Druckbelastungen formuliert werden. Basis für die Berechnungen sind die Beziehungen für die Nennspannung, die sich für die einzelnen Lastfälle aus der Formänderungsenergiedichte durch Ableitung nach dem Verstreckungsgrad ergeben (vgl. Anhang). Die Verfahren zur Bestimmung der Modellparameter wurden von HERFEN /6.51/ in ein Computerprogramm (CADFORM-GUMMI /6.52/) umgesetzt, das sich in die übrige CAE-Umgebung einfügt. Neben der Berechnung der Modellparameter für sämtliche weiter oben angeführten Materialgesetze und mehrere Versuchsarten ermöglicht es auch den instruktiven graphischen Vergleich der Modellkurven mit den gemessenen Spannungs-Deformations-Verläufen /6.53/.

### 6.2.3 Kalibrierung und Vergleich der Materialmodelle

Vor der Verwendung der Materialmodelle in der Finite-Elemente-Analyse realer Formteile ist zunächst zu klären, mit welcher Güte sich die in einfachen Grundversuchen ermittelten Last-Verformungs-Kurven rechnerisch reproduzieren lassen. Wichtig ist dabei die Frage, inwieweit aufwendigere Materialmodelle entscheidende Verbesserungen zu einfacheren ergeben, und ob es erlaubt ist, über den Wertebereich dieser Grundversuche hinaus zu extrapolieren (z.B. vom Zugbereich in den Druckbereich), ohne allzu große Fehler in Kauf nehmen zu müssen. Diese Fragestellung wurde für mehrere Materialien (NR, SBR, EPDM, VMQ) und Beanspruchungsarten durch entsprechende Meßreihen und Auswertungen mit dem Programm GUMMI untersucht /6.54, 6.55/.

In den Bildern 6.1 bis 6.3 sind beispielhaft für ein SBR einige Ergebnisse für uniaxiale Beanspruchungen in Zug- und Druckversuchen dargestellt, die aber durchaus repräsentativen Charakter haben. Bei der experimentellen Aufnahme der Kurven wurden stets so viele Belastungs-Entlastungs-Zyklen durchfahren, bis sich eine nahezu stationäre Last-Verformungs-Kurve ergab (MULLINS-Effekt). In der Regel reichten 5 Zyklen voll aus. Die Versuche wurden bei Raumtemperatur durchgeführt, die Traversenvorschubgeschwindigkeit betrug bei den Druckversuchen 20 und bei den Zugversuchen 30 mm/min. Charakteristisch für die in uniaxialen Lastfällen erreichten Verzerrungszustände ist, daß die erste Invariante stets größere Werte annimmt als die zweite ( $I_1 > I_2$ ).



Aus Bild 6.1 läßt sich ablesen, daß bei ausschließlicher Verwendung von Daten aus einem Druckversuch ( $\lambda = 0,5$  bis  $1,0$ ) die Meßkurve im Druckbelastungsbereich von allen betrachteten Materialmodellen gleich gut und mit hoher Genauigkeit wiedergegeben wird, sich aber gleichzeitig im Bereich der Zugbeanspruchung nicht mehr zu tolerierende Abweichungen ergeben.

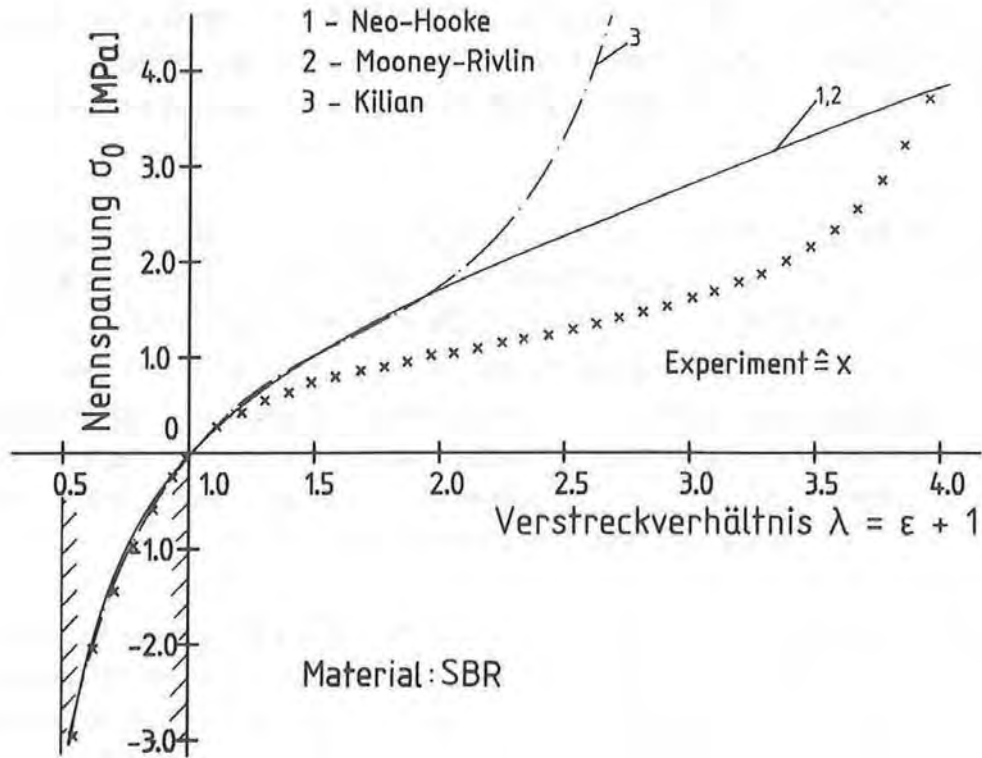
Werden dagegen nur die Daten von Meßkurven herangezogen, die unter Zugbeanspruchung ermittelt wurden ( $\lambda = 1,0$  bis  $4,0$ ), ist die unterschiedliche Qualität der Werkstoffmodelle bereits gut erkennbar (Bild 6.2). Während die einfachen Gesetze (Neo-HOOKE und MOONEY-RIVLIN) nur bis zu Verstreckgraden von ca.  $\lambda = 1,8$  brauchbare Beschreibungen liefern, kann mit dem Ansatz nach KILIAN der gesamte Zugbeanspruchungsbereich (hier  $\lambda = 1,0$  bis  $4,0$ ) sehr gut nachvollzogen werden. Im Druckbereich ist der Verlauf aller Modellkurven unbefriedigend. Dies ist aber aufgrund der zur Kalibrierung der Materialkoeffizienten verwendeten Daten aus dem Zugversuch zu erwarten.

Die Beschreibungsgüte läßt sich für alle Modelle verbessern, wenn man zur Bestimmung der Materialkoeffizienten Meßdaten sowohl aus Zug- als auch aus Druckversuchen verwendet ( $\lambda = 0,5$  bis  $4,0$ ). Bild 6.3 macht deutlich, daß trotzdem der Einsatzbereich der einfachen Materialgesetze auf Verstreckgrade unterhalb von ca.  $\lambda = 2,0$  begrenzt bleiben sollte, da ansonsten mit großen Abweichungen zum realen Materialverhalten zu rechnen ist. Der Grund ist darin zu sehen, daß sowohl das Neo-HOOKE- als auch das MOONEY-RIVLIN-Gesetz einen Last-Verformungs-Verlauf mit Wendepunkt vom mathematischen Ansatz her nicht beschreiben können. Hier müssen Modelle höherer Ordnung, wie die Ansätze von OGDEN oder KILIAN, verwendet werden, die - wie aus Bild 6.3 ebenfalls hervorgeht - den gesamten Beanspruchungsbereich etwa gleich gut beschreiben können.

Neben den uniaxialen Versuchen wurden auch Experimente mit speziellen biaxialen Beanspruchungszuständen durchgeführt, die in der englischsprachigen Literatur als "pure shear" bezeichnet werden [1.47]. Der Name rührt aus der Tatsache, daß im Material ein dem normalen Scherversuch ("simple shear") vergleichbarer Verzerrungszustand (mit den Hauptstreckverhältnissen  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2 = 1/\lambda$ ,  $\lambda_3 = 1$ ) ohne die dort auftretende Drehung der Hauptnormalspannungsachsen hervorgerufen wird. Dieses Vorgehen erleichtert die meßtechnische Auswertung der Verzerrungszustände in Form der Hauptverstreckverhältnisse, deren Kenntnis aufgrund der gewählten Form der analytischen Ansätze (z.B. Gl. 6.16) notwendig ist. Die Verzerrungszustände sind bei diesen Versuchen dadurch gekennzeichnet, daß die beiden Invarianten  $I_1$  und  $I_2$  stets gleiche Werte annehmen ( $I_1 = I_2$ ).

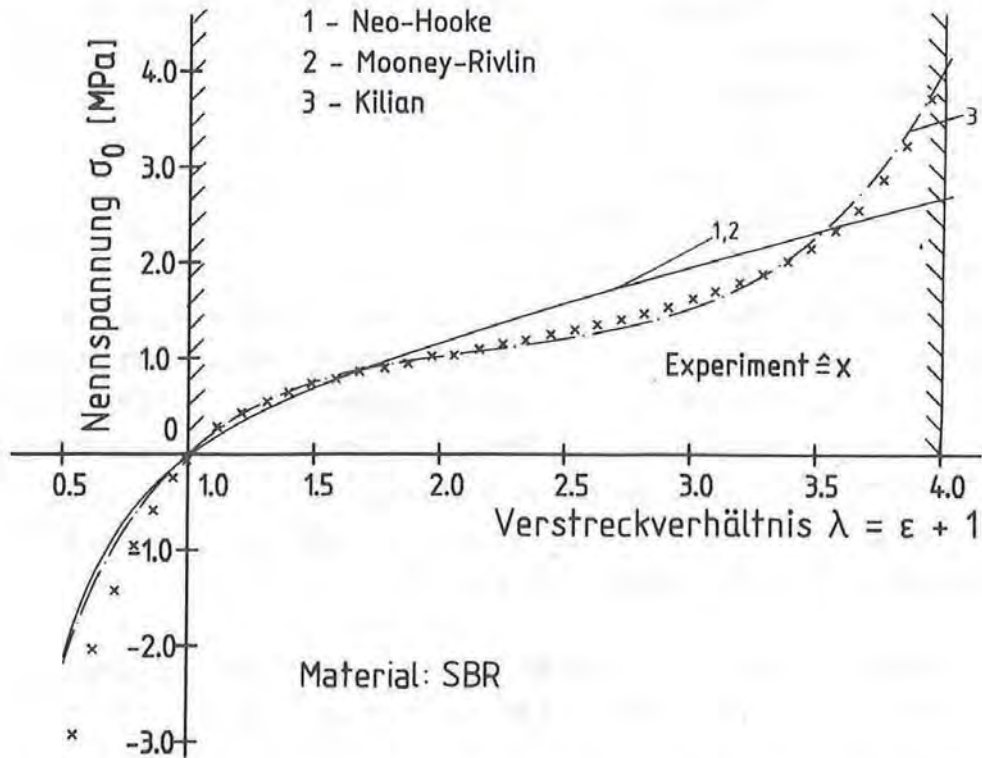
Für die Beschreibung der aus den speziellen biaxialen Versuchen gewonnenen Last-Verformungs-Kurven mit den unterschiedlichen Modellen gelten weiterhin die Feststellungen, die oben für uniaxiale Versuche getroffen wurden. Die Modelle von OGDEN und KILIAN sind in der Beschreibungsgüte den einfachen Ansätzen klar überlegen, wenn man den gesamten Meßbereich mit guter Genauigkeit nachvollziehen möchte. Auch hier sind Extrapolationen unbedingt zu vermeiden.





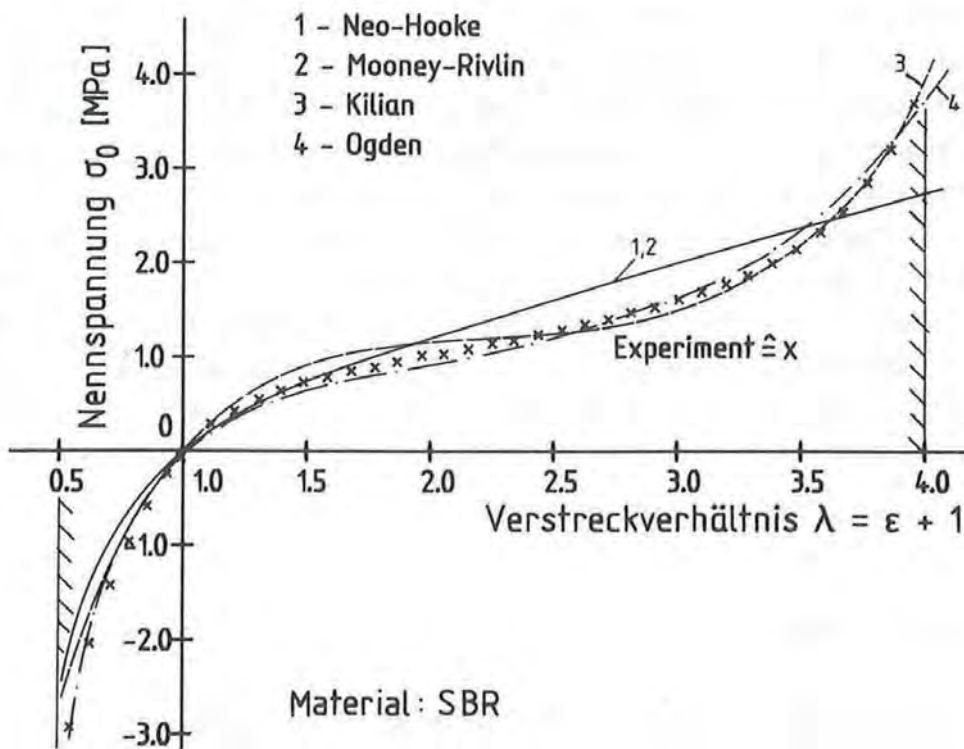
**Bild 6.1:** Uniaxialer Druckversuch, Kalibrierbereich:  $\lambda = 0,5 - 1,0$  /6.55/

**Fig. 6.1:** Uniaxial compression test, calibration range: ditto

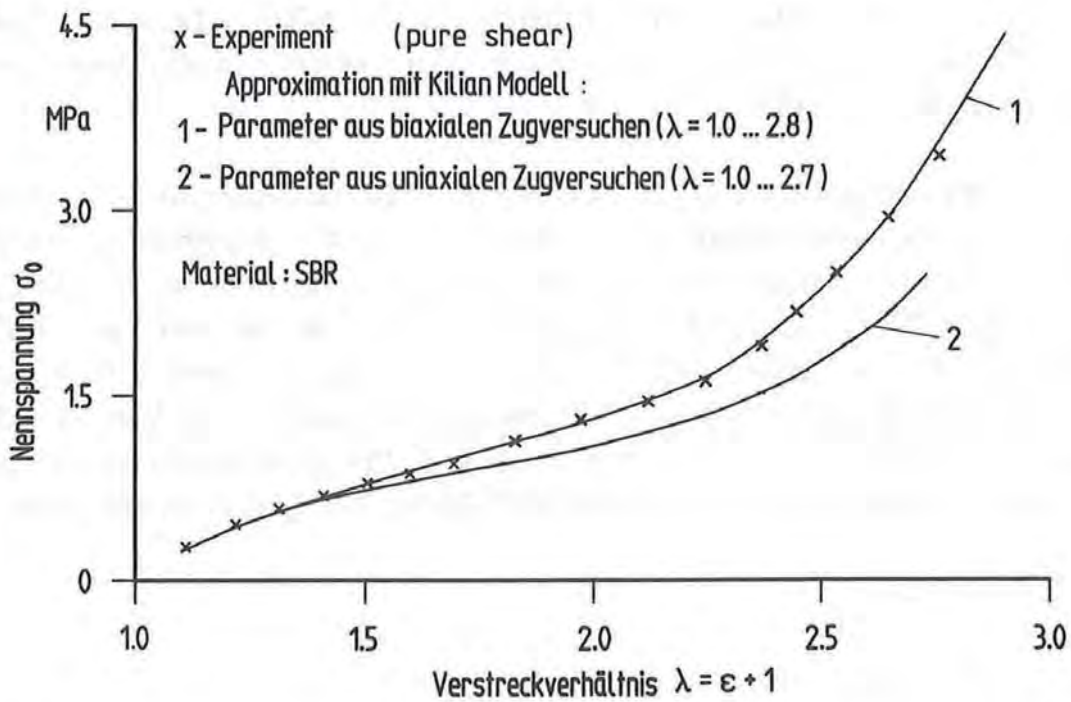


**Bild 6.2:** Uniaxialer Zugversuch, Kalibrierbereich:  $\lambda = 1,0 - 4,0$  /6.55/

**Fig. 6.2:** Uniaxial tension test, calibration range: ditto



**Bild 6.3:** Uniaxiale Versuche, Kalibrierbereich:  $\lambda = 0,5 - 4,0$  /6.55/  
**Fig. 6.3:** Uniaxial tests, calibration range: ditto



**Bild 6.4:** Problematik unterschiedlicher Beanspruchungszustände  
**Fig. 6.4:** Problem of different load cases



Die für ein und dasselbe Material errechneten Modellparameter aus den verschiedenen Grundversuchen weichen voneinander ab /6.54/. In Bild 6.4 sind neben der experimentell aufgenommenen Kurve des speziellen biaxialen Versuchs (pure shear) zwei, jeweils mit dem KILIAN-Ansatz berechnete Modellkurven eingezeichnet. Verwendet man die Materialkoeffizienten, die mit dem "pure shear"-Versuch kalibriert wurden, ist erwartungsgemäß eine sehr gute Übereinstimmung mit den Meßdaten festzustellen. Werden dagegen die Materialkoeffizienten mit den Zugversuchsergebnissen kalibriert und bei der Nachrechnung des "pure shear"-Versuchs eingesetzt, sind für Verstreckgrade größer als  $\lambda = 1,5$  rasch anwachsende Fehler zu verzeichnen, wodurch die Problematik offenkundig wird, daß die Ergebnisse aus einfachen (z.T. uniaxialen) Versuchen nicht ohne weiteres auf andere mehraxiale Beanspruchungsarten verallgemeinerungsfähig sind.

### 6.3 Berechnungsbeispiele

Die in die nähere Betrachtung aufgenommenen Materialgesetze wurden von RAOS /6.56/ in Form von "user subroutines" (UHYPER) für das FE-Programm ABAQUS bereitgestellt. Dazu ist die Definition der Formänderungsenergiedichte und einiger Ableitungen nach den Invarianten erforderlich /2.36/. Alle anderen Rechenoperationen werden von ABAQUS intern durchgeführt. Auf dieser Basis wurden die nachfolgend beschriebenen Finite-Elemente-Simulationen durchgeführt, die das Ziel hatten, die Leistungsfähigkeit der Werkstoffmodelle nicht nur anhand einfacher uni- und biaxialer Grundlastfälle zu beurteilen, sondern deren Brauchbarkeit für die Berechnung praxisrelevanter Formteile in mehrdimensionalen Beanspruchungen zu überprüfen.

Die FE-Berechnungen basierten dabei auf sogenannten Hybrid-Elementen, die für den hydrostatischen Druck eine eigene Variable mitführen /2.36/. Dies ist wegen des inkompressiblen Verhaltens von Gummi erforderlich. Kleine Deformationen verursachen bereits sehr große Druckänderungen. Deshalb reagieren Lösungsansätze auf der Basis von Deformationen allein zu sensibel, um in numerischen Verfahren sinnvoll eingesetzt werden zu können. Daher werden in den Hybrid-Elementen die Druckspannungen als unabhängige Variablen interpoliert und durch Superposition mit den Ergebnissen der Deformation unter Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen mittels LAGRANGEScher Multiplikatoren gekoppelt.

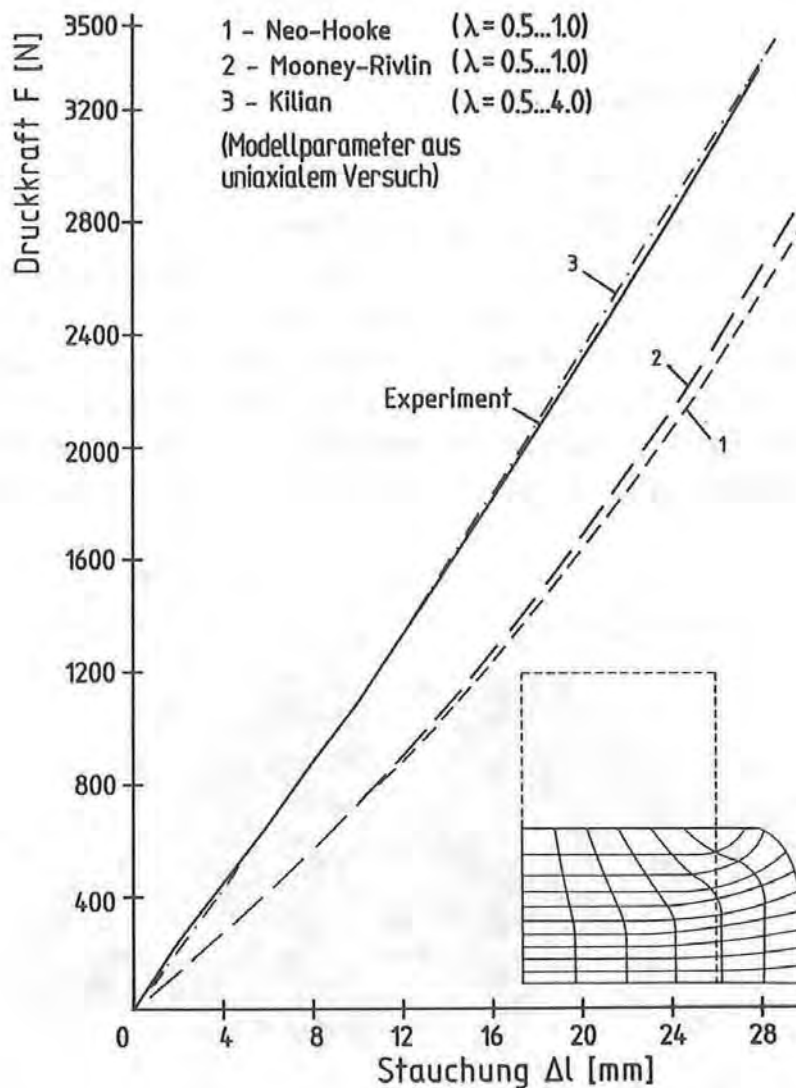
#### 6.3.1 Grundversuche

Um Programmierfehler in den materialbeschreibenden Benutzerunterprogrammen auszuschließen und verschiedene Elementtypen zu testen, wurden die oben beschriebenen einfachen Belastungsfälle für Probekörper auch mit entsprechenden FE-Analysen nachgerechnet

und mit den von CADFORM-GUMMI analytisch ermittelten Last-Verformungs-Kurven verglichen. Im Endergebnis waren kaum merkliche Unterschiede festzustellen /6.54/.

### 6.3.2 Zylindrisches Druckfederelement

Während die Simulation der Grundversuche im wesentlichen die fehlerfreie Implementierung der Werkstoffgesetze in das FE-Programm sicherstellen sollte, wurde anhand der Berechnung realer Bauteile untersucht, ob sich trotz der in Abschnitt 6.2.3 dargelegten Problematik bei der Verwendung der mittels uniaxialer Versuche kalibrierten Materialmodelle für technische Anwendungen ausreichend genaue Resultate erzielen lassen.



**Bild 6.5:** Gemessene und berechnete Kennlinie eines SBR-Vollzylinders /6.54/

**Fig. 6.5:** Measured and calculated characteristic of a compact SBR cylinder

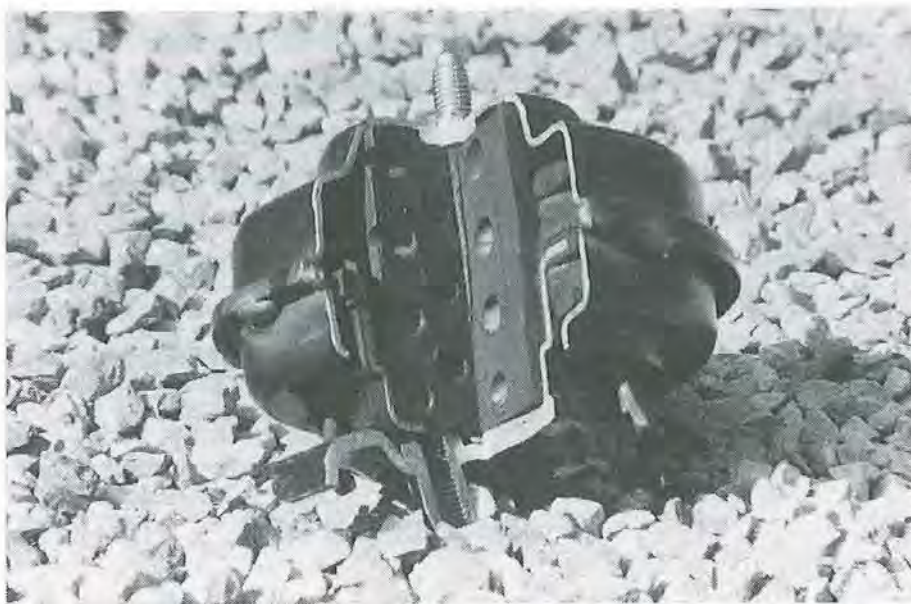


Als erstes wurde ein zylinderförmiges Druckfederelement ( $h = 100 \text{ mm}$ ,  $d = 60 \text{ mm}$ ) aus SBR betrachtet, an dessen Stirnflächen Stahlplatten aufgeklebt waren. Dadurch stellt sich in den Druckversuchen ein durch starke Ausbeulung der Mantelfläche charakterisiertes Verformungsbild und im Innern der Feder ein räumlicher Spannungszustand ein. Die FE-Struktur besteht aus 60 vierknötigen rotationssymmetrischen Hybrid-Ringelementen /2.36/ (Bild 6.5).

Für den Fall, daß die Modellparameter ausschließlich mit uniaxialen Druckversuchen kalibriert werden, fällt der Vergleich der experimentellen und theoretischen Federkennlinien gut aus. Die Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Kräften bleiben für alle Materialmodelle unterhalb von 10 % (hier nicht dargestellt). Die bei einer Traversenvorschubgeschwindigkeit von 10 mm/min aufgenommene Federkennlinie kann bei Einsatz des KILIAN-Modells und einer Kalibrierung mit den Daten des gesamten Meßbereichs der uniaxialen Versuche praktisch exakt berechnet werden (Fehler  $< 2 \%$ , Bild 6.5).

### 6.3.3 Komplexes Aggregatlager

Neben der im vorigen Abschnitt vorgestellten Berechnung einer einfachen Druckfeder wurde ebenfalls ein geometrisch kompliziert gestaltetes Federelement aus SBR näher untersucht. Die axial auf Druck beanspruchte Feder wird zur Zeit sehr erfolgreich zur Lagerung von Motoren in Personenkraftfahrzeugen eingesetzt (Bild 6.6). Dies liegt an den hervorragenden mechanischen, thermischen und akustischen Eigenschaften dieser Elastomerfeder, welche auf deren spezielle Gestaltung zurückzuführen sind /6.58/. Die Geometrie der äußerlich als Zylinder erscheinenden Feder ist durch acht übereinander, jeweils um 90 Grad versetzt angeordnete Durchgangsbohrungen mit je drei Kugelkalotten im Innern recht komplex:



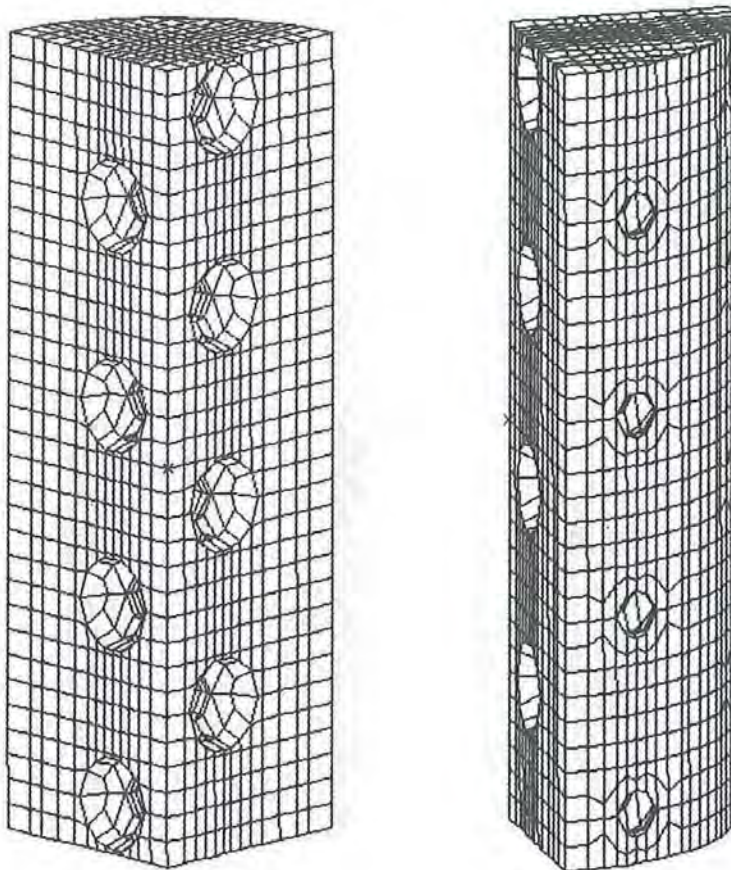
**Bild 6.6:** PKW-Motorlager

**Fig. 6.6:** Passenger car engine mount



Bei Modellwechseln der Fahrzeughersteller oder geplanten Neueinsätzen in anderen Fahrzeugen stellt sich immer wieder das Problem, die Federcharakteristik auf den jeweiligen Fahrzeugtyp abzustimmen. Hier bieten sich Finite-Elemente-Simulationen an, um durch theoretische Voruntersuchungen und Gestaltverbesserungen den hohen Aufwand der Werkzeug- und Prototypenherstellung zu reduzieren. Primäres Ziel ist eine möglichst genau Voraussage der Federkennlinie.

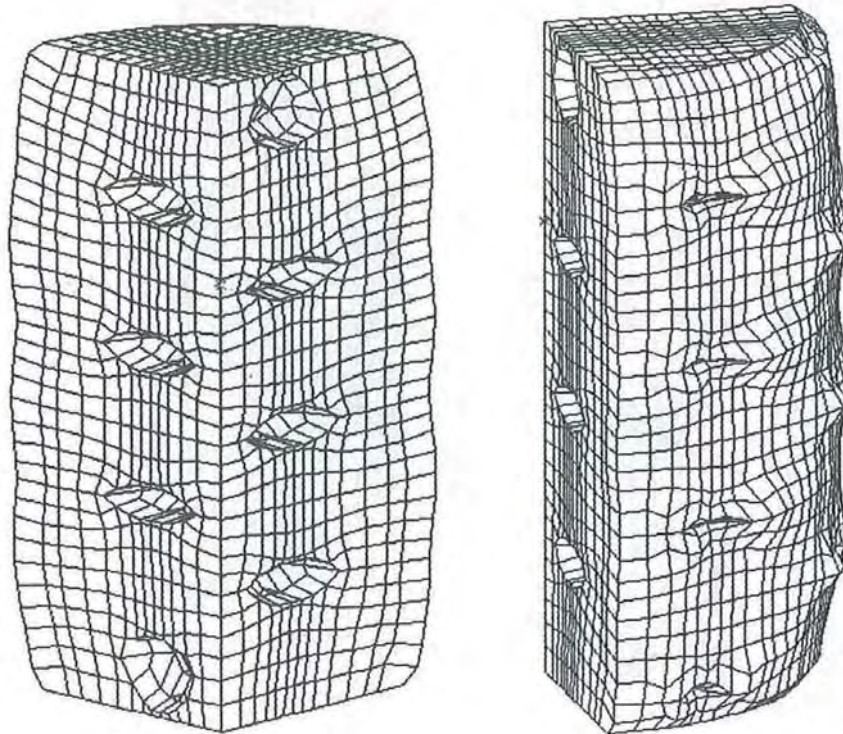
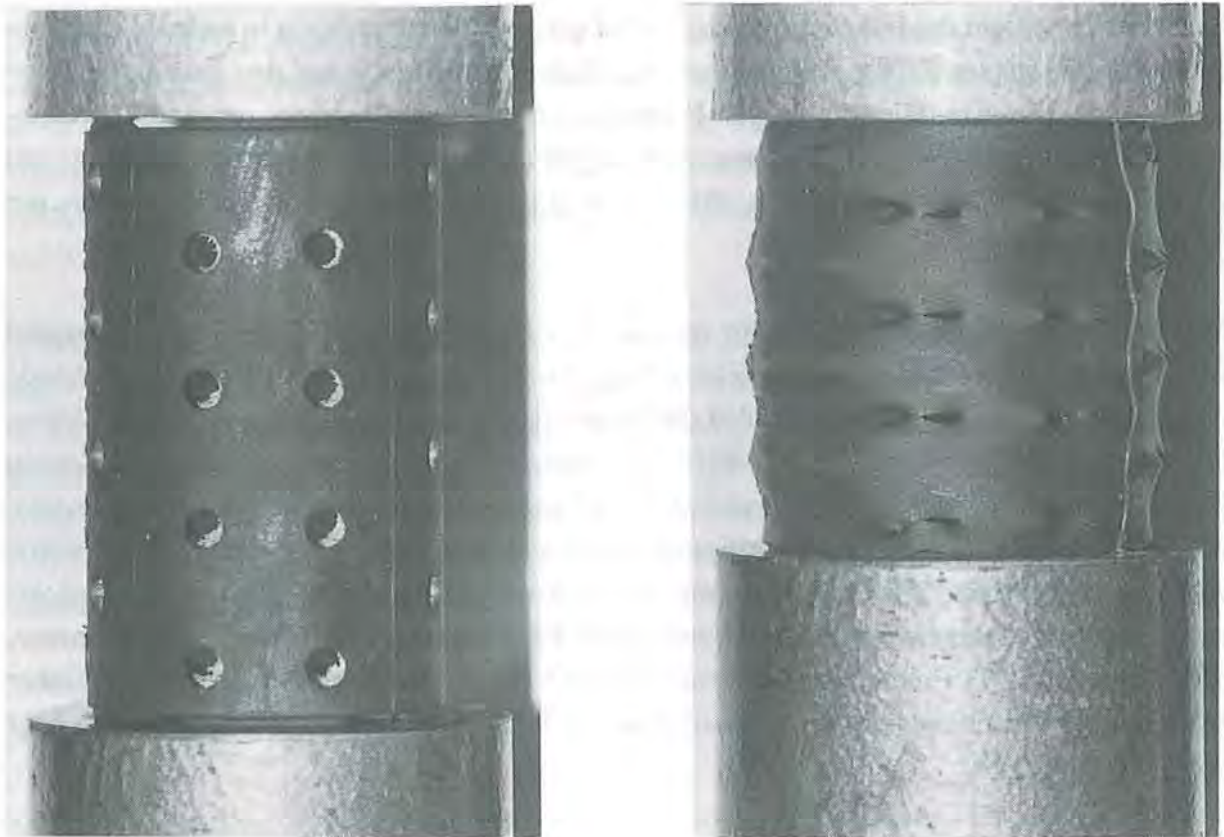
Bild 6.7 zeigt zwei Ansichten der für die Simulation verwendeten FE-Struktur. Es besteht keine Rotationssymmetrie, jedoch bilden zwei bestimmte, senkrecht aufeinanderstehende Axialschnitte Symmetrieebenen, so daß die Berechnungen auf ein Viertel beschränkt bleiben können. Die  $\frac{1}{4}$ -Struktur besteht aus 4880 Volumenelementen (Hybridtyp) mit 6133 Knoten und 23199 Freiheitsgraden. Aufgrund der Problemgröße und der hochgradigen geometrischen und materialbedingten Nichtlinearität läßt sich diese Struktur auf einer Workstation vom Typ MicroVax 3800 nicht mehr mit vertretbarem Aufwand berechnen. Eine zunächst verwendete, näherungsweise in der Mitte halbierte FE-Struktur, ( $\frac{1}{8}$ -Struktur: 2559 Elemente, 3338 Knoten, 12573 Freiheitsgrade) erforderte noch ca. 48 Stunden CPU-Rechenzeit. Daher erfolgten die Berechnungen der aufwendigeren  $\frac{1}{4}$ -Struktur auf einem Hochleistungsrechner vom Typ IBM 3090.



**Bild 6.7** FE-Struktur der Motorlagergeometrie  
**Fig. 6.7** FE mesh of the engine mount geometry

Elemente: 4880  
 DOF: 23199

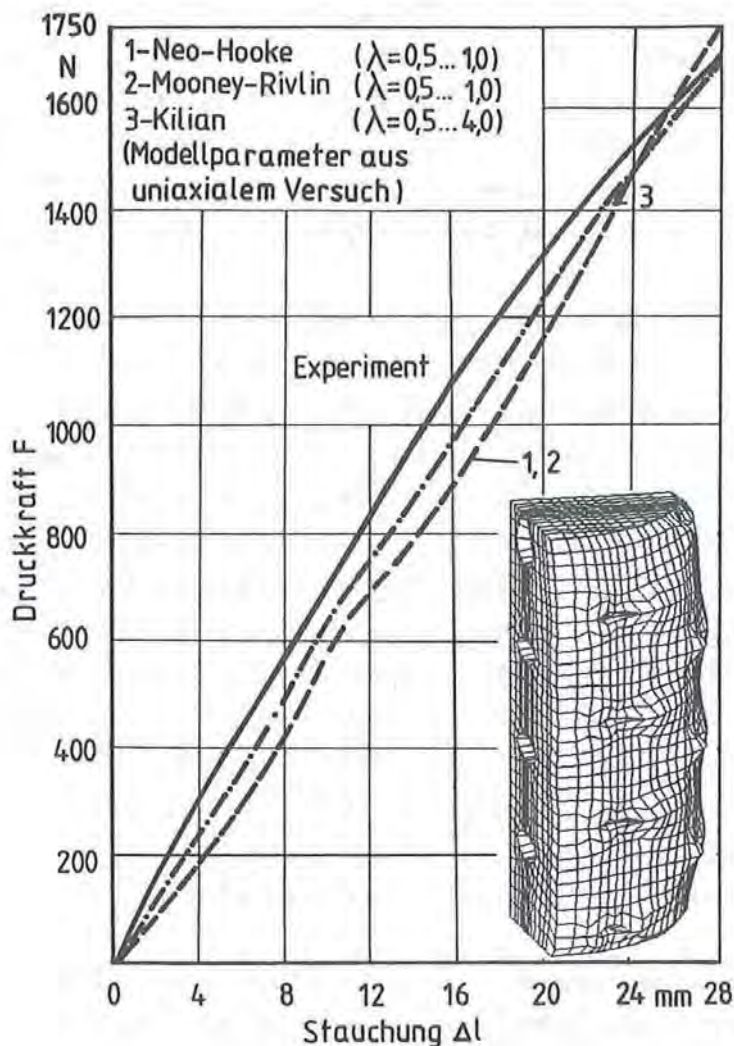




**Bild 6.8:** Experimentell und rechnerisch ermitteltes Verformungsbild /6.54/  
**Fig. 6.8:** Experimentally and theoretically detected deformation characteristic

In Abbildung 6.8 ist in zwei Ansichten die mittels FE-Simulation ermittelte verformte Struktur für einen Federweg von 30 mm im Vergleich zum photographisch festgehaltenen experimentell gefundenen Verformungsbild wiedergegeben. Die realen Verhältnisse werden durch die Simulation sehr gut beschrieben. Durch die vielen freien Oberflächen innerhalb des Körpers bleibt das Ausbeulen der Zylindermantelfläche verglichen mit entsprechenden Vollzylindern äußerst gering (vgl. Bild 6.5). Während die Bohrungen an der Außenfläche bereits nahezu flach gedrückt sind, bestehen bei den größeren Kugelkalotten im Innern noch Deformationsreserven. Das lokale Herausquetschen von Material an der Außenfläche direkt neben den Bohrungen (u.a. im Bild an den vier "Nasen" ganz rechts gut zu erkennen) ist ein für diese Feder typischer Effekt, der durch die Rechnung ebenfalls sehr gut nachvollzogen wird. Auch die asymmetrische Deformation der Bohrungen durch die jeweils links und rechts davon unterschiedliche Geometriegestaltung wird durch die Simulation gut erfaßt.

Bild 6.9 zeigt den Vergleich der von WOLF /6.54/ berechneten und gemessenen (quasi-)statischen Federkennlinien für eine Traversenvorschubgeschwindigkeit von 10 mm/min.



**Bild 6.9:** Gemessene und berechnete Kennlinie des Motorlagers /6.54/  
**Fig. 6.9:** Measured and calculated characteristic of the engine mount



Es ist deutlich erkennbar, daß im Gegensatz zu Vollzylindern (mit progressiver Kennlinie) trotz der axialen Druckbeanspruchung eine nahezu lineare Federcharakteristik erreicht wird (Dies ist im praktischen Einsatz für den Fahrkomfort von Vorteil, da niederfrequente Schwingungen mit relativ großen Federwegen gut aufgenommen werden können). Der Vergleich der Simulationsergebnisse mit der Meßkurve fällt recht gut aus. Dabei zeigt das KILIAN-Modell gegenüber den einfachen Ansätzen erneut seine Überlegenheit. Die Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Kräften bleiben unter 10 %. Dies ist aufgrund der in uniaxialen Versuchen ermittelten Modellparameter und deren Verwendung für ein stark mehraxial beanspruchtes Bauteil ein gutes Ergebnis.

#### 6.4 Fazit

Die hier vorgestellten Untersuchungen zur Berechnung von Elastomerformteilen in quasi-statischen Beanspruchungen lassen die Aussage zu, daß die Verwendung von Werkstoffgesetzen, die mit dem Konzept der Formänderungsenergiedichte  $W$  aufgestellt wurden, zu brauchbaren Resultaten führt. Sehr wichtig bei der Bestimmung der Modellparameter ist allerdings, daß die herangezogenen Versuchsdaten den gesamten im zu berechnenden Formteil vorliegenden Spannungs- bzw. Verstreckbereich abdecken. Extrapolationen über den gemessenen Bereich hinaus können schnell zu größeren Abweichungen des Modellverhaltens von der Realität führen. Dies wird auch von MAROTZKE /2.22/ festgestellt.

Die Kalibrierung der Materialmodelle sollte in keinem Fall den zum Teil angebotenen internen Routinen einiger FE-Programme überlassen, sondern im Vorfeld der Simulation durch ein eigenständiges Programm mit Graphikunterstützung sorgfältig durchgeführt werden. Hier hat sich CADFORM-GUMMI als ein sehr nützliches Hilfsmittel erwiesen. Sind die Materialkoeffizienten des eingesetzten Modells so bestimmt, daß die Meßkurve reproduziert wird, können auch bei den FE-Simulationen befriedigende Ergebnisse erwartet werden. Aufgrund der fast immer vorhandenen Schwankungen bei der Aufbereitung der Kautschukmischungen ist es am günstigsten, wenn die Grundversuche zur Ermittlung der Materialkoeffizienten mit Proben durchgeführt werden, die aus derselben Charge stammen wie die zu berechnenden Formteile. Diese Bedingung war im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen erfüllt. In der Regel dürfte diese Forderung allerdings kaum einzuhalten sein. Erschwerend kommt in der Praxis hinzu, daß Schwankungen im Prozeßverlauf unterschiedliche Vernetzungsgrade nach sich ziehen können, die kaum vorhersehbare Konsequenzen auf das endgültige Material- bzw. Formteilverhalten haben.

Trotz ihrer Einfachheit behalten das Neo-HOOKE und das MOONEY-RIVLIN-Modell ihre Berechtigung, da sie im Druckbereich gute Approximationen liefern und auch im Zugbereich befriedigen, wenn keine allzu hohen Verstreckgrade erreicht werden. Ein Verstreckverhältnis von etwa  $\lambda = 2$  kann hier als obere Grenze angesehen werden. Dies ist aber im Einzelfall vom Material abhängig. Für viele technische Anwendungen dürften also diese klassischen Ge-



setze ausreichend sein. Für ihren Einsatz spricht die geringe Anzahl an Materialkoeffizienten und deren sehr einfache Bestimmung mit linearen Gleichungssystemen (vgl. Anhang). Bemerkenswert ist, daß bei den hier durchgeführten Berechnungen nur unwesentliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen, die jeweils mit dem Neo-HOOKE- bzw. dem MOONEY-RIVLIN-Gesetz erhalten wurden, zu erkennen sind. Steht also keine programmierte Version für die Regressionsanalyse zur Verfügung, kann der eine erforderliche Materialkoeffizient für das Neo-HOOKE-Modell trotzdem relativ schnell ermittelt werden.

