
Grundlagen der Physik

Elektrizität



Die Elektrizitätslehre ist die Wissenschaft der elektrischen Ladungen und der mit ihnen verknüpften elektrischen und magnetischen Felder; gleichzeitig ist sie die Basis der **Elektronik** als anwendungsorientierter Fachrichtung.

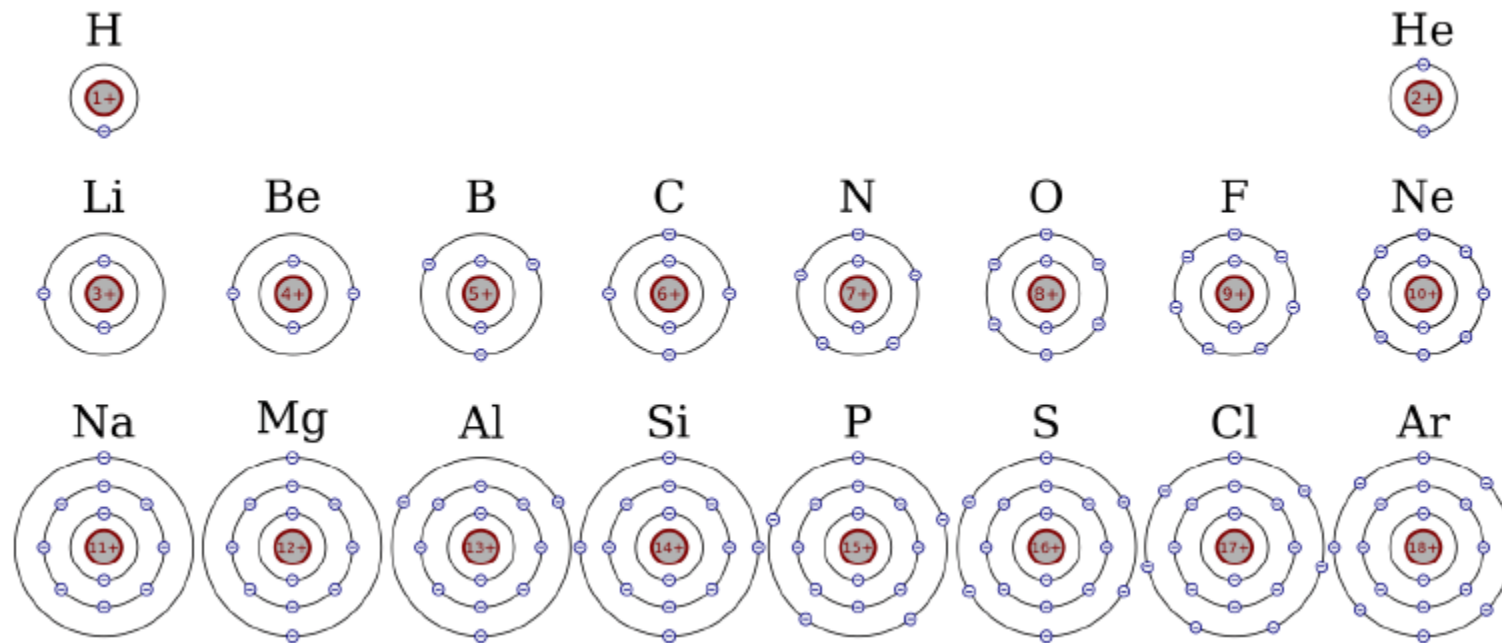


Elektrische Ladung

Alle Stoffe, die wir kennen, sind aus Atomen aufgebaut. Jedes dieser Atome besteht wiederum aus noch kleineren Bestandteilen. Für die Elektrizität und den Magnetismus sind insbesondere die positiv geladenen Protonen des Atomkerns sowie die negativ geladenen Elektronen der Atomhülle von Bedeutung.



Elektrische Ladung



Die ersten Elemente des Periodensystems im Atomschalenmodell.



Elektrische Ladung

Vereinfacht lassen sich Elektronen als kleine Teilchen auffassen, die auf kugelartigen Bahnen den Atomkern umkreisen, ähnlich wie die Planeten unseres Universums die Sonne umkreisen. Da die Elektronen auf den inneren Bahnen („Schalen“) sehr fest an den Atomkern gebunden sind, kommen sie als Ladungsträger für den elektrischen Strom nicht in Frage. Die elektrischen Eigenschaften eines Stoffes werden somit (fast) ausschließlich durch diejenigen Elektronen beeinflusst, die sich auf der äußersten Schalte befinden („Valenzelektronen“).



Elektrische Ladung

Allgemein gilt für jedes chemische Element:

- In einem Atom ist die Anzahl der Protonen gleich der Anzahl der Elektronen.

Während die Protonen fest im Atomkern verankert sind, sind die Elektronen je nach Art des Stoffes mehr oder weniger stark gebunden.

Elektronen können ein Atom auch komplett verlassen. Als „Atomrumpf“ bleibt dann ein positiv geladenes Ion („Kation“) zurück. Der Stoff bleibt dabei allerdings unverändert – charakteristisch für jedes chemische Element ist nur die Anzahl der Protonen im Atomkern.

- Protonen und Elektronen sind gleich stark geladen.

Da jedes Atom gleich viele positive wie negative Ladungsträger besitzt, ist seine Gesamtladung, d.h. die Summe aller Ladungen, gleich null. Von außen betrachtet erscheint ein Atom deshalb als ein elektrisch neutrales Teilchen.



Elektrische Ladung

Alle in der Realität vorkommenden elektrischen Ladungsmengen setzen sich aus den Ladungen der Elektronen und Protonen zusammen.

Einheit:

Man hat als Einheit der elektrischen Ladung Q eine Ladungsmenge festgelegt, die so groß ist wie die elektrische Ladung von $6,2 \cdot 10^{18}$ Elektronen. Diese Einheit wird Coulomb (C) genannt.

Mittels dieser Festlegung kann man ebenso sagen, dass ein Elektron eine Ladung von $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,16\,C$ besitzt. Diese Ladung ist gleichzeitig die kleinste Ladung, die frei in der Natur vorkommen kann – man nennt sie daher auch „Elementarladung“ e .



Elektrische Ladung

Ladungstrennung

Unter bestimmten Bedingungen können Elektronen von einem Körper abgetrennt und von einem anderen Körper zusätzlich aufgenommen werden. Durch derartige Vorgänge werden Körper elektrisch geladen. Dabei gilt stets:

- Ein Körper ist elektrisch neutral, wenn gleich viele positive und negative Ladungen vorhanden sind.
- Ein Körper ist elektrisch positiv geladen (+), wenn ein Mangel an Elektronen vorhanden ist.
- Ein Körper ist elektrisch negativ geladen (-), wenn ein Überschuss an Elektronen vorhanden ist.



Elektrische Ladung

Ladungstrennung

Die Gesamtmenge an Ladung bleibt bei jeder Ladungstrennung erhalten. In Festkörpern lassen sich durch Reibung nur Elektronen von einem Körper auf einen anderen übertragen. In Flüssigkeiten und Gasen sind auch die positiven Ladungsträger beweglich.

Beispiel:

- Reibt man ein Stück Hartgummi (Füller, Kamm etc.) an einem Stück Wolle (Schal, Pullover etc.), so gehen Elektronen von der Wolle zu dem Hartgummi über. Trennt man beide voneinander, so bleibt das Hartgummi durch die zusätzlichen Elektronen negativ geladen. In der Wolle bleiben entsprechend Atome mit fehlenden Elektronen zurück; die Wolle ist aufgrund dieser fehlenden Elektronen positiv geladen.



Elektrische Ladung

Ladungstrennung

Ob ein Körper durch einen Reibungsvorgang positiv oder negativ aufgeladen wird, hängt von der Art der beteiligten Stoffe ab. Reibt man zwei Körper aneinander, so gibt der näher am Pluszeichen der so genannten „kontaktelektrischen Spannungsreihe“ stehende Stoff Elektronen ab und wird elektrisch positiv. Der näher am Minuszeichen stehende Stoff nimmt Elektronen auf und wird elektrisch negativ.



Die kontaktelektrische Spannungsreihe (Ausschnitt).



Elektrische Ladung

Ladungsausgleich und Ladungsnachweis

Wird ein geladener Körper über einen Metalldraht oder einen ähnlichen leitenden Kontakt mit dem Erdboden verbunden, so kommt es zu einer Entladung. Diesen Vorgang bezeichnet man als „Erden“.

- Wird ein negativ geladener Körper geerdet, so können überschüssige Elektronen vom Körper ins Erdreich abfließen. Die elektrische Spannung wird dabei abgebaut.
- Wird ein positiv geladener Körper geerdet, so fließen Elektronen vom Erdreich auf den Körper und gleichen den dort herrschenden Elektronenmangel aus.



