



Nichtparametrische Verfahren

**Mann-Whitney U-Test
Kruskal-Wallis H-Test
und andere**

Kurt Holm

Almo Statistik-System
www.almo-statistik.de
holm@almo-statistik.de
kurt.holm@jku.at

Im Text wird häufig auf das Dokument **P0** Bezug genommen. Dabei handelt es sich um das Almo-Dokument "Arbeiten mit Almo.PDF" (Dokument 0).

Weitere Almo-Dokumente

Die folgenden Dokumente können alle von der Handbuchseite in www.almo-statistik.de heruntergeladen werden

0. Arbeiten_mit_Almo.PDF (1 MB)
- 1a. Eindimensionale Tabellierung.PDF (1,8 MB)
- 1b. Zwei- und drei-dimensionale Tabellierung.PDF (1.1 MB)
2. Beliebig-dimensionale Tabellierung.PDF (1.7 MB)
3. Nicht-parametrische Verfahren.PDF (0.9 MB)
4. Kanonische Analysen.PDF (1.8 MB)
Diskriminanzanalyse.PDF (1.8 MB)
enthält: Kanonische Korrelation, Diskriminanzanalyse, bivariate Korrespondenzanalyse, optimale Skalierung
5. Korrelation.PDF (1.4 MB)
6. Allgemeine multiple Korrespondenzanalyse.PDF (1.5 MB)
7. Allgemeines ordinales Rasch-Modell.PDF (0.6 MB)
- 7a. Wie man mit Almo ein Rasch-Modell rechnet.PDF (0.2 MB)
8. Tests auf Mittelwertsdifferenz, t-Test.PDF (1,6 MB)
9. Logitanalyse.pdf (1,2MB) enthält Logit- und Probitanalyse
10. Koeffizienten der Logitanalyse.PDF (0,06 MB)
11. Daten-Fusion.PDF (1,1 MB)
12. Daten-Imputation.PDF (1,3 MB)
13. ALM Allgemeines Lineares Modell.PDF (2.3 MB)
- 13a. ALM Allgemeines Lineares Modell II.PDF (2.7 MB)
14. Ereignisanalyse: Sterbetafel-Methode, Kaplan-Meier-Schätzer, Cox-Regression.PDF (1,5 MB)
15. Faktorenanalyse.PDF (1,6 MB)
16. Konfirmatorische Faktorenanalyse.PDF (0,3 MB)
17. Clusteranalyse.PDF (3 MB)
18. Pisa 2012 Almo-Daten und Analyse-Programme.PDF (17 KB)
19. Guttman- und Mokken-Skalierung.PFD (0.8 MB)
20. Latent Structure Analysis.PDF (1 MB)
21. Statistische Algorithmen in C (80 KB)
22. Conjoint-Analyse (PDF 0,8 MB)
23. Ausreisser entdecken (PDF 170 KB)
24. Statistische Datenanalyse Teil I, Data Mining I
25. Statistische Datenanalyse Teil II, Data Mining II
26. Statistische Datenanalyse Teil III, Arbeiten mit Almo-Datenanalyse-System
27. Mehrfachantworten, Tabellierung von Fragen mit Mehrfachantworten (0.8 MB)
28. Metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,4 MB)
29. Metrisches multidimensionales Unfolding (MDU) (0,6 MB)
30. Nicht-metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,5 MB)
31. Pfadanalyse als wiederholte Regressionsanalyse (0,7 MB)
32. Datei-Operationen mit Almo (1,1 MB)

Inhalt

P8 Nichtparametrische Verfahren.....	4
P8.1 Übersicht.....	4
P8.2 Der Kruskal-Wallis H-Test.....	7
P8.2.1 Programm-Eingabe.....	8
P8.2.5 Programm-Ausgabe.....	13
P8.2.6 Kein_Wert-Behandlung.....	14
P8.2.7 Bindungen	14
P8.2.8 H- bzw. U-Test und Varianzanalyse	15
P8.2.9 Rangvariable bilden.....	15
P8.3 Der Mann-Whitney U-Test (bzw. der Wilcoxon-Rangsummentest).....	20
P8.4 Van der Waerden X-Test	23
P8.5 Mood-Test.....	23
P8.6 Siegel-Tukey-Test.....	23
P8.7 Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest	24
P8.7.1 Programm-Eingabe.....	24
P8.7.2 Programm-Ausgabe.....	27
P8.8 Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest für den Median.....	28
P8.8.1 Programm-Eingabe.....	28
P8.8.2 Programm-Ausgabe.....	31
P8.9 Der Shorak-Test für Variabilitätsunterschiede	31
P8.9.1 Programm-Eingabe.....	31
P8.9.2 Programm-Ausgabe.....	33
P8.10 Der Friedman-Test.....	34
P8.10.1 Die Programm-Eingabe	34
P8.10.3 Programm-Ausgabe.....	37
P8.11 Zeichentest	38
P8.12 Der Cochran Q-Test.....	38
P8.12.1 Programm-Eingabe.....	38
P8.12.3 Programm-Ausgabe.....	39
Literatur.....	39

P8 Nichtparametrische Verfahren

Almo-Programm P8 "Nichtparametrische Verfahren" enthält folgende Verfahren:

1. H-Test nach Kruskal-Wallis
2. U-Test nach Mann-Whitney. Der Wilcoxon-Rangsummentest (nicht zu verwechseln mit dem Wilcoxon-Test im Programm 10) ist identisch mit dem U-Test. Beide sind ein Sonderfall des H-Test (für den Fall, dass die nominale Variable nur 2 Ausprägungen besitzt).
3. van der Waerden X-Test
4. Siegel-Tukey-Test auf Variabilitätsunterschiede
5. Mood-Test auf Variabilitätsunterschiede
6. Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest (auch für den Median)
7. Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest für den Median
8. Der Shorak-Test
9. Friedman-Test Gleichzeitig wird im Rahmen des Friedmann-Test berechnet.
 - a. der Konkordanzkoeffizient W
 - b. der durchschnittliche Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient.
10. Zeichentest. Der Zeichentest kann als ein Sonderfall des Friedman-Tests begriffen werden, und zwar für den Fall, dass nur 2 Messungen vorliegen.
11. Q-Test nach Cochran.

P8.1 Übersicht

ALMO enthält neben diesen Verfahren weitere nichtparametrische Verfahren in anderen Almo-Programmen. Wir geben im folgenden einen Überblick.

Ein-Stichprobentests

1. Binomialtest in Almo-Programm P4
2. Chi-Quadrat-Anpassungstest auf Normal- und Gleichverteilung in P4
3. Kolmogorov-Smirnov-Einstichprobentest zur Überprüfung der Normal- und Gleichverteilung in P4
4. Konfigurationsfrequenzanalyse in P10 und P11

Beispiel: Almo besteht aus mehreren Programm-Modulen. Sie sind durchnummeriert mit P1, P2, P3 usw. Der Binomialtest ist im Almo-Programm P4 enthalten. Zu diesem gehören alle Programm-Masken mit der Nummer 4. Dies sind z.B. Prog04m1, Prog04m2 usw. In mindestens einem dieser Masken ist der Binomialtest (als Option) enthalten. Wie der Binomialtest konkret in Almo gefunden wird, zeigen wir anschliessend

Zwei-Stichprobentests

	Unabhängige Stichproben	Verbundene Stichproben
nominale Variable	<ol style="list-style-type: none"> 1. Chi-Quadrat-Test in P10, P11 2. Konfigurationsfrequenzanalyse in P10 3. Exakter Fisher-Test in P10 4. Freeman-Halton-Test in P10 5. Haldane-Dawson-Test 	<ol style="list-style-type: none"> 1. McNemar-Test in P10
ordinale Variable	<ol style="list-style-type: none"> 1. Median-Test in P18 2. Mann-Whitney U-Test- bzw. Wilcoxon Rangsummentest in P8 3. Kolmogorov-Smirnov 2-Stichproben-Test in P10 4. van der Waerden X-Test in P8 5. Siegel-Tukey-Test auf Variabilitätsunterschiede in P8 6. Mood-Test auf Variabilitätsunterschiede in P8 7. Exakter Uleman U-Test in P10 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Vorzeichenstest in P8, P10, P18 2. Wilcoxon-Vorzeichenrang Test in P8 und P10 3. Shorak-Test auf Variabilitätsunterschiede in P8

k-Stichprobentests

	Unabhängige Stichproben	Verbundene Stichproben
nominale Variable	<ol style="list-style-type: none"> 1. Chi-Quadrat-Test in P10, P11 2. Konfigurationsfrequenzanalyse in P11 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Cochran Q-Test in P8
ordinale Variable	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kruskal-Wallis H-Test in P8 2. Ridits in P10 und P18 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Friedman-Test in P8

