Abtasttheorem bei digitalen Bildempfängersystemen

Prof. Dr. Dietmar Kunz
FH Köln

Übersicht

- Einführung
- Signalverarbeitungskette in digitalen Systemen
- Abtastung
- Aliasing und Abtasttheorem
- Artefakte
- Gegenmaßnahmen und Systemabstimmung
- Zusammenfassung

Einführung

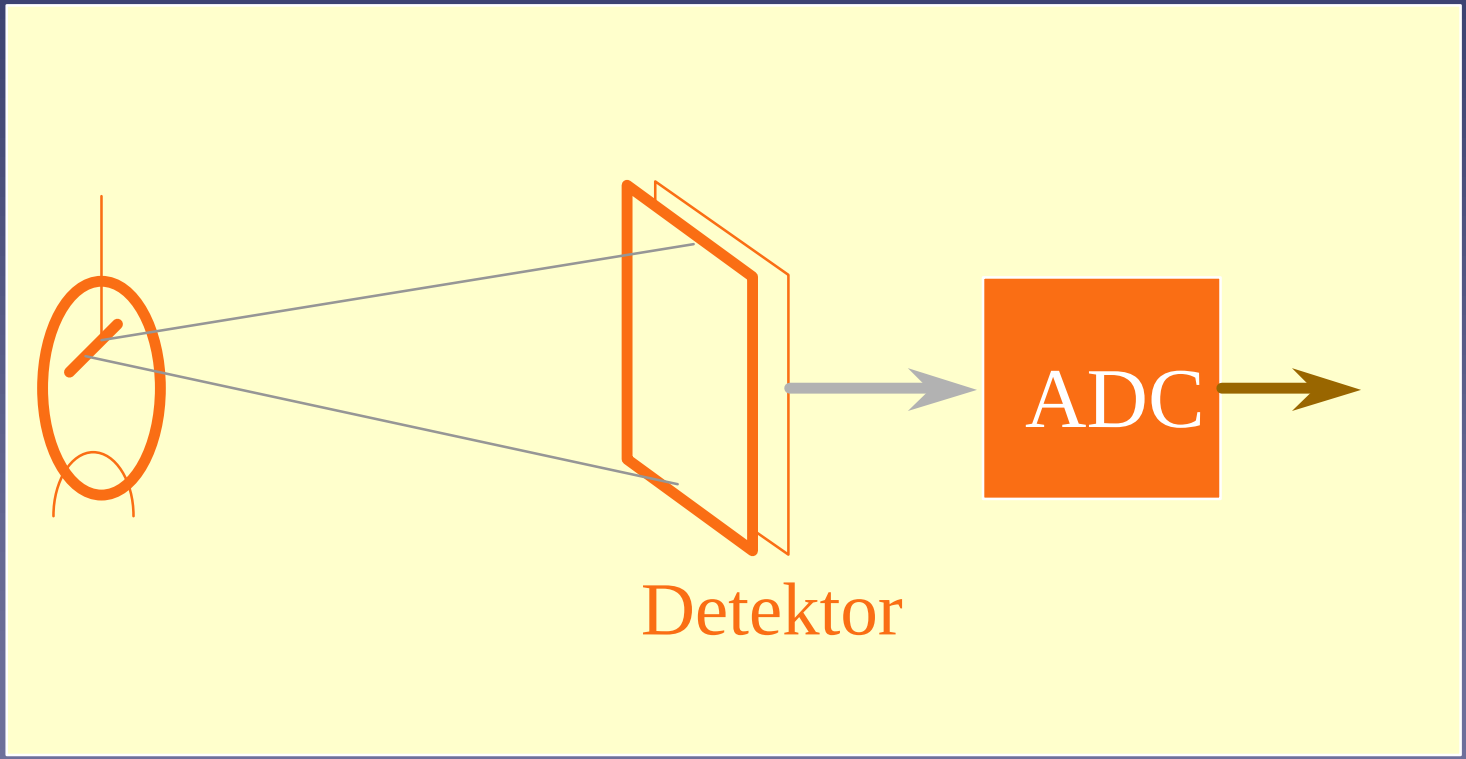
Unterschied analoge / digitale Radiographie