Elektrische Ladung

Ladungsausgleich und Ladungsnachweis

Da die Erde über einen gigantischen Vorrat an leicht beweglichen Elektronen verfügt und dadurch jeder Ladungsunterschied unmittelbar ausgeglichen wird, ist eine elektrische Aufladung der Erde selbst bei Kontakt mit größeren Ladungsmengen unmessbar klein. Die Erde kann daher stets als elektrisch neutral betrachtet werden.¹

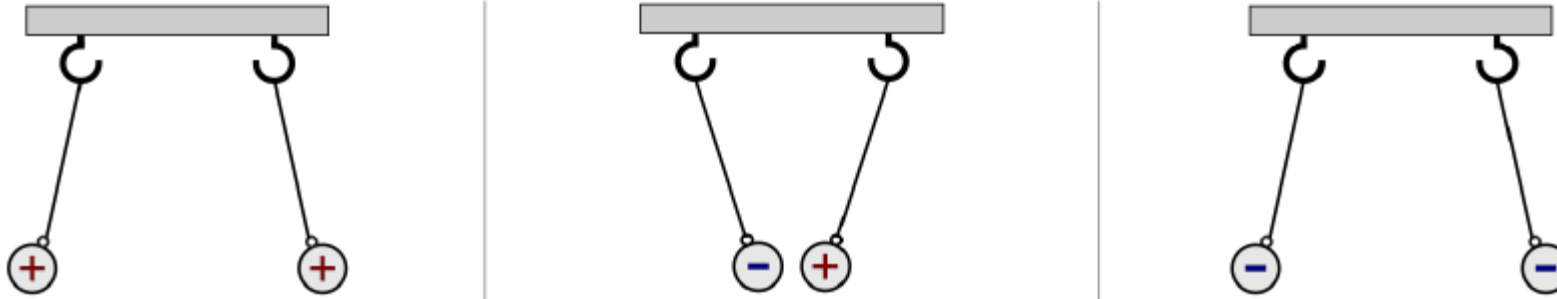
Experimentell nachweisen kann man Ladungen beispielsweise anhand der Kräfte, die zwischen geladenen Körpern wirken:

- Gleichartig geladene Körper (Plus und Plus beziehungsweise Minus und Minus) stoßen einander ab.
- Unterschiedlich geladene Körper (Plus und Minus) ziehen einander an.



Elektrische Ladung

Ladungsausgleich und Ladungsnachweis



Kraftwirkung zwischen elektrisch geladenen Körpern.



Elektrische Ladung

Ladungsausgleich und Ladungsnachweis

Je stärker zwei Körper elektrisch geladen sind, desto stärker sind die Kräfte, die zwischen ihnen wirken. Quantitativ kann die zwischen zwei geladenen Körpern wirkende elektrostatische Kraft durch das *Coulombsche Gesetz* bestimmt werden, das im Abschnitt *Elektrische Felder* näher beschrieben ist.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

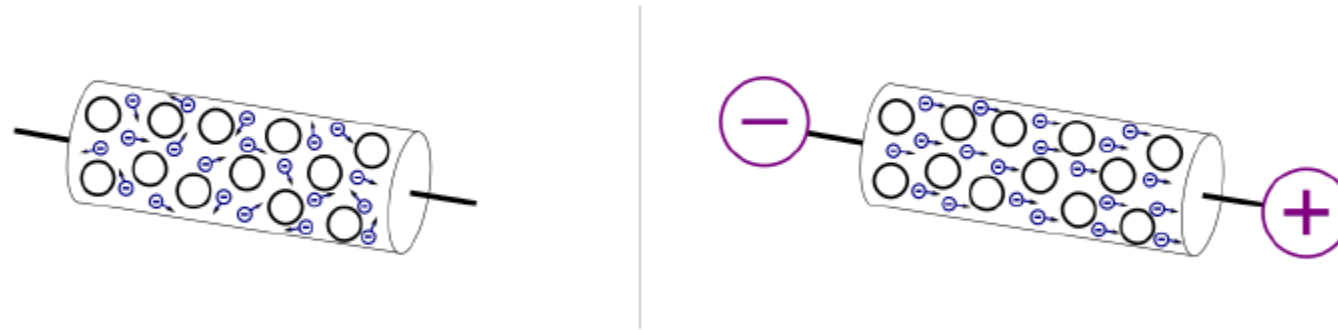
Damit ein elektrischer Strom durch einen Körper fließen kann, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

- In ihm müssen frei bewegliche Ladungsträger (beispielsweise Elektronen) vorhanden sein.
- An ihm muss eine elektrische Spannung (Ladungsdifferenz) anliegen.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Modell:



Durch das Anlegen einer elektrischen Spannung wird aus einer ungeordneten Elektronenbewegung („Wärmebewegung“) ein geordneter Elektronenstrom.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromstärke

Ein elektrischer Strom tritt auf, wenn sich elektrische Ladungen bewegen. Die elektrische Stromstärke ist ein Maß dafür, welche Menge an elektrischer Ladung in einer bestimmten Zeit durch einen Körper fließt.

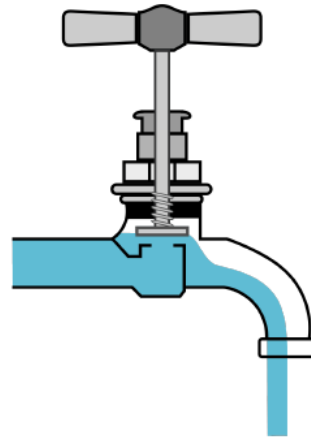


Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromstärke

Modell:

Wird ein Wasserhahn aufgedreht, so beginnt Wasser zu fließen. Umso weiter der Wasserhahn aufgedreht wird, desto mehr Wasser strömt in einer bestimmten Zeit aus ihm heraus. Diese Kenngröße könnten wir als „Wasserstromstärke“ bezeichnen.





Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromstärke

Entsprechend führt die geordnete Bewegung von elektrischen Ladungen zu einem elektrischen Stromfluss: Umso mehr Elektronen (oder Ionen) ein Leiterstück in einer bestimmten Zeit durchlaufen, desto höher ist die auftretende elektrische Stromstärke. So wie die maximale Wassermenge, die in einer Wasserleitung fließen kann, von dem Durchmesser des Wasserrohres abhängt, so kann in einem dickeren Stromleiter ein stärkerer Strom fließen als in einem dünnen.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromstärke

Definition:

Die elektrische Stromstärke I ist gleich der Menge an elektrischer Ladung ΔQ , die in einer Zeitspanne Δt transportiert wird:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Einheit:

Die elektrische Stromstärke wird in Ampere (A) angegeben. Eine Stromstärke von 1 Ampere bedeutet, dass an jeder Stelle im Leiter je Sekunde 1 Coulomb an Ladung (etwa 6 Trillionen Elektronen!) transportiert wird.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromstärke

	Stromstärke in Ampere
Elektronisches Gerät	
Elektrische Armbanduhr	0,000 1
Glimmlampe, Kopfhörer	0,001
Industrielle Sensoren	0,005 bis 0,02
Glühbirne	bis zu 0,5
Bügeleisen	2 bis 5
Elektrischer Ofen	5 bis 10
Elektrisches Schweißen	100
Straßenbahnmotor	150
Überlandleitung	100 bis 1000
Elektro-Lokomotive	1000
Aluminium-Schmelzofen	15 000
Blitz	bis zu 100 000

Stromstärken in Natur und Technik.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Physikalische und technische Stromrichtung

Die Bewegung von Ladungsträgern konnte erstmals in elektrisch leitenden Flüssigkeiten („Elektrolyten“) in Form von positiv geladenen Ionen beobachtet werden. Anhand dieser historischen Entdeckung wurde die Stromrichtung als diejenige Richtung festgelegt, entlang der sich positiv geladene Ladungsträger in einem Leiter bewegen: Sie gehen stets vom Plus-Pol einer Stromquelle aus und bewegen sich in Richtung Minus-Pol.

Diese Konvention wurde beibehalten, obwohl man später feststellte, dass in leitenden Festkörpern vor allem die Bewegung der negativ geladenen Elektronen von entscheidender Bedeutung für den Stromfluss ist. Da diese vom Minus-Pol ausgehen und sich in Richtung Plus-Pol bewegen, muss man stets zwischen der ursprünglich festgelegten („technischen“) und der tatsächlichen („physikalischen“) Bewegungsrichtung der geladenen Teilchen unterscheiden:



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Physikalische und technische Stromrichtung

- Die „technische“ Stromrichtung verläuft stets von Plus nach Minus.
- Die „physikalische“ Stromrichtung gibt die tatsächliche Bewegungsrichtung der geladenen Teilchen an. Für positive Ladungsträger ist sie mit der technischen Stromrichtung identisch, für negative Ladungsträger zeigt sie in die entgegengesetzte Richtung.