Korrelationskoeffizienten

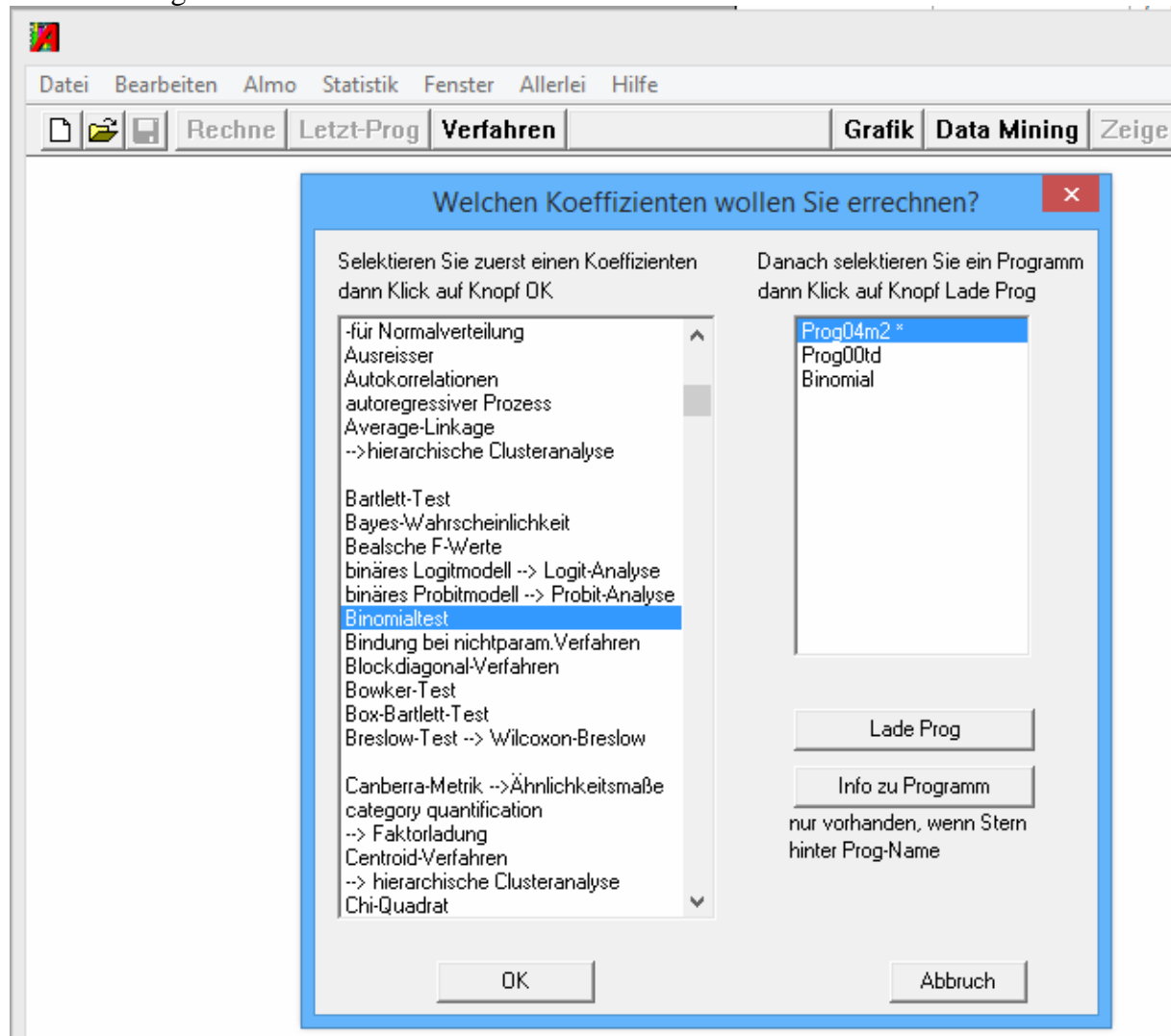
nominale Variable	nominale Kontingenzkoeffizient C_{cor} Tschuprow's T_{cor} Lambda Phi-Koeffizient	in P10 in P10 in P10 in P10
ordinale Variable	Spearman Rangkorrelation ρ Kendall tau-b partielles tau-b Konkordanzkoeffizient W Durchschnittliche Spearman'sche Rangkorrelation	in P10 in P10, P19, P20 in P20 in P8 in P8

Wie werden diese Verfahren in Almo gefunden

Betrachten wir ein Beispiel: Gesucht wird der Binomialtest. Man findet ihn in folgender Weise:

Auf der Almo-Startseite wird auf das Menü "Statistik / Index Koeffizienten" geklickt. Danach

sieht man folgendes:



Unter den alphabetisch gereihten Stichworten im linken großen Fenster wird "Binomialtest" gesucht, dann selektiert und dann OK geklickt. Daraufhin erscheinen im rechten kleinen Fenster die Programm-Masken und auch Syntax-Programme, die den Test (eventuell nur als Option) enthalten. Wir selektieren "Prog04m2" und klicken auf "Lade Prog". Damit liegt uns ein Maskenprogramm vor, das den Binomialtest (als Option) rechnet.

Wo wird der Binomialtest inhaltlich erläutert ?

Der Benutzer benötigt nachfolgende Tabelle, um die inhaltliche Erläuterung zum Binomialtest zu finden.

Almo- Programm	Name des Verfahrens	dargestellt in Almo-Dokument
P4	"Häufigkeitsverteilung".	1a "Eindimensionale Tabellierung"
P10	"Tabellierung".	1b "Zwei- und drei-dimnsionale Tabellierung"
P11	"Tabellierung".	2 "Beliebig-dimensionale Tabellierung"
P18	"Mittelwertsdifferenz".	8 " Tests auf Mittelwertsdifferenz"
P19	"Korrelation".	5 "Korrelation"
P20	"Allgemeines lineares Modell"	13 "ALM. Allgemeines lineares"

Der Binomialtest ist, wie im Überblick zu entnehmen ist, im Almo-Programm P4 enthalten. Dieses wird inhaltlich im (in der Tabelle) angegebenen Almo-Dokument Nr 1a "Eindimensionale Tabellierung" dargestellt. Dabei wird auch der Binomialtest erläutert.

P8.2 Der Kruskal-Wallis H-Test

Der Kruskal-Wallis-Test kann begriffen werden als eine nichtparametrische einfaktorielle Varianzanalyse. Betrachten wir folgendes Beispiel:

Die abhängige ordinale Variable sei die Schulbildung der Kinder mit folgenden Ausprägungen:

1	Volksschule
2	Hauptschule ohne Abschluss
3	Hauptschule mit Abschluss
4	Gymnasium ohne Abschluss
5	Gymnasium mit Abschluss
6	Fachschule ohne Abschluss
7	Fachschule mit Abschluss
8	Universität ohne Abschluss
9	Universität mit Abschluss

Die unabhängige nominale Variable sei die soziale Herkunft mit den 3 Gruppen:

1	Arbeiterfamilie
2	Bauernfamilie
3	Beamtenfamilie

Es soll also überprüft werden, ob die soziale Herkunft die Schulbildung der Kinder bestimmt

Zwei Anmerkungen sind notwendig:

1. Wir sprechen hier und im folgenden von "ordinaler" Variabler. Die Variable kann jedoch auch quantitativ sein; d.h. die Variable kann auch Dezimalwerte annehmen. Sie wird im Verlauf des Kalküls allerdings auf eine ordinale Variable mit Rangwerten transformiert, so dass die spezifische Information der quantitativen Variablen, nämlich die Information über die Distanzen zwischen den Rängen, verloren geht. Eine gewisse Ausnahme bildet das Modell 5 (der Wilcoxon-Vorzeichenrangtest in P 8.7 wo die Variable quantitativ sein muss bzw. sich mindestens auf dem Niveau einer "ordered metric scale" befinden muss.

2. Es ist nicht notwendig, die ordinale Variable als die abhängige und die nominale Variable als unabhängige Variable (welche die abhängige Variable determiniert) zu begreifen. Betrachten wir folgendes Beispiel, bei dem die nominale Variable die ordinale nicht (kausal) determiniert.

Es soll ermittelt werden, ob sich Fußballspieler, Tennisspieler und Boxer in ihrer Schulbildung signifikant unterscheiden. Wir haben hier also folgende Variable:

Die nominale Variable: Sport mit den Ausprägungen

- 1 Fußball
- 2 Tennis
- 3 Boxen

Die ordinale Variable sei wie oben die Schulbildung der Sportler mit den Ausprägungen

- 1 Volksschule
- 2 Hauptschule ohne Abschluss
- 3 Hauptschule mit Abschluss
- usw.

Die nominale Variable "Sport" kann nicht Determinante der ordinalen Variablen "Schulbildung" sein.

P8.2.1 Programm-Eingabe

P8.2.1.1 Eingabe mit Programm-Maske Prog08m1

Prog08m1.Msk
Nichtparametrische Verfahren

Kruskal-Wallis H-Test
Man-Whitney U-Test
van der Waerden X-Test
Mood-Test
Siegel-Tukey-Test
Ausgabe von Rangwerten

Es wird getestet, ob sich 2 oder mehr Gruppen in einer ordinalen Variablen signifikant unterscheiden.
Die unabhängige Variable ist also nominal, die abhängige ordinal

Bei 3 und mehr Gruppen werden auch die paarweisen Kontraste zwischen den Gruppen berechnet.

Beispiel:

Die nominale Variable sei die soziale Herkunft mit den 3 Gruppen: Arbeiterfamilie(1), Bauernfamilie(2), Beamtenfamilie(3)

Die abhängige ordinale Variable sei die Schulbildung der Kinder mit den Ausprägungen: Volksschule(1), Hauptschule(2), Gymnasium(3), Universität(4)

Es soll also überprüft werden, ob die soziale Herkunft die Schulbildung der Kinder bestimmt

Die Daten seien etwa folgende:

Herkunft d.Eltern	Bildung d.Kinder
1	1
3	4
2	3
.	.
.	.

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
Bedienung -->

1

Speicher fuer x Variable

Vereinbare Variable= 20 ;

2

Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3

Datei der Variablennamen

"C:\Almo7\Testdat\Uarnamen.nam"

zeige zeige = Namensdatei in Output zeigen
leer = nicht

4

Freie Namensfelder

Name3=Herkunft:Arbeiter,Bauer,Beamer;
 Name5=Bildung;

erzeuge zusätzliche Namensfelder

5 Datei aus der gelesen wird bei Datei-Problemen

Format der Daten

der Datensatz enthält diese Variablen
Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle_U

6 Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

7 **Verfahren**

=1 Kruskal-Wallis H-Test
Man-Whitney U-Test

=2 van der Waerden X-Test
=3 Mood-Test
=4 Siegel-Tukey-Test

8 **die Analyse-Variablen**

eine unabhängige nominale Variable
(nur eine Variable zulässig)

eine abhängige ordinale Variable
(nur eine Variable zulässig)

9 Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten

10 Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben

11 verschiedene Optionen

12

Erläuterungen zu den Boxen.

Box 1 bis Box 6: Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1 bis P0.4.

Box 7: Verfahren

Verfahren

↑ ↓ 1

=1 Kruskal-Wallis H-Test
Man-Whitney U-Test

=2 van der Waerden X-Test

=3 Mood-Test

=4 Siegel-Tukey-Test

Wählen Sie das zu rechnende Modell. Siehe die Darstellung der verschiedenen Tests in den nachfolgenden Abschnitten.

Beim Kruskal-Wallis H-Test kann die unabhängige nominale Variable beliebig viele Ausprägungen besitzen.