Bei den hier untersuchten Materialgesetzen höherer Ordnung überzeugt das KILIAN-Modell durch eine sehr gute Reproduktion der Grundversuche bis hin zu hohen Verstreckgraden. Auch mit dem Ansatz von OGDEN wurden ähnlich gute Erfahrungen gemacht. Das Modell von KILIAN bietet allerdings den Vorteil, eine mit dem OGDEN-Ansatz vergleichbare Beschreibungsgüte mit nur drei statt sechs Parametern zu erreichen. Auch gegenüber dem MOONEY-RIVLIN-Modell mit zwei Materialkoeffizienten bedeutet die Verwendung des KILIAN-Ansatzes keinen wesentlich höheren Aufwand.

Da das Modell von KILIAN als Spannungsansatz formuliert wurde, besteht für den Einsatz in einem FE-Programm die Notwendigkeit, durch Integration die Formänderungsenergiegedichte  $W$  zu bestimmen. Dies konnte nur mit den in Abschnitt 6.2.1.4 dargelegten Vereinfachungen durchgeführt werden, die sich bisher bei der Berechnung der Formteile nicht negativ bemerkbar machten. Auch die nichtlinearen (iterativen) Regressionsalgorithmen zur Bestimmung der Materialkoeffizienten arbeiten für das KILIAN-Modell numerisch stabil und liefern geeignete Modellparameter, wenn sinnvolle Startwerte vorgegeben werden. Beim OGDEN-Modell hat sich dagegen die Parameterbestimmung als sehr aufwendig erwiesen.

Eine noch nicht vollständig geklärte Problematik beim Einsatz der Materialmodelle in mehraxialen Beanspruchungsfällen besteht darin, daß die Modellparameter üblicherweise in uniaxialen Versuchen ermittelt werden. Dies wurde in Abschnitt 6.2.3 deutlich. Da Elastomere ein nahezu inkompressibles Verhalten zeigen, sind die Verstreckungsgrade in uniaxialen Experimenten direkt voneinander abhängig. Das bedeutet, daß im uniaxialen Versuch die Spannungen nur längs der Kurve  $\sigma = f(\lambda_1(\lambda_2))$  anstatt in der gesamten  $\lambda_1$ - $\lambda_2$ -Ebene untersucht werden. Somit wird bei der Berechnung mehraxialer Belastungsfälle die Funktion, welche die Meßwerte entlang einer Kurve reproduziert, in den umliegenden Bereich hinein extrapoliert. Anhand der bisherigen Erfahrungen mit der Berechnung realer Bauteile scheint dieser Fehler jedoch nicht gravierend auf die Ergebnisse durchzuschlagen. Diese Fragestellung kann trotzdem noch nicht abschließend beurteilt werden.

Alle untersuchten Materialmodelle gehen von vollständiger Inkompressibilität aus. Diese Vereinfachung bringt für Vollgummibauteile in der Regel keine unzulässigen Ungenauigkeiten in die Berechnung, solange das betrachtete Formteil durch angrenzende Konstruktionselemente - wie beispielsweise Metallteile - hinsichtlich einer Gestaltänderung nicht zu stark eingeschränkt wird.



## 7. EIGENERWÄRMUNG VON ELASTOMERFORMTEILEN

Für dynamisch belastete Elastomerkomponenten ist neben der rein mechanischen Auslegung die Frage nach der Temperaturentwicklung im Formteil in vielen Anwendungsfällen ebenfalls von großer praktischer Bedeutung /7.1/. Die Eigenerwärmung von schwingend beanspruchten Motor- und Maschinenlagern kann zu einem kritischen Einflußfaktor werden, insbesondere bei kompakten Bauteilen mit einem kleinen Oberflächen/Volumen-Verhältnis.

Hinzu kommt, daß die Wärmeleitfähigkeit von Elastomeren schlecht ist ( $\lambda \approx 0,1$  bis  $0,4$  W/mK) und in vielen Anwendungsfällen die Einsatztemperaturen nennenswert gestiegen sind. Beispielsweise konstruieren die Automobilhersteller die Fahrzeuge heute so, daß nur noch geringe Luftumwälzraten im Motorraum möglich sind. Daher haben die Temperaturen im Motorraum mittlerweile ein deutlich höheres Niveau als noch vor Jahren, und in Zukunft rechnet man mit Spitzenwerten bis zu  $150$  °C /7.2/. Die maximalen Dauergebrauchstemperaturen für Elastomerformteile liegen bei ca.  $80$  bis  $175$  °C /7.3/.

Obwohl sich bei elastomeren Werkstoffen selbst starke Verformungen wegen der Vernetzung der Makromoleküle nach einiger Zeit nahezu vollkommen zurückstellen, ist das mechanische Verhalten aufgrund von Platzwechselfvorgängen der zwischen den Vernetzungspunkten noch frei beweglichen Molekülketten ebenfalls durch eine relativ große innere Dämpfung charakterisiert (Viskoelastizität /6.14, 6.36, 6.39, 6.40, 6.57, 7.4-7.10/). Diese kann bei den oft auftretenden großen Verformungswegen in dynamischen Belastungsfällen schon bei kleineren Frequenzen zu einer beachtlichen Energiedissipation und so aufgrund der relativ schlechten Wärmeleitung im Innern des Formteils zu unzulässig hohen Temperaturen führen. Dadurch werden Alterungsprozesse beschleunigt oder gar thermische Zersetzungen hervorgerufen. Beides trägt zu einem frühzeitigen Versagen dynamisch beanspruchter Gummikomponenten bei. Daher besteht Bedarf nach einer Berechnungsmethode, welche es erlaubt, für oszillierende Belastungsfälle die Temperaturverteilung im Bauteil abzuschätzen.

### 7.1 Berechnungskonzept

Um die Temperaturverteilung bzw. -entwicklung in einem Körper zu berechnen, muß die FOURIERSche Differentialgleichung gelöst werden. Sie lautet in kartesischen Koordinaten /7.11/:

$$\frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \left[ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right] + \frac{\dot{\phi}}{\lambda} \quad (7.1)$$

$\vartheta$ : orts- und zeitabhängige Temperatur

$\lambda$ : Wärmeleitfähigkeit



$\rho$ :	Dichte
$c_p$ :	spezifische Wärmekapazität
$\phi$ :	Wärmequelle
$x, y, z$ :	Koordinaten
$t$ :	Zeit

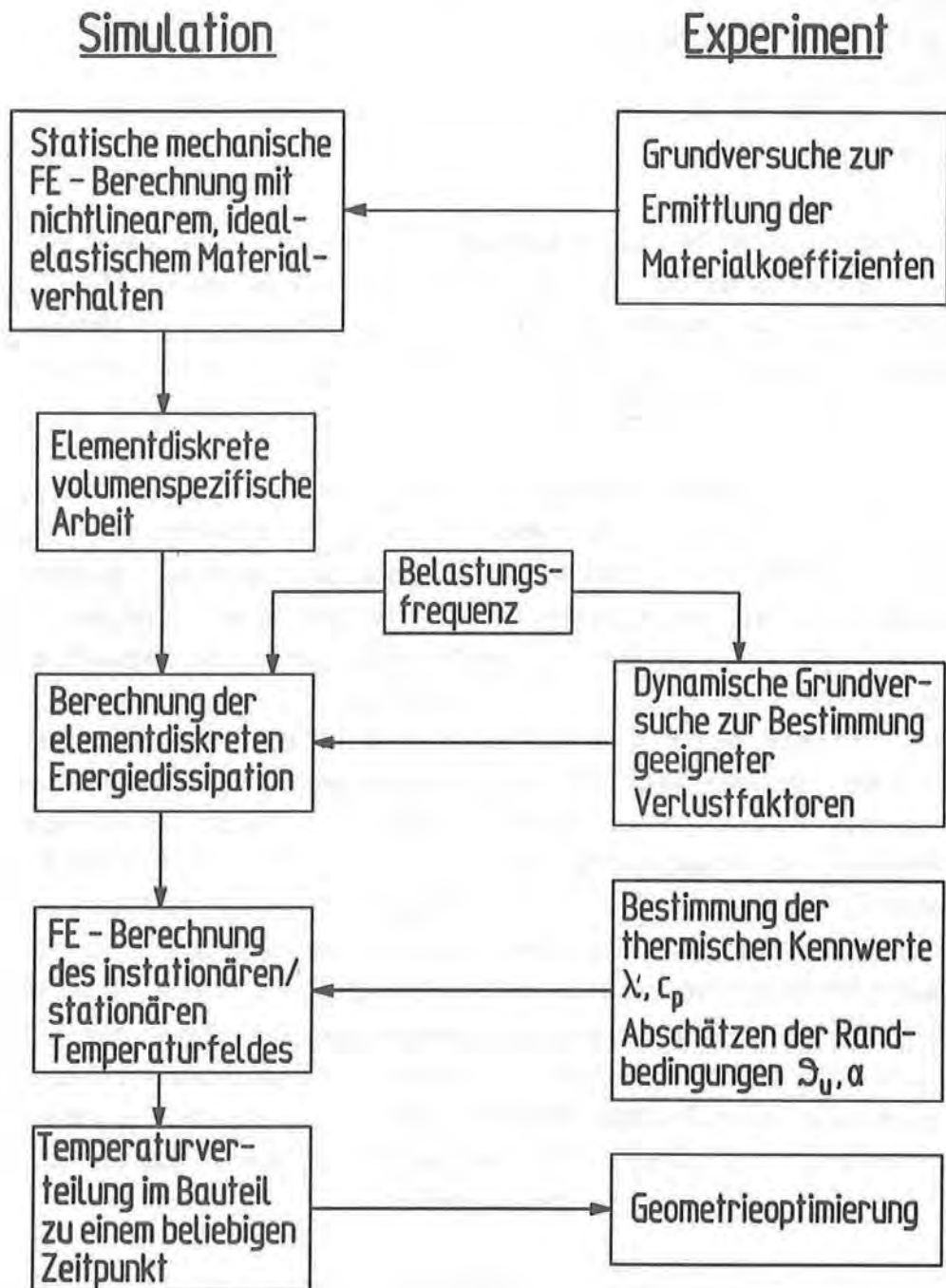
Auf der Grundlage dieser Beziehung kann zur Bestimmung der orts- und zeitabhängigen Temperaturfelder in beliebigen Geometrien wieder die Methode der Finiten Elemente eingesetzt werden. Auf Einzelheiten wird hier nicht eingegangen. Näheres findet sich beispielsweise bei /2.14/. Die im folgenden beschriebenen Untersuchungen wurden mit dem FE-Programm ABAQUS /2.36/ durchgeführt.

Aus Gleichung (7.1) geht hervor, daß die Berechnung des Temperaturfeldes nur dann möglich ist, wenn neben den Stoffwerten  $\lambda$ ,  $\rho$  und  $c_p$  insbesondere die (ortsabhängige) Wärmequelle  $\phi$  bekannt ist. Im Fall der Elastomerformteile ist dieser Quellterm aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens als volumenspezifische Dissipationsleistung zu identifizieren. Es gilt also, diese durch innere Materialdämpfung hervorgerufene Verlustleistung zu quantifizieren. Vom theoretischen Standpunkt aus dürfte eine gekoppelte thermisch-mechanische Rechnung unter direkter Berücksichtigung der Viskoelastizität die besten Ergebnisse liefern, vorausgesetzt, daß geeignete leistungsfähige Materialmodelle für mehrdimensionale Beanspruchungen vorhanden sind. Dagegen spricht, daß die heute zur Verfügung stehenden sehr komplizierten Theorien zur Behandlung der Viskoelastizität von Elastomeren /6.14, 6.36, 6.39, 6.40, 6.57, 7.10/ auf der Basis der "Allgemeinen Materialgleichung" auch nicht voll befriedigen, da sie vereinfacht werden müssen, um die Materialfunktionen in praktikablen Experimenten bestimmbar zu machen. Dabei besteht nach wie vor das Problem, solche Materialkennwerte zu ermitteln, die die Einflüsse von Belastungsart, -geschwindigkeit, -geschichte sowie der Temperatur befriedigend erfassen. Die zu erwartenden außergewöhnlich hohen Rechenzeiten bei der sukzessiven Berechnung vieler Belastungszyklen mit hohen materialbedingten und geometrischen Nichtlinearitäten stellen zur Zeit für praxisnahe Formteile ein kaum zu lösendes Problem dar.

Aufgrund dieser Schwierigkeiten wird im folgenden ein Konzept vorgestellt, die im Formteil vorliegenden volumenspezifischen Dissipationsleistungen durch die Kombination einer mechanischen FE-Analyse mit experimentell ermittelten Verlustfaktoren zu bestimmen. Die Vorgehensweise basiert auf Ansätzen von ALF /7.12/ und BRAND /7.13/ zur Beschreibung der Verlustleistung und knüpft an Arbeiten von OVERATH, JAHN /7.14/, HAACK /6.28/ und DÖPPER /6.4/ an. Die in /6.28, 7.14/ durchgeführten Untersuchungen waren aufgrund fehlender Simulationsprogramme auf die stark idealisierte analytische Behandlung sehr einfacher rotationssymmetrischer Körper beschränkt und gehen bei der Bestimmung der Verlustfaktoren vom Torsionsschwingungsversuch aus.

In Bild 7.1 ist das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Konzept zusammengefaßt. Das Problem zur Ermittlung des mechanisch induzierten Temperaturfeldes wird entkoppelt gelöst





**Bild 7.1:** Konzept zur Berechnung der Eigenerwärmung von Elastomerformteilen  
**Fig. 7.1:** Concept for the calculation of self heating of elastomer components

und in mehrere Teilschritte aufgespalten. Als erstes ist mit Hilfe einer mechanischen Finite-Elemente-Analyse das Spannungs-Dehnungs-Feld im betrachteten Formteil zu bestimmen. Bei dieser Berechnung wird näherungsweise von einem quasistatischen Lastfall ausgegangen und die viskoelastischen Effekte zunächst vernachlässigt. Das für Elastomere charakteristische nichtlineare Verhalten wird z.B. durch die Ansätze von MOONEY-RIVLIN oder KILIAN erfaßt. Die dazu notwendigen Materialkoeffizienten werden mit Hilfe von quasistatischen oder besser dynamischen Grundversuchen kalibriert (vgl. Abschnitt 6.2.2 u. 6.2.3).

Als Ergebnis der FE-Analyse ist der lokale Spannungs-Dehnungs-Zustand bekannt. Daraus läßt sich auch die örtliche volumenspezifische Formänderungsenergie  $W$  unmittelbar ableiten. Diese Größe stellt die rechnerische Grundlage zur nachträglichen Ermittlung der lokalen Dissipationsleistung dar. Daneben muß in Grundversuchen auch (mindestens) ein mechanischer Materialdämpfungsfaktor  $\Psi$  ermittelt werden. Das Produkt aus (lokaler) Formänderungsenergie, Verlustfaktor und Schwingfrequenz ist eine örtliche Verlustleistung, die näherungsweise, d.h. im zeitlich integralen Sinn in dem betrachteten Punkt der dynamisch belasteten Struktur die real auftretende Wärmeproduktion erfassen soll:

$$\dot{\phi} = W \Psi f \quad (7.2)$$

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Berechnung des (instationären) Temperaturfeldes die Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit, der Dichte und der spezifischen Wärmekapazität erfordert. Darüber hinaus ist für eine möglichst genaue Abschätzung der über die Formteiloberflächen abfließenden Wärmeströme zu sorgen.

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \alpha (\vartheta - \vartheta_u) \quad (7.3)$$

Dafür müssen die Umgebungstemperatur  $\vartheta_u$  und der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  bekannt sein. Stehen sämtliche Eingangsdaten bereit, kann im letzten Schritt die Temperaturentwicklung im Formteil mit Hilfe einer thermischen FE-Analyse abgeschätzt werden. Für die Zuverlässigkeit der Berechnungsergebnisse ist neben der korrekten Erfassung der thermischen Stoffgrößen und vor allem des Wärmeübergangs an die Umgebung der eingesetzte Verlustfaktor von größter Bedeutung. Daher wurde dieser Werkstoffkennwert näher untersucht. Doch zunächst sollen die getroffenen Voraussetzungen und Vereinfachungen zusammengefaßt werden:

- ▶ Das mechanisch-thermische Problem wird entkoppelt, d.h. die Temperaturberechnung wird der mechanischen Analyse nachgeschaltet und hat somit ihrerseits keine Auswirkung auf die mechanische Berechnung.
- ▶ Die mechanische Analyse wird zwar physikalisch und geometrisch nichtlinear durchgeführt, aber unter Voraussetzung ideal-elastischen Verhaltens. Dabei wird von konstanten, temperaturunabhängigen Materialeigenschaften ausgegangen. Außerdem werden Trägheitskräfte vernachlässigt, d.h. quasistatische Verhältnisse angenommen.
- ▶ Die viskoelastischen Effekte werden über experimentell gefundene Verlustfaktoren nachträglich im integralen Sinn in die Ergebnisse der Strukturanalyse eingearbeitet.
- ▶ Den Berechnungen wird ein werkstoffabhängiger aber konstanter Verlustfaktor zugrunde gelegt. Dies ist ein Wert, der nicht nur von der Belastungshöhe, -art und -frequenz sowie von der Temperatur abhängt, sondern streng genommen nur für die jeweils betrachtete Geometrie gilt.



- ▶ Der Wärmequellterm wird auf der Basis der örtlich unterschiedlichen Formänderungsenergie-dichten in jedem Element der FE-Struktur individuell vorgegeben.
- ▶ Die Temperaturberechnung erfolgt an der unverformten Struktur. Änderungen der Wärmeleitfähigkeit aufgrund der Materialstauchung oder die Wirkung der deformierten Oberflächen bleiben unberücksichtigt.

## 7.2 Verlustfaktoren

Da der Verlustfaktor eine Schlüsselfunktion bei der Berechnung der Eigenerwärmung von Elastomerformteilen einnimmt, wurden die Einflüsse von Material, Belastungsart und Meßmethode näher untersucht. Es wurden Messungen an verschiedenen Gummiwerkstoffen vorgenommen, die auf den folgenden Kautschuktypen basieren und deren mechanische sowie thermische Materialdaten im Anhang enthalten sind:

- Naturkautschuk (NR)
- Styrol-Butadien-Kautschuk (SBR)
- Ethylen-Propylen-(Dien)-Kautschuk (EPDM)
- Vinyl-Methyl-Dichlorsilan-Silikon-Kautschuk (VMQ)

Die Verlustfaktoren wurden sowohl in quasistatischen als auch in dynamischen (sinusförmig oszillierenden) Druckversuchen an zwei verschiedenen Probekörpergeometrien gemessen /7.15/. Es handelt sich dabei um den bereits in Kapitel 6 vorgestellten Vollzylinder und das Motorlager mit den zylindrischen und kalottenförmigen Freiräumen im Innern. Beispielhaft sind für einen dynamischen Belastungsfall mit Dehnungsraten von  $\epsilon = 25 \pm 10 \%$  die sich stationär einstellenden Hysteresekurven für den Vollzylinder in Bild 7.2 und für das Motorlager in Bild 7.3 wiedergegeben. Daraus geht bereits der Einfluß des verwendeten Werkstoffs deutlich hervor. Die Formteile aus Silikonkautschuk (VMQ) weisen eine besonders hohe Materialdämpfung auf.

Die quantitative Bestimmung des Verlustfaktors erfolgt über die Auswertung der Hysteresekurven. Er ist als Verhältnis von Verlustarbeit zu Verformungsarbeit definiert und kann somit aus dem Quotienten der Hysteresefläche zur zugeordneten Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve zwischen  $\epsilon_u$  und  $\epsilon_o$  bestimmt werden. Die Ergebnisse aller durchgeführten Versuche sind in den Tabellen 7.1 und 7.2 enthalten. Hier können neben der starken Werkstoffabhängigkeit auch andere Einflußgrößen quantitativ abgelesen werden. So ist ersichtlich, in welchem Maße die Verlustfaktoren vom Beanspruchungsniveau ( $\epsilon = 0 - 50 \%$  bzw.  $15 - 35 \%$ ), der Belastungsart (statisch bzw. dynamisch) und der Geometrie (Vollzylinder bzw. Motorlager) beeinflusst werden.

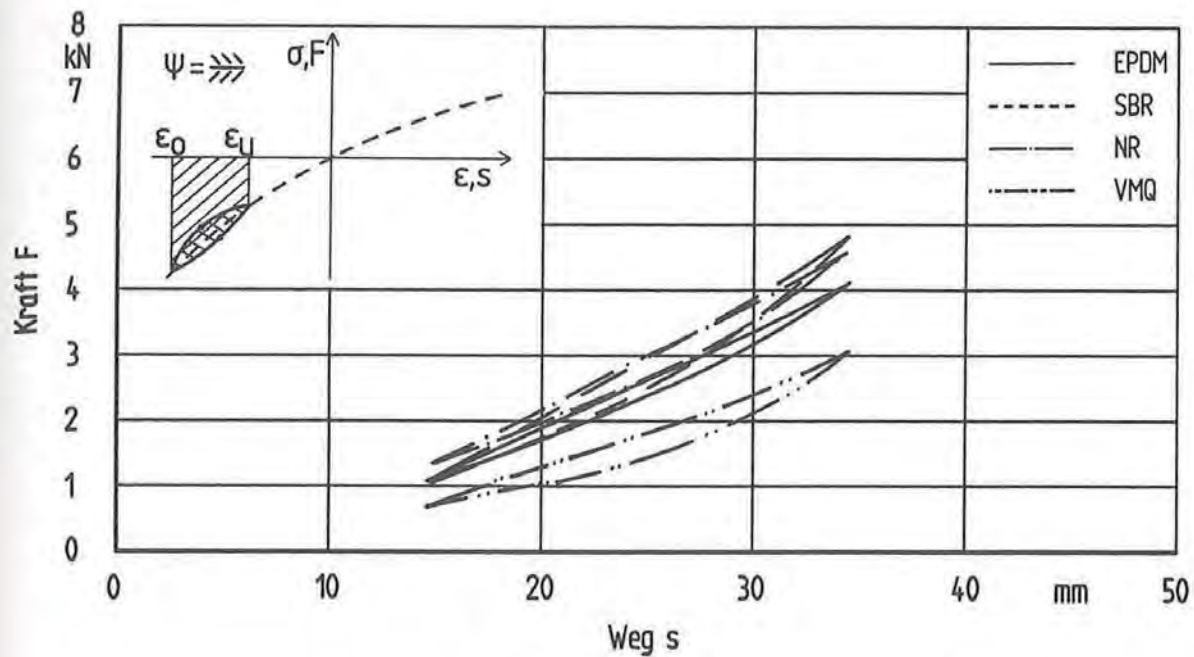


Bild 7.2: Hysterese der dynamisch beanspruchten Vollzylinder /7.15/

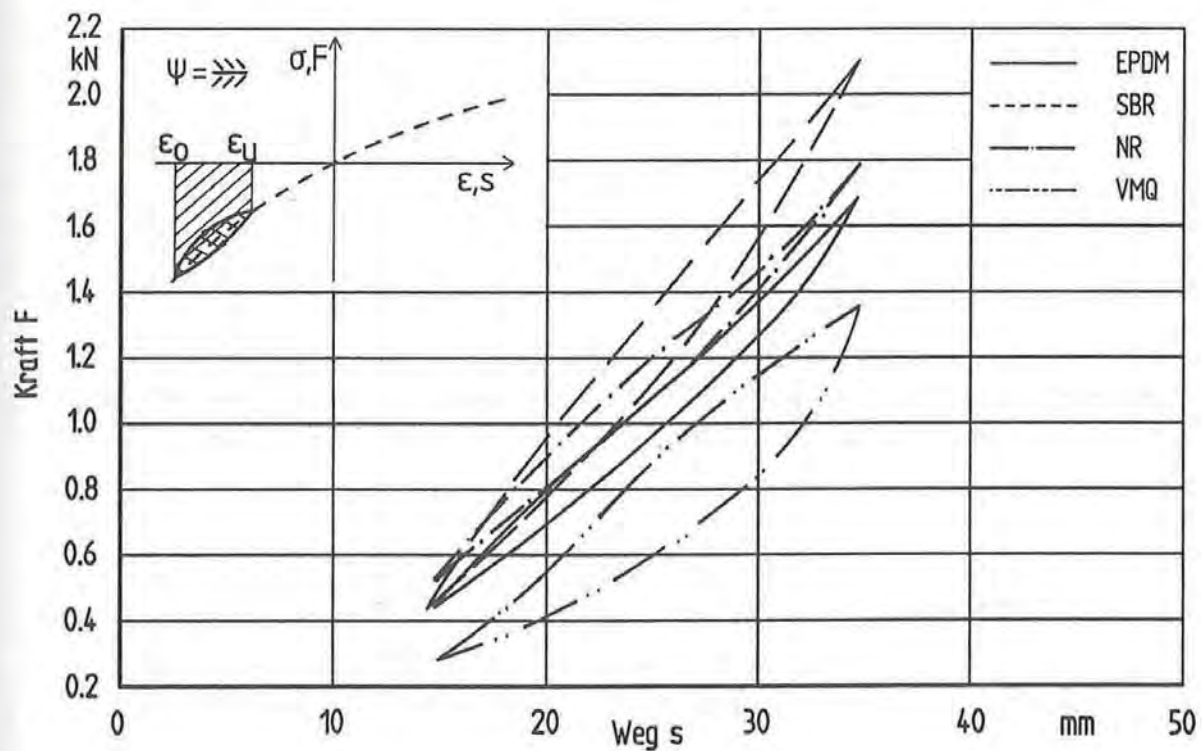
Fig. 7.2: Hysteresis of the dynamically loaded compact cylinders,  $\epsilon = 25 \pm 10 \%$ 

Bild 7.3: Hysterese der dynamisch beanspruchten Motorlager /7.15/

Fig. 7.3: Hysteresis of the dynamically loaded engine mounts,  $\epsilon = 25 \pm 10 \%$



Belastungsart	NR	SBR	EPDM	VMQ
quasistatisch $\epsilon = 0 - 50 \%$ $v = 10 \text{ mm/min}$	0,098	0,116	0,116	0,264
quasistatisch $\dot{\epsilon} = 15 - 35 \%$ $v = 10 \text{ mm/min}$	0,044	0,051	0,056	0,129
dynamisch $\epsilon = 25 \pm 25 \%$ $f = 0,5 \text{ Hz}$	außerhalb des Kraftbereichs der Maschine			
dynamisch $\epsilon = 25 \pm 10 \%$ $f = 0,5 \text{ Hz}$	0,047	0,114	0,080	0,155

**Tabelle 7.1:** Verlustfaktoren für die Vollzylinder bei unterschiedlichen Belastungen  
**Table 7.1:** Loss factors for the compact cylinders under different load types

Belastungsart	NR	SBR	EPDM	VMQ
quasistatisch $\epsilon = 0 - 50 \%$ $v = 15 \text{ mm/min}$	0,127	0,149	0,142	0,280
quasistatisch $\dot{\epsilon} = 15 - 35 \%$ $v = 10 \text{ mm/min}$	0,061	0,061	0,066	0,139
dynamisch $\epsilon = 25 \pm 25 \%$ $f = 1,0 \text{ Hz}$	0,086	0,176	0,139	0,304
dynamisch $\epsilon = 25 \pm 10 \%$ $f = 1,0 \text{ Hz}$	0,056	0,134	0,090	0,178

**Tabelle 7.2:** Verlustfaktoren für die Motorlager bei unterschiedlichen Belastungen  
**Table 7.2:** Loss factors for the engine mounts under different load types

Belastungsart	NR	SBR	EPDM	VMQ
TSV, 20 °C	0,117	0,127	0,092	0,077
TSV, 90 °C	0,034	0,030	0,026	0,062

**Tabelle 7.3:** Mechanische Verlustfaktoren im Torsionsschwingungsversuch  
**Table 7.3:** Mechanical loss factors in the torsion pendulum test

In Ergänzung dieser Experimente wurden auch Messungen in Torsionsschwingungsversuchen vorgenommen, bei denen jeweils der Verlustfaktor  $d = \tan \delta$  mittels der Abklingkurve einer freien Schwingung gewonnen wurde. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.3 für zwei verschiedene Temperaturen enthalten und zeigen im Vergleich zu den Auswertungen der Hystereseflächen differierende Werte. Diese Daten unterstreichen neben der Temperaturabhängigkeit der Dämpfungseigenschaften nochmals den Einfluß von Probengeometrie und Belastungsart bzw. Meßmethode.

### 7.3 Berechnungsbeispiele

Das Berechnungskonzept wurde anhand der Vollzylinder- und Motorlagergeometrie überprüft /7.15/. Für diese Formteile wurden für eine dynamische Belastung mit einer Frequenz von  $f = 2$  Hz und Stauchungen von  $\epsilon = 25 \pm 10$  % die Temperaturfelder im Innern errechnet und mit experimentellen Daten punktuell verglichen. In den Versuchen erfolgte die Belastung der Formteile mit Hilfe eines Hydropulsers.

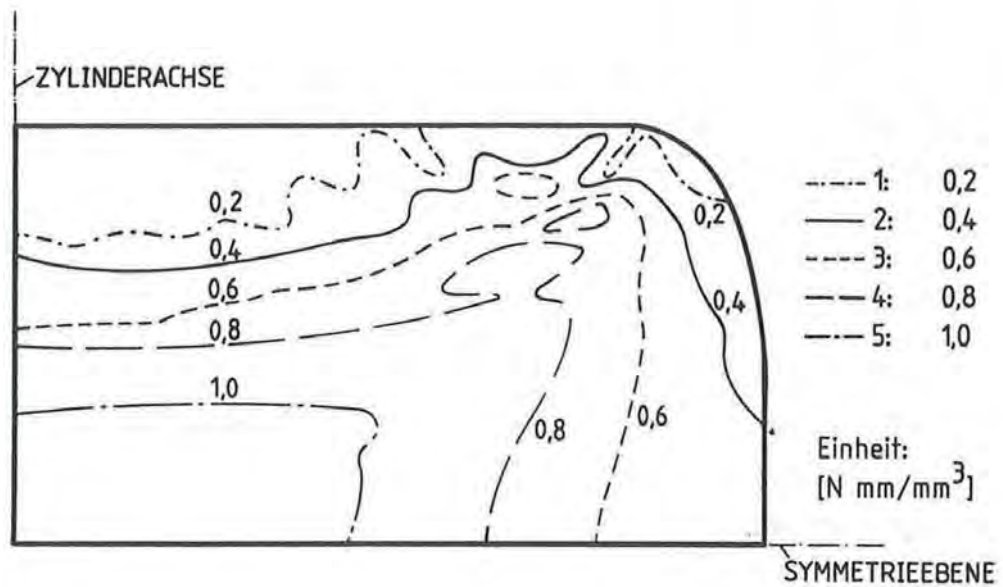
#### 7.3.1 Temperaturentwicklung in einem zylindrischen Druckfederelement

Zunächst wurde die Zylindergeometrie betrachtet, da die FE-Struktur aufgrund der Rotationssymmetrie sehr einfach durch wenige Ringelemente aufgebaut werden kann und rechnerisch noch gut zu beherrschen ist (vgl. Abschnitt 6.3.2). Die Rechenzeiten sowohl für die mechanische als auch für die thermische Analyse sind mit jeweils ca. 30 CPU-Minuten (MicroVax 3800) sehr gering im Vergleich zu 48 bzw. 3 Stunden für die Motorlagergeometrie. Daher wurden für den Vollzylinder alle vier Materialien in die Untersuchungen einbezogen.

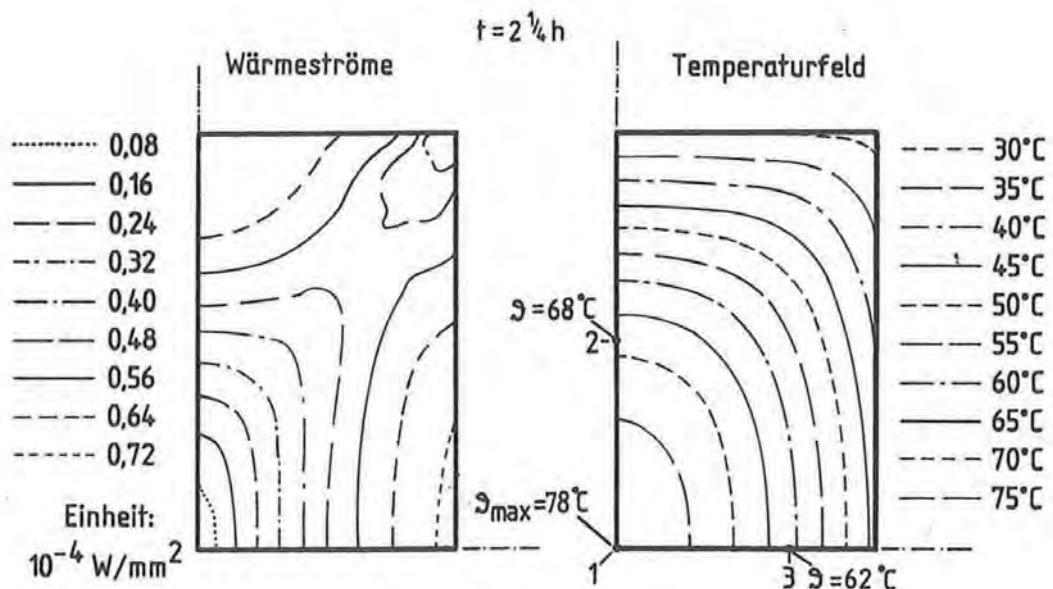
Als Ergebnis einer mechanischen FE-Berechnung mit dem MOONEY-RIVLIN-Modell zeigt Bild 7.4 beispielhaft die Verteilung der volumenspezifischen Formänderungsenergie in dem verformten Vollzylinder aus SBR für eine axiale Stauchung von 50 %. Die maximalen Werte der Energiedichte werden demnach in der Formteilmitte erreicht, also dort, wo die größten Druckbeanspruchungen und Verstreckgrade vorliegen. Es ist aber auch zu sehen, daß die Isolinen in Richtung der an die Stirnfläche anbindenden (umlaufenden) Kante verzerrt werden. Dieser Effekt ist auf die dort ebenfalls vorliegenden örtlich großen Verstreckungen zurückzuführen.

Auf der Basis dieser Energieverteilung und der in den Experimenten aufgenommenen Hysteresekurven wurden mit einem Zwischenprogramm (DISSIP /7.15/) die lokalen Verlustleistungen bestimmt und der thermischen FE-Analyse zugeführt. Bei der Ausbildung des Temperaturfeldes kann der Einfluß der Wärmeleitung im Innern oder der des Wärmeübergangs an der Oberfläche dominieren. Da sich im Fall des Vollzylinders die BIOT-Zahl  $BI = \alpha r / \lambda$  zu 1,5 abschätzen läßt, sind beide Vorgänge von nahezu gleicher Bedeutung,

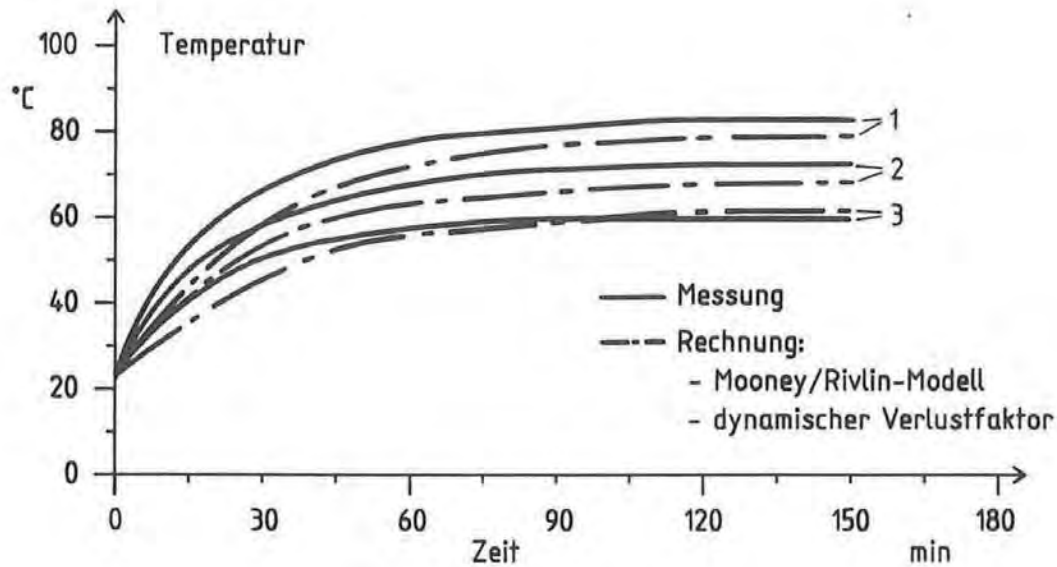




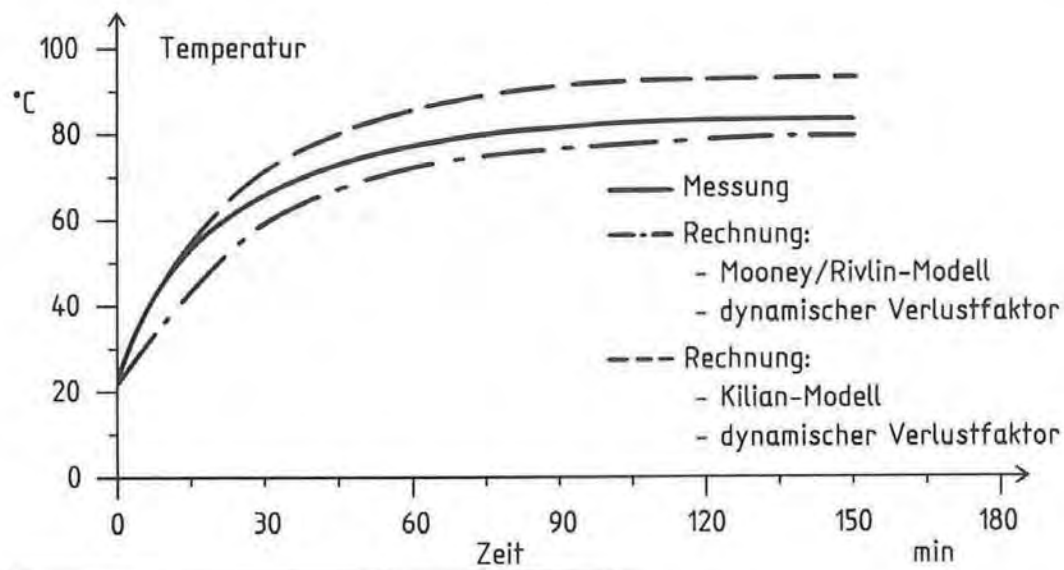
**Bild 7.4:** Berechnete Formänderungsenergiegedichten im belasteten SBR-Vollzylinder  
**Fig. 7.4:** Calculated strain energy densities in the loaded SBR cylinder /7.15/



**Bild 7.5:** Berechnete Wärmestrom- und Temperaturverteilung im SBR-Vollzylinder  
**Fig. 7.5:** Calculated heat transfer and temp. distribution in the SBR cylinder /7.15/



**Bild 7.6:** Gemessene und berechnete Temperaturentwicklung für SBR-Vollzylinder  
**Fig. 7.6:** Measured and calculated temp. development for the SBR cylinder /7.15/



**Bild 7.7:** Einfluß des Materialgesetzes auf den berechneten Temperaturverlauf  
**Fig. 7.7:** Influence of the material law on the calculated temp. development /7.15/



so daß die genaue Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  erforderlich ist.  $\lambda$  ist eine reine Stoffgröße und läßt sich nur meßtechnisch bestimmen (Die von /7.15/ ermittelten wärmephysikalischen Stoffwerte der untersuchten Gummisorten sind im Anhang aufgelistet). Dagegen ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  eine Größe, die nicht nur von den Stoffwerten des angrenzenden Mediums (Luft) sondern zudem von dessen Bewegungszustand abhängig ist. Die Abschätzung von  $\alpha$  mit Wärmeübergangsgesetzen /7.11/ führte auf unrealistisch kleine Werte ( $\alpha \approx 0,7 \text{ W/m}^2\text{K}$ ). Daher wurden die Wärmeübergangskoeffizienten halbempirisch so bestimmt, daß die berechneten und mit einer Thermokamera gemessenen Oberflächentemperaturen übereinstimmten. Die Werte können dem Anhang entnommen werden. Als zusätzliche Randbedingung wurde in der thermischen Analyse den Stirnflächen der Gummiformteile die Temperatur der metallischen Einspannungsvorrichtung der Prüfmaschine aufgeprägt. Dies ist aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit und großen Masse der Einspannung eine zulässige Vorgehensweise. Die Berechnungen wurden instationär durchgeführt, so daß als Ergebnis die örtliche und zeitliche Temperaturentwicklung in den Formteilen vorliegt.

Bild 7.5 zeigt die berechnete Wärmestromverteilung und das nach ca. 2 ¼ Stunden sich einstellende stationäre Temperaturfeld für ein Viertel des SBR-Vollzylinders. Korrespondierend zu den maximalen Formänderungsenergien und Dissipationsleistungen im Formteilkern und aufgrund der größeren Entfernung zur Oberfläche entstehen im Zentrum die höchsten Temperaturen in Höhe von 78 °C. Nach außen fallen die Temperaturen auf 45 bis 30 °C ab.

Zum quantitativen Vergleich wurden die Temperaturen an den in Bild 7.5 eingezeichneten Meßstellen 1, 2 und 3 über Thermoelemente aufgenommen und deren zeitlicher Verlauf mit den Simulationsergebnissen verglichen (Bild 7.6). Für alle drei Meßstellen sind die Abweichungen zwischen Rechnung und Messung gering. Im stationären Zustand beträgt die maximale Abweichung 5 °C am Meßpunkt 2. Etwas größer sind die Unterschiede in der Aufheizphase, sie bleiben aber unterhalb von 10 °C. Es werden nicht nur die Temperaturen in brauchbarer Näherung ermittelt, sondern auch die Zeiten zum Erreichen des stationären Zustandes gut vorausgesagt. Ähnliche Ergebnisse wurden für die Vollzylinder aus den anderen Materialien erhalten. Allerdings zeigten Variantenrechnungen mit den auf verschiedene Weise ermittelten Verlustfaktoren, daß generell mit den dynamischen Verlustfaktoren aus den Bauteilversuchen die besten Ergebnisse zu erzielen sind /7.15/. Die in quasi-statischen Experimenten ermittelten Verlustfaktoren erwiesen sich als unbrauchbar, und auch die in Torsionsschwingungsversuchen bestimmten Werte führten nur im Fall des SBR-Zylinders zu befriedigenden Resultaten.

Um den Einfluß des verwendeten Werkstoffgesetzes zu diskutieren, werden in Bild 7.7 Rechenergebnisse gegenübergestellt, die auf mechanischen Analysen mit dem MOONEY-RIVLIN- bzw. dem KILIAN-Modell basieren. Trotz der etwas besseren stationären Temperatur an der Meßstelle 1 im Formteilkern bei Verwendung des MOONEY-RIVLIN-Modells läßt sich daraus keine allgemeingültige Aussage ableiten. Es wurde bereits in



Kapitel 6 zeigt, daß für druckbelastete Bauteile die Unterschiede in der Beschreibungsgüte der Modelle nicht sehr groß sind. Für die Temperaturabschätzung scheint die genaue Erfassung der Verlustleistung und der thermischen Randbedingungen einen höheren Stellenwert zu haben als das verwendete (hyperelastische) Werkstoffgesetz.