In der heutigen Elektronik wird stets die technische Stromrichtung als Norm für Schaltpläne und Beschriftungen verwendet. Auch wenn der Ladungstransport durch Elektronen erfolgt, so sagt man, dass der Strom „von Plus nach Minus“ fließe. Dies mag physikalisch unkorrekt sein; entscheidend ist allerdings vielmehr, dass von der Polung abhängige Bauteile (beispielsweise **Dioden** und **Transistoren**) immer nach dem gleichen Schema hergestellt werden.¹

¹ Auch beim Autoverkehr ist weniger entscheidend, ob ein Links- oder ein Rechtsverkehr vorherrscht, sondern vielmehr, dass sich alle Verkehrsteilnehmer an die gleichen Grundregeln halten.. ;-)



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Stromdichte

Neben der Stromstärke I wird in der Elektrotechnik bisweilen auch mit der so genannten Stromdichte j gerechnet. Diese ergibt sich, wenn man die Stromstärke I durch die Querschnittsfläche A des Leiters dividiert:

$$j = \frac{I}{A}$$

Als Einheit für die Stromdichte wählt man üblicherweise aufgrund der gängigen Leiter-Querschnitte A/mm^2 . Mittels der Stromdichte kann beispielsweise erklärt werden, weshalb der Draht in einer Glühbirne leuchtet, nicht jedoch die Zuleitungen: Obwohl die Stromstärke gleich ist, ist in dem wesentlich dünneren Draht im Inneren der Glühbirne die Stromdichte und somit auch die Wärme-Entwicklung höher.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die elektrische Spannung

Elektrischer Strom fließt nicht von selbst, sondern benötigt eine elektrische Spannung als Ursache. Elektrische Spannung wiederum ist das Ergebnis einer *Ladungstrennung*, beispielsweise einer Erhöhung der Konzentration an Elektronen an einer Stelle gegenüber einer anderen Stelle.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die elektrische Spannung

Modell:

In einem Wassertank hängt der Druck, der auf den Wasserhahn ausgeübt wird, ausschließlich von der Füllhöhe im Tank ab: Umso höher der Behälter gefüllt wurde, desto höher ist der Wasserdruck am unteren Ende.

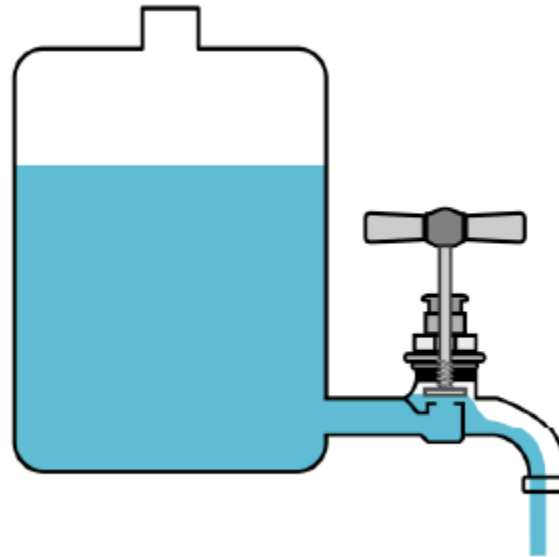
Entsprechend ist für das Fließen eines elektrischen Stromes eine gezielte Anhäufung von elektrischer Ladung notwendig. Umso stärker die Elektronen an einer Stelle verdichtet werden, also je mehr Arbeit bei der Ladungstrennung investiert wird, desto steiler ist das Konzentrationsgefälle an elektrischer Ladung und damit die elektrische Spannung.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die elektrische Spannung

Modell:



Der Druck einer Wassersäule als Modell für die elektrische Spannung.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die elektrische Spannung

Definition:

Die elektrische Spannung U ist gleich der Menge an Arbeit W , die bei der Ladungstrennung auf eine Ladungsmenge Q aufgewendet wird:

$$U = \frac{W}{Q}$$

Einheit:

Die elektrische Spannung wird in Volt (V) angegeben. Eine Spannung von 1 Volt bedeutet, dass für je 1 Coulomb an Ladung eine Arbeit von 1 Joule zur Ladungstrennung aufgewendet wird.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Das elektrische Potential

Die Spannung ist keine absolute Größe, man kann also streng genommen nicht angeben, wie groß die Spannung an einer bestimmten Stelle ist. Spannung bezieht sich vielmehr stets auf zwei Punkte: Man kann mit einem Spannungswert also nur angeben, wie groß die Spannung *zwischen* zwei Punkten ist. Gemäß der technischen Konvention, dass Strom stets „von Plus nach Minus“ fließt, kann die Spannungsdifferenz zwischen zwei Punkten als Maß dafür angesehen werden, wie stark und in welche Richtung der Strom vom einen Punkt zum anderen fließen möchte.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Das elektrische Potential

Um dennoch einen Absolutwert für die Menge einer Ladungsanhäufung angeben zu können, hat man daher den Begriff „elektrisches Potential“ Φ eingeführt. Das elektrische Potential ist vergleichbar mit der Höhe eines Punktes über dem Meeresspiegel. Ein solcher Wert kann tatsächlich für jeden einzelnen Punkt angegeben werden. Vergleicht man dann zwei verschiedene Punkte hinsichtlich ihrer elektrischen Potentiale, so kann die Differenz $\Delta\Phi$ dieser Potentiale als elektrische Spannung U zwischen den beiden Punkten aufgefasst werden:

$$U = \Delta\Phi$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Das elektrische Potential

Im alltäglichen Sprachgebrauch werden trotz dieses Unterschieds die Begriffe Spannung und elektrisches Potential häufig als gleichwertig verwendet. Der Grund dafür liegt darin, dass als Bezugspunkt („Masse“, „Ground“, „Nullpotential“) für das elektrische Potential häufig der Minus-Anschluss der Stromquelle verwendet wird und dieser willkürlich den Wert Null erhält. Gegenüber diesem Bezugspunkt ist das elektrische Potential eines Punktes mit dem Spannungswert identisch. Haben hingegen zwei Punkte (beispielsweise in einer elektronischen Schaltung) jeweils von Null verschiedene elektrische Potentiale, so ist nur die Differenz der jeweiligen elektrischen Potentiale (umgangssprachlich: „Spannungsdifferenz“) als Ursache für einen Stromfluss von Bedeutung.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

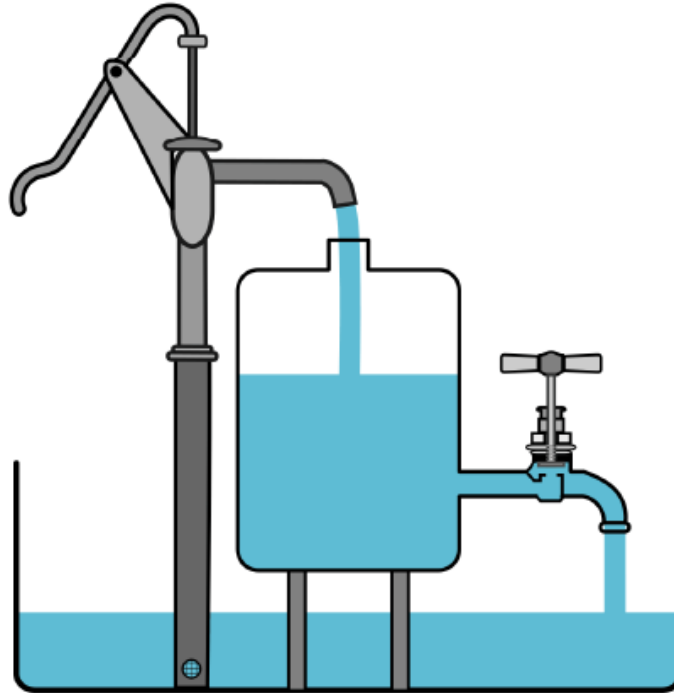
Die Gleichspannung

Eine elektrische Gleichspannung entsteht, wenn durch eine Stromquelle an einer Stelle ein Überschuss an elektrischer Ladung erzeugt wird. Wird der Stromkreis geschlossen, so strömen die frei beweglichen Elektronen im Leiter von der Stelle mit der höheren zu der Stelle mit der niedrigeren Ladungskonzentration, um einen Ladungsausgleich zu bewirken.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Gleichspannung



Eine Wasserpumpe als Modell für eine Gleichstromquelle.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Gleichspannung

Eine zeitlich konstante Gleichspannung bewirkt in einem Leiter einen zeitlich konstanten Strom („Gleichstrom“).² Es wird allerdings auch dann von einer Gleichspannung gesprochen, wenn sie im zeitlichen Verlauf zwar unterschiedlich große Werte annimmt, dabei jedoch stets die gleiche Polung beibehält. Das Resultat ist in diesem Fall ein so genannter „pulsierender Gleichstrom“.

² Im englischen Sprachbereich wird Gleichstrom als „direct current“ (DC) bezeichnet.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Gleichspannung

