# Modellierung der Absterbeprozesse in Rein- und Mischbeständen aus Fichte und Buche

Aus dem Lehrstuhl für Forsteinrichtung und Geodäsie, Forstwissenschaftliche Fakultät der Technischen Universität Zvolen

(Mit 2 Abbildungen und 3 Tabellen)

Von J. ĎURSKÝ[1])

(Angenommen Februar 1997)

**SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS**

*Einzelbaummodell; Mortalität; Logistische Klassifikation; Mortalitätswahrscheinlichkeitsfunktion; Fichte und Buche.*

*Single tree model; mortality; logistic classification; probability function for mortality; spruce and beech.*

## 1. EINLEITUNG

Die vorliegende Arbeit stellt ein einzelbaumorientiertes Mortalitätskonzept für Rein- und Mischbestände aus Fichte und Buche dar. Dieses Konzept ist als ein Baustein des Wachstumssimulators SILVA 2.1 zu betrachten (KAHN und PRETZSCH, 1997). Die Mortalitätsmodelle sollen auf Grund unabhängiger Variablen eines Baumes und Bestandes zu Beginn einer Zuwachsperiode vorhersagen, ob der Baum die folgende Zuwachsperiode überlebt oder ob er in dieser Periode abstirbt. Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle betreffen natürliche, reguläre Mortalität, d.h. die Mortalität, die durch Konkurrenz und Alterung verursacht ist.

## 2. DATENMATERIAL

Die Daten für die Parametrisierung der Mortalitätsmodelle stammen aus A-Grad-Parzellen langfristiger Versuchsflächen des Lehrstuhls für Waldwachstumskunde der Ludwig-Maximilians-Universität München. Für die Datenauswahl war die Modellkonzeption entscheidend, die von Daten der Vorperiode ausgeht. Die Vorperiode kann man als Periode definieren, während der man die Mortalitätssymptome sammelt. Am Ende dieser Vorperiode fällt die Entscheidung, ob ein Baum die folgende Periode, die Nachperiode, überlebt oder nicht.

Die Vor- und Nachperiodenlänge beträgt bei der Fichte 4 bis 7 Jahre. Diese Periodenlänge wurde aus der Erkenntnis der Arbeit KLEISTER (1972) und dem Gewinn einer maximalen Anzahl von toten Bäumen aus dem empirischen Datenmaterial abgeleitet. Es handelt sich um einen Kompromiß zwischen steigender Genauigkeit der allometrischen Beziehungen der Baumvariablen und fallender Anzahl von Daten mit steigender Periodenlänge. Perioden, die längere als 7jährige und kürzere als 4jährige Aufnahmezyklen bzw. Zuwachsperioden bei der Fichte aufwiesen, wurden nicht genommen. Um die Mortalitätswellen zu berücksichtigen, wurden die Modelle aus den Daten langer Beobachtungsreihen parametrisiert. Die Daten decken bei der Fichte den Zeitrahmen 1918 bis 1995 ab. Diese Länge der Beobachtungsreihen verkleinert die Gefahr, daß die Daten mit extremen Einflüssen (z. B. Trockenperioden) einseitig belastet sind. Insgesamt wurden die Modelle mit 2382 toten und ebenso vielen lebenden Fichten aus 12 Probeflächen parametrisiert. Diese Bäume bedecken alle Bestandesentwicklungsstadien (Oberhöhen von 7,41 m bis 43,7 m) und ein relativ breites Spektrum an Standorten (Oberhöhenbonitäten im Alter von 50 Jahren zwischen 19,1 m und 29 m).

Die Vor- und Nachperiodenlänge bei der Buche wurde aus Ergebnissen eigener Untersuchungen abgeleitet. Mit einer Kovarianzanalyse wurde überprüft, wie sich die Hauptmortalitätssymptome in Abhängigkeit von der Periodenlänge verhalten. Es hat sich gezeigt, daß ein signifikanter Unterschied von Mortalitätssymptomen zwischen lebenden und toten Bäumen bei einer maximalen Vor- und Nachperiodenlänge von 10 Jahren liegt. Die minimale Periodenlänge wird auf 5 Jahre beschränkt. Es wurde zudem berücksichtigt, daß die Daten in diesem Bereich keine großen Extreme (Mortalitätswellen) widerspiegeln und die Anzahl der Daten hoch genug wird für die erfolgreiche Parametrisierung der Mortalitätsmodelle. Perioden, die längere als 10jährige und kürzere als 5jährige Aufnahmezyklen bzw. Zuwachsperioden bei Buche aufwiesen, wurden nicht mitberücksichtigt. Insgesamt standen 263 tote und eine gleiche Anzahl lebender Bäume der Baumart Buche aus 4 Probeflächen zur Verfügung, die den Zeitrahmen 1935 bis 1993 und die Bestandesoberhöhen 22,3 m bis 36,3 m im Alter 50 abdecken.

