

Dank u. Grief!
A.S

David Hilbert

Von

A. Sommerfeld

Sonderdruck aus „Jahrbuch der Akademie der Wissenschaften in Göttingen“
(Sozietät der Reichsakademie) 1943/44

David Hilbert

Von

A. Sommerfeld

Um dem Meister der mathematischen Wissenschaften einen würdigen Totenkranz zu flechten, bedürfte es eines universellen Voll-Mathematikers. Wenn der Vorstand der Göttinger Akademie der Wissenschaften mich, der ich schon in jungen Jahren der reinen Mathematik untreu geworden bin, damit beauftragt hat, so geschah es deshalb, weil ich der älteste Schüler Hilberts bin und einer seiner ältesten, durch Jugenderinnerungen und Landsmannschaft verbundenen Freunde.

Hilbert ist geboren am 23. Januar 1862 zu Königsberg. Sein Urgroßvater Christian David Hilbert war aus Sachsen nach Königsberg als Barbier eingewandert, machte als Feldscher den letzten unblutigen Krieg Friedrichs des Grossen mit und wurde später K. Preußischer approbierter Amts- und Stadtchirurgus. Schon seine Söhne wandten sich akademischen Berufen zu. Vater und Großvater unseres Hilbert waren Amtsrichter, andere Verwandte Ärzte. Hilbert besuchte das humanistische Collegium Fridricianum seiner Vaterstadt, im letzten Jahr das dortige Wilhelmsgymnasium. Sein Lieblingsfach war von Anfang an die Mathematik. Die Sprachen machten ihm mehr Mühe als Freude. Gegen Ende der Schulzeit ließ er die Mathematik ganz bei Seite und sparte sie sich für die Universität auf, um die Reifeprüfung gut zu bestehen. Er absolvierte 1880. Abgesehen von einem Heidelberger Semester studierte er in Königsberg zuerst bei Heinrich Weber, dann seit 1883 bei Ferdinand Lindemann. Von letzterem erhielt er das Thema zu seiner Doktorarbeit. Sie betraf die Invariantentheorie solcher Formen, die sich in Kugelfunktionen projektiv transformieren lassen.

Von größter Wichtigkeit für Hilbert's Entwicklung war der freundschaftliche Verkehr mit Adolf Hurwitz, damals Extraordinarius in Königsberg, und mit Hermann Minkowski. In

seinem Nachruf auf Hurwitz, Göttinger Nachrichten 1920, sagt er: „Ich hatte das Glück, durch das Zusammensein mit ihm in der mühelosesten und interessantesten Art die Gedankenrichtungen der beiden damals sich gegenüberstehenden und doch einander sich so vortrefflich ergänzenden Schulen, der geometrischen Schule von Klein und der algebraisch-analytischen Berliner Schule kennenzulernen. Dieser Verkehr wurde um so anregender als auch der geniale Hermann Minkowski, mit dem ich schon vorher befreundet war und der während der Universitätsferien regelmäßig bei seiner Familie in Königsberg weilte, zu unserm Freundschaftsbund hinzutrat. Auf zahllosen, zeitweise Tag für Tag unternommenen Spaziergängen haben wir damals während acht Jahren wohl alle Winkel mathematischen Wissens durchstöbert, und Hurwitz mit seinen ebenso ausgedehnten und vielseitigen, wie festbegründeten und wohlgeordneten Kenntnissen war uns dabei immer der Führer.“ Von Minkowski aber sagt er nach dessen jähem Tode in den Göttinger Nachrichten 1909: „Er war mir ein Geschenk des Himmels, wie es nur selten jemand zuteil wird, und ich muß dankbar sein, daß ich es solange besaß.“

Hierbei sei vorwegnehmend daran erinnert, daß Hilbert bei Ablehnung des Berliner Rufes im Jahre 1902 durch besonderes Entgegenkommen Althoffs erreicht hatte, daß ihm der Freund als Göttinger Kollege beigesellt wurde.

Hilbert promovierte 1885 und bestand im gleichen Jahr auch das Lehramtsexamen. Dann machte er eine längere Studienreise, erst zu Klein nach Leipzig, dann auf dessen Rat nach Paris. Schon 1886 habilitierte er sich in Königsberg mit einer Arbeit: „Über einen allgemeinen Gesichtspunkt für invariantentheoretische Untersuchungen im binären Formengebiet.“ Er blieb sechs lange Jahre Privatdozent. 1892 wurde er Nachfolger von Hurwitz im Extraordinariat, 1893 Nachfolger Lindemanns im Ordinariat. Ende der achtziger Jahre konnte ich einige meist zweistündige Vorlesungen Hilberts hören. Wir waren manchmal nur zwei bis drei Hörer. Hilbert las mit stärkster Hingebung und Begeisterung, die er auf seine Hörer übertrug. Wir waren uns darüber klar, daß hier ein Geist von besonderer Art am Werke war. Am eindrucksvollsten war eine Vorlesung über höhere Zahlentheorie und Kummer'sche Primideale. Sie fiel in die Zeit, wo er anfang, sich von der *Invariantentheorie* zur *Zahlentheorie* hinzuwenden. Sein junger Ruhm aber beruhte damals ausschließlich auf der Invariantentheorie, auf dem begrifflich von ihm vertieften Satz von der Endlich-

keit des Invariantensystems, den er durch direkte Ermittlung einer oberen Grenze für Zahl und Grad der Invarianten verschärfte. Auch über diesen reichlich schwierigen Gegenstand hat uns der enthusiastische Privatdozent vorgetragen.

