Mechanik

Schwingungen

PHYSICS EXPERIMENT

Harmonische Schwingungen

MESSUNG DER SCHWINGUNGEN EINES SCHRAUBENFEDERPENDELS MIT EINEM ULTRASCHALL-BEWEGUNGSSENSOR

- Statische Bestimmung der Federkonstanten *k* für verschiedene Schraubenfedern.
- Aufzeichnung der harmonischen Schwingung eines Schraubenfederpendels in Abhängigkeit von der Zeit mit einem Ultraschall-Bewegungssensor.
- Bestimmung der Schwingungsdauer *T* für verschiedene Kombinationen aus Federkonstante *k* und Masse *m*.

UE1050311

01/24 UD

Fig. 1: Messanordnung

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Schwingungen entstehen, wenn ein aus der Gleichgewichtslage ausgelenktes System durch eine Kraft in die Gleichgewichtslage zurückgetrieben wird. Man spricht von harmonischen Schwingungen, wenn die das System in die Ruhelage zurücktreibende Kraft zu jedem Zeitpunkt proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage ist. Die Schwingungen eines Schraubenfederpendels sind hierfür ein klassisches Beispiel. Die Proportionalität zwischen Auslenkung und zurücktreibender Kraft wird durch das Hooke'sche Gesetz beschrieben.

Zwischen der Auslenkung x und der zurücktreibenden Kraft F gilt also der Zusammenhang

(1) $F = -k \cdot x$ mit

k: Federkonstante

Für eine an der Schraubenfeder hängenden Masse m gilt daher die Bewegungsgleichung

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0 \,,$$

solange die Masse der Feder selber sowie eine eventuell dämpfende Reibungskraft vernachlässigt werden können.

Die Lösungen dieser Bewegungsgleichung haben die allgemeine Form

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

wie im Experiment durch Aufzeichnung der harmonischen Schwingungen eines Schraubenfederpendels als Funktion der Zeit mit dem Ultraschall-Bewegungssensor und Anpassung einer Sinusfunktion an die Messdaten bestätigt wird.

Der Ultraschall-Bewegungssensor erfasst den Abstand der am Pendel hängenden Masse zum Sensor. Die Messgröße entspricht also bis auf eine durch eine Tara-Funktion kompensierbare Nullpunktverschiebung unmittelbar der in Gleichung 3 betrachteten Größe $x(t)$.

Man definiert die Schwingungsdauer T als den Abstand zweier Nulldurchgänge der Sinusfunktion in die gleiche Richtung und erhält aus (3)

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \,.$$

Zur Bestätigung von (4) werden die Messungen für verschiedene Kombinationen aus Masse m und Federkonstante k durchgeführt und jeweils die Schwingungsdauer aus dem Abstand der Nulldurchgänge in den aufgezeichneten Daten bestimmt oder einer Anpassung von Gleichung (3). Die Federkonstanten werden zusätzlich durch statische Messungen bestimmt und mit den Federkonstanten aus den dynamischen Messungen verglichen.

GERÄTELISTE

1	Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz	U40816	1003376
1	Schlitzgewichtsatz, 10 x 10 g	U30031	1003227
1	Schlitzgewichtsatz, 5 x 50 g	U30033	1003229
1	Stativfuß, 3-Bein, 150 mm	U13270	1002835
1	Stativstange, 1000 mm	U15004	1002936
1	Muffe mit Haken	U13252	1002828
1	Taschenbandmaß, 2 m	U10073	1002603
1	Bewegungssensor €Motion	UCMA-0101021673	
1	Computer		
1	Software		

Weitere Informationen zum digitalen Messen sind auf der Webseite des Experiments im 3B Webshop zu finden.

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

Hinweis:
Das Experiment wird beispielhaft für die Federpendel durchgeführt, deren Schraubenfedern nominell mit k = 2,5, 5 und 25 N/m spezifiziert sind.

