

Jürgen Bortz    Gustav A. Lienert    Klaus Boehnke

# Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik

3., korrigierte Auflage

Mit 35 Abbildungen, 247 Tabellen und 47 Tafeln

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Wahrscheinlichkeitslehre</b>	<b>1</b>
1.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	1
1.1.1	Vorbemerkungen	1
1.1.2	Begriff der Wahrscheinlichkeit	2
1.1.3	Theoretische und empirische Wahrscheinlichkeit	3
1.1.4	Additions- und Multiplikationssatz	4
1.1.5	Punktwahrscheinlichkeiten	5
1.1.6	Überschreitungswahrscheinlichkeiten	6
1.1.7	Elemente der Kombinatorik	7
1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	10
1.2.1	Verteilungsformen von Zufallsvariablen	10
1.2.2	Die Binomialverteilung	14
1.2.3	Die Normalverteilungsapproximation der Binomialverteilung	16
1.2.4	Die Polynomialverteilung	17
1.2.5	Die $\chi^2$ -Approximation der Polynomialverteilung	19
1.2.6	Die Poisson-Verteilung	20
1.2.7	Die hypergeometrische Verteilung	21
<b>2</b>	<b>Beobachtungen, Hypothesen und Tests</b>	<b>23</b>
2.1	Beobachtungen und Verteilungshypothesen	23
2.1.1	Übereinstimmung von Beobachtungen mit Hypothesen	23
2.1.2	Stichproben und Grundgesamtheiten	24
2.1.3	Stichprobenarten	26
2.2	Statistische Hypothesen und Tests	28
2.2.1	Ein- und zweiseitige Fragestellungen	28
2.2.2	Nullhypothesen	29
2.2.3	Alternativhypothesen	30
2.2.4	Das Risiko I	31
2.2.5	Statistische Prüfgrößen und statistische Tests	32
2.2.6	Das Risiko II	36
2.2.7	Die Stärke statistischer Tests	39
2.2.8	Die Effizienz statistischer Tests	43
2.2.9	Andere Gütekriterien statistischer Tests	45
2.2.10	Zusammenfassung statistischer Entscheidungen	46
2.2.11	$\alpha$ -Fehler-Adjustierung	48

<b>3</b>	<b>Datenerhebung und Datenaufbereitung</b>	<b>57</b>
3.1	Theorie des Messens	57
3.1.1	Gütekriterien des Messens	59
3.1.2	Die Skalenniveaus	61
3.1.3	Informationsgehalt von Skalen	62
3.1.4	Konstituierungsmerkmale für Skalen	63
3.1.5	Zulässige Skalentransformationen	64
3.1.6	Festlegung des Skalenniveaus	65
3.2	Arten von Ausgangsdaten	66
3.2.1	Nominalskalierte Daten	66
3.2.2	Ordinalskalierte Daten	67
3.2.3	Kardinalskalierte Daten	70
3.3	Graphische und numerische Darstellung empirischer Daten	70
3.3.1	Die Häufigkeitsverteilung	70
3.3.2	Statistische Kennwerte	74
<b>4</b>	<b>Verteilungsfreie und parametrische Tests</b>	<b>79</b>
4.1	Probleme des Messniveaus	79
4.2	Probleme mathematisch-statistischer Voraussetzungen	81
4.3	Probleme der Robustheit statistischer Verfahren	83
4.4	Entscheidungsschema: parametrisch oder verteilungsfrei?	83
<b>5</b>	<b>Analyse von Häufigkeiten</b>	<b>87</b>
5.1	Analyse eindimensionaler Häufigkeitsverteilungen	88
5.1.1	Binomialtest	88
5.1.2	Polynomialtest	92
5.1.3	$\chi^2$ -Anpassungstests	95
5.1.4	Nullklassentest	98
5.1.5	Trendtest	100
5.2	Analyse von Vierfelderkontingenztafeln	102
5.2.1	Asymptotische Analyse	104
5.2.2	Exakte Analyse	110
5.2.3	Agglutination von Vierfeldertafeln	113
5.2.4	Kontrolle von Drittmerkmalen	116
5.2.5	Optimale Stichprobenumfänge	120
5.3	Analyse von $k \times 2$ -Felder-Kontingenztafeln	121
5.3.1	Asymptotische Analyse	122
5.3.2	Exakte Analyse	123
5.3.3	Einzelvergleiche	126
5.3.4	Trendtests	130
5.4	Analyse von $k \times m$ -Kontingenztafeln	131
5.4.1	Asymptotische Analyse	132
5.4.2	Exakte Analyse	140