	analog	digital
Ort	kontinuierlich	diskret
Intensität	kontinuierlich	diskret

Diskrete Abtastung im Ortsbereich

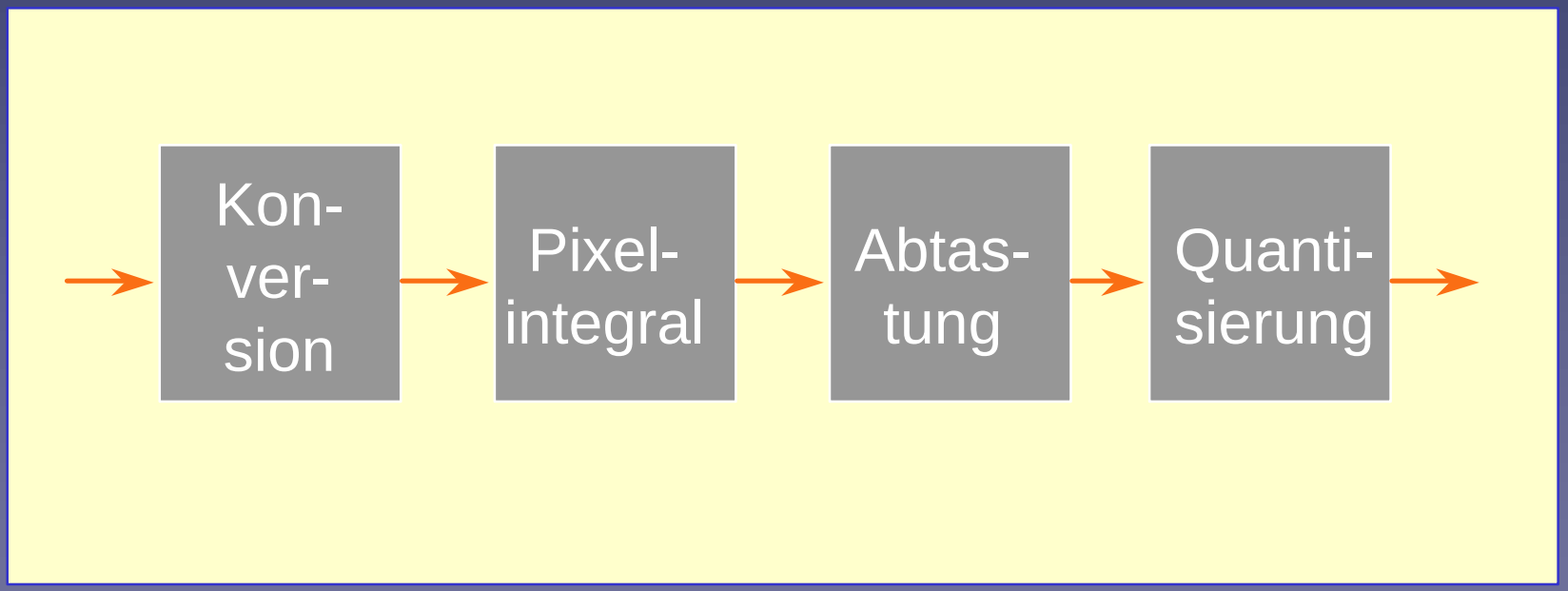
- Auswirkung auf Signalkette
- mögliche Artefakte
- Konsequenzen für Systemdesign