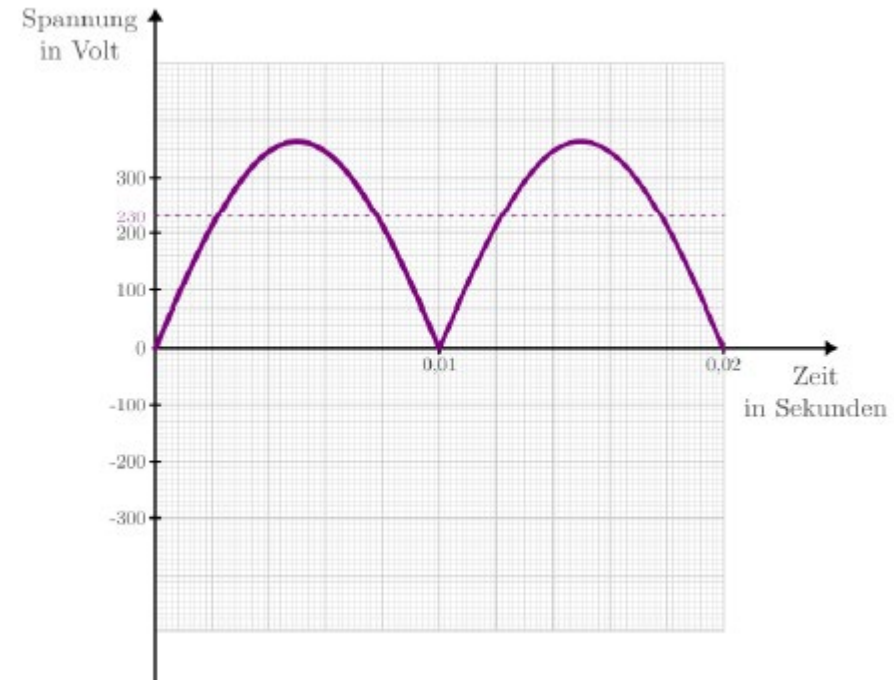
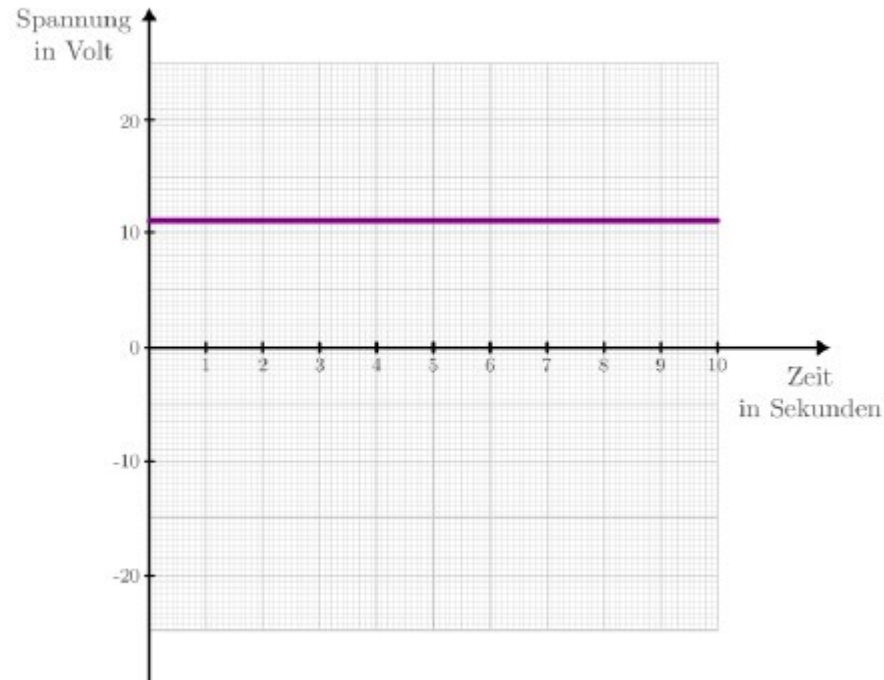


Diagramme einer „echten“ 12 V-Gleichspannung und einer „pulsierenden“ 230 V-Gleichspannung.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Wechselspannung

Manche elektrische Generatoren, beispielsweise Fahrrad-Dynamos, bewirken einen Strom, der einmal „von rechts nach links“, dann wieder „von links nach rechts“ fließt.³ Die Ursache dafür ist eine Spannung, die ihre Richtung (beziehungsweise ihr Vorzeichen) regelmäßig wechselt und daher als Wechselspannung bezeichnet wird.

Die bekannteste Wechselspannung ist die sinusförmige Spannung des Stromnetzes, die periodisch zwischen $+325\text{ V}$ und -325 V hin und her wechselt. Aufgrund der Schwankungen kann jedoch nur soviel elektrische Leistung umgesetzt werden wie bei einer Gleichspannung von $U_{\text{eff}} = 230\text{ V}$.⁴ Diese so genannte „effektive Spannung“ einer sinusförmigen Wechselspannung lässt sich allgemein nach folgender Formel berechnen:⁵

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Wechselspannung

Die Frequenz der Wechselspannung im Stromnetz beträgt $f = 50 \text{ Hz}$; in einer Sekunde durchläuft die Wechselspannung also 50 Perioden. Hieraus ergibt sich eine Schwingungsdauer von $T = \frac{1}{50} \text{ s} = 0,02 \text{ s}$.

³ Im englischen Sprachbereich wird Wechselstrom als „alternating current“ (AC) bezeichnet.

⁴ Diese Werte gelten für das europäische Stromnetz. In Nordamerika beispielsweise beträgt die Effektivspannung im Stromnetz 120 V bei einer Netzfrequenz von 60 Hz.

⁵ Da $\sqrt{2} \approx 1,41$ ist, kann man sich als praktische Faustregel merken, dass der Spitzenwert einer Wechselspannung stets um das 1,41-fache höher liegt als ihr Effektivwert.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Wechselspannung

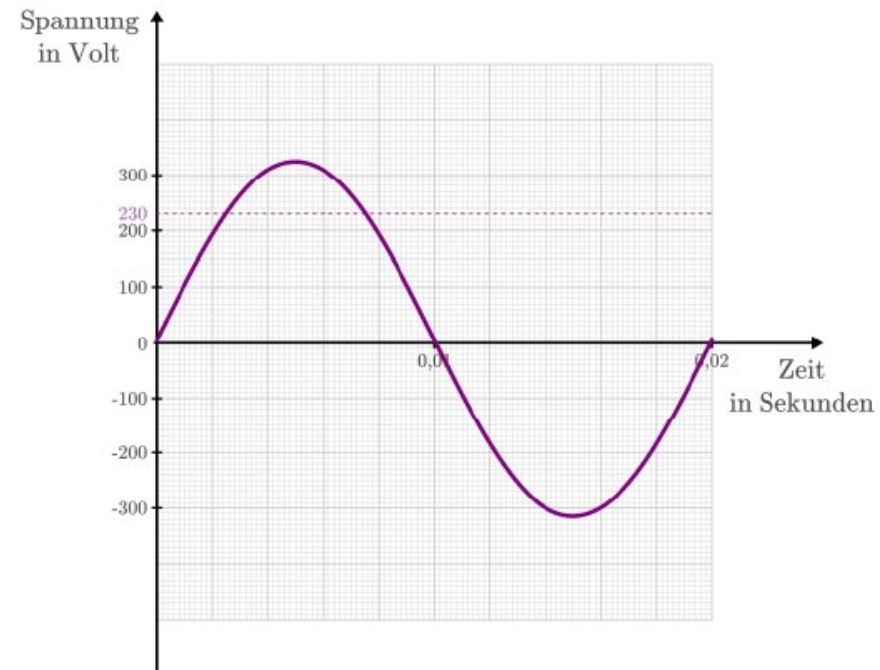


Diagramm einer 230 V-Wechselspannung.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Die Wechselspannung

Der Vorteil einer Wechselspannung gegenüber einer (zeitlich konstanten) Gleichspannung liegt darin, dass sich der Wert der Wechselspannung mittels eines passenden **Transformators** leicht auf einen anderen beliebigen Spannungswert einstellen lässt.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der elektrische Widerstand

In einem idealen elektrischen Leiter können sich die Ladungsträger völlig frei bewegen. In einem realen Leiter hingegen treten stets Wechselwirkungen zwischen den sich bewegenden Elektronen und den zurückbleibenden Atomrümpfen auf. Ähnlich wie bei der mechanischen Reibung wird dabei elektrische Energie in Wärmeenergie umgewandelt (siehe auch Abschnitt *Wärmeentwicklung in elektrischen Bauteilen*).

Bei schlechten Leitern (beispielsweise Eisen) ist die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Atomen stärker als bei guten Leitern (beispielsweise Kupfer). Zum einen erwärmen sich schlechte Leiter dadurch schneller als gute Leiter, zum anderen muss an ihnen eine höhere elektrische Spannung angelegt werden, um den gleichen Stromfluss zu erreichen.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der elektrische Widerstand

Definition:

Unter dem elektrischen Widerstand R eines Stromkreises versteht man das Verhältnis aus der Spannung U zwischen den Enden eines Leiters und der Stärke des Stromes I im Leiter:

$$R = \frac{U}{I}$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der elektrische Widerstand

In gleicher Form lässt sich auch der elektrische Widerstand einzelner Bauteile angeben.

Einheit:

Der elektrische Widerstand wird in Ohm (Ω) angegeben. Ein elektrischer Widerstand von $R = 1 \Omega$ bedeutet, dass eine Spannung von $U = 1 \text{ V}$ aufgewendet werden muss, um eine Stromstärke von $I = 1 \text{ A}$ zu erreichen:

$$1 \text{ Ohm} = 1 \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}}$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Das Ohmsche Gesetz

Der Zusammenhang zwischen elektrischer Spannung, Stromstärke und Widerstand wurde im Jahr 1826 durch Georg Simon Ohm entdeckt. Ihm zu Ehren wird auch heute noch die Widerstandsgleichung (153) als „Ohmsches Gesetz“ bezeichnet und in folgender Form angegeben:

$$U = R \cdot I$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Das Ohmsche Gesetz

Neben den beiden bisher genannten Formen (153) und (154) kann der Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung auch folgendermaßen angegeben werden:⁶

$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$

Bei einer höheren Spannung ist somit auch die Stromstärke höher, die durch einen Stromkreis oder ein elektronisches Bauteil fließt. Die entsprechende Kennlinie entspricht, wie in Abbildung *Ohmsches Gesetz* zu erkennen ist, einer Geraden, die umso steiler verläuft, desto niedriger der Widerstandswert R ist.

In der Elektronik bezeichnet man Bauteile, die zumindestens näherungsweise diese Charakteristik erfüllen, ebenfalls als *Widerstände*.



