struktion eines möglichst einfachen *Partial*modells (Kapitalwertmethode) von großem Wert sind. Dabei müssen vier im Vergleich zum vollkommenen Kapitalmarkt neue Problemkreise berücksichtigt werden:

1. Für das Partialmodell „Kapitalwertmethode“ sind *ex ante* Kalkulationszinssätze als periodenspezifische Steuerungszinsfüße $i_t$ zu *schätzen*.

Kalkulationszinsproblem

2. Die *Ziele* Vermögens- und Einkommensmaximierung sind nicht mehr äquivalent. Periodenspezifische Steuerungszinsfüße und optimale Lösung hängen auch von der Konsumpräferenz der Unternehmenseigner ab. Die Unternehmensleitung hat dafür Sorge zu tragen, daß sich die Investitions- und Finanzierungsplanung an den vorzugebenden Entnahmewünschen der Eigentümer orientiert.

Zielsetzungsproblem

3. Zu jedem Zeitpunkt muß die *Liquidität* gewährleistet sein. Der Konkurs wegen Illiquidität (Zahlungsunfähigkeit) läßt sich nicht mehr einfach durch Verschuldung zum Kalkulationszins abwenden.

Liquiditätsproblem

4. (Fehlende) Ganzzahligkeit von Objekten bereitet u.U. Schwierigkeiten. Die optimale Lösung kann eine anteilige Realisation unteilbarer Projekte vorsehen. In diesem Falle entstehen kombinatorische Probleme, die im allgemeinen nicht mehr durch Partialmodelle lösbar sind. Die Lenkpreistheorie stößt hier an ihre Grenzen.

Ganzzahligkeitsproblem

## 4.2 Endogene Grenzzinsfüße als theoretisch richtige Lenkpreise zur optimalen Steuerung des Investitions- und Finanzierungsverhaltens

### 4.2.1 Dilemma der Lenkpreistheorie

Wert als Grenznutzen

Der *Wert* von Produktionsfaktoren ist definiert durch den *Nutzen*, welchen sie im Hinblick auf die zugrunde gelegte *Zielsetzung* stiften. Welchen Zielbeitrag nun eine zu einem beliebigen Zeitpunkt verfügbare Mark erbringt, kann allerdings nur bewertet werden, wenn ihre optimale Grenzverwendung bekannt ist. Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt wird jede überschüssige DM (oder jeder €) dazu eingesetzt, zum Kalkulationszins i eine Geldanlage zu tätigen oder den Betrag eines Kredits zu reduzieren. Bei unvollkommenem Kapitalmarkt gibt es den Lenkpreis i nicht mehr, und als Grenzverwendung des Geldes (Grenzobjekt) kommt *ex ante* eine Vielzahl verschiedener Objekte in Frage.

Grenzobjekt

Die Zahlungsreihe eines *Grenzobjekts* wird in der optimalen Lösung gerade noch – d.h. nur *teilweise* – verwirklicht. Grenzobjekte sind also weder gänzlich vorteilhaft noch gänzlich unvorteilhaft. Lediglich in *Ausartungsfällen* kommt es vor, daß ein Grenzobjekt ganz oder gar nicht zu realisieren ist.

Grenzzins

Die wertmäßigen Kosten des Kapitals drücken sich in dem zunächst unbekannten Steuerungszins (Lenkpreis des Faktors Kapital) aus, zu dem sich die letzte in einer Periode angelegte oder aufgenommene DM verzinst. Dieser *Grenzzins* definiert die Opportunität, an der die Zielwertverbesserung durch eine zusätzlich verfügbare Mark zu messen ist. Die Grenzzinssätze leiten sich aus den Zahlungsreihen der Grenzobjekte ab. Den Zahlungsreihen oder internen Zinssätzen der anderen, voll oder überhaupt nicht verwirklichten Objekte kommt dagegen keinerlei Steuerungsfunktion zu.