Statische Messung

- Messanordnung gemäß Fig. 1 aufbauen.
- Eine der Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz (nominell k = 2,5, 5, 10, 15 und 25 N/m) an die Muffe mit Haken hängen.
- Je nach Stärke der Schraubenfeder nacheinander die Gewichte des Schlitzgewichtsatzes 10 x 10 g oder 5 x 50 g in die Schraubenfeder einhängen und mit Hilfe des Taschenbandmaßes jeweils die Auslenkung s in Tab. 1 eintragen.

Hinweis:
Die Halter der Schlitzgewichtsätze zählen zu den zehn 10 g – bzw. fünf 50 g – Massestücken dazu.

- Die Messreihe für die anderen Schraubenfedern wiederholen.

Dynamische Messung

- Messanordnung gemäß Fig. 1 aufbauen.
- Eine der Schraubenfedern zum Hooke'schen Gesetz (nominell k = 2,5, 5, 10, 15 und 25 N/m) an die Muffe mit Haken hängen.
- Die vier 50 g – Massen des Schlitzgewichtsatzes 5 x 50 g vom Halter nehmen. Den Halter in die Schraubenfeder einhängen.
- Den Ultraschall-Bewegungssensor genau unter der Schraubenfeder mit dem eingehängten Halter platzieren.
- Den Ultraschall-Bewegungssensor mit Hilfe des USB-Kabels an den Computer anschließen und die Software starten.
- Das Federpendel leicht auslenken, loslassen und gleichzeitig in der Software die Messung starten.
- Nacheinander die vier 50 g – Massen in den Halter einhängen und jeweils die Messung wiederholen.
- Die Messreihe für die anderen Schraubenfedern wiederholen.

MESSBEISPIEL

Statische Messung

Tab. 1: Auslenkungen *s* der nominell mit k = 2,5 N/m spezifizierten Schraubenfeder bei verschiedenen angehängten Massen *m*

m / g	*s* / cm
10	3,2
20	7,2
30	11,2
40	15,4
50	19,7
60	23,7
70	27,7
80	31,7
90	36,0
100	40,0

Tab. 2: Auslenkungen *s* der nominell mit *k* = 5 N/m spezifizierten Schraubenfeder bei verschiedenen angehängten Massen *m*

m / g	*s* / cm
10	0,9
20	3,0
30	4,7
40	6,2
50	7,9
60	9,4
70	10,9
80	12,5
90	14,0
100	15,7

Tab. 3: Auslenkungen *s* der nominell mit *k* = 25 N/m spezifizierten Schraubenfeder bei verschiedenen angehängten Massen *m*

m / g	*s* / cm
50	1,4
100	3,2
150	5,0
200	6,9
250	8,7

Dynamische Messung

Fig. 2 zeigt die von der Software aufgezeichneten Schwingungsdaten beispielhaft für ein Federpendel mit nominell *k* = 5 N/m und *m* = 250 g. An den durch die Kursoren markierten Bereich der Messkurve wurde zur Bestätigung von (3) eine Sinusfunktion angepasst.

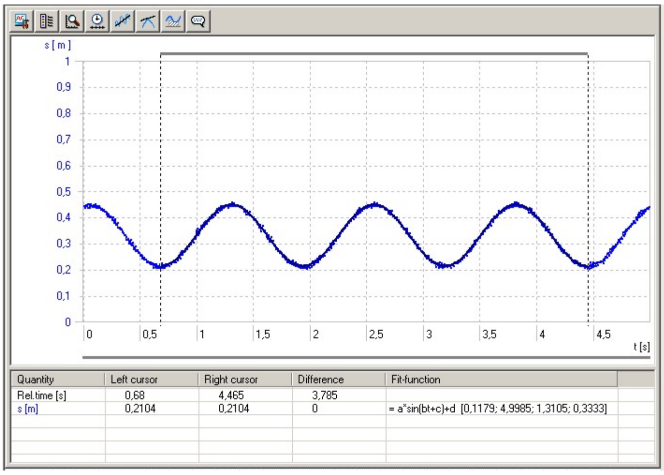

Fig. 2: Aufgezeichnete Schwingungsdaten nach Anpassung einer Sinusfunktion. Die Kursoren markieren den Bereich der Anpassung