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der spezifische Widerstand

Unterschiedliche Stoffe leiten den Strom unterschiedlich gut, sie besitzen also einen unterschiedlichen spezifischen Widerstand ρ . Je kleiner der spezifische Widerstand eines Materials ist, desto besser leitet es den elektrischen Strom.⁷



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der spezifische Widerstand

Definition:

Bei einem Körper aus homogenem Stoff, beispielsweise einem Metalldraht, hängt der Widerstand bei einer bestimmten Temperatur vom Material, von seiner Länge l und von seiner Querschnittsfläche („Dicke“) A ab. Es gilt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der spezifische Widerstand

Einheit:

Aus der Definition (155) ergibt sich für den spezifischen Widerstand ρ die Einheit $\Omega \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{m}}$.

Da die meisten Bauteile und Leitungen eine wesentlich geringere Querschnittsfläche als 1 m^2 besitzen, ist auch folgende Einheit üblich:

$$1 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$$



Stromstärke, Spannung und Widerstand

Der spezifische Widerstand

Beispiele:

- Ein $l = 1 \text{ m}$ langer Kupferdraht ($\rho_{\text{Cu}} = 0,0156 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$) mit einer Querschnittsfläche von 1 mm^2 hat einen elektrischen Widerstand von

$$R = \rho_{\text{Cu}} \cdot \frac{l}{A} = 0,0156 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ mm}^2} = 0,0156 \Omega$$

Würde man den Drahtdurchmesser um den Faktor 1000 von 1 mm auf 1 m erhöhen, so ergäbe sich eine um $1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000$ größere Querschnittsfläche und damit ein um eine Million geringerer elektrischer Widerstand.

- Ein 4 mm^2 dicker und $30 \text{ mm} = 0,03 \text{ m}$ langer Stab aus Edelstahl ($\rho_{\text{V2A}} = 0,720 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$) hat einen elektrischen Widerstand von

$$R = \rho_{\text{V2A}} \cdot \frac{l}{A} = 0,720 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{0,03 \text{ m}}{4 \text{ mm}^2} = 0,0054 \Omega$$



Elektrische Felder

In ähnlicher Weise wie man das magnetische Feld eines Permanent- oder Elektromagneten zur Beschreibung der Kraftwirkung auf einen anderen Magneten nutzen kann, ist es auch möglich, das elektrische Feld einer Ladungsverteilung zur Beschreibung der Kraftwirkung auf andere elektrische Ladungen zu verwenden. Anders als Magnetfelder verlaufen elektrische Felder jedoch nicht auf geschlossenen Linien, sondern verlaufen von positiven elektrischen Ladungen hin zu negativen Ladungen.



Elektrische Felder

Das Coulombsche Kraftgesetz

Die Grundlage für die Einführung eines elektrischen Felds bildet das so genannte Coulomb-Gesetz, das besagt, dass die Kraft zwischen zwei punktförmigen Ladungen proportional zu Ladungsmengen Q_1 und Q_2 sowie indirekt proportional zum Quadrat des Abstands r beider Ladungen ist:

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (163)$$



Elektrische Felder

Das Coulombsche Kraftgesetz

Hierbei ist $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$ die elektrische Feldkonstante des Vakuums. Die Einheit dieser wichtigen Naturkonstanten kann wegen $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$ = auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{C}} = \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{C}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$



Elektrische Felder

Das Coulombsche Kraftgesetz

Mit Hilfe der elektrischen Feldkonstanten kann bei bekannten Ladungsmengen und ihrem Abstand auf die Größe der wirkenden Kraft geschlossen werden; der gesamte Vorfaktor $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \approx 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ wird bisweilen auch als „Coulomb-Konstante“ bezeichnet. Anschaulich bedeutet der Wert dieser Konstante, dass zwei Ladungen von je einem Coulomb, die sich in einem Abstand von einem Meter zueinander befinden, aufeinander eine Kraft von etwa 9 GN ausüben würden – das entspräche einer Gewichtskraft von etwa 10^6 Tonnen . Man erkennt an diesem Beispiel zum einen, dass bei vielen Prozessen, etwa bei sich bewegenden Elektronen, die Gewichtskraft gegenüber der Coulomb-Kraft meist völlig vernachlässigt werden kann. Andererseits zeigt sich, dass 1 Coulomb eine sehr große Ladungsmenge darstellt; im Alltag treten üblicherweise nur Bruchteile dieser Ladungsmenge auf.



Elektrische Felder

Das Coulombsche Kraftgesetz

Für die Richtung der wirkenden Coulomb-Kraft gilt:

- Sind die Vorzeichen beider Ladungen gleich, so ist die wirkende Kraft positiv, und die Ladungen stoßen sich ab.
- Haben beide Ladungen hingegen unterschiedliche Vorzeichen, so ist die Coulomb-Kraft negativ, und die Ladungen ziehen einander an.

Sind mehrere Ladungen räumlich getrennt angeordnet, so kann man zunächst die Coulomb-Kräfte paarweise berechnen und anschließend die wirkenden Gesamt-Kräfte durch Addition der Teilkräfte ermitteln.



Elektrische Felder

Elektrische Feldstärke

Liegt eine kontinuierliche Verteilung vieler einzelner Ladungen vor, so wäre es zumindest sehr mühsam, die resultierende Wirkung auf eine weitere Probeladung als Überlagerung der zahlreichen einzelnen Coulomb-Kräfte zu beschreiben. Stattdessen verwendet man den Begriff der elektrischen Feldstärke \vec{E} ; diese gibt an, welche Kraftwirkung \vec{F}_{el} eine Probeladung Q_{p} durch eine bereits vorhandene Ladung oder Ladungsverteilung erfährt:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{el}}}{Q_{\text{p}}}$$



Elektrische Felder

Elektrische Feldstärke

Die elektrische Feldstärke wird in der Einheit $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ angegeben.¹ Als Vektor gibt die elektrische Feldstärke die Richtung der Kraft an, die auf eine positive Probeladung wirkt. Die einzelnen Feldlinien gehen deshalb senkrecht von positiven Ladungen aus und enden senkrecht auf negativen Ladungen. Die Dichte der Feldlinien kann als Maß für die Stärke des elektrischen Felds angesehen werden.

Die Kraftwirkung auf negative Probeladungen ergibt sich, indem man sich die Pfeilrichtung der Feldlinien vertauscht vorstellt.

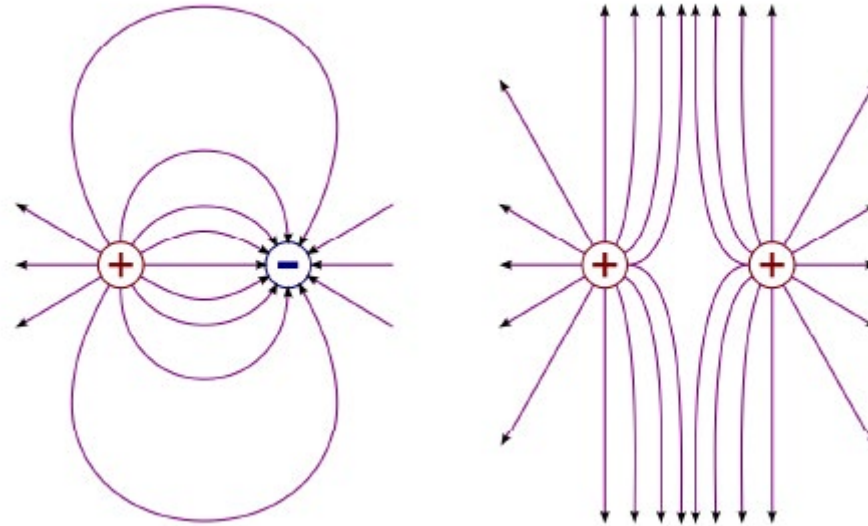
¹ Eine weitere gebräuchliche Einheit für die elektrische Feldstärke ist $\frac{\text{V}}{\text{m}}$. Der Zusammenhang ergibt sich aus der Definition von der Einheit Volt:

$$V = \frac{J}{C} = \frac{N \cdot m}{C}$$



Elektrische Felder

Elektrische Feldstärke



Feldlinien von unterschiedlichen und gleichen elektrischen Ladungen gleicher Ladungsmenge.



Elektrische Felder

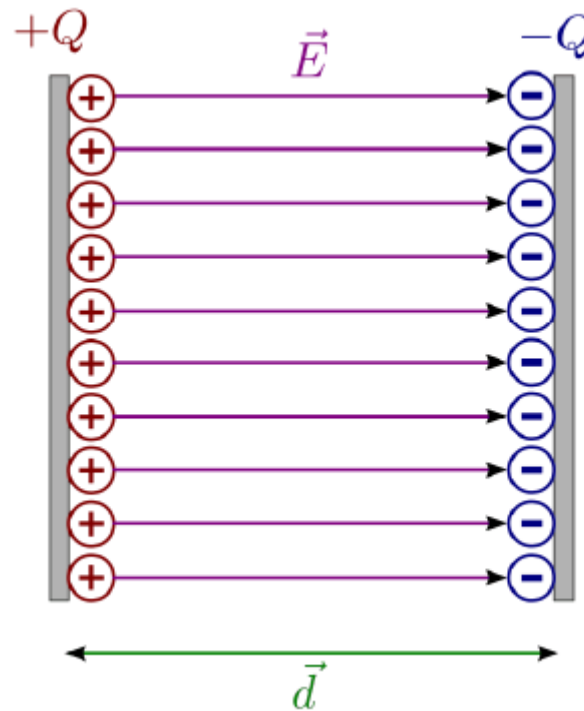
Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Ein elektrisches Feld mit gleichmäßig verteilten und in die gleiche Richtung zeigenden Feldlinien erhält man, wenn man zwei metallische, zueinander parallel angeordnete Platten mit entgegengesetzten Ladungsträgern bestückt. Im Inneren eines solchen „Plattenkondensators“ ist die elektrische Feldstärke an allen Stellen gleich („homogen“).²



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators



Das elektrische Feld im Inneren eines Plattenkondensators.