### 7.3.2 Temperaturentwicklung in einem komplexen Aggregatlager

Völlig analog zu den Vollzylindern wurden Experimente und Simulationen für die Motorlagergeometrie durchgeführt. Wegen der hohen Rechenzeiten wurde der Vergleich allerdings auf das SBR-Formteil beschränkt. Die durch Simulation vorausgesagte stationäre Temperaturverteilung nach ca. zwei Stunden ist in Bild 7.8 für zwei Axialschnitte (Symmetrieebenen) und den Querschnitt auf halber Höhe dargestellt. Der Einfluß der Freiräume auf die Temperaturverteilung ist an der Form der Isolinien zu erkennen. Die errechnete Maximaltemperatur von ca. 47 °C liegt um 31 °C unter dem Vergleichswert des SBR-Vollzylinders in Höhe von ca. 78 °C. Daraus wird deutlich, wie man durch eine gezielte Ausbildung der Geometrie die thermischen Verhältnisse günstig beeinflussen kann. Für den quantitativen Vergleich können die in Bild 7.9 wiedergegebenen zeitlichen Verläufe der Temperaturen an den in Bild 7.8 eingezeichneten Meßstellen 1, 2 und 3 herangezogen werden. Die größte Abweichung im stationären Zustand beträgt ca. 3 °C an der Meßstelle 2 auf der Längsachse im Innern des Formteils.

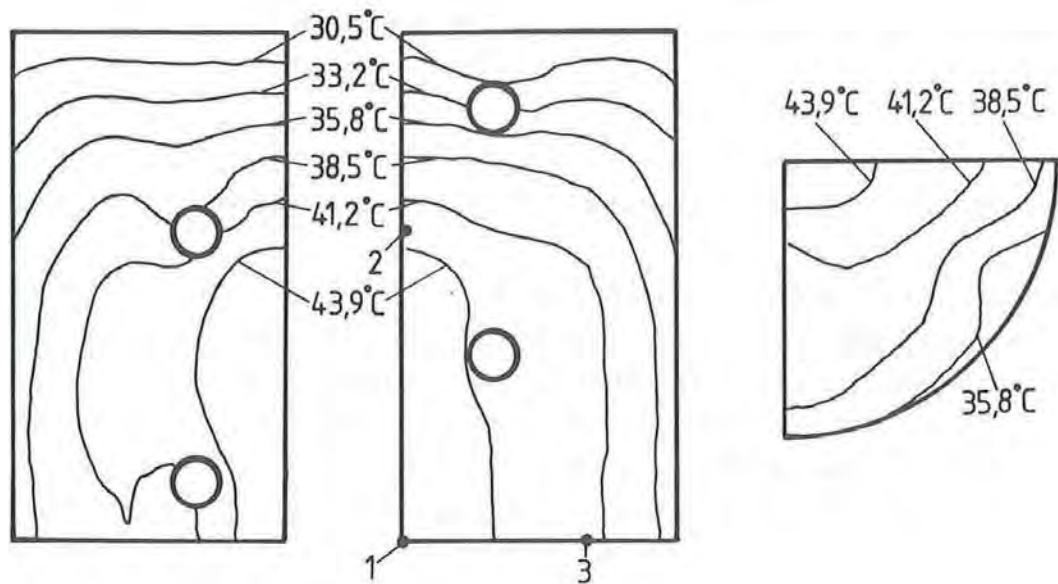
### 7.4 Fazit und Diskussion eines verfeinerten Ansatzes

Die vorgestellten Untersuchungen zeigen, daß eine erfolgreiche Berechnung der Temperaturentwicklung in dynamisch beanspruchten Elastomerformteilen neben der nichtlinear-elastischen Modellierung des Materialverhaltens an drei wesentliche Voraussetzungen geknüpft ist:

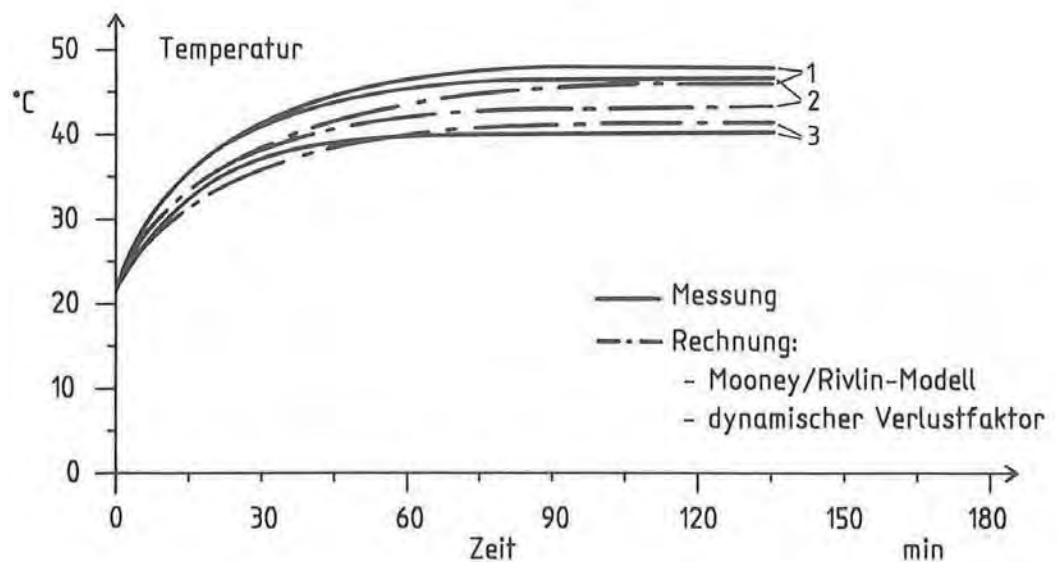
- ▶ die genaue Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit des Gummikörpers,
- ▶ die möglichst realistische Modellierung der thermischen Randbedingungen in Form des Wärmeübergangskoeffizienten und
- ▶ die Verwendung eines geeigneten Verlustfaktors aus dynamischen Versuchen.

Während die beiden ersten Forderungen für eine thermische Berechnung mit BIOT-Zahlen um eins grundsätzliche, d.h. keine materialabhängigen Voraussetzungen für gute Berechnungsergebnisse darstellen, handelt es sich bei dem Verlustfaktor um eine komplexe Kennzahl, welche die viskoelastischen Effekte summarisch widerspiegelt. Da das viskoelastische Verhalten in der Regel von der Belastungshöhe, der Belastungsgeschwindigkeit und der Temperatur abhängt, wird auch der mechanische Verlustfaktor in starkem Maße von diesen Parametern beeinflusst. Hinzu kommt, daß in mechanisch belasteten Gummiformteilen wegen





**Bild 7.8:** Berechnete Temperaturverteilung für das SBR-Motorlager /7.15/  
**Fig. 7.8:** Calculated temperature distribution for the SBR engine mount



**Bild 7.9:** Gemessene und berechnete Temperaturentwicklung im Motorlager /7.15/  
**Fig. 7.9:** Measured and calculated temperature development in the engine mount

der großen Deformationen in den wenigsten Fällen homogene uniaxiale Beanspruchungen vorliegen und somit die viskoelastischen Verformungsanteile von Ort zu Ort variieren. Die von einer Probengeometrie zur anderen unterschiedlich ausgeprägte Beanspruchungsverteilung führt daher bei einer integralen Meßgröße wie dem Verlustfaktor zusätzlich zu einer ausgeprägten Gestaltabhängigkeit. Diese wird anhand der für den Vollzylinder und das Motorlager ermittelten Werte deutlich, die sich je nach Material und Belastungsart um den Faktor 1,06 bis 1,3 unterscheiden.

Die Tatsache, daß im Verlustfaktor alle relevanten Effekte zum Tragen kommen, ist an sich kein Nachteil - dies zeigen die vorgestellten Berechnungen - und hat sowohl versuchstechnische als auch rechnerische Vorteile. Doch müßten für weiter verbesserte Temperaturabschätzungen differenzierte Werte für den Verlustfaktor vorliegen, bei denen die Einzeleinflüsse soweit wie möglich separiert sind. In Versuchen mit unterschiedlichen maximalen Verstreckgraden, verschiedenen Frequenzen und Temperaturen und an Probekörpern mit möglichst einheitlichem und definiertem Belastungszustand könnten eventuell funktionale Zusammenhänge erarbeitet werden. Daraus ergäbe sich die Möglichkeit, die Temperaturberechnung nicht nur auf die lokal unterschiedlichen Formänderungsenergiedichten sondern zusätzlich auf die davon abhängigen, ebenfalls örtlich variierenden Verlustfaktoren zu gründen. Es ist in diesem Zusammenhang aber zu klären, ob sich dieser Aufwand lohnt oder die Ergebnisgenauigkeit unter Umständen von dem Einfluß des Wärmeübergangs an die Umgebung so stark geprägt wird, daß die Berücksichtigung individueller, beanspruchungsabhängiger Verlustfaktoren nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Gegenüberstellung der berechneten Aufheizkurven für den Kern des SBR-Vollzylinders (Meßstelle 1) bei Verwendung des MOONEY-RIVLIN- bzw. des KILIAN-Modells zeigt, daß für vornehmlich druckbeanspruchte Formteile das einfache Materialgesetz ausreicht. Die Materialkoeffizienten sollten allerdings mittels dynamisch durchgeführter Grundversuche kalibriert werden, um den Einfluß der Belastungsgeschwindigkeit auf das Last-Verformungsverhalten zu berücksichtigen.

Das Beispiel des Motorlagers belegt, daß mit dem Konzept einer entkoppelten thermischen FE-Analyse auf der Grundlage der lokalen Formänderungsenergiedichte und mit empirisch bestimmten Verlustfaktoren die Temperaturentwicklung in Elastomerformteilen in guter Näherung abgeschätzt werden kann. Wenn auch die genaue Berechnung der Temperaturen an verschiedene, nicht einfach zu erfüllende Voraussetzungen gebunden ist, so kann das Berechnungsverfahren in der Konstruktionspraxis dennoch interessante Hinweise auf aus thermischer Sicht vorhandene Schwachstellen eines Formteils geben. Neben der wichtigen Information des maximal erreichten Temperaturniveaus kann beispielsweise durch eine Veränderung der Frequenz im Berechnungsmodell abgeschätzt werden, ab welcher Grenzfrequenz sich kein stationäres Temperaturfeld mehr ausbildet, sondern ein stetiges Aufheizen zum Totalausfall der Komponente führen wird.



## 8. STATISTISCHE VERSUCHSPLANUNG BEI DER FORMTEIL AUSLEGUNG

### 8.1 Formteilauslegungsprozeß

In den vorausgegangenen Kapiteln wurden die verschiedenen Berechnungen ausschließlich für in ihrer Gestalt bereits fest vorgegebene Formteile durchgeführt. Kunststoff- und Elastomerformteile sind aufgrund der Möglichkeiten der Herstellverfahren häufig durch eine anspruchsvolle Gestaltung gekennzeichnet (wie z.B. das Kupplungspedal und das Motorlager, vgl. Abschnitte 4.5.2 und 6.3.3). Endgültige Formteilgeometrien sind daher in den meisten Fällen das Produkt recht langwieriger und schwieriger Auslegungsprozesse, bei denen die Entwicklungsingenieure von Basiskonstruktionen ausgehen, die sie unter Einbeziehung ihrer Sachkenntnis, Erfahrung und Intuition, unter Zuhilfenahme experimenteller Zwischenergebnisse und in steigendem Maße unter Verwendung von Simulationstechniken sukzessive verbessern. In der Konzeptphase werden Lösungsprinzipien sowie grundsätzliche Gestaltvarianten erarbeitet und bewertet, während in den Entwurfs- und Ausarbeitungsphasen Schwachstellen beseitigt und Feinabstimmungen vorgenommen werden /8.1/. Die Erarbeitung eines hinsichtlich der gestellten Anforderungen und konstruktiven Einschränkungen optimalen Entwurfs ist eines der wesentlichsten Ziele der Ingenieur Tätigkeit. Dabei ist die Festlegung der prinzipiellen Gestalt in der Konzeptphase entscheidend für den nachgeschalteten Konstruktions- und Auslegungsvorgang und bestimmt auch in hohem Maße den Erfolg des Endprodukts. Eine auf der Erfahrung, Intuition und Bewertung einiger mehr oder weniger willkürlich gewählter Varianten basierte Lösungsfindung entspricht zwar der üblichen Vorgehensweise, ist aber nicht immer befriedigend und in einigen Fällen auch sicher nicht ausreichend. Wegen der zum Teil komplexen, wechselseitig beeinflussten Auswirkungen der Geometrieparameter wird trotz der vorgenommenen Verbesserungen ein wirklich optimal gestaltetes Formteil in vielen Fällen nicht gefunden. Daher muß im Hinblick auf eine Verkürzung der Entwicklungszeit und die weitere Verbesserung der Produktqualität versucht werden, methodischer vorzugehen.

### 8.2 Optimierungsproblem und -verfahren

Unter "Optimierung" wird nachfolgend der Prozeß des systematischen Suchens einer bestmöglichen Lösung bezüglich eines oder mehrerer Kriterien verstanden. Dies ist von der häufig ebenfalls als Optimierung bezeichneten "Variantenberechnung" abzugrenzen, bei der einige Alternativen betrachtet und davon die beste als optimale Lösung angesehen wird /8.2/. Allgemein läßt sich ein Optimierungsproblem so formulieren, daß für ein System oder einen Prozeß nach einem a priori nicht bekannten Lösungsvektor  $x_i$  gesucht wird (optimale Kombination der Einflußparameter), wobei gleichzeitig Nebenbedingungen zu beachten sind:



$$F(x_i) \rightarrow \text{Extremum}; \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (8.1)$$

$$G_j(x_i) > 0; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (8.2)$$

$$H_k(x_i) = 0; \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (8.3)$$

Die Funktion  $F(x_i)$  beschreibt den Zusammenhang zwischen der Zielgröße und den unabhängigen Variablen  $x_i$ . Sie wird als "Ziel- oder Antwortfunktion" bezeichnet.  $G_j(x_i)$  sind "Ungleichungs-" und  $H_k(x_i)$  "Gleichungsrestriktionen". Man sucht beispielsweise eine Geometrie mit minimalem Gewicht (Zielfunktion) unter der Bedingung, daß die zulässige Spannung an keiner Stelle überschritten wird (Ungleichungsrestriktion) und unter der Voraussetzung, daß nur ein Material verwendet wird (Gleichungsrestriktion). Während eine Gleichungsrestriktion die Zahl der Variablen um eins verringert, schränken Ungleichungsrestriktionen lediglich den Lösungsbereich ein.

Die Definition der Einflußparameter und der Zielfunktion ist bei jeder Optimierung eine entscheidende und schwierige Aufgabe. Ein weiteres Problem, insbesondere bei Systemen oder Prozessen mit vielen Einflußgrößen, ist die Auswahl einer geeigneten Handlungsstrategie (Optimierungsverfahren). Bei Konstruktionsaufgaben sind die meisten Optimierungsprobleme zeitinvariant (statisch) und nichtlinear. Für diesen Fall lassen sich zwei Klassen von Optimierungsstrategien anwenden: Verfahren, die ableitungsfrei arbeiten (Suchmethoden) und Verfahren, die partielle Ableitungen benötigen (Gradientenmethoden). Bei den Suchmethoden unterscheidet man deterministische Ansätze (z.B. Rasterstrategie) und stochastische Verfahren (z.B. Monte-Carlo-Methode und Evolutionsstrategie) /8.3, 8.4/. Bei den Gradientenmethoden erhält man die Information über die Suchrichtung durch Bestimmen der partiellen Ableitungen der Zielfunktionen nach den Einflußparametern. Normalerweise lassen sich diese Ableitungen nicht analytisch ermitteln. Sie werden auch nicht global, sondern nur lokal an einzelnen Suchpunkten bestimmt.

Die Anwendung von mathematischen Methoden zur Lösung eines Optimierungsproblems erfordert die Bildung eines Modells. Es wird also das mathematische Modell des realen Objekts betrachtet /8.3/. Ein solches Modell läßt sich im Fall der Strukturanalyse durch FE-Berechnungsergebnisse erstellen. Üblicherweise wird heute bei FE-Programmen mit Optimierungsmodulen eine quadratische Approximation der Zielfunktion angesetzt /8.5, 8.6/.

### 8.3 Möglichkeiten der automatischen Formteilloptimierung

Die modernen FE-Berechnungsverfahren leisten heute bereits einen wichtigen, zum Teil unverzichtbaren Beitrag zur Bewertung gegebener Konstruktionsvarianten. Dagegen ist deren Einsatz zur automatischen Formteilloptimierung weitaus weniger verbreitet. Dies ist auf die



noch begrenzten Möglichkeiten der Optimierungsalgorithmen bei gleichzeitig sehr hohem Berechnungsaufwand einerseits und den geringeren Verbreitungsgrad entsprechender Programme andererseits zurückzuführen. Die Anwendung der Systeme ist weitestgehend auf Großunternehmen der Luft- und Raumfahrt konzentriert, bei denen die Gewichtsminimierung ein zentrales Problem und Konstruktionsziel darstellt /8.7/. Stand der Technik sind Optimierungsprogramme auf der Basis der Finite-Elemente-Methode, die sogenannte "Entwurfs- oder Design-Variablen" sukzessive modifizieren, bis entweder keine Verbesserung der betrachteten Bauteileigenschaft mehr erreicht wird, oder das gewünschte Anforderungsprofil erfüllt ist. Die Design-Variablen sind in den allermeisten Fällen Parameter, die den Finiten Elementen attributiv zugeordnet sind, wie z.B.

- Wanddicken bei Schalen, Platten, Scheiben,
- Querschnitte und (genormte) Profilformen bei Balken,
- Faserwinkel und Schichtdicken bei Laminaten und
- Werkstoffe.

Durch die optimale Anpassung dieser Entwurfsvariablen an die geforderten Produkteigenschaften können häufig schon erhebliche Verbesserungen erreicht werden. Optimierungsaufgaben, die mit diesen Verfahren heute erfolgreich behandelt werden, sind /8.5-8.14/:

- Gewichtsminimierung (Wanddicken),
- Steifigkeitsmaximierung (Wanddicken),
- Vermeidung bestimmter Eigenfrequenzen (Wanddicken),
- Laminatoptimierung (Faserwinkel, Schichtdicken) und
- Tragwerkoptimierung (Stablängen und -profile).

Beispielsweise konnte durch die Wanddickenoptimierung einer Kunststoff-Flasche bei einer Stückzahl von 30 Mio. der Materialeinsatz um 43 % reduziert werden /8.13/.

Trotz des Optimierungspotentials durch die Anpassung attributiver Variablen sind damit natürlich die Gestaltungsmöglichkeiten bei weitem nicht ausgeschöpft. Ein Nachteil ist beispielsweise, daß bei einem solchen Vorgehen der konstruktive Freiraum erheblich eingeschränkt wird. Daher wird auch versucht, die Bauteil- bzw. Formteilgestalt in den Optimierungsprozeß einzubeziehen /8.15, 8.16/. Diese Gestaltoptimierung setzt in den heute verfügbaren Programmen voraus, daß die in Betracht gezogenen Geometrielemente ebenfalls in Parameterform beschreibbar sind. Relativ häufig wird die Formoptimierung bereits zur Reduktion von Kerbspannungen durch eine automatische Ermittlung lokaler Oberflächenkonturen in kritischen Bereichen eingesetzt /8.15/. Dennoch steht im Vergleich zur attributiven Optimierung ein Durchbruch der Gestaltoptimierungssoftware noch aus /8.8/. Eines der Hauptprobleme ist das automatische Nachführen von 3D-FE-Strukturen bei der sukzessiven Veränderung der Formteilgeometrie ohne Einbußen bei der Netzqualität /8.7, 8.8/. Von einem automatischen Hinzufügen neuer Geometrielemente oder gar der Einbeziehung prinzipiell verschiedener Gestaltungsarten ist man noch weit entfernt.



#### 8.4 Statistische Versuchsplanung (SVP)

Unabhängig davon, ob ein FE-Programm mit automatischen Gestaltoptimierungsalgorithmen zur Verfügung steht oder nicht, besteht für den Konstrukteur bei der Auswahl der zu modifizierenden Geometrieparameter generell eine Schwierigkeit darin, sicher abzuschätzen, welche der zum Teil vielfältigen Einflußgrößen sich vorrangig auf das Strukturverhalten auswirken. Hier sind Parameterstudien ein bekanntes Mittel, wichtige Einflüsse von weniger relevanten zu trennen und quantitative Aussagen zu den Wirkungen der signifikanten Einflußgrößen abzuleiten. Dabei werden üblicherweise bei Variation einer Einflußgröße die Niveaus aller anderen Parameter konstant gehalten, um den Effekt der einzelnen Einflußgröße auf die Zielgröße getrennt zu betrachten ("One by one factor"-Methode). Dadurch steigt die Anzahl der Versuche mit der Anzahl der Einflußgrößen rasch an.

Dagegen bietet die Statistische Versuchsplanung die Möglichkeit, methodisch mehrere Einflußgrößen gleichzeitig zu variieren und dadurch die Anzahl der Versuche (hier der Geometrievarianten) erheblich zu vermindern. Dennoch kann mehr Information gewonnen werden als bei der konventionellen Vorgehensweise /8.21/. Als Ergebnis erhält man nämlich nicht nur die Effekte der Haupteinflußgrößen, welche die Zielgrößen entscheidend verändern, sondern auch die - zum Teil beachtlichen - "Wechselwirkungseffekte". Damit sind diejenigen Auswirkungen auf die Zielgrößen gemeint, die durch die Kombination mehrerer Einflußgrößen hervorgerufen werden. Ein Wechselwirkungseffekt tritt dann auf, wenn die Haupteffekte nicht additiv sind, d.h. wenn der Effekt einer Einflußgröße von der Stufe einer anderen Einflußgröße abhängig ist /8.21/. Bei der oben erwähnten konventionellen Parameterstudie werden die Wechselwirkungen nicht aufgelöst, so daß diese Vorgehensweise in der Regel nicht zu einem wirklich optimalen Ergebnis führt.

Die Statistische Versuchsplanung ist an sich noch keine Optimierungsstrategie. Dennoch kann sie nicht nur vorteilhaft zur Aufdeckung signifikanter Einflußgrößen angewendet werden, sondern erlaubt auch das Ermitteln von geeigneten Parameterkombinationen für vorgegebene Werte der Zielgröße bzw. das Auffinden der Einstellungen für das Optimum der Zielgröße. Dazu werden aus den Ergebnissen der Versuchsdurchführung mittels einer Regressionsanalyse Modellpolynome entwickelt, welche die Zielgrößen (in den Grenzen des untersuchten Parameterraums) in Abhängigkeit sämtlicher Einflußparameter quantitativ beschreiben und zur Lösung von Optimierungsproblemen genutzt werden können. Bei der Bildung der Modellpolynome wird näherungsweise entweder ein lineares oder quadratisches Verhalten der Zielfunktion vorausgesetzt. Die Vorteile der Statistischen Versuchsplanung lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- ▶ methodisches Vorgehen,
- ▶ Einbeziehen unkonventioneller Parameterkombinationen,
- ▶ erhebliche Reduktion des Versuchsaufwandes,
- ▶ Erfassung signifikanter Haupt- und Wechselwirkungseffekte,
- ▶ Beschreibung der Zielgrößen durch Regressionspolynome.



Die Statistische Versuchsplanung wurde bereits verschiedentlich bei der Analyse komplexer Prozesse in der Kunststoffverarbeitung genutzt /8.22-8.25/. Optimierungen von Extrusions- und Spritzgießprozessen wurden von /8.22, 8.23, 8.25/ durchgeführt. In /8.26/ wird die Statistische Versuchsplanung bei der Strukturanalyse mit der FEM eingesetzt, wobei aus der Interpretation der Ergebnisse zwar die Rippenposition und -geometrie an einer Winkelstütze verbessert werden kann, jedoch keine Optimierungsrechnung durchgeführt wird.

Aufgrund der beschriebenen Möglichkeiten der Statistischen Versuchsplanung werden im folgenden ihre Anwendbarkeit und ihr Nutzen bei der Bauteilauslegung und -optimierung am Beispiel zylindrischer Schnappverbindungen dargestellt und diskutiert. Dabei wird auch auf die Möglichkeit einer modellgestützten (Poly-) Optimierung eingegangen.

### **8.5 Anwendung der SVP zur Auslegung von zylindrischen Schnappscharnieren**

Die hier behandelten Schnappscharniere mit zylindrischen Überdeckungsflächen werden häufig als Gelenk zur Bewegungsübertragung bei begrenzter Kraftaufnahme eingesetzt. Dabei greift der Zylinder in die entsprechend ausgebildete Hohlform ein. Im Gegensatz zu Schnapphaken, rotationssymmetrischen Schnappverbindungen mit Wulst (zur Verbindung von Rohren) /8.27-8.29/ und Kugelschnappverbindungen /8.30/ liegen für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten zylindrischen Schnappscharniere in der Literatur bisher noch keine konkreten Dimensionierungsmethoden vor /8.27-8.36/. Wegen der gekrümmten und zum Teil kompakten Geometrien der Scharnierschalen ist die Genauigkeit einer vereinfachten analytischen Berechnung begrenzt. Daher wird für eine hinreichend genaue Simulation des Füge- und Lösevorgangs die Methode der Finiten Elemente herangezogen /8.37-8.41/.

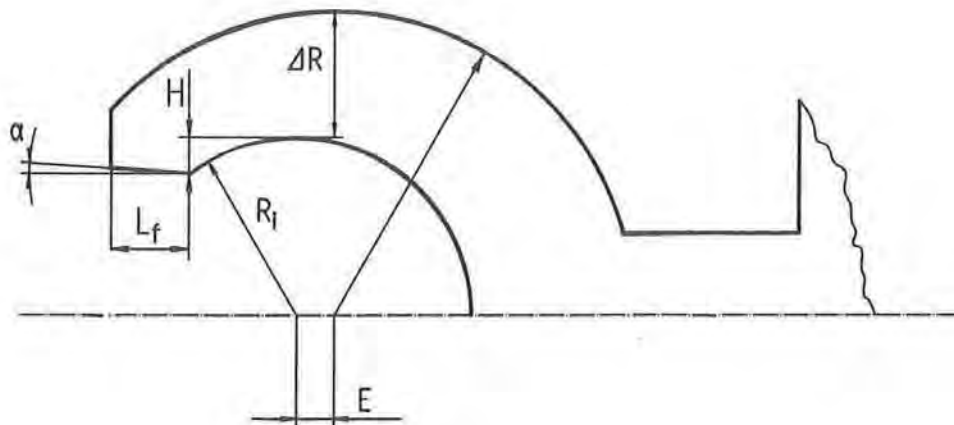
#### **8.5.1 Simulation des Füge- und Lösevorgangs**

Bevor in den nächsten Abschnitten auf die Anwendung der SVP bei der Formteilauslegung eingegangen wird, sollen zunächst die Berechnungsmöglichkeiten bei der Analyse der Schnappscharniere vorgestellt und einige Ergebnisse mit experimentellen Daten verglichen werden, um eine ausreichende Basis zur Beurteilung der gesamten Vorgehensweise zu schaffen.

Bei der Auslegung von Schnappscharnieren ist der Kraft- und Beanspruchungsverlauf beim Füge- und Lösevorgang von besonderem Interesse. Nach dem Einschnappen des zylindrischen Gegenkörpers in die Scharnierschale ist nicht mit nennenswerten Belastungen zu rechnen. Auch die im Betrieb aufgeprägten funktionellen Kräfte bleiben immer unterhalb der Maximalwerte, die beim Fügen und Lösen der Verbindung auftreten. Deshalb wird ausschließlich das Strukturverhalten beim Füge- und Lösevorgang betrachtet. Die Definition



der Geometrien ist aus Bild 8.1 zu entnehmen. Aufgrund der Symmetrieverhältnisse reicht es bei Verwendung entsprechender Randbedingungen aus, nur eine Hälfte der Scharniere zu berechnen. Die FE-Strukturen wurden aus parabolisch interpolierenden Dreieckselementen generiert, die den ebenen Spannungszustand beschreiben. Die Simulationen wurden unter Berücksichtigung des Kontakt- und Reibproblems zwischen der Scharnierschale und einem als starr angenommenen zylindrischen Gegenkörper durchgeführt. Der Berechnungsaufwand bewegte sich zwischen ½ Stunde und 2 Stunden CPU-Zeit (MicroVax 3800).

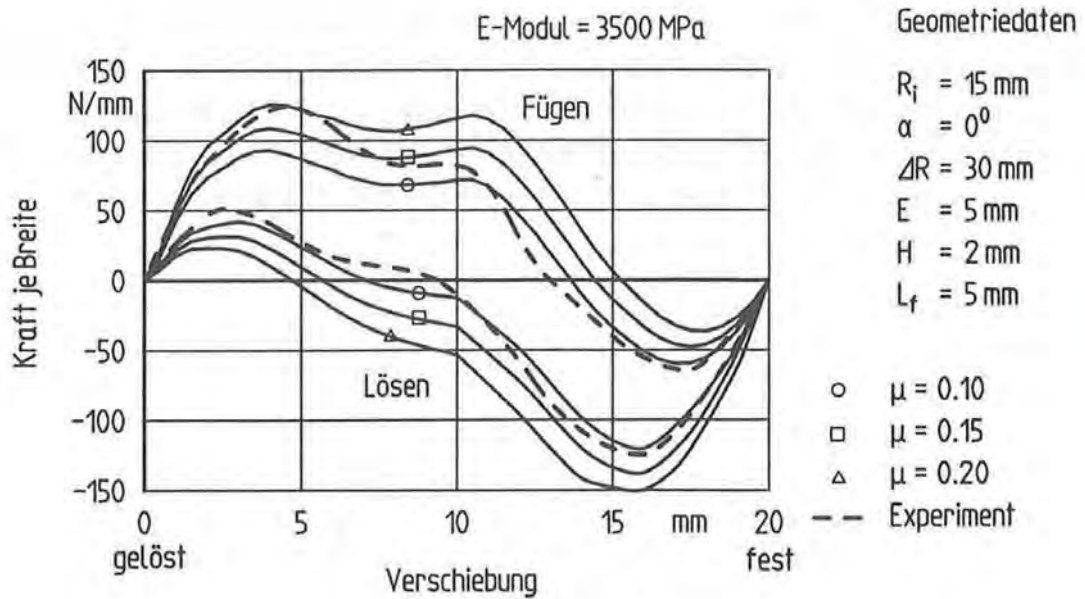


**Bild 8.1:** Zylindrisches Schnappscharnier, Geometrieparameter  
**Fig. 8.1:** Cylindrical snap-fit hinge, design variables

Zur Bewertung der Simulationsergebnisse wurden insgesamt 16 Schnappscharniervarianten durch spanende Bearbeitung aus Plattenmaterial (POM) hergestellt und für jedes dieser Scharniere der Füge- und Löseprozeß auf einer Zugprüfmaschine untersucht /8.40/. Um den Meßaufwand einzugrenzen, wurden ausschließlich Kraft-Weg-Verläufe gemessen. Diese ermöglichen zwar nicht die experimentelle Absicherung der berechneten Werkstoffbeanspruchungen, erlauben aber den detaillierten Vergleich des gesamten Kraftverlaufs.

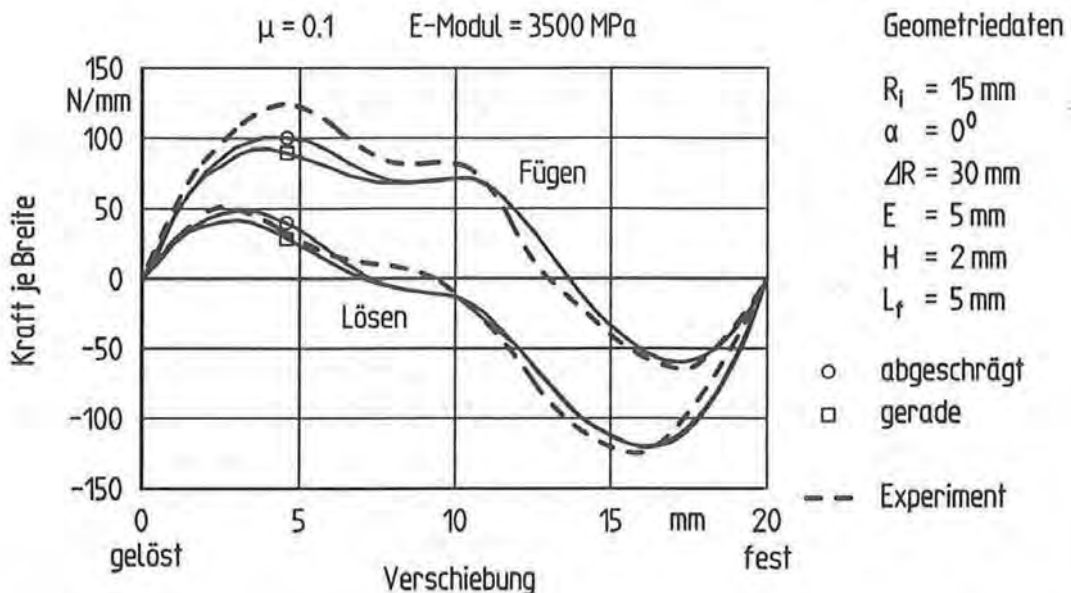
Beispielhaft sind für eine Scharniergeometrie die Ergebnisse der Finite-Elemente-Simulationen den experimentell ermittelten Kurvenverläufen in den Bildern 8.2 und 8.3 gegenübergestellt /8.40, 8.41/. Die berechneten Kurven basieren auf der Annahme linear-elastischen Verhaltens und eines jeweils konstanten Reibwertes. Es fällt auf, wie durch die Variation des Reibwertes die Verläufe der Füge- und Lösekräfte in weiten Grenzen modifiziert werden. Der Reibwert  $\mu = 0,1$  führt zu den geringsten Abweichungen zwischen Experiment und Simulation. Dennoch bleibt der Unterschied bezüglich des ersten Kraftmaximums noch recht groß. Eine Verbesserung kann dadurch erreicht werden, daß die im Experiment beobachtete plastische Verformung am ersten Berührungspunkt der Scharnierschale mit dem zylindrischen Gegenkörper durch eine lokale Abschrägung der FE-Struktur näherungsweise erfaßt wird (Bild 8.3). Von einer viskoelastischen Rechnung wurde aus Rechenzeitgründen abgesehen.





**Bild 8.2:** Gemessene und berechnete Kraftverläufe beim Fügen und Lösen (POM),  
Einfluß des Reibkoeffizienten

**Fig. 8.2:** Measured and calculated force development for joining and pull-out process,  
influence of the friction coefficient



**Bild 8.3:** Gemessene und berechnete Kraftverläufe beim Fügen und Lösen (POM),  
Einfluß der elasto-plastischen Verformung zu Beginn des Fügevorgangs

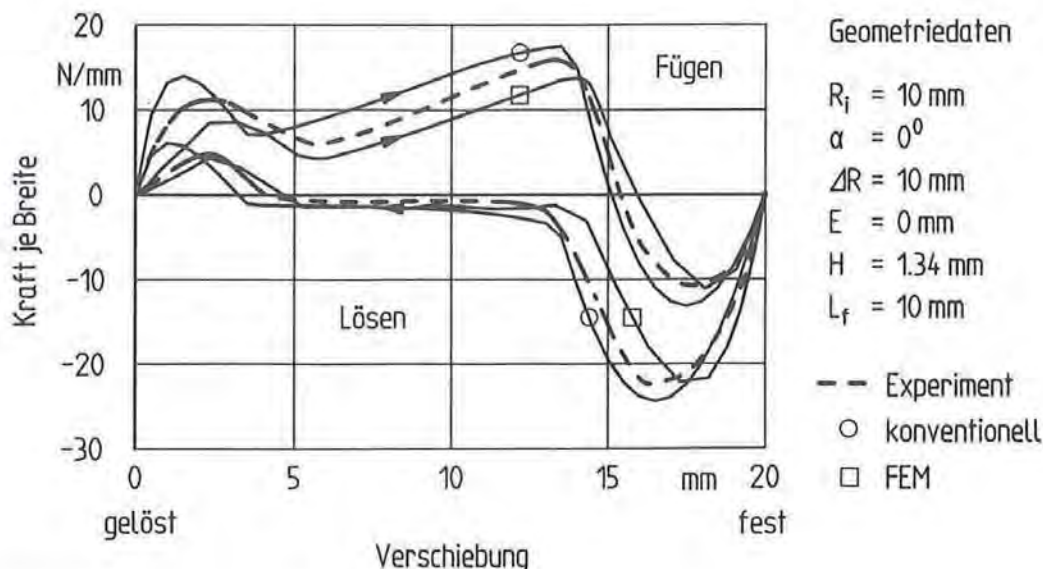
**Fig. 8.3:** Measured and calculated force development for the joining and pull-out process,  
influence of the elastic-plastic deformation at the beginning of the joining process

Der Fügevorgang kann in drei Phasen eingeteilt werden:

- Aufweitung der Scharnierschale durch den zylindrischen Gegenkörper,
- Verschieben des zylindrischen Gegenkörpers ohne nennenswerte Aufweitung,
- Einschnappen des zylindrischen Gegenkörpers.

In der ersten Phase kommt es aufgrund der sehr großen Fügewinkel zu einem raschen Anstieg der vorrangig kinematisch bestimmten Axialkraft. Gegen Ende der Aufweitebewegung werden die Fügewinkel klein (volle Aufweitung erreicht), so daß die Axialkraft auf das Niveau der Reibkraft abfällt. Das erste Maximum ist überschritten. Dann steigt die Axialkraft aufgrund der mit kleiner werdendem Hebelarm anwachsenden Reibkraft wieder leicht an und sinkt schließlich aufgrund der Kinematik in der Endphase rasch ab, wenn der zylindrische Gegenkörper so weit vorgerückt ist, daß negative Fügewinkel erreicht werden. Hier ist sogar eine Krafrichtungsumkehr zu verzeichnen, d.h. die Schnappscharnierstruktur zieht den Gegenkörper in die Endlage (Einschnappen). Der Lösevorgang läuft analog ab.

Von /8.38, 8.41/ wurden zum Vergleich die Füge- und Lösekraftverläufe auf der Basis konventioneller Gleichungen der Balkentheorie ermittelt. Aufgrund der kinematischen Verhältnisse ist dazu eine iterative Berechnungsmethode erforderlich, die außerdem punktweise durchgeführt werden muß. Einzelheiten können /8.41/ entnommen werden. Bild 8.4 zeigt den Vergleich zwischen den Ergebnissen der FE-Simulation, der konventionellen Berechnung



**Bild 8.4:** Experiment, konventionelle Berechnung und FEM im Vergleich  
**Fig. 8.4:** Comparison between experiment, conventional approach and FEA



und des Bauteilversuchs exemplarisch für eine Geometrievariante. Während die konventionelle Berechnung die Kräfte zu Beginn des Fügevorgangs überschätzt, werden sie von der FE-Analyse zu niedrig vorausgesagt. Der entscheidende Nachteil der konventionellen Berechnung ist darin zu sehen, daß die Spannungs- und Dehnungsverläufe innerhalb der Scharnierschale nicht genau genug bestimmt werden können. Je kompakter die Scharniergeometrie ist, desto schlechter schneidet die Berechnung auf der Basis der einfachen Balkentheorie ab.

### 8.5.2 Einfluß- und Zielgrößen

Zur Durchführung und Auswertung statistisch geplanter FE-Simulationen müssen zunächst die geometrischen Einflußparameter (Design-Variablen) und die Zielgrößen (Antwortgrößen) festgelegt werden.

Einflußgrößen: Es ist von entscheidender Bedeutung, daß unbedingt alle geometrischen Einflußgrößen erfaßt werden, also auch solche, von denen man zunächst nur einen geringen Effekt erwartet. Andernfalls werden die Ergebnisse unter Umständen unzulässig verfälscht. In Bild 8.1 sind die zur Definition der Scharniergeometrie erforderlichen Parameter dargestellt. Es handelt sich im einzelnen um die Größen:

- Innenradius  $R_i$ ,
- Radiendifferenz  $\Delta R$ ,
- Versatz der Kreismittelpunkte  $E$ ,
- Hinterschnitt  $H$ ,
- Länge der Fügezone  $L_f$  und
- Neigungswinkel der Fügezone  $\alpha$ .

Für die betrachteten Schnappscharniere sind auch andere Definitionen der Design-Variablen möglich /8.39/, doch ist der hier aufgeführte Parametersatz in geeigneter Weise auf das zu erwartende Strukturverhalten abgestimmt /8.41/. Ein besonderer Vorteil der untersuchten Schnappscharniergeometrie ist ihre leichte Parametrisierbarkeit. Dies dürfte bei anderen Problemstellungen der Praxis in der Regel ein weitaus größeres Problem sein.

Zielgrößen: Bei der Auslegung von Schnappscharnieren wird üblicherweise eine Geometrie angestrebt, bei der die Lösekraft größer ist als der Kraftbedarf beim Zusammenfügen des Scharniers, um ein leichtes Einrasten und einen festen Sitz zu gewährleisten. Es ist zusätzlich zu fordern, daß die ertragbaren Materialbelastungen in Form zulässiger Spannungen und Dehnungen nicht überschritten werden. Zur Charakterisierung des Strukturverhaltens während der Montage bzw. Demontage werden daher folgende Zielgrößen definiert:

- maximal auftretende Fügekraft  $F_{\text{füge}}$ ,
- maximal auftretende Lösekraft  $F_{\text{löse}}$ ,
- Verhältnis von Füge- zu Lösekraft  $F_{\text{füge}}/F_{\text{löse}}$ ,
- maximal auftretende Spannung  $\sigma_{\text{max}}$  und
- maximal auftretende Dehnung  $\epsilon_{\text{max}}$ .

### 8.5.3 Linearer Versuchsplan

Für die systematische Konzeption und Auswertung von Versuchen im Rahmen der SVP werden seit geraumer Zeit Pläne entwickelt, die gewissen Anforderungen gerecht werden (z.B. Orthogonalität, Drehbarkeit, Erfassung von Wechselwirkungen) /8.21, 8.42-44/. Bei einem Versuchsplan 1. Ordnung werden die einzelnen Einflußfaktoren lediglich auf zwei Niveaus variiert. Man setzt diese sogenannten  $2^k$ -Pläne (2 Niveaus, k Einflußgrößen) dann ein, wenn entweder in erster Linie lineare Abhängigkeiten zwischen den Ziel- und Einflußgrößen erwartet werden, oder wenn nur ein sehr geringes Vorwissen über das zu untersuchende System besteht und eine größere Anzahl an Parametern auf Signifikanz untersucht werden sollen /8.21/.

Im vorliegenden Fall der Analyse von Schnappscharnieren mit sechs Geometrieparametern sind zur Ausführung eines vollständigen  $2^k$ -Planes bereits  $2^6 = 64$  Varianten (d.h. FE-Berechnungen) notwendig. Wegen des damit verbundenen hohen Aufwandes wird stattdessen im ersten Schritt ein reduzierter Versuchsplan verwendet, wie er in /8.21/ zur Verminderung der Versuchsanzahl vorgeschlagen wird. Solche reduzierten Versuchspläne bezeichnet man auch als  $2^{k-p}$ -Pläne. Die Reduktion wird dadurch erreicht, daß zum Teil Haupteffekte mit Wechselwirkungen oder zwei vermutete Nebeneffekte überlagert werden (Vermengung). Im folgenden wird ein niedrig vermengter  $2^{k-1}$ -Plan herangezogen, der von /8.21, 8.44/ als Typ V bezeichnet wird. Er gestattet es, neben den Haupteffekten auch alle 2-Faktor-Wechselwirkungen aufzulösen. Er dient im Rahmen der hier vorgestellten Untersuchungen lediglich dazu, die Signifikanz der definierten Design-Variablen zu bestimmen und im Hinblick auf eine Optimierungsaufgabe die Richtung des steilsten Anstiegs der Zielgröße festzulegen. Um die Anzahl der FE-Rechnungen nochmals zu verringern, wird zunächst auf den Neigungswinkel der Fügezone als Parameter verzichtet. Somit wird ein  $2^{5-1}$ -Plan mit 16 Geometrievarianten ausgewertet.