Aufnahmesystem



Signalverarbeitungskette

Verarbeitung im Detektorsystem



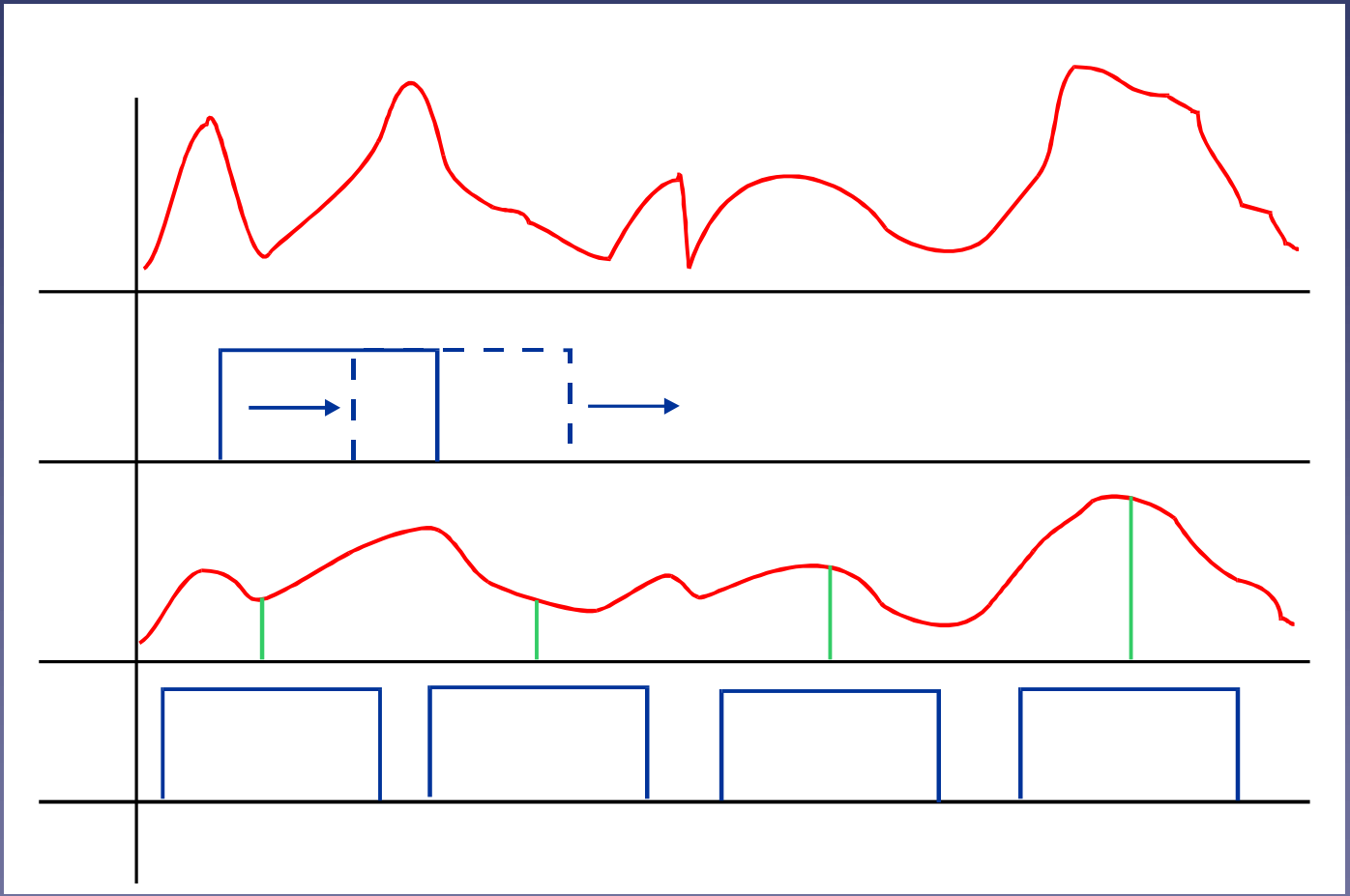
Signalverarbeitungskette

- Streuprozesse und Brennfleckgröße reduzieren Schärfe der Abbildung
- Bildinformation wird über Pixelfläche summiert
- **Bildinformation ist nur an diskreten Stellen im Ort verfügbar (Abtastung)**
- Bildinformation wird auf diskrete Anzahl von Werten reduziert (Quantisierung)

Signalverarbeitungskette

- endliche Brennfleckgröße
  $\Rightarrow$ lineare Tiefpassfilterung
- Streuung, insb. bei der Umwandlung von Röntgenstrahlung in Licht
  $\Rightarrow$ lineare Tiefpassfilterung
- Integration über Pixelfläche
  $\Rightarrow$ lineare Tiefpassfilterung