Der Man-Whitney U-Test ist ein Sonderfall des Kruskal-Wallis H-Test.

Bei ihm besitzt die unabhängige nominale Variable nur 2 Ausprägungen.

Box 8: Analyse-Variable

die Analyse-Variablen

← → eine unabhängige nominale Variable
(nur eine Variable zulässig)

← → eine abhängige ordinale Variable
(nur eine Variable zulässig)

Geben Sie hier die beiden Analyse-Variablen an. Im ersten Eingabefeld die unabhängigen nominale Variable, im zweiten die abhängige ordinale Variable. Es darf jeweils nur 1 Variable angegeben werden.

Sie können die Analyse-Variablen „von Hand“ in die Eingabefelder schreiben oder Sie klicken auf den Knopf mit den 2 kleinen symbolischen Fenstern. Almo öffnet dann die Dialogbox „Variable für Analyse auswählen“. In dieser können Sie die Variable, die in die Eingabefelder eingeschrieben werden sollen per Mausklick selektieren. Siehe die ausführliche Beschreibung dieser Dialogbox im Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.11.

Box 9: Ein- und Ausschließen von Untersuchungseinheiten

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7.

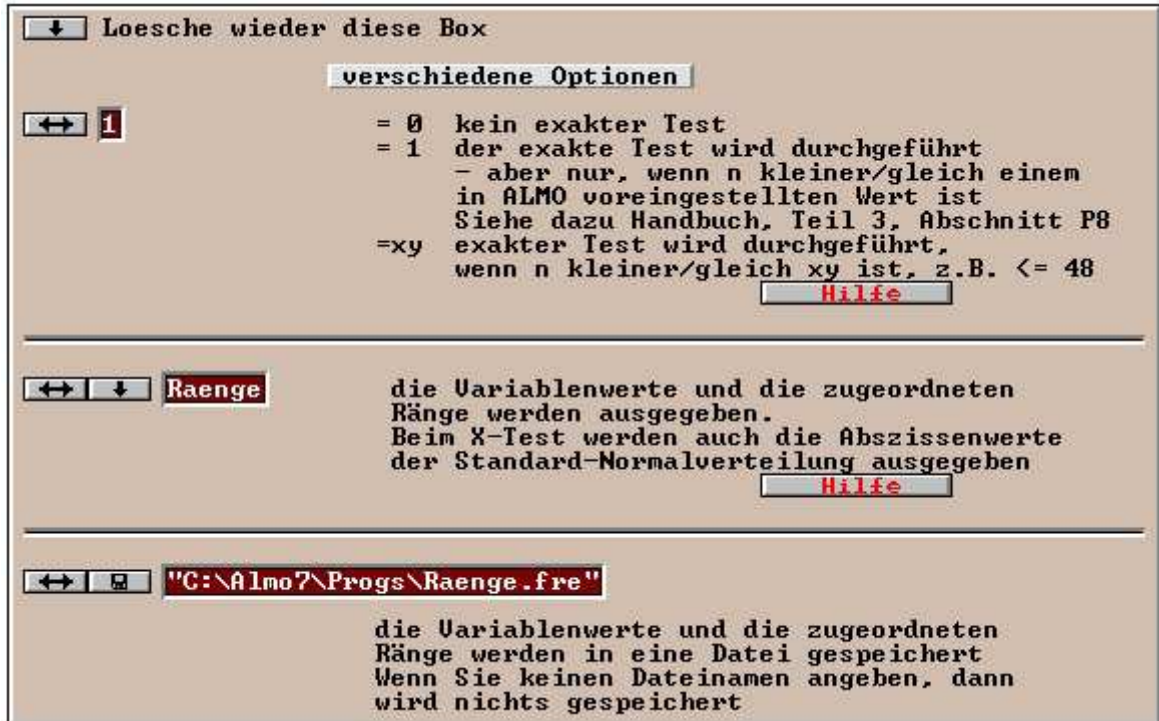
Box 10: Kein_Wert-Angabe und Umkodierung

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.5.

Box 11: Optionen



Optionsbox geöffnet:



Eingabefeld 1: n für exakten Test

ALMO rechnet automatisch zusätzlich zum approximativen Test einen exakten Test, wenn die Zahl n der Untersuchungseinheiten eine bestimmte Grenze nicht überschreitet. Diese Grenze ist für die verschiedenen Verfahren jeweils eine andere. In Almo ist als Grenze festgelegt:

maximales n fuer exakten Man-Whitney U-Test	25
maximales n fuer exakten van der Waerden X-Test	12
maximales n fuer exakten Mood-Test	12
maximales n fuer exakten Siegel-Tukey-Test	25

Beim Kruskal-Wallis H-Test wird kein exakter Test gerechnet.

In Programmmaske Prog08m2 wird für den Wilcoxon Vorzeichenrangtest festgelegt:

maximales n fuer exakten Wilcoxon Vorzeichenrangtest 12

Der Benutzer kann nun für n einen beliebigen Wert eingeben, z.B.

40

Der exakte Test wird dann bis $n \leq 40$ gerechnet.

Übertreiben Sie aber nicht. Die Rechenzeit für den exakten Test steigt exponentiell mit der Zahl der Untersuchungseinheiten n .

Eingabefeld 2 und 3: Ausgabe der Ränge

Bei den nichtparametrischen Tests werden die Untersuchungseinheiten entsprechend ihrem Wert in der abhängigen ordinalen Variablen aufsteigend sortiert und hintereinander gestellt. Also gibt die Rangfolge in folgender Form aus

Gruppe	Wert	Rang
1	1.00	1.0
2	2.00	2.0
3	2.50	3.0
2	3.00	4.0
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Mit "Gruppe" wird der Wert in der unabhängigen nominalen Variablen bezeichnet. Diese könnte z.B. sein: Beruf mit

```
1=Arbeiter
2=Angestellter
3=Beamter
.
.
```

Mit "Wert" wird der Wert in der abhängigen ordinalen Variablen bezeichnet. Diese könnte z.B. das zugeordnete Berufsprestige sein mit den ordinalen Werten 1 1.5 2 2.5 3

Mit "Rang" wird der Rangfolgewert der Untersuchungseinheiten bezeichnet, der diesen entsprechend ihrem Wert im Berufsprestige zugeordnet wird.

Wird in das 3. Eingabefeld ein Dateiname eingeschrieben, dann wird obige Ausgabe (ohne Überschrift) in eine Datei gespeichert. Diese kann dann beispielsweise dazu verwendet werden, mit Prog 20 eine Varianzanalyse für Rangdaten zu rechnen, die dasselbe Ergebnis wie der nichtparametrische H- bzw. U-Test erbringt. Siehe dazu Abschnitt P8.2.8.

Das oben dargestellte Maskenprogramm Prog08m1 kann auch als "Syntax-Programm" in der Almo-Programmiersprache gerechnet werden. Es kann geladen werden aus dem Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme/Prog08a.Msk". Das Programm wird im Almo-Handbuch "Teil 3a Grundlegende Verfahren I", Abschnitt P8.2.1.1 mit allen Optionen (und den zusätzlichen Möglichkeiten, die das Syntax-Programm anbietet) erläutert.

P8.2.5 Programm-Ausgabe

Aus dem Kurzprogramm (ohne Ein- bzw. Ausschließen von Untersuchungseinheiten) und dem „selbst geschriebenen“ Almo-Programm erhalten wir folgendes Ergebnis:

```
Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable
V5 Bildung
V3 Herkunft Arbeiter Bauer Beamter
```

```
Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten:      61
Zahl der in die Analyse einbezogenen Untersuchungseinheiten:  61
```

Auspraegungen der nominalen Variablen	Haeufigkeit	Rangsumme	durchschn. Rang
1 Arbeiter	16	571.5	35.7188
2 Bauer	29	940.5	32.4310
3 Beamter	16	379.0	23.6875

Ergebnisse aus Kruskal-Wallis-Test

H-Wert (ohne Bindungen)	4.0335
p	0.1314
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	86.8622
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	93.4311
Korrekturfaktor fuer Bindungen	0.9681
H-Wert mit Beruecksichtigung d. Bindungen	4.1666
p	0.1228
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	87.7188
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	93.8594

Kontraste zwischen den durchschnittlichen Raengen der Auspraegungen

Auspraegung	Kontrast	Standard- abweichung	einseitige Signifikanz (1-p/2)*100	zweiseitige Signifikanz (1-p)*100
1 mit 2	3.2877	5.5286	50.0000	0.0000
1 mit 3	12.0313	6.2766	83.3984	66.7969
2 mit 3	8.7435	5.5286	65.8203	31.6406

In unserem Beispiel haben wir relativ viele Untersuchungseinheiten mit demselben Wert in der Variablen der Schulbildung. D.h. wir haben viele "Bindungen". Zu diesem Begriff siehe den nachfolgenden Abschnitt P8.2.7. ALMO berechnet einen H-Wert ohne und einen H-Wert mit Berücksichtigung der Bindungen. Der Unterschied ist (wie dies normalerweise immer ist) gering. Für den Fall, dass die nominale Variable k=3 Ausprägungen besitzt und die Besetzungshäufigkeit je Ausprägung kleiner/gleich 5 ist, wird die Signifikanz von H mit Hilfe einer Tabelle ermittelt (siehe z.B. Büning/Trenkler, 1978, S. 394 oder Siegel, 1956, S. 282).

Für größere Besetzungszahlen (wie in unserem Beispiel) und/oder für mehr als 3 Ausprägungen der nominalen Variablen kann die Verteilung von H durch die Chi-Quadrat-Verteilung angenähert werden. Die Zahl der Freiheitsgrade beträgt dabei $df=k-1$ (k=Zahl der Ausprägungen der nominalen Variablen).

ALMO ermittelt in unserem Beispiel für den H-Wert (mit Berücksichtigung der Bindungen) eine Signifikanz von $p=0.1228$ bzw. $(1-p)*100 = 87.7188 \%$.