Neben der Wahl eines geeigneten Versuchsplans ist die Eingrenzung des untersuchten Parameterraums von grundsätzlicher Bedeutung. Hier gilt es, einen Kompromiß zwischen notwendiger Genauigkeit (man denke an die vorausgesetzte Linearität der Antwortfläche) und dem Gesamtaufwand bei der hintereinander geschalteten Bearbeitung mehrerer Pläne zu finden. Die im Falle der Schnappscharniergeometrien verwendeten Stufen der Einflußgrößen und die zugehörigen Zentralpunkte sind in Tabelle 8.1 aufgeführt. Den Werten im realen Versuchsraum werden im normierten, dimensionslosen Versuchsraum die Niveaus -1, 0 und

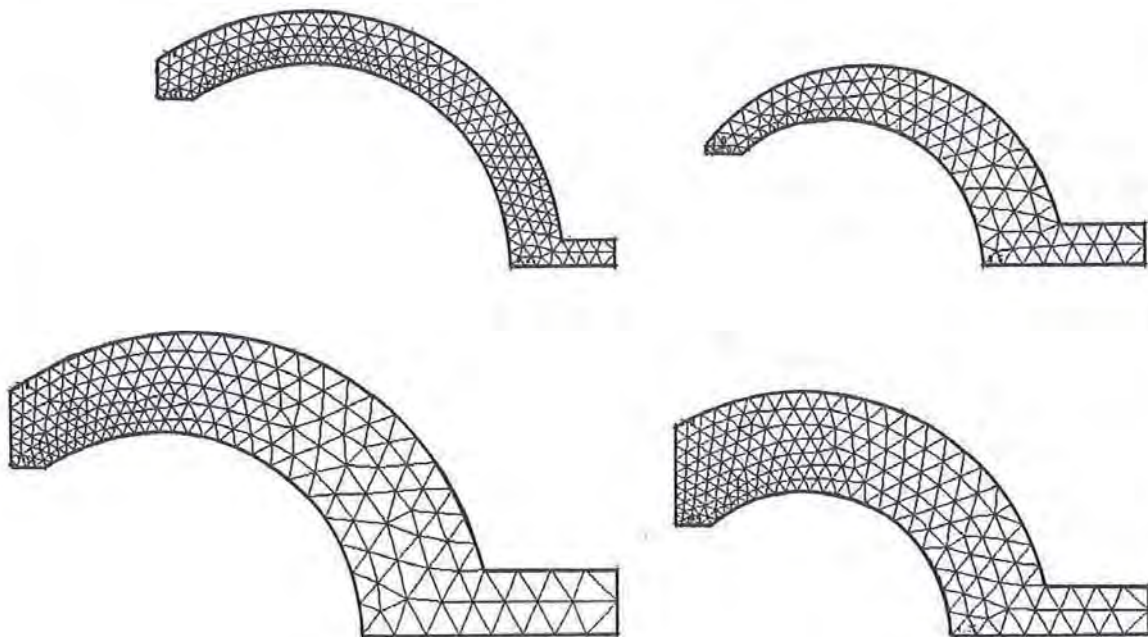


+1 zugeordnet (transformierte Darstellung). Der vollständige Versuchsplan und die mit FE-Berechnungen ermittelten Zahlenwerte der Antwortgrößen sowie die daraus resultierenden Effekte sind im Anhang enthalten.

Parameter	Größe	Parameterstufen		
		-1	0	1
$x_1$	$R_i$	25 mm	30 mm	35 mm
$x_2$	$\Delta R$	9 mm	13 mm	17 mm
$x_3$	E	0 mm	2,5 mm	5 mm
$x_4$	H	2 mm	4 mm	6 mm
$x_5$	$L_f$	3 mm	4,5 mm	6 mm

**Tabelle 8.1:** Parameterstufen für den linearen Versuchsplan

**Table 8.1:** Parameter levels for the first order design



**Bild 8.5:** Vier beispielhafte Geometrievarianten des linearen Versuchsplans

**Fig. 8.5:** Four examples of geometry variants of the first order design

Bild 8.5 zeigt beispielhaft vier der berechneten Varianten, die einen Eindruck von der Spannbreite der mit diesem Plan realisierten Geometrien vermitteln sollen. Um den Aufwand bei der Strukturerstellung auf ein Minimum zu begrenzen, wurde ein Anwenderprogramm für das CAE-System I-DEAS entwickelt, das nach Eingabe der Geometrieparameter die FE-

Strukturen und den vollständigen ABAQUS-Steuerdatensatz automatisch generiert (Schnappcharnier-Makro /8.39/). Nach der Berechnung der einzelnen Geometrievarianten erfolgt die Bestimmung der relevanten Antwortgrößen ebenfalls programmgestützt /8.39/.

### 8.5.3.1 Effekte und Signifikanzanalyse

In Bild 8.6 sind die mit Hilfe des linearen Versuchsplans ermittelten "Effekte" in normierter Darstellung wiedergegeben. Unter einem "Haupteffekt" wird in der Statistischen Versuchsplanung die Differenz zwischen den Mittelwerten der Antwortgrößen auf der niedrigen und der hohen Stufe des betrachteten Einflußparameters verstanden. Ein "2-Faktor-Wechselwirkungseffekt" ist als die halbe Differenz zwischen dem Effekt 1 auf der oberen Stufe des Einflußparameters  $x_2$  und dem Effekt 1 auf der unteren Stufe von  $x_2$  definiert /8.21/.

Aus der Abbildung ist klar zu erkennen, daß erwartungsgemäß der Innenradius  $R_i$ , die Radiendifferenz  $\Delta R$  und der Hinterschnitt  $H$  die Haupteinflußgrößen auf das Spannungs- und Kräfteniveau sind. Sie liegen deutlich über den Wirkungen der Exzentrizität  $E$  und der Länge der Fügezone  $L_f$ . Daneben sind einige signifikante Wechselwirkungseffekte zwischen

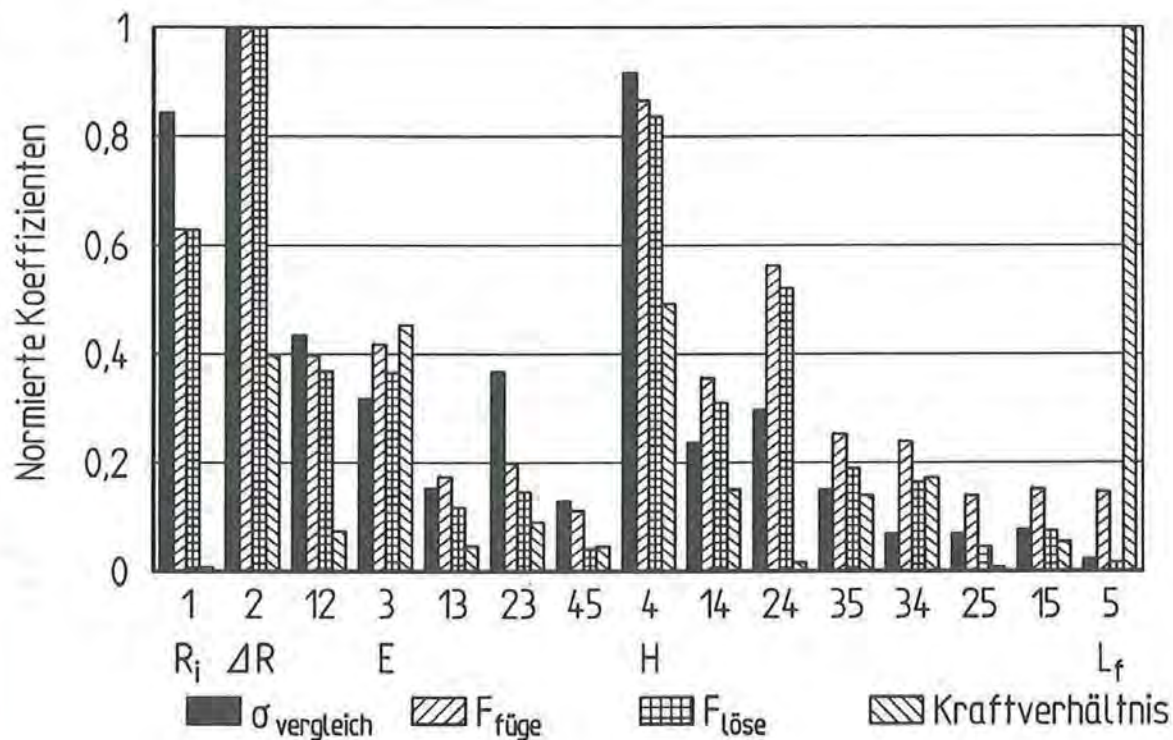


Bild 8.6: Mittels des linearen Versuchsplans berechnete Effekte /8.41/

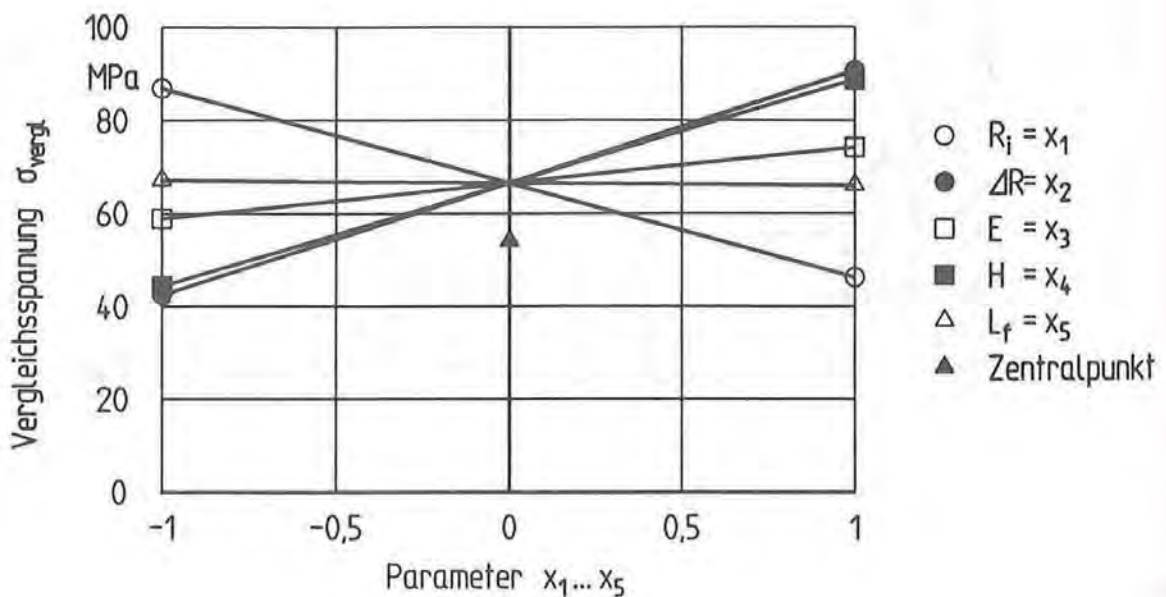
Fig. 8.6: Calculated effects based on the first order design



diesen Haupteinflußgrößen festzustellen. Dies sind die kombinierten Einflüsse zwischen dem Innenradius und der Radiendifferenz (12), zwischen dem Innenradius und dem Hinterschnitt (14) sowie zwischen der Radiendifferenz und dem Hinterschnitt (24). Die zuletzt genannte Wechselwirkung drückt beispielsweise den zu erwartenden Zusammenhang aus, daß eine Erhöhung des Hinterschnitts bei Scharnierschalen mit dicken Schnapparmen das Kraftniveau weitaus stärker anhebt als eine betragsmäßig gleiche Vergrößerung des Hinterschnitts bei dünnen Schnapparmen.

Weiterhin kann aus dieser Darstellung entnommen werden, daß abgesehen von geringen Einflüssen des Hinterschnitts und der Radiendifferenz das Kraftverhältnis  $F_{\text{füge}}/F_{\text{löse}}$  vor allem durch die Länge der Fügezone modifiziert werden kann (Beeinflussung der Hebelarmverhältnisse).

Da bisher ein Versuchsplan erster Ordnung verwendet wurde, können auch die Antwortgrößen lediglich mit linearen Modellfunktionen beschrieben werden. Um die Güte der linearen Approximation an die in der Regel gekrümmten Antwortflächen im n-dimensionalen Versuchsraum zu beurteilen, werden in Bild 8.7 Schnitte durch die Modellfläche auf den Hauptachsen dargestellt. Bis auf eine Einflußgröße sind alle Design-Variablen auf dem mittleren Niveau. Um die Abweichung zwischen dem Modell und dem exakten Ergebnis zu bewerten, ist der mittels einer zusätzlichen FE-Simulation berechnete Zentralpunkt ebenfalls eingezeichnet. Der Unterschied des berechneten Zentralpunktes vom Modell zeigt, daß die Antwortfläche aufgrund des groß angelegten Versuchsraums gekrümmt ist und daher das lineare Modell keine befriedigende Basis für eine modellgestützte Scharnierauslegung sein kann.

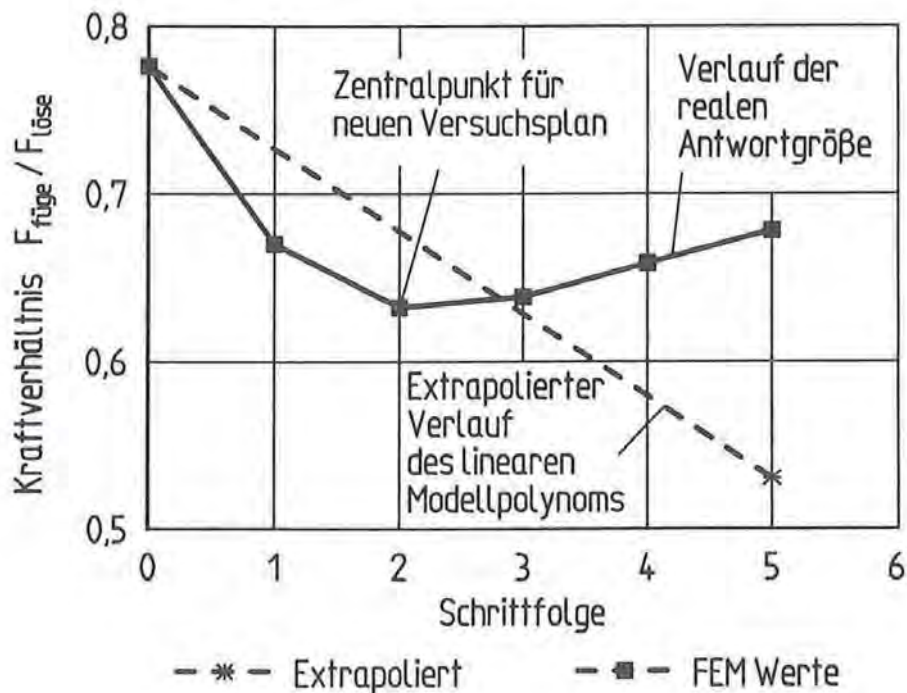


**Bild 8.7:** Beurteilung des linearen Modells anhand des Zentralpunktes /8.41/  
**Fig. 8.7:** Assessment of the first order design by the central point

### 8.5.3.2 Methode des steilsten Gradienten

Da es das Ziel der hier durchgeführten Versuchsplanung ist, Schnappscharniere mit einem günstigen, also niedrigen Verhältnis von Füge- zu Lösekraft zu finden, lassen sich allerdings die bisher gewonnenen Erkenntnisse dazu nutzen, zunächst diejenige Richtung im Parameterraum festzulegen, in der verbesserte Geometrien zu erwarten sind, und einen Bereich einzugrenzen, in dem der Zentralpunkt eines neuen Versuchsplans sinnvoll positioniert wird. Ein relatives Maximum bzw. Minimum wird zunächst in derjenigen Richtung vermutet, in der das Modell die größte Steigung bzw. das stärkste Gefälle hat (Gradientenverfahren).

Unter Verwendung der Ergebnisse des linearen Modells lassen sich neue Versuchspunkte in Richtung der stärksten Abnahme des Kraftverhältnisses angeben und die Antwortgrößen berechnen /8.41/. Gleichzeitig sind an diesen Stellen Einzelexperimente (hier FE-Simulationen) durchzuführen. Verfolgt man die mittels der FEM exakt bestimmten Ergebnisse für die betrachtete Zielgröße und vergleicht sie mit den modellgestützten Werten (lineare Extrapolation), so werden Abweichungen sichtbar (Bild 8.8). Dies spielt für das weitere Vorgehen jedoch keine Rolle, da mit linearen Modellfunktionen lediglich die Suchrichtung festgelegt wird. Der Verlauf der mittels der FEM exakt berechneten Antwortgrößen gibt Aufschluß über das Vorliegen eines Minimums. Diese Stelle wird nachfolgend als Zentralpunkt eines neuen Versuchsplans gewählt.



**Bild 8.8:** Suchstrategie für einen neuen Zentralpunkt (Gradientenmethode)  
**Fig. 8.8:** Search strategy for a new central point (gradient method)



### 8.5.4 Quadratischer Versuchsplan

Um die Güte des Modells zu verbessern, wird für den neu angelegten Versuchsplan ein sogenannter quadratischer Plan verwendet, bei dem die Einflußparameter auf drei Stufen variiert werden (-1, 0, +1). Dadurch lassen sich auch die in den meisten Problemstellungen vorkommenden gekrümmten Antwortflächen erfassen. Da die Wirkung des Innenradius auf das Füge/Lösekraft-Verhältnis praktisch keinen Einfluß hat (Bild 8.6), wird dieser Parameter im weiteren konstant gehalten. Stattdessen wird eine neue Design-Variable eingeführt. Es handelt sich um den im ersten Plan ausgeklammerten Einlaufwinkel der Fügezone (Bild 8.1), von dem noch ein Effekt auf das Kraftverhältnis erwartet wird.

Parameter	Größe	Parameterstufen		
		-1	0	1
$x_1$	$\alpha$	$-2^\circ$	$-1^\circ$	$0^\circ$
$x_2$	$\Delta R$	8 mm	10 mm	12 mm
$x_3$	E	0 mm	0,36 mm	0,72 mm
$x_4$	H	1,64 mm	2,14 mm	2,64 mm
$x_5$	$L_f$	4 mm	8 mm	12 mm

**Tabelle 8.2:** Parameterstufen für den quadratischen Versuchsplan

**Table 8.2:** Parameter levels for the second order design

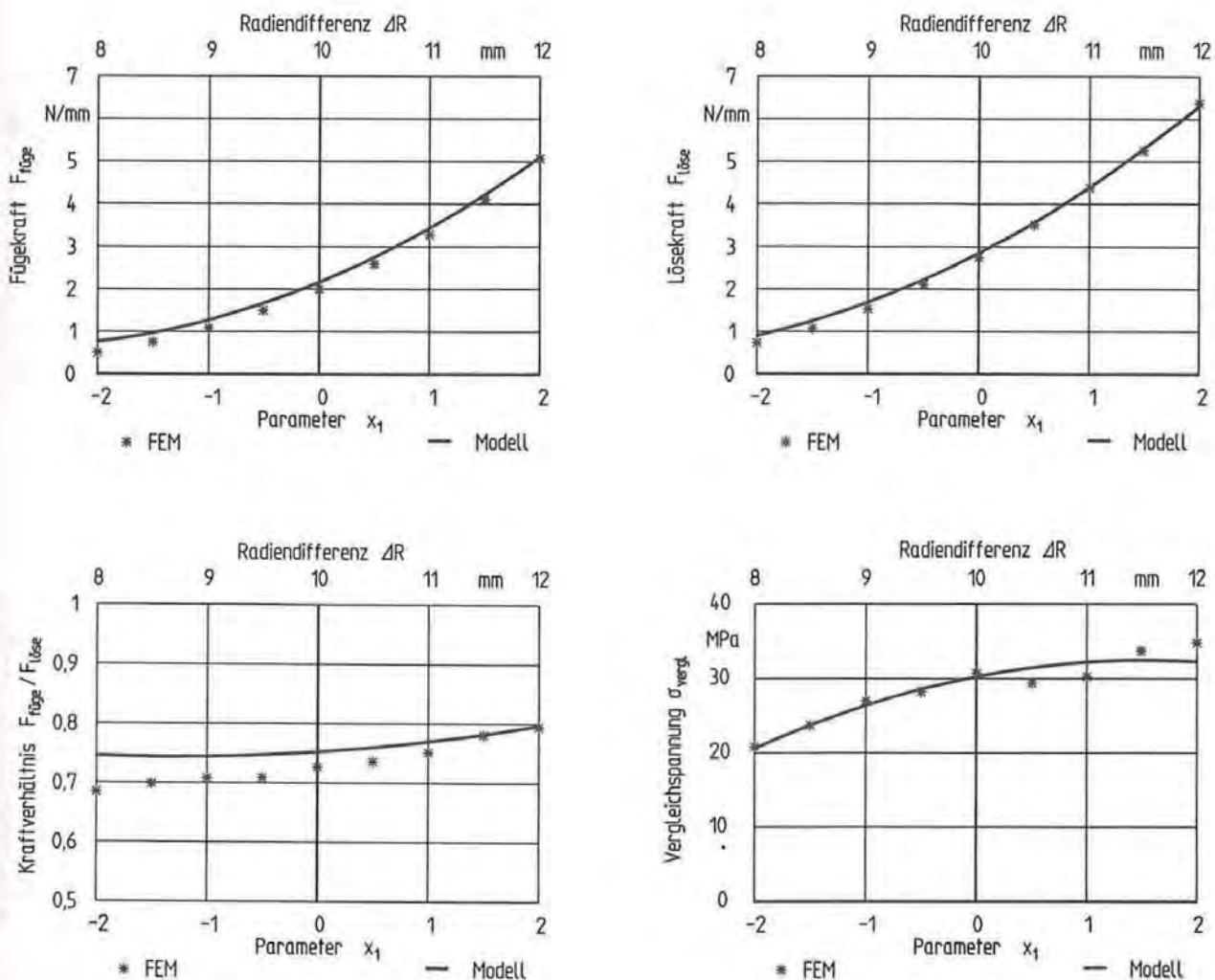
Es kommt ein quadratischer  $3^5$ -P-Plan zur Anwendung, wie er von /8.21/ vorgeschlagen wird. Dieser Versuchsplan sowie die mittels FE-Analysen ermittelten Antwortgrößen sind im Anhang dokumentiert /8.41/. Die gewählten Parameterstufen sind in Tabelle 8.2 festgehalten. Bei der Interpretation der Ergebnisse zeigte sich, daß der neu in die Untersuchungen aufgenommene Einlaufwinkel der Fügezone einen starken Einfluß auf die Fügekraft und nur einen geringen auf die Lösekraft hat /8.41/. Entsprechend ist der Effekt auf das Kraftverhältnis. Die Auswirkung dieses Parameters ist noch größer als der Effekt der Fügezonlänge. Damit kann der Einlaufwinkel als ein weiteres Mittel zur Steuerung des Kraftverhältnisses verwendet werden.

### 8.5.4.1 Modellpolynome

Die Ergebnisse des quadratischen Versuchsplans lassen sich zur Entwicklung von Modellfunktionen nutzen. Man geht von einem polynomialen Ansatz mit linearen, bilinearen und quadratischen Gliedern aus /8.21/:

$$y = b_0 + \sum b_i \cdot x_i + \sum \sum b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum b_{ii} \cdot x_i^2 \quad (8.4)$$

Die unbekannt Koeffizienten werden durch eine Regressionsanalyse ermittelt. Die erforderlichen Gleichungen sind in /8.21/ angegeben. Die Modellfunktionen werden für jede Zielgröße getrennt erstellt und bilden einen quantitativen Zusammenhang zwischen den Designvariablen und der Strukturantwort. Die mit Hilfe des quadratischen Versuchsplans erzielte



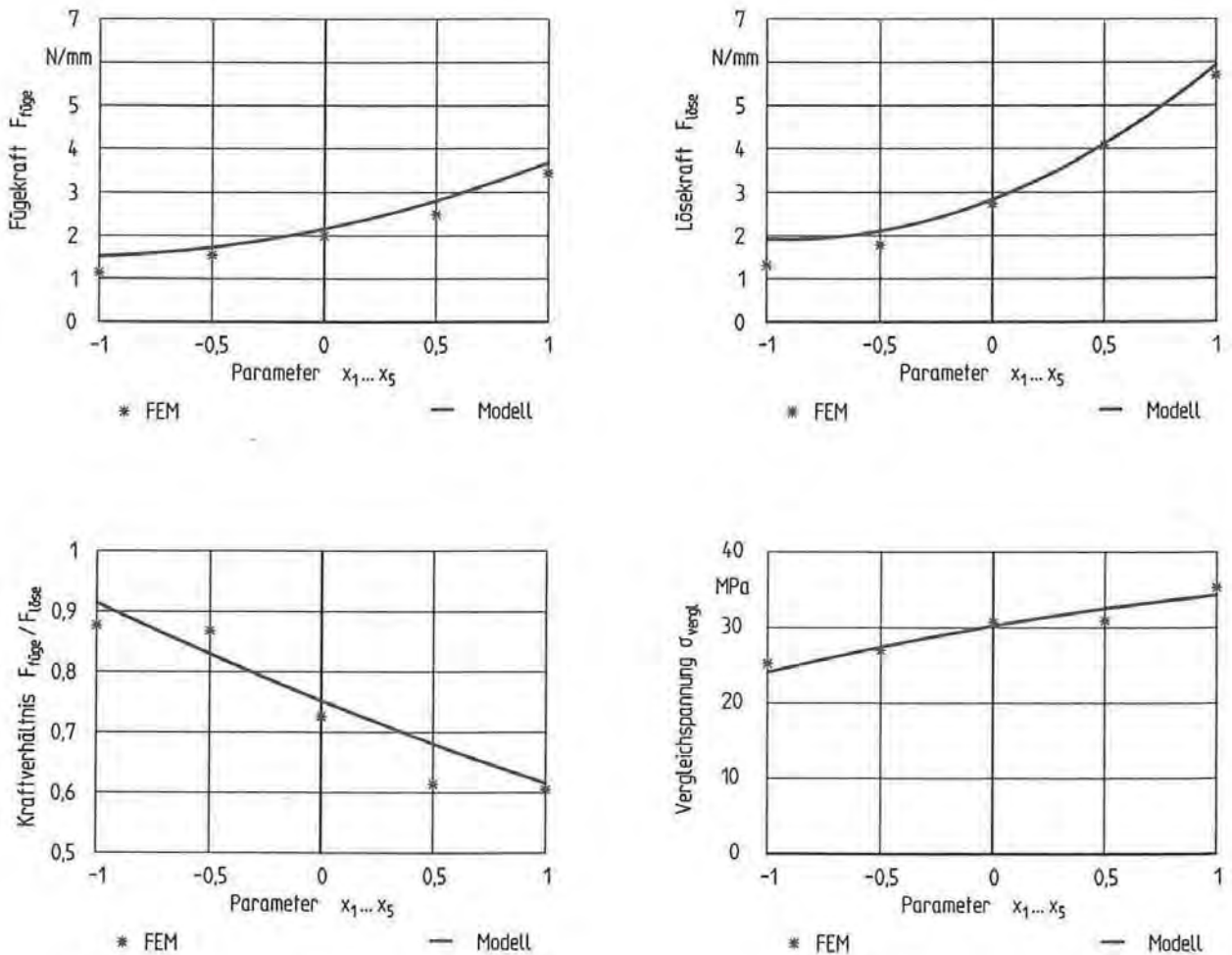
**Bild 8.9:** Quadratische Modellfunktionen und FEM im Vergleich /8.41/  
**Fig. 8.9:** Comparison between second order model functions and FEA



gute Qualität dieser Modellpolynome ist aus den Bildern 8.9 und 8.10 ersichtlich. In Abbildung 8.9 werden außer der Radiendifferenz  $\Delta R$  alle Variablen auf der (transformierten) Stufe Null konstant gehalten.

Die Radiendifferenz wird von einem sogenannten "Sternpunkt" zum andern variiert und dadurch der gesamte Parameterbereich abgedeckt. In den Diagrammen werden zusätzlich die Modellkurven mit den mittels der FEM exakt berechneten Werten verglichen.

Die Abweichungen sind als gering einzustufen (beim Kraftverhältnis ist der Maßstab zu beachten). Da bei einer derart gewählten Achse die Wechselwirkungen keinen Einfluß auf den Verlauf der Modellkurven haben, werden in Bild 8.10 Schnitte entlang der (Hyper-)Raumdiagonalen des mehrdimensionalen Versuchsraums durchgeführt. Dabei werden alle Parameter gleichzeitig (und gleichmäßig) von ihrer kleinsten Stufe (-1) bis zu ihrer größten Stufe (+1) variiert. Auch bei diesem anspruchsvolleren Test kann eine zufriedenstellende Genauigkeit der Modellpolynome festgestellt werden.



**Bild 8.10:** Modellfunktion und FEM im Vergleich, Parameterraumdiagonale /8.41/  
**Fig. 8.10:** Comparison between model function and FEA, param. space diagonal



### 8.5.5 Gestaltoptimierung

Modellgestützte Optimierung: Die bisherige Vorgehensweise - Signifikanzanalyse und Entwicklung von Modellgleichungen - stellt die Basis für eine Optimierung der Schnappscharniergeometrie (in den vorgegebenen Grenzen) dar. Es handelt sich um eine mehrdimensionale Optimierungsaufgabe, da die Zielgrößen von mehreren Geometrieparametern abhängig sind. Die Funktionen  $F_{\alpha}(x_i)$  beschreiben den Zusammenhang zwischen den Antwortgrößen der Struktur und den unabhängigen Design-Variablen. Dieser Zusammenhang wurde mit Hilfe des Versuchsplanes 2. Ordnung erarbeitet und liegt in Form der Modellgleichungen für insgesamt fünf Zielgrößen vor. Somit ist eine modellgestützte Optimierung möglich.

Rasterstrategie: Im Rahmen der hier vorgestellten Untersuchungen wurde eine Strategie verfolgt, die zur Lösung des Optimierungsproblems keine Ableitungen der Zielfunktion nach den Einflußparametern benötigt und auf einer sehr einfachen Methode basiert. Dazu wird der für jede Variable zulässige Lösungsbereich (normiertes Intervall  $[-1; +1]$ ) äquidistant unterteilt. Führt man dies in allen Variablenrichtungen durch, so erhält man ein gleichmäßiges Gitter im gesamten fünfdimensionalen Versuchsraum. Die Zielgrößen werden dann an jedem Knotenpunkt des Gitters ausgewertet. Durch einen Vergleich der jeweiligen Werte der Zielgrößen läßt sich je nach Anwendungsfall das Minimum oder Maximum im Versuchsraum ermitteln. Diese Methode wird von /8.19/ als "äquidistante Rasterstrategie" bezeichnet. Ihr Nachteil ist die sehr hohe Anzahl an Zielgrößenauswertungen. Bei vergleichenden Untersuchungen erwies sich eine Schrittweite von 0,1 als günstig, d.h. das Intervall  $[-1; +1]$  wird in 20 Teilintervalle zerlegt /8.39/. Für die fünf Variablen sind dann  $20^5 = 3,2$  Millionen Auswertungen (also geometrische Varianten) notwendig. Hier zeigt sich der Vorteil der modellgestützten Optimierung, da statt 3,2 Millionen FE-Berechnungen lediglich die Modellgleichungen 3,2-Millionen-mal ausgewertet werden müssen, was auf einem Personal Computer nur wenige Stunden dauert. Trotz der vielen Funktionsauswertungen bietet die äquidistante Rasterstrategie praktisch einige Vorteile. Sie ist sehr leicht programmierbar, und es besteht nicht die Gefahr, daß nur lokale Extremwerte gefunden werden, wie es bei den Gradientenverfahren der Fall sein kann. Das Ergebnis der äquidistanten Rasterstrategie ist immer das globale Maximum bzw. Minimum im untersuchten Raum.

Polyoptimierung: In der Regel ist es nicht sinnvoll, daß eine Optimierung unter Berücksichtigung nur eines einzelnen Kriteriums durchgeführt wird. Im Fall des Schnappscharniers führt die Maximierung der Lösekraft zu einer hohen Wanddicke der Scharnierschale (kleiner Innen-, großer Außenradius). Dies bedingt jedoch hohe Materialbelastungen während der Aufweitung des Scharniers. Eine Minimierung der Vergleichsspannungen liefert dagegen eine möglichst dünne Scharnierschale. Beide Anforderungen stehen in direktem Widerspruch zueinander und können nicht gleichzeitig erfüllt werden.

Um eine verbesserte Auslegung der Schnappverbindung zu erreichen, müssen während der Suche mit der äquidistanten Rasterstrategie entsprechend alle Kriterien gleichzeitig berücksichtigt werden. Als Ergebnis dieser als "Poly- oder Vektoroptimierung" bezeichneten Vor-

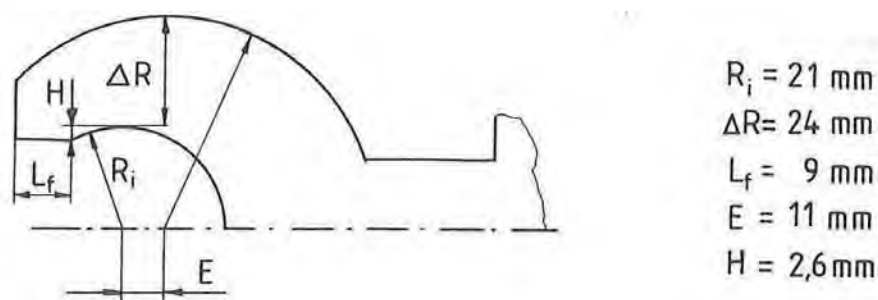


gehensweise erhält man nicht eine eindeutige optimale Lösung, sondern eine Vielzahl von verschiedenen Kompromißlösungen. Eine einzelne Zielgröße läßt sich häufig nur dann verbessern, wenn gleichzeitig eine andere verschlechtert wird. Es ist also keine gleichmäßige Verbesserung möglich. Die Aufgabe besteht vielmehr darin, den besten (d.h. gewünschten) Kompromiß zu finden. Dieser hängt entscheidend von den Anforderungen an die einzelnen Zielgrößen ab.

Beispiel: Als Ziel der Optimierung wird eine Scharniergeometrie gesucht, die ein genau festgelegtes Kraftniveau beim Fügen und Lösen erreicht, dabei die zulässige Materialbelastung nicht überschreitet, aber auch die Tragfähigkeit der Struktur möglichst vollständig ausnutzt:

- Mises-Spannung:  $75 \text{ MPa} < \sigma_{\text{Mises}} < 85 \text{ MPa}$
- Lösekraft:  $F_{\text{löse}} = 100 \text{ N} \pm 2 \%$
- Verhältnis von Füge- zu Lösekraft:  $F_{\text{füge}}/F_{\text{löse}} < 0,83$

Es wurden mehrere geeignete Kompromißlösungen gefunden und aus diesen eine Variante ausgewählt /8.39/. Die Daten dieser Geometrie sind in Bild 8.11 enthalten. Für diese Variante wurde zur Überprüfung eine weitere FE-Berechnung durchgeführt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Bild 8.11 den von der modellgestützten Rasterstrategie prognostizierten Werten gegenübergestellt und zeigen, daß die Verwendung der Modellgleichungen bei der Optimierung sehr gut möglich ist.



	Modell	FEM
Lösekraft	101,2 N	99,8 N
Kraftverhältnis	0,806	0,838
Mises-Spannung	76,6 MPa	73,5 MPa

**Bild 8.11:** Hinsichtlich mehrerer Zielgrößen optimierte Geometrie /8.39/

**Fig. 8.11:** Geometry optimized for several target data

### 8.5.6 Größeneinfluß

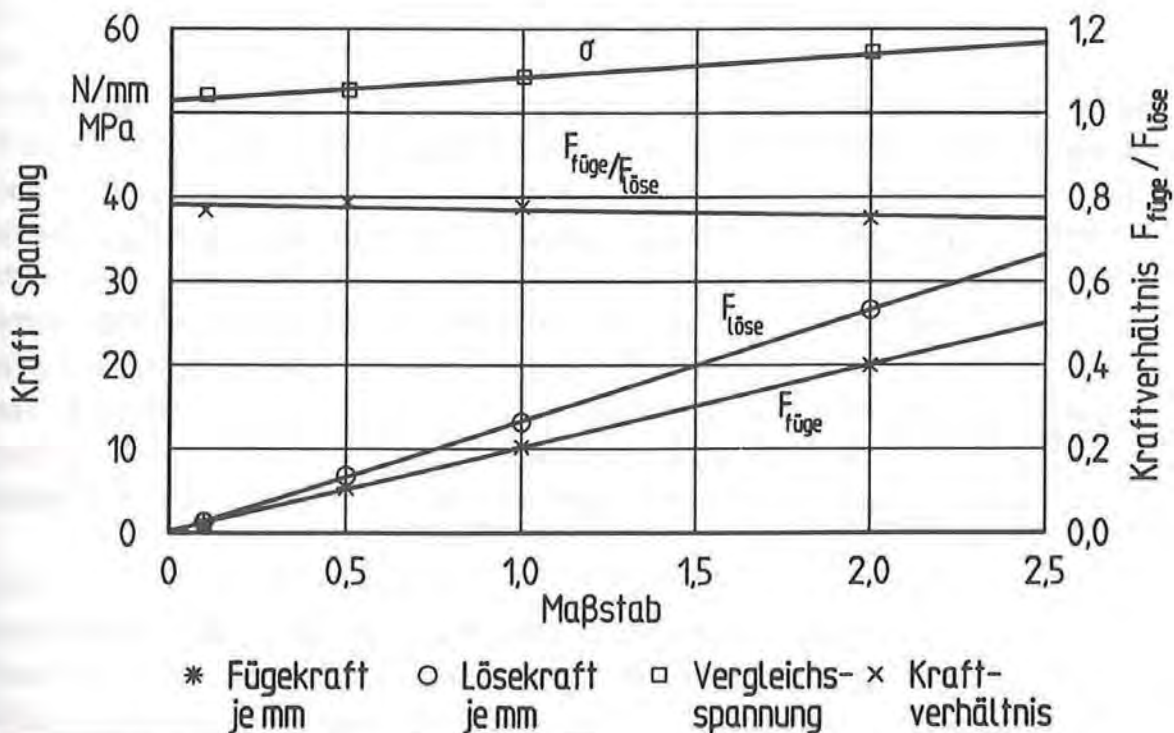
Bei den bisher vorgestellten Untersuchungen wurde von sehr großen Schnappscharnieren ausgegangen, da sie einfach durch Fräsen herstellbar und die experimentellen Arbeiten leicht durchführbar sind. Um die Ergebnisse, die an solchen Geometrien gewonnen werden, auf Scharniere mit praktisch vorkommenden Abmessungen übertragen zu können, muß die Abhängigkeit der Struktureigenschaften vom Maßstab bekannt sein.

In erster Näherung kann der Größeneinfluß an den Formeln für den einfachen federnden Schnapphaken (gerader Biegebalken) diskutiert werden:

$$\frac{F_{\text{füge}}}{b} = H \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^3 \frac{\mu + \tan \alpha}{1 - \mu \tan \alpha} \frac{E}{4} \quad \text{E: Elastizitätsmodul} \quad (8.5)$$

$$\sigma_{\text{max}} = \left(\frac{l}{H}\right) \left(\frac{l}{e}\right) \frac{E}{3} \quad \text{e: Randfaserabstand} \\ \text{H: Hinterschnitt} \\ \text{l, b, h: Länge, Breite, Höhe} \quad (8.6)$$

Aus Gleichung (8.5) ist abzulesen, daß die auf die Breite bezogene Fügekraft linear vom Maßstab abhängt. Gleiches gilt für die Lösekraft. Daraus folgt, daß das Verhältnis von Füge- zu Lösekraft vom Maßstab unbeeinflusst ist. Die Beziehung für die Maximalspannung eines Biegebalkens (Randfaserspannung an der Einspannstelle, Gl. 8.6) macht deutlich, daß auch sie vom Maßstab unabhängig ist.



**Bild 8.12:** Einfluß des Maßstabs auf die Struktureigenschaften  
**Fig. 8.12:** Influence of the scale on the structure properties



Um die Zusammenhänge für das zylindrische Schnappscharnier zu überprüfen, wurden mehrere Finite-Elemente-Berechnungen für geometrisch ähnliche Scharnierformen mit unterschiedlichen Maßstäben ausgewertet. Das Ergebnis ist in Bild 8.12 dargestellt und bestätigt den linearen Größeneinfluß für die Kräfte /8.41/. Das Kraftverhältnis kann in guter Näherung als konstant angesehen werden. Im Unterschied zur prognostizierten Invarianz der Maximalspannung vom Maßstab ist ein schwacher, näherungsweise linearer Größeneinfluß zu verzeichnen. Dieser ist darauf zurückzuführen, daß die Beanspruchungen in der Nähe des Kontaktpunktes zwischen Scharnier und Gegenkörper mit steigender Größe der Geometrie und der damit verbundenen Erhöhung des Kraftniveaus dominant werden.

Durch die dargelegten, einfach zu handhabenden Abhängigkeiten der Strukturantwortgrößen vom Maßstab kann bei der Auslegung von realen Schnappscharnieren folgende Entwicklungsstrategie verfolgt werden:

- ▶ Durchführen statistisch geplanter FE-Simulationen,
- ▶ Aufstellen von Modellgleichungen,
- ▶ Optimieren der Geometrie in Hinsicht auf die Wunschanforderungen,
- ▶ Herstellen eines Prototyps im vergrößerten Maßstab aus Halbzeug zur Kontrolle der Simulationsergebnisse,
- ▶ Werkzeugbau zum Spritzgießen einer Prototypgeometrie in Originalgröße.

## 8.6 Fazit

Die Untersuchungen zur Auslegung von zylindrischen Schnappscharnieren zeigen exemplarisch, daß die Statistische Versuchsplanung in Verbindung mit den Möglichkeiten moderner Berechnungsmethoden ein wirkungsvolles Mittel darstellt, gezielter, objektiver und voraussichtlich erfolgreicher als bei der konventionellen Variantenrechnung technische Formteile auszulegen. Es wird insbesondere deutlich, daß nicht-attributive Design-Variablen, welche die Gestalt des Formteils beeinflussen, ohne weiteres in die Betrachtungen einbezogen werden können. Zusammen mit den Modellpolynomen, die aus quadratischen Versuchsplänen gewonnen werden, ist daher die Methode gerade für die Gestaltoptimierung von Formteilen interessant. Dies ist eine Problemstellung, die zur Zeit von den FEM-basierten, automatisch arbeitenden Optimieralgorithmen noch nicht in ausreichendem Maße beherrscht wird.

Bei der Anwendung der SVP ist der Benutzer an keine programmspezifischen Einschränkungen gebunden, sondern völlig frei bei der Definition der zu untersuchenden Gestaltvarianten. Sinnvoll ist auch hier die parametrische Definition der Geometrielemente, da sich dadurch die Möglichkeit ergibt, die vielen erforderlichen Finite-Elemente-Strukturen programmgesteuert, d.h. automatisch zu erzeugen.



Auch bezüglich der betrachteten Zielfunktionen zeichnet sich die SVP durch eine hohe Flexibilität aus. Bei den Schnappscharnieren wurde neben der Wirkung der Formteilgestalt auf eine innere Struktureigenschaft (maximal auftretende Spannung) ohne Schwierigkeiten deren Effekt auf technologische Größen (Fügekraft, Lösekraft und Kraftverhältnis) untersucht.

Gegenüber den vollautomatisch arbeitenden Optimierungsalgorithmen zeichnet sich die SVP dadurch aus, in jeder Stufe vollkommen transparent für den Anwender zu sein und wertvolle Hinweise über signifikante und weniger bedeutsame Einflußgrößen zu geben. Besonders interessant ist dabei die Aufdeckung der Wechselwirkungseffekte zwischen den verschiedenen Design-Variablen. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse über das Zusammenwirken der verschiedenen Gestaltungsmöglichkeiten haben für den Konstrukteur bei der Planung der weiteren Vorgehensweise einen hohen Wert. Sehr positiv ist außerdem, daß durch die Versuchspläne zum Teil Parameterkombinationen eingestellt werden müssen, die von den üblichen Vorstellungen abweichen, aber durchaus erfolgreich sein können.

Gegenüber der Evolutionsstrategie, bei der die einzelnen Punkte im Parameterraum zufällig bestimmt und nach der Auswertung bis auf den jeweils besten vergessen werden (Mutation, begrenzte Lebenszeit, Selektion), hat die SVP den großen Vorteil, daß Modellgleichungen abgeleitet werden können und somit das erarbeitete Wissen konserviert und leicht zugänglich ist. Es kann jederzeit in den Grenzen des abgesteckten Versuchsraumes wieder genutzt werden. Dies ist mit Blick auf die zum Teil sehr hohen Rechenzeiten bei der FE-Analyse der Gestaltvarianten sehr positiv zu bewerten. Besonders sinnvoll sind somit statistisch geplante FE-Simulationen, wenn häufig Varianten geometrisch ähnlicher Formteile ausgelegt werden müssen. Durch die einmalige Anwendung eines entsprechend sorgfältig ausgeführten Versuchsplans können dann Modellpolynome erstellt und Diagramme entwickelt werden, welche die Abhängigkeit des Strukturverhaltens von den Design-Variablen beschreiben.