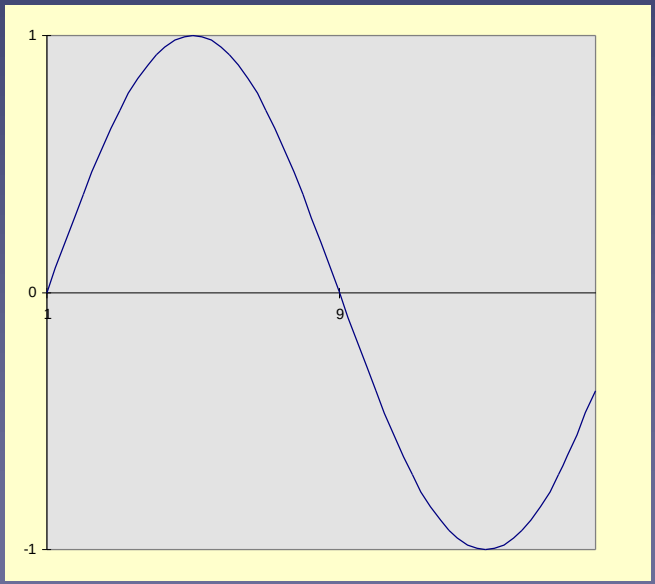
Abtastung

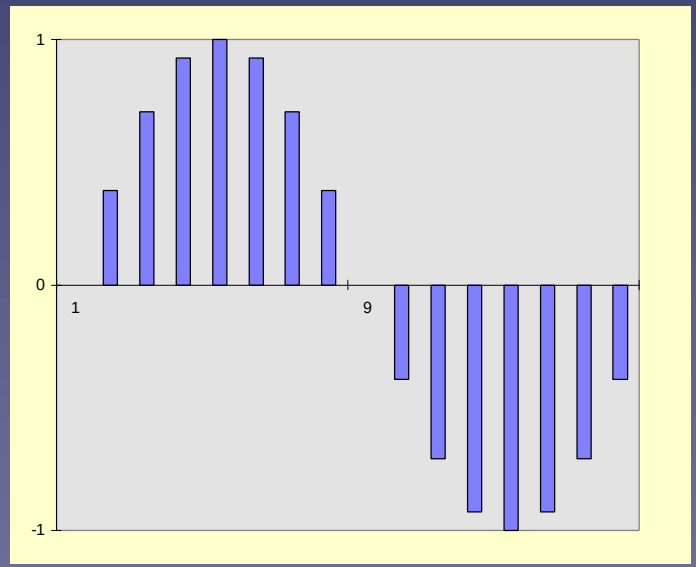


Abtastung

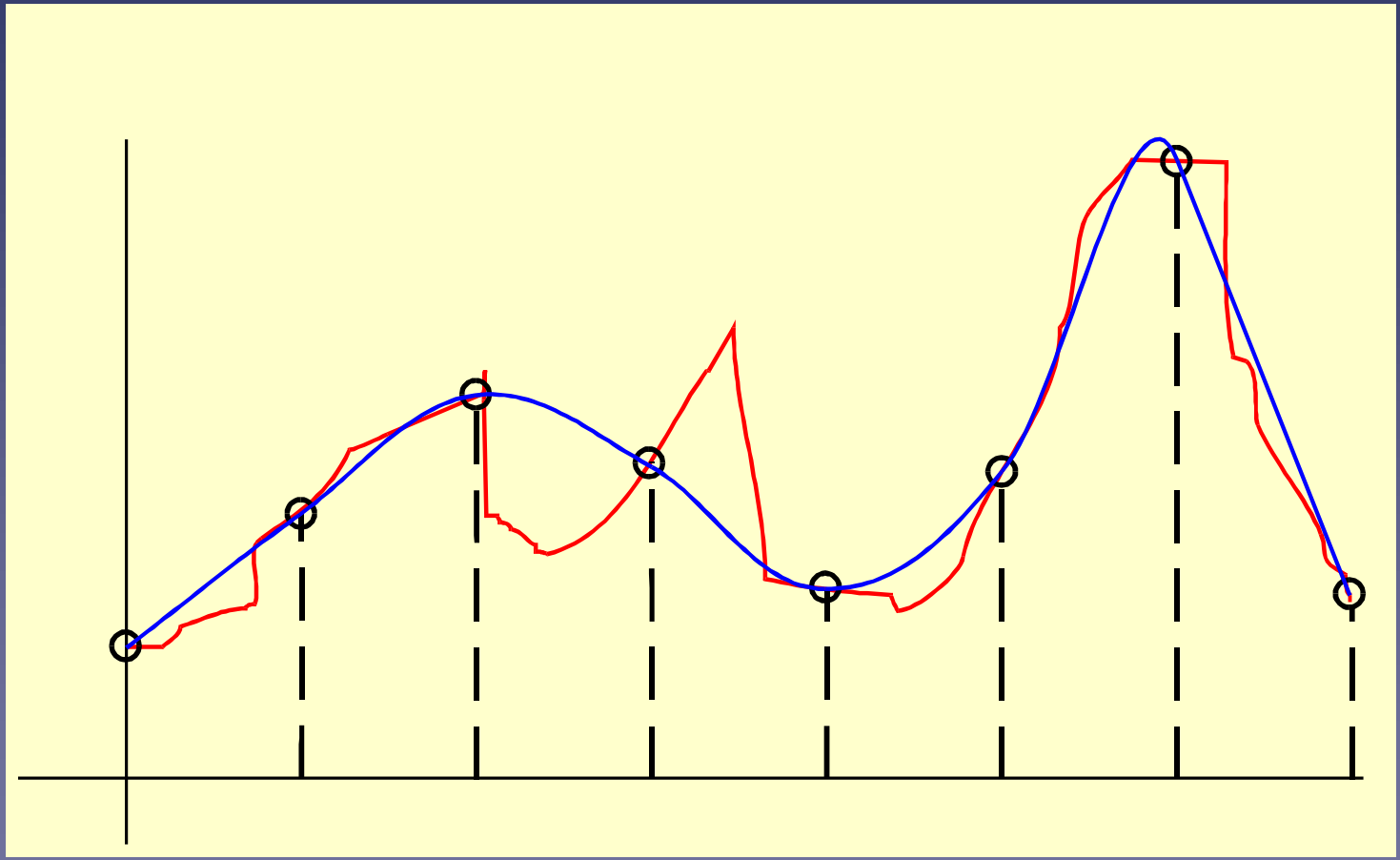
- Das so gefilterte Signal wird an einem endlichen Raster von diskreten Ortspunkten bestimmt
- Signale, die an allen diesen Ortspunkten übereinstimmen, sind nach der Abtastung nicht mehr unterscheidbar
- Dabei *kann* Information verloren gehen