5.4.3	Fusion einzelner Felder	142
5.4.4	Anpassung von Teiltafeln an die Gesamttafel	144
5.4.5	Spezielle Einzelvergleiche	148
5.4.6	Einfeldertests (KFA)	155
5.4.7	Vergleich mehrerer Kontingenztafeln	158
5.5	Abhängige Stichproben	160
5.5.1	Zweimalige Messung eines dichotomen Merkmals	160
5.5.1.1	McNemar-Test	160
5.5.1.2	Gart-Test	164
5.5.2	Zweimalige Messung eines k-fach gestuften Merkmals	165
5.5.2.1	Bowker-Test	165
5.5.2.2	Marginalhomogenitätstest	168
5.5.3	Mehrfache Messung eines dichotomen Merkmals	169
5.5.3.1	Q-Test von Cochran	169
5.5.3.2	Einzelvergleiche	171
5.6	Analyse drei- und mehrdimensionaler Kontingenztafeln	173
5.6.1	Terminologische Vorbemerkungen	174
5.6.2	Asymptotische Analyse	175
5.6.3	Exakte Analyse einer $2^3$ -Tafel	181
5.6.4	Kontingenzaspekte in Dreiwegtafeln	183
5.6.5	Symmetrietests bei abhängigen Stichproben	190
<b>6</b>	<b>Analyse von Rangdaten</b>	<b>197</b>
6.1	Tests für Unterschiedshypothesen bei unabhängigen Stichproben	197
6.1.1	Tests für zwei Stichproben	197
6.1.1.1	Mediantest	198
6.1.1.2	U-Test	200
6.1.1.3	Normalrangtests	212
6.1.1.4	Weitere Tests	217
6.1.2	Tests für mehrere Stichproben	221
6.1.2.1	Mehrstichproben-Mediantest	221
6.1.2.2	Rangvarianzanalyse (H-Test)	222
6.1.2.3	Normalrangtests	228
6.1.3	Einzelvergleiche	230
6.1.4	Trendtests	232
6.1.4.1	Trendtest von Jonckheere	233
6.1.4.2	Trendtest mit orthogonalen Polynomen	235
6.1.5	Tests für zwei- und mehrfaktorielle Pläne	237
6.1.5.1	Rangvarianzanalyse mit Datenalignement	239
6.1.5.2	Weitere Verfahren	248
6.1.6	Tests für Dispersionsunterschiede	249
6.1.6.1	Rangdispersionstest von Siegel und Tukey	249
6.1.6.2	Rangdispersionstest von Mood	252
6.1.6.3	Mehrstichprobendispersionsvergleiche	253
6.1.6.4	Weitere Rangdispersionstests	255

6.2	Tests für Unterschiedshypothesen bei abhängigen Stichproben . . . . .	255
6.2.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	255
6.2.1.1	Vorzeichentest . . . . .	256
6.2.1.2	Vorzeichenrangtest . . . . .	259
6.2.1.3	Varianten des Vorzeichenrangtests . . . . .	266
6.2.2	Tests für mehrere Stichproben . . . . .	267
6.2.2.1	Friedmans verallgemeinerter Vorzeichentest . . . . .	267
6.2.2.2	Der Spannweitenrangtest von Quade . . . . .	272
6.2.2.3	Weitere Verfahren . . . . .	274
6.2.3	Einzelvergleiche . . . . .	275
6.2.4	Trendtests . . . . .	277
6.2.4.1	Trendtest von Page . . . . .	277
6.2.4.2	Trendtests mit orthogonalen Polynomen . . . . .	278
6.2.5	Tests für mehrfaktorielle Untersuchungspläne . . . . .	279
6.2.5.1	U-Test für Paardifferenzen . . . . .	279
6.2.5.2	Rangvarianzanalysen mit Datenalignment . . . . .	282
6.2.5.3	Balancierte unvollständige Pläne . . . . .	289
6.2.6	Tests für Dispersionsunterschiede . . . . .	292
<b>7</b>	<b>Analyse von Messwerten . . . . .</b>	<b>295</b>
7.1	Tests für Unterschiedshypothesen bei unabhängigen Stichproben . . . . .	295
7.1.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	296
7.1.1.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	296
7.1.1.2	Streuungsunterschiede . . . . .	298
7.1.1.3	Omnibusunterschiede . . . . .	299
7.1.1.4	Weitere Tests . . . . .	306
7.1.2	Tests für k Stichproben . . . . .	307
7.1.2.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	307
7.1.2.2	Omnibusunterschiede . . . . .	310
7.2	Tests für Unterschiedshypothesen bei abhängigen Stichproben . . . . .	312
7.2.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	312
7.2.1.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	312
7.2.1.2	Streuungsunterschiede . . . . .	316
7.2.1.3	Omnibusunterschiede . . . . .	317
7.2.2	Tests für k Stichproben . . . . .	318
7.2.2.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	318
7.2.2.2	Omnibusunterschiede . . . . .	318
7.3	Anpassungstests . . . . .	319
7.3.1	Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest (KSA-Test) . . . . .	319
7.3.2	KSA-Test mit Lilliefors-Schranken . . . . .	321

