

# Die Faszination der Quantentheorie Stoff für den Schulunterricht?

Ideen zur Verbesserung der Theorieausbildung zukünftiger Physiklehrer  
Peter Schmüser, emer. Prof. Uni Hamburg und DESY

**Meine Antwort: unbedingt. Aber die Universitätsausbildung zukünftiger Lehrer muss so gestaltet werden, dass sie die moderne Quantentheorie gründlich erlernen können und auch Spaß daran haben.**

## Theoretische Physik für Studierende des Lehramts: Bisher ein Stiefkind an deutschen Unis? Was kann man besser machen?

Uni Hamburg bis zum Jahr 2001:  
Lehramtsstudenten besuchten 2 von 5 Theorievorlesungen des regulären Physik-Diplomstudiengangs, meistens theoretische Mechanik und Quantenmechanik 1

### Dies hatte erhebliche Nachteile:

- zuviel mathematischer Formalismus, besonders für Studenten, die nicht Mathematik als Zweitfach haben
- Stoffauswahl überhaupt nicht an die Bedürfnisse der Schule angepasst

Empfehlung einer interdisziplinären Arbeitsgruppe (genannt Sozietät Physik), bestehend aus Physikprofessoren, Lehrern, Studienseminarleitern, Referendaren, Studenten:

### Eigenständige Theoriekurse für Lehramtsstudierende anbieten:

Theorie A: Quantenmechanik

Theorie B: Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie

Diese Kurse werden seit 2002 durchgeführt und haben sich sehr bewährt.

Im Rahmen einer Seniorprofessur der Heraeus-Stiftung habe ich meine Vorlesungsmanuskripte zu einem zweibändigen Lehrbuch erweitert:

## Theoretische Physik für Studierende des Lehramts

Band 1: Quantenmechanik

Band 2: Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie

### Warum Quantentheorie?

- 1) Grundlage fast aller modernen Technologien (Elektronik, Computer, Fernsehen, Kamera, Laser.....)
- 2) Quantentheorie ist spannend, obwohl (oder gerade weil) sie oft der Anschauung widerspricht

### Besonderheiten der Theoriebücher für zukünftige Lehrer:

Im Unterschied zu vielen Lehrbüchern der theoretischen Physik stehen nicht der abstrakte Formalismus und die mathematische Eleganz im Vordergrund, sondern die physikalischen Erscheinungen und Prinzipien.

### Theoretische Physik soll nicht nur mühsame Rechnerei sein, sondern auch Spass machen!

In den Hauptkapiteln wird der Stoff in möglichst einfacher mathematischer Form dargestellt und mit vielen Abbildungen und Beispielen verdeutlicht. Kompliziertere Rechnungen und mathematische Ergänzungen sind in die Anhänge verlagert. Didaktische Anmerkungen und Übungsaufgaben (mit Lösungen) geben Verständnishilfen und Hinweise, wie man die physikalischen Sachverhalte in der Schule vermitteln könnte.

# Gedankenexperimente werden Wirklichkeit

## Die seltsamen Eigenschaften der Quantenmechanik im Lichte moderner Experimente

### Teilchen-Welle-Komplementarität

### Doppelspaltexperimente

### Was ist Licht? Welle oder Teilchen?

### Durch welchen Spalt fliegt das Teilchen?

### Der gleitende Übergang von der Quantenphysik zur klassischen Physik

### Schrödinger-Gleichung mit Beispielen

### Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) Paradoxon

### EPR-Experimente mit verschränkten Photonen

### Die Nichtlokalität der Quantenmechanik

## 1. Einleitung

Das vorliegende Manuskript ist eine leicht erweiterte Fassung eines Vortrags auf dem Lehrertag März 2013 in Regensburg. Um kompliziertere Sachverhalte zu erklären, werden diverse Textabschnitte und Abbildungen aus meinem Lehrbuch *Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 1, Quantenmechanik* [1] übernommen.

Die Physik des 20. Jahrhunderts hat tiefgreifende neue Erkenntnisse erbracht und unser gesamtes Weltbild revolutioniert. An drei Formeln kann man dies festmachen:

- (1)  $E = mc^2$  (Albert Einstein),
- (2)  $E = \hbar\omega$  (Max Planck),
- (3)  $\lambda = 2\pi\hbar/p$  (Louis de Broglie).

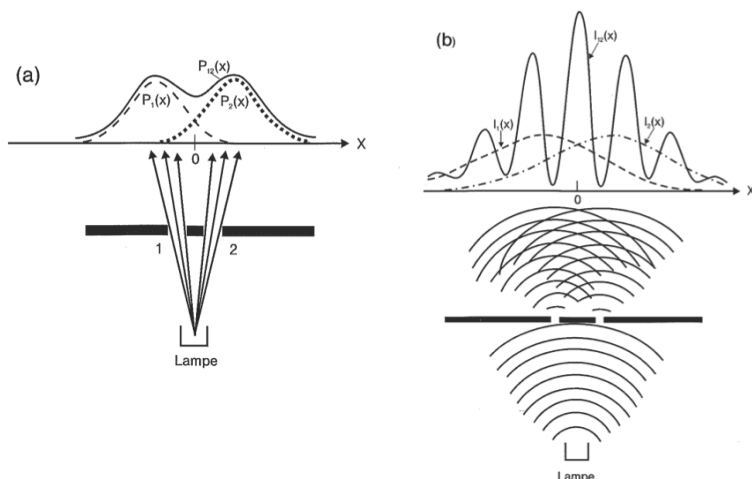
Die erste Formel ist jedem bekannt, da Albert Einstein so populär ist. Sie besagt, dass Energie und Masse äquivalent sind, und sie ist eine Grundgleichung der Relativitätstheorie. Die zweite Gleichung kennen viele naturwissenschaftlich Gebildete. Ihre Aussage ist: Licht hat Teilcheneigenschaften, die Energie einer Lichtwelle wird von Lichtquanten, den *Photonen*, getragen. Die dritte Gleichung schließlich kennen wahrscheinlich nur Physiker, obwohl auch sie eine fundamentale Bedeutung hat: Teilchen haben Welleneigenschaften, und ihre Wellenlänge ist umgekehrt proportional zum Impuls. In den Gleichungen (2) und (3) tritt eine neue Naturkonstante auf, die im 19. Jahrhundert unbekannt war: das Planck'sche Wirkungsquantum  $h = 2\pi\hbar$ . Diese

beiden Gleichungen sind die Grundgleichungen der Quantentheorie. Sie sind die tiefere Ursache der Teilchen-Welle-Komplementarität, die unsere Anschauung auf eine harte Probe stellt.