Abtastung





Abtastung

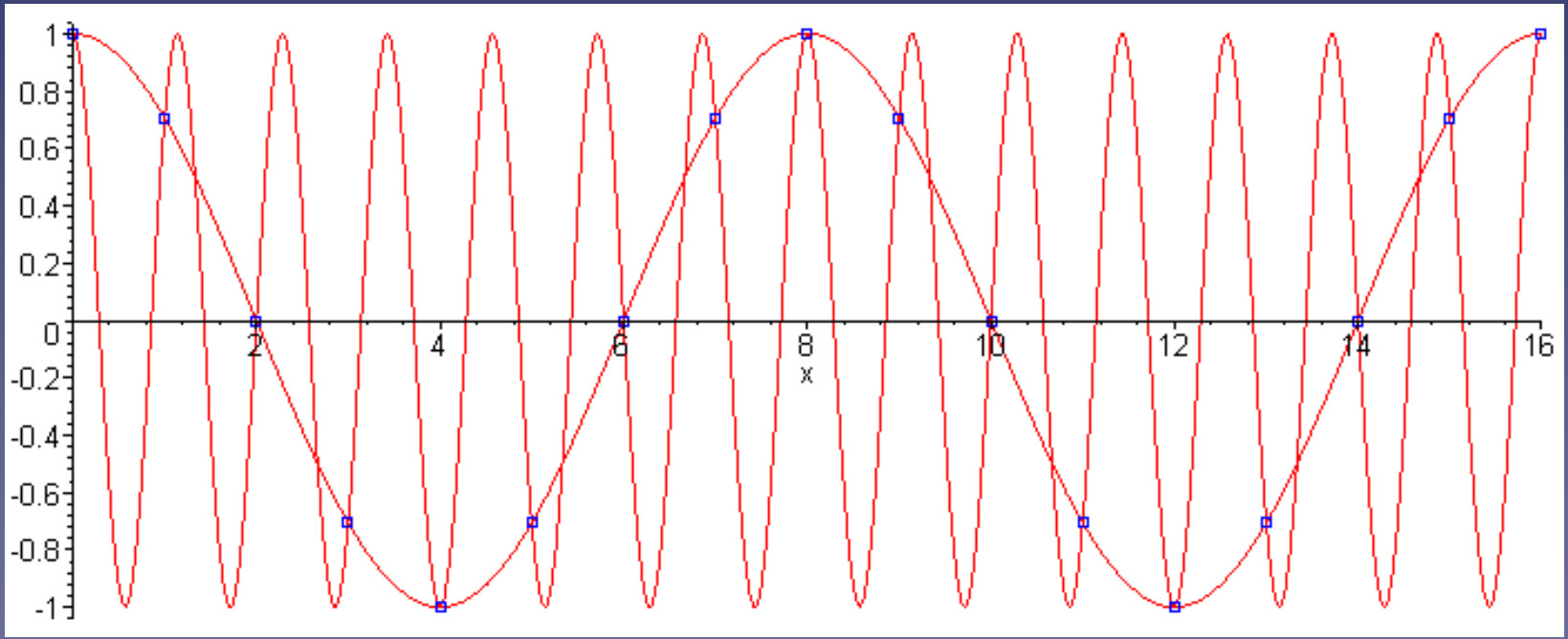


Abtastung - Spektrum

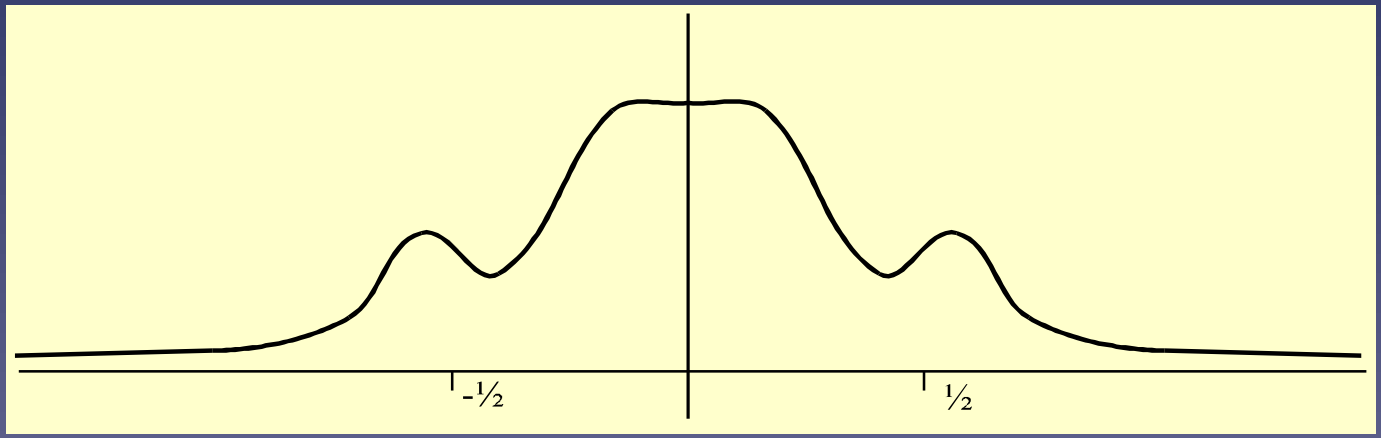
Wellenzüge bestimmter Frequenzen stimmen auf den Abtastpunkten überein

- Bei der Abtastung addieren sich die Frequenzanteile der entsprechenden (*Alias*-) Frequenzen
- Das Spektrum des abgetasteten Signals ist auf das Intervall [-½,½] beschränkt (Abtastintervall = 1)