AUSWERTUNG

Statische Messung

Die Gewichtskraft F_G ist gleich der Federkraft F_F, d.h. nach dem Newtonschen und dem Hooke'schen Gesetz gilt:

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \Leftrightarrow s = \frac{g}{k_s} \cdot m = B \cdot m$$

(5)

$$B = \frac{g}{k_s} \Leftrightarrow k_s = \frac{g}{B}$$

F_G: Gewichtskraft
m: angehängte Masse
g: Erdbeschleunigung
F_F: Federkraft
k_s: Federkonstante
s: Auslenkung der Feder

- Die Messwerte aus Tab. 1, 2 und 3 graphisch darstellen (Fig. 3), jeweils eine Gerade $s = B_s \cdot m$ an die Messpunkte anpassen und mit Hilfe von Gleichung (5) aus der Geradensteigung B_s die Federkonstante k_s bestimmen.

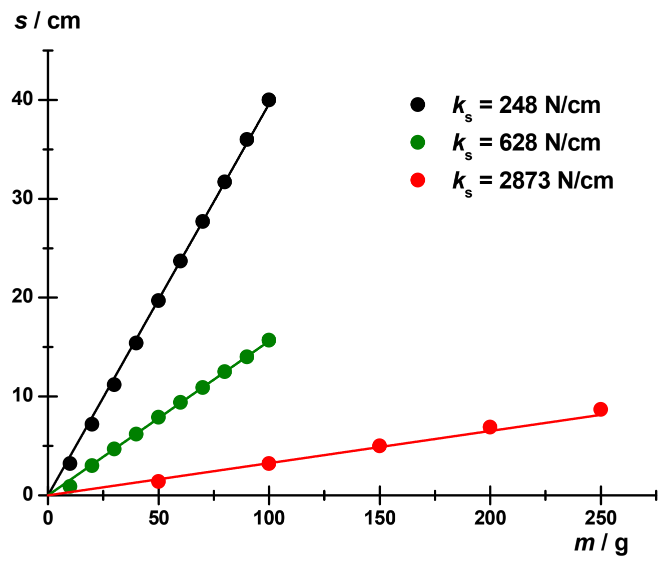

Fig. 3: Auslenkung *s* als Funktion von *m*

Dynamische Messung

- Aus den aufgezeichneten Schwingungsdaten jeweils die Periodendauer *T* ermitteln.
- Dazu jeweils die Zeit zwischen zwei übernächsten Nulldurchgängen direkt aus der Messkurve ablesen und in die Tabellen 4, 5 und 6 eintragen. Die Periodendauer kann alternativ auch mit Hilfe von Gleichung (4) aus der Anpassung von Gleichung (3) an die Messkurve bestimmt werden.

Tab. 4: Aus den aufgezeichneten Schwingungsdaten bestimmte Periodendauern des Federpendels, dessen Schraubenfeder mit nominell k = 2,5 N/m spezifiziert ist

m / g	*T* / s	T^2 / s²
50	0,937	0,877
100	1,308	1,710
150	1,503	2,258

Tab. 5: Aus den aufgezeichneten Schwingungsdaten bestimmte Periodendauern des Federpendels, dessen Schraubenfeder mit nominell k = 5 N/m spezifiziert ist

m / g	*T* / s	T^2 / s²
50	0,584	0,341
100	0,810	0,656
150	0,992	0,983
200	1,143	1,305
250	1,262	1,592

Tab. 6: Aus den aufgezeichneten Schwingungsdaten bestimmte Periodendauern des Federpendels, dessen Schraubenfeder mit nominell k = 25 N/m spezifiziert ist

m / g	*T* / s	T^2 / s²
50	0,289	0,084
100	0,398	0,158
150	0,482	0,232
200	0,553	0,305
250	0,619	0,384