Darüber hinaus lassen sich die Regressionspolynome für eine modellgestützte Optimierung nutzen. Aufgrund des vergleichsweise sehr geringen Rechenaufwandes bei Verwendung der Modellfunktionen kann die äquidistante Rasterstrategie eingesetzt werden, die sehr anwenderfreundlich ist. Der Benutzer kann ohne großen Aufwand die Anforderungen an die einzelnen Zielgrößen verändern, wenn ein vorangegangener Suchlauf gezeigt hat, daß die bisher angestrebten Ziele mit keiner Parameterkombination zu erreichen sind. Danach kann der modellgestützte Suchlauf einfach wiederholt werden.

Schließlich soll noch einmal hervorgehoben werden, daß Extrapolationen aus dem definierten Parameterraum keinesfalls zulässig sind. Dies liegt an der unbekanntem Krümmung der Antwortfläche außerhalb des Versuchsraums. Wenn die Einflußparameter den zulässigen Bereich verlassen müssen (z.B. im Rahmen einer Suche nach dem günstigsten Parameterraum), ist ein weiter Versuchsplan mit neuem Zentralpunkt und entsprechenden Parameterstufen durchzuführen (vgl. Abschnitt 8.5.3.2).



## 9. MÖGLICHKEITEN UND GRENZEN DER SIMULATION

Wie aus den vorangegangenen Ausführungen hervorgeht, gewinnen moderne Berechnungsverfahren neben den traditionellen Methoden der Konstruktion und der Versuchstechnik zunehmend an Bedeutung und werden zur Zeit mit wachsender Tendenz in die allgemeine Konstruktionspraxis eingeführt /z.B. 1.1-1.7/. Dort werden die Möglichkeiten der Programme genutzt, um wirtschaftlicher und erfolgreicher als bisher die Auslegung von Prozessen und Formteilen zu bewerten und zu verbessern. Andererseits werden im Umgang mit der vorhandenen Software noch bestehende Schwachpunkte der Modelle und Algorithmen aufgedeckt und neue Anforderungen formuliert, so daß die Entwicklung von Systemen zur wirklichkeitsnahen Nachbildung des Werkstoff-, Prozeß- und Bauteilverhaltens mit Sicherheit noch lange nicht abgeschlossen sein wird. Vielmehr steht man erst am Anfang einer Entwicklungsperiode, deren Ende nicht abzusehen ist. War bisher die Entwicklungsgeschwindigkeit vornehmlich an den technologischen Fortschritt der Rechenanlagen geknüpft (die Theorien lagen vor), so dürfte in Zukunft das Tempo auch entscheidend durch die Überwindung von Schwierigkeiten bei den theoretischen Ansätzen bestimmt werden (die Grenzen der vorhandenen Theorien werden nun offenkundig).

### 9.1 Voraussetzungen für eine integrierte Formteilauslegung

Wie die vorangegangenen Kapitel zeigen, ist eine wesentliche Voraussetzung für qualitativ verbesserte Berechnungen von Kunststoff- und Elastomerformteilen, daß deren mechanisches bzw. thermomechanisches Verhalten durch adäquate Werkstoffmodelle beschrieben wird. Zur Kalibrierung der Modelle ist eine programmtechnische Verbindung mit einer Werkstoffdatenbank, in der die experimentellen Ergebnisse aus Grundversuchen gespeichert sind, von großem Nutzen /1.12/. Ein weiterer wichtiger Schritt in Richtung einer umfassenderen Formteilmehrberechnung ist, daß die Werkstoff- bzw. Formteileigenschaften nicht losgelöst von dem verwendeten Herstellungsverfahren betrachtet werden. Dies wurde in der vorliegenden Arbeit am Beispiel der kurzglasfaserverstärkten Thermoplaste deutlich herausgestellt. Bild 9.1 stellt ein CAE-Konzept zur Berechnung von Kunststoff-Formteilen vor, das dem Stand der Technik entspricht und am IKV bereits zu einem großen Teil realisiert ist. Die Hauptkomponenten, wie

- ▶ ein 3D-Geometriemodellierungssystem /2.38/,
- ▶ ein leistungsfähiger Pre- und Postprocessor zur Aufbereitung der Struktur- und Ergebnisdaten /2.37/,
- ▶ umfassende Prozeßsimulationssoftware /3.32/,
- ▶ ein nichtlineares FE-Programm für die Strukturanalyse /2.36/ und
- ▶ eine Werkstoffdatenbank /9.1/

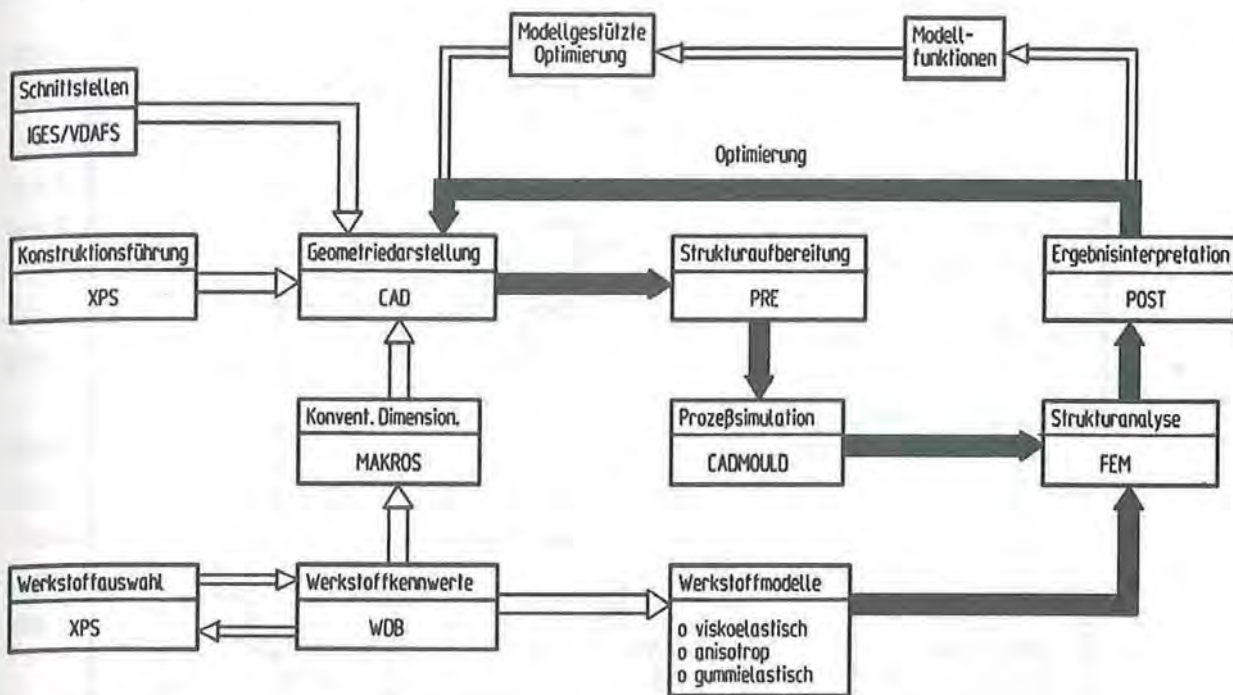


Bild 9.1: CAE-Konzept

Fig. 9.1: CAE concept

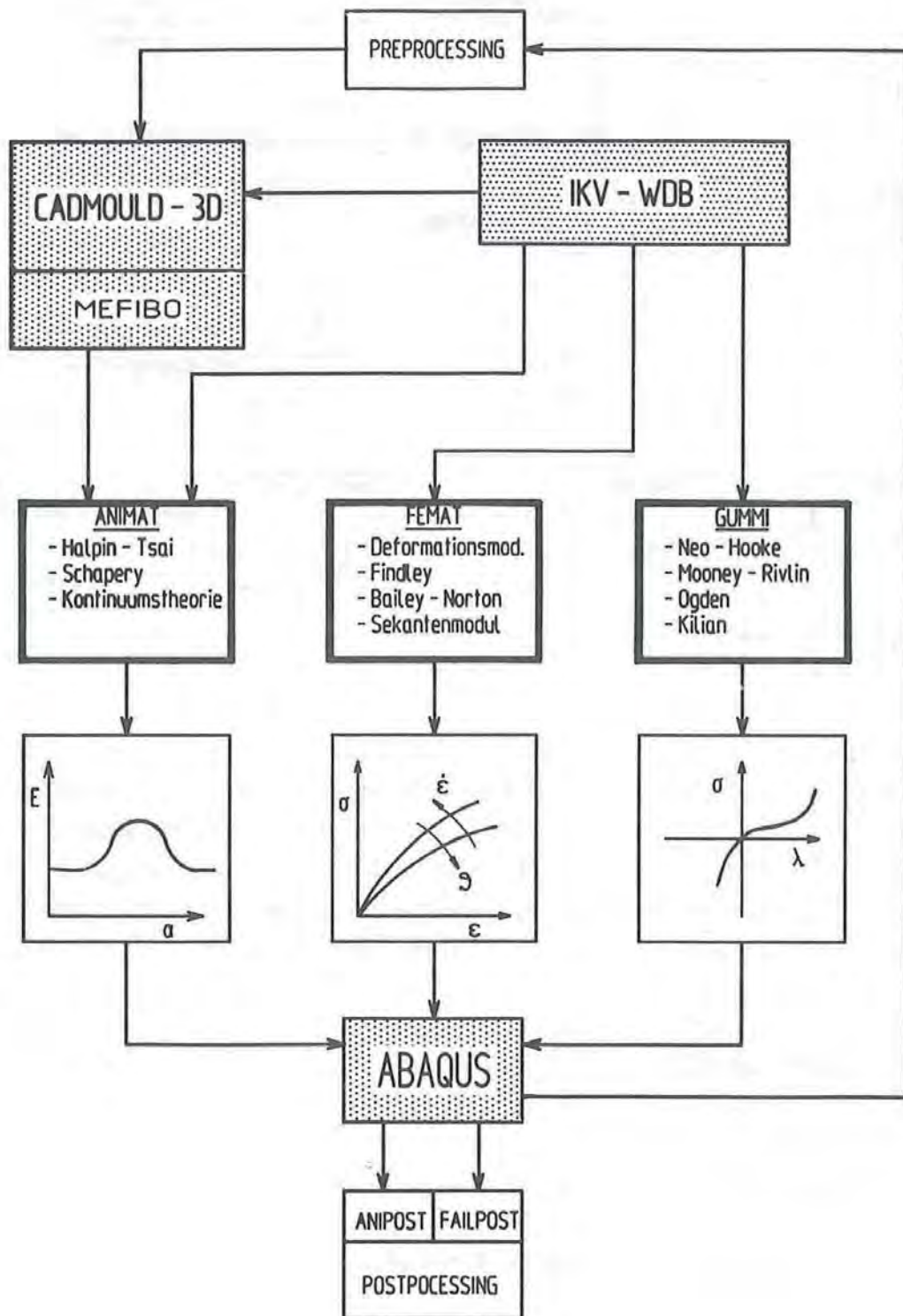
werden mit Programmen zur Konstruktionsführung /9.2/, Werkstoffbewertung und -auswahl sowie "Makros" zur konventionellen Dimensionierung /9.3/ durch Schnittstellen zur Datenübergabe- und aufbereitung /4.42, 6.52, 9.4-9.6/ zu einem Verbund zusammengeschaltet. Die Prozeßsimulation ist in dieser Darstellung allein durch das Programmsystem CAD-MOULD /3.32/ zur Berechnung der Füllvorgänge in Spritzgießwerkzeugen repräsentiert. An dieser Stelle müssen aber ebenso Programme zur Simulation anderer Herstellungsverfahren, wie

- Pressen von SMC (EXPRESS /9.7/),
- Reaktionsspritzgießen (CADRIM /9.8/),
- Thermoformen /9.9/ und
- Blasformen

eingesetzt werden, die zur Zeit bereits existieren, oder an deren Entwicklung gearbeitet wird.

Da der Berechnungsgang in der Regel für mehrere Geometrie- bzw. Werkzeugvarianten durchlaufen wird, um letztendlich zu einer befriedigenden Formteil- bzw. Werkzeugauslegung zu gelangen (Optimierung), muß für einen geschlossenen Informationskreislauf gesorgt werden. Hier kann in bestimmten Fällen eine modellgestützte Optimierung die Lücke zwischen den Berechnungsergebnissen und der neu zu definierenden Geometrie schließen, indem sie die Parameter einer - im Sinne der Vorgaben - optimalen Geometrie automatisch zur Verfügung stellt (vgl. Kapitel 8).





**Bild 9.2:** Programmverbund für die kunststoffgerechte FE-Analyse

**Fig. 9.2:** Program system for a polymer-adequate FE analysis

Im Hinblick auf die geforderte Integration wurde im Rahmen dieser Arbeit bei allen Fragestellungen auf eine durchgängige Rechnerunterstützung geachtet. Es wurden Programm-Module entwickelt, die sich wirkungsvoll in die vorhandene CAE-Umgebung einfügen. In Bild 9.2 sind einige Punkte aus der vorherigen Darstellung (Bild 9.1) konkretisiert. Während

MEFIBO /3.34/ der Prozeßsimulation zuzuordnen ist, unterstützen weitere Module die automatische Kalibrierung von Werkstoffmodellen zur Erfassung des viskoelastischen, anisotropen und gummielastischen Materialverhaltens (FEMAT /9.5, 9.6/, ANIMAT /4.32, 4.42-4.44/, GUMMI /6.51-6.53/). Sie stellen zudem die Werkstoffmodelle in programmierter Form für eine direkte Verwendung bei der FE-Strukturanalyse mit ABAQUS bereit.

## 9.2 Möglichkeiten der Simulation

Einer der größten Vorteile der Berechnungsverfahren ist darin zu sehen, daß sie bereits in einem sehr frühen Stadium einer Neukonstruktion einsetzbar sind und damit maßgeblich zur Ausrichtung der Entwicklung beitragen können /9.10/. In Abhängigkeit von der erforderlichen Aussagesicherheit können die Simulationen mit entsprechend einfachen oder aufwendigen Modellen durchgeführt werden.

Weiterhin ermöglichen die theoretischen Untersuchungen in vielen Fällen im Vergleich zu praktischen Versuchen eine größere Transparenz, da nach der Prozeßsimulation und der Formteilberechnung alle wichtigen Zustandsgrößen rechnerisch vorliegen (z.B. Druck-, Geschwindigkeits- und Temperaturfeld sowie Faserorientierungen im Spritzgießprozeß; Spannungs- und Dehnungsverteilung in einem Formteil unter mechanischer und/oder thermischer Beanspruchung). So konnte beispielsweise bei der Diskussion des Verzugs eines Kastenformteils aus einem kurzglasfaserverstärkten Thermoplast das komplexe Verformungsverhalten beim Abkühlen nach der Herstellung anhand des Faserorientierungsbildes und des asymmetrischen Aufbaus des Formteilquerschnitts erklärt werden (vgl. Abschnitt 5.5.2). Ferner lassen sich durch Simulation viele meßtechnisch nur sehr schwer zugängliche Detailinformationen gewinnen. Man denke nur an Spannungsspitzen in der Nähe von Kerben oder an den zeitlichen Verlauf der Flächenpressung in den Dichtflächen von Flanschverbindungen (Spannungsrelaxation).

Anhand des Effektes der an dem oben erwähnten Kastenformteil durchgeführten Veränderung der relativen Kernschichtlage auf das Verzugsbild beim Abkühlen wird eine weitere Möglichkeit der Simulationstechniken deutlich: Durch die gezielte Variation einiger als bedeutsam erachteter Parameter läßt sich deren Signifikanz für das Formteilverhalten abschätzen. Sind die wesentlichen Einflußgrößen nicht so augenfällig auszumachen wie in diesem Beispiel, können systematisch angelegte Sensitivitätsanalysen über die Relevanz der verschiedenen Parameter Aufschluß geben, wie beispielsweise die Untersuchungen in Abschnitt 4.4 für das anisotrope Werkstoffmodell.

Nochmals verfeinerte Aussagen, welche auch die Wechselwirkungen zwischen den Parametern offenlegen, können mit den in Kapitel 8 vorgestellten Möglichkeiten der Statistischen Versuchsplanung erarbeitet werden. Mit dieser Methode läßt sich die Geometriegestaltung, zumindest in Teilbereichen, auf eine objektive Basis stellen. Die Vorgehensweise kann insbesondere dann sehr hilfreich sein, wenn aufgrund einer Vielzahl von Parametern und der



damit verbundenen Wechselwirkungen das Optimum einer Zielfunktion nicht mehr mit einfachen Mitteln auszumachen ist.

### 9.3 Grenzen der Simulation

Trotz der gewaltigen Fortschritte und schon heute weitreichenden Möglichkeiten sind eine Reihe von Problemen und Einschränkungen bei der Anwendung der Simulationstechniken zu erkennen, die auch an verschiedenen Stellen innerhalb dieser Arbeit deutlich wurden. Schlagwortartig lassen sich einige Grenzen formulieren, die z.T. nachfolgend kurz erläutert werden sollen:

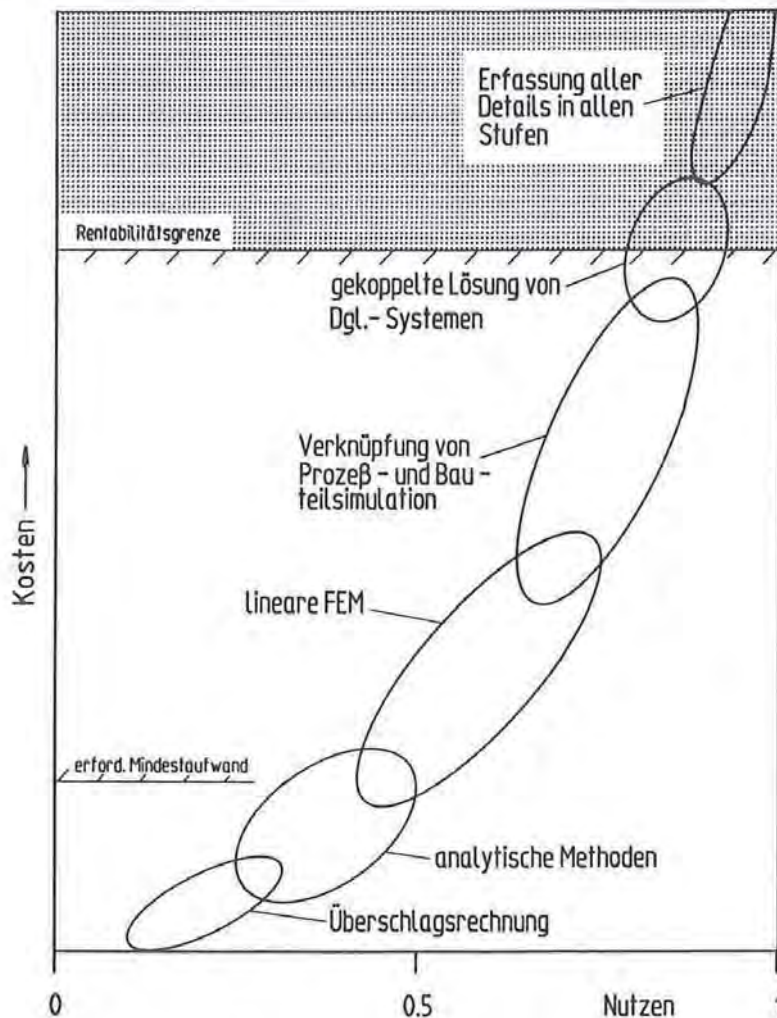
- ▶ Grenzen der Rechnerleistung,
- ▶ Grenzen der Wirtschaftlichkeit,
- ▶ Grenzen durch fehlende Modelle,
- ▶ Grenzen durch fehlende Werkstoffdaten,
- ▶ Grenzen der Optimierungssoftware.

#### 9.3.1 Grenzen der Rechnerleistung und Wirtschaftlichkeit

Die Veröffentlichungen im Bereich der CA-Techniken lassen häufig das Bild der unbegrenzten Möglichkeiten der heutigen oder unmittelbar bevorstehenden Computergenerationen aufkommen /9.11/. Sicher werden mit den zur Verfügung stehenden Supercomputern mit maximal 16 GigaFLOPS (Gleitkommaoperationen pro Sekunde) Leistungen erreicht, die für die Behandlung vieler, auch komplexer Probleme ausreichend sein dürfte. Der TeraFLOPS-Computer mit 1 Billion Operationen pro Sekunde wird Ende der neunziger Jahre erwartet /9.11/. Allerdings sind diese Maschinen außerordentlich teuer und nur für sehr wenige Benutzer finanzierbar (momentan gibt es nur neun industrielle Installationen von Supercomputern in Deutschland). Neue Hochleistungsworkstations am Arbeitsplatz der Berechnungsingenieure liegen zur Zeit bei einer Leistung von etwa 15 bis 20 MIPS bzw. 5 bis 10 MegaFLOPS /9.12/. Höchstleistungsworkstations erreichen ca. 130 MIPS bzw. 190 MegaFLOPS /9.13/. Trotz dieser eindrucksvollen Zahlen können die Rechnerleistung bzw. -kosten noch als wesentliche und begrenzende Faktoren bei der Simulation angesehen werden, da die Rechenzeiten mit zunehmender Problemgröße (Anzahl der Freiheitsgrade) und steigender Komplexität der Algorithmen drastisch ansteigen. Auch die umfangreichen Daten, die temporär während der Rechnung und danach in Form detaillierter Ergebnisse anfallen, stellen ein zusätzliches Limit dar, da die Ein- und Ausgabeoperationen und Plattenzugriffe nicht in dem Maße schneller geworden sind wie die Rechengeschwindigkeiten der Zentraleinheiten /9.14/.

Ein weiterer Gesichtspunkt ist, daß Entwicklungen, die sich zum Ziel setzen, die Verknüpfung aller Einflüsse (Werkstoff-, Prozeß- und Belastungseinflüsse) mit hoher Genauigkeit zu

realisieren, - wenn überhaupt möglich - zu ausgesprochen komplexen Berechnungsmethoden führen, die an Überschaubarkeit verlieren und nur von entsprechend vorgebildeten Fachleuten sinnvoll eingesetzt werden können. Neben den die Rentabilitätsgrenze übersteigenden Berechnungskosten sind somit hohe zusätzliche Personalinvestitionen notwendig. Bild 9.3 gibt in Anlehnung an /9.15/ einen Eindruck des technisch denkbaren und wirtschaftlich sinnvollen Einsatzes der Simulationsmethoden.



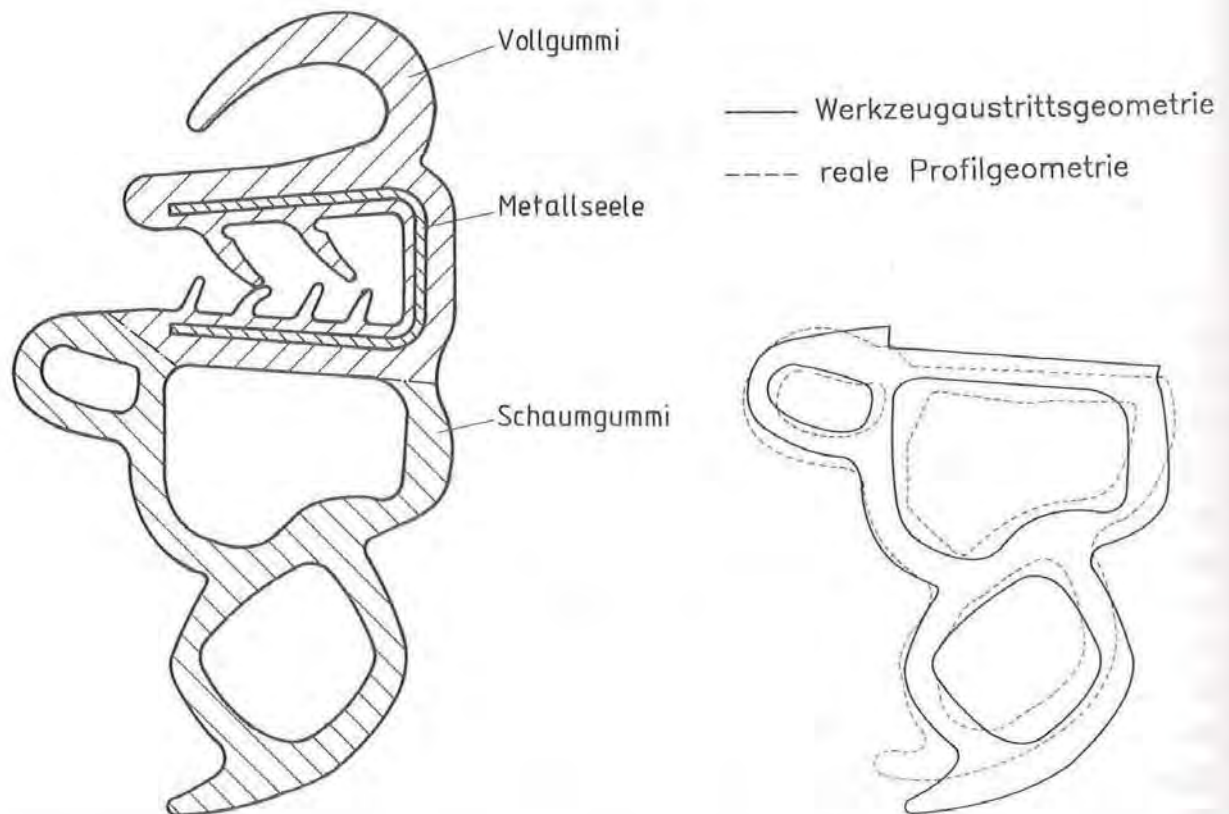
**Bild 9.3:** Geschätzter Aufwand und Nutzen unterschiedlich komplexer Analysen  
**Fig. 9.3:** Estimated extension and usefulness of analyses with different complexities

Zum heutigen Zeitpunkt scheint es für die allgemeine Konstruktionspraxis weitaus wichtiger, die neuen Simulationstechniken überhaupt einzuführen und Ansätze zu verwenden, welche die wesentlichen Einflüsse und Randbedingungen (in guter Näherung) erfassen - und bereits in dieser Form von hohem Nutzen sein können -, als mit wenig ausgereiften und schwer zu beherrschenden Modellen zu arbeiten, deren zusätzlicher rechentechnischer, experimenteller und personeller Aufwand sich nicht in einer entsprechenden Steigerung des Nutzenpotentials niederschlägt.



### 9.3.2 Grenzen durch fehlende Prozeß- und Werkstoffmodelle

Es wurde schon weiter oben angedeutet, daß in Zukunft die Entwicklungsgeschwindigkeit der Simulationsverfahren in immer stärkerem Maße von der Bereitstellung befriedigender Theorien zur Nachbildung des Werkstoffverhaltens und Herstellungsverfahrens bestimmt wird. Dies soll am Beispiel einer Finite-Elemente-Simulation für ein Profil zur Abdichtung einer PKW-Tür deutlich gemacht werden /9.16/. Das zum großen Teil aus geschäumtem Elastomer im Extrusionsverfahren hergestellte Profil ist durch einen Aufbau mit drei Hohlkammern gekennzeichnet (Bild 9.4). Das Ziel der Berechnungen war die theoretische Voraussage der Kraft-Weg-Kennlinie beim Eindrücken der PKW-Türkante. Solche Federkennlinien sind für die Voraussage der Schließkraft von PKW-Türen wichtig. Außerdem ist bei der Entwicklung neuer Türdichtungen deren voraussichtliches Verformungsbild zur Bewertung der Konstruktion von großer Bedeutung.

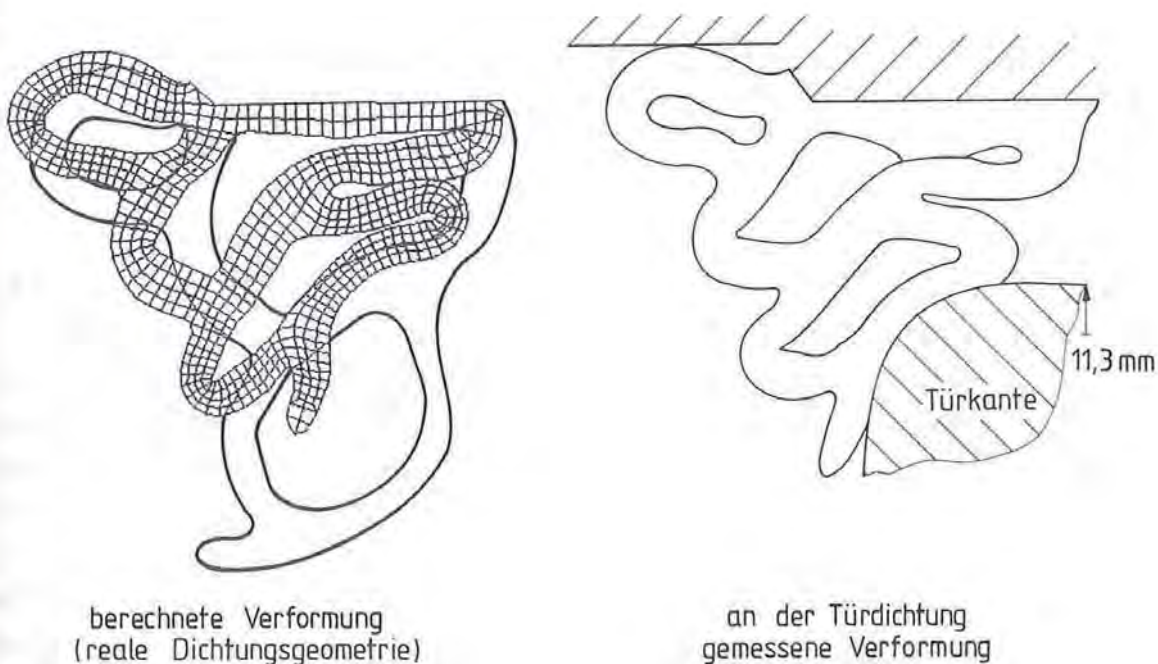


**Bild 9.4:** PKW-Türdichtungsprofil aus kompaktem und geschäumtem Elastomer  
**Fig. 9.4:** Passenger car door seal profile made of solid and foamed elastomer

Die Berechnungen wurden aufgrund der sehr großen Verformungen geometrisch nichtlinear und wegen eines maximal erreichten Verstreckgrades von  $\lambda = 1,65$  mit dem Modell von MOONEY-RIVLIN durchgeführt. In Bild 9.5 sind die mittels Simulation und experimentell bestimmten Verformungsbilder für ein Eindrücken der Türkante um 11,3 mm dargestellt.

Dabei sind deutliche Abweichungen im Verformungsverhalten zu erkennen. Auch der Vergleich der berechneten und gemessenen Federkennlinien in den Bildern 9.6 und 9.7 kann keinesfalls als befriedigend angesehen werden. Anhand dieser Kennlinien lassen sich aber einige wichtige Aussagen ableiten.

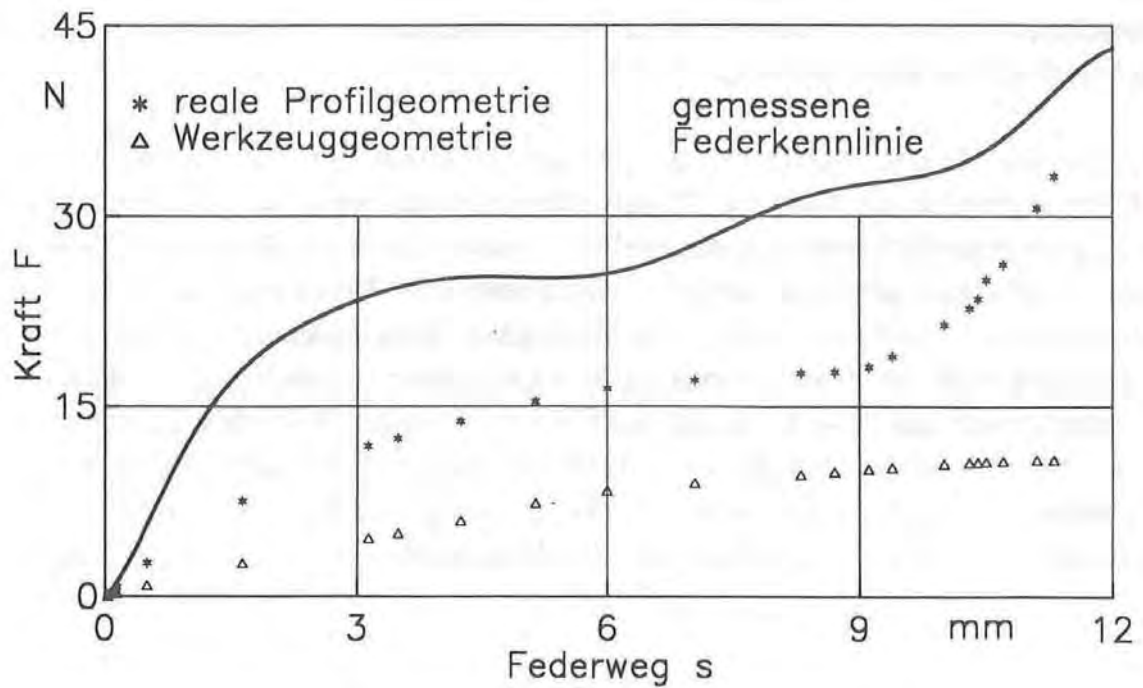
Aufgrund des Herstellverfahrens (Extrusion mit gleichzeitigem Aufschäumen) kann die Profilgeometrie nicht als konstante Einflußgröße angesehen werden. Sie hängt vielmehr in sehr empfindlicher Weise von den eingestellten Prozeßbedingungen ab und wird darüber hinaus auch vom vorherrschenden Umgebungsklima beeinflusst. Sie unterscheidet sich daher fast immer von der Sollgeometrie (Bild 9.4). Die lokalen Wanddickenunterschiede haben aber aufgrund der stark auf Biegung beanspruchten Querschnitte einen großen Einfluß auf das Verformungsverhalten ( $f \sim 1/h^3$ ) und damit auf die Federkennlinie (Bild 9.6). Ein zweiter wesentlicher Einfluß ist durch das verwendete Materialgesetz gegeben. Obwohl es sich um einen zelligen Schaum handelt, wurde in der Rechnung in Ermangelung eines geeigneten Werkstoffmodells von einem Vollgummi mit inkompressiblem Verhalten ausgegangen.



**Bild 9.5:** Gemessenes und berechnetes Verformungsbild der Türdichtung /9.16/  
**Fig. 9.5:** Measured and calculated deformation of the door seal

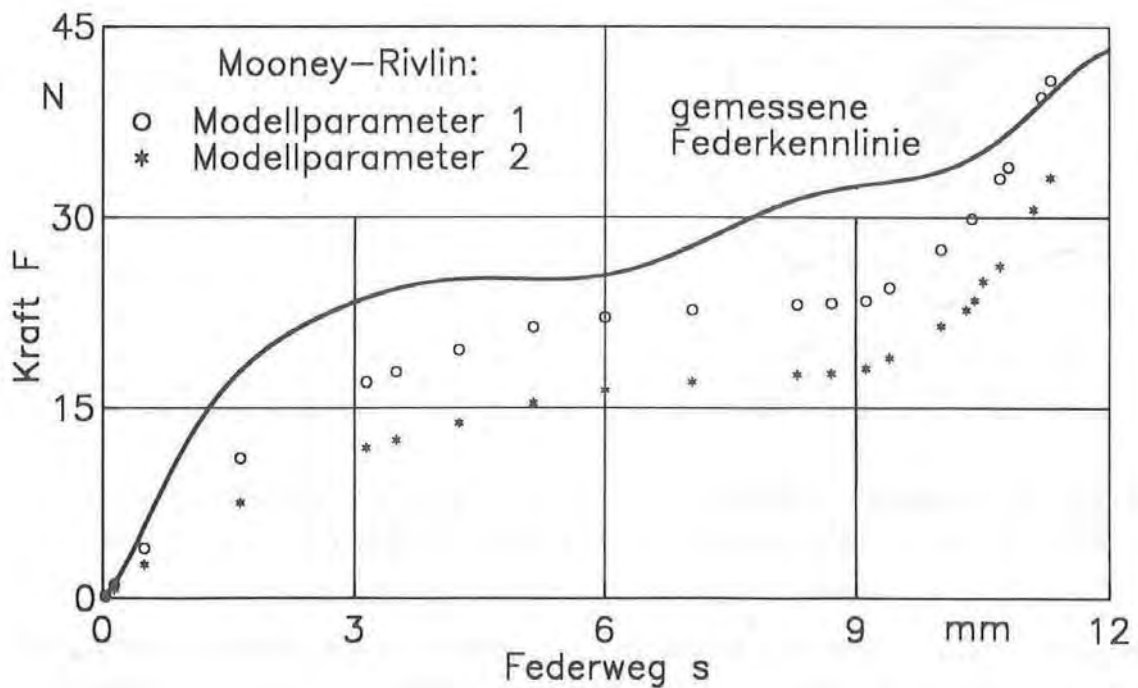
Eine weitere große Problematik besteht in der Ermittlung geeigneter Materialkoeffizienten. Wie die Geometrie, so sind auch die endgültigen Materialeigenschaften prozeßabhängig. Die nicht immer gegebene Konstanz der Mischung und verfahrensbedingten Vernetzungsgradschwankungen sind dafür verantwortlich, daß die Materialeigenschaften keine konstanten Größen darstellen. Außerdem stehen zum Zeitpunkt einer Neuentwicklung nur Material-





**Bild 9.6:** Federkennlinie des Dichtprofils, Einfluß der Geometrie /9.16/

**Fig. 9.6:** Elastic characteristic of the seal profile, influence of geometry



**Bild 9.7:** Federkennlinie des Dichtprofils, Einfluß der Materialparameter /9.16/

**Fig. 9.7:** Elastic characteristic of the seal profile, influence of material parameters

proben zur Verfügung, die zwar unter möglichst vergleichbaren Bedingungen hergestellt werden wie die später produzierten Profile aber sicher nicht deren Werkstoffeigenschaften zuverlässig bestimmbar machen. Da die Materialeigenschaften einen großen Einfluß auf das Verformungsverhalten haben (Bild 9.7), ist eine gesicherte Voraussage der Federkennlinie nochmals erschwert.

Die hier dargestellten Zusammenhänge zeigen, daß die Grenzen der Formteilberechnung dort erreicht sind, wo entweder

- ▶ noch keine Prozeßmodelle zur Nachbildung des Herstellverfahrens vorhanden sind,
- ▶ oder eine bereits vorhandene Prozeßsimulation bedeutsame Einflußgrößen nicht genau genug ermittelt.

Gleichzeitig wird klar, daß

- ▶ fehlende mehrdimensionale Werkstoffmodelle bzw.
- ▶ eine unzureichende Kalibrierung der Materialkoeffizienten

limitierende Faktoren darstellen können.

#### 9.4 Auswirkungen auf die Versuchstechnik

Auch in Zukunft wird die Simulation das Experiment nicht ersetzen können. Aufgrund der vielen vereinfachenden Annahmen sowie der meist nur angenäherten Berücksichtigung der geltenden Randbedingungen, vor allem aber bei dem heutigen, noch nicht ausgereiften Stand der Modelle zur Beschreibung des Versagensverhaltens polymerer Werkstoffe kann man sich bei der Freigabe einer Konstruktion nicht allein auf Berechnungsergebnisse stützen. Letztendlich gibt nur das Experiment unter praxisnahen Bedingungen zuverlässig Aufschluß darüber, ob das Bauteil den geforderten Belastungen voraussichtlich standhalten wird oder nicht. Auf die Versuchstechnik kann also in keinem Fall verzichtet werden.

Aber die detaillierten Berechnungsergebnisse sind auch für die Versuchsplanung und -interpretation von hohem Nutzen. Im Gegensatz zu den Versuchen zeigen die Simulationsergebnisse keine statistische Streuung. Sie sind also bei konstanten Modell- und Randbedingungen reproduzierbar und können wegen der damit verbundenen hohen Trennschärfe /9.17/, z.B. bei der Aufdeckung von nur schwach ausgeprägten aber eventuell durchaus relevanten Effekten, hilfreich sein.



## 9.5 Fazit

Wegen des Wettbewerbs hinsichtlich Qualität, Preis und Lieferzeiten von Formteilen aus Polymerwerkstoffen und aufgrund der wachsenden Verfügbarkeit der notwendigen Computerprogramme gewinnt die Prozeß- und Belastungssimulation stark an Bedeutung. Alternative Gestaltungskonzepte und unterschiedliche Verarbeitungsbedingungen lassen sich ohne den hohen experimentellen Aufwand relativ zueinander vergleichen, bewerten und als Entscheidungsgrundlage für weitere Geometriemodifikationen verwenden. Erst durch den integrierten Einsatz aller Entwicklungswerkzeuge kann ein optimales Problemverständnis erzielt und ein effektiver Entwicklungsablauf erreicht werden /9.10/.

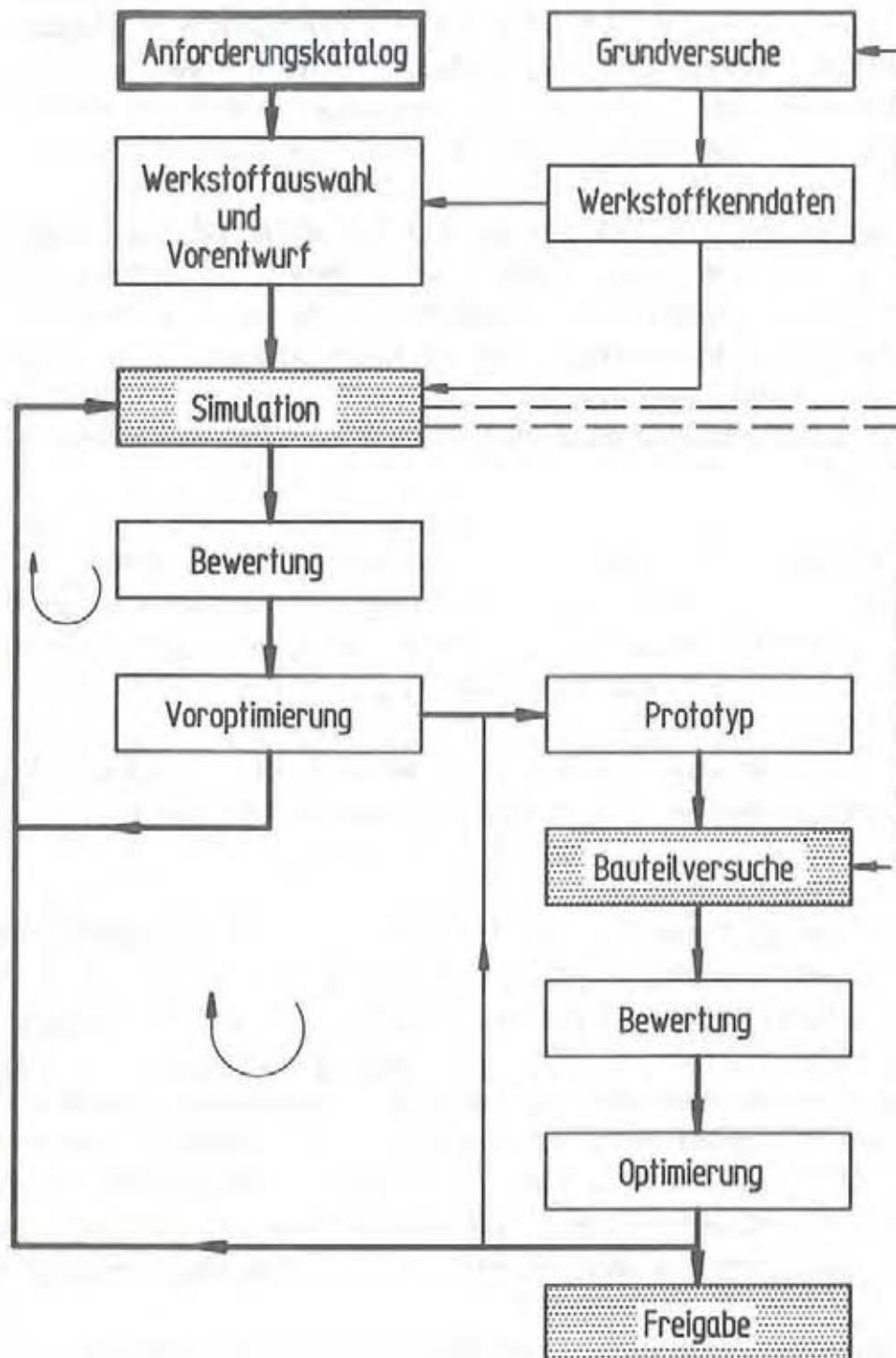
Die Erarbeitung technischer Lösungen unter Berücksichtigung vielfältiger Randbedingungen fordert dabei nach wie vor in hohem Maß das Innovationspotential des Konstrukteurs. Dabei können Computersimulationen wertvolle Hilfen darstellen. "Der Rechnereinsatz besitzt aber lediglich den Charakter eines Werkzeuges. Geistige Leistung und Erfahrung des Konstrukteurs sind damit nicht ersetzbar, sondern unabdingbare Voraussetzung. Nur die Abwägung konstruktiver Varianten mit dem Ziel der Optimierung kann durch den Rechnereinsatz beschleunigt werden. Darüber hinaus wirkt der Rechnereinsatz als Katalysator: Er stimuliert das Innovationspotential durch die Möglichkeit, viele und auch exotisch anmutende konstruktive Varianten zu betrachten, die aus Zeit- (und Kostengründen, Anm. des Verf.) anders nie untersucht worden wären" /9.22/.