Abtastung - Spektrum

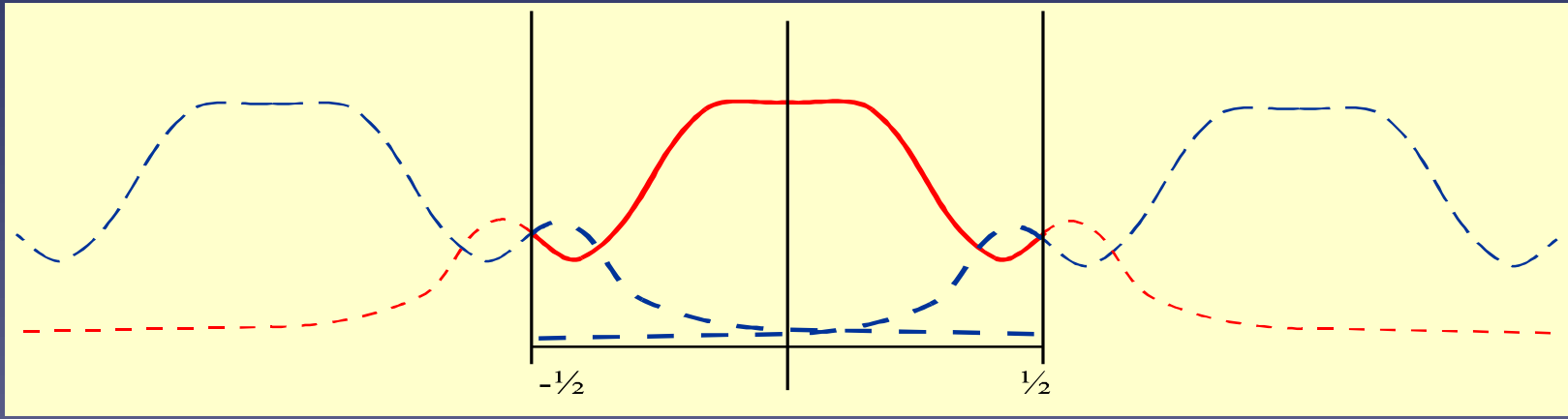


Abtastung - Spektrum



- Spektrum einer kontinuierlichen Funktion enthält alle Frequenzen von -∞ bis +∞

Abtastung - Spektrum



- Spektrum der abgetasteten Funktion enthält nur Frequenzen von -½ bis +½
- Frequenzen im Abstand 1 addieren sich