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Der Betrag der elektrischen Feldstärke eines Plattenkondensators ist davon abhängig, wie viele zusätzliche Ladungen sich über den Plattenflächen befinden. Das Verhältnis aus der gespeicherten Ladungsmenge Q und der Plattenfläche A wird auch als „elektrische Flussdichte“ \vec{D} bezeichnet. Für ihren Betrag gilt:

$$D = \frac{Q}{A} \quad (164)$$



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Die elektrische Flussdichte \vec{D} steht, wie auch die elektrische Feldstärke \vec{E} , senkrecht zu den Kondensatorplatten. Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Flussdichte \vec{D} , welche die Ladungsverteilung beschreibt, und der elektrischen Feldstärke \vec{E} , welche die Kraftwirkung auf geladene Teilchen angibt, kann wiederum mittels der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 formuliert werden:

$$D = \epsilon_0 \cdot E \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot D = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A} \quad (165)$$



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Um einen noch einfacheren Ausdruck für die Elektrische Feldstärke herzuleiten, ist ein kurzes Gedankenexperiment hilfreich: Wird ein einzelne positive Probeladung Q_p entgegen den Feldlinien von der negativen zur positiv geladenen Platte verschoben, so muss dafür eine Arbeit $W = F_{el} \cdot d = Q_p \cdot E \cdot d$ verrichtet werden, wobei d den Plattenabstand bezeichnet. Befindet sich die Ladung anschließend an der positiven Seite, so besitzt sie eine ebenso große potentielle Energie E_{pot} . Als elektrische Spannung U bezeichnet man eben diese potentielle Energie gegenüber der negativen Plattenseite, bezogen auf die Größe Q_p der Probeladung:

$$U = \frac{E_{pot}}{Q_p} \quad (166)$$



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Setzt man $E_{\text{pot}} = Q_p \cdot E \cdot d$ in die obige Formel ein, so ergibt sich für das elektrische Feld E eines Plattenkondensators folgender nützlicher Zusammenhang:

$$U = E \cdot d \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{U}{d} \quad (167)$$



Elektrische Felder

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Da sowohl die elektrische Spannung U als auch der Abstand d zwischen den geladenen Platten leicht messbare Größen sind, kann das elektrische Feld eines Plattenkondensators sehr einfach bestimmt werden.

Während das elektrische Feld an allen Stellen im Plattenkondensator gleich ist, nimmt die elektrische Spannung im Kondensator von der positiven zur negativen Platte linear auf Null ab.



Elektrische Felder

Elektrische Influenz und Faradayischer Käfig

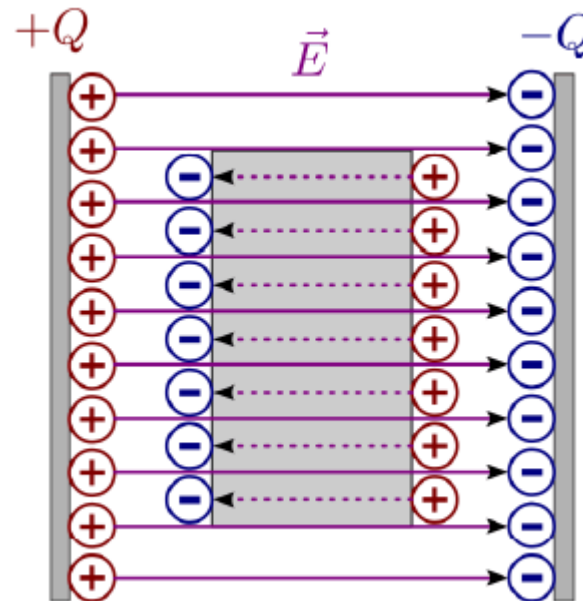
In Metallen gibt es stets eine Vielzahl an frei beweglicher Elektronen. Im neutralen Zustand werden die negativen Ladungen der Elektronen durch die positiven Ladungen der Atomrümpfe ausgeglichen. Lädt man ein einzelnes Stück Metall mit weiteren Elektronen auf, so verteilen sich diese ausschließlich entlang der Oberfläche, da die zusätzlichen Elektronen ebenfalls frei beweglich sind und sich gegenseitig abstoßen.

Bringt man ein Stück Metall in ein elektrisches Feld ein, so bewirkt dieses eine Verschiebung der frei beweglichen Elektronen zur positiven Platte hin; an der zur negativen Platte hin orientierten Seite bleiben die positiv geladenen Atomrümpfe übrig. Dieser als „elektrische Influenz“ bezeichnete Effekt hält so lange an, bis sich im Metall durch die Ladungsverschiebung ein gleich starkes, aber entgegengesetzt gerichtetes Feld einstellt.



Elektrische Felder

Elektrische Influenz und Faradayischer Käfig



Elektrische Influenz im Feld eines Plattenkondensators.



Elektrische Felder

Elektrische Influenz und Faradayischer Käfig

Im Inneren des Metalls überlagern sich das äußere und das induzierte elektrische Feld. Da beide Felder gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet sind, bleibt das Innere des Metalls somit feldfrei. Dies gilt nicht nur massive metallische Körper, sondern auch für metallische Hohlkörper. In der Technik stellen beispielsweise Autokarosserien so genannte „Faradayische Käfige“ dar (benannt nach [Michael Faraday](#)), welche die Insassen vor elektrischen Feldern und damit auch vor Stromflüssen, beispielsweise Blitzen, schützen.



Elektrische Felder

Orientierungspolarisation

Befinden sich zwei Ladungen mit unterschiedlichem Vorzeichen, aber gleich großer Ladungsmenge Q im Abstand l zueinander, so spricht man von einem elektrischen Dipol. Ein solcher Dipol besitzt ein so genanntes Dipolmoment \vec{p} , das proportional zur Ladungsmenge und zum Abstand der Ladungen ist und in Richtung der positiven Ladung zeigt:

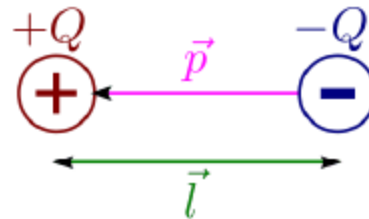
$$\vec{p} = Q \cdot \vec{l}$$



Elektrische Felder

Orientierungspolarisation

Die Einheit des Dipolmoments ist $\text{C} \cdot \text{m}$.



Prinzip eines elektrischen Dipols.



Elektrische Felder

Orientierungspolarisation

Das Drehmoment ist maximal, wenn der elektrische Dipol senkrecht zu den elektrischen Feldlinien ausgerichtet ist, und wird gleich Null, wenn beide Richtungen identisch sind.

Die Ausrichtung von elektrischen Dipolen durch elektrische Felder wird als Orientierungspolarisation bezeichnet. In realen Anwendungen verhindert die statistisch gleichmäßig verteilte Wärmebewegung der Teilchen eine vollständig Ausrichtung der Dipole; bei abnehmender Temperatur nimmt die Orientierungspolarisation daher zu. Bei Abschalten des elektrischen Felds verschwindet die Orientierungspolarisation wieder.



Elektrische Felder

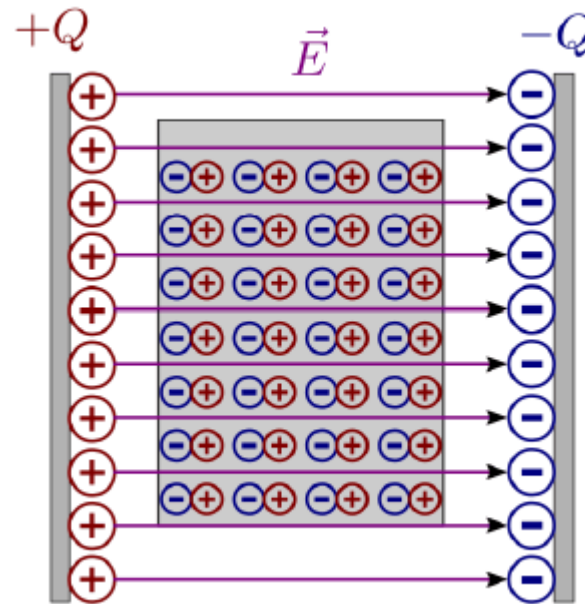
Verschiebungspolarisation und Dielektrikum

Bringt man ein nichtleitendes Material („Dielektrikum“) ohne elektrische Dipole in ein homogenes elektrisches Feld ein, so werden die Ladungsschwerpunkte in allen Atomen leicht verschoben, jeder Atomkern gerät etwas aus dem Zentrum seiner Elektronenhülle. Alle Atome werden somit zu elektrischen Dipolen, auch wenn sie ursprünglich keinen Dipolcharakter besessen haben. Diese Form der Polarisation wird Verschiebungspolarisation genannt.