Hilbert war in jenen Jahren wie auch später ein aufgeschlossener, naiv fröhlicher Gesellschafter und ein passionierter Tänzer. Der Verkehr zwischen den Professoren und der geringen Zahl vorgeschrittener Studenten vollzog sich äußerst zwanglos. Höhepunkt des fröhlichen Lebens war der Sommeraufenthalt in dem reizenden Ostseebade Rauschen, wo sich die weitverzweigte Familie Hilbert vollzählig versammelte. Manche unsterbliche Arbeit Hilberts ist von Rauschen aus datiert.

Seine Arbeit an der Zahlentheorie gipfelt in dem monumentalen Bericht „Die Theorie der algebraischen Zahlkörper“ für die D. Mathem. Vereinigung, erschienen 1897. Alle hier ausgesprochenen Erweiterungen und Vermutungen konnten später von seinen direkten oder indirekten Schülern (Furtwängler, Takagi, Artin) bewiesen werden. Er selbst schloß seine zahlentheoretischen Arbeiten im Jahre 1899 ab. Erst mit der überraschenden Lösung des bis dahin unzugänglichen *Waring'schen* Problems ist er im Jahre 1909 nochmals zur Zahlentheorie zurückgekehrt.

In einem sympathischen Nachruf der englischen Zeitschrift *Nature* vom 14. August 1943 lesen wir: „Daß Hilbert imstande war, überragende Entdeckungen auf den verschiedensten Gebieten der Mathematik und Mathematischen Physik hervorzu- bringen, verdanken wir seiner Fähigkeit, sich vollständig für eine gewisse Zeit auf ein Gebiet zu konzentrieren. Wenn er mit einem Problem fertig war, kehrte er selten dazu zurück, wünschte auch nichts mehr darüber zu hören und erkannte kaum seine eigenen Resultate wieder. Aber wenn Hilbert für einen neuen Gegenstand interessiert wurde, so konnte er so viele Wege zu seiner Inangriffnahme aufzeigen, daß die Mathematiker für Jahrzehnte damit zu tun hatten.“

Das nächste Arbeitsgebiet wird durch die Vorlesungsanzeige zum Winter-Semester 1898/99 mehr verschleiert als angedeutet: „Elemente der Euklidischen Geometrie.“ Wie erstaunten die Zuhörer, als ihnen unter diesem harmlosen Titel eine neuartige Axiomatik der geometrischen Verknüpfungen vorgetragen wurde, deren Vollständigkeit und Widerspruchlosigkeit zur Diskussion gestellt wurde. Unter dem Titel „*Grundlagen der Geometrie*“ erschien diese Axiomatik 1899 in der Festschrift zur Enthüllung des Gauß-

Weber Denkmals; sie hat ihrem Verfasser mehr als alle anderen Arbeiten Weltruf verschafft. Hilbert lehnt hier ein Zurückgreifen auf die Anschauung als Beweismittel grundsätzlich ab. Dies wird vielleicht am kürzesten durch einen Ausspruch gekennzeichnet, den Hilbert gelegentlich in einem Berliner Wartesaal zu zwei Geometern tat: „Man muß jederzeit statt „Punkte, Geraden, Ebenen“ „Tische, Stühle, Bierseidel“ sagen können (mitgeteilt von O. Blumenthal in Bd. III von Hilberts gesamm. Abhandlungen S. 403).

1895 war Hilbert nach Göttingen übersiedelt. Klein hatte energisch für Hilbert in der Fakultät zu kämpfen gehabt; er wollte die erste Kraft an seiner Seite haben, auf die Gefahr hin, daß der junge Baum den alten überschatten würde. Aber für Klein gab es nur sachliche Gesichtspunkte und Hilbert erkannte freudig die unvergänglichen Verdienste Kleins an. Das Verhältnis beider war dauernd ungetrübt, trotz größter Verschiedenheit der beiden Naturen: Klein der Romantiker, Hilbert der Klassiker, Klein der Geometer, Hilbert mehr der Arithmetiker; Klein's Beweise wirkten durch Anschaulichkeit und Natürlichkeit, Hilbert liebte die paradoxe Zuspitzung, die *deductio ad absurdum*.