## 2. Teilchen-Welle-Komplementarität

Das Doppelspaltexperiment hat historisch gesehen eine wesentliche Rolle gespielt um zu entscheiden, ob Licht aus Teilchen besteht oder eine Wellenerscheinung ist.

### Doppelspaltexperiment mit Teilchen und Wellen



Für viele Jahrzehnte war dies ein Gedankenexperiment der Quantentheorie

Die Beobachtung von Interferenzstreifen und von vielen weiteren Beugungserscheinungen etablierte im 19. Jahrhundert die Vorstellung von der Wellennatur des Lichtes. Erst um 1960 war es möglich, ein Doppelspaltexperiment mit Elektronen durchzuführen.



Doppelspalt-Interferenzen mit Licht und mit Elektronen (Möllenstedt-Gruppe, Tübingen 1962)

**Es folgt: Elektronen haben Welleneigenschaften**

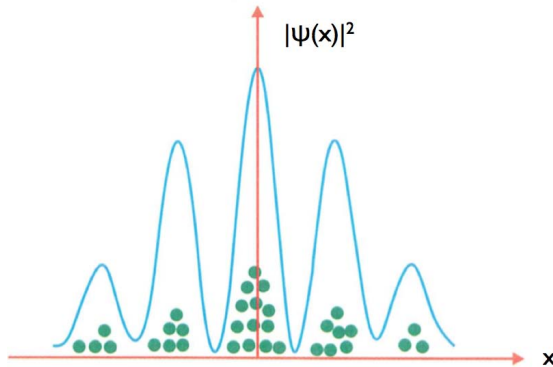
**Aber wie zeigt sich ihre Teilchennatur?**

## Statistische Deutung der Quantenmechanik

a) Berechnung der Wellenfunktion durch Lösen der Schrödinger-Gleichung. b) Quadrieren der Wellenfunktion ergibt die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an einem bestimmten Ort zu finden.

**Ist die statistische Deutung korrekt?**

**Antwort: ja**



jedes Elektron macht genau einen Punkt im Interferenz-Muster

## Doppelspaltexperiment

wenige Elektronen



viele Elektronen

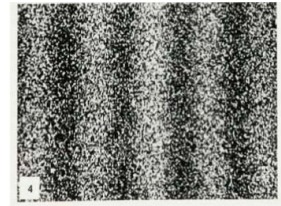


Abbildung 1.4 Beobachtung von Elektroneninterferenzen mit 8, 270, 2000 und 60000 Elektronen [6]. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Dr. Akira Tonomura (Hitachi Research Laboratory) und des Springer-Verlags.

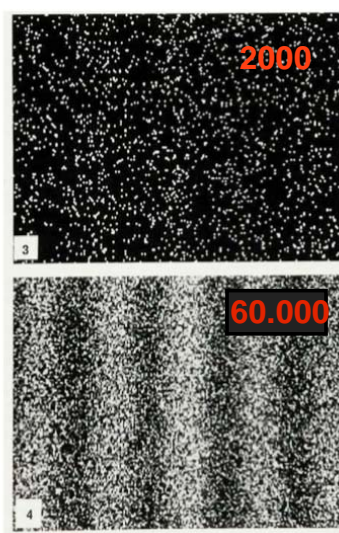
**Niels Bohr war ein entschiedener Verfechter der statistischen Interpretation  
"Kopenhagener Deutung" der Quantentheorie**

**Albert Einstein lehnte sie ab: "Gott würfelt nicht"**

Einstein sah natürlich ein, dass die Quantenmechanik außerordentlich erfolgreich war. Er hielt sie jedoch nicht für die endgültige Theorie, sondern glaubte, dass mehr dahinter stecken müsste. Vermutlich dachte er an eine deterministische Theorie.

7

## Elektroneninterferenzen mit 8, 270, 2000 und 60.000 Elektronen



Akira Tonomura  
Hitachi Research Labs

Beobachtung von Elektroneninterferenzen mit 8, 270, 2000 und 60 000 Elektronen [2]. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Dr. Akira Tonomura (Hitachi Research Laboratory) und des Springer-Verlags.

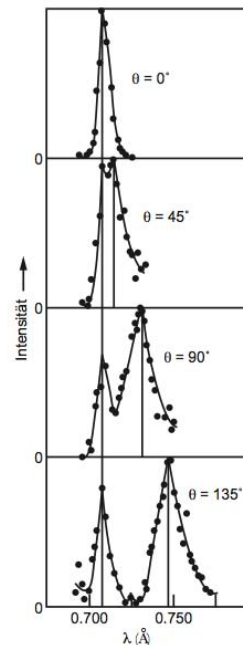
## Experimentelle Beweise für die duale Natur von Licht und Röntgenstrahlen

### Was ist Licht, Welle oder Teilchen?

Antwort: beides



Albert Rose, Vision: Human and Electronic



Compton-Effekt

Links: Fotografie als Quantenprozess. Die Aufnahmen eines Frauenkopfes wurden mit sehr unterschiedlichen Belichtungszeiten gemacht, zwischen 3000 und 30 000 000 Photonen. Die granulare Natur des Lichtes ist bei schwach belichteten Bildern deutlich zu erkennen. (Albert Rose, Vision: Human and Electronic, Plenum Press 1973, Springer 1974. Wiedergabe mit Genehmigung des Springer-Verlags). Rechts: Streuung von Röntgenstrahlung an Graphit. Die Wellennatur der Strahlung wird zweimal ausgenutzt: mit Hilfe von Bragg-Reflexion an einem Kristallgitter wird eine bestimmte Wellenlänge der einfallenden Strahlung selektiert (hier  $\lambda = 0,71 \text{ \AA}$ ), und die Wellenlänge der gestreuten Strahlung wird wiederum über Bragg-Reflexion gemessen. Die Quantennatur der Strahlung ist nötig, um den Prozess mathematisch zu beschreiben. Anmerkung: bei großen Streuwinkeln beobachtet man zwei Intensitätsmaxima. Das Maximum bei der unverschobenen Wellenlänge von  $0,71 \text{ \AA}$  ist auf Comptonstreuung am gesamten Atom zurückzuführen.

Die Sequenz von Fotos ist ein Beleg für beide Aspekte des Lichts: die Wellennatur zeigt sich darin, dass mit Hilfe von Glaslinsen eine Abbildung gemacht werden kann, die Quantennatur wird durch die granulare Struktur in den schwach belichteten Bildern offensichtlich. Licht ist also beides: Welle und Teilchen.