## 3. MODELLKONSTRUKTION

Die Modellkonstruktion vollzieht sich in 2 Schritten: zum einen der Aufstellung eines logistischen Regressionsmodells (LOGIT-Funktion), zum anderen der Entwicklung einer Mortalitätswahrscheinlichkeitsfunktion. Letztere ist zudem mit einer stochastischen Auswahl verbunden.

### 3.1 Logistische Regression

Das Mortalitätsmodell soll auf Grund der Mortalitätssymptome, die die Ausgangssituation des Baumes zu Beginn der Prognoseperiode charakterisieren, eine dichotome Entscheidung zum Fort- oder Ableben des Baumes im Modell treffen. Genau diesen Fall beschreibt die LOGIT-Funktion in Zusammenhang mit einem bestimmten Schwellenwert. Das LOGIT-Modell kann man allgemein formulieren als

$$T = \begin{cases} 1, \text{ wenn } F(x,a) \geq S(\text{lebend}) \\ 0, \text{ wenn } F(x,a) < S(\text{tot}) \end{cases} \qquad (1)$$

wobei *F(x,a)* eine Klassifikationsfunktion ist:

$$F(x,a) = \frac{1}{1 + e^{-(a_0 + a_1 . x_1 + \ldots + a_n . x_n)}} \qquad (2)$$

mit den Variablenbezeichnungen:

| | |
|---|---|
| $T$ | = Kategorielle Zustandsvariable (0/1) |
| $S$ | = Schwellenwert für die Gruppentrennung |
| $a_0 \ldots a_n$ | = die geschätzten Koeffizienten |
| $x_1 \ldots x_n$ | = die unabhängigen Variablen |
| $F(x,a)$ | = dimensionslose abhängige Variable mit Werten zwischen 0 und 1. |

Vorliegende Beziehung kann man auch schreiben:

$$F(x,a) = \frac{1}{1 + e^{-L(x)}} \qquad (3)$$

wobei $-L(x)$ die lineare Kombination der unabhängigen Variablen ist:

$$L(x) = a_0 + a_1 . x_1 + \ldots + a_n . x_n \qquad (4)$$

Abbildung 1 zeigt die Kurve der logistischen Regression, wenn die Werte $L(x)$ aus dem Intervall von –4 bis 4 stammen. Wie man sieht, die Kurve hat einen S-förmigen Verlauf und ähnelt der Kurve der kumulativen Wahrscheinlichkeit der Normalverteilung. Die Beziehung zwischen der unabhängigen Variablen $L(x)$ und der abhängigen

[1]) Diese Arbeit ist während eines DAAD-Forschungsstipendiums vom 1. 10. 1995 bis 31. 3. 1996 am Lehrstuhl für Waldwachstumskunde der Ludwig-Maximilians-Universität München entstanden. Anschrift des Verfassers: Dr. JAN ĎURSKÝ, Lehrstuhl für Forsteinrichtung und Geodäsie, Forstwissenschaftliche Fakultät der TU Zvolen, Masarykova 24, 96001 Zvolen, Slowakei.

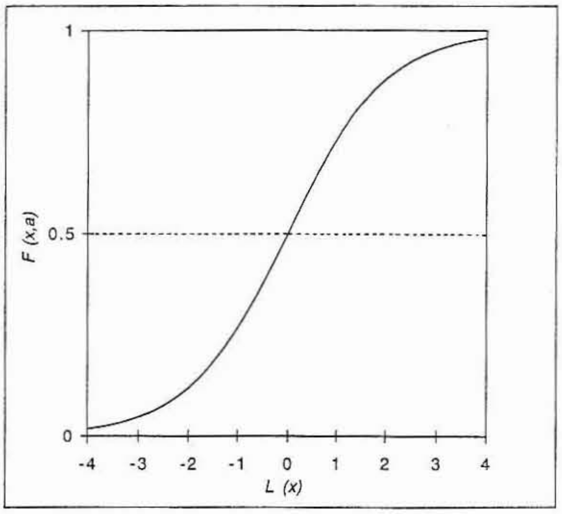


Abb. 1
Graphische Darstellung einer LOGIT-Funktion
Graphical visualization of the LOGIT-Function

Variablen $F(x,a)$ ist nichtlinear. Die Variable $F(x,a)$ beschreibt die Verteilung der Wahrscheinlichkeit der unabhängigen Variablen $L(x)$.