Der Kruskal-Wallis-Test ist ein pauschaler Test. Er vermag nur nachzuweisen, dass (in unserem Beispiel) zwischen den 3 Formen der Herkunft mit (nur) 87 % signifikante Unterschiede in der Schulbildung bestehen, aber nicht zwischen welchen. ALMO ermittelt deswegen die Kontraste (=die Unterschiede) und deren Signifikanzen zwischen den durchschnittlichen Rängen der 3 Ausprägungen. Dafür wird ein von Dunn entwickelter Test verwendet, dessen Kalkül übersichtlich bei Lienert (1973, S.308ff) sowie bei Lohse u.a. (1982, S.129 ff) dargestellt ist.

P8.2.6 Kein_Wert-Behandlung

Wenn eine Untersuchungseinheit in der nominalen oder der ordinalen Variablen den Wert "KEIN_WERT" besitzt, dann wird sie aus der Analyse ausgeschlossen.

P8.2.7 Bindungen

Sind mehrere Untersuchungseinheiten in ihren Werten in der ordinalen Variablen gleich, dann wird die übliche Rangteilung vorgenommen. Beispiel:

4.1	..	12.3	15	15	15	15	17.8	Werte
1	..	8	10,5	10,5	10,5	10,5	13	Ränge

Der viermal vorkommende Variablenwert 15 erhält den mittleren Rang 10.5. In Prog 10 ist der "exakte Rangaufteilungs U-Test" nach Uleman enthalten.

P8.2.8 H- bzw. U-Test und Varianzanalyse

Der H-Test kann als Analogon zur Varianzanalyse mit einer unabhängigen Variablen und einer abhängigen Variablen, die in Rangziffern gemessen ist, betrachtet werden. Beim H- bzw. U-Test können die Rangziffern und die unabhängige nominale Variable ausgegeben werden. Das geschieht in der Programm-Maske Prog08m1 dadurch, dass in Box 11 im Eingabefeld 2 das Wort "Raenge" und in Eingabefeld 3 ein Dateiname eingesetzt wird.

Mit diesen Daten kann dann mit Programm 20 ein Allgemeines Lineares Modell (ALM) gerechnet werden, das dieselben Ergebnisse erbringt. Siehe dazu Bortz, Lienert, Boehnke, 1989, S.222. Der exakte Test, der im Falle des U-Tests (mit einer dichotomen unabhängigen Variablen) durch Prog 8 gerechnet wird, ist mit Prog 20 natürlich nicht möglich. Siehe das Beispielprogramm „Rangvar.Alm“. Es wird gefunden im Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme".

Bei der Varianz- und Kovarianzanalyse gebe es auch die Möglichkeit, mehrere unabhängige nominale Variable (und sogar deren Interaktionen) und mehrere unabhängige quantitative Variable einzusetzen. Beim H- bzw. U-Test ist das nicht möglich.

Mit Prog20m8 (das gefunden wird durch Klick auf den Knopf "Verfahren", dann Allgem. lin. Modell) ist es möglich, ein ALM für Rangvariable zu rechnen. Siehe auch das Almo-Dokument 13a "ALM Allgemeines lineares Modell II", Abschnitt **P20.9.7**.

Dabei ist folgende Variablenkonstellation erlaubt:

```
Unabhängige Variable: nominal und quantitativ
Abhängige Variable   : ordinal
```

Die abhängige ordinale Variable wird zuerst in Rangwerte transformiert. Dann wird ein Allgemeines Lineares Modell gerechnet, wobei die Rangvariable wie eine quantitative abhängige Variable behandelt wird.

P8.2.9 Rangvariable bilden

Die Programm-Maske Prog08m6 ermöglicht es, die Werte beliebig vieler Variablen in Rangwerte zu transformieren sowie die Rangwerte in eine Datei zu speichern. Mit dieser kann dann anschließend ein Allgemeines Lineares Modell gerechnet werden.

P8.2.9.1 Zum Begriff der "Rangvariablen"

Die Werte einer Rangvariablen (auch "Rangwertvariable" genannt) sind die Rangplätze, die Untersuchungsobjekte in einer Messdimension hintereinander einnehmen.

Beispiel: Bei einem Marathon-Lauf trifft ein Läufer nach dem anderen im Ziel ein (dabei können auch 2 oder mehr gleichzeitig eintreffen). Ihre Rangplätze bilden die Rangvariable.

Eine Rangvariable kann auch durch eine einfache Transformation aus einer ordinalen oder quantitativen Variablen hervorgehen.

Betrachten wir folgende ordinale Variable

Schulbildung	Codeziffer
-----	-----
Volksschule	1
Hauptschule	2
Gymnasium	3
Fachschule	3
Universität	4

Die Codeziffern 1 bis 4 drücken eine Rangordnung im Bildungsniveau aus. 4 ist mehr als 3 und 3 ist mehr als 2 etc. Um wieviel mehr ist allerdings unbekannt. Die Differenzen zwischen den Bildungsstufen sind nicht bekannt. Die Ziffern drücken die Relation "mehr" oder "weniger" oder "gleich" aus.

Beachte:

Gymnasium und Fachschule wurden gleichrangig betrachtet und deswegen beide mit 3 kodiert.

Unterschied zwischen ordinaler und Rang-Variabler:

Bei der ordinalen Variablen werden den Ausprägungen der Variablen Rangplätze zugewiesen

Bei der Rang-Variablen werden den Untersuchungseinheiten Rangplätze zugewiesen

Aus der ordinalen Variablen "Schulbildung" kann nun eine Rangvariable gebildet werden.

Von 7 Personen kennen wir die Schulbildung in Form ordinaler Codeziffern.

Person	Schulbildung	Wert in der ordinalen Variablen	Wert in der Rangvariablen
-----	-----	-----	-----
1	Volksschule	1	1
2	Hauptschule	2	2.5
3	Hauptschule	2	2.5
4	Gymnasium	3	5
5	Gymnasium	3	5
6	Fachschule	3	5
7	Universität	4	7

Der Wert der Rangvariablen ist sehr einfach der Rangplatz der Person, wenn alle Personen ihrer Schulbildung nach hintereinander gestellt werden. Da manche Personen dieselbe Schulbildung besitzen wie z.B. Person 2 und 3 bzw. eine als gleichrangig erachtete Schulbildung besitzen, wie z.B. Person 6 mit 4 und 5, wird eine "Rangteilung" vorgenommen. Person 2 und 3 teilen sich die Plätze 2 und 3. Der mittlere Wert ist 2.5. Person 4,5,6 teilen sich die Plätze 4,5,6. Der Wert in der Mitte ist 5.

Von "Bindung" wird gesprochen, wenn 2 oder mehr Personen denselben Rangplatz einnehmen. Wie am Beispiel gezeigt, wird dann üblicherweise eine "Rangteilung"

vorgenommen.

In entsprechender Weise kann natürlich auch eine quantitative Variable in eine Rangvariable überführt werden (wobei allerdings ein Informationsverlust eintritt). Die Untersuchungsobjekte werden entsprechend ihren Werten in der quantitativen Variablen hintereinander gestellt. Bei gleichem Wert wird eine Rangteilung vorgenommen.

Werden 2 Rangvariable nach dem Kalkül des Produkt-Moment- Korrelations-koeffizienten korreliert (d.h. werden sie wie quantitative Variable behandelt), dann entsteht der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient Rho .

Wird für eine unabhängige nominal-dichotome Variable und eine abhängige Rangvariable ein Allgemeines Lineares Modell gerechnet (in diesem Fall also eine Varianzanalyse), dann entspricht dies dem U-Test nach Mann-Whitney. Bei dieser Varianzanalyse wird die Rangvariable also so behandelt, wie wenn sie quantitativ wäre.

P8.2.9.2 Eingabe in Programm-Maske Prog08m6.Msk

Prog08m6.Msk
Rangwerte bilden
Transformation von Variablen zu Rangwert-Variablen

Beispiel:
Ein Datensatz umfasst die Variablen U1 bis U20
Die Variablen U5,6,7,8 sollen zu Rangwerten transformiert werden
und als U21,22,23,24 als Rangwert-Variablen an den Datensatz
angehängt werden und in eine neue Datei gespeichert werden

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
Bedienung -->

1 Vereinbare Variable= ; **ACHTUNG !!!**
um mindestens 1 höher angeben als
höchste vorkommende Variablennummer

2 Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3 "C:\Almo7\Testdat\Varnamen.nam"
 zeige zeige = Namensdatei in Output zeigen
leer = nicht

4 **Name3=Herkunft:Arbeiter,Bauer,Beanter;**
 Name5=Bildung;
 erzeuge zusätzliche Namensfelder

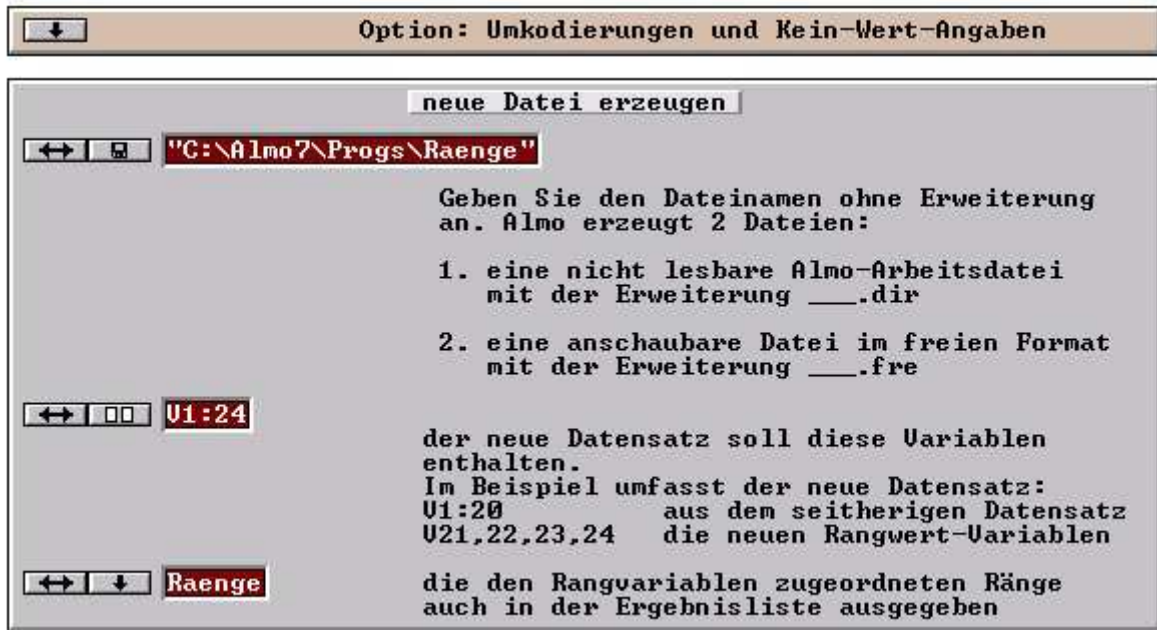
5 "C:\Almo7\TESTDAT\TESTDAT.FRE" bei Datei-Problemen
 frei Format der Daten
 U1:20 der Datensatz enthält diese Variablen
Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle_U