Die duale Natur des Lichts zeigt sich besonders deutlich beim Compton-Experiment. In der Abbildung werden Daten zur Streuung von Röntgenstrahlung an Graphit gezeigt. Die Wellenlänge der einlaufenden Strahlung beträgt  $0,71 \text{ \AA} = 0,71 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , die der um  $90^\circ$  gestreuten Strahlung ist  $0,734 \text{ \AA}$ . Dies kann man quantitativ erklären, wenn man den Vorgang als Streuprozess eines Lichtquants an einem lose gebundenen atomaren Elektron deutet. Bei dieser Streuung überträgt das Photon Energie auf das Elektron. Nach dem Stoß ist daher sein Impuls kleiner und die Wellenlänge größer. Als Funktion des Streuwinkels  $\theta$  ist sie gegeben durch die Compton'sche

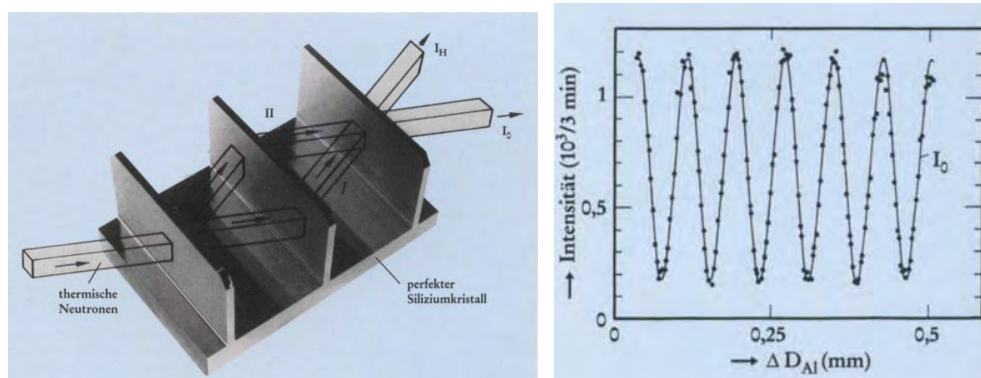
Streuformel

$$\lambda' = \lambda + \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta).$$

In der klassischen Elektrodynamik hingegen würde das atomare Elektron eine erzwungene Schwingung im Feld der elektromagnetischen Welle ausführen und Strahlung mit genau der Frequenz und Wellenlänge dieser Welle emittieren. Mit anderen Worten: die um  $90^\circ$  gestreute Strahlung müsste ebenfalls  $\lambda = 0,71 \text{ \AA}$  haben.

## Neutron-Interferenzen

Mit Neutronen sind viele verschiedene Interferenzexperimente durchgeführt worden [3]. Zur Beobachtung von Neutronen-Interferenzen wurde aus einem Silizium-Einkristall ein Perfektkristall-Interferometer hergestellt. Es funktioniert ähnlich wie ein Michelson-Interferometer in der Optik. Bragg-Reflexion wird benutzt, um die Teilchenwelle in zwei Teilwellen aufzuspalten, die auf zwei getrennten Pfaden durch das Interferometer geführt und wieder rekombiniert werden. Bringt man in einen Strahlengang eine dünne Aluminiumplatte, so wirkt diese ähnlich wie eine Glasplatte im Michelson-Interferometer. Die Neutronen haben verschiedene Wellenlängen in Aluminium und Luft, und daher ergibt sich ein Interferenzmuster, bei dem die Intensität periodisch von der Dicke der Al-Platte abhängt. In diesem Experiment entstehen die Neutronen durch Kernspaltung in einem Reaktor. Die Strahlintensität ist so niedrig, dass sich immer nur ein Neutron zur Zeit in der Apparatur befindet und das nachfolgende Neutron noch gar nicht entstanden ist. Wie bei den Elektronen beobachten wir also die Interferenz von Teilchen mit sich selbst und nicht mit anderen Teilchen. Bei Fermionen sind Interferenzen zwischen verschiedenen Teilchen auch gar nicht möglich, da sie aufgrund des Pauli-Prinzips verschiedene Quantenzustände einnehmen müssen und daher nicht kohärent sein können.



*Links: Perfektkristall-Neutroneninterferometer. Rechts: Interferenzstreifen als Funktion der Dicke der Aluminiumplatte in einem Strahlweg. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Prof. Helmut Rauch. Copyright Wiley VCH-Verlag, reproduced with permission.*

## Welchen Weg wählt das Teilchen?

Beim Doppelspaltexperiment treffen die Elektronen als praktisch punktförmige Teilchen auf den Beobachtungsschirm (fotografische Schicht oder Pixeldetektor). Demnach erscheint es vernünftig, sie generell als punktförmig anzusehen und folgende Behauptung aufzustellen: jedes Elektron fliegt entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2, aber nicht gleichzeitig durch beide Spalte.

Diese einleuchtende Behauptung erweist sich als nicht haltbar. Sobald man sich ein Experiment ausdenkt, mit dem geprüft werden kann, ob ein Elektron durch Spalt 1 oder Spalt 2 fliegt, verschwindet das Interferenzmuster. Eine wichtige Konsequenz dieser Erkenntnis ist: es ist nicht sinnvoll, von einer Bahnkurve des Elektrons in atomaren Dimensionen zu sprechen.

Aber eigentlich ist es noch viel schlimmer: bei den Neutron-Interferenzexperimenten mit den Perfektkristall-Interferometern sind die beiden Teilpfade des Neutrons um mehrere cm getrennt, und trotzdem “merkt” das Neutron, was in beiden Pfaden geschieht. Das heißt, es gibt Situationen, wo man selbst im Zentimeterbereich nicht von einer Bahnkurve sprechen darf. Die begrifflichen Schwierigkeiten des Teilchen-Welle-Dualismus werden am Bild des Skifahrers, der gleichzeitig rechts und links an einer Tanne vorbeifährt, sehr schön veranschaulicht.



Das Doppelspaltexperiment als Cartoon [3] (Grafik von R.J. Buchelt).  
Abdruck mit freundlicher Genehmigung von H. Rauch.