Die verwendete Funktion ermöglicht eine relativ genaue Trennung beider Zustände, und die Koeffizienten sind biologisch gut interpretierbar. Dieser Ansatz wurde auch von HAMILTON (1986), AVILA und BURKHART (1992), PRETZSCH (1992), HASENAUER (1994) und STERBA (1995) verwendet.

Bei der hier erfolgenden Auswahl der unabhängigen Variablen für die LOGIT-Funktion werden berücksichtigt:

- 95 % Signifikanzniveau der Koeffizienten;
- hoher Beitrag für die Verbesserung der Gruppentrennung;
- Anwendbarkeit auch für Mischbestände;
- Stabilität im Extrapolationsbereich;
- Implementierbarkeit in das Einzelbaummodell SILVA 2.1;
- hohe biologische Aussagekraft.

Die Koeffizientenschätzung für die LOGIT-Funktion erfolgte nach dem Maximum Likelihood Schätzverfahren. Dabei wurde mit einer gleichen Anzahl toter und lebender Bäume gearbeitet. Um nun die Schätzung nicht mit überrepräsentierten Häufigkeiten von Bäumen in bestimmten Bestandesentwicklungsphasen zu verzerren, wurde eine ausgleichende Gewichtung mit diesen Häufigkeiten durchgeführt. Die Ergebnisse der Variablenselektion und Koeffizientenschätzung sind in der Tabelle 1 zusammengefaßt.

Alle der verwendeten Variablen sind während eines Prognoselaufes mit dem Einzelbaummodell stets verfügbar. Die Bonität kann mit Hilfe des Standortmodells geschätzt werden.

Das Kriterium für die Trennschärfe des Modells ist der Anteil korrekt klassifizierter Fälle. Beim Schwellenwert S = 0,5 ordnet die LOGIT-Funktion (Tab. 2) 87,58 % der Fichten und 88,28 % der Buchen der richtigen Gruppe zu. Unter den Fehlklassifikationen überwiegen die Bäume, die starke Mortalitätssymptome aufweisen und trotzdem die Nachperiode überleben.

Als nächstes wurde überprüft, ob die LOGIT-Modelle als „perfekte Modelle" betrachtet werden können. Dazu wurde die -2LL-Charakteristik benutzt. Diese Charakteristik beschreibt die Güte der Anpassung und gibt die Schätzgenauigkeit der Modelle an. Das -2LL-Kriterium wurde zur Prüfung, ob es signifikant von Null verschieden ist, einer $\chi^2$-Statistik unterzogen (SPSS, 1990):

Fichte

$$H_0: -2LL \rightarrow 0$$
$$-2LL = 18981{,}6 \quad \chi^2_{(0{,}05,\ 28346)} = 28738{,}8$$
$$-2LL < \chi^2_{(0{,}05,\ 28346)}$$

Buche

$$H_0: -2LL \rightarrow 0$$
$$-2LL = 680{,}8 \quad \chi^2_{(0{,}05,\ 941)} = 1013{,}48$$
$$-2LL < \chi^2_{(0{,}05,\ 941)}$$