Der zum Teil große Aufwand für die Berechnungsaktivitäten ist im Vergleich zu den sehr hohen anderen Entwicklungskosten, z.B. für die Anfertigung eines Spritzgießwerkzeuges, als gerechtfertigt anzusehen /9.18/. Wegen der weiter steigenden Leistungsfähigkeit der Computer und der sich verbessernden Benutzerfreundlichkeit der Programme ist zu erwarten, daß sich das Kosten/Nutzen-Verhältnis in Zukunft noch deutlich verbessern wird /9.10/.

Vor der Einführung der Simulationsverfahren bei industriellen Anwendern müssen die vorhandenen Organisations- und Personalstrukturen dahingehend untersucht werden, ob sie eine ausreichende Basis für einen erfolgreichen Einsatz bieten. Akzeptanzprobleme und Verständigungsschwierigkeiten müssen durch Fortbildung oder personelle Erweiterung unbedingt vermieden werden. Die Einführung immer komplexer werdender Systeme mit dem Ziel der Rechnerunterstützung in allen Teilbereichen ist nicht nur eine Frage der technischen Machbarkeit, sondern in steigendem Maße auch der menschlichen Beherrschbarkeit. Dieser Aspekt darf bei der Intensivierung des CAE-Einsatzes nicht unterschätzt werden /9.23, 9.24/. Ohne qualifiziertes Personal werden entweder die Möglichkeiten der Simulationstechniken nicht ausgeschöpft oder gar Fehlinterpretationen zu Rückschlägen führen.

Abschließend kann festgestellt werden, daß der starke Trend zu mehr Simulation im Hinblick auf einen umfassenderen und qualitativ verbesserten Einblick in das Prozeß- und Formteilverhalten sehr zu begrüßen ist, solange auf eine enge Ankopplung an die Versuchstechnik

und deren ausgewogenes Verhältnis zur Simulation geachtet wird (Bild 9.8). Das fruchtbare Wechselspiel zwischen Theorie und Praxis führt dann zu zuverlässigeren Simulationen, sinnvollerer Versuche und schließlich zu besseren Formteilen.



**Bild 9.8:** Einbindung der Simulationstechniken in den Formteilauslegungsprozeß  
**Fig. 9.8:** Integration of simulation techniques into the part design process



## 10. ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Auslegung von Kunststoff- und Elastomerformteilen für alltägliche und anspruchsvolle Verwendungszwecke kann der Konstrukteur von den Möglichkeiten moderner Berechnungssoftware sehr profitieren, da die werkstoff-, prozeß- und anwendungsgerechte Produktentwicklung an ihn hohe Anforderungen stellt. Viskoelastizität, Anisotropie und Inhomogenität durch Faserorientierungen, Schwachstellen durch Bindenähte in Spritzgußformteilen, gummielastisches und durch hohe Dämpfung charakterisiertes Materialverhalten bei Elastomerprodukten sowie verarbeitungs- und werkzeugbedingte Anforderungen sind wesentliche Einflußgrößen, die bei der Entwicklung von Formteilen berücksichtigt werden müssen.

Der Entwicklungsstand der Füllsimulationsprogramme für den Spritzgießprozeß und der FE-Strukturanalyseprogramme zur mechanischen und thermischen Formteilberechnung hat ein beachtliches Niveau erreicht. Computersimulationen werden in naher Zukunft auch in vielen kleineren Betrieben in den Konstruktionsablauf eingebunden sein. Durch den integrierten Einsatz aller Entwicklungswerkzeuge kann ein optimales Problemverständnis erzielt werden. Nutzenpotentiale bestehen dabei gerade für Kunststoff- und Elastomerformteile in mehrfacher Hinsicht durch:

- Einsparungen im Werkzeugbau durch voroptimierte Konstruktionen,
- Vorteile aufgrund einer besseren Ausnutzung der Prozeßmöglichkeiten,
- die Entwicklung materialsparender und dennoch zuverlässiger Formteile und
- die Erschließung innovativer Anwendungen.

Die zum Teil hohen Erwartungen an die Simulationstechniken lassen sich allerdings nur dann zufriedenstellend erfüllen, wenn die aus kunststofftechnischer Sicht noch bestehenden Lücken geschlossen werden.

Vor diesem Hintergrund werden in der vorliegenden Arbeit die Einsatzmöglichkeiten der Finite-Elemente-Methode bei der Auslegung von Kunststoff- und Elastomerformteilen beschrieben und einige Verfahren und Wege aufgezeigt, wie sich die Berechnungen werkstoffgerecht durchführen lassen und so eine wertvolle Ergänzung zur konventionellen Auslegungspraxis darstellen. Nach der Erläuterung der jeweiligen theoretischen Grundlagen werden die Berechnungsverfahren nicht nur anhand einfacher Geometrien überprüft, sondern ebenfalls erfolgreich auf relativ komplizierte Formteile aus der industriellen Praxis angewendet. So kann exemplarisch gezeigt werden, daß die Konzepte für Fragestellungen der praktischen Ingenieurarbeit mit den heute zur Verfügung stehenden Mitteln umsetzbar sind.

Bei den kurzglasfaserverstärkten Thermoplastformteilen ist die Simulation der lokal auftretenden Faserorientierungen von primärer Bedeutung zur Berechnung der mechanischen und thermomechanischen Formteileigenschaften. Daher werden aufbauend auf vorhandenen Berechnungsansätzen Algorithmen zur Bestimmung der in den Randschichten und der



Kernschicht vorliegenden Faserausrichtungen erarbeitet und in ein Füllsimulationsprogramm eingebunden. Die Qualität der Berechnungsergebnisse wird durch folgende Faktoren verbessert:

- Erfassung der Faserausrichtung durch Scherung in den dominierenden Randschichten mittels eines phänomenologischen Ansatzes,
- Berücksichtigung stagnierender Faserausrichtung in Bereichen, die kaum noch durchströmt werden und
- vollständige Berücksichtigung der Fließgeschichte durch die Möglichkeit der instationären Berechnung.

Die Brauchbarkeit der Simulationsergebnisse wird anhand verschiedener Plattenformteile, eines Kastenformteils und eines kompliziert gestalteten, hochverrippten Kupplungspedals verifiziert. Mit dem vorliegenden Programm lassen sich die Auswirkungen unterschiedlich positionierter Angußpunkte diskutieren und in nachgeschalteten mechanischen Berechnungen quantifizieren.

So wird an die Ergebnisse der Prozeßsimulation direkt anknüpfend mit geeigneten mikro- und makromechanischen Berechnungsansätzen und durch Verwendung der Kontinuums- theorie das anisotrope Werkstoffverhalten erfaßt und auf die individuellen lokalen Faser- hauptorientierungsrichtungen bezogen. Ein entsprechendes Programm generiert sämtliche Eingangsdaten für die FE-Strukturanalyse.

Die unter Berücksichtigung des anisotropen Werkstoffverhaltens durchgeführten Berechnungsbeispiele dokumentieren, daß die Verbindung von Prozeßsimulation und Bauteilanalyse auch für aufwendige Praxisformteile möglich und für die Verbesserung der Qualität der Ergebnisse notwendig ist. Im Fall einfacher Plattenformteile unter Biegebeanspruchung tritt der Anisotropieeffekt bei den gemessenen Verformungen nach außen deutlich hervor und kann mit den Berechnungsmodellen sehr gut nachvollzogen werden. Dagegen zeichnet sich das hochverrippte Kupplungspedal weniger durch einen äußerlich in Gestalt der Verformungen sichtbar werdenden Anisotropieeffekt aus. Die Wirkung der Anisotropie zeigt sich hier vielmehr in den lokalen Beanspruchungen in Form der Dehnungen. Die örtlich unterdrückten bzw. aufgeprägten Verformungen einzelner Geometrielemente durch die feste Kopplung mit den benachbarten Strukturteilen führen zwangsläufig zu entsprechenden lokalen Werkstoffbeanspruchungen. Daraus geht hervor, daß für eine verbesserte Beurteilung der Werkstoffanstrengung auf die Möglichkeiten der anisotropen Analyse nicht verzichtet werden sollte. Die guten Ergebnisse bei der mechanischen Berechnung kurzglasfaserverstärkter Spritzgußbauteile stellen die Brauchbarkeit des Gesamtkonzeptes - Faserorientierung, Mikro- und Makromechanik, Kontinuumstheorie, Strukturanalyse - unter Beweis.

Durch die Kenntnis der im Formteil vorliegenden Faserorientierungen werden auch verbesserte Abschätzungen des Schwindungs- und Verzugsverhaltens möglich. Anhand der thermo- mechanischen Abkühlrechnung eines Kastenformteils ist zu ersehen, daß sich bei kurz-



glasfaserverstärkten Spritzgußformteilen allein durch die strömungs- und materialbedingte Anisotropie ein komplexes Schwindungs- und Verzugsverhalten einstellt, das mit herkömmlichen Mitteln kaum vorauszusagen sein dürfte. Neben dem allgemein bekannten, gravierenden Einfluß der sich über den Formteilquerschnitten und lateral ausbildenden Temperaturverteilungen in Abhängigkeit von der Werkzeugtemperierung kann die Lage der Kernschicht eindeutig als eine zusätzliche signifikante Einflußgröße identifiziert werden. Obwohl die Berechnungen den Charakter einer Abschätzung haben, werden die wesentlichen Effekte qualitativ richtig erfaßt. Dadurch wird das Schwindungs- und Verzugsverhalten für den Konstrukteur transparenter und besser interpretierbar.

Einen zweiten Schwerpunkt bilden mechanische und thermische Analysen von Elastomerformteilen. Die vorgestellten Untersuchungen zur Berechnung von quasistatischen Beanspruchungen lassen die Aussage zu, daß die Verwendung von Materialgesetzen auf der Grundlage der Formänderungsenergie-dichte auch in mehrdimensionalen FE-Simulationen zu brauchbaren Resultaten führt. Bei der Berechnung einer komplex gestalteten Druckfeder eines Motorlagers wird sowohl die Federkennlinie als auch das äußere Verformungsbild mit guter Genauigkeit wiedergegeben. Sehr wichtig bei der Bestimmung der Modellparameter ist allerdings, daß die herangezogenen Versuchsdaten den gesamten im Formteil vorliegenden Spannungs- bzw. Verstreckbereich abdecken. Extrapolationen über den gemessenen Bereich hinaus können schnell zu unzulässigen Abweichungen des Modellverhaltens von der Realität führen.

Bei den untersuchten Materialgesetzen höherer Ordnung überzeugt das Modell von KILIAN durch eine sehr gute Reproduktion der Grundversuche bis hin zu hohen Verstreckgraden. Mit dem Ansatz von OGDEN werden ähnlich gute Erfahrungen gemacht. Das KILIAN-Modell bietet allerdings den Vorteil, eine mit dem OGDEN-Ansatz vergleichbare Beschreibungsgüte mit nur drei statt sechs Parametern zu erreichen. Auch gegenüber dem MOONEY-RIVLIN-Gesetz mit zwei Materialkoeffizienten bedeutet die Verwendung des KILIAN-Ansatzes keinen wesentlich höheren Aufwand. Die Regressionsalgorithmen zur Bestimmung der Materialkoeffizienten arbeiten für das KILIAN-Modell numerisch stabil und liefern problemlos geeignete Modellparameter. Beim OGDEN-Modell hat sich dagegen die Parameterbestimmung als recht aufwendig erwiesen.

Die Vorausberechnung der Temperaturentwicklung in dynamisch beanspruchten Gummi-formteilen ist von großer praktischer Bedeutung. Daher wird ein Berechnungsansatz vorgestellt, bei dem das mechanische und thermische Problem entkoppelt gelöst wird. Außerdem werden die durch die hohe Materialdämpfung bedingten Verlustenergien nachträglich aus den Ergebnissen einer ideal-elastischen, aber nichtlinearen mechanischen Berechnung und mittels experimentell zu bestimmender Verlustfaktoren ermittelt und für die nachfolgende thermische Analyse elementdiskret bereitgestellt. Die Verlustfaktoren sind material-, gestalt- und belastungsabhängige Kennzahlen, welche die viskoelastischen Effekte summarisch erfassen. Das Beispiel des Motorlagers belegt, daß mit der vorgestellten Berechnungsmethode die Temperaturentwicklung in Elastomerformteilen in guter Näherung abgeschätzt



werden kann. Wenn auch die genaue Berechnung der Temperaturen an verschiedene, nicht einfach zu erfüllende Voraussetzungen gebunden ist, so kann das Berechnungsverfahren in der Konstruktionspraxis dennoch interessante Hinweise auf aus thermischer Sicht vorhandene Schwachstellen eines Formteils geben. Neben der wichtigen Information des maximal zu erwartenden Temperaturniveaus kann beispielsweise durch eine Veränderung der Frequenz im Berechnungsmodell abgeschätzt werden, ab welcher Grenzfrequenz sich kein stationäres Temperaturfeld mehr ausbildet, sondern ein stetiges Aufheizen zum Totalausfall der Komponente führen wird.

Die Erarbeitung eines hinsichtlich der gestellten Anforderungen und konstruktiven Einschränkungen optimalen Entwurfs ist eines der wesentlichen Ziele der Ingenieur Tätigkeit. Dabei ist die Festlegung der prinzipiellen Gestalt in der Konzeptphase entscheidend für den nachgeschalteten Konstruktions- und Auslegungsvorgang und bestimmt auch in hohem Maße den Erfolg des Endprodukts. Daher wird in einem dritten Schwerpunkt am Beispiel zylindrischer Schnappscharniere gezeigt, daß die Statistische Versuchsplanung in Verbindung mit den Möglichkeiten moderner Berechnungsmethoden ein wirkungsvolles Mittel darstellt, gezielter, objektiver und voraussichtlich erfolgreicher als bei der konventionellen Variantenrechnung technische Formteile auszulegen. Es wird insbesondere deutlich, daß nicht-attributive Design-Variablen, welche die Gestalt des Formteils beeinflussen, ohne weiteres in die Betrachtungen einbezogen werden können. Gegenüber der Evolutionsstrategie hat die SVP den großen Vorteil, daß Wechselwirkungseffekte für den Anwender offengelegt werden sowie das erarbeitete Wissen in Form von Modellgleichungen gespeichert werden kann und leicht zugänglich ist. Es läßt sich jederzeit in den Grenzen des abgesteckten Versuchsraumes erneut nutzen. Dies ist mit Blick auf die zum Teil sehr hohen Rechenzeiten bei der FE-Analyse der Gestaltvarianten sehr positiv zu bewerten. Zusammen mit den Modellpolynomen, die aus quadratischen Versuchsplänen gewonnen werden, ist daher die Methode besonders für die modellgestützte Gestaltoptimierung von Formteilen interessant. Aufgrund des vergleichsweise sehr geringen Rechenaufwandes bei Verwendung der Modellfunktionen kann die äquidistante Rasterstrategie eingesetzt werden, die sich problemlos an unterschiedliche Gütekriterien bei der Optimierung hinsichtlich mehrerer Zielgrößen anpassen läßt (Polyoptimierung).

Einer der größten Vorteile der Prozeß- und Bauteilsimulation ist darin zu sehen, daß sie bereits in einem sehr frühen Stadium als Werkzeug zur Bewertung und Verbesserung einer Neukonstruktion einsetzbar ist und damit maßgeblich und effizient zu einer Ausrichtung der Entwicklung beitragen kann. Für den Erfolg und die Akzeptanz der Simulation sind mehr denn je gut ausgebildete und erfahrene Konstrukteure erforderlich, welche die angewendeten Prinzipien und Modelle kennen, diese einschätzen und die Ergebnisse interpretieren. Trotz der an verschiedenen Stellen offenkundig werdenden Grenzen der Rechnerkapazitäten dürfte darin mittelfristig kein prinzipielles Problem zu sehen sein. Eine Herausforderung besteht in Zukunft vielmehr darin, zur Zeit noch fehlende oder unzureichende Prozeß- und Werkstoffmodelle zu entwickeln.



## SUMMARY

The possibilities given by modern computer software may provide great benefit to the designer of thermoplastic and elastomer components for common and high level application, since product development adequate to the actual material, process and application demands sophisticated solutions. Viscoelasticity, anisotropy and inhomogeneity induced by fibre orientations, reduction of strength caused by weld lines in thermoplastic injection moulded components, hyperelasticity and a high energy dissipation in elastomer products as well as process- and mould-related requirements are essential factors acting upon the development of polymer components, and they need to be taken into account.

The stage of development of software for the simulation of the filling process during injection moulding and the finite element programs for the mechanical and thermal analysis have reached a remarkable level. Even in many small companies, computer simulations will be part of the design process in the near future. Integrated use of all development tools available may achieve optimum problem comprehension. Especially for thermoplastic and elastomer components there are several potentials of profit:

- savings in mould construction due to pre-optimized designs,
- profits thanks to better utilization of the process possibilities,
- the development of components that save materials and yet are more reliable and
- the opening of innovative applications.

However, the high expectations for the simulation techniques will only be met, if the gaps are closed, which still exist from the view of the thermoplastic and elastomer component designer.

From this aspect, in the presented thesis the capabilities of the finite element analysis during the lay-out process of thermoplastic and elastomer components are described and several concepts presented, which show how the computations can be worked out in a material-adequate manner, thus becoming a valuable supplement for the conventional design in practice. After presentation of the respective theoretical background, the calculation concepts are not only verified for simple geometries but also successfully applied to relatively complex components from industrial practice. Several examples show that the calculation concepts can be transposed to problems of practical engineering by the means available today.

For short-glass fibre reinforced thermoplastics, simulation of the locally observed fibre orientations are of major importance for the evaluation of the mechanical and thermomechanical behaviour of components. Therefore, based on given equations, algorithms for the determination of the main fibre orientations in the marginal and core layers are developed and implemented into a filling simulation program. The quality of the calculated results is improved by the following factors:



- taking into account the fibre orientations caused by shear effects in the dominant marginal layers by the introduction of a phenomenological approach,
- consideration of stagnating fibre orientations in areas with a very low level of flow velocity and
- consideration of the complete flow history due to the possibility of instantaneous calculation.

The serviceability of the simulation results is examined for several planare components, a box-shaped part and a clutch pedal with a complex shape and many reinforcing ribs. By use of the developed program, the effects of different runner points can be discussed and quantified in subsequent mechanical analyses.

Appropriate micro- and macro-mechanical approaches and the application of the continuum theory take the anisotropic material behaviour into account and relate it to the locally computed main fibre orientation directions as a result of the process simulation. A suitable program generates all input data required for the finite element structural analysis.

The examples carried out under consideration of the anisotropic material behaviour show that the integration of the process simulation and structural analysis is possible even for complex components from practical use and likewise necessary to improve result qualities. In the case of simple planare plates under bending loads the anisotropy can be clearly observed by the measured displacements and is very well simulated by the performed evaluation model. In contrast to this, for the complex clutch pedal the anisotropy is not promoted by the observed displacements, but can be detected by the local strain levels. This is due to the locally suppressed or impressed deformations of single structure elements by the stiff coupling with neighboured geometry areas which necessarily lead to corresponding local strains. This reveals that for an improved assessment of the material strain, the analysis should not be done without the potentials provided by the anisotropic approach. Good results for the mechanical analysis of short-fibre reinforced thermoplastic injection moulded components present the serviceability of the integrated concept: fibre orientation determination, micro- and macro-mechanics, continuum theory, structural analysis.

Furthermore, improved estimation of shrinkage and warpage is possible as the existing fibre orientations are known. Thermomechanical evaluation of the cooling process for a box-shaped part reveals that short glass-fibre reinforced injection moulded components have a complex shrinkage and warpage behaviour, merely as a result of the flow and material induced anisotropy, that could barely be predicted by conventional means. Beside the well-known severe influence of the temperature distributions in lateral direction and over the cross section in dependence of the mould temperatures, the relative position of the core layer can clearly be identified as an additional significant parameter. Instead of having the character of an estimation, the calculation results reveal the essential effects and are



qualitatively correct. Therefore, the shrinkage and warpage behaviour becomes more evident and easily interpretable for the designer.

Another focal point is given by the mechanical and thermal analysis of elastomer components. The presented investigations for the evaluation of quasi-static load cases allow for the statement, that the application of material laws, based on the strain energy density concept, leads to serviceable results even in three-dimensional finite element analyses. For a complex spring design of an engine mount the force-displacement characteristic as well as the observed deformation can be determined with good accuracy. For the determination of the model parameters it is very important, that the used experimental data cover the complete range of stress and strain in the investigated component. Extrapolations out of the measured range can easily lead to unacceptable differences between model and reality.

Among the investigated material laws, the approach of KILIAN is outstanding due to excellent reproduction of the basic experiments up to high extension ratios. This is similar with the approach of OGDEN, however, the KILIAN model has the advantage of a comparative accuracy with only three instead of six material constants. Even compared with the MOONEY-RIVLIN model, the KILIAN approach does not require a significantly higher effort. The regression algorithms for the determination of the material constants are numerically stable and give appropriate model parameters without any difficulties. In contrast to this, the parameter evaluation needs much more computation effort for the OGDEN model.

The prediction of the temperature development in dynamically loaded rubber components is of great practical interest. Therefore, a calculation concept is presented for individual solution of the mechanical and thermal problem. Furthermore, the dissipation energies, evoked by the strong material damping, are determined using the results of an ideal-elastic but nonlinear mechanical analysis and by means of an experimentally measured loss factor. For the subsequent thermal analysis, these dissipation energies are defined individually for each finite element. The loss factors are parameters subject to material, geometry and load, and they include all viscoelastic effects in an integral manner. The example of the engine mount shows that the presented calculation concept is able to give good estimations for the temperature development in elastomer components. In spite of being related to several preconditions which cannot easily be fulfilled in any case, for practical use, the calculation method is capable of giving interesting hints on weak points of a component from a thermal point of view. Beside the important information about the expected maximum temperature level, the limit frequency can be estimated, from which the temperature does not converge to a stationary value, but will rise continuously until the components final failure.

The development of an optimum design under the required preconditions and the constructive restrictions is one of the major aims of the engineers activities. The decision about the principal design during the conception phase is essential for the subsequent lay-out process. In addition, the success of the final product is highly determined by the basic design. Therefore, as the third focal point, the example of cylindrical snap-fit hinges shows, that the



statistical experiment design in conjunction with the capabilities of modern calculation software is an effective method for a more methodical, objective and presumably more successful lay-out of technical components compared with the conventional variant calculations.

Special attention should be paid to the fact that non-attributive design variables, which have an influence on the shape of the component, can easily be taken into consideration. Compared with the evolution strategy, the statistical experiment design has the great advantages that, first, the interaction effects can be detected and, second, the obtained knowledge can be stored and easily accessed by means of model equations. Within the limits of the investigated parameters, it can be re-used any time. This is very favorable with regard to the computation effort, which is often high for the finite element analyses of various design variants. Together with polynomials, which are deducted from second order designs, this method is especially interesting for the model based shape optimization of technical components. Due to the comparatively low computation effort when using the model functions, the equidistant search strategy can be employed, which is very flexible with regard to several simultaneous objectives (polyoptimization) and especially the applied assessment criteria.

One of the major profits from simulation of the manufacturing process and part behaviour is that it can be applied at a very early state as an instrument for assessment and improvement of new designs, thus giving a decisive and efficient contribution to the alignment of the development. For success and acceptance of the simulation techniques, more than ever well trained and experienced engineers are necessary, who know and assess the applied basic principles and models and who can interpret the obtained results. Despite the current limitation of computer resources, this will probably be no problem for the future. Process and material models are in many cases still not satisfying at present. This can be regarded as a challenge for future work.



## 11. ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN

### Abkürzungen

BEM	Randintegralmethode (Boundary Element Method)
CAD	Rechnerunterstütztes Konstruieren (Computer Aided Design)
CAE	Rechnerunterstützte Berechnungen (Computer Aided Engineering)
CAM	Rechnerunterstützte Fabrikation (Computer Aided Manufacturing)
DOF	Anzahl der Freiheitsgrade (Degree of Freedom)
FDM	Finite-Differenzen-Methode (Finite Difference Analysis)
FEM	Finite-Elemente-Methode (Finite Element Analysis)
FLOPS	Gleitkommaoperationen pro Sekunde (Floating Point Operations per Second)
GF	Glasfaser (Glas Fibre)
KS (CL)	Kernschicht (Core Layer)
MIPS	Befehle pro Sekunde (Million Instructions per Second)
PPS	Produktplanung und -steuerung (Product Planing and Steering)
RS (SL)	Randschicht (Shear Layer)
SVP	Statistische Versuchsplanung (Statistical Experiment Design)
TSV	Torsionsschwingungsversuch (Torsion Pendulum Test)
WDB	Werkstoffdatenbank (Material Database)
XPS	Expertensystem (Expert System)

### Formelzeichen

$A_0$	Fläche in der Referenzkonfiguration
$\mathbf{a}$	Vektor der Knotenverschiebungen
$\mathbf{a}$	Ausgangs-, Bezugs-, oder Referenzkonfiguration
$A$	Fläche in der Momentankonfiguration
$\mathbf{a}$	Materialkonstante (Kilian-Modell)
$\mathbf{B}$	linker CAUCHY-GREEN-Tensor
$\mathbf{B}$	Verzerrungs-Ansatzfunktion ( $\mathbf{B} = \mathbf{L N}$ )
$B$	Faktor zur Erfassung der Fasergeometrie
$b$	Breite der Schnappscharniere und federnden Haken (Balkenbreite)
$b$	Materialkoeffizient (Kilian-Modell)
$b_{ij}$	Regressionskoeffizienten der Modellpolynome
$\mathbf{C}$	rechter CAUCHY-GREEN-Tensor
$C_1$	Interaktionskoeffizient
$C_p$	spezifische Wärmekapazität
$C_1$	Materialkonstante (Neo-Hooke-Modell)
$C_1$	Materialkonstante (Mooney-Modell)
$C_2$	Materialkonstante (Mooney-Modell)
$C_{01}$	Materialkonstante (Mooney-Rivlin-Modell)
$C_{10}$	Materialkonstante (Mooney-Rivlin-Modell)
$\mathbf{D}$	Elastizitätsmatrix (Steifigkeitsmatrix)
$D$	charakteristische Dehnung (Kilian-Modell)
$D_m$	Materialkonstante (Kilian-Modell)

$D_{II}$	2. Invariante des Deformationsgeschwindigkeitstensors
$d$	Durchmesser
$E$	Steifigkeitstensor
$E$	Elastizitätsmatrix
$E$	Elastizitätsmodul
$E$	Exzentrizität
$e$	Abstand zur neutralen Achse
$F$	Deformationsgradiententensor
$F$	Kraft
$F$	Zielfunktion
$f$	Vektor der äquivalenten Knotenkräfte
$f$	Frequenz
$G$	Materialkonstante (Kilian-Modell)
$G$	Schubmodul
$G$	Ungleichungsrestriktion
$H$	Verschiebungsgradiententensor
$H$	Hinterschnitt
$H$	Kanalhöhe
$H$	Gleichungsrestriktion
$h$	Balkenhöhe
$h$	relative Häufigkeit
$I$	Einheitstensor
$I$	Invariante des rechten Cauchy-Green-Verzerrungstensors
$J$	Jakobi-Matrix
$J$	Volumenänderung ( $dv/dV$ )
$K$	lokale bzw. globale Steifigkeitsmatrix
$k$	Boltzmann-Konstante
$k$	Konstante, allgemein
$K_D$	Proportionalitätskonstante (Faserdrehung)
$k$	Reduktionsfaktor
$L$	Länge
$l$	Länge
$M_R$	Abkürzungsterm in den Halpin-Tsai-Gleichungen
$N$	(Verschiebungs-) Ansatzfunktion (Formfunktion, shape function)
$N$	Anzahl der Ketten
$n$	Flächennormale
$P$	Wahrscheinlichkeit (probability)
$p$	Druck
$q$	Vektor der Knotenkräfte
$R$	orthogonaler Rotationstensor
$R$	allgemeine Gaskonstante
$R$	Radius
$r$	Radius
$r_p$	Achsenverhältnis der Ellipsoidpartikel
$S$	Entropie
$S$	Fluidität
$S$	Schwindung
$s$	Weg, Strecke
$T$	Transformationsmatrix



$\mathbf{T}$	PIOLA-KIRCHHOFFscher oder LAGRANGEscher Spannungsvektor
$T$	absolute Temperatur
$\mathbf{t}_c$	CAUCHYScher Spannungsvektor (wahre Spannung)
$\mathbf{t}_p$	PIOLA-KIRCHHOFFscher Spannungsvektor (Nennspannung)
$\mathbf{U}$	rechter Strecktensor
$\mathbf{u}$	Geschwindigkeitsvektor in x-Richtung
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\mathbf{V}$	linker Strecktensor
$V$	Volumen, allgemein
$V_0$	Volumen in der Referenzkonfiguration
$V$	Volumen in der Momentankonfiguration
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor in y-Richtung
$W$	Formänderungsenergiedichte (strain energy density)
$\mathbf{X}$	Vektor der Einflußparameter
$x$	aktuelle oder Momentankonfiguration
$x$	Einflußparameter in der Modellfunktion
$x$	Komponente im kartesischen Koordinatensystem
$y$	Antwortfunktion des Modellpolynoms
$y$	Komponente im kartesischen Koordinatensystem
$z$	Komponente im kartesischen Koordinatensystem

$\alpha$	Winkel, allgemein
$\alpha$	Fügewinkel
$\alpha$	Winkel der Belastungsrichtung
$\alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizient
$\alpha_1$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\alpha_2$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\alpha_3$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\beta$	Abkürzungsterm
$\beta$	Winkel, allgemein
$\gamma$	Schubverzerrung
$\gamma$	Winkel, allgemein
$\delta$	Einheitsmatrix
$\epsilon$	(klassischer) Verzerrungstensor
$\epsilon$	(Normal-) Dehnung
$\zeta$	Parameter zur Erfassung der endlichen Faserlänge
$\eta$	Effektivitätsfaktor
$\eta$	Scherviskosität
$\vartheta$	Temperatur
$\Lambda$	GREEN-LAGRANGEscher Verzerrungstensor
$\lambda$	Verstreckungsverhältnis ( $\lambda = l/l_0 = 1 + \epsilon$ )
$\mu$	Reibbeiwert
$\mu_1$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\mu_2$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\mu_3$	Materialkonstante (Ogden-Modell)
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\Pi$	Gesamtpotential

$\pi$	Kreiskonstante
$\rho$	Dichte
$\sigma$	CAUCHYscher oder EULERScher Spannungstensor
$\sigma$	(Normal-) Spannung
$\tau$	Schubspannung
$\phi$	Faserwinkel
$\phi$	Funktionsansatz
$\phi$	Glasgehalt (Volumenanteil)
$\dot{\phi}$	Wärmequellstrom
$\dot{\phi}$	Winkelgeschwindigkeit
$\phi_1$	Invariante (Kilian-Modell)
$\phi_m$	Materialkonstante (Kilian-Modell)
$\varphi$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$\Psi$	Rotation einer Strömung (vorticity, spin)
$\Psi$	dynamischer Verlustfaktor
$\Psi$	Wahrscheinlichkeitsdichte
$\psi$	Glasgehalt (Massenanteil)
$\Omega$	Gebiet
$\omega$	Kreisfrequenz

### Indices

c	CAUCHY
c	kritisch
e	Element
exp	experimentell
FT	Formteil
f	Faser
KF	Kurzfaser
LF	Langfaser
l	linear
i, j	Laufindices
k, l	Laufindices
m	Matrix
m	Mittelwert
mod	Modell
m, n	Laufindices
o, p	Laufindices
p	Partikel
p	PIOLA-KIRCHHOFF
th	thermisch
v	Volumen
W	Werkzeug
x	Komponente in x-Richtung
y	Komponente in y-Richtung
z	Komponente in z-Richtung
$\nu$	Laufindex



---

0	Bezug
1	Komponente in 1-Richtung
2	Komponente in 2-Richtung
3	Komponente in 3-Richtung
11	parallel zur Faserlängsachse bzw. Vorzugsrichtung
22	senkrecht zur Faserlängsachse bzw. Vorzugsrichtung

### Operatoren

det	Operator zur Bildung der Determinante einer Matrix
L	Operator zur Bildung der Ableitung der Formfunktion
sp	Operator zur Bildung der Spur einer Matrix
T	Operator zur Bildung der Transponierten einer Matrix
-1	Operator zur Bildung der Inversen einer Matrix
$\Delta$	Operator zur Bildung einer Differenz
$\delta$	Operator zur Bildung einer Differenz
$\delta$	Operator zur Bildung einer virtuellen Verschiebung
$\nabla$	Operator zur Bildung einer Ableitung (Gradient)
d	Operator zur Bildung einer Ableitung
$\partial$	Operator zur Bildung einer partiellen Ableitung
$\Sigma$	Operator zur Bildung einer Summe

**12. LITERATURVERZEICHNIS****Kapitel 1**

- /1.1/ Michaeli, W.  
Greif, H.  
Groth, S.                      Gemeinschafts-Trainingsprojekt als  
Strategie zur CAE-Einführung  
Kunststoffe 80 (1990), 12, S. 1318-1322
- /1.2/ Menges, G.  
Schleede, K.                      CAD/CAE in der Spritzgießtechnik -  
Ein Beispiel mit einem Haken  
CAE-Journal, 1988, 2, S. 84-89
- /1.3/ Salenbauch, H.                      Methoden für die CAD-Konstruktion und  
Auslegung von Kunststoffbauteilen  
Tagungshandbuch zum Frankfurter Kunststoff-  
symposium "Moderne Kunststofftechnik  
EDV-unterstützt", Frankfurt, 1989, S. 23-57
- /1.4/ Haack, W.                      Der Rechnereinsatz bei der Konstruktion  
von Spritzgußformteilen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1984  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8405
- /1.5/ Menges, G.  
Schleede, K.  
Mohr-Matuschek, U.                      Rechnerunterstützte Konstruktion von  
Kunststoffzahnradern  
ZWF, 82 (1987) 12, S. 672-675
- /1.6/ Schleede, K.                      Rechnerunterstützte Auslegung von  
Spritzgießteilen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8806
- /1.7/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U.                      Rechnerunterstützte Bauteilanalyse  
von Spritzgießformteilen  
Pro-In Report 1990, 3, S. 44-51
- /1.8/ N.N.                      3D-Workstations im Einsatz -  
Computerarchitektur für Ingenieure  
und Wissenschaftler  
Deckblatt, 1988, 12, S. 18-24
- /1.9/ Wilder, R.V.                      Computer Simulation Works - and  
Works Well - in the Real World  
Modern Plastics International,  
1989, 7, S. 26-29



- /1.10/ Womack, J.P.  
Jones, D.T.  
Roos, D. Die zweite Revolution in der Autoindustrie -  
Konsequenzen aus der weltweiten Studie des  
Massachusetts Institute of Technology  
Campus-Verlag, Frankfurt · New York, 1991
- /1.11/ Krause, F.-L. Wohin geht die CAD-Entwicklung?  
CAD · CAM · CIM, Sonderteil in Hanser-  
Fachzeitschriften, Dez. 1990, S. CA 260-262
- /1.12/ Baur, E. Rechnerunterstützte Werkstoffinformations-  
systeme für die Kunststofftechnik  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8807
- /1.13/ Brinkmann, Th. Werkstoffinformationssysteme für die  
Kunststoffindustrie  
Kunststoffe 80 (1990), 2, S. 247-252
- /1.14/ Königslehner, M. CAE-Einsatz in der Praxis - Entwicklung  
von Kunststoffformteil und Werkzeug  
Plastverarbeiter 40 (1989), 10, S. 53-60
- /1.15/ Michaeli, W.  
Lessenich-Henkys, V. Expertensystem zur Auswahl von Dicht-  
prinzipien  
Plastverarbeiter 41 (1990), 12, S. 42-47
- /1.16/ Michaeli, W.  
Lessenich-Henkys, V. Expertensysteme in der Formteilentwicklung  
Plastverarbeiter 42 (1991), 5, S. 58-54
- /1.17/ Michaeli, W.  
Grundmann, M.  
Pichler, F. PPS-Systeme im Spritzgießbetrieb:  
Ziele und Kosten  
Kunststoffe 81 (1991), 2, S. 112-118,  
Datenstruktur und Leistungsumfang  
Kunststoffe 81 (1991), 5, S. 411-414
- /1.18/ Anderl, R.  
Kläger, R. Grundlagen der CAD-Konstruktion von  
Kunststoffbauteilen  
Tagungshandbuch zum Frankfurter Kunst-  
stoffsymposium "Moderne Kunststoff-  
technik EDV-unterstützt", Frankfurt, 1989,  
S. 3-22
- /1.19/ Marczinski, G.  
Prengemann, U.  
Holland, M.  
Mittmann, B. Anwendungsorientierte Analyse des zu-  
künftigen Schnittstellenstandards STEP  
ZWF CIM 84 (1989), 8, S. 456-461
- /1.20/ Schlemper, K. Integration von CAD und FEM  
CAD/CAM 1987, 4, S. 98-102

- /1.21/ Altmann, O.  
Parr, O. Schmelzkerntechnik im Motorenbau  
Kunststoffe 81 (1991), 3, S. 179-191
- /1.22/ Weihrauch, K. Aktuelle Arbeitsgebiete der Anwendungstechnik  
Plastverarbeiter 40 (1989), 10, S. 128-134
- /1.23/ Rink, M.  
Breitenbach, J. Thermoplastische Kunststoffe für tragende  
Strukturen  
Kunststoffe 79 (1989), 11, S. 1217-1220
- /1.24/ Schelkle, E.  
Wandinger, H. Konstruieren mit nichtlinearer FE-Berechnung,  
Fahrzeugsitz mit integriertem Gurtsystem  
CAE-Journal, 1986, 4, S. 40-45
- /1.25/ N.N. FE-Pakete - stabil aber nicht stagnierend,  
eine Marktübersicht  
CAD-CAM Report, 1989, 11, S. 140-148
- /1.26/ Pawelzik, P. Auslegung und Optimierung eines Kühl-  
mittelpumpengehäuses aus Kunststoff mit  
der Methode der Finiten Elemente  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: V. Schroiff, U. Mohr-Matuschek,  
IKV-Archiv-Nr.: S 91135
- /1.27/ Schumacher, H. Geometrieoptimierung eines Industrie-  
leuchtengehäuses mit der Methode der  
Finiten Elemente (FEM)  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 90130
- /1.28/ Meyer zu Drewer, J. Erarbeitung eines Konstruktionsvorschlags  
zur Neukonzeption eines Kondensatorblocks  
aus Kunststoff  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 90136
- /1.29/ Roskothen, H.J. Untersuchungen zur Dimensionierung von  
Bauteilen aus Kunststoffen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1974  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7403
- /1.30/ Brintrup, H. Beitrag zum zeitabhängigen Verformungs-  
verhalten und zur Ribbildung orthotrop glas-  
faserverstärkter ungesättigter Polyesterharze  
unter ebener Normalbeanspruchung



- Dissertation an der RWTH Aachen, 1975  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7506
- /1.31/ Brüller, O.S. Theoretische Untersuchungen zum Kriechverhalten und Kriechversagen von Kunststoffen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1978  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7812
- /1.32/ Overath, A.F. Das Verhalten von Thermoplasten im Bereich kleiner Verformungen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1979  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7909
- /1.33/ Henkhaus, R. Das Verformungsverhalten ausgewählter Thermoplaste in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1980  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8009
- /1.34/ Knausenberger, R. Das mechanische Verhalten isotroper und anisotroper Werkstoffe mit nichtlinearen elastischen Eigenschaften  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1982  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8209
- /1.35/ Schmachtenberg, E. Die mechanischen Eigenschaften nichtlinear viskoelastischer Werkstoffe  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1985  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8604
- /1.36/ Weng, M. Werkstoffgerechte Bestimmung und Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Thermoplasten  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8808
- /1.37/ Lewen, B. Das nichtlinear viskoelastische Verhalten von Kunststoffen am Beispiel der Zeit-Temperatur-Verschiebung und der Querkontraktionszahl  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9111
- /1.38/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U. Approximation des Stoffverhaltens von Thermoplasten durch nichtlineare Materialgesetze unter Einsatz der FEM  
Bericht zum DFG-Forschungsvorhaben  
Az.: Schm-682/4-1, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: B 9021

- /1.39/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U.  
Fölster, Th.  
Lewen, B. Kunststoffgerechtes Konstruieren -  
Anwendung des Deformationsmodells  
in der Finite Elemente Analyse  
Kunststoffe 80 (1990), 3, S. 352-355
- /1.40/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U. Praxisgerechte Programme unter-  
stützen den Konstrukteur -  
Belastungsanalysen mit der FEM  
und verschiedenen Werkstoffmodellen  
15. IKV-Kolloquium, Aachen, Block 12  
15. März 1990, S. 382-389
- /1.41/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U. Material Models and Database Interface  
For Finite Element Analysis  
Plastics and Rubber, Processing and  
Applications 14 (1990), 3, S. 175-182
- /1.42/ Kötter, W. Simulation des Torsionsschwingverhaltens  
mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode unter  
Anwendung eines nichtlinear viskoelastischen  
Werkstoffbeschreibungmodells - dem Deforma-  
tionsmodell  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: B. Lewen, U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 8953
- /1.43/ Merz, P. Beurteilung nichtlinearer FE-Rechnungen mit  
dem Deformationsmodell anhand ausgewählter  
einfacher Beispiele für verschiedene Materialien  
und Belastungsformen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 90135
- /1.44/ Heucher, F. Kritische Überprüfung und Optimierung eines  
Algorithmus zur Simulation des nichtlinearen  
Materialverhaltens von thermoplastischen Kunst-  
stoffen in der Strukturanalyse  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9079
- /1.45/ Wegener, W. Implementierung eines nichtlinear-visko-  
elastischen Werkstoffmodells in ein Computer-  
programm zur Simulation des Materialverhal-  
tens unter eindimensionaler Beanspruchung  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 9148



- /1.46/ Schlegel, B. Simulation des nichtlinearen Materialverhaltens von thermoplastischen Kunststoffen unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 91118
- /1.47/ Treloar, L.R.G. The Physics of Rubber Elasticity  
Clarendon Press, Oxford, 1975
- /1.48/ Hempel, J. Anforderungen und Anwendungen elastomerer Werkstoffe bei Einsatz unter erhöhtem Temperatureinfluß  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42 (1989), 4, S. 313-317
- /1.49/ Menges, G.  
Geisbüsch, P. Die Glasfaserorientierung und ihr Einfluß auf die mechanischen Eigenschaften thermoplastischer Spritzgießteile - Eine Abschätzmethode  
Colloid & Polymer Science 260 (1982), S. 73-81
- /1.50/ Wölfel, U. Verarbeitung faserverstärkter Formmassen im Spritzgießprozeß  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1987  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8803
- /1.51/ Darlington, M.W.  
McGinley, P.L.  
Smith, G.R. Structure and Anisotropy of Stiffness in Glass Fibre-Reinforced Thermoplastics  
Journal of Mat. Science 11 (1976), S. 877-886
- /1.52/ Michaeli, W.  
Galuschka, St.  
Ott, St. Untersuchungen von Verfahren zur Steigerung der Bindenahtfestigkeit spritzgegossener Formteile  
Bericht zum AIF-Forschungsvorhaben  
Az.: 7723, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: B 9107
- /1.53/ Boveleth, H. Berücksichtigung der mechanischen Eigenschaften von Bindnähten in der Strukturanalyse von Thermoplastbauteilen mit der Methode der Finiten Elemente  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9138
- /1.54/ Bardenheier, R. Mechanisches Versagen von Polymerwerkstoffen  
Hanser Verlag, München · Wien, 1982
- /1.55/ Menges, G. Vorschlag zur Berechnung von stoßbeanspruchten Bauteilen