### Das Heisenberg-Mikroskop

Werner Heisenberg hat ein Gedankenexperiment konstruiert, in dem festgestellt werden könnte, durch welchen Spalt das Elektron geht. Die Idee ist, kurzwelliges Licht zur Beobachtung zu benutzen. Der Haken ist jedoch, dass das Elektron bei der Streuung des Photons eine Richtungsänderung erleidet, die das Interferenzmuster stört, wobei die Stärke der Störung von der Wellenlänge des Photons abhängt.

(I) Bei sehr kleiner Wellenlänge  $\lambda \ll d$  ( $d$  ist der Spaltabstand) kann man eindeutig den richtigen Spalt erkennen, die Störung ist jedoch stark, und es ergibt sich eine Addition der Wahrscheinlichkeitsdichten ohne Interferenzterm

$$\rho_{12}(x) = \rho_1(x) + \rho_2(x) = |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2 .$$

(II) Bei großer Wellenlänge ( $\lambda \gg d$ ) kann man die beiden Spalte nicht mehr optisch auflösen, die Störung ist schwach, und man beobachtet das voll ausgeprägte Interferenzmuster

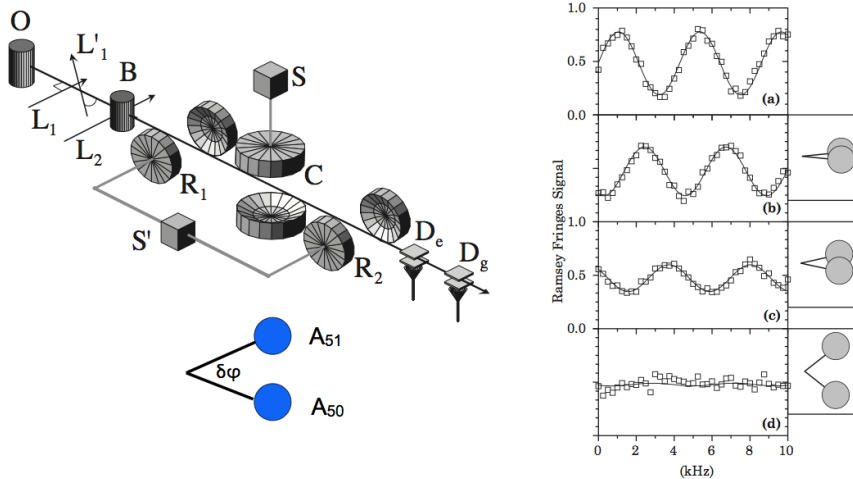
$$\rho_{12}(x) = |\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2 .$$

## Der gleitende Übergang zwischen Teilchen- und Wellenverhalten

Ein interessanter neuer Gesichtspunkt ist nun aber (und dies wird schon in den Feynman-Vorlesungen [4] diskutiert), dass es einen gleitenden Übergang zwischen den beiden Extremen (I) und (II) gibt. Wenn nämlich die Wellenlänge des Photons und der Spaltabstand etwa gleich groß sind, kann man nur ungefähre Aussagen machen, wie dies auch in der Fuzzy-Logik der Fall ist. Nehmen wir an, die Wahrscheinlichkeit für die richtige Zuordnung des Spaltes sei  $w$ , die für die falsche Zuordnung  $(1 - w)$ , so ergibt sich eine Verteilung der Form (siehe Feynman, Band 3)

$$\rho_{12}(x) = |\sqrt{w} \cdot \psi_1(x) + \sqrt{1-w} \cdot \psi_2(x)|^2 + |\sqrt{w} \cdot \psi_2(x) + \sqrt{1-w} \cdot \psi_1(x)|^2$$

und damit ein Interferenzmuster mit reduziertem Kontrast. Für  $w = 1$  tritt der obige Fall (I) ein, für  $w = 0,5$  der Fall (II). Dieser Übergangsbereich zwischen der klassischen Physik (gar keine Interferenz bei Teilchen) und der Quantenphysik (voll ausgeprägte Teilcheninterferenz) war den Gründungsvätern der Quantentheorie nicht bekannt. Hier liegt das Gebiet der heute viel untersuchten mesoskopischen Physik.



Links: Schema des Aufbaus von M. Brune und anderen zur Untersuchung des Grenzbereichs zwischen der Mikrowelt mit voll ausgeprägten Teilcheninterferenzen und der Makrowelt, in der es keine Teilcheninterferenzen gibt. Darunter werden die Phasenverschiebungen  $\pm\delta\varphi/2$  im Mikrowellenresonator C durch die Rydberg-Atome  $A_{51}$  mit Hauptquantenzahl  $n = 51$  und  $A_{50}$  mit  $n = 50$  gezeigt. Da nur wenige Mikrowellenphotonen im Resonator C vorhanden sind, gibt es eine gewisse Unschärfe in der Amplitude und Phase des Hochfrequenzfeldes, angedeutet durch die kreisförmigen Scheiben. Rechts: Die beobachteten Interferenzmuster für verschiedene präzise Identifikation des Hochfrequenz-Resonators  $R_1$  oder  $R_2$ , in dem der Übergang  $A_{51} \rightarrow A_{50}$  erfolgt. Bild (a): gar keine Identifikation ergibt maximalen Kontrast; Bilder (b) und (c): teilweise Identifikation ergibt Interferenzen mit reduziertem Kontrast; Bild (d): 100% sichere Identifikation lässt die Interferenzen völlig verschwinden. Nachdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. J.-M. Raimond und Prof. S. Haroche. Figures adapted with permission from [5]. Copyright 1996 by the American Physical Society.

Der Übergangsbereich ist in einem Experiment [5] von M. Brune und anderen erforscht worden. Die Teilchen sind hier Rubidium-Atome in einem hochangeregten Zustand, die Hauptquantenzahl beträgt  $n = 51$  (man nennt diese hochangeregten Atome *Rydberg-Atome*). Die mit  $A_{51}$  bezeichneten Atome durchlaufen zwei hintereinander angeordnete Hochfrequenz-Resonatoren  $R_1$  und  $R_2$ , in denen die Atome durch Einstrahlung einer Frequenz von  $f_0 = 51,099$  GHz vom Zustand ( $n = 51$ ) in den Zustand ( $n = 50$ ) überführt werden können. Am Detektor wird die Rate der  $A_{50}$ -Atome gemessen. Dies ist eine moderne Variante des Doppelspaltexperiments, denn



man kann nicht unterscheiden, ob der Übergang  $A_{51} \rightarrow A_{50}$  in  $R_1$  oder  $R_2$  erfolgt. Daher sind auch die typischen Interferenzen messbar, wenn man die eingestrahlte Hochfrequenz  $f$  ein wenig um  $f_0$  moduliert.