Tab. 1
**Die geschätzten Koeffizienten der LOGIT-Funktion**

| | Variable | Koeffizient | SE | Sig. | R | -2LL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fichte | Konstante | 5,3908 | 0,3301 | 0,0000 | – | 18981,6 |
| | bhd | –0,0089 | 0,0027 | 0,0011 | –0,0149 | |
| | ig/bhd | 1,4802 | 0,0283 | 0,0000 | 0,2653 | |
| | h/bhd | –5,3998 | 0,2070 | 0,0000 | –0,1323 | |
| | bon | –0,0406 | 0,0070 | 0,0000 | –0,0284 | |
| Buche | Konstante | 6,6686 | 2,0206 | 0,0000 | – | 680,8 |
| | bhd | –0,2610 | 0,0658 | 0,0010 | –0,1027 | |
| | ig/bhd | 3,0796 | 0,2917 | 0,0000 | 0,2897 | |
| | h/bhd | –7,6495 | 1,5171 | 0,0000 | –0,1340 | |
| | h | 0,2695 | 0,0596 | 0,0000 | 0,1188 | |

bhd = Brusthöhendurchmesser des Baumes am Anfang der Nachperiode (cm)
ig = Grundflächenzuwachs des Baumes während der Vorperiode ($cm^2$/5a)
h = Höhe des Baumes am Anfang der Nachperiode (m)
bon = Bestandesoberhöhenbonität im Alter 50 Jahre (m)

Tab. 2
**Dichotome Klassifikation mit der LOGIT-Funktion und Schwellenwert S = 0,5**

Fichte

| | | Pred 0 | Pred 1 | Correct |
|---|---|---|---|---|
| Obs | 0 | 14818 | 1328 | 91,78 % |
| Obs | 1 | 2192 | 10012 | 82,04 % |
| | | | | 87,58 % |

Buche

| | | Pred 0 | Pred 1 | Correct |
|---|---|---|---|---|
| Obs | 0 | 397 | 35 | 91,81 % |
| Obs | 1 | 75 | 438 | 85,30 % |
| | | | | 88,28 % |

Der Vergleich des -2LL-Kriteriums mit der Signifikanzgrenze $\chi^2$ zeigt, daß die Modelle ein hohes Aussageniveau zeigen. Somit kann man diese Modelle als „perfekte Modelle" bezeichnen.

### 3.2 Mortalitätswahrscheinlichkeitsfunktion

Der überwiegende Teil der Mortalitätsmodelle führt die Klassifikation tot/lebend entweder auf der Basis eines absoluten Grenzwertes der wichtigsten Variablen oder auf der Basis einer Mortalitätswahrscheinlichkeit, die aus einer nichtlinearen Regression oder von LOGIT-Modellen abgeleitet ist, durch.

Bei der Verwendung der LOGIT-Funktion muß man jedoch berücksichtigen, daß die Residuen der Funktion in Abhängigkeit von $F(x,a)$ nicht linear verteilt sind. Die Frequenzanalyse der richtig klassifizierten Fälle in Abhängigkeit von $F(x,a)$ der LOGIT-Funktion und die aus dieser Frequenz abgeleitete Wahrscheinlichkeit kann aber zeigen, wo das Mortalitätsniveau liegt. $F(x,a)$ kann man dann als konzentrierte Form der Mortalitätssymptome betrachten. Die Ergebnisse der Frequenzanalyse der richtig klassifizierten Fälle für unsere Untersuchungen zeigen die Abbildung 2 und die Tabelle 3. Die Mortalitätswahrscheinlichkeit $(Mrt)$ wurde für die $F(x,a)$-Intervalle nach folgender Formel berechnet:

$$Mrt_i(\%) = \frac{p_i(tot) \cdot 100}{p_i(tot + lebend)} \qquad (5)$$

wobei

$Mrt_i(\%)$ = Mortalitätswahrscheinlichkeit in dem $F(x,a)$-Intervall;
$p_i(tot)$ = relative Häufigkeit der toten Bäume in dem $F(x,a)$-Intervall;
$p_i(tot + lebend)$ = relative Häufigkeit aller Bäume in dem $F(x,a)$-Intervall.

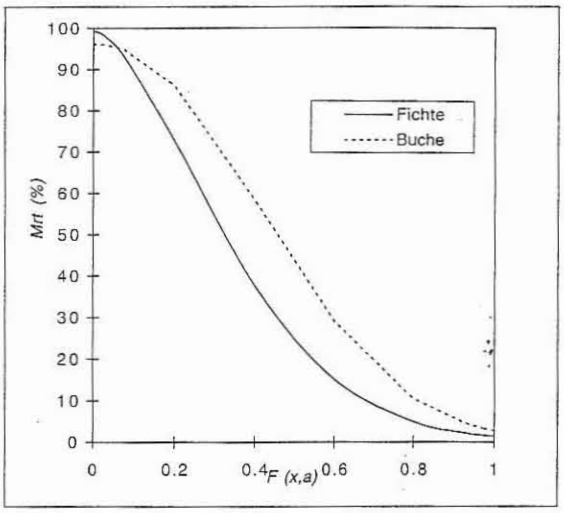


Abb. 2
Entwicklung der Mortalitätswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von F(x,a)
The mortality probability function in dependence on F(x,a)