Elektrische Felder

Verschiebungspolarisation und Dielektrikum



Elektrische Polarisation im Feld eines Plattenkondensators.



Elektrische Felder

Verschiebungspolarisation und Dielektrikum

Bei beiden Polarisationsformen erzeugen die Dipole im Dielektrikum selbst ein vergleichsweise schwaches und dem äußeren Feld entgegengesetzt gerichtetes elektrisches Feld. Füllt das Dielektrikum den gesamten Bereich zwischen den Kondensatorplatten aus, so wird der Wert der elektrischen Feldstärke \vec{E} gegenüber dem ursprünglichen Wert um einen Faktor ϵ_r gesenkt. Für einen Plattenkondensator mit Dielektrikum gilt also allgemein:

$$E = \frac{1}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A} = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{U}{d}$$



Elektrische Felder

Verschiebungspolarisation und Dielektrikum

Der Zahlenwert ϵ_r ist eine Materialkonstante, die als relative Dielektrizitätszahl bezeichnet wird. Streng genommen muss bereits Luft als Dielektrikum angesehen werden, ihr Wert ist jedoch nur geringfügig von der Dielektrizitätszahl des Vakuums.



Elektrische Felder

Verschiebungspolarisation und Dielektrikum

Material	Dielektrizitätszahl ϵ_r
Erde (feucht)	29
Erde (trocken)	3, 9
Glas	6 bis 8
Glimmer	5, 4
Gummi	3
Glycerin	24, 5
Holz (trocken)	2 bis 3, 5
Luft	1, 00059
Porzellan	2 bis 6
Wasser	80



Elektrische Felder

Verschiebungspolarisation und Dielektrikum

Wird ein Kondensator durch eine an die Platten angeschlossene Stromquelle aufgeladen, so erfolgt dies so lange, bis die elektrische Spannung U zwischen den Kondensator-Platten genauso groß ist wie die anliegende äußere Spannung. Durch ein Einbringen eines Dielektrikum wird allerdings das elektrische Feld und somit auch die Spannung zwischen den Kondensator-Platten gesenkt; somit fließt weitere Ladung auf die Kondensatorplatten nach, bis erneut die Spannung innerhalb des Kondensators (mit Dielektrikum) so groß ist wie die anliegende äußere Spannung. Ein Plattenkondensator kann also mit Dielektrikum eine größere Ladungsmenge speichern als ohne.



Elektrische Felder

Kapazität eines Plattenkondensators

Die Kapazität eines Plattenkondensators gibt an, wie viel die Ladungsmenge Q ist, die der Kondensator bei einer anliegenden Spannung U insgesamt aufnehmen kann:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (168)$$



Elektrische Felder

Kapazität eines Plattenkondensators

Die Einheit der Kapazität ist Farad ($1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}$). Da ein Coulomb eine sehr große Ladungsmenge darstellt, ist ebenso eine Kapazitätsmenge von einem Farad sehr groß. In der Praxis übliche Kondensatoren werden daher in Pikofarad (pF), (nF) oder Mikrofarad (μF) angegeben.

Die obige Formel (168) gilt allgemein für alle Bauarten von Kondensatoren. Bei einem Plattenkondensator ist die Kapazität abhängig von der Fläche A der beiden Kondensatorplatten, von ihrem Abstand d sowie vom Dielektrikum, das sich zwischen den beiden Kondensatorplatten befindet. Handelt es sich beim Dielektrikum um Vakuum oder Luft, so gilt für die Kapazität C des Plattenkondensators:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad (169)$$



Elektrische Felder

Kapazität eines Plattenkondensators

Hierbei bezeichnet $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}\cdot\text{m}}$ wiederum die elektrische Feldkonstante. Handelt es sich beim Dielektrikum um ein anderes Material, so muss anstelle von ϵ_0 der Wert $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ in die obige Gleichung eingesetzt werden, wobei ϵ_r die *Dielektrizitätszahl* des jeweiligen Materials ist. Durch ein geeignetes Dielektrikum zwischen den Kondensatorplatten kann somit die Kapazität des Kondensators bei gleicher Baugröße um ein Vielfaches erhöht werden.



Elektrische Felder

Elektrische Energie in einem Plattenkondensator

Wird in einem Plattenkondensator eine Ladung positive Ladung Q entgegen der elektrischen Feldlinien bewegt, so muss Arbeit gegen die elektrische Kraft F_{el} verrichtet werden. Bewegt man die Ladung von der negativen zur positiven Platte, die voneinander den Plattenabstand d haben, so gilt für die verrichtete Arbeit W_{el} :

$$W_{\text{el}} = F_{\text{el}} \cdot d$$



Elektrische Felder

Elektrische Energie in einem Plattenkondensator

Wird ein Kondensator geladen, so kann man sich die dabei verrichtete elektrische Arbeit als schrittweisen Transport von elektrischer Ladung von einer Kondensatorplatte zur anderen vorstellen – nicht über die Luft zwischen den Kondensatorplatten, aber über die Anschlussdrähte. Als Folge der Ladungstrennung baut sich im Kondensator zunehmend eine elektrische Spannung auf.

Hat die Spannung zwischen den Kondensatorplatten den Wert U , so musste während des Ladevorgangs schrittweise Spannungen zwischen Null und U überwunden werden; die durchschnittliche Ladespannung hat also $\bar{U} = \frac{U}{2}$ betragen.



Elektrische Felder

Elektrische Energie in einem Plattenkondensator

Mit $F_{\text{el}} = Q \cdot E$ und $E = \frac{U}{d}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} W_{\text{el}} &= \bar{F}_{\text{el}} \cdot d = Q \cdot \bar{E} \cdot d \\ &= Q \cdot \frac{\bar{U}}{d} \cdot d = Q \cdot \bar{U} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U \end{aligned}$$

Schreibt man zusätzlich $Q = C \cdot U$, so erhält man für die insgesamt während des Ladens verrichtete elektrische Arbeit:

$$W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot \frac{(C \cdot U)^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad (170)$$

Diese Arbeitsmenge bleibt in Form von elektrischer Energie im Kondensator gespeichert.



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

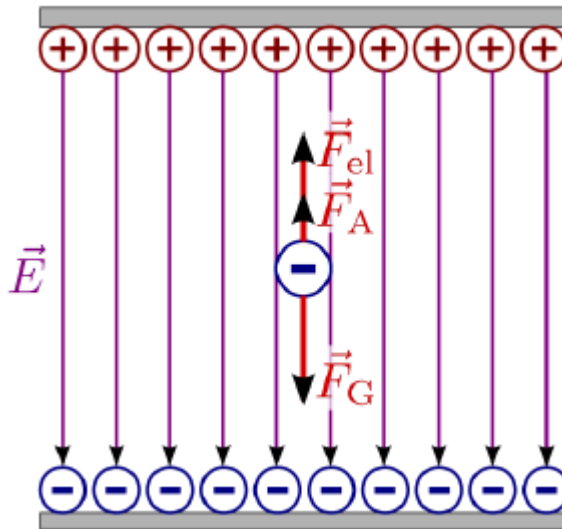
Im Jahr 1910 konnte **Robert Millikan** erstmals mittels eines Plattenkondensators die Größe der Elementarladung e experimentell bestimmen. Die Grundidee seines Experiments war es, mittels eines Zerstäubers winzige, durch Reibungseffekte zumindest teilweise elektrisch geladene Öltröpfchen zwischen die Platten des Kondensators zu bringen.

Liegt am Kondensator keine elektrische Spannung an, so sinken die Tröpfchen aufgrund ihrer Gewichtskraft F_G langsam nach unten; aufgrund der kleinen Tröpfchengröße sind hierbei die statische Auftriebskraft F_A der Tröpfchen in Luft sowie die Reibungskraft F_R nicht zu vernachlässigen.



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment



Kräftegleichgewicht an einem schwebenden Öltröpfchen beim Millikan-Versuch.



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

Wird hingegen ein elektrisches Feld angelegt, so kann die (nur auf elektrisch geladene Öltröpfchen) wirkende elektrische Kraft F_{el} die Gewichtskraft ausgleichen; bei einer ausreichend großen elektrischen Spannung können die geladenen Teilchen sogar wieder nach oben steigen.

Für die wirkenden Kräfte gilt:

$$F_G = m_{\text{Öl}} \cdot g = \rho_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$$

$$F_A = m_L \cdot g = \rho_L \cdot V \cdot g$$

$$F_{\text{el}} = Q \cdot E = Q \cdot \frac{U}{d}$$



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

Hierbei bezeichnet $g = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ den Ortsfaktor, $\rho_{\text{Öl}}$ die Dichte des Öls und ρ_{L} die Dichte der Luft. Für das Volumen der kugelförmigen Öltröpfchen gilt $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, wobei r den Radius der Öltröpfchen angibt.