### Ein variabel einstellbares Messgerät

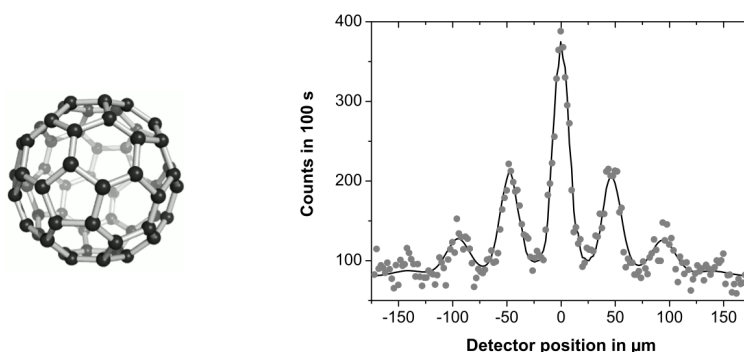
Das Besondere an dem Aufbau ist nun ein supraleitender Mikrowellenresonator C zwischen  $R_1$  und  $R_2$ , der als Messinstrument wirkt und die Rydberg-Atome  $A_{50}$  und  $A_{51}$  unterscheiden kann. Die Rydberg-Atome sind riesig verglichen mit Atomen im Grundzustand (der Radius der  $n$ -ten Bohrschen Bahn ist  $r_n = n^2 r_1 \approx 125$  nm für  $n = 50$ ) und besitzen ein sehr großes elektrisches Dipolmoment. Schon ein einzelnes Rydberg-Atom wirkt wie eine kleine dielektrische Kugel und kann den supraleitenden Mikrowellenresonator verstimmen und dadurch die Phase der Hochfrequenzwelle verschieben. Die Frequenz des Resonators  $f_C = f_0 + \Delta f$  wird so eingestellt, dass die Phase  $\varphi$  der Mikrowellenschwingung in C durch die  $A_{51}$ -Atome um  $+\delta\varphi/2$  verschoben wird und durch die  $A_{50}$ -Atome um  $-\delta\varphi/2$  (siehe die Abbildung). Der Grad der Verschiebung kann variiert werden, indem man  $\Delta f$  verändert. Damit erhält man ein einstellbares Messgerät zur mehr oder weniger deutlichen Unterscheidung der Zustände  $A_{50}$  und  $A_{51}$ . Übertragen auf unser Doppelspaltexperiment heißt das: man kann die Wahrscheinlichkeit  $w$  in der obigen Gleichung kontinuierlich zwischen  $w = 0,5$  (keine Unterscheidungsmöglichkeit der beiden Spalte) und  $w = 1$  (genaue Kenntnis des richtigen Spalts) variieren. Das Ergebnis des Brune-Experiments ist ebenfalls in der Abbildung gezeigt. Man kann sehr deutlich die Veränderungen des Kontrasts im Interferenzmuster erkennen. In der Tat findet man maximalen Kontrast für  $w = 0,5$  (keine Entscheidungsmöglichkeit), verminderten Kontrast für  $0,5 < w < 1$  und Verschwinden des Musters für  $w = 1$  (genaue Kenntnis des Spalts).

Ein hochinteressanter Aspekt dieses Experiments ist, dass es gar nicht darauf ankommt, die Phasenverschiebung im Mikrowellenresonator tatsächlich zu messen. Allein die Tatsache, dass dies im Prinzip möglich wäre, reicht aus, das Interferenzmuster zu beeinflussen oder sogar zu zerstören. Diese Erkenntnis geht weit über die Argumentation beim "Heisenberg-Mikroskop" hinaus: dort ist es der vom Photon auf das Elektron übertragene Rückstoßimpuls, der das Interferenzmuster zum Verschwinden bringt.

## Interferenzen mit großen Molekülen

Wie groß dürfen Objekte werden, um noch Interferenzen zu machen?

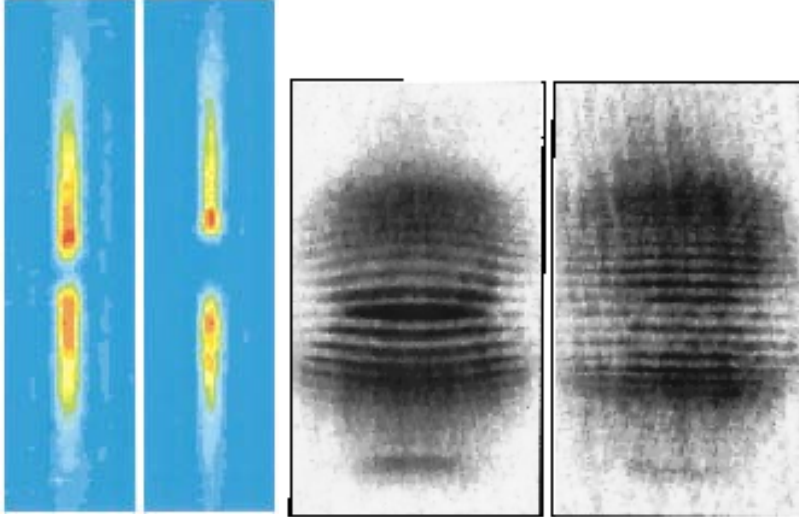
Sind Fußbälle erlaubt? Ja, aber nur Mini-Fußbälle:  $C_{60}$ -Fullerene



Links: das Fulleren  $C_{60}$ , das wie ein Fußball aussieht. Es ist innen hohl und hat einen Durchmesser von etwa 0,8 nm. Rechts: beobachtete Interferenzen mit  $C_{60}$ -Molekülen [6]. Abdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. M Arndt, Universität Wien. Copyright 2003 American Association of Physics Teachers, reproduced with permission.

## Bose-Einstein-Kondensation

### Makroskopische Interferenz von Materiewellen

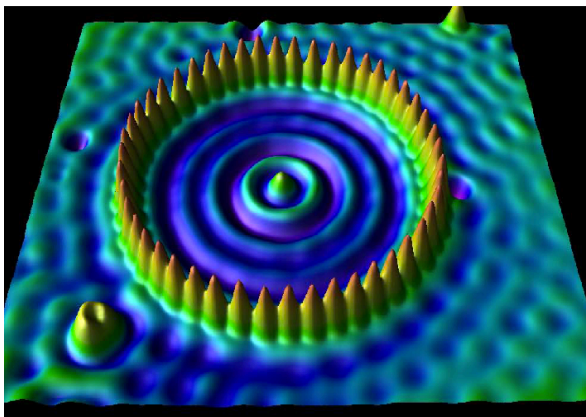


Linke Seite: Phasenkontrast-Aufnahmen von zwei getrennten Bose-Einstein-Kondensaten, bestehend aus Natrium-Atomen [7]. Die Breite der Kondensate beträgt etwa  $20\ \mu\text{m}$ . Rechte Seite: beobachtete Interferenzen bei der Überlappung der beiden Kondensate. Bildwiedergabe mit freundlicher Erlaubnis von Prof. Wolfgang Ketterle und Science. Copyright 1997 AAAS.