Die abgeleitete Mortalitätswahrscheinlichkeit *(Mrt)* kann man dann in Form einer Funktion verallgemeinern (Abb. 2). Die beste gefundene Beziehung lautet:

$$Fi:\ Mrt(\%) = \frac{99{,}4}{\exp^{(4{,}327\ F^{1{,}628})}} \qquad (6)$$

$$Bu:\ Mrt(\%) = \frac{96{,}155}{\exp^{(3{,}593\ F^{2{,}15})}} \qquad (7)$$

Die dichotome Klassifikation, ob ein Baum innerhalb einer Wachstumsperiode stirbt oder nicht, erfolgt mit einer stochastischen Komponente durch einen gleichverteilten Zufallsgenerator:

*WENN Mrt (%) > Zuf (1...100) DANN T = O (tot),*
*WENN Mrt (%) ≤ Zuf (1...100) DANN T = 1 (lebend).*

## 4. ÜBERPRÜFUNG DER MORTALITÄTSMODELLE

Die Überprüfung der Mortalitätsmodelle erfolgte anhand von 10 unabhängigen Parametrisierungen der LOGIT-Modelle. Dazu wurden aus dem gesamten Datenmaterial jeweils 80% der Daten zufällig ausgewählt, das LOGIT-Modell damit parametrisiert und die Prognoseresultate dem Validierungsanteil von 20% der Daten vergleichend gegenübergestellt. Es wurde überprüft (DURSKY et al., 1996):

- der Unterschied der richtigen Zuordnung zur Gruppe tot/lebend im Stichprobenanteil und Validierungsanteil;
- Stabilität der Koeffizienten aus der Stichprobeneinheit und
- Übereinstimmung der Residualverteilungen in Abhängigkeit von *F(x,a)* der Grundgesamtheit (100% der Daten) und dem Validierungsanteil.

Die Tests haben ein hohes Niveau richtiger Klassifikation, Stabilität und Übereinstimmung der Modelle mit den Validierungsdaten aufgewiesen. Die Modelle wurden auch dem Wachstumssimulator SILVA 2.1 implementiert und in Prognosen des Bestandeswachstums mit der realen Entwicklung von Versuchsbeständen verglichen.

## 5. ZUSAMMENFASSUNG

Mit Hilfe der Daten von Versuchsflächen des Lehrstuhls für Waldwachstumskunde der LMU München wurden für den Einzelbaumsimulator SILVA 2.1 die Mortalitätsmodelle für die Baumarten Fichte und Buche entwickelt.

Der Aufbau der Modelle besteht aus einem logistischen Regressionsmodell (LOGIT-Funktion), einer Mortalitätswahrscheinlichkeitsfunktion und aus einer stochastischen Auswahl. Auf Grund unabhängiger Variablen (bhd, ig, h, Bonität) wird in der ersten Phase ein dimensionsloser F-Wert (Ergebnis aus der LOGIT-Funktion) und anschließend in der zweiten Phase die Mortalitätswahrscheinlichkeit bestimmt. Diese wird in der dritten Phase bei der dichotomen Klassifikation mit einer Zufallszahl verglichen. Die Neuerung an dieser Modellkonstruktion ist die Mortalitätswahrscheinlichkeitsfunktion, die aus der Frequenzanalyse der Residuen der logistischen Regression abgeleitet wurde.


## 6. Summary

Title of the paper: *Modelling mortality in mixed spruce-beech stands.*

Based on a large number of experimental plots from the Chair of Forest Yield Science at the Ludwig-Maximilians-University Munich mortality models for beech and spruce are constructed. These models are implemented into the distance dependent single tree model SILVA 2.1.

The mortality models consist of three parts: a logistic regression model (LOGIT-function), a mortality likelihood function and a stochastic classification procedure. Performing the classification in the first phase the undimensioned number F (result of LOGIT-Function) is calculated based on independent variables (diameter, increment on basal area, height, site index). After that in the second phase the mortality likelihood is determined. In the third phase the dichotomous classification is conducted by comparing the probability for mortality with an equal distributed random number. The new approach in this model is the construction of a mortality likelihood function which is derived from the frequency of the residuals of the logistic regression.