6 Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

7 **diese Variablen sollen zu Rangwerten transformiert werden**
Es müssen Nummern nicht Namen eingesetzt werden
 U5, 6, 7, 8
 U21, 22, 23, 24
diese neuen Variablennummern sollen die Rang-Variablen bekommen
Verwenden Sie Nummern hinter dem eingelesenen Datensatz

8 Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten

9



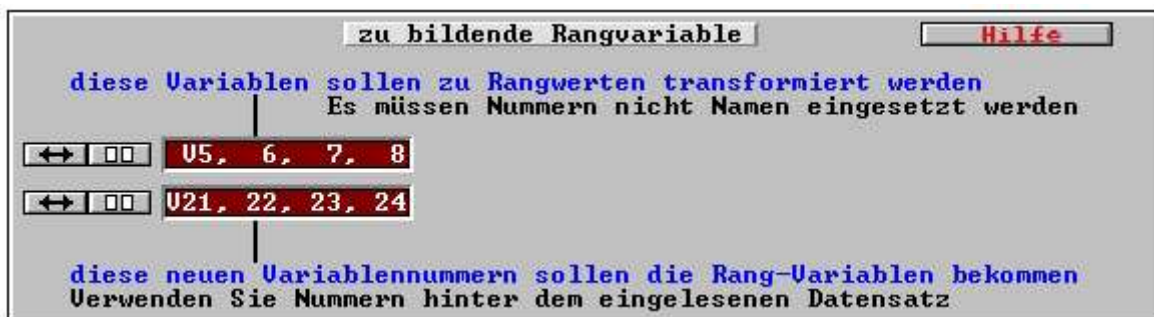
10

Erläuterungen zu den Boxen:

Box 1 bis Box 6:

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1 bis P0.4.

Box 7: Zu bildende Rangvariable



Box 7: Zu bildende Rangvariable

1. Eingabefeld:

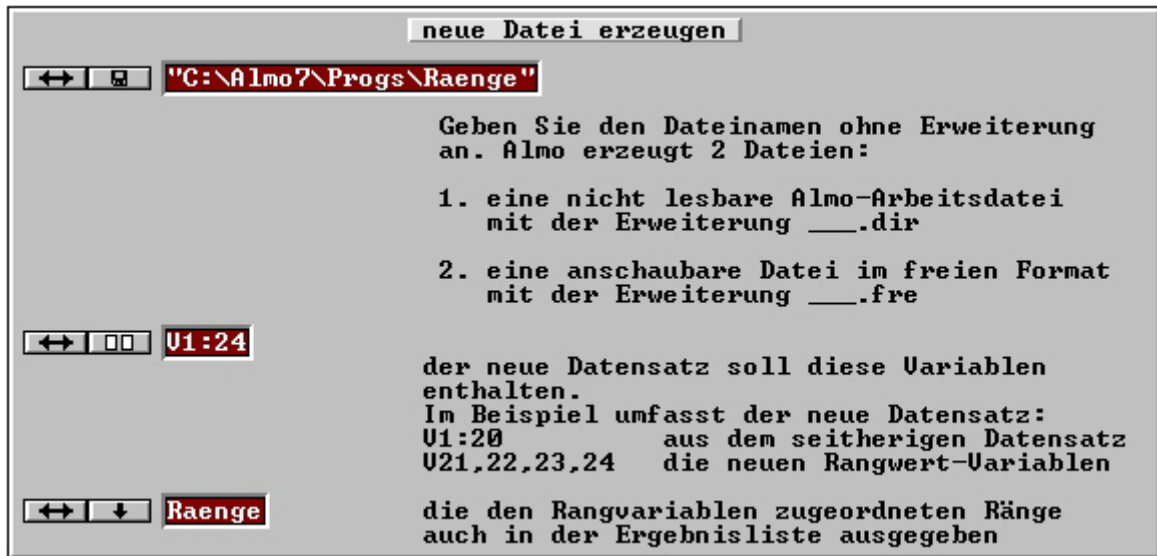
Geben Sie die Variablen an, die zu Rangwerten transformiert werden sollen. Es müssen Nummern nicht Namen eingesetzt werden.

2. Eingabefeld:

Geben Sie die neuen Variablennummern an, die die Rang-Variablen bekommen sollen. Verwenden Sie Nummern hinter dem eingelesenen Datensatz.

Box 8 und 9: Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7 und P0.5.

Box 10: Neue Datei erzeugen



Geben Sie hier einen (beliebigen) Dateinamen an Wenn Sie keinen angeben, dann wird nicht gespeichert.

1. Eingabefeld:

Geben Sie an, welche Variable in die neue Datei übernommen werden sollen. In unserem Beispiel soll der neue Datensatz die Variablen

V1 : 20 aus dem seitherigen Datensatz

und

V21 , 22 , 23 , 24 die neuen Rangwert-Variablen
enthalten

2. Eingabefeld:

Wird durch Klick auf den nach unten weisenden Pfeil, das Wort "Raenge" eingesetzt, dann werden die auszugebenden Werte nicht nur in eine Datei gegeben, sondern auch noch in die Ergebnisliste.

P8.3 Der Mann-Whitney U-Test (bzw. der Wilcoxon-Rangsummentest)

Der Wilcoxon-Rangsummentest und der U-Test sind identisch. Die Prüfgröße W aus dem Wilcoxon Rangsummentest ergibt sich aus dem U des Mann-Whitney-Tests nach folgender Gleichung:

$$(1) W_1 = n_1 * n_2 + n_1 (n_1 + 1) / 2 - U$$

$$(2) W_2 = n_1 (n_1 + n_2 + 1) - W_1$$

Der kleinere Wert von W_1 bzw. W_2 bildet dann die Prüfgröße.

n_1, n_2 = Größe der 1. bzw. 2. Gruppe

In ALMO wird der Wilcoxon-Rangsummentest nicht eigens gerechnet. Es wird der U-Test gerechnet. Selbstverständlich sind z-Wert, exakter Test und Signifikanzen der beiden Tests gleich. Will der Benutzer die Werte von W_1 und W_2 wissen, dann muss er sie sich selbst aus

den Größen auf der rechten Gleichungsseite errechnen.

Besitzt die nominale Variable nur 2 Ausprägungen, dann sind der H-Test nach Kruskal-Wallis und der U-Test nach Mann-Whitney identisch.

Die Programm-Eingabe in der Programm-Maske Prog08m1 für den U-Test ist genau dieselbe wie für den Kruskal-Wallis-H-Test. Ist die nominale Variable dichotom, dann rechnet ALMO den Kruskal-Wallis-Test und zusätzlich den Mann-Whitney-Test.

Wir zeigen die ALMO-Ausgabe an einem Beispiel aus Lienert (1973,S.218). Es ist unter dem Namen U_Test_3.Alm als Beispielprogramm in Almo enthalten. Man findet es im Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme".

Ergebnisse aus ALMO

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

V2 Kohlendioxyd

V1 Erde grob fein

Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten: 25
Zahl der in die Analyse einbezogenen Untersuchungseinheiten: 25

Auspraegungen der nominalen Variablen	Haeufigkeit	Rangsumme	durchschn. Rang
1 grob	12	187.0	15.5833
2 fein	13	138.0	10.6154

Ergebnisse aus Kruskal-Wallis-Test

H-Wert (ohne Bindungen)	2.8432
p	0.0920
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	90.8012
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	95.4006

Korrekturfaktor fuer Bindungen	0.9950
H-Wert mit Beruecksichtigung d. Bindungen	2.8575
p	0.0912
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	90.8835
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	95.4417

Ergebnisse aus Mann-Whitney U-Test

U1-Wert	47.0000
U2-Wert	109.0000

Exakter Test:

Kombinationen fuer Pruefgroesse	253885
alle moeglichen Kombinationen	5200300
p	0.0976
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	95.1179
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	90.2358

Erwartungswert von U	78.0000
Standardabweichung von U	18.3848
z-Wert	1.6862
p	0.0918
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	95.4092
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	90.8183

-- Bindungen beruecksichtigt --

Erwartungswert von U	78.0000
----------------------	---------

Standardabweichung von U	18.3388
z-Wert	1.6904
p	0.0910
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	95.4503
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	90.9006

ALMO gibt zuerst die Ergebnisse aus dem Kruskal-Wallis und danach die aus dem U-Test aus. Der H-Wert aus Kruskal-Wallis und der z-Wert aus dem U-Test sind in folgender Weise verknüpft:

$$H = z^2$$

Der zweiseitige Signifikanzwert S_2 und der einseitige S_1 weisen folgenden Zusammenhang auf

$$\begin{aligned} S_1 &= 100 - (100 - S_2) / 2 \\ &= 50 + S_2 / 2 \end{aligned}$$

$$S_2 = 2 S_1 - 100$$

Bei Stichproben mit n größer 20 kann die Verteilung von U durch die Normalverteilung approximiert werden. ALMO gibt den z-Wert und die Signifikanz aus. Da im Beispiel von Lienert Bindungen aufgetreten sind, wird die Standardabweichung von U einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung der Bindungen berechnet. Daraus folgen dann auch zwei verschiedene z-Werte. Der z-Wert ergibt sich aus

$$z = (\text{U-Erwartungswert}) / \text{Standardabweichung}$$

Wenn der Benutzer will, dann kann er noch die sogenannte Yates-Korrektur vornehmen, die bei Lienert, aber nicht in ALMO vorgenommen wird.