Schweben die Öltröpfchen in der Luft, so muss folgendes Gleichgewicht gelten:

$$F_{\text{el}} = F_{\text{G}} - F_{\text{A}}$$
$$Q \cdot \frac{U}{d} = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right) \cdot g$$

Für die Ladung Q eines schwebenden Öltröpfchens muss somit gelten:

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}) \cdot g \cdot d}{3 \cdot U}$$



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

In dieser Gleichung sind, abgesehen vom Radius r der Öltröpfchen, alle Größen konstant oder leicht messbar. Die größte Schwierigkeit besteht im exakten Messen des Radius r (durch die Brownsche Molekularbewegung noch zusätzlich erschwert), wobei Messfehler durch die dritte Potenz einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis haben können. Millikan bestimmte daher zusätzlich die Geschwindigkeiten einzelner Tröpfchen beim Sinken, was er durch ein zwischenzeitliches Abschalten der anliegenden Spannung erreichte.

Erreichen die Tröpfchen beim Sinken eine konstante Geschwindigkeit v , so gilt folgendes Kräftegleichgewicht:

$$F_R = F_G - F_A$$



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

$$6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right) \cdot g$$

In der obigen Gleichung bezeichnet η die *Viskosität* der Luft; bei 20°C beträgt diese $\eta \approx 0,0182 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Löst man die Gleichung nach r auf, so erhält man:

$$6 \cdot \eta \cdot v = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}) \cdot \frac{4}{3} \cdot g \cdot r^2$$

$$r^2 = \frac{6 \cdot 3 \cdot \eta \cdot v}{4 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}}$$



Elektrische Felder

Das Millikan-Experiment

Durch Messung der Viskosität der Luft und der Sinkgeschwindigkeit v der Tröpfchen ohne elektrisches Feld kann der Radius r der Tröpfchen mit guter Genauigkeit bestimmt werden.

Millikan stellte fest, dass die sich ergebenden Ladungswerte stets ganzzahlige Vielfache einer „Elementarladung“ waren. Er bestimmte den Wert dieser Ladung zu $1,592 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, was mit dem heute bekannten Wert von $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ bereits sehr gut übereinstimmte.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bringt man ein Teilchen mit einer elektrischen Ladung Q in ein elektrisches Feld mit einer Feldstärke \vec{E} , so erfährt es gemäß $F_{\text{el}} = Q \cdot E$ eine Kraftwirkung. Handelt es sich bei dem Teilchen um ein Elektron oder Proton, so kann die Gewichtskraft des Teilchens gegenüber der elektrischen Kraft F_{el} meist vernachlässigt werden.

Für technische Anwendungen ist insbesondere die Bewegung von Elektronen in elektrischen Feldern von Bedeutung.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Angenommen, ein frei bewegliches Elektron befindet sich zunächst in unmittelbarer Nähe der negativ geladenen Seite eines Plattenkondensators. Durch die elektrische Feldstärke wird es dann zur positiven geladenen Seite hin beschleunigt. Diese Bewegung ähnelt dem *freien Fall* eines Gegenstands im Gravitationsfeld der Erde: Es wird potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt.

Gemäß der Definition der Spannung (166) kann die potentielle Energie des Elektrons folgendermaßen ausgedrückt werden:³

$$E_{\text{pot}} = Q \cdot U$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Die potentielle Energie des Elektrons ist also ausschließlich abhängig von der im Plattenkondensator anliegenden Spannung U , da die Ladung $Q_{\text{el}} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ des Elektrons konstant ist.

Beispiel:

- Liegen an den Platten eines Kondensators $U = 100 \text{ V}$ an, so ein Elektron, das sich in unmittelbarer Nähe der negativen Platte befindet, folgende Energiemenge:

$$E_{\text{pot}} = Q_{\text{el}} \cdot U = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Die Einheit ergibt sich aus $C = A \cdot s$ und $V = \frac{W}{A}$ zu $C \cdot V = \frac{W \cdot A \cdot s}{A} = W \cdot s = J$.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Da die Energiemengen bei einzelnen Elektronen ziemlich gering sind, ist es üblich, diese in der Einheit „Elektronenvolt“ anzugeben. Hierbei wird mit $e \equiv Q_{\text{el}} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ die Ladung eines einzelnen Elektrons bezeichnet; multipliziert man diesen Wert mit dem Wert der anliegenden Spannung, so erhält man unmittelbar die Energiemenge in Elektronenvolt. Für das obige Beispiel würde entsprechend $E_{\text{pot}} = 1 e \cdot 100 \text{ V} = 100 \text{ eV}$ gelten.

Erreicht das Elektron die positiv geladene Platte, so ist die gesamte potentielle Energie des Elektrons in kinetische Energie umgewandelt worden. Hierbei muss also gelten:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$$
$$\frac{1}{2} \cdot m_{\text{el}} \cdot v^2 = Q \cdot U$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Das Elektron erreicht somit unmittelbar vor dem Aufprall auf der positiven Leiterplatte folgende Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q_{\text{el}} \cdot U}{m}}$$

Diese Gleichung kann nicht nur für Elektronen, sondern ebenso für andere geladene Teilchen (beispielsweise Ionen) verwendet werden. Diese tragen meist ebenso nur eine einzelne Elementarladung oder ein geringzahliges Vielfaches davon, haben jedoch eine weitaus höhere Masse; somit ergeben sich wesentlich geringere Geschwindigkeitswerte als bei Elektronen.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Beispiel:

- Liegt wie im obigen Beispiel eine Spannung von $U = 100 \text{ V}$ am Kondensator an, so ergibt sich mit $m_{\text{el}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ für ein Elektron folgende Aufprall-Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 5,93 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Einheit ergibt sich aus folgender Beziehung:

$$\sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{C}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{kg}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

Trotz der *scheinbar* geringen Energiemenge von $E_{\text{pot}} = 100 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ erreicht das Elektron bereits eine Geschwindigkeit von über 5 Mio. $\frac{\text{m}}{\text{s}}$; dies entspricht bereits rund 1,7% der Lichtgeschwindigkeit.⁴ Wird die Spannung, wie beispielsweise in Braunschen Röhren üblich, um einen Faktor 100 auf 10 000 V erhöht, so steigt die Geschwindigkeit beim Aufprall um den Faktor $\sqrt{100} = 10$ an.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung in Richtung des elektrischen Feldes

In klassischen Oszilloskopen und Braunschen Röhren werden die freien Elektronen von einem spiralförmig aufgewickelten Heizdraht ausgesendet („Glühelastrischer Effekt“). Ohne ein weiteres wirksames elektrisches Feld würde sich der Draht dabei aufgrund der verbleibenden Atomrümpfe positiv aufladen, und die Elektronen würden zurück in Richtung des Drahtes beschleunigt. Als Folge davon ergäbe sich eine nur wenige Millimeter dicke „Elektronenwolke“ um den Heizdraht herum. Wird hingegen mittels einer (positiv geladenen) Anode ein elektrisches Feld angelegt, so werden die Elektronen entlang der Feldlinien in Richtung der Anode beschleunigt.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld

Erfolgt die Bewegung eines geladenen Teilchens, beispielsweise eines Elektrons, (zunächst) senkrecht zur Richtung des elektrischen Felds eines Plattenkondensators, so gleicht die vom geladenen Teilchen durchlaufene Bahn derjenigen, die ein *waagrecht geworfener* Gegenstand im Gravitationsfeld der Erde durchläuft.

Verläuft das elektrische Feld in vertikaler Richtung, so bleibt die horizontale Komponente der Geschwindigkeit des geladenen Teilchens unverändert. Tritt das Teilchen zur Zeit $t_0 = 0$ an der Stelle $s_0 = 0$ in das elektrische Feld ein, so muss also gelten:

$$v_x = v_{x,0}$$

$$s_x = v_{x,0} \cdot t$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld

In Vertikaler Richtung hat das geladene Teilchen zunächst eine Geschwindigkeit von $v_{y,0} = 0$. Tritt das Teilchen mittig (in der Höhe $s_{y,0} = 0$) in das elektrische Feld ein, so wird es durch das elektrische Feld konstant beschleunigt. Somit muss gelten:

$$v_y = a \cdot \Delta t$$
$$s_y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld

Die Beschleunigung a , die ein geladenes Teilchen im elektrischen Feld erfährt, kann man wegen $a = \frac{F_{el}}{m}$ als $a = \frac{q \cdot E}{m}$ schreiben. Handelt es sich bei dem geladenen Teilchen um ein freies Elektron, so ist q gleich der Elementarladung q_e , so ergibt sich:

$$v_y = \frac{q_e \cdot E}{m} \cdot \Delta t$$
$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e \cdot E}{m} \cdot t^2$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld

Um die Geschwindigkeit beziehungsweise die Position des Teilchens nicht in Abhängigkeit von der Zeit, sondern in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung s_x auszudrücken, kann man den Zusammenhang $s_x = v_x \cdot t \iff t = \frac{s_x}{v_x}$ nutzen:

$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e \cdot E}{m} \cdot \frac{s_x^2}{v_x^2}$$



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld

Bei einem Strahl aus freien Elektronen treten diese mit einer jeweils gleichen Eintrittsgeschwindigkeit v_x in das elektrische Feld ein. Durch eine Variation der Spannung an den Kondensatorplatten und damit einer Beeinflussung des elektrischen Feldes E kann somit die Bahn der Elektronen unmittelbar beeinflusst werden. Dieser Effekt wird beispielsweise in Röhren-Oszilloskopen genutzt, um den zeitlichen Verlauf eines beziehungsweise zweier Spannungssignale auf einem Schirm sichtbar zu machen.