

Berlin, 12.05.2010

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik konvektions-dominanter Probleme

### Serie 03

abzugeben bis zur Vorlesung am Montag, dem 31.05.2010

1. Man schreibe ein Programm, beispielsweise in MATLAB, welches das 2-Punkt-Randwertproblem aus Beispiel 2.7 der Vorlesung numerisch approximiert.

- Man nehme als Diffusionskoeffizienten  $\varepsilon \in \{1, 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-9}\}$ .
- Die folgenden Verfahren sollen verwendet werden:
  - zentrales Differenzenschema,
  - einfaches Upwind-Verfahren,
  - Samarskij-Upwind-Verfahren,
  - Iljin-Allen-Southwell-Verfahren,
- Man führe die Rechnungen auf Gittern mit

$$N \in \{4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048\}$$

Gitterpunkten durch und berechne jeweils den Fehler zur Lösung des stetigen Problems in der diskreten Maximumsnorm. Aus diesen Fehlern bestimme man die numerische Konvergenzordnung  $k$ .

Eine Formel für  $k$  erhält man mit dem Ansatz

$$\|u - u_h\|_{\infty, d} = ch^k,$$

indem man diesen Ansatz etwa für die Gitterweiten  $h$  und  $2h$  (mit gleicher Konstante  $c$ ) betrachtet und diese Beziehungen nach  $k$  umstellt.

**16 Punkte**

2. Man erweitere das Programm für das einfache Upwind-Verfahren auf Shishkin-Gitter.

- Die Aufgabenstellungen sind die gleichen wie in Aufgabe 1.
- Die Übergangspunkte seien durch  $\sigma \in \{0.5, 1, 2, 4\}$  definiert.

Hinweis: Es ist einfacher, das einfache Upwind-Verfahren in der Form mit Rückwärtsdifferenzenquotienten zu programmieren.

**8 Punkte**

Die Programme und die Tabellen mit den Fehlern und Konvergenzordnungen bitte bis zum obigen Termin per Email zusenden.