<b>8</b>	<b>Zusammenhangsmaße und Regression</b>	<b>325</b>
8.1	Nominalskalierte Merkmale	326
8.1.1	Vierfeldertafeln	327
8.1.1.1	$\phi$ -Koeffizient	327
8.1.1.2	Weitere Zusammenhangsmaße	335
8.1.1.3	Regression	337
8.1.1.4	Weitere Vorhersagemodelle	340
8.1.2	$k \times 2$ -Tafeln	342
8.1.2.1	$\phi'$ -Koeffizient	342
8.1.2.2	Einzelvergleiche	345
8.1.2.3	Trendtests	350
8.1.2.4	Regression	354
8.1.3	$k \times m$ -Tafeln	355
8.1.3.1	Cramérs Index	355
8.1.3.2	Weitere Zusammenhangsmaße	358
8.1.3.3	Einzelvergleiche	358
8.1.3.4	Regression	362
8.1.3.5	Weitere Vorhersagemodelle	363
8.1.4	Mehrdimensionale Tafeln: ein zweifach gestuftes abhängiges Merkmal	364
8.1.4.1	Orthogonale Tafeln	365
8.1.4.2	Nichtorthogonale Tafeln	380
8.1.5	Mehrdimensionale Tafeln: ein mehrfach gestuftes abhängiges Merkmal	391
8.1.5.1	Orthogonale Tafeln	392
8.1.5.2	Nichtorthogonale Tafeln	400
8.1.6	Mehrdimensionale Tafeln: mehrere abhängige Merkmale	406
8.2	Ordinalskalierte Merkmale	413
8.2.1	Spearman's $\rho$ (rho)	414
8.2.1.1	$\rho$ bei Rangbindungen	418
8.2.1.2	Biseriales $\rho$	421
8.2.2	Kendalls $\tau$ (tau)	422
8.2.2.1	$\tau$ bei Rangbindungen	427
8.2.2.2	Biseriales $\tau$	434
8.2.2.3	Subgruppen- $\tau$	438
8.2.2.4	Intraklassen- $\tau$	441
8.2.3	Vergleich von $\rho$ und $\tau$	443
8.2.4	Partielle und multiple Zusammenhänge	444
8.2.5	Regression	447
8.3	Kardinalskalierte Merkmale	447
<b>9</b>	<b>Urteilerübereinstimmung</b>	<b>449</b>
9.1	Urteilerübereinstimmung bei binären Daten	450
9.1.1	Zwei Beurteiler	450
9.1.2	m Beurteiler	454

9.2	Urteilskonkordanz bei nominalen Daten	458
9.2.1	Zwei Beurteiler	458
9.2.2	m Beurteiler	460
9.3	Urteilskonkordanz bei ordinalen Daten	465
9.3.1	Unvollständige Boniturenpläne	471
9.3.2	Zweigruppenkonkordanz	479
9.4	Urteilskonkordanz bei kardinalen Daten	482
9.4.1	Zwei Beurteiler	482
9.4.2	m Beurteiler	488
9.5	Paarvergleichsurteile	488
9.5.1	Urteilskonsistenz	489
9.5.2	Urteilskonkordanz	493
9.5.3	Unvollständige Paarvergleiche	499
9.5.4	Paarvergleichskorrelation	501
<b>10</b>	<b>Verteilungsfreie Sequenzanalyse</b>	<b>503</b>
10.1	Überprüfung des Anteilsparameters einer binomialverteilten Population	505
10.1.1	Einseitiger Test	505
10.1.2	Zweiseitiger Test	519
10.2	Vergleich der Anteilsparameter aus zwei binomialverteilten Populationen	525
10.3	Anwendungen	531
10.4	Pseudosequentialtests	536
10.5	Weitere Verfahren	541
<b>11</b>	<b>Abfolgen und Zeitreihen</b>	<b>543</b>
11.1	Binäre Daten	544
11.1.1	Zufälligkeit der Abfolge: Omnibustests	545
11.1.1.1	Iterationshäufigkeitstest	545
11.1.1.2	Iterationslängentest	553
11.1.2	Trendtests	560
11.1.3	Tests auf sequentielle Abhängigkeiten	562
11.1.4	Homogenität mehrerer Abfolgen	564
11.1.5	Überprüfung von Interventionswirkungen	565
11.2	Nominale Daten	566
11.2.1	Multipler Iterationshäufigkeitstest	566
11.2.2	Trendtests	569
11.3	Ordinale Daten	570
11.3.1	Zufälligkeit der Abfolge: Omnibustests	571
11.3.1.1	Phasenverteilungstest	572
11.3.1.2	Phasenhäufigkeitstest	574
11.3.1.3	Weitere Omnibustests	578
11.3.2	Trendtests	579
11.3.2.1	Monotoner Trend: Rangkorrelationstest	580
11.3.2.2	Monotoner Trend: Erst-Differenzen-Test	580