Hilbert schuf in Göttingen ein mathematisches Königreich. Aus aller Welt strömten ihm die Schüler zu. Göttingen wurde, wie Caratheodory in einer Ansprache am Sarge Hilberts sagte, Sitz eines internationalen Mathematiker-Kongresses, der in Permanenz tagte. Hilbert mußte sich hermetisch vor Besuchern abschließen um Zeit für seine Arbeit zu behalten — von akademischen Geschäften hat er sich stets zurückgehalten. Nur in der mathematischen Gesellschaft und auf Spaziergängen war er für seine zahlreichen Jünger zu sprechen. Die Hilbert-Schule blühte und entsendete ihre Sprößlinge auf viele der deutschen und ausländischen Lehrstühle.

Im Jahre 1900 war Hilbert Vorsitzender der D. Mathem. Vereinigung und hielt als solcher einen Vortrag für den internationalen Mathematiker-Kongress in Paris über „Mathematische Probleme“. Nicht weniger als 23 wohldurchdachte, vielversprechende Probleme stellte er hier mit königlicher Freigebigkeit der Allgemeinheit zur Verfügung. Fast alle sind inzwischen gelöst, alle haben sie die mathematische Forschung der folgenden Decennien nachhaltig beeinflußt und befruchtet.

Schon in diesen mathematischen Problemen zeigt sich die Wendung, die Hilbert nun zur *Funktionentheorie* hin nahm. Da ist es zunächst das Dirichlet'sche Prinzip und die Variationsrechnung, die Hilbert neu fundierte. Seiner Beweiskraft gelang

es, das durch Weierstrassische Einwände entkräftete Dirichlet'sche Prinzip wieder zur tragfähigen Grundlage der Potentialtheorie zu machen. Aber bald wurde er in eine neue, noch viel fruchtbarere Bahn gedrängt als er von der Fredholm'schen Theorie der Integralgleichungen erfuhr. In seinen Händen erweiterte sich die Fredholm'sche Methode zu einer allgemeinen Theorie der Randwertaufgaben, ihrer Eigenwerte und Eigenfunktionen, in die sich alle Reihenentwicklungen der mathematischen Physik einordneten. Ein mächtiges Hilfsmittel bildete dabei die Theorie der quadratischen Formen unendlich vieler Veränderlicher und deren Hauptachsen-Transformation. Die Hilbert'schen Begriffe und Bezeichnungen Kern der Integralgleichung, Spektrum der Eigenwerte sind in den internationalen Sprachgebrauch übergegangen. Viele mathematische Betrachtungen spielen sich heutzutage im Hilbert-Raum ab.

Hilbert glaubte, daß mit diesen Methoden sämtliche Aufgaben der mathematischen Physik auch numerisch lösbar sein sollten. Daß ich ihm hierin nicht zustimmen konnte, liegt auf der Hand. Immerhin bezeugt das schöne Buch von Courant-Hilbert Methoden der Mathematischen Physik, Bd. I und II, 1924 und 1937 die ordnende und formende Kraft der Hilbert'schen Gedanken.

Die folgenden Jahre, etwa von 1912 bis 1928 sind wesentlich ausgefüllt mit Problemen der mathematischen Physik. Als erste Aufgabe trat, unmittelbar an die Integralgleichungen anschließend, die *kinetische Gastheorie* in seinen Gesichtskreis. Die Boltzmann'sche Integralgleichung der Zusammenstöße mit ihrem symmetrischen Kern forderte direkt zur Anwendung der Hilbert'schen Theoreme heraus. Hierdurch gelang der für den Physiker äußerst wertvolle Nachweis, daß zu jedem auch nichtstationären Zustand in eindeutiger Weise eine Verteilungsfunktion gehört. Wie sie im einzelnen Falle zu berechnen ist, bleibt allerdings eine schwierige, noch ungelöste Frage.

Ein anderes von Hilbert durchgedachtes und gefördertes Problem ist das der *Wärmestrahlung*. Andere Arbeiten von bleibendem Wert schliessen unmittelbar an Einstein's Entdeckung der *allgemeinen Relativität* an. Auch zu den „Grundlagen der Quantenmechanik“ hat Hilbert das Wort ergriffen. Wie intensiv seine physikalischen Interessen waren, geht daraus hervor, daß er neben seinem mathematischen einen physikalischen Assistenten (meist aus der Münchener Schule bezogen) anstellte, der ihm über die neueste Entwicklung der Physik berichten mußte.

Das letzte und schwierigste Arbeitsgebiet Hilberts kann hier

nur angedeutet werden. Angesichts der in der Mengenlehre aufgetretenen Paradoxien, angesichts der in der Vorstellung des Kontinuums und des Unendlichen gelegenen Schwierigkeiten stellte er sich die Aufgabe, die *Widerspruchslosigkeit der Mathematik* ohne Einschränkung zu beweisen. Fast scheint es, als ob dieses logistische Problem selbst die Kraft eines Hilbert überstieg. —

Phrasenlose Wahrhaftigkeit, unerhörter Fleiß, weise Beschränkung auf die ihm gemäßen Aufgaben sind die Grundzüge im Leben und Werk unseres David Hilbert.

A. Sommerfeld.