### Der Quantenpferch (Don Eigler, IBM)

#### Wellennatur der Elektronen direkt sichtbar gemacht

abgetastet mit Raster-Tunnelmikroskop



Eine stehende Elektronenwelle innerhalb eines Ringes von 48 Eisenatomen auf einer Kupferoberfläche. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Dr. Don Eigler, IBM-Forschungslabor Almaden. Image originally created by IBM Corporation.

### 3. Die Schrödinger-Gleichung mit Anwendungen

$$E = \hbar\omega \quad \text{Max Planck} \quad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad \text{Louis de Broglie}$$

$$E = \hbar\omega \quad \text{und} \quad p = \hbar k$$

ebene Welle  $\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$

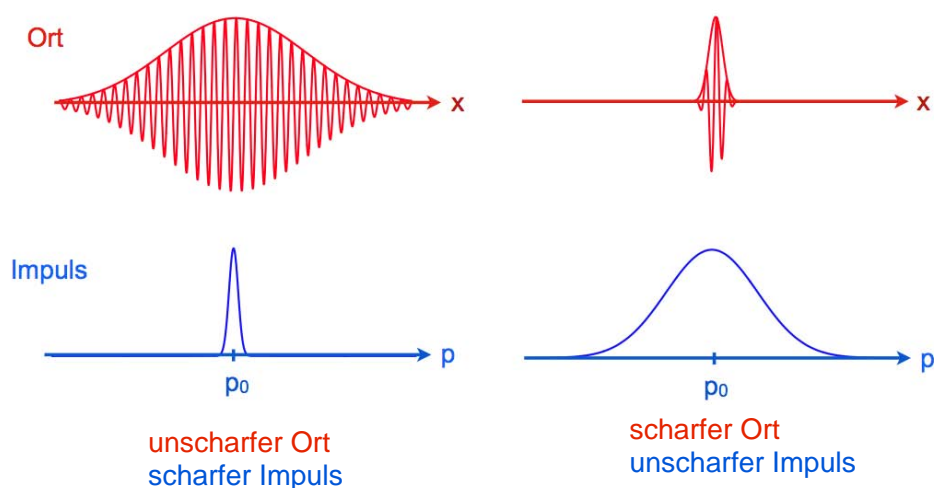
Energie- und Impulsoperator  $\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}.$

#### Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi(x, t)$$

#### Die Unschärfe-Relation von Werner Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$



## Der Tunneleffekt

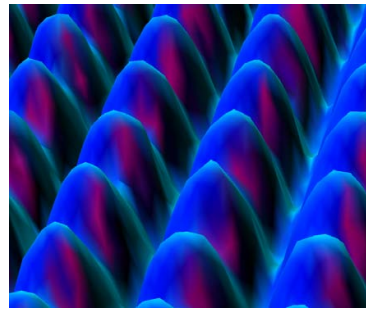
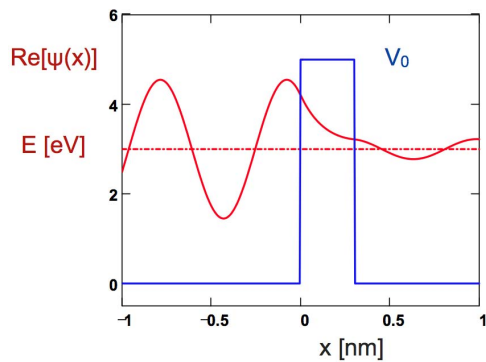
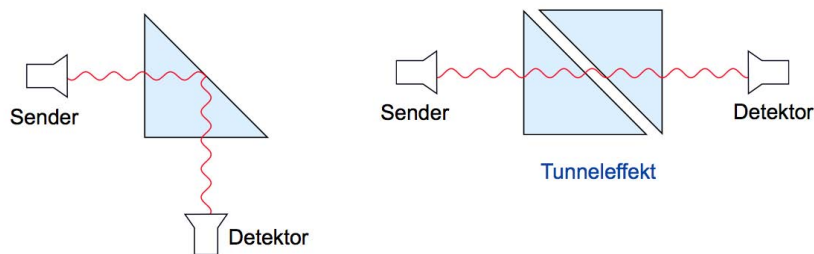


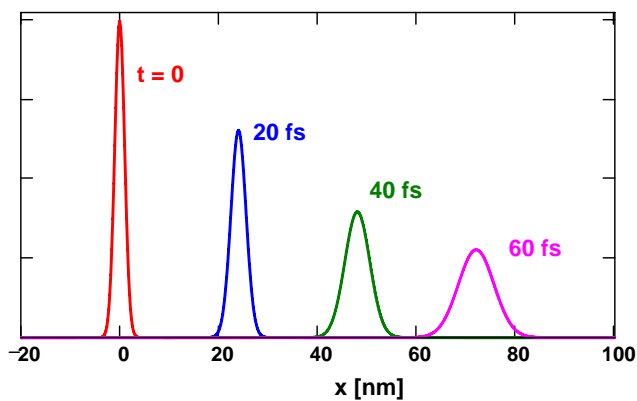
Abbildung 3.9 Die Oberfläche eines Nickel-Einkristalls, abgetastet mit einem Rastertunnelmikroskop. (Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Don Eigler, IBM-Forschungslabor Almaden. Image originally created by IBM Corporation.)

## Demonstration des Tunneleffekts mit Mikrowellen



## Beschreibung eines freien Elektrons durch ein Wellenpaket Anfangsbreite 1 Nanometer

$$\sigma_0 = 1 \text{ nm}, E = 4 \text{ eV}$$



Das "Zerfließen" des Wellenpakets ist ein ernsthaftes Problem, vor dem Schrödinger kapitulierte. Lösung wurde erst um 1980 gefunden.

**Nach 1 Sekunde hat das Wellenpaket eine Breite von  $\sigma = 58$  Kilometern!**

Die Lösung des Rätsels findet man in Ref. [1], S. 156-157.