Dilemma der wertmäßigen Kosten (oder: der Lenkpreistheorie)

Die Ermittlung des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms mit Hilfe der Kapitalwertmethode als einfachem, dezentral anwendbarem Partialmodell setzt die Kenntnis des Grenzzinsfußes einer jeden Periode voraus. Wie sich zeigen wird, stellen die Grenzzinsfüße die theoretisch richtigen periodenspezifischen Kalkulationszinsfüße für die Kapitalwertmethode bei unvollkommenem Kapitalmarkt dar. Das *Dilemma der wertmäßigen Kosten* liegt nun darin, daß die zur Ermittlung der optimalen Lösung benötigten Steuerungszinsfüße selbst erst durch die optimale Lösung definiert werden. Der Grenzzins einer Periode ist ein Kuppelprodukt der optimalen Lösung, denn die Grenzobjekte als die „schlechtesten“ oder „letzten“ Verwendungen des Kapitals sind erst bekannt, wenn die bei Optimalverhalten gänzlich vorteilhaften bzw. gänzlich unvorteilhaften Objekte identifiziert sind. Die Grenzzinsfüße sind modell*endogen*, d.h., sie fallen als „Abfallprodukt“ zusammen mit der Optimallösung an. Die zur Lösung des Investitions- und Finanzierungsproblems durch ein Partialmodell gesuchten endogenen Grenzzinsfüße stehen also leider erst dann zur Verfügung, wenn sie nicht mehr benötigt werden, weil das Problem schon auf anderem Wege – durch ein Totalmodell – gelöst worden ist.

Zahlenbeispiel im Einperiodenfall

Zunächst sollen wesentliche Aussagen an einem einfachen Einperioden-Zahlenbeispiel demonstriert werden. Einem Unternehmen bieten sich im Planungszeitpunkt t = 0 vier Investitions- und zwei Finanzierungsalternativen für das folgende Jahr. Die Objekte sind beliebig teilbar. Ihre Zahlungsreihen sind der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.

| Projekt j | $g_{j0}$ | $g_{j1}$ | $r_j$ |
|---|---|---|---|
| A | –100 | 105 | 5% |
| B | –100 | 115 | 15% |
| C | –50 | 60 | 20% |
| D | –50 | 56 | 12% |
| E | 100 | –108 | 8% |
| F | 100 | –113 | 13% |

Das Unternehmen verfügt über keine eigenen Mittel. Welche Investitionen (aus A, B, C, D) soll es durchführen, und wie soll es die Anschaffungsauszahlungen finanzieren (aus E, F), wenn die Unternehmensleitung in t = 1 einen maximalen Endwert an die Eigner ausschütten möchte?

*Erster Lösungsversuch*: „Klassische Kapitalwertmethode“. Was passiert, wenn man Kapitalwerte mit einem willkürlichen Kalkulationszins von z.B. i = 5% berechnet, obwohl sich zu diesen Konditionen auf dem vorliegenden unvollkommenen Kapitalmarkt keine Geschäfte mehr abschließen lassen? Man erkennt, daß dann alle Investitionen (A bis D) einen nichtnegativen Kapitalwert und alle Finanzierungen (E und F) einen negativen Kapitalwert aufweisen. Der anfänglichen Kapitalnachfrage von 300 steht somit ein Kapitalangebot von 0 gegenüber, weil beide Finanzierungen nach der Kapitalwertmethode nachteilig sind. Die angeblich vorteilhaften vier Investitionen können also nicht finanziert werden und sind deshalb nicht realisierbar. Willkürlich festgesetzte Kalkulationszinsfüße führen zu unzulässigen Lösungen, weil sie die Nebenbedingung „Liquidität“ mißachten. Sie sind deshalb für die Investitionsplanung bei unvollkommenem Kapitalmarkt ungeeignet.

Kapitalwertmethode mit exogenem Kalkulationszins versagt

*Zweiter Lösungsversuch*: „Tragfähigkeitsprinzip“. Man könnte auf die Idee kommen, wie folgt vorzugehen: Investition B und C sind vorteilhaft, weil ihre Rendite die Effektivverzinsung beider Kredite E und F übersteigt. A lohnt sich nicht. Investition D ist vorteilhaft, wenn sie mit dem niedriger verzinslichen Kredit E finanziert wird. Das Budget umfaßt danach die Objekte B bis F. Damit ist die Liquidität in t = 0 gewährleistet: Einzahlungen – Auszahlungen = 100 + 100 – 100 – 50 – 50 ≥ 0. Der Endwert in t = 1 beträgt 115 + 60 + 56 – 108 – 113 = 10. Dieses Vorgehen ist scheinbar plausibel. Es beruht jedoch auf dem *Denkfehler*, bestimmte Finanzierungen bestimmten Investitionen zuordnen zu wollen. Die Gesamtheit der aus Krediten eingenommenen Mittel dient zur Finanzierung des kompletten Investitionsprogramms. Sofern bargeldlos gezahlt wird, ist es rein technisch unmöglich, den Kontostand nach der Herkunft des Geldes zu differenzieren und zu behaupten, Investition D werde mit dem Kredit E, keinesfalls aber mit F finanziert. Selbst wenn jede einzelne Münze nach ihrer Herkunft gekennzeichnet würde und sichergestellt wäre, daß die Zahlungen für D physisch aus dem Geld des Kredits E stammten, wäre es ökonomisch unsinnig, *zur gleichen Zeit* Mittel zu 13% (F) aufzunehmen und teilweise nur zu 12% anzulegen (D). Das Tragfähigkeitsprinzip sichert zwar einen *positiven* Endwert – hierin liegt seine scheinbare Plausibilität –, aber es führt nicht zum *maximalen* Endwert.