Für den Fall, dass die Zahl der Untersuchungseinheiten n kleiner/gleich 25 ist, rechnet ALMO zusätzlich den **exakten Test**. Die (einseitige) Irrtumswahrscheinlichkeit ergibt sich durch:

$$p/2 = \frac{\text{Zahl der Rangkombinationen für U}}{\text{alle möglichen Kombinationen}}$$

ALMO gibt die Kombinationszahlen aus.

P8.4 Van der Waerden X-Test

Der van der Waerden X-Test kann gerechnet werden, wenn die nominale Variable 2 Ausprägungen besitzt. Er ist also ein Konkurrent zum U-Test. Er wird ausführlich beschrieben in van der Waerden (1971, S.285ff), auch bei Bortz,Lienert,Boehnke (1990, S.213) und kurz und übersichtlich in Büning/Trenkler (1978, S. 151).

Der Test wird auch als **Normalrangtest** bezeichnet

Aus der Sicht des ALMO-Benutzers hat der X-Test gegenüber dem U-Test einen entscheidenden Nachteil: Die Rechenzeit ist erheblich länger.

Bindungen werden wie in P8.2.7 beschrieben, behandelt.

Eingabe

Die Eingabe ist dieselbe wie für den H-Test in P8.2.1.
Die nominale Variable muß 2 Ausprägungen besitzen.

Ausgabe

Die Ausgabe entspricht der beim U-Test in P8.3.

P8.5 Mood-Test

Die seither beschriebenen Tests haben die Rangreihen zweier Gruppen auf verschiedene Lage getestet. Der Mood- und der nachfolgend beschriebene Siegel-Tukey-Test prüfen die Rangreihen auf Variabilitätsunterschiede. Siehe dazu Büning/Trenkler (1978, S. 158ff), Lienert (1973, S. 397).

Bindungen werden wie in P8.2.7 beschrieben, behandelt.

Eingabe

Wie in P8.2.1 beschrieben. Die nominale Variable muß 2 Ausprägungen besitzen.

Ausgabe

Entspricht dem U-Test

Der exakte Mood-Test ist sehr rechenintensiv. Sein Konkurrent, der Siegel-Tukey-Test ist hier vorzuziehen.

P8.6 Siegel-Tukey-Test

Dieser Test prüft 2 Rangreihen auf Variabilitätsunterschiede. Als exakter Test ist er schneller als der Mood-Test. Beim Siegel-Tukey-Test werden die Variablenwerte in folgender Weise in Ränge transformiert: Die mittleren Werte erhalten die höchsten Rangziffern. Die niedrigen und die hohen Variablenwerte erhalten dann absteigend niedrigere Rangziffern. Bindungen werden wie in P8.2.7 beschrieben, behandelt. Auf diese so gewonnenen Rangdaten wird dann der Wilcoxon-Rangsummentest, bzw. in ALMO der äquivalente U-Test angewendet.

Literatur: Büning/Trenkler (1978, S. 158ff), Lohse u.a. (1982, S.145).

Eingabe

wie in P8.2.1 beschrieben. Die nominale Variable darf nur 2 Ausprägungen besitzen.

Ausgabe

Entspricht dem U-Test.

P8.7 Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest

Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest ist (wie der nachfolgend beschriebene Friedman-Test) ein Test für verbundene (abhängige) Stichproben. Betrachten wir ein Beispiel:

Die Reaktionszeit von Autofahrern wird vor und nach der Einnahme einer Droge gemessen.

Wir erhalten folgende Datenmatrix:

	V1 Reaktionszeit vor Einnahme der Droge	V2 Reaktionszeit nach Einnahme der Droge
Autofahrer 1	0.4	1.2
Autofahrer 2	0.6	1.8
.		
.		

Die Zelle im linken oberen Eck bedeutet beispielsweise, dass die Reaktionszeit des Autofahrers 1 vor Einnahme der Droge 0.4 betrug. Siehe die ausführliche Darstellung beim Friedman-Test in P8.10.

Die Frage, die der Wilcoxon-Vorzeichenrangtest beantworten soll lautet: Unterscheiden sich die beiden Messreihen V1 und V2 signifikant voneinander oder nicht?

Die Variablen V1 und V2 werden subtrahiert. Die so erhaltenen Differenzen werden in Rangziffern transformiert. D.h. dass die Variablen mindestens auf dem Niveau einer "ordered metric scale" gemessen sein müssen. Für die Praxis bedeutet dies in der Regel, dass sie quantitativ gemessen sein müssen.

P8.7.1 Programm-Eingabe

Eingabe mit Kurzprogramm Prog08m2

Prog08M2.Msk
Wilcoxon Vorzeichenrangtest

Beispiel:

Die Reaktionszeit von Autofahrern wird vor und nach der Einnahme einer Droge gemessen. Die Daten seien etwa folgende:

Reaktionszeit in 1/10 sec	
vorher	nachher
Messung 1	Messung 2
12	14
12	12
13	19
.	.
.	.

<Daten übernommen aus Lienert, 1973, S. 332>

Die Frage lautet: Unterscheiden sich die beiden Messreihen signifikant ?

Die Vorgehensweise ist folgende:

Aus den Analyse-Variablen (=Messung 1 und Messung 2) wird die ordinale Variable "Differenz" gebildet. Es wird eine (nominale) Variable "Gruppe" in folgender Weise gebildet: Ist die Differenz positiv dann ist Gruppe=1, ist sie negativ, dann ist Gruppe=2 ist sie 0, dann ist Gruppe=0. Die Variablen "Gruppe" und "Differenz" werden dann in eine interne Zwischen-datei geschrieben. Auf diese wird der Kalkül des U-Tests angewendet.

Siehe auch Prog08m4 und Prog18m3

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
Bedienung -->

1

Speicher fuer x Variable

Vereinbare Variable= ;

2

Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3

Datei aus der gelesen wird

"C:\Almo7\Testdat\Wilcox_1.fre" bei Datei-Problemen


frei Format der Daten


U1:2 der Datensatz enthält diese Variablen
Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle_U


höchste Variablen-Nummer des Datensatzes


4

Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

5  **die Analyse-Variablen**
Variablen-Nummer der 1. Messung
Variablen-Nummer der 2. Messung

6  **Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten**

7  **Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben**

8  **verschiedene Optionen**

9 **Programmende**

Erläuterungen zu den Boxen:

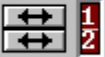
Box 1: Speicher für x Variable

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1.

Box 3 und Box 4: Datei aus der gelesen wird

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.4.

Box 5: Die Analyse-Variablen

die Analyse-Variablen

Variablen-Nummer der 1. Messung
Variablen-Nummer der 2. Messung

Geben Sie die Variablen-Nummern (ohne Buchstabe V) für die 1. und die 2. Messung an, sowie die höchste Variablen-Nummer. Das ist in der Regel die letzte Variable des eingelesenen Datensatzes.

Box 6: Ein- und Ausschließen von Untersuchungseinheiten

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7.

Box 7: Kein_Wert-Angabe und Umkodierung

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.5.

Box 8: Optionen

Siehe dazu Abschnitt P8.3.1 (Optionen).

Das Maskenprogramm ist auch als "selbst geschriebenes" Programm in Almo-Syntax unter dem Namen "Prog08b" vorhanden. Es wird gefunden durch Klick auf das Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme":

P8.7.2 Programm-Ausgabe

```
Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable
V10 Differenz
V11 Gruppe PosDiff NegDiff NullDiff
```

```
Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten:      15
Zahl der in die Analyse einbezogenen Untersuchungseinheiten: 15
```

Auspraegungen der nominalen Variablen	Haeufigkeit	Rangsumme	durchschn. Rang
1 PosDiff	9	94.0	10.4444
2 NegDiff	2	16.0	8.0000
3 NullDiff	4	10.0	2.5000

```
Ergebnisse aus Wilcoxon Vorzeichenrangtest
```

```
-----  
W-Wert 16.0000
```

```
-- Nulldifferenzen beruecksichtigt --
```

Erwartungswert von W	55.0000
Standardabweichung von W	17.3925
z-Wert	-2.2423
p	0.0250
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	98.7506
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	97.5012

```
-- Nulldifferenzen beruecksichtigt --  
-- Bindungen beruecksichtigt --
```

Erwartungswert von W	55.0000
Standardabweichung von W	17.3061
z-Wert	-2.2535
p	0.0243
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	98.7861
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	97.5721

```
Exakter Test:
```

```
(Pratts Teilrang-Randomisierungsverfahren)  
Kombinationen fuer Pruefgroesse 24  
alle moeglichen Kombinationen 2048  
p 0.0234  
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig) 98.8281  
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig) 97.6563
```

ALMO gibt zuerst die Ergebnisse des asymptotischen Tests (der Normalverteilungsapproximation) aus. Die Yates Korrektur wird nicht verwendet. Siehe dazu P8.3. Wenn Nulldifferenzen und Bindungen aufgetreten sind wird das Cureton'sche Verfahren, wie bei Lienert (1973, S.332) beschrieben, angewendet. Die Standardabweichung der Prüfgröße W wird korrigiert für (1) den Fall, dass Nulldifferenzen aufgetreten sind und für (2) den Fall, dass Nulldifferenzen und Bindungen aufgetreten sind.

Beim exakten Test wird folgendermaßen verfahren:

1. Sind Bindungen vorhanden und ist dadurch ein nichtganzzahliger W-Wert von xxx.5 entstanden, dann wird konservativ verfahren. W wird abgerundet und dann der exakte Test gerechnet.
2. Sind (zusätzlich noch) Nulldifferenzen vorhanden, dann wird das "Teilrang-Randomisierungsverfahren" nach Pratt angewendet.

ALMO verfährt also genau so wie von Lienert vorgeschlagen (Lienert 1973, S.332).

P8.8 Der Wilcoxon Vorzeichenrangtest für den Median

Betrachten wir ein Beispiel, das wir aus Büning/Trenkler (1978, S.110) entnehmen: Eine Reifenfirma hat einen neuen Reifentyp entwickelt, dessen Lebensdauer mit 33000 km angenommen wird. Bei einer Stichprobe ergaben sich dann mehr oder weniger abweichende Lebenszeiten.