Abtastung - Spektrum

Abtasttheorem (Nyquist):

- Signal lässt sich aus Abtastwerten exakt rekonstruieren, wenn vor der Abtastung Spektrum = 0 außerhalb von [-½,½]
- Dies entspricht mindestens 2 Abtastwerten pro Periode
- Also muss Abtastfrequenz mindestens doppelt so hoch wie Grenzfrequenz sein

Artefakte

- Enthält das Eingangssignal hochfrequente Anteile mit weniger als zwei Abtastwerten pro Periode, so werden diese mit entsprechend niederfrequenteren Signalen verwechselt
- Damit entstehen im Bild Strukturen (Moiré), die nicht dem Original entsprechen
- Durch Bildverarbeitung lassen sich diese Artefakte nicht wieder beseitigen

Artefakte

Original
“Barbara”

Artefakte

unter-
abge-
tastetes
Bild

Anti-Alias-Filter

- Alias-Artefakte lassen sich durch nachträgliche Verarbeitung nicht entfernen
- Ausweg: Tiefpass-Filterung vor der Digitalisierung (Anti-Alias-Filter)
- Tiefpassfilterung findet aber ohnehin statt
- Einflussgrößen
  - Brennfleck
  - Dicke der Konversionsschicht
  - Pixel-Füllfaktor

Integration über Pixelfläche

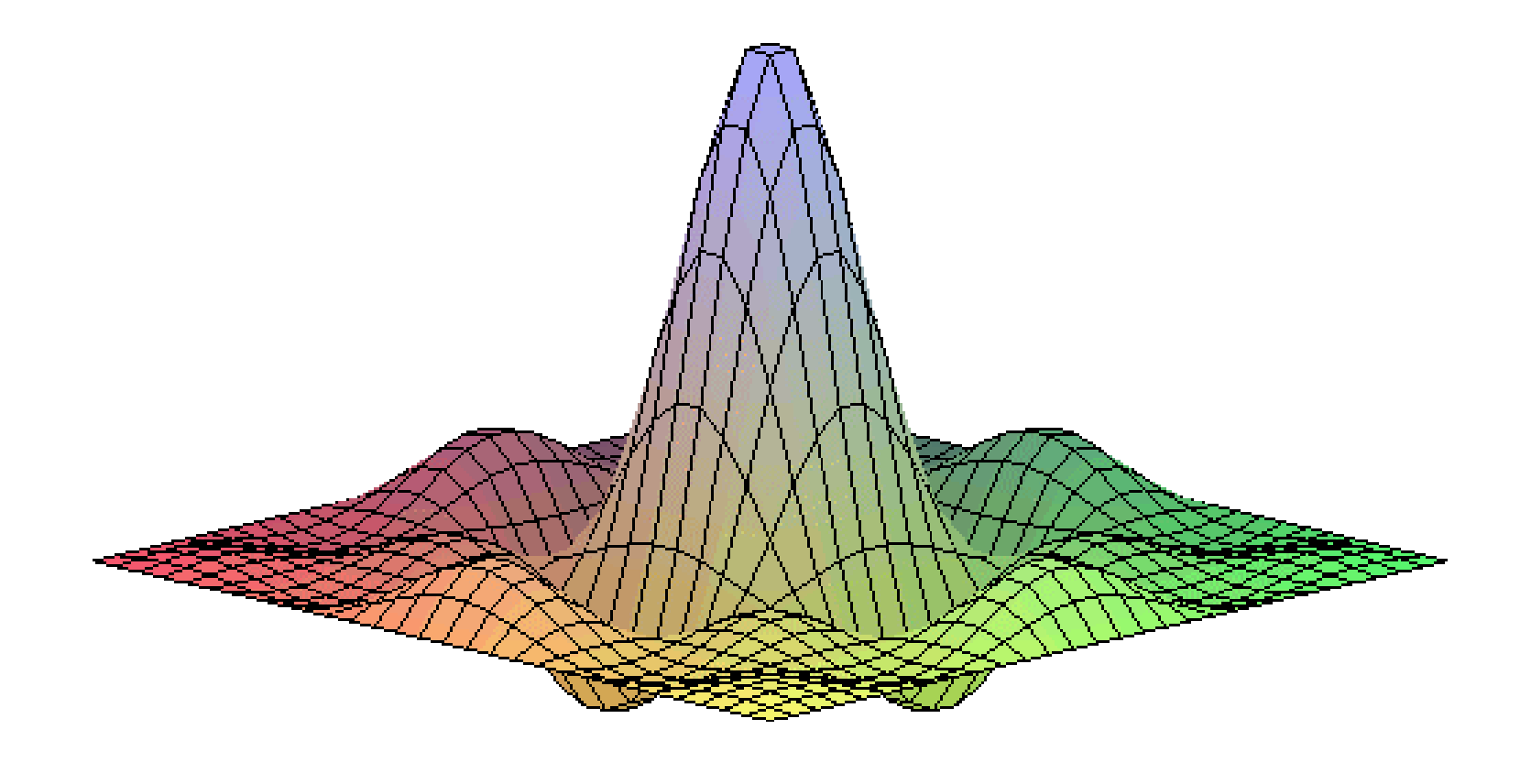
- Beispiel:
  - Quadratische empfindliche Pixelfläche
  - Seitenlänge d
  - Pixelabstand P
- Übertragungsfunktion