Kostentragfähigkeitsprinzip versagt

*Lösung*: DEAN-Modell. Die suboptimale Lösung nach dem Tragfähigkeitsprinzip läßt sich sofort verbessern, indem der teuerste Kredit (F, 13%) reduziert und im vollen Umfang auf die schlechteste Investition (D, 12%) verzichtet wird. Der Endwert verbessert sich dabei um insgesamt 50 · (0,13 – 0,12) = 0,5 auf 10,5. Im Optimum gilt, daß der teuerste Kredit höchstens so viel kostet, wie die schlechteste im Programm befindliche Investition einbringt: Die Grenzrendite des Investitionsprogramms darf nicht kleiner sein als die Grenzverzinsung des Finanzierungsprogramms.

DEAN-Modell

Kapitalangebots- und -nachfragekurven

Zur graphischen Ermittlung des endwertmaximalen Investitions- und Finanzierungsprogramms kann ein einfaches, von DEAN vorgeschlagenes Totalmodell eingesetzt werden, welches die Interdependenzen durch eine Simultanbetrachtung aller sechs Objekte berücksichtigt. Weil der Planungszeitraum nur aus einer Periode besteht, sind die Objekte durch Berechnung ihrer internen Zinsfüße mühelos in eine Reihenfolge zu bringen. Objekt C ist allen anderen Investitionsprojekten vorzuziehen, da jede in C investierte Mark am Jahresende 20 Pfennig Zinsen erbringt. Das Objekt B erwirtschaftet dagegen mit einer DM knappen Kapitals nur 15 Pfennig, usw. Die monoton fallende *Kapitalnachfragefunktion* ordnet jedem Geldbetrag die erzielbare Grenzverzinsung zu. Ein Objekt j ist natürlich nur dann vorteilhaft, wenn seine Grenzrendite $r_j$ nicht den höchsten Zins unterschreitet, welcher gleichzeitig für aufgenommenes Fremdkapital anfällt. Der Kapitalnachfragefunktion muß folglich noch die monoton steigende *Kapitalangebotsfunktion* gegenübergestellt werden, welche jedem potentiell nachgefragten Geldbetrag den entsprechenden Grenz-Sollzins zuordnet. Der Schnittpunkt beider Funktionsgraphen definiert das optimale *Budget*; vgl. Abbildung 15.