Wir betrachten die 33000 km als hypothetischen Median. Es gilt die Frage zu beantworten, ob die 18 Reifen diesen hypothetischen Median verifizieren können.

Diese Frage wird beantwortet, indem als 2. Meßreihe der hypothetische Median in den Wilcoxon Vorzeichenrangtest eingesetzt wird. Siehe P8.7.

P8.8.1 Programm-Eingabe

Eingabe in Programm-Maske Prog08m3

Prog08m3.Msk
 Wilcoxon Vorzeichenrangtest für den Median

Beispiel: Eine Reifefirma hat einen neuen Reifentyp entwickelt, dessen Lebensdauer mit 33000 km (hypothetischer Median) angenommen wird. Bei 18 Reifen ergaben sich mehr oder weniger abweichende Laufzeiten. Frage: Wird der hypothetische Median dadurch falsifiziert. (Beispiel aus Büning/Trenkler, 1978, S. 113)

Siehe auch Prog18m4: t-Test fuer einen theoretischen Mittelwert

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
 Bedienung -->

1
 Vereinbare Variable= ;

2 Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3

4 bei Datei-Problemen

 Format der Daten
 der Datensatz enthält diese Variablen
 Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle_U

 höchste Variablen-Nummer des Datensatzes

5 Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

6 die Analyse-Variable
 Analyse-Variablen
 Wert des hypothetischen Medians

7 Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten

8 Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben

9 verschiedene Optionen

10

Erläuterungen zu den Boxen:

Box 1: Speicher für x Variable

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1.

Box 2: Weitere Vereinbarungen

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.2.

Box 3: Namen für Analyse-Variable

Geben Sie der Analyse-Variable einen Namen.

Box 4 und 5: Datei aus der gelesen wird

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.3.

Box 6: Die Analyse-Variablen

die Analyse-Variable	
↔ □□ Lebensdauer	Analyse-Variable
↔ 33.0	Wert des hypothetischen Medians

Geben Sie die Analyse-Variable an und den Wert des Medians, der für diese Variable vermutet wird

Box 7: Ein- und Ausschließen

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7.

Box 8: Kein_Wert-Angabe und Umkodierung

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.5.

Box 9: Optionen

Siehe dazu Abschnitt P8.3.1 (Optionen)

Das Maskenprogramm ist auch als "selbst geschriebenes" Programm in Almo-Syntax unter dem Namen "Prog08c" vorhanden. Es wird gefunden durch Klick auf das Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme":

P8.8.2 Programm-Ausgabe

Almo gibt aus der Programm-Maske Prog08m3 und dem äquivalenten „selbst geschriebenen“ Almo-Programm folgendes aus:

```
Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable
V3 Differenz
V4 Gruppe PosDiff NegDiff NullDiff

Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten:      18
Zahl der in die Analyse einbezogenen Untersuchungseinheiten: 18

Auspraegungen      Haeufigkeit  Rangsumme   durchschn.
der nominalen      Rang
Variablen
  1 PosDiff         8           59.0       7.3750
  2 NegDiff        10          112.0      11.2000
  3 NullDiff        0           0.0        0.0000

Ergebnisse aus Wilcoxon Vorzeichenrangtest
-----
W-Wert              59.0000

Erwartungswert von W              85.5000
Standardabweichung von W          22.9619
z-Wert                    -1.1541
p                          0.2485
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig) 87.5758
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig) 75.1516

Exakter Test:
Kombinationen fuer Pruefgroesse      34672
alle moeglichen Kombinationen        262144
p                                      0.2645
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)  86.7737
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)   73.5474
```

Die Erläuterungen, die wir in P8.7.2 zur ALMO-Ausgabe gegeben haben, gelten hier in derselben Weisen.

P8.9 Der Shorak-Test für Variabilitätsunterschiede

Der Shorak-Test ist ein Test auf Variabilitätsunterschiede zwischen abhängigen Stichproben. Die Daten werden bei ihm in einer etwas komplizierten Weise transformiert bis schließlich Differenzwerte vorliegen. Auf diese wird dann der Wilcoxon Vorzeichenrangtest angewendet. Der Kalkül dieses Tests ist bei Lienert (1973, S.404) und bei Lohse u.a. (1982, S.145) dargestellt.

P8.9.1 Programm-Eingabe

Eingabe in Programm-Maske Pro08m5

Prog08M5.Msk
Shorak-Test
für Variabilitätsunterschiede
Beispiel aus Lienert, 1973, S. 405

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
Bedienung -->

1
Vereinbare Variable= ;

2 Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3
bei Datei-Problemen

 Format der Daten
 der Datensatz enthält diese Variablen
Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle_U

höchste Variablen-Nummer des Datensatzes

4 Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

5

 Variablen-Nummer der 1.Messung
Variablen-Nummer der 2.Messung

6 Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten

7 Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben

8 verschiedene Optionen

9

Erläuterungen zu den Boxen:

Box 1, 2 und Box 3, 4: Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1, P0.2 und P0.4.

Box 5: Die Analysen-Variablen

Variablen-Nummer der 1.Messung
Variablen-Nummer der 2.Messung

Geben Sie die Analyse-Variable an und den Wert des Medians, der für diese Variable vermutet wird, sowie die höchste Variablen-Nummer. Das ist in der Regel die letzte Variable des eingelesenen Datensatzes.

Box 6: Ein und Ausschließen

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7.

Box 7: Kein_Wert-Angabe und Umkodierung

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.5.

Box 8: Optionen

Siehe dazu Abschnitt P8.3.1 (Optionen).

Das Maskenprogramm ist auch als "selbst geschriebenes" Programm in Almo-Syntax unter dem Namen "Prog08d" vorhanden. Es wird gefunden durch Klick auf das Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme":

P8.9.2 Programm-Ausgabe

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

V6 Differenz

V9 Gruppe PosDiff NegDiff Nulldiff

Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten: 8

Zahl der in die Analyse einbezogenen Untersuchungseinheiten: 8

Auspraegungen der nominalen Variablen	Haeufigkeit	Rangsumme	durchschn. Rang
1 PosDiff	2	6.0	3.0000
2 NegDiff	5	29.0	5.8000
3 Nulldiff	1	1.0	1.0000

Ergebnisse aus Wilcoxon Vorzeichenrangtest

W-Wert 6.0000

-- Nulldifferenzen beruecksichtigt --

Erwartungswert von W	17.5000
Standardabweichung von W	7.1239
z-Wert	-1.6143
p	0.1065
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	94.6742
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	89.3485

-- Nulldifferenzen beruecksichtigt --

-- Bindungen beruecksichtigt --

Erwartungswert von W	17.5000
Standardabweichung von W	7.0887
z-Wert	-1.6223
p	0.1048
Signifikanz (1-p/2)*100 (einseitig)	94.7603
Signifikanz (1-p)*100 (zweiseitig)	89.5206

Exakter Test:

(Pratts Teilrang-Randomisierungsverfahren)

Kombinationen fuer Pruefgroesse 8

alle moeglichen Kombinationen 128

p 0.1250

Signifikanz $(1-p/2)*100$ (einseitig)	93.7500
Signifikanz $(1-p)*100$ (zweiseitig)	87.5000

P8.10 Der Friedman-Test

Betrachten wir ein Beispiel, das wir bereits in P8.7 vorgetragen haben, und das auch in Abschnitt P20.17.1 in etwas anderer Weise behandelt wird.

Die Reaktionszeit von Autofahrern wird nach der Einnahme von 3 verschiedenen Drogen gemessen. Wir erhalten folgende Datenmatrix

	V5 Reaktionszeit nach Droge 1	V7 Reaktionszeit nach Droge 2	V8 Reaktionszeit nach Droge 3
Autofahrer 1	8	6	3
Autofahrer 2	4	2	3
...

Die Zelle im linken oberen Eck beispielsweise bedeutet, dass nach Einnahme der Droge 1 die Versuchsperson eine Reaktionsgeschwindigkeit von 8 Zehntel Sekunden besitzt.

Beim Friedman-Test werden die Variable als ordinale Variable betrachtet. Dies gilt auch dann, wenn sie (was zulässig ist), quantitativ sind und Dezimalwerte besitzen.

Der Friedman-Test kann im Unterschied zum Wilcoxon-Vorzeichenrangtest (P8.7) auch angewendet werden, wenn mehr als 2 (wenn beliebig viele) ordinale Variable vorhanden sind.

Die Frage, die es nun zu beantworten gilt, lautet: Sind die 3 Reaktionsgeschwindigkeiten signifikant voneinander verschieden.

Der Friedman-Test und der nachfolgend beschriebene Cochran-Test sind Tests für verbundene Stichproben. Das bedeutet: An einer Untersuchungseinheit werden mehrere Messungen vorgenommen.

Die Untersuchungseinheit kann dabei auch eine Gruppe von möglichst homogenen Einheiten sein. Weiterhin ist es auch möglich, dass nicht dieselbe Untersuchungseinheit wiederholt unter verschiedenen Bedingungen gemessen wird, sondern "fast gleiche" Untersuchungseinheiten separat unter verschiedenen Bedingungen gemessen werden, z.B. Zwillinge, Ehepartner, Geschwister, Versuchstiere desselben Wurfs, Untersuchungseinheiten, die in für relevant erachteten Variablen gleichgesetzt sind. In allen diesen Beispielen wird unterstellt, dass die Verschiedenartigkeit der Untersuchungseinheiten die Messung an sich nicht beeinflusst. Der Einfluß geht nur von den unterschiedlichen Bedingungen aus, z.B. den verschiedenen Drogen, die eingenommen wurden.

P8.10.1 Die Programm-Eingabe

Eingabe in Programm-Maske Prog08m4

Prog08m4.Msk
 Nichtparametrische Tests für verbundene Stichproben
 (z.B. für Messwiederholungen)

Friedman-Test, Zeichentest, Cochran Q-Test

Der Zeichentest ist ein Friedman-Test mit nur 2 Variablen (bzw. nur 2 Messwiederholungen)
 Der Cochran Q-Test ist ein Friedman-Test mit 0-1 kodierten Variablen (Messwiederholungen).