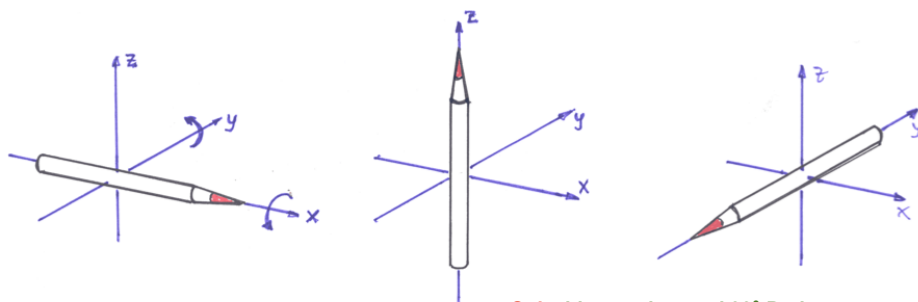
# Atomphysik

## Warum sind die Komponenten des Drehimpuls-Operators nicht vertauschbar?

Man kann es nachrechnen, es gibt aber auch einen anschaulichen Grund

### Nichtvertauschbarkeit räumlicher Drehungen

#### klassische Physik



Quiz: hier werden zwei 90°-Drehungen gemacht. Frage: in welcher Reihenfolge?

#### Quantentheorie

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z, \quad [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x, \quad [\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y.$$

## Atombau und Spektrallinien

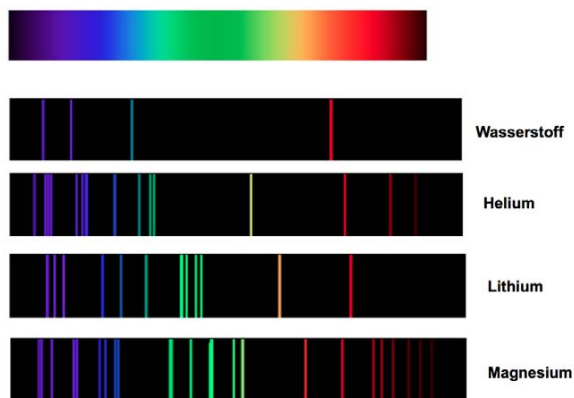


Abbildung 1.12 Das kontinuierliche Spektrum des Sonnenlichts und die sichtbaren Spektrallinien von Wasserstoff, Helium, Lithium und Magnesium.

### Radialgleichung des H-Atoms für Bahndrehimpuls $l=0$

$$R'' + \frac{2}{r} R' + \frac{c_1}{r} R + c_2 R = 0 \quad \text{mit} \quad c_1 = \frac{2m_e e^2}{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}, \quad c_2 = \frac{2m_e}{\hbar^2} E$$

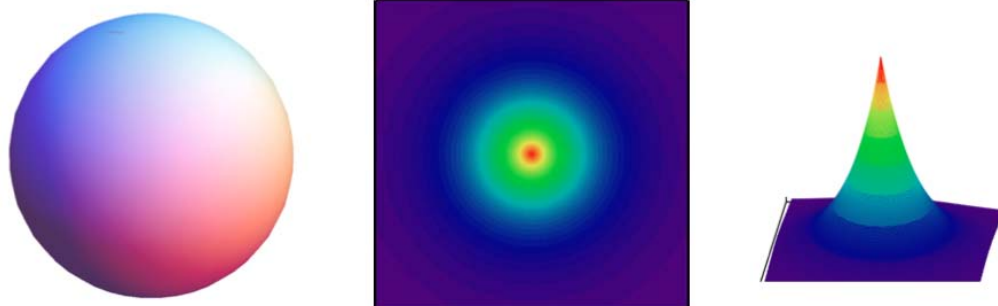
Als einfachste Lösung erweist sich die Exponentialfunktion

$$R(r) = e^{-r/a_0}$$

Dies  $R(r)$  ist (bis auf den Normierungsfaktor) die Wellenfunktion  $\psi_{100}$  des Grundzustands mit der Energie  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ .

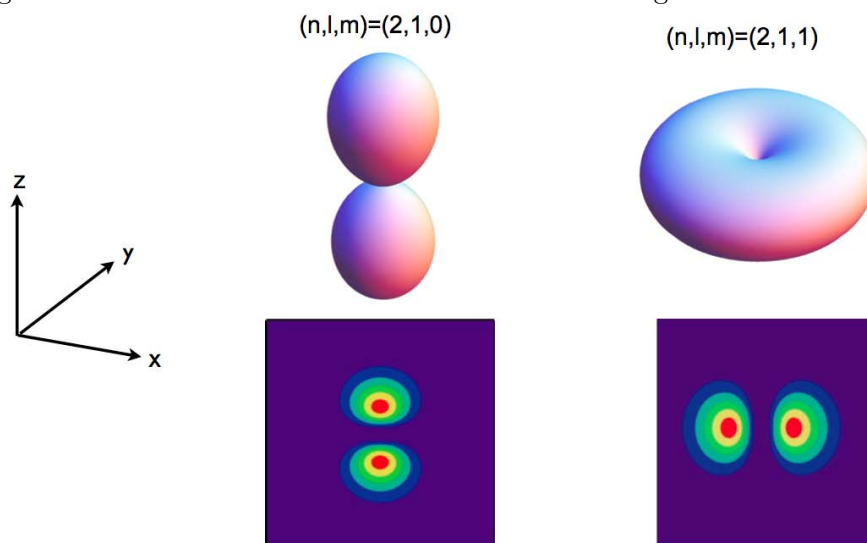
## Räumliche Verteilung der Ladungsdichte im H-Atom

Die s-Zustände mit Bahndrehimpuls  $l = 0$  sind kugelsymmetrisch, und die Wahrscheinlichkeitsdichte hat ihr Maximum bei  $r = 0$ , also wenn sich das Elektron genau am Ort des Atomkerns befindet.



Die räumliche Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi_{100}(x, y, z)|^2$  im Grundzustand des H-Atoms. Links: Winkelverteilung von  $|Y_{00}|^2$ . Mitte:  $|\psi_{100}(x, 0, z)|^2$  ist in einer Farbcodierung in der  $xz$ -Ebene aufgetragen. Die Farbcodierung ist so gewählt, dass rot hohe Werte bedeutet, blau-violett niedrige Werte. Rechts: die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi_{100}(x, 0, z)|^2$  als Funktion von  $x$  und  $z$ .