Aus Gleichung (4) folgt:

$$(6)\quad \begin{aligned} T^2 &= \frac{4\pi^2}{k_T}\cdot m = B_T \cdot m \\ B_T &= \frac{4\pi^2}{k_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{4\pi^2}{B_T} \end{aligned}.$$

- Die Messwerte aus Tab. 4, 5 und 6 graphisch darstellen (Fig. 4), jeweils eine Gerade $T^2 = B_T \cdot m$ an die Messpunkte anpassen und mit Hilfe von Gleichung (5) aus der Geradensteigung B_T die Federkonstante k_T bestimmen.

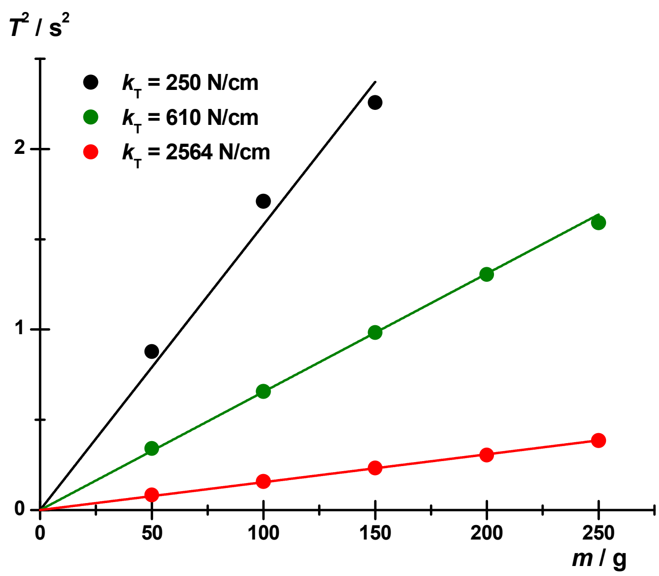

Fig. 4: Quadrat der Periodendauer T^2 als Funktion von *m*

- Federkonstanten k_T aus den dynamischen Messungen gegen die Federkonstanten k_s aus den statischen Messungen auftragen und eine Gerade an die Messpunkte anpassen (Fig. 5).

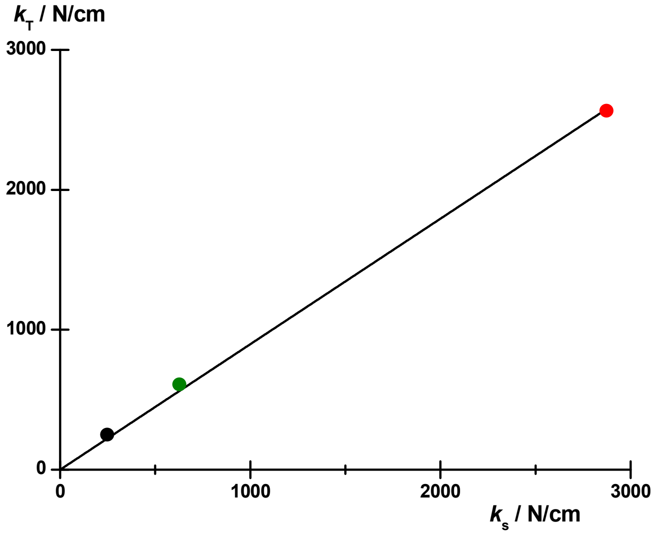

Fig. 5: k_T als Funktion von k_s mit angepasster Gerade

Die Geradenanpassung an die Messpunkte in Fig. 5 ergibt eine Steigung von 0,9, d.h. die Messpunkte liegen in guter Näherung auf der Winkelhalbierenden. Die Übereinstimmung der aus den dynamischen und statischen Messungen bestimmten Federkonstanten wird bestätigt.