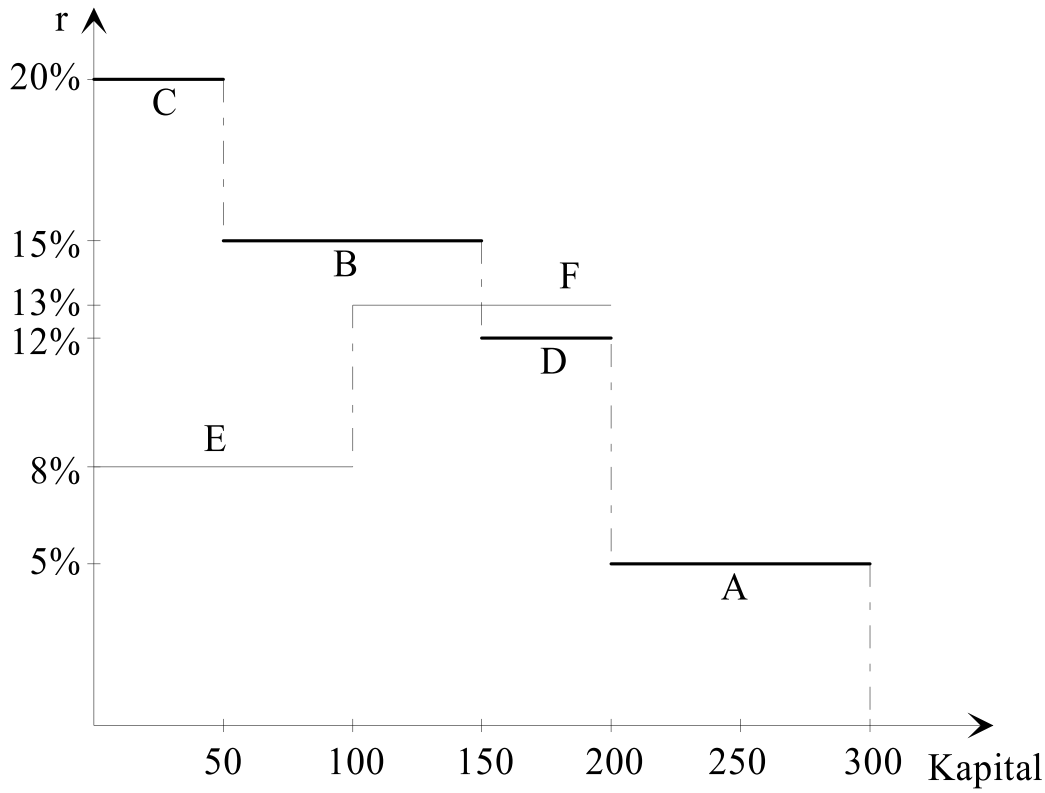


*Abbildung 15: DEAN-Modell*

Schnittpunktlösung nach DEAN

Das Ergebnis der *Kapitalbudgetierung* (bzw. simultanen Investitions- und Finanzplanung) mit dem DEAN-Modell lautet: Die Objekte C, B und E sind vollständig zu realisieren. Der Kredit F wird dagegen nur zu 50% in Anspruch genommen; er ist das Grenzobjekt. Die rechts vom Schnittpunkt liegenden

Investitionsobjekte D und A sind unvorteilhaft, weil sie weniger einbringen, als der teuerste im optimalen Programm befindliche Kredit (Grenzobjekt F) kostet. Das optimale Budget beträgt 150, und der als Ergebnis ablesbare endogene Grenzzins der Planungsperiode entspricht der Verzinsung des Grenzobjekts F: 13%. Der maximale Endwert beträgt EW = 60 + 115 – 108 – 0,5 · 113 = 10,5.

Endogener Kalkulationszinsfuß

Die rechtzeitige Kenntnis des endogenen Grenzzinsfußes hätte die Lösung des Kapitalbudgetierungsproblems durch ein bereits bekanntes einfaches Partialmodell, nämlich die Kapitalwertmethode, erlaubt. Mit $i_1$ = 13% als Kalkulationszinsfuß der betrachteten (einen, ersten) Periode ergeben sich die folgenden Kapitalwerte:

Kapitalwerte auf Basis des endogenen Grenzzinses 13%

$$C_A = -100 + \frac{105}{1{,}13} = -7{,}079646, \quad C_B = -100 + \frac{115}{1{,}13} = 1{,}769912,$$

$$C_C = -50 + \frac{60}{1{,}13} = 3{,}097345, \quad C_D = -50 + \frac{56}{1{,}13} = -0{,}442478,$$

$$C_E = 100 - \frac{108}{1{,}13} = 4{,}424779, \quad C_F = 100 - \frac{113}{1{,}13} = 0.$$

Partialisierung des Totalproblems

Die Kapitalwertberechnung kann für jedes einzelne Objekt *dezentral* erfolgen, d.h. isoliert ohne Kenntnis der übrigen Objekte. Alle Interdependenzen sind im *zentral* vorgegebenen Steuerungszins $i_1$ enthalten. Jede Division oder Sparte des Unternehmens kalkuliert ihre Investitions- und Finanzierungsprojekte selbständig und entscheidet aufgrund des Kapitalwertvorzeichens. Alle Objekte mit positivem Kapitalwert werden in vollem Umfang verwirklicht: B, C, E. Objekte mit negativem Kapitalwert sind zu verwerfen: A, D. Die Objekte mit einem Kapitalwert von null sind potentielle Grenzobjekte; über den genauen Umfang ihrer Verwirklichung kann nur zentral entschieden werden: F. In Analogie zum vollkommenen Kapitalmarkt ergibt sich der maximale Endwert als Summe der auf t = n = 1 aufgezinsten positiven Kapitalwerte: EW = (1,769912 + 3,097345 + 4,424779) · 1,13 = 10,5.