11.3.2.3	Monotoner Trend: $S_1$ -Test	581
11.3.2.4	Monotoner Trend: Rekordbrechertest	584
11.3.2.5	Monotoner Trend: Niveauvergleich zweier Abschnitte	585
11.3.2.6	Andere Trends	586
11.3.3	Homogenität mehrerer Abfolgen	589
11.3.4	Vergleich mehrerer Stichproben von Abfolgen	590
11.3.4.1	Unabhängige Stichproben	590
11.3.4.2	Abhängige Stichproben	597
11.4	Kardinale Daten	600
11.4.1	Methoden der Trendschätzung	601
11.4.1.1	Polynomiale Anpassung	601
11.4.1.2	Exponentielle Verläufe	610
11.4.1.3	Weitere Methoden	613
11.4.2	Homogenität und Unterschiedlichkeit von Zeitreihenstichproben	615
11.4.3	Zeitreihenkorrelationen	616
11.4.3.1	Autokorrelationen	616
11.4.3.2	Konkomitanzen	619
11.5	Zeitliche Verteilung von Ereignissen	620
11.5.1	Okkupanzentest	620
11.5.2	Tests der Verteilungsform	622
11.5.3	Vergleich mehrerer zeitlicher Verteilungen	626
<b>Anhang Tafeln 1–47</b>		<b>627</b>
Tafel 1	Binomialverteilungen	628
Tafel 2	Standardnormalverteilung	634
Tafel 3	$\chi^2$ -Verteilungen	637
Tafel 4	Der Craddock-Flood- $\chi^2$ -Kontingenztest	644
Tafel 5	$2^3$ -Felder-Test	647
Tafel 6	U-Test	669
Tafel 7	Ulemans $k \times 2$ -Felder-U-Test	676
Tafel 8	Inverse der Standardnormalverteilung	693
Tafel 9	Normalrangtest nach van der Waerden	696
Tafel 10	Normalrangtransformation	700
Tafel 11	Terry-Hoeffding-Test	701
Tafel 12	H-Test nach Kruskal-Wallis	706
Tafel 13	Einzelvergleiche nach Wilcoxon u. Wilcox	709
Tafel 14	Dunnetts t-Test	712
Tafel 15	Trendtest von Jonckheere	713
Tafel 16	Orthogonale Polynome	715
Tafel 17	Dispersionstest nach Mood	716
Tafel 18	F-Verteilungen	723
Tafel 19	Schranken für den Vorzeichenrangtest	729
Tafel 20	Friedmans $\chi_r^2$ -Test	731
Tafel 21	Einzelvergleichstest für abhängige Stichproben nach Wilcox und Wilcoxon	737
Tafel 22	Trendtest von Page	740



Tafel 23	Kolmogoroff-Smirnov-Omnibustest ( $N_1 = N_2$ )	742
Tafel 24	Kolmogoroff-Smirnov-Omnibustest ( $N_1 \neq N_2$ )	743
Tafel 25	Verallgemeinerter KSO-Test	745
Tafel 26	KSO-Anpassungstest	747
Tafel 27	Lilliefors-Schranken	748
Tafel 28	Signifikanzgrenzen für Spearmans $\rho$	749
Tafel 29	Signifikanzgrenzen für Kendalls $\tau$ -Test	750
Tafel 30	Whitfields Intraklassen – $\tau$	751
Tafel 31	Kendalls Konkordanztest	753
Tafel 32	Kendalls Konsistenztest	754
Tafel 33	Kendalls Akkordanztest	755
Tafel 34	Verkettete Paarvergleichspläne	758
Tafel 35	Stevens' Iterationshäufigkeitstest	760
Tafel 36	Cochran-Grants Iterationslängentest	765
Tafel 37	Multipler Iterationshäufigkeitstest	766
Tafel 38	Phasenverteilungstest	769
Tafel 39	Phasenhäufigkeitstest	771
Tafel 40	Erstdifferenztest	773
Tafel 41	Zirkuläre Autokorrelationen 1. Ordnung	774
Tafel 42	Nullklassentest	775
Tafel 43	Stichprobenumfänge für den Vierfelder- $\chi^2$ -Test	776
Tafel 44	Exakter $3 \times 2$ -Feldertest	796
Tafel 45	Exakter $3 \times 3$ -Feldertest	810
Tafel 46	Der exakte Q-Test	872
Tafel 47	Halperins einseitig gestutzter U-Test	885
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>893</b>
<b>Namenverzeichnis</b>		<b>915</b>
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>923</b>