- Vortrag anl. der Sitzung der Fachbeiratsgruppe  
"Prüftechnik und Konstruktion", Aachen, 1978
- /1.56/ Menges, G.  
Boden, H.-E. Deformation and Failure of Thermoplastics  
on Impact  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), San Francisco, 1982, S. 7-8
- /1.57/ Boden, H.-E. Das mechanische Verhalten von Thermoplasten  
bei stoßartiger Belastung  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1983  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8306
- /1.58/ Rest, H. Berechnung der Mindeststoßfestigkeit  
von Kunststoffbauteilen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1984  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8505
- /1.59/ Quentin, H. Statistische Versuchsmethodik  
QZ 34 (1989), 5, S. 229-232

## Kapitel 2

- /2.1/ Cross, H. Analysis of Continous Frames by Distribu-  
ting Fixed-End Moments  
Trans. ASCE 96 (1932), S. 1-10
- /2.2/ Ritz, W. Über eine neue Methode zur Lösung gewisser  
Variationsprobleme der mathematischen Physik  
Reine Angew. Mathematik 135 (1909), S. 1-61
- /2.3/ Galerkin, B.G. Series Solution of some Problems of Elastic  
Equilibrium of Rods and Plates (russ.)  
Vestn. Inzh. Tech. 19 (1915), S. 897-908
- /2.4/ Newmark, N.M. Numerical Methods of Analysis in Engineering  
MacMillan, 1949
- /2.5/ Clough, R.W. The Finite Element in Plane Stress Analysis  
Proc. 2nd ASCE. Conf. on Electronic  
Computation, Pittsburgh, 1960
- /2.6/ Argyris, J.H. Energy Theorems and Structural Analysis  
Butterworth, 1960



- /2.7/ Zienkiewicz, O.C. Methode der finiten Elemente  
Hanser Verlag, München • Wien, 1984
- /2.8/ Gallagher, R.H. Finite-Element-Analysis  
Springer Verlag, Berlin • Heidelberg •  
New York, 1976
- /2.9/ Bathe, K.-J. Finite-Elemente-Methoden  
Springer Verlag, Berlin • Heidelberg •  
New York • Tokyo, 1986
- /2.10/ Irons, B.M. Techniques of Finite Elements  
Ahmad, S. John Wily & Sons, New York • Chichester •  
Brisbane • Toronto, 1986
- /2.11/ Masberg, U. Der Einsatz der Methode der finiten  
Elemente zur Auslegung von Extrusions-  
werkzeugen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1981  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8112
- /2.12/ Schwenzer, C.H.F. Finite Elemente Methode zur Berechnung  
von Mono- und Coextrusionsströmungen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8812
- /2.13/ Schriever, Th. Zur nichtlinearen Finite-Element-Analyse  
des Verformungsverhaltens von Fahrzeuglängs-  
trägern mit gezielt eingebrachten geometri-  
schen Imperfektionen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1989
- /2.14/ Kalwa, M. Anwendungen der Finite Elemente Methode  
zur Simulation von Wärmetransportvorgängen  
in der Kunststoffverarbeitung  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9101
- /2.15/ Specker, O. Pressen von SMC: Computersimulationen  
zur rechnerunterstützten Auslegung des  
Prozesses und zur Ermittlung der Bau-  
teileigenschaften  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9104
- /2.16/ Michaeli, W. Evaluation of Mechanical Loading of a  
Reul, H.; Rau, G. Trileaflet Polyurethane Blood Pump  
Rechlin, M. Valve by Finite Element Analysis

- Knierbein, B.  
Mohr-Matuschek, U. International Journal of Artificial  
Organs 13 (1990), 5, S. 307-315
- /2.17/ Tulke, A. Photographische Ermittlung des Bewegungs-  
ablaufes einer Blutpumpenmembran und Berech-  
nung der Belastungsgrößen mit Hilfe der Methode  
der Finiten Elemente  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S. 8911
- /2.18/ Rechlin, M. Ermittlung der Belastungsgrößen der Segel  
eines Blutpumpenventils mit der Methode  
der Finiten Elemente  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 8915
- /2.19/ Bronstein, I.N.  
Semendjajew, K.A.  
Grosche, G. (Hrsg.)  
Ziegler, V. (Hrsg.) Taschenbuch der Mathematik  
Verlag Harri Deutsch,  
Thun · Frankfurt, 1981
- /2.20/ Irons, B.M. A Frontal Solution Program for  
Finite Element Analysis  
International Journal for Numeric  
Methods in Engineering 2 (1970), S. 5-32
- /2.21/ Jeltsch, R. Numerische Mathematik für Ingenieure  
Vorlesungsskriptum, RWTH Aachen, 1985
- /2.22/ Marotzke, Ch. Untersuchung von Werkstoffgesetzen  
für Elastomere und Lösung von damit  
zusammenhängenden Randwertproblemen  
der nichtlinearen finiten Elastizitätstheorie  
mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente  
Dissertation an der TU Berlin, 1983
- /2.23/ Stricklin, J.A.  
Haisler, W.E. Survey of Solution Procedures for Non-  
linear Static and Dynamic Analyses  
Proc. Intern. Conf. Vehicle Structural  
Mechanism: Finite Element Application  
to Vehicle Design, Society of Automo-  
tive Engineers, New York, 1974, S. 1-17
- /2.24/ Müller, G. Lineare und nichtlineare Berechnung  
von Kunststoffteilen und Strukturen  
Tagungshandbuch zum Frankfurter Kunst-  
stoffsymposium "Moderne Kunststofftechnik  
EDV-unterstützt", Frankfurt, 1989, S. 132-189



- /2.25/ von Mises, R.                    Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen  
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 8 (1928), 3, S. 161-185
- /2.26/ Hill, R.                        The Mathematical Theory of Plasticity  
Clarendon Press, Oxford, 1967
- /2.27/ Bathe, K.J.                        Die Finite-Elemente-Methode für Computer-Aided-Engineering: Allgemeine Anwendungsmöglichkeiten, laufende Entwicklungen und Aussichten  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress, Baden-Baden, 1989, S. 13-33
- /2.28/ Sauer, H.-J.                       Von der Idee zum Produkt  
KEM, 1991, 6, S. 30-31
- /2.29/ Maßmann, J.                       Integrierte Verfahrenskette für FEM/FD-Berechnungen mit dem CAD/CAM-System EUCLID  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress, Baden-Baden, 1984, S. 23-40
- /2.30/ Groth, P.                         FEDIS-Standardisierungsvorschlag und Softwareinterface für FEM-Systeme  
CAE-Journal, 1986, 6, S. 41-43
- /2.31/ Sabeur, M.                        Adaptive Netzverfeinerung zur Automatisierung von Berechnungen  
Sonderdruck aus CAD-CAM Report H.11, 1988
- /2.32/ Weiß, E.  
Krieg, U.                         Beurteilung des Aussagegehaltes von Finite-Elemente-Festigkeitsberechnungen  
Maschinenbautechnik, Berlin, 38 (1989), 5  
S. 212-216
- /2.33/ Bartels, M.  
Ruschlau, B.                       PROBE, Neue p-Version der Finite-Elemente-Methode  
Automobiltechnische Zeitschrift 92 (1990), 9,  
S. 496-511
- /2.34/ Fleury, C.                        A New Capability for Structural Optimization within Permas  
Proceedings of Finite Elements in Engineering Applications, Strasbourg, 1990
- /2.35/ Warnecke, H.-J.  
Frankenhauser, B.                   FEM als Planungshilfe für Roboter-Montagestationen für biegeschlaffe Teile  
CAE-Journal, 1987, 3, S. 50-59

- /2.36/ N.N. ABAQUS User Manual, Version 4.8  
Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc.,  
Rhode Island, 1989
- /2.37/ N.N. I-DEAS Finite Element Modeling  
Users's Guide, Level 5.0  
Structural Dynamics Research Corporation,  
Milford, Ohio, 1990
- /2.38/ N.N. I-DEAS Solid Modeling  
User's Guide, Level 5.0  
Structural Dynamics Research Corporation,  
Milford, Ohio, 1990

### Kapitel 3

- /3.1/ Michaeli, W.  
Wegener, M.  
et al. Einführung in die Technologie der  
der Faserverbundwerkstoffe  
Hanser Verlag, München · Wien, 1989
- /3.2/ Menges, G.  
Brintrup, H.  
Batzer, H. (Hrg.) Polymere Werkstoffe  
Band III, Technologie 2  
Kapitel 4, Verbundwerkstoffe, Sonderdruck  
Thieme Verlag, Stuttgart · New York, 1984
- /3.3/ Michaeli, W. Kunststoffverarbeitung III  
Vorlesungsskriptum, RWTH Aachen, 1990
- /3.4/ Bartz, W.J. (Hrg.) Glasfaserverstärkte Kunststoffe  
Ehrenstein G.W. et al. Expert Verlag, Grafenau, 1981
- /3.5/ Christensen, R.M. Mechanics of Composite Materials  
John Wiley & Sons, New York · Chichester ·  
Brisbane · Toronto, 1979
- /3.6/ Clegg, D.W.  
Collyer, A.A.  
et al. Mechanical Properties of Reinforced  
Thermoplastics  
Elsevier Applied Science Publ.,  
London · New York, 1986
- /3.7/ Folkes, M.J. Short Fibre Reinforced Thermoplastics  
Research Studies Press, Uxbridge, 1982
- /3.8/ Domininghaus, H. Technische Kunststoffe  
Kunststoffe 80 (1990), 2, S. 255-258



- /3.9/ Thieltges, H.P. Faserschädigung beim Spritzgießen verstärkter Kunststoffe  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9202
- /3.10/ Jahn, J. Der Einfluß der Formteilgestaltung auf die Formteileigenschaften thermoplastischer Spritzgußbauteile  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1983  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8307
- /3.11/ Weber, A.  
Wilhelm, W. Anisotropie als Prinzip bei der Entwicklung neuer Kunststoffe und bei der Konstruktion von Bauteilen  
Kunststoffe 79 (1989), 11, S. 1222-1227
- /3.12/ Dittmar, H.  
Wahl, L.  
Brentrup, K.  
Molitor, C. Orientierungen in langfaserverstärkten Verbundwerkstoffen gezielt erzeugen  
Kunststoffe 80 (1990), 5, S. 563-571
- /3.13/ Nachtigall, W. Phantasie der Schöpfung  
Hoffmann & Campe Verlag, Hamburg, 1974
- /3.14/ Menges, G.  
Wölfel, U. Faserorientierung kurzglasfaserverstärkter Spritzgießteile  
Kunststoffe-Plastics, 1985, 5, S. 31-34
- /3.15/ Leuchter, H. Einfluß der Verarbeitungsbedingungen auf die Orientierung von Füllstoffen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1978  
Betreuer: P. Geisbüsch  
IKV-Archiv-Nr.: D 7839
- /3.16/ Mayska, K. Abhängigkeit der Faserorientierung von den Spritzbedingungen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1980  
Betreuer: P. Geisbüsch  
IKV-Archiv-Nr.: S 8049
- /3.17/ Hanten, R. Ermittlung der Faserorientierung an komplexen Spritzgußteilen aus glasfaserverstärkten teilkristallinen Thermoplasten  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1983  
Betreuer: J. Jahn  
IKV-Archiv-Nr.: S 8352
- /3.18/ Hegler, R.P. Faserorientierung beim Verarbeiten kurzglasfaserverstärkter Thermoplaste  
Kunststoffe 74 (1984), 5, S. 271-277

- /3.19/ Bayer, R.K.  
Ehrenstein, G. Einfluß der Verarbeitung auf die mechanischen Eigenschaften von spritzgegossenem GF-PA  
Plastverarbeiter 32 (1981), 10, S. 1387-1392
- /3.20/ Bright, P.F.  
Crowson, R.J.  
Folkes, M.J. A Study of the Effect of Injection Speed on Fibre Orientation in Simple Mouldings of Short Glass Fibre-Filled Polypropylen  
Journal of Material Science 13 (1978), S. 2497-2506
- /3.21/ Kaliske, G.  
Meyer, F. Glasfaseranordnung in spritzgegossenen Rechteckstäben aus glasfaserverstärktem Polyamid 6  
Plaste und Kautschuk 29 (1982), 7, S. 421-423
- /3.22/ Salewski, J. Experimentelle und numerische Untersuchungen an kurzglasfaserverstärkten Spritzgießbauteilen zur Ermittlung der Hauptfaserorientierungen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9056
- /3.23/ Oltmanns, P. Vergleich zwischen experimentell und durch Simulation bestimmten Orientierungen in kurzfaserverstärkten thermoplastischen Spritzgießbauteilen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 9170
- /3.24/ Schürmann, E. Abschätzmethode für die Auslegung von Spritzgießwerkzeugen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1979  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7908
- /3.25/ Menges, G.  
Lichius, U.  
Bangert, H. Eine einfache Methode zur Vorausbestimmung des Fließfrontverlaufs beim Spritzgießen von Thermoplasten  
Plastverarbeiter 31 (1980), 11, S. 671-676
- /3.26/ Bangert, H. Systematische Konstruktion von Spritzgießwerkzeugen und Rechnereinsatz  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1981  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8106
- /3.27/ Menges, G.  
Schacht, Th.  
Storzer, A. 3D-Füllsimulation auf dem Bildschirm  
Plastverarbeiter 36 (1985) 2, S. 14-21



- /3.28/ Aengenheyster, G. Entwicklung eines Simulationsprogrammes zur Vorausberechnung der Hauptorientierungsrichtungen bei kurzglasfaserverstärkten Spritzgießbauteilen unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek, St. Ott  
IKV-Archiv-Nr.: S 89111
- /3.29/ Osswald, T.A. Numerical Methods for Compression Mold Filling Simulation  
Ph.D. Thesis, Mech. Engr.  
University of Illinois at Urbana-Champaign, 1987
- /3.30/ Filz, P. Neue Entwicklungen für die Simulation des Spritzgießprozesses von Thermoplasten  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8901
- /3.31/ Ott, St. Mechanische Auslegung spritzgegossener Bauteile aus flüsigkristallinen Kunststoffen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9115
- /3.32/ N.N. CADMOULD-3D-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV), Aachen, 1991
- /3.33/ N.N. CADMOULD-MEFISTO-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV), Aachen, 1991
- /3.34/ N.N. CADMOULD-MEFIBO-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV), Aachen, 1991
- /3.35/ Altan, M.C.  
Subbiah, S.  
Güçeri, S.I.  
Pipes, R.B. Numerical Prediction of Three-Dimensional Fiber Orientation in Hele-Shaw Flows  
Polymer Engineering and Science 30 (1990), 14, S. 848-859
- /3.36/ Hilger, H. Rechnerische Ermittlung der Faserorientierung  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1985  
Betreuer: U. Wölfel  
IKV-Archiv-Nr.: S 8531
- /3.37/ Wagner, A. Rechnerische Ermittlung von Faserorientierungen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1987  
Betreuer: U. Wölfel  
IKV-Archiv-Nr.: S 8721

- /3.38/ Wanders, M. Berücksichtigung der Faserdrehung bei der Berechnung der Faserorientierungen in den Randschichten von kurzglasfaserverstärkten Thermoplastformteilen  
unveröffentlichte Arbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek
- /3.39/ Jeffery, G.B. The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid  
Proc. Royal Soc., Ser. A, 102 (1923), S. 161-179
- /3.40/ Givler, R.C.  
Crochet, M.C.  
Pipes, R.B. Numerical Prediction of Fiber Orientation in Dilute Suspensions  
Journal of Composite Materials 17 (1983), 6, S. 330-343
- /3.41/ Goldsmith, H.L.  
Mason, S.G. The Microrheology of Suspensions in Rheology, Theory and Applications  
Academic Press, New York · London, 1967
- /3.42/ Ruhsert, K. Geschlossene Lösung für die Ableitungen zweiten Grades der mit einer FEM-Rechnung gewonnenen ortsdiskreten Drücke  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: T.A. Osswald, O. Specker  
IKV-Archiv-Nr.: S 8921
- /3.43/ Michaeli, W.  
Galuschka, St.  
Ott, St. Untersuchungen von Verfahren zur Steigerung der Bindenahtfestigkeit spritzgegossener Formteile  
Bericht zum AIF-Forschungsvorhaben Az.: 7723, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: B 9107
- /3.44/ Brünings, W.-D.  
Hauck, Ch.  
Müller, D. Entwicklung von Kfz-Pedalen aus glasfaserverstärktem Polyamid  
Kunststoffe 79 (1989), 3, S. 251-255
- /3.45/ Brünings, W.-D.  
Hauck, Ch.  
Müller, D. Untersuchungen an Prototypen von Kfz-Pedalen aus glasfaserverstärktem Polyamid  
Kunststoffe 79 (1989), 5, S. 448-451
- /3.46/ Baumann, H.-U. Kupplungspedal aus glasfaserverstärktem Polyamid  
Kunststoffe 81 (1991), 3, S. 240-242
- /3.47/ Hansmann, J.  
Bartczak, A. Kupplungs- und Bremspedale aus Kunststoff  
Kunststoffe 81 (1991), 6, S. 525-529



- /3.48/ Folgar, F.  
Tucker, Ch.L. Orientation Behaviour of Fibers in Concentrated Suspensions  
Journal of Reinforced Plastics and Composites 3 (1984), 4, S. 98-119
- /3.49/ Jackson, W.C.  
Advani, S.G.  
Tucker, Ch.L. Predicting the Orientation of Short Fibers in Thin Compression Moldings  
Journal of Composite Materials 20 (1986), S. 539-557
- /3.50/ Advani, S.G.  
Tucker, Ch.L. A Tensor Description of Fiber Orientation in Short Fiber Composites  
Society of Plastics Engineers, Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Washington, 1985, S. 1113-1118
- /3.51/ Advani, S.G.  
Tucker, Ch.L. The Use of Tensors to Describe and Predict Orientation in Short Fiber Composites  
Journal of Rheology 31 (1987), 8, S. 751-784
- /3.52/ Leal, L.G.  
Hinch, E.J. The Effect of Weak Brownian Motion on Particles in Shear Flow  
Journal of Fluid Mechanics 46 (1971), 4, S. 685-703
- /3.53/ Michaeli, W.  
Osswald, T.A.  
Specker, O. Methoden zur Vorausberechnung der Faserorientierung beim Pressen von SMC mit geschnittenen Glasfasern  
Bericht zum Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Automobiltechnik, Arbeitskreis Leichtbau, 1988  
IKV-Archiv-Nr.: n.v.
- /3.54/ Specker, O. Pressen von SMC: Computersimulationen zur rechnerischen Auslegung des Prozesses und zur Ermittlung der Bauteileigenschaften  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9104
- /3.55/ Matsuoka, T.  
Takabatake, J.  
Inoue, Y.  
Takahashi, H. Prediction of Fibre Orientation in Injection Molded Parts of Short-Fiber-Reinforced Thermoplastics  
Polymer Engineering and Science 30 (1990), 16, S. 957-966
- /3.56/ Friedl, C.  
Brouwer, R. Fiber Orientation Prediction  
Society of Plastics Engineers  
Proceedings of Annual Technical Conference,

- (ANTEC), Montreal, 1991, S. 326-329
- /3.57/ Tanguy, Ph.A.  
Fortin, A.  
Bertran, F. A 3-D Finite Element Model for Polymer Melt Flow  
Advances in Polymer Technology 8 (1988), 2, S. 99-113
- /3.58/ Kamal, M.R.  
Mutel, A.T. The Prediction of Flow and Orientation Behaviour of Short Fiber Reinforced Melts in Simple Flow Systems  
Polymer Composites 10 (1989), 5, S. 337-343
- /3.59/ Phan-Thien, N.  
Graham, A.L. A New Constitutive Model for Fibre Suspensions: Flow Past a Sphere  
Rheologica Acta 30 (1991), S. 44-57
- /3.60/ Hirsch, A.E. Applied Fiber Orientation Prediction In Injection Molding  
Society of Plastics Engineers, Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Los Angeles, 1987, S. 297-299
- /3.61/ Eduljee, R.F.  
Gillespie, J.W. Analytical Solutions for Fiber Orientation in 2-D Flows of Dilute Suspensions  
Polymer Composites, 11 (1990), 2, S. 56-64
- /3.62/ Shanker, R.  
Gillespie, J.R.  
Güçeri, S.I. On the Effect of Nonhomogeneous Flow Fields on the Orientation Distribution and Rheology of Fiber Suspensions  
Polymer Engineering and Science 31 (1991), 3, S. 161-171

#### **Kapitel 4**

- /4.1/ Holister, G.S.  
Thomas, C. Fibre Reinforced Materials  
Elsevier, Amsterdam · London · New York, 1966
- /4.2/ Zhang, W.-C.  
Evans, K.E. An Analytical Model for the Elastic Properties of Fibrous Composites with Anisotropic Constituents  
Composites Science and Technology 38 (1990), S. 229-246
- /4.3/ Ashton, J.E.  
Halpin, J.C.  
Petit, P.H. Primer on Composite Materials: Analysis  
Technomic Publishing, Stamford, 1969



- /4.4/ Krenchel, H.                      Fibre Reinforcement  
Akademisk Forlag, Copenhagen, 1964
- /4.5/ Cox, H.L.                            The Elasticity and Strength of Paper  
and Other Fibrous Materials  
British Journal of Applied Physics 3  
(1952), S. 73-79
- /4.6/ Hashin, Z.  
Rosen, B.W.                            The Elastic Moduli of Fibre-  
Reinforced Materials  
Journal of Applied Mechanics  
1964, 6, S. 223-232
- /4.7/ Hill, R.                                Theory of Mechanical Properties of  
Fibre-Strengthened Materials  
Part I: Elastic Behaviour  
Journal of Mechanics & Physics of Solids  
12 (1964), S. 199-212
- /4.8/ Hill, R.                                Theory of Mechanical Properties of  
Fibre-Strengthened Materials  
Part III: Self-Consistent Model  
Journal of Mechanics & Physics of Solids  
13 (1965), S. 189-198
- /4.9/ Hill, R.                                A Self-Consistent Mechanics of Composite  
Materials  
Journal of Mechanics & Physics of Solids  
13 (1965), S. 213-222
- /4.10/ Hermans, J.J.                      The Elastic Properties of Fibre Reinforced  
Materials when the Fibers are Aligned  
Koninkl. Nederl. Akademie Van Wetenschappen,  
Amsterdam, Proc., Series B 70, 1. (1967), S. 1-9
- /4.11/ Pfefferkorn, W.                      Zur Vorausberechnung des Elastizitätsmoduls  
kurzfaserverstärkter elastischer Stoffe  
I: Theoretische Grundlagen und ihre Auswertung  
Plaste und Kautschuk 21 (1974), 5, S. 368-371
- /4.12/ Halpin, J.C.  
Kardos, J.L.                            The Halpin-Tsai Equations: A Review  
Polymer Engineering and Science 16  
(1976), 5, S. 344-352
- /4.13/ Jones, R.M.                            Mechanics of Composite Materials  
Scripta Book Company, Washington, 1975
- /4.14/ Argawal, B.D.  
Broutman, L.J.                            Analysis and Performance of Fiber Composites  
John Wiley & Sons, New York · Chichester ·  
Brisbane · Toronto, 1980

- /4.15/ Schwarz, P. Der Einfluß der Faserorientierung auf das elastische Verhalten, die Wärmeausdehnung und den thermischen Verzug bei kurzfaserverstärkten Kunststoffen  
Tagungshandbuch zum 12. Stuttgarter Kunststoffkolloquium, 1991, S. 5.4/1 - 5.4/12
- /4.16/ Ramsteiner, F. Elastic Behaviour of Unidirectional Short Fibre-Reinforced Thermoplastics  
Composites, 1981, 1, S. 65-71
- /4.17/ Tsai, St.W.  
Hahn, H.Th. Introduction to Composite Materials  
Technomic Publ., Westport, 1980
- /4.18/ Darlington, M.W.  
Gladwell, B.K.  
Smith, G.R. Structure and Mechanical Properties in Injection Moulded Discs of Glass Fibre Reinforced Polypropylene  
Polymer 18 (1977), 12, S. 1269-1274
- /4.19/ Abrate, S. The Mechanics of Short-Fiber-Reinforced Composites: A Review  
Rubber Chemistry and Technology 59 (1985), S. 384-404
- /4.20/ Schapery, R.A. Thermal Expansion Coefficients of Composites Based on Energy Principles  
Journal of Composite Materials 2 (1968), 3, S. 380-404
- /4.21/ Schneider, W. Wärmeausdehnungskoeffizienten und Wärmespannungen von Glasfaser/Kunststoff-Verbunden aus unidirektionalen Schichten  
Kunststoffe 61 (1971), 4, S. 273-277
- /4.22/ Halpin, J.C. Stiffness and Expansion Estimates for Oriented Short Fiber Composites  
Journal of Composites Materials 3 (1969), S. 732-734
- /4.23/ Marom, G.  
Weinberg, A. The Effect of Fibre Critical Length on the Thermal Expansion of Composite Materials  
Journal of Material Science 10 (1975), S. 1005-1010
- /4.24/ Kaliske, G.  
Hiep, A. Berechnung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten von plattenförmigen Formteilen aus kurzglasfaserverstärktem Polyamid  
Plaste und Kautschuk 32 (1985), 6, S. 224-226



- /4.25/ Fischer, G  
Eyerer, P. Fiber Orientation and Thermal Expansion of Short Fiber Reinforced Thermoplastics  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), Boston, 1986, S. 532-538
- /4.26/ Yalvac, S.  
Tatistcheff, E.M. An Analytical Model for Estimating the Coefficient of Thermal Expansion of Random Fiber Reinforced Composites  
Society of Plastics Industry, Composites Institute, Annual Conference, 1987, S. 14-C/1-6
- /4.27/ Knappe, W.  
Ott, H.-J.  
Wagner, G. Berechnung und Messung der Wärmeleitfähigkeit von glasfaserverstärkten Kunststoffen  
Kunststoffe 68 (1978), 7, S. 426-428
- /4.28/ Shah, K.  
Orroth, S.  
McCarthy, S.P. Effect of Glass Fibre Orientation on the Thermal Diffusivity and Thermal Conductivity of Polymer Melts  
Society of Plastics Industry, Composites Institute, Annual Conference, 1990, S. 565-568
- /4.29/ Grove, S.M. A Model of Transverse Thermal Conductivity in Unidirectional Fibre-Reinforced Composites  
Composites Science and Technology 38 (1990), S. 199-209
- /4.30/ Menges, G. Werkstoffkunde der Kunststoffe  
Hanser, München · Wien, 1990
- /4.31/ Ehrenstein, G.W. Glasfaserverstärkte thermoplastische Kunststoffe - Grenzen und Anwendungsmöglichkeiten  
Kunststoffe 60 (1970), 12, S. 917-924
- /4.32/ Mohr-Matuschek, U. Vorausberechnung mechanischer Kennwerte von spritzgegossenen kurzglasfaserverstärkten Bauteilen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1987  
Betreuer: U. Wölfel  
IKV-Archiv-Nr.: D 8744
- /4.33/ Sachs, L. Angewandte Statistik  
Springer Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 1980
- /4.34/ Hörig, H. Anwendung der Elastizitätstheorie anisotroper Körper auf Messungen an Holz  
Ingenieur-Archiv 6 (1935), S. 8-14

- /4.35/ Keylwerth, R. Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer  
VDI-Forschungsheft 430,  
VDI-Verlag, Düsseldorf, 1951, S. 1-40
- /4.36/ Puck, A. Zur Beanspruchung und Verformung von GFK-Mehrschichtverbund-Bauelementen  
Teil I: Grundlagen der Spannungs- und Verformungsanalyse  
Kunststoffe 57 (1967), 4, S. 284-293
- /4.37/ Halpin, J.C.  
Pagano, N.J. The Laminate Approximation for Randomly Oriented Fibrous Materials  
Journal of Composites Materials 3 (1969), S. 720-734
- /4.38/ Klingbeil, E. Tensorrechnung für Ingenieure  
Bibliographisches Institut, Mannheim, 1966
- /4.39/ Betten, J. Elementare Tensorrechnung für Ingenieure  
Vieweg Verlag, Braunschweig, 1985
- /4.40/ Betten, J. Elastizitäts- und Plastizitätslehre  
Vieweg Verlag, Braunschweig · Wiesbaden, 1985
- /4.41/ Timoshenko, S.  
Gordier, J.N. Theory of Elasticity  
McGraw-Hill, New York · Toronto · London, 1951
- /4.42/ N.N. CADFORM-ANIMAT-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV), Aachen, 1991
- /4.43/ Kühn, M. Mechanische Analyse kurzglasfaserverstärkter Thermoplastspritzgießformteile mit der Finite-Elemente-Methode  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9078
- /4.44/ Korte, W. Anisotrope Wärmeausdehnung bei kurzglasfaserverstärkten thermoplastischen Kunststoffen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9153
- /4.45/ Setz, J. Entwicklung eines anisotropen Materialmodells für glasfaserverstärkte thermoplastische Werkstoffe unter Berücksichtigung der nichtlinear



viskoelastischen Eigenschaften  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9149

### Kapitel 5

- /5.1/ Menges, G.  
Mohren, P. Anleitung für den Bau von Spritzgießwerkzeugen  
Hanser Verlag, München · Wien, 1991
- /5.2/ Stitz, S. Analyse der Formteilbildung beim Spritzgießen von Plastomeren  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1973  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7307
- /5.3/ Geyer, H.  
Gemmer, H.  
Strelow, H. Qualitätsformteile aus thermoplastischen Kunststoffen  
VDI-Verlag, Düsseldorf, 1974
- /5.4/ Hoven-Nievelstein, W.B. Die Verarbeitungsschwindung thermoplastischer Formmassen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1984  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8402
- /5.5/ N.N. DIN 16901  
Kunststoff-Formteile,  
Toleranzen und Abnahmebedingungen für Längenmaße  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, November 1982
- /5.6/ Gilmore, G.D.  
Spencer, R.S. Role of Pressure, Temperature and Time In the Injection Molding Process,  
Modern Plastics, 1950, 4, S. 143-150,  
S. 218-228
- /5.7/ Wübken, G. Einfluß der Verarbeitungsbedingungen auf die innere Struktur thermoplastischer Spritzgußteile unter besonderer Berücksichtigung der Abkühlverhältnisse  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1974  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7402
- /5.8/ Dierkes, A. Berechnung von Eigenspannungsprofilen und des Fertigungsverzuges extrudierter

- Tafeln aus thermoplastischen Kunststoffen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1980  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8005
- /5.9/ Menges, G.  
Schmidt, J. Berechnung von Eigenspannungs- und Schwindungsverläufen in extrudierten Profilen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente  
Bericht zum DFG-Forschungsvorhaben  
Az.: ME-272/174-1, 1984  
IKV-Archiv-Nr.: B 8445
- /5.10/ Geisbüsch, P. Ansätze zur Schwindungsberechnung ungefüllter und mineralisch gefüllter Thermoplaste  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1980  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8010
- /5.11/ Backhaus, J. Gezielte Qualitätsvorhersage bei thermoplastischen Spritzgußteilen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1985  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8503
- /5.12/ Menges, G.  
Backhaus, J. Berechnung von Eigenspannungen in Spritzgußbauteilen  
Bericht zum DFG-Forschungsvorhaben  
Az.: ME-272/151-1, 1984  
IKV-Archiv-Nr.: B 8419
- /5.13/ Schmidt, Th.W. Zur Abschätzung der Schwindung  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1986  
IKV-Archiv-Nr.: DS 8705
- /5.14/ Zipp, Th. Erfahrungsanalyse zur Ermittlung des notwendigen Werkzeugübermaßes beim Spritzgießen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1985  
Betreuer: Th.W. Schmidt  
IKV-Archiv-Nr.: S 8503
- /5.15/ Ries, H. Berechnung von Eigenspannungen in Spritzgußteilen  
Bericht zum DFG-Forschungsvorhaben  
Az.: FA 4550, 1986  
IKV-Archiv-Nr.: B 8603
- /5.16/ Pötsch, G. Prozeßsimulation zur Abschätzung von Schwindung und Verzug thermoplastischer Spritzgußteile  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9113



- /5.17/ Michaeli, W.  
Pötsch, G. Schwindungsverhalten von Spritzgießteilen  
Abschätzung durch Simulation der Nachdruck-  
phase  
Plastverarbeiter 40 (1989), 5, S. 110-116
- /5.18/ Michaeli, W.  
Pötsch, G. The Prediction of Linear Shrinkage and  
Warpage for Thermoplastic Injection Mouldings  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), Dallas, 1990, S. 355-375
- /5.19/ Terwyen, H. Analyse des Schwindungs- und Verzugs-  
verhaltens thermoplastischer Spritzguß-  
teile mittels thermomechanischer Rechnung  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: G. Pötsch  
IKV-Archiv-Nr.: D 8909
- /5.20/ Wisinger, G. Berechnung des Schwindungs- und Verzugs-  
verhaltens thermoplastischer Spritzgießteile  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: G. Pötsch  
IKV-Archiv-Nr.: S 9039
- /5.21/ Eckenberger, J. Untersuchung des Verzugsverhaltens  
thermoplastischer Spritzgießteile  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: G. Pötsch  
IKV-Archiv-Nr.: D 9004
- /5.22/ Vent, A. Berechnung der Schwindung von Spritzguß-  
teilen mit Hilfe des FEM-Berechnungs-  
programms ABAQUS  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1987  
Betreuer: K. Schleede, G. Pötsch  
IKV-Archiv-Nr.: D 8712
- /5.23/ Osswald, T.A.  
Michaeli, W.  
Specker, O. Berechnung von Schwindung und Verzug  
für SMC- und GMT-Formteile  
Tagungshandbuch der 22. AVK-Tagung,  
Mainz, 1989, S. 20/2 - 20/10
- /5.24/ Michaeli, W.  
Specker, O.  
Osswald, T.A. Simulation of Compression Molding and  
Part Performance - An Integrated CAE-  
Approach  
Society of Plastics Industry, Composites  
Institute, Annual Conference, 1990,  
S. 11-C/1 - 11-C/10

- /5.25/ Spiriadis, I. Berechnung der Schwindung und des Verzugs von SMC- und GMT-Preßteilen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1988  
Betreuer: T.A. Osswald, O. Specker  
IKV-Archiv-Nr.: D 8862
- /5.26/ Hilger, H. Rechnerunterstützte Auslegung von RIM-Werkzeugen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1990  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9102
- /5.27/ Kaußen, M. Analyse und Abschätzung von Schwindung und Verzug bei nach dem RIM-Verfahren hergestellten PUR-Formteilen unter Anwendung der Methode der Finiten Elemente  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: H. Hilger, U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 8951
- /5.28/ Krämer, A. Analyse von Schwindung und Verzug an einem realen PU-RRIM-Formteil  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: H. Hilger, U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 90144
- /5.29/ Doolittle, J.A. Effects of Glass Fibers on Shrinkage of Molded Parts  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Dallas, 1990, S. 1986-1988
- /5.30/ Matsuoka, T.  
Takabatake, J.-I.  
Koiwai, Y.  
Inoue, Y.  
Yamamoto, S.  
Takahashi, H. Integrated Simulation to Predict Warpage of Injection Molded Parts  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Dallas, 1990, S. 369-374
- /5.31/ Santhanam, N.  
Wang, K.K. A Theoretical and Experimental Investigation of Warpage in Injection Molding  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Dallas, 1990, S. 270-273
- /5.32/ Wang, K.K.  
Himasekhar, K.  
Chiang, H.H.  
Jong, W.R.  
Wang, V.W. Integrated CAE of Injection Molding Using a Three-Layer Approach  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Montreal, 1991, S. 267-273



- /5.33/ Chiang, H.H.  
Santanam, N.  
Wang, K.K.  
Lautenbach, S.      Assessment of Shrinkage and Warpage Using an Integrated Analysis of Molding Dynamics  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), Montreal, 1991, S. 242-246
- /5.34/ Rezayat, M.      Numerical Computation of Cooling-Induced Residual Stress and Deformed Shape for Injection-Molded Thermoplastics  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), New York, 1989, S. 341-343
- /5.35/ Thomas, R.  
McCaffery, Th.      The Prediction of Real Product Shrinkage Calculated from a Simulation of the Injection Molding Process  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), New York, 1989, S. 371-375
- /5.36/ N.N.      CADMOULD-MEHOLD-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1991
- /5.37/ N.N.      CADMOULD-MEWARP-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1991
- /5.38/ Bürder, M.      Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens von Thermoplasten mit dem FEM-Berechnungsprogramm ABAQUS  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1986  
Betreuer: K. Schleede  
IKV-Archiv-Nr.: D 8656
- /5.39/ Lewen, B.      Berechnung thermischer Eigenspannungen mit dem Deformationsmodell  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1987  
Betreuer: M. Kalwa  
IKV-Archiv-Nr.: D 8736
- /5.40/ N.N.      CADMOULD-MESTRO-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1991
- /5.41/ Mohr, U.      Entwicklung eines Konstruktionsführungsprogramms zur Auslegung von Zahnrädern aus thermoplastischen Kunststoffen  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1986  
Betreuer: K. Schleede

IKV-Archiv-Nr.: S 8711

- /5.42/ Kirberg, K. Ermittlung von Materialkennwerten zur Beschreibung des zeit- und temperaturabhängigen Relaxationsverhaltens unveröffentl. Arbeit am IKV, 1984

**Kapitel 6**

- /6.1/ Lüdemann, H. Schwingung, Dämpfung, Isolierungen Kautschuk + Gummi • Kunststoffe 43 (1990), 4, S. 334-345
- /6.2/ Buchholz, H.-V.  
Kirchmann, G.  
Hill, A. Elastomer-Dichtsysteme in Kfz-Karosserien Kautschuk + Gummi • Kunststoffe 44 (1991), 1, S. 42-54
- /6.3/ Härtel, V.  
Ziegler, W. Elastische Motorlagerungen - die Entwicklung eines Systems Kautschuk + Gummi • Kunststoffe 44 (1991), 1, S. 90-96
- /6.4/ Döpfer, R. Ein Beitrag zur Berechnung von Spannungen und Temperaturen in Elastomerelementen am Beispiel nichtschaltbarer Kupplungen Dissertation an der RWTH Aachen, 1988
- /6.5/ Schmitt, W. Motorabdichtungen mit Radialwellendichtringen Motoren, Juni 1990, S. 50-59
- /6.6/ Walter, G. Die Bedeutung der Elastomere im Kraftfahrzeug "Automobil und Werkstoff - Im Spannungsfeld von Technologie, Ökonomie und Ökologie" Intern. Kolloquium, Salzburg, 1990
- /6.7/ Seifert, H. Der Weltkautschukmarkt an der Jahreswende Gummi • Fasern • Kunststoffe (GAK) 44 (1991), 1, S. 6-15
- /6.8/ Morman, K.N.  
Pan, Y.T. Application of Finite Element Analysis in the Design of Automotive Elastomeric Components Rubber Chemistry and Technology 61 (1988), S. 503-533



- /6.9/ Domininghaus, H. Thermoplastische Elastomere - Entwicklung, Aufbau, Anwendungen, eine Übersicht, Teil 2-3  
Plastverarbeiter 40 (1989),  
2, S. 42-47 und 3, S. 30-36
- /6.10/ Hofmann, W. Kautschuke und thermoplastische Elastomere  
Kunststoffe 80 (1990), 2, S. 262-267
- /6.11/ Hofmann, W. Eigenschaften technischer thermoplastischer Elastomere in Abhängigkeit von Zusammensetzung und Härte  
Koch, R. Kunststoffe 79 (1989), 7, S. 606-612
- /6.12/ Bilwatsch, D. Technische Formartikel aus thermoplastischen Elastomeren  
Kunststoffberater 1/2 1990, S. 32-36
- /6.13/ Becker, E. Kontinuumsmechanik  
Bürger, W. Teubner Verlag, Stuttgart, 1975
- /6.14/ Sponagel, St. Analytische Berechnung von Gummi-Metall-Verbindungen  
Konstruktion 39 (1987), 4, S. 151-158
- /6.15/ N.N. Die Kautschukindustrie - Entwickler und Systemlieferant  
Gummi · Fasern · Kunststoffe (GAK) 43 (1990), 11, S. 636-640
- /6.16/ Nicholson, D.W. Finite Element Analysis in Design with Rubber  
Nelson, N.W. Rubber Chemistry and Technology 63 (1990), S. 368-406
- /6.17/ Funk, W. FEM-Berechnung gummielastischer Bauteile unter Verwendung experimentell ermittelter Daten  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42 (1989), 11, S. 985-991
- /6.18/ Funk, W. FEM-Federkennlinienberechnung von gefügten rotationssymmetrischen Gummifedern  
Lützelberger, D. Konstruktion 40 (1988), S. 173-178
- /6.19/ Biesinger, J. Einsatz von nichtlinearen FE-Verfahren zur Auslegung und Optimierung von Bauteilen aus Elastomeren  
Balasubramanian, B.

- Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1986, S. 345-355
- /6.20/ Gerulski, M. Radial Lip Seals Gain from FEA  
Automotive Engineering 98 (1990), 7, S. 39-41
- /6.21/ Vajna, S.  
Arnaud, Th.  
Desravines, Ch. Anwendung rechnerunterstützter Methoden  
zur verbesserten geometrischen Auslegung  
von Radialwellendichtringen  
Konstruktion 42 (1990), S. 73-78
- /6.22/ Oubridge, P.S. FEA Applied to Rubber  
Plastics and Rubber Processing and Applications  
14 (1990), S. 171-174
- /6.23/ Mancosu, F.  
Piccini, D. CAE Approach for Door Sealings  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42  
(1989), 7, S. 613-615
- /6.24/ Seki, W.  
Fukahori, Y.  
Iseda, Y.  
Matsunaga, T. A Large Deformation Finite-Element  
Analysis for Multilayer Elastomeric Bearings  
Rubber Chemistry and Technology  
60 (1989), S. 856-869
- /6.25/ Haack, W.  
Benfer, W.  
Janke, W.  
Limper, A.  
Schneider, W. Der Weg vom Kautschuk zum Elasto-  
merprodukt - Rechenmodelle ergän-  
zen die Erfahrung  
Tagungsumdruck zum 12. Kunststoff-  
technischen Kolloquium, Aachen, 1984  
S. 513-575
- /6.26/ Freakley, P.K.  
Payne, A.R. Theory and Practice of Engineering  
with Rubber  
Applied Science Puplichers, London, 1978
- /6.27/ Hofmann, W. Rubber Technology Handbook  
Hanser Verlag, München · Wien ·  
New York, 1989
- /6.28/ Menges, G.  
Haack, W. Entwicklung eines Verfahrens zur Vorausberechnung  
der mechanischen Eigenschaften von Metall-  
Gummi-Bauteilen und Auslegung solcher Bauteile  
Bericht zum AIF-Forschungsvorhaben  
Az.: 4470, 1983  
IKV-Archiv-Nr.: B 8306
- /6.29/ Mullins, L.  
Tobin, N.R. Stress Softening in Rubber Vulcanizates, Part I  
Journal of Applied Polymer Science 9 (1965),  
S. 2293-3009



- /6.30/ Kappus, R. Zur Elastizitätstheorie endlicher Verschiebungen  
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 19 (1939), 5, S. 271-361
- /6.31/ Mooney, M. A Theory of Large Elastic Deformation  
Journal of Applied Physics 11 (1940), 9, S. 582-592
- /6.32/ Rivlin, R.S. Large Elastic Deformation of Isotropic Materials  
Part I: Fundamental Concepts  
Phil. Trans. A 240 (1948), S. 459-490  
Part II: Some Uniqueness Theorems for Pure Homogenous Deformation  
Phil. Trans. A 240 (1948), S. 491-508  
Part III: Some Simple Problems in Cylindrical Polar Coordinates  
Phil. Trans. A 240 (1948), S. 509-525  
Part IV: Further Developements of the General Theory  
Phil. Trans. A 241 (1948), S. 379-397  
Part VI: Further Results in the Theory of Torsion, Shear and Flexure  
Phil. Trans. A 242 (1949), S. 173-195
- /6.33/ Rivlin, R.S. Saunders, D.W. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials  
Part VII: Experiments on the Deformation of Rubber  
Phil. Trans. A 243 (1951), S. 251-288
- /6.34/ Rivlin, R.S. Adkins, J.E. Large Elastic Deformation of Isotropic Material IX  
Phil. Trans. A 244 (1952), S. 505
- /6.35/ Rivlin, R.S. Sawyers, N. The Strain-Energy Function for Elastomers  
Trans. of the Society of Rheology, 20 (1976), 4, S. 545-557
- /6.36/ Rivlin, R.S. Forty Years of Non-Linear Continuum Mechanics  
Proc. IX. Int. Congress on Rheology, Mexico, 1984, S. 1-29
- /6.37/ Green, A.E. Zerna, W. Theoretical Elasticity  
Clarendon Press, Oxford, 1968
- /6.38/ Green, A.E. Adkins, J.E. Large Elastic Deformations and Non-Linear Continuum Mechanics

- Clarendon Press, Oxford, 1970
- /6.39/ Coleman, B.  
Noll, W. An Approximation Theorem for Functions with Application in Continuum Mechanics  
Arch. Rat. Mech. Anal. 6 (1960), S. 355
- /6.40/ Haupt, P.H. Viskoelastizität inkompressibler isotroper Stoffe - Approximation der Allgemeinen Materialgleichung und Anwendungen  
Dissertation an der TU Berlin, 1971
- /6.41/ Gent, A.N.  
Thomas, A.G. Forms for the Stored (Strain) Energy Function for Vulcanized Rubber  
J. Polym. Sci. 28 (1958), S. 625
- /6.42/ Blatz, P.J.  
Ko, W.L. Application of Finite Elastic Theory to the Deformation of Rubbery Materials  
Trans. of the Society of Rheology 6 (1962), S. 223-251
- /6.43/ Valanis, K.C.  
Landel, F. The Strain-Energy-Function of a Hyperelastic Material in Terms of the Extension Ratios  
Journal of Applied Physics 38 (1967), 7, S. 2997-3002
- /6.44/ Peng, S.T.J.  
Landel, R.F. Stored Energy Function of Rubber-like Materials Derived from Simple Tensile Data  
Journal of Applied Physics 43 (1972), 7, S. 3064-3067
- /6.45/ Ogden, R.W. Large Deformation Isotropic Elasticity On the Correlation of Theory and Experiment for Compressible Rubberlike Solids  
Proc. R. Soc. Lond. A. 327 (1972), S. 567-583
- /6.46/ Blatz, P.J.  
Sharda, S.C.  
Tschoegl, N.W. Strain Energy Function for Rubber-like Materials Based on a Generalized Measure of Strain  
Trans. of the Society of Rheology 18 (1974) 1, S. 145-161
- /6.47/ James, A.G.  
Green, A.  
Simpson, G.M. Strain Energy Functions of Rubber Part I: Characterization of Gum Vulcanizates  
Journal of Applied Polymer Science 19 (1975), S. 2033-2058



- /6.48/ Kilian, H.G. Equation of State of Real Networks  
Polymer 22 (1981), 2, S. 209-217
- /6.49/ Kilian, H.G. Eine neue Kennzeichnung von Gummi-  
Netzwerken  
Kautschuk + Gummi + Kunststoffe 36  
(1983), 11, S. 959-966
- /6.50/ Lichter, H. Materialmodelle zur Beschreibung  
von Werkstoffen mit gummielastischem  
Verhalten (Elastomere)  
unveröff. Studienarbeit am IKV, 1990
- /6.51/ Herfen, M. Ermittlung der Modellparameter für einige  
Materialgesetze zur Beschreibung des  
elastischen Verhaltens elastomerer Werkstoffe  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 9139
- /6.52/ N.N. CADFORM-GUMMI-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1991
- /6.53/ Kuhmann, K. Entwicklung eines Graphikprogramms  
zur Darstellung von Materialkurven  
unveröffentl. Arbeit am IKV, 1990
- /6.54/ Wolf, B. Simulation des Verformungsverhaltens  
eines elastomeren Lagerungselementes  
unter mechanischer Last  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek, P. Raos  
IKV-Archiv-Nr.: S 9145
- /6.55/ Raos, P. Durchführung uniaxialer und biaxialer  
Versuche mit einfachen Probekörpern aus  
elastomeren Werkstoffen  
unveröffentl. Arbeit am IKV, 1990
- /6.56/ Raos, P. Implementierung von hyperelastischen  
Materialmodellen für Elastomere in ABAQUS  
als benutzerdefinierte Unterprogramme  
unveröffentl. Arbeit am IKV, 1990
- /6.57/ Scharnhorst, Th. Inkrementelle Finite Element Methode  
für elastische und viskoelastische  
Materialien zur Lösung quasistatischer  
Randwertaufgaben  
Dissertation an der TU Berlin, 1979

- /6.58/ Pletsch, H. Der Woco-Systemblock  
Firmenschrift von Woco & Co.,  
Bad Soden-Salmünster, 1990
- /6.59/ Barth, Th. Werkstoffmechanisches Verhalten  
wartungsfreier Gummi-Metall-Lager  
Materialprüfung 31 (1989), 7-8, S. 241-244
- /6.60/ N.N. DIN ISO 4661, Teil 1, Entwurf  
Elastomere,  
Herstellung von Proben und Probekörpern,  
Physikalische Prüfungen  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1989
- /6.61/ N.N. DIN 53504  
Prüfung von Kautschuk und Elastomeren,  
Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit,  
Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1985

## Kapitel 7

- /7.1/ Hempel, J. Anforderungen und Anwendungen elastomerer  
Werkstoffe bei Einsatz unter erhöhtem  
Temperatureinfluß  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42  
(1989), 4, S. 313-317
- /7.2/ Jones, F.K. Wärmeaufbau bei Elastomerteilen  
Outzs, L.L. im Kraftfahrzeug  
Liolios, G. Gummi · Fasern · Kunststoffe (GAK) 44  
(1991), S. 381-388
- /7.3/ Keuper, D. Stand der Werkstoff- und Produkt-  
entwicklung bei Kfz-Kühlerschläuchen  
Kunststoffberater 11/1990, S. 6-29
- /7.4/ Grosch, K.A. Visko-elastische Eigenschaften von  
Gummimischungen und deren Einfluß  
auf das Verhalten von Reifen  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42  
(1989), 9, S. 745-751



- /7.5/ Hong, S.D.  
Fedors, R.F.  
Schwarzl, F.  
Moacanin, J.  
Landel, R.F. Analysis of the Tensile Stress-Strain Behaviour of Elastomers at Constant Strain Rates. Part I: Criteria for Separability of the Time and Strain Effects  
Polymer Engineering and Science 21 (1981), 11, S. 688-695
- /7.6/ Sullivan, J.L.  
Mazichi, K.A. Nonseparable Behaviour in Rubber Elasticity  
Rubber Chemistry and Technology 62 (1989), S. 68-81
- /7.7/ Clamroth, R. Erfassung der viskoelastischen Eigenschaften durch dynamische Messung  
Kautschuk + Gummi • Kunststoffe 33 (1980), 10, S. 829-839
- /7.8/ Dickie, R.A.  
Smith, T.L. Viscoelastic Properties of a Rubber Vulcanizate Under Large Deformations in Equibiaxial Tension, Pure Shear and Simple Tension  
Trans. of the Society Rheology 15 (1971), S. 91
- /7.9/ Björk, F.  
Dickmann, O.  
Stenberg, B. Long-Term Studies of Rubber Materials by Dynamic Mechanical Stress Relaxation  
Rubber Chemistry and Technology 62 (1989), S. 387-425
- /7.10/ Lutz, Th. Ein Beitrag zur Berechnung druckbelasteter Elastomerlager  
Dissertation an der Universität Kaiserslautern, 1990
- /7.11/ Renz, U. Grundlagen der Wärmeübertragung  
Vorlesungsskriptum, RWTH Aachen, 1988
- /7.12/ Alf, E. Untersuchungen zum Verhalten ausgewählter Kunststoffe unter schwingender Beanspruchung  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1972  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7209
- /7.13/ Brand, N.H. Dimensionierungshilfe für dynamisch beanspruchte Kunststoffbauteile  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1977  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7706
- /7.14/ Menges, G.  
Overath, F.  
Jahn, J. Untersuchungen zur Übertragbarkeit der Dimensionierungsregeln von schwingend beanspruchten Kunststoffprobekörpern auf ähnlich beanspruchte Kunststoffbauteile

- Bericht zum DFG-Forschungsvorhaben  
Az.: ME-272/135, 1981  
IKV-Archiv-Nr.: B 8107
- /7.15/ Aengenheyster, G. Ermittlung der Temperaturverteilung in dynamisch beanspruchten Elastomerbauteilen mit der Finite-Elemente-Methode unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9131
- /7.16/ Lechtenböhrer, A. Comparison of Dynamic Laboratory Tests Used in the Tire Industry  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 43 (1990), 11, S. 998-1001
- /7.17/ Hinsch, P. Einige Untersuchungen zum Messen dynamischer Moduln von Elastomeren  
Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 42 (1989), 9, S. 752-756
- /7.18/ Diamant, J.  
Williams, M.C. Microstructural Diagnosis of Block Copolymer Nonlinear Mechanical Properties III: Cycling Tensile Tests  
Polymer Engineering and Science 29 (1989), 4, S. 235-243
- /7.19/ Petroff, P. Dynamische Eigenschaften von Elastomeren  
Gummi · Fasern · Kunststoffe (GAK) 42 (1989) 4, S. 150-153
- /7.20/ N.N. DIN 740, Teil 2  
Antriebstechnik,  
Nachgiebige Wellenkupplungen,  
Begriffe und Berechnungsgrundlagen  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1986
- /7.21/ N.N. DIN 53513  
Prüfung von Kautschuk und Elastomeren,  
Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Elastomeren bei erzwungenen Schwingungen außerhalb der Resonanz  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1983
- /7.22/ N.N. DIN 53535  
Prüfung von Kautschuk und Elastomeren,  
Grundlagen für dynamische Prüfverfahren



- Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1982
- /7.23/ N.N. DIN 53445  
Prüfung von polymeren Werkstoffen,  
Torsionsschwingungsversuch  
Deutsches Institut für Normung e.V.,  
Beuth Verlag, Berlin, 1986
- Kapitel 8**
- /8.1/ N.N. VDI 2222, Blatt 1  
Konstruktionsmethodik,  
Konzipieren technischer Produkte  
VDI-Verlag, Düsseldorf, 1977
- /8.2/ Kölsch, G. Einführung in die Thematik der Optimierung  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 1/1-1/18
- /8.3/ Krug, W.  
Schönfeld, S. Rechnergestützte Optimierung für Ingenieure  
VEB Verlag Technik, Berlin, 1981
- /8.4/ Knoop, J. Optimierungsverfahren für die Konzept-,  
Entwurfs- und Ausarbeitungsphase  
CAE-Journal 1984, 2, S. 22-28
- /8.5/ Steinke, P. Berechnung zur Optimierung von Bauteilformen  
für vorgegebene Funktionen und Belastungen  
Forschungsbericht KfK-PFT 91, Kernforschungszentrum  
Karlsruhe, 1985
- /8.6/ Weck, M.  
Förtsch, F. Steifigkeitsoptimierung von Werkzeug-  
maschinenbauteilen mittels FEM  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1984, S. 307-322
- /8.7/ N.N. Rechnerunterstützung in der Konstruktion  
Neue Entwurfs- und Gestaltungsmethoden, II  
Der Konstrukteur, 1987, 10, S. 6-16
- /8.8/ Lentz, G. Strukturoptimierung in der Automobilentwicklung  
durch Einsatz moderner Optimierungssoftware  
Finite Elements in Engineering Applications,  
INTES GmbH, Stuttgart, 1991, S. 163-182

- /8.9/ Kölsch, G. Diskrete Wandstärkenoptimierung  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 7/1-7/18
- /8.10/ Nottebaum, T. Berechnung und Optimierung von Bauteilen  
aus faserverstärkten Werkstoffen  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 8/1-8/26
- /8.11/ Hörnlein, H. Strukturoptimierung: Vom Problem zum System  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 9/1-9/22
- /8.12/ Kahn, R. Strukturoptimierung in der Automobilindustrie  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 10/1-10/21
- /8.13/ Berhalter, D. Finite Element Optimierung mit IBM-CAEDS  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 11/1-11/18
- /8.14/ Kanarachos, A. CAE in der Profilkonstruktion -  
Antoniadis, I. Analyse und Optimierung von FEM-Strukturen  
mit CADOP  
CAE-Journal, 1987, 3, S. 60-67
- /8.15/ Sprangers, W. Strategien der Formoptimierung  
VDI-Seminar "Optimierungsstrategien mit  
der Finite-Elemente-Methode",  
Aachen, Dezember 1990, S. 6/1-6/27
- /8.16/ Sabeur, M. Formoptimierung als integraler Bestandteil  
des Entwicklungsprozesses  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1990, S. 145-174
- /8.17/ Schnack, E. Gradientless Shape Optimization with FEM  
Spörl, U. VDI-Forschungsheft 647,  
Iancu, G. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988
- /8.18/ Becker, M. Anwendung der höheren Optimierungsverfahren  
Kopp, R. in der Umformtechnik  
Tagungshandbuch zum 4. Aachener Stahl-  
kolloquium, Aachen, 1988, S. 5.4-1 - 5.4-5



- /8.19/ Schwefel, H.P. Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels der Evolutionsstrategie  
Birkhäuser Verlag, Basel · Stuttgart, 1977
- /8.20/ Michaeli, W.  
Bourdon, K.  
Haupt, M.  
Hunold, D.  
Robers, Th. Prozeßmodelle für die Spritzgießtechnik  
Teil 3: Strategie zur On-line-Betriebspunkt-  
optimierung  
Plastverarbeiter 42 (1991), 2, S. 42-48
- /8.21/ Scheffler, E. Einführung in die Praxis der statistischen  
Versuchsplanung  
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie,  
Leipzig, 1973
- /8.22/ Kosel, U.M. Optimierungsrechnungen beim Extrudieren  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1972  
IKV-Archiv-Nr.: DS 7202
- /8.23/ Nagarshet, P.S. Optimization of Certain Processing Parameters  
for Injection Moulding Using Flow Simulation  
Analysis and Statistical Techniques  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), New York, 1989, S. 1699-1703
- /8.24/ Haupt, M. Betriebspunktoptimierung kunststoff-  
verarbeitender Prozesse  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1989  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9009
- /8.25/ Dean, A.F.  
Lightner, L. Use of Statistical Methods to Optimize  
the Extrusion Process  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), Montreal, 1991, S. 83-87
- /8.26/ Marcincavage, T. Design Optimization: Application of Taguchi  
Methods to Finite Element Analysis  
Society of Plastics Engineers,  
Proceedings of Annual Technical Conference,  
(ANTEC), New York, 1989, S. 1540-1542
- /8.27/ Delpy, U.  
Bartz, J. (Hrsg.)  
Wippler, E. (Hrsg.) Schnappverbindungen aus Kunststoff  
Expert Verlag, 1989
- /8.28/ Delpy, U. Zylindrische Schnappverbindungen aus  
Kunststoff - Berechnungsgrundlagen und  
Versuchsergebnisse

- Konstruktion 30 (1978), 5, S. 179-184
- /8.29/ Delpy, U. Zylindrische, vom Rohrende abliegende Schnappverbindungen aus Kunststoff  
Konstruktion 30 (1978), 8, S. 307-310
- /8.30/ Bader, B.  
Delpy, U.  
Klink, H. Einfluß geometrischer Parameter auf Funktionssicherheit und Berechenbarkeit von kugelförmigen Schnappverbindungen  
Tagungsumdruck zum 11. Stuttgarter Kunststoffkolloquium, 1. bis 2.3.1989, Abschnitt 5.1, S. 1-8
- /8.31/ Käufer, H. Katalog schnappbarer Formschlußverbindungen an Kunststoffbauteilen und beispielhafte Konstruktion linienförmiger Kraftformschlußverbindungen  
Konstruktion 29 (1977), 10, S. 387-397
- /8.32/ Seifert, H. Ringschnappverbindungen  
Plaste und Kautschuk 35 (1988), 1, S. 26-31
- /8.33/ Siegemund, E. Untersuchung werkstoffspezifischer Beanspruchungsgrenzen, konstruktionsspezifischer Versagensformen und Berechnungsmöglichkeiten dünnwandiger zylindrischer Verbindungselemente aus Thermoplasten  
Fortschrittsbericht, VDI Reihe 1, Nr. 139  
VDI-Verlag, Düsseldorf, 1986
- /8.34/ Erhard, G.  
Strickle, E. Maschinenelemente aus thermoplastischen Kunststoffen  
VDI-Verlag, Düsseldorf, 1974
- /8.35/ Wimmer, D. Kunststoffgerecht konstruieren  
Hoppenstedt Technik Tabellen Verlag, Darmstadt, 1989
- /8.36/ N.N. Technische Kunststoffe - Berechnen, Gestalten, Anwenden, Heft B.3.1: Berechnen von Schnappverbindungen mit Kunststoffen  
Informationsschrift der Hoechst AG, 1991
- /8.37/ Michaeli, W.  
Mohr-Matuschek, U. Statistical Experiment Design for the Optimization of Snap-Fit Hinges by Finite Element Analysis  
Society of Plastics Engineers, Proceedings of Annual Technical Conference, (ANTEC), Montreal, 1991, S. 383-342



- /8.38/ Franken, M. FEM-Simulation des Füge- und Lösevorgangs eines Schnappscharniers aus POM  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 91102
- /8.39/ Schroiff, V. Anwendung der statistischen Versuchsplanung bei der Optimierung von Spritzgießbauteilen mittels der Methode der Finiten Elemente  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9070
- /8.40/ Schaar, R. Überprüfung des Konzepts der statistischen Versuchsplanung bei der Bauteiloptimierung mittels der Finite-Elemente-Analyse  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1990  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 90137
- /8.41/ Gütle, H. Berechnung von zylindrischen Schnappscharnieren mit statistisch geplanten Finite-Elemente-Analysen  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9184
- /8.42/ Box, G.E.P.  
Wilson, K.B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions  
J. Royal Statistical Soc., Ser. B 13 (1951), S. 1-45
- /8.43/ Box, G.E.P.  
Behnken, D.W. Some New Three Level Design for the Study of Quantitative Variables  
Technometrics 2 (1960), 4, S. 455-475
- /8.44/ Box, G.E.P.  
Hunter, J.S. The  $2^{k-p}$ -Fractional Factorial Design, Part I, II  
Technometrics 3 (1961), 3, S. 311-351  
Technometrics 3 (1961), 4, S. 449-458
- /8.45/ Taguchi, G.  
Wu, Y. Introduction to Off Line Quality Control  
Central Japan Quality Control Association (American Supplier Institute), Dearborn, Mi, USA, 1979.
- /8.46/ Fry, R.E. Finding New Fractions of Factorial Experimental Designs  
Technometrics 3 (1961), 3, S. 359-370

**Kapitel 9**

- /9.1/ N.N. CADFORM/CADMOULD-Werkstoffdatenbank  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1990
- /9.2/ Lessenich-Henkys, V. Aufbau einer firmenspezifischen wissensbasierten  
Konstruktionssoftware für Spritzgußteile  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9116
- /9.3/ N.N. CADFORM-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung,  
Aachen, 1989
- /9.4/ Görden, M. Entwicklung einer erweiterten Programm-  
schnittstelle für die IKV-Werkstoffdatenbank  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 89125
- /9.5/ Kuhmann, K. Entwicklung einer Schnittstelle zwischen der  
CADFORM/CADMOULD-Werkstoffdatenbank  
und dem FE-Programm ABAQUS  
unveröffentl. Studienarbeit am IKV, 1989  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: S 89124
- /9.6/ N.N. CADFORM-FEMAT-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1990
- /9.7/ N.N. EXPRESS-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1990
- /9.8/ N.N. CADRIM-Benutzerhandbuch  
Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV),  
Aachen, 1991
- /9.9/ Küppers, M. Anwendung numerischer Methoden beim  
Thermoformen  
Dissertation an der RWTH Aachen, 1991  
IKV-Archiv-Nr.: DS 9108
- /9.10/ Assmann, W. Beispiele von Berechnungsverfahren in der  
Schelke, E. Automobilindustrie  
Porsche, F. Crayationen, Fachinformationsschrift der  
CRAY-Research GmbH, München, o.J.



- /9.11/ Bauer, P. Supercomputer sprengen die Leistungsgrenzen  
VDI-Nachrichten 1991, 25, S. 13
- /9.12/ N.N. Hochleistungsworkstations für anspruchsvolle  
Nischen  
CAD/CAM-Journal, 1989, 3, S. 80
- /9.13/ N.N. Workstations 1990: Leistungssteigerung  
auf allen Ebenen  
CAD/CAM-Journal, 1990, 1, S. 78-79
- /9.14/ Lange, K.  
Roll, K.  
Wilhelm, M.  
Herrmann, M. Prozeßsimulation in der Umformtechnik  
Tagungsumdruck zum 4. Aachener Stahl-  
kolloquium, 1988, S. 5.2-1 - 5.2-15
- /9.15/ Hahn, H. Eine datenbankgestützte experimentelle  
und numerische Analyse von Kunststoff-  
Bauteilen  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1984, S. 61-81
- /9.16/ Franke, M. Simulation des Verformungsverhaltens eines  
elastomeren Dichtungsprofils mit der Methode  
der Finiten Elemente  
unveröffentl. Diplomarbeit am IKV, 1991  
Betreuer: U. Mohr-Matuschek  
IKV-Archiv-Nr.: D 9140
- /9.17/ Kammerer, R. Mechanisches Auslegen von Formteilen  
und Werkzeugen - Wege zu optimalen  
Ergebnissen mit FEM  
Kunststoffe 78 (1988), 10, S. 885-891
- /9.18/ Pies, H. Heckcrash-Simulation und Struktur-Optimierung  
eines Autositzes durch Kopplung von CAD-Ver-  
fahren und nicht-linearen FEM-Berechnungen  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1984, S. 337-366
- /9.19/ Oberbach, K.  
Müller, W. Prüfen von Kunststoff-Formteilen  
Hanser Verlag, München · Wien, 1986
- /9.20/ Wilhelm, M.  
Hora, P.  
Razim, C. Bauteiloptimierung aus der Sicht  
der Materialprüfung  
Materialprüfung 31 (1989), 3, S. 51-56
- /9.21/ Zettler, H.D. Bauteile aus hochfesten Kunststoffen -  
Eine Herausforderung an Werkstoffprüfung  
und Bauteiloptimierung, aus: 75 Jahre

- 
- Materialprüfung der BASF, S. 81-118  
Firmenschrift der BASF AG, Ludwigshafen, 1988
- /9.22/ Schweiger, W. Kunststoff-Formteile rechnergestützt optimieren  
Sonderteil in Hanser-Fachzeitschriften,  
Oktober 1990, CA 218-222
- /9.23/ Seiler, M. Praxisbericht von CAE-Systemen in  
einem Werk der Flugzeugindustrie  
Tagungshandbuch zum Intern. FEM-Congress,  
Baden-Baden, 1990, S. 357-381
- /9.24/ Wübken, G. Rechneinsatz bei der Konstruktion von  
Kunststoffteilen - Qualifikation des  
Personals entscheidet über Erfolg  
Plastverarbeiter 42 (1991), 4, S. 20-27  
Plastverarbeiter 42 (1991), 5, S. 42-49



## 13. ANHANG

### 13.1 Formulierung ideal-elastischer Werkstoffgesetze für zwei Grundlastfälle

#### 13.1.1 Uniaxiale Belastung

Wegen der vorausgesetzten Inkompressibilität, d.h.:

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \equiv 1 \quad (I_3 = 1) \quad (\text{A1})$$

sind die Hauptverstreckverhältnisse wie folgt voneinander abhängig:

$$\lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}, \quad \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (\text{A2})$$

Damit vereinfachen sich die Invarianten zu:

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda}, \quad I_2 = \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda, \quad (I_1 > I_2) \quad (\text{A3})$$

Durch Ableiten der Ansätze für die Formänderungsenergiedichte erhält man daher die folgenden Beziehungen für die Nennspannung  $t$  in Abhängigkeit der Verstreckverhältnisse:

Neo-HOOKE:

$$t = 2C_1 (\lambda - \lambda^{-2}) \quad (\text{A4})$$

MOONEY-RIVLIN:

$$t = 2C_1 (\lambda - \lambda^{-2}) + 2C_2 (\lambda - \lambda^{-2}) \lambda^{-1} \quad (\text{A5})$$

OGDEN:

$$\begin{aligned} t = & \mu_1 (\lambda^{\alpha_1 - 1} - \lambda^{-(1+0.5\alpha_1)}) \\ & + \mu_2 (\lambda^{\alpha_2 - 1} - \lambda^{-(1+0.5\alpha_2)}) \\ & + \mu_3 (\lambda^{\alpha_3 - 1} - \lambda^{-(1+0.5\alpha_3)}) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

KILIAN:

$$t = G (\lambda - \lambda^{-2}) \left[ \left( 1 - \sqrt{(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3)/2} \Phi_m \right)^{-1} - a \sqrt{(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3)/2} \right] \quad (\text{A7})$$

### 13.1.2 Biaxiale Belastung (pure shear)

Hier führt die Inkompressibilitätsbedingung (A1) auf folgende Beziehungen für die Hauptverstreckverhältnisse:

$$\lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda_3 = 1 \quad (\text{A8})$$

Damit ergeben sich die Invarianten für diesen Fall zu:

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} + 1, \quad I_2 = I_1 \quad (\text{A9})$$

und die Gleichungen für die Nennspannung in Abhängigkeit der Verstreckverhältnisse:

Neo-HOOKE:

$$t = 2C_1(\lambda - \lambda^{-3}) \quad (\text{A10})$$

MOONEY-RIVLIN:

$$t = 2(C_1 + C_2)(\lambda - \lambda^{-3}) \quad (\text{A11})$$

OGDEN:

$$t = \mu_1(\lambda^{\alpha_1-1} - \lambda^{-(1+\alpha_1)}) + \mu_2(\lambda^{\alpha_2-1} - \lambda^{-(1+\alpha_2)}) + \mu_3(\lambda^{\alpha_3-1} - \lambda^{-(1+\alpha_3)}) \quad (\text{A12})$$

KILIAN:

$$t = G(\lambda - \lambda^{-3}) \left[ \left( 1 - \sqrt{(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2)/2\Phi_m} \right)^{-1} - a \sqrt{(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2)/2} \right] \quad (\text{A13})$$



### 13.2 Regressionsgleichungen für das MOONEY-RIVLIN-Gesetz

Da das MOONEY-RIVLIN-Gesetz sehr häufig eingesetzt wird und zur Bestimmung der Materialkoeffizienten mittels Regression nur ein lineares Gleichungssystem entsteht, werden die notwendigen Beziehungen hier zur direkten Verwendung kurz dargestellt.

#### 13.2.1 Uniaxiale Versuche

Durch Ableitung der Formänderungsenergie dichte wurde in Abschnitt 13.1.1 bereits Gl. (A5) angegeben, welche für den Fall uniaxialer Belastungen die Nennspannung mit dem Ver-  
streckverhältnis verknüpft:

$$t_{\text{mod}} = 2 C_1 (\lambda - \lambda^{-2}) + 2 C_2 (\lambda - \lambda^{-2}) \lambda^{-1} \quad (\text{A14})$$

Die Anpassung der Modellkoeffizienten  $C_1$  und  $C_2$  erfolgt nun so, daß die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen den mit der Modellfunktion berechneten und den gemessenen Funktionswerten (Spannungen) minimal wird, also:

$$\phi = \sum (t_{\text{mod}_i} - t_{\text{exp}_i})^2 \rightarrow \text{Min} \quad (\text{A15})$$

Dies führt unmittelbar auf die Forderung:

$$\frac{\partial \phi}{\partial C_1} = 0 \quad \text{und:} \quad \frac{\partial \phi}{\partial C_2} = 0 \quad (\text{A16})$$

Nach Einsetzen der Modellfunktion und Ausführen der Ableitungen erhält man ein System von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten, das sich in Matrizenform darstellen läßt:

$$\begin{pmatrix} \sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 & \sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 \lambda_i^{-1} \\ \sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 \lambda_i^{-1} & \sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 \lambda_i^{-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum t_{\text{exp}_i} (\lambda_i - \lambda_i^{-2}) \\ \sum t_{\text{exp}_i} (\lambda_i - \lambda_i^{-2}) \lambda_i^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A17})$$

Durch Auflösen dieses Gleichungssystems erhält man die gesuchten Materialkoeffizienten:

$$C_1 = \frac{\sum (\lambda_i - \lambda_i^{-2}) t_i \sum 2 (1 - \lambda_i^{-3})^2 - \sum (1 - \lambda_i^{-3}) t_i \sum 2 (1 - \lambda_i^{-3}) (\lambda_i - \lambda_i^{-2})}{\sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 \sum 2 (1 - \lambda_i^{-3})^2 - [\sum 2 (1 - \lambda_i^{-3}) (\lambda_i - \lambda_i^{-2})]^2} \quad (\text{A18})$$

$$C_2 = \frac{\sum (\lambda_i - \lambda_i^{-2}) t_i \sum (1 - \lambda_i^{-3}) t_i - \sum (\lambda_i - \lambda_i^{-2}) t_i \sum 2 (1 - \lambda_i^{-3}) (\lambda_i - \lambda_i^{-2})}{\sum 2 (\lambda_i - \lambda_i^{-2})^2 \sum 2 (1 - \lambda_i^{-3})^2 - [\sum 2 (1 - \lambda_i^{-3}) (\lambda_i - \lambda_i^{-2})]^2} \quad (\text{A19})$$

### 13.2.2 Biaxiale Versuche (pure shear)

Die Nennspannung ist in diesem Fall nach Gl. (A11) gegeben:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{mod}} &= 2 C_1 (\lambda - \lambda^{-3}) + 2 C_2 (\lambda - \lambda^{-3}) \\ &= 2 (C_1 + C_2) (\lambda - \lambda^{-3}) \end{aligned} \quad (\text{A20})$$

Da für diesen Belastungsfall die Invarianten  $I_1$  und  $I_2$  stets den gleichen Wert annehmen, lassen sich die Materialkoeffizienten nicht mehr unabhängig voneinander bestimmen, sondern lediglich deren Summe. Das MOONEY-RIVLIN-Modell verhält sich für diese Belastungsart völlig gleichwertig zum Neo-HOOKE-Modell, das durch nur einen Modellparameter kalibriert wird. Aus der Bedingung (A15) folgt die Bestimmungsgleichung für diesen Parameter:

$$(C_1 + C_2) = \tilde{c} = \frac{\sum (\lambda_i - \lambda_i^{-3}) t_{\text{exp},i}}{2 \sum (\lambda_i - \lambda_i^{-3})^2} \quad (\text{A21})$$



### 13.3 Materialdaten der verwendeten Thermoplaste

#### SNIAMID:

Typ: ASN 27/300 (PA 6 GF 30)  
 Hersteller: SNIA AG, Mailand

Kennwerte im trockenen Zustand:

Glasgehalt:  $\psi = 30\%$  (Masseanteil)  
 $\phi = 16\%$  (Volumenanteil)  
 Dichte:  $\rho = 1,35\text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E_{11} = 9600\text{ MPa}$

Kennwerte des trockenen Matrixwerkstoffes (SNIAMID ASN 27/33 Y10):

Dichte:  $\rho = 1,14\text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E = 3000\text{ MPa}$

#### DURETHAN:

Typ: BKV 30 H (PA 6 GF 30)  
 Hersteller: BAYER AG, Leverkusen

Kennwerte im trockenen Zustand:

Glasgehalt:  $\psi = 30\%$  (Masseanteil)  
 $\phi = 16\%$  (Volumenanteil)  
 Dichte:  $\rho = 1,36\text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E_{11} = 9600\text{ MPa}$   
 Wärmeausdehnungskoeffizient:  $\alpha_{11} = 2,5 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$   
 Schmelztemperatur:  $\vartheta_s = 219\text{ }^\circ\text{C}$

Kennwerte des trockenen Matrixwerkstoffes (DURETHAN B 30 P):

Dichte:  $\rho = 1,14\text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E = 3200\text{ MPa}$   
 Wärmeausdehnungskoeffizient:  $\alpha = 9,0 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$

ULTRAMID:

Typ: A3 H G7 (PA 6.6 GF 35)  
 Hersteller: BASF AG, Ludwigshafen

## Kennwerte im trockenen Zustand:

Glasgehalt:  $\psi = 35\%$  (Masseanteil)  
 $\phi = 19\%$  (Volumenanteil)  
 Dichte:  $\rho = 1,41 \text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E_{11} = 11000 \text{ MPa}$   
 Wärmeausdehnungskoeffizient:  $\alpha_{11} = 1,5 - 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$   
 $\alpha_{22} = 6,0 - 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$   
 Schmelztemperatur:  $\vartheta_s = 260 \text{ }^\circ\text{C}$

## Kennwerte des trockenen Matrixwerkstoffes (ULTRAMID A3):

Dichte:  $\rho = 1,13 \text{ g/cm}^3$   
 Steifigkeit:  $E = 3200 \text{ MPa}$   
 Wärmeausdehnungskoeffizient:  $\alpha = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

ULTRAFORM:

Typ: N 2200 G5 (POM GF 25)  
 Hersteller: BASF AG, Ludwigshafen  
 Glasgehalt:  $\psi = 25\%$  (Masseanteil)

ULTRASON:

Typ: E 2000 G6 (PES GF 30)  
 Hersteller: BASF AG, Ludwigshafen  
 Glasgehalt:  $\psi = 30\%$  (Masseanteil)

VESTODUR:

Typ: SGF 20 (PBT GF 20)  
 Hersteller: Hüls AG, Marl  
 Glasgehalt:  $\psi = 20\%$  (Masseanteil)

VESTOLEN:

Typ: P 7032 G (PP GF 10)  
 Hersteller: Hüls AG, Marl  
 Glasgehalt:  $\psi = 10\%$  (Masseanteil)



### 13.4 Materialdaten der verwendeten Elastomere

Elastomerbasis	NR	SBR	EPDM	VMQ
Härte [Shore A]	44	51	46	49
Reißfestigkeit [MPa]	22	12	12	9
Reißdehnung [%]	660	480	520	610

**Tabelle 13.1:** Mechanische Kennwerte

**Table 13.1:** Mechanical properties

Werkstoff	Mooney-Rivlin-Modell		Kilian-Modell		
	$c_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$c_2$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\phi_m$ [-]	$a$ [-]
NR	0,31877	-0,00010	0,7390	17,3838	0,6661
SBR	0,48471	-0,00013	1,1421	16,4353	0,7551
EPDM	0,40637	-0,00001	1,0366	8,9473	1,0001
VMQ	0,32151	0,00028	0,8992	7,9047	1,1023

**Tabelle 13.2:** Verwendete Materialkoeffizienten

**Table 13.2:** Used material model coefficients

Werkstoff	NR	SBR	EPDM	VMQ
Dichte $\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	1,069	1,084	1,020	1,210
spezifische Wärmekapazität $c_p$ [J/gK]	1,923	2,182	2,147	1,529
Temperaturleitfähig- keit $a$ [10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s]	0,143	0,161	0,187	0,166
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ [W/(mK)]	0,294	0,381	0,410	0,307

Tabelle 13.3: Wärmephysikalische Kennwerte

Table 13.3: Thermo-physical properties

Wärmeübergangs- koeffizient	NR	EPDM	VMQ	SBR
$\alpha$ [W/(m <sup>2</sup> K)]	17,0	21,0	26,3	29,5

Tabelle 13.4: Wärmeübergangskoeffizienten für Vollzylinder

Table 13.4: Flux coefficients for compact cylinders

Wärmeübergangs- koeffizient	Mantelfläche	Freiräume
$\alpha$ [W/(m <sup>2</sup> K)]	15,0	6,0

Tabelle 13.5: Wärmeübergangskoeffizienten für das Motorlager

Table 13.5: Flux coefficients for the compact engine mount



### 13.5 Verwendete Rechnertypen

#### Mini-Rechner:

Typ:	MicroVax 3800 GPX (Workstation)
Hersteller:	Digital Equipment Corporation (DEC)
Baujahr:	1989
Betreiber:	Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV)
Prozessor:	1 x DEC KA 655
Hauptspeicher:	32 MB
Betriebssystem:	VMS
Rechenleistung:	ca. 4 MIPS
Festplattenspeicher:	1 x 400 MB (Systemsoftware) 1 x 850 MB (Anwendersoftware) 1 x 850 MB (Anwender)

#### Hochleistungsrechner:

Typ:	IBM 3090-60S/VF (Universalrechner) Vektor- und Parallelverarbeitung
Hersteller:	International Business Machines (IBM)
Baujahr:	1988
Betreiber:	Rechenzentrum der RWTH Aachen
Prozessor:	6 x STE 3092/2
Zykluszeit:	15 ns
Hauptspeicher:	256 MB
Betriebssystem:	VM/CMS
Rechenleistung:	6 x 17 MIPS (Skalarleistung) 6 x 119 MFLOPS (Vektorleistung)

#### Personal Computer:

Typ:	IBM-kompatibel
Prozessor:	Intel 80386
Hauptspeicher:	4 MB
Betriebssystem:	MS-DOS
Taktfrequenz:	33 MHz
Festplattenspeicher:	125 MB

13.6 Ausgewertete Pläne der SVP

	1	2	12	3	13	23	45	4	14	24	35	34	25	15	5	$\sigma_{\text{vergl}}$	$F_{\text{fuge}}$	$F_{\text{fiese}}$	$F_{\text{verh}}$
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	21,94	0,775	-1,052	0,7363
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	19,97	0,772	-1,079	0,7155
3	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	30,94	3,824	-4,412	0,8667
4	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	27,75	1,959	-3,076	0,6369
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	24,02	1,363	-1,378	0,9891
6	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	25,61	0,930	-1,245	0,7471
7	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	25,01	2,926	-3,411	0,8578
8	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	19,97	0,772	-1,079	0,7155
9	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	33,34	1,634	-1,782	0,9169
10	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	30,18	1,093	-1,758	0,6217
11	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	35,82	3,680	-5,071	0,7257
12	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	41,74	3,839	-5,112	0,7510
13	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	30,24	1,317	-2,028	0,6494
14	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	30,14	1,535	-2,115	0,7258
15	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	41,11	5,926	-5,746	1,0313
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	35,30	3,441	-5,689	0,6049
	29,57	-0,74	2,64	-0,28	-0,64	-0,44	-1,22	5,17	0,34	1,12	0,70	0,11	-0,65	1,46	-0,59				
	2,237	-0,444	1,059	-0,349	0,040	-0,163	-0,069	0,572	0,113	0,354	0,099	0,207	-0,073	0,285	-0,222				
	-2,877	0,233	-1,322	0,228	0,041	0,071	0,178	-0,786	-0,239	-0,419	-0,218	-0,273	-0,073	-0,259	-0,039				
	0,7682	-0,0784	0,0055	-0,0182	0,0219	-0,0134	0,0068	-0,0149	0,0009	0,0194	-0,0046	-0,0224	0,0033	0,0336	-0,0707				

Tabelle 13.6: Linearer Versuchsplan

Table 13.6: First order design



	I	1	2	12	3	13	23	45	4	14	24	35
1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
6	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
7	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
9	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1
10	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1
11	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
12	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
13	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
14	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
15	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	1	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	1	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
22	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
23	1	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	0
24	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\sigma_{\text{vergl}}$	30,26	-0,95	2,93	-0,28	-0,69	-0,44	-1,22	-1,26	5,52	0,34	1,12	0,70
$F_{\text{füge}}$	2,16	-0,37	1,09	-0,35	0,07	-0,16	-0,07	-0,20	0,52	0,11	0,35	0,10
$F_{\text{löse}}$	-2,85	0,15	-1,35	0,23	-0,04	0,07	0,18	0,07	-0,75	-0,24	-0,42	-0,22
$F_{\text{verh}}$	0,7525	-0,0783	0,0128	-0,0182	0,0143	-0,0134	0,0068	-0,0322	-0,0223	0,0009	0,0194	-0,0046

Tabelle 13.7a: Quadratischer Versuchsplan, (Teil 1)

Table 13.7a: Second order design, (part 1)



34	25	15	5	x1*	x2*	x3*	x4*	x5*	$\sigma_{vergl}$	$F_{flge}$	$F_{ldee}$	$F_{verh}$
1	-1	-1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	21,94	0,77	-1,05	0,7363
1	1	-1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	19,97	0,77	-1,08	0,7155
1	-1	1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	30,94	3,82	-4,41	0,8667
1	1	1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	27,75	1,96	-3,08	0,6369
-1	1	1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	24,02	1,36	-1,38	0,9891
-1	-1	1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	25,61	0,93	-1,25	0,7471
-1	1	-1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	25,01	2,93	-3,41	0,8578
-1	-1	-1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	19,97	0,77	-1,08	0,7155
-1	1	1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	33,34	1,63	-1,78	0,9169
-1	-1	1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	30,18	1,09	-1,76	0,6217
-1	1	-1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	35,82	3,68	-5,07	0,7257
-1	-1	-1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	41,74	3,84	-5,11	0,7510
1	-1	-1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	30,24	1,32	-2,03	0,6494
1	1	-1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	30,14	1,54	-2,12	0,7258
1	-1	1	-1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	41,11	5,93	-5,75	1,0313
1	1	1	1	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	35,30	3,44	-5,69	0,6049
0	0	0	0	3,333	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	36,24	2,75	-2,75	0,9975
0	0	0	0	3,333	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,72	1,90	-2,77	0,6854
0	0	0	0	-0,667	3,333	-0,667	-0,667	-0,667	20,82	0,50	-0,73	0,6848
0	0	0	0	-0,667	3,333	-0,667	-0,667	-0,667	34,83	5,06	-6,37	0,7945
0	0	0	0	-0,667	-0,667	3,333	-0,667	-0,667	30,13	1,74	-2,40	0,7261
0	0	0	0	-0,667	-0,667	3,333	-0,667	-0,667	26,99	2,28	-3,15	0,7230
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	3,333	-0,667	16,49	1,19	-1,42	0,8391
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	3,333	-0,667	41,45	2,85	-4,13	0,6911
0	0	0	-2	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	3,333	43,43	2,36	-2,74	0,8624
0	0	0	2	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	3,333	27,74	1,42	-2,73	0,5191
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0	0	0	0	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	-0,667	30,74	2,00	-2,74	0,7274
0,11	-0,65	1,46	-1,70	0,46	-0,95	-0,77	-0,67	0,99				
0,21	-0,07	0,28	-0,23	0,08	0,19	0,00	0,00	-0,03				
-0,27	-0,07	-0,26	-0,03	0,01	-0,19	0,01	0,01	0,02				
-0,0224	0,0033	0,0336	-0,0758	0,0301	0,0047	0,0009	0,0110	-0,0075				

Tabelle 13.7b: Quadratischer Versuchsplan, (Teil 2)  
 Table 13.7b: Second order design, (part 2)



# Lebenslauf



## Persönliche Daten

Name: Ulrich Mohr-Matuschek  
Geburtsdatum/Ort: 15.03.1957, Bonn  
Familienstand: verheiratet  
Nationalität: deutsch

## Schulbildung

1967 – 1968 Friedrich-Ebert-Gymnasium Bonn  
1968 – 1976 Carl-von-Ossietzky-Gymnasium Bonn, Abitur

## Wehrdienst

1976 – 1978 Johanniter Unfallhilfe Bonn

## Studium

1978 – 1987 Studium des Maschinenbaus an der RWTH Aachen  
Abschluss: Dipl.-Ing.

## Wissenschaftliche Berufstätigkeit

1987 – 1991 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für  
Kunststoffverarbeitung Aachen

## Promotion

1991 Titel: Auslegung von Kunststoff- und Elastomerformteilen mittels  
Finite-Elemente-Simulation

## Berufstätigkeit

seit 1992 Hoechst AG/Ticona Sulzbach in verschiedenen verantwortlichen  
Positionen