Tab. 3
**Bestimmung der Mortalitätswahrscheinlichkeit *(Mrt)* in Abhängigkeit von *F(x,a)***

| F(x,a)-Intervall | | 0–0,05 | 0,051–0,1 | 0,11–0,3 | 0,31–0,5 | 0,51–0,7 | 0,71–0,9 | 0,91–0,95 | 0,951–0,1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fichte | $p_i$(lebend) | 0,76 | 2,06 | 8,12 | 9,17 | 12,45 | 20,69 | 12,83 | 33,94 |
| | $p_i$(tot) | 38,96 | 27,12 | 25,27 | 4,32 | 1,89 | 1,13 | 0,55 | 0,76 |
| | $Mrt_i$(%) | 98,09 | 92,94 | 75,68 | 32,02 | 13,18 | 5,18 | 4,11 | 2,19 |
| Buche | $p_i$(lebend) | 0,76 | 0,00 | 8,75 | 4,94 | 12,93 | 13,69 | 9,13 | 49,81 |
| | $p_i$(tot) | 21,67 | 13,69 | 38,4 | 18,25 | 3,8 | 1,14 | 0,76 | 2,28 |
| | $Mrt_i$(%) | 96,61 | 100 | 81,44 | 78,70 | 22,71 | 7,69 | 7,68 | 4,38 |

## 7. Résumé

Titre de l'article: *Modélisation des processus du dépérissement dans des peuplements purs ou mélangés de chênes et de hêtres.*

Sur la base des données dont dispose la chaire «Croissance des forêts» de l'LMU de Munich, on a développé des modèles de la mortalité de l'épicéa et du hêtre pour le simulateur SILVA 2.1 consacré aux arbres en tant qu'individus.

La construction des modèles découle: d'un modèle de regression logistique (fonction LOGIT); d'une fonction de la mortalité probable; d'un choix stochastique. Sur la base de variables indépendantes ($d_{1,30}$, ig, h, classe de fertilité), on a déterminé dans une première phase une valeur F sans dimension (résultat obtenu à partir de la fonction LOGIT) et ensuite, en s'y rattachant au cours d'une deuxième phase, la probabilité de mortalité. Cette probabilité est alors comparée pendant la troisième phase et en utilisant une classification dichotomique, avec un nombre dû au hasard. La nouveauté de la construction de ce modèle est la fonction de la mortalité probable qui est obtenue à partir des «résidus» de l'analyse de fréquence. J. M.


## 8. Literatur


AVILA, O. B. and BURKHART, H. E.: Modeling survival of loblolly pine trees in thinned and unthinned pla'ntations. Can. J. For. Res. **22**, 1878–1882, 1992

ĎURSKÝ, J., PRETZSCH, H. und KAHN, M.: Modellhafte Nachbildung der Mortalität von Fichte und Buche in Einzelbaumsimulatoren. DVFF - Sektion Ertragskunde, Neresheim, S. 267–277, 1996

HAMILTON, D. A., JR.: A logistic model of mortality in thinned and unthinned mixed conifer stands of Northern Idaho. For. Sci. **32**, 989–1000, 1986

HASENAUER, H.: Ein Einzelbaumwachstumssimulator für ungleichaltrige Fichten-Kiefern- und Buchen-Fichtenmischbestände. Forstliche Schriftenreihe Universität für Bodenkultur, Wien, Band 8, 152 S., 1994

KAHN, M. und PRETZSCH, H.: Das Wuchsmodell Silva – Parametrisierung der Version 2.1 für Rein- und Mischbestände aus Fichte und Buche. AFJZ **168**, 115–123, 1997

KLEISTER, T. D.: Predicting individual tree mortality in simulated southern pine plantations. For. Sci. **18**, 213–217, 1972

PRETZSCH, H.: Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein- und Mischbestände. Forstliche Forschungsberichte München, Nr. 115, 332 S., 1992

SPSS: Advanced Statistics User's Guide. 1990

STERBA, H.: Prognaus – ein abstandsunabhängiger Wachstumssimulator für ungleichaltrige Mischbestände. DVFF – Sektion Ertragskunde, Joachimsthal, S. 173–183, 1995