$$H(f_x, f_y) = \frac{\sin(pdf_x)}{pdf_x} \cdot \frac{\sin(pdf_y)}{pdf_y}$$

Integration über Pixelfläche

- Verlauf entspricht in beiden Frequenz-richtungen der sinc-Funktion ($\sin(f)/f$)
- Diese Funktion nähert sich nur recht langsam ($\sim 1/f$) der 0 für $f \rightarrow \infty$
- Durch die Nulldurchgänge werden einige Frequenzen ausgelöscht
- Spektrum ist um so breiter, je kleiner d ist

Integration über Pixelfläche



Integration über Pixelfläche

- Nyquist-Bedingung: Grenzfrequenz bei $w = p / P$
- Abtasttheorem deutlich verletzt
  - für $d = P$ Maximalwert $2/p = 0{,}64$
  - Situation noch schlimmer, falls $d << P$

Þ **<u>Streuprozesse bei Konversion notwendig zur Alias-Unterdrückung</u>**

Systementwurf

Annahme: d/P=0,9

Maximale Übertragung des Alias-Signal: ≈0,7

Gewünschte Begrenzung des Aliassignal:
10% (Amplitude), 1% (Leistung)

⇒ Übertragungsfunktion des vorgeschalteten Systems muss bei der Grenzfrequenz bereits auf ≈0,14 abgefallen sein.

Systementwurf

Konsequenzen

- Beliebig hohe Schärfe des Signals auf dem Detektor nicht wünschenswert
- Schichtdicke muss auf Detektor abgestimmt sein
- Zu starke Tiefpassfilterung lässt sich durch nachträgliche digitale Filterung korrigieren
- Ohne Korrektur Schärfe deutlich schlechter als digitale Auflösung

Schärfenkorrektur

- Nachteil der Vorfilterung: Verlust an Schärfe
- Korrektur durch digitale Hochpassfilterung nach der Abtastung
- Streuung der Röntgenstrahlung/Brennfleck-breite ⇒ Tiefpassfilterung des Signals, aber <u>nicht</u> des Quantenrauschens
- Streuung des Lichtes ⇒ Tiefpassfilterung des Signals <u>und</u> des Quantenrauschens

Schärfenkorrektur

- Durch zunehmende Schichtdicke der Konversionsschicht wird Signal und Rauschen gleichermaßen gefiltert
- DQE bleibt unverändert oder wird besser
- Tiefpassverhalten kann digital korrigiert werden
- Kein zusätzliches Rauschen zu erwarten

Zusammenfassung

- Abtastung, d.h. Diskretisierung im Ort führt zur Beschränkung des darstellbaren Frequenzbereichs
- Verletzung des Abtasttheorems führt zu nicht korrigierbaren Moiré-Artefakten
- Systemdesign: geeignete Tiefpassfilterung vor der Abtastung
- digitale Korrektur der Tiefpassfilterung möglich