Beispiel: Die Reaktionszeit von Autofahrern wird nach Einnahme von 3 verschiedenen Drogen gemessen.
 Frage: Unterscheiden sich die 3 Drogen in ihrer Wirksamkeit ?

Die Daten seien etwa folgende:

	Reaktionszeit nach Droge 1 Messung 1	Reaktionszeit nach Droge 2 Messung 2	Reaktionszeit nach Droge 3 Messung 3
Autofahrer 1	0.8	0.6	0.3
Autofahrer 2	0.6	0.5	0.3
:	:	:	:

Die Variablen (im Beispiel: die 3 Reaktionszeiten) werden als ordinale Variable behandelt
 Bei 3 und mehr Messungen werden die paarweisen Kontraste ermittelt.
 Siehe dazu auch den t-Test für abhängige Stichproben in Prog18m3

Was ist ein Kurzprogramm ? -->
 Bedienung -->

1

Speicher fuer x Variable

Vereinbare Variable= ;

2

Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3

Datei der Variablennamen

"C:\Almo7\Testdat\Npardat.nam"

4

Freie Namensfelder

Name5=Messung1;
 Name7=Messung2;
 Name8=Messung3;

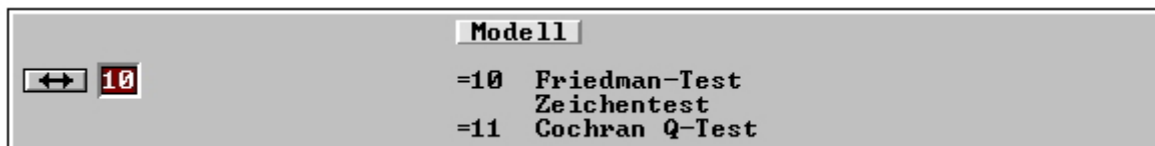
erzeuge zusätzliche Namensfelder



Erläuterungen zu den Boxen:

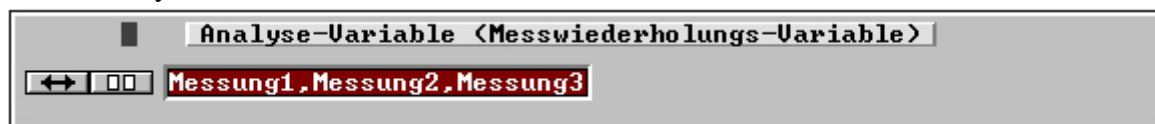
Box 1 bis Box 6: Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1 bis P0.4.

Box 7: Modellangabe



Wählen Sie das zu rechnende Modell. Siehe die Darstellung der verschiedenen Tests in den nachfolgenden Abschnitten.

Box 8: Analysevariable



Geben Sie hier die Analyse-Variable an.

Sie können die Analyse-Variablen „von Hand“ in die Eingabefelder schreiben oder Sie klicken auf den Knopf mit den 2 kleinen symbolischen Fenstern. Almo öffnet dann die Dialogbox „Variable für Analyse auswählen“. In dieser können Sie die Variable, die in die Eingabefelder eingeschrieben werden sollen per Mausklick selektieren. Siehe die ausführliche

Beschreibung dieser Dialogbox in P0.11.

Box 9: Ein- und Ausschließen

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.7..

Box 10: Kein_Wert-Angabe und Umkodierung

Siehe Almo-Dokument 0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.5.

Das Maskenprogramm ist auch als "selbst geschriebenes" Programm in Almo-Syntax unter dem Namen "Prog08e" vorhanden. Es wird gefunden durch Klick auf das Menü "Almo/Liste aller Almo-Programme":

P8.10.3 Programm-Ausgabe

Die Programm-Maske Prog08m4 und das äquivalente „selbst geschriebene“ Almo-Programm liefert folgendes Ergebnis:

```
Friedmann-Test
-----
Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable
  5  Messung1
  7  Messung2
  8  Messung3

Zahl der eingelesenen Datensaeetze:          12
Zahl der in die Analyse einbezogenen Datensaeetze:  12

Variable                Rangsumme
  5  Messung1              23.0
  7  Messung2              20.5
  8  Messung3              28.5

Konkordanzkoeffizient W      0.1163
durchschnittliche
Spearman-Rangkorrelation    0.0360

Chi-Quadrat                2.7917
Freiheitsgrade              2
Signifikanz (1-p)*100      75.3250

Kontraste zwischen den Rangsummen der Variablen
-----
Variable                Kontrast
V5 mit V7                2.5000
V5 mit V8                5.5000
V7 mit V8                8.0000

Kontraste >= 10.0459 sind signifikant mit (1-p)*100 = 90(zweiseitig)
Kontraste >= 11.4662 sind signifikant mit (1-p)*100 = 95(zweiseitig)
Kontraste >= 14.2721 sind signifikant mit (1-p)*100 = 99(zweiseitig)
```

In unserem Beispiel erhalten wir einen Chi-Quadrat-Wert von 2.7917. Die 3 Messungen sind mit einer Signifikanz $(1-p)*100$ von 75.325 % verschieden. Da der Friedman-Test ein pauschaler Test ist, können wir zunächst nur sagen, dass sich mindestens 2 Messungen signifikant unterscheiden. ALMO bestimmt deswegen noch die Kontraste zwischen den Rangsummen und gibt an, wie groß die Kontraste sein müssen, damit sie mit 90%, 95%, 99 % signifikant verschieden erachtet werden dürfen. Dabei wird der "asymptotische" Dunn-Rankin-Test verwendet, wie ihn Lienert (1973, S. 372) und Lohse u.a. (1982, S. 135) beschreiben. Dieser Test sollte nur angewendet werden, wenn die Gesamtzahl der

Untersuchungseinheiten größer/gleich 15 ist. ALMO berechnet ihn jedoch immer.

Wie Bünning/Trenkler (1978, S. 226) zeigen, kann der Konkordanz- Koeffizient W nach Kendall unschwer im Rahmen des Friedman-Tests ermittelt werden. Siegel (1956, S. 232) zeigt, dass dann aus diesem der "durchschnittliche Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient τ_s errechnet werden kann.

Beide Korrelationskoeffizienten drücken die Übereinstimmung zwischen den Zeilen, also den Untersuchungseinheiten und nicht den Spalten, also nicht den Messungen aus. W bewegt sich zwischen 0 und 1, τ_s zwischen -1 und +1.

Beachte

1. Der Friedman-Test behandelt die Variablen als ordinale. In unserem Programm dürfen die Variablenwerte jedoch auch Dezimalzahlen sein. Sie werden im Programm in Rangziffern gewandelt.
2. Im Unterschied zum Kruskal-Wallis-Test gibt es hier eine Leseschleife und demzufolge auch die Möglichkeit, die Variablen bei Bedarf umzukodieren.

P8.11 Zeichentest

Der Zeichentest ist dem Friedman-Test äquivalent, wenn nur 2 Messwiederholungen vorliegen (Bünning/Trenkler, 1978, S. 223). Allerdings wird beim Friedman-Test die Signifikanz als zweiseitige und beim Zeichentest üblicherweise als einseitige angegeben.

Der Benutzer kann sich die einseitige Signifikanz leicht errechnen

$$S_Z = 50 + S_F / 2$$

S_Z = Signifikanz $(1-p)/2 * 100$ aus Zeichentest (einseitig)

S_F = Signifikanz $(1-p) * 100$ aus Friedman-Test (zweiseitig)

Zu berücksichtigen ist allerdings, dass die in ALMO ausgegebene Signifikanz nur für Stichprobengrößen ab ca. $n=25$ gilt.

P8.12 Der Cochran Q-Test

Auch der Q-Test nach Cochran kann als ein Spezialfall des Friedman- Test betrachtet werden, bei dem mehrere Messwiederholungen vorliegen, die 0-1 kodiert sind (Bünning/Trenkler, 1978, S. 226).

Betrachten wir ein Beispiel: Es wird ermittelt, ob Untersuchungspersonen nach Einnahme von 3 Drogen auf einen Stimulus noch reagieren können (=1) oder nicht mehr reagieren können (=0).

	V5	V7	V8
Reaktion nach Droge 1	Reaktion nach Droge 2	Reaktion nach Droge 3	
0	1	0	
1	1	1	
...	

1 bedeutet "hat reagiert"

0 bedeutet "hat nicht reagiert"

P8.12.1 Programm-Eingabe

Die Eingabe über eine Programm-Maske erfolgt wie beim Friedman-Test in Prog08m4. Siehe P8.10.1.

P8.12.3 Programm-Ausgabe

Cochran Q-Test

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

5 Messung1

7 Messung2

8 Messung3

Zahl der eingelesenen Datensaeetze: 61

Zahl der in die Analyse einbezogenen Datensaeetze: 61

Variable	Summe der Einsen
5 Messung1	10.0
7 Messung2	15.0
8 Messung3	22.0

Q-Wert (=Chi-Quadrat)	5.8919
Freiheitsgrade	2
Signifikanz (1-p)*100	94.8586

Der Q-Wert ist 5.8919. Mit einer Signifikanz $(1-p)*100$ von 94.8586% sind die 3 Messungen verschieden. Der Cochran-Test ist ein pauschaler Test. Wie sich die 3 Messungen unterscheiden, können wir nur ungefähr an der "Summe der Einsen" feststellen. Wir sehen, dass vor allem V8 sich von den beiden anderen Variablen unterscheidet.

Beachte

1. Die Variablen müssen 0-1 kodiert sein. Ist dies nicht der Fall, dann müssen sie in der Leseschleife vor GEHE_in_Programm entsprechend umkodiert werden.

Literatur

Siegel, S.:	Nonparametric Statistics, 1956 (deutsch: Nicht-parametrische statistische Verfahren, Eschborn, 1987)
Bünning, H./Trenkler, G.:	Nichtparametrische statistische Methoden, Berlin, New York, 1978
Lienert, G.A.:	Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik, Meisenheim im Glan, 1973
Lohse, Ludwig, Röhr:	Statistische Verfahren, Berlin, DDR, 1982
van der Waerden, B.L.:	Mathematische Statistik, Heidelberg, New York, 1971
Bortz J., Lienert G. A, Boehnke K.:	Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik; Springer Verlag: Berlin-Heidelberg 1990