Grenzobjekt kann nur residual dimensioniert werden

Die Unternehmensleitung errechnet den Umfang des Grenzobjekts als Residualgröße: Die uneingeschränkt vorteilhaften Zahlungsströme B, C und E führen in t = 0 zu einer Finanzierungslücke in Höhe von 100 + 50 – 100 = 50. Der maximal bis zum Wert 100 verfügbare Kredit F muß zur Deckung des Liquiditätsbedarfs zu 50% in Anspruch genommen werden. F ist teilweise zu verwirklichen und deshalb Grenzobjekt.

Dilemma der Lenkpreistheorie im Beispiel

Es hat sich gezeigt, daß Partialmodell (Kapitalwertmethode) und Totalmodell (DEAN-Modell) bei Verwendung des richtigen Lenkpreises (Steuerungszins $i_1$ = 13%) *äquivalent* sind. Das einfache und dezentral anwendbare Partialmodell leidet allerdings unter dem Dilemma der wertmäßigen Kosten: Der korrekte Steuerungszinsfuß 13% ergibt sich erst aus der optimalen Lösung des Totalmodells, also erst dann, wenn es des Partialmodells schon nicht mehr bedarf.

Das Dilemma muß überwunden werden, denn es gibt keine Alternative zur dezentralen Planung

Aus dem Dilemma der wertmäßigen Kosten darf nun nicht der voreilige Schluß gezogen werden, die Lenkpreistheorie des unvollkommenen Kapitalmarkts sei nur eine originelle Spielerei ohne praktischen Nutzen. Eine praktikable Investitionsrechnung in einem weitverzweigten Konzern kann sich nur auf Partialmodelle gründen, denn Komplexität und Schwerfälligkeit einer zentralen Simultanplanung verhindern den Einsatz von großen Totalmodellen in der Investitionsrechnung.

**Aufgabe 22**

Zeigen Sie auf, warum eine Totalplanung – ähnlich wie in kommunistisch verwalteten Volkswirtschaften – auch betriebswirtschaftlich nicht funktionieren kann!

Warum ist die Kenntnis der Zusammenhänge des Totalmodells dennoch notwendig?

Wenn aber Partialmodelle in der Praxis die einzige gangbare Alternative darstellen, bleibt gar keine andere Möglichkeit, als Wege aus dem Dilemma der wertmäßigen Kosten zu suchen. Hierzu ist es unabdingbar, sich die Wirkungszusammenhänge des theoretisch richtigen, aber praktisch nicht realisierbaren Totalmodells vor Augen zu führen. Nur wenn man weiß, welche Eigenschaften die eigentlich gesuchte optimale Lösung des Totalmodells kennzeichnen, kann versucht werden, sie auf heuristischem Wege durch Partialmodelle anzunähern.

## 4.2.2 Allgemeine Herleitung der endogenen Grenzzinsfüße

### 4.2.2.1 Endogene Grenzzinsfüße bei Vermögensmaximierung

#### 4.2.2.1.1 Gegenwartswertmaximierung

Übergang zum Mehrperiodenfall

Die am einperiodigen Zahlenbeispiel verdeutlichten Erkenntnisse sollen nun in allgemeiner Form aufgezeigt werden. Das zur Definition der Optimallösung gewählte und im folgenden zu beschreibende Simultanmodell erscheint aufgrund seiner eher moderaten Komplexität als gangbarer Kompromiß zwischen übermäßig vereinfachenden Partialmodellen des vollkommenen Kapitalmarkts einerseits und komplizierteren, übermäßig detaillierten Totalansätzen andererseits. Das Grundmodell zur simultanen Investitions- und Finanzplanung wahrt das Gleichgewicht zwischen Abbildungsgenauigkeit und Rechenbarkeit. Fast identische Modelle sind u.a. von WEINGARTNER und HAX aufgestellt worden. Wahlprobleme und Ganzzahligkeitsforderungen bleiben zunächst unberücksichtigt; sie werden im Abschnitt 4.2.4 behandelt.