Für größere Werte von  $n$  und  $l$  sind die Winkelverteilungen nicht mehr kugelsymmetrisch.



Bilder der  $2p$ -Zustände des Wasserstoffatoms. Die oberen Bilder zeigen die Winkelverteilungen der  $2p$ -Zustände, links für die Quantenzahlen  $(n, l, m) = (2, 1, 0)$ , rechts für  $(n, l, m) = (2, 1, 1)$ . Darunter sind die Wahrscheinlichkeitsdichten  $|\psi_{210}(x, 0, z)|^2$  und  $|\psi_{211}(x, 0, z)|^2$  in einer Farbcodierung in der  $xz$ -Ebene aufgetragen.

## Leistungen und Grenzen des Bohr'schen Atommodells

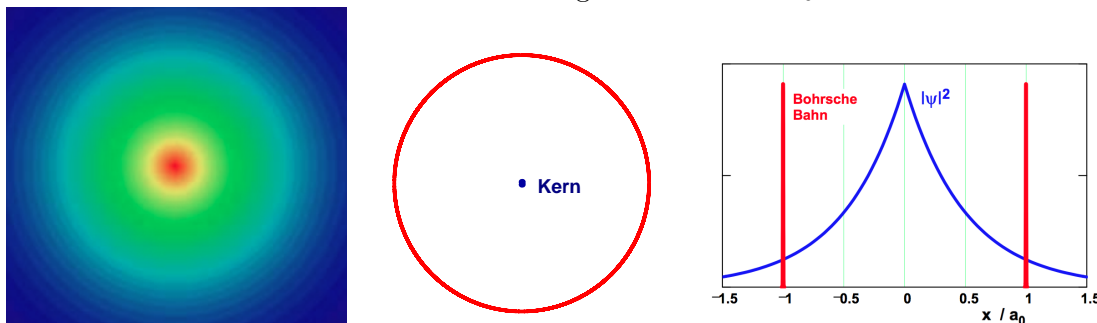
Aus heutiger Sicht ist das Bohr'sche Atommodell falsch, denn es beruht auf der Annahme, dass das Elektron den Atomkern auf wohldefinierten Bahnen umkreist. Bei der Diskussion des Doppelspaltexperiments haben wir aber gesehen, dass es unzulässig ist, von einer Bahnkurve in atomaren Dimensionen zu sprechen. Aus der Unschärferelation ergibt sich, dass man den Ort des Elektrons nur mit einer Unsicherheit festlegen kann, die in der Größenordnung des Atomdurchmessers liegt, so dass die Angabe einer Bahn innerhalb des Atoms sinnlos wird. Trotz dieser grundsätzlichen Einwände (die 1913 unbekannt waren), hat das Bohr-Modell einen großen historischen Wert, denn es war ein entscheidender Schritt auf dem Weg zu der korrekten Atomtheorie.

Niels Bohr hat zwei wesentliche neue Aspekte in die Physik eingebracht, die - in leicht abgewandelter Form - auch heute noch Gültigkeit haben:

- (1) es gibt stationäre Zustände im Atom, in denen das Elektron keine Strahlung emittiert;
- (2) Strahlung wird genau dann emittiert oder absorbiert, wenn das Elektron von einem stationären Zustand in einen anderen übergeht.

Die dritte Neuerung im Vergleich zur klassischen Physik ist die Quantisierung des Bahndrehimpulses, die allerdings in der Quantenmechanik komplizierter ist als im Bohr-Modell. Insbesondere haben der Grundzustand  $1s$  und die angeregten Zustände  $2s$ ,  $3s$ ,  $4s$ ,... einen Bahndrehimpuls null, was im Planetenmodell des H-Atoms unmöglich ist.

Die großen Unterschiede zwischen dem Schrödinger-Bild des Atoms und dem Bohr'schen Atommodell erkennt man in der folgenden Abbildung. Im Schrödinger-Bild besteht für das Elektron eine große Wahrscheinlichkeit, direkt am Ort des Atomkerns gefunden zu werden, während es im Bohr'schen Atommodell immer einen relativ großen Abstand  $a_0$  vom Kern hat.



Links: Bild des Wasserstoffatoms im Grundzustand in der Schrödingertheorie. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi_{100}(x, y, z)|^2$  wird für  $y = 0$  als Funktion von  $x$  und  $z$  gezeigt. Das Maximum liegt bei  $x, y, z = 0$ , also genau im Atomkern. Mitte: die ( $n = 1$ )-Kreisbahn im Bohr'schen Atommodell. Rechts: Schnitt durch das H-Atom entlang der  $x$ -Achse. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi_{100}(x, 0, 0)|^2$  als Funktion von  $x/a_0$  für  $y = z = 0$ . Gezeigt wird auch die Lage der Bohr-Kreisbahn.

Wie kann man die befremdliche Vorhersage der Quantentheorie prüfen, dass das Elektron mit großer Wahrscheinlichkeit direkt am Ort des Atomkerns gefunden werden kann? Dafür sind zwei Systeme geeignet, die dem Wasserstoffatom ähneln: man kann den Kern durch ein Positron ersetzen, oder man kann das Elektron durch ein Antiproton ersetzen. Diese aus Teilchen und Antiteilchen bestehenden gebundenen Systeme, Positronium und Antiprotonium, besitzen praktisch die gleichen Wellenfunktionen und Energieniveaus wie das H-Atom, man muss nur in den jeweiligen Gleichungen die Elektronenmasse  $m_e$  durch die reduzierte Masse  $m_{\text{red}}$  ersetzen. Im Fall des Positroniums  $e^+e^-$  ist  $m_{\text{red}} = m_e/2$ , die Energie des Grundzustands ist daher  $-13,6 \text{ eV}/2 = -6,8 \text{ eV}$ . Teilchen und Antiteilchen können sich gegenseitig annihilieren, wenn

sie einander sehr nahe kommen. Bei der Elektron-Positron-Annihilation entstehen, je nach Spineinstellung, zwei oder drei  $\gamma$ -Quanten, bei der Proton-Antiproton-Annihilation entstehen mehrere  $\pi$ -Mesonen. Experimentell wird beobachtet, dass Positronium und Antiprotonium beide nur begrenzte Lebensdauer haben und durch Annihilation verschwinden. Die Annihilation kann nur bei extrem kleinen Abständen eintreten. Im Bohr'schen Atommodell sind die Abstände viel zu groß dafür.

## Die zwei Aspekte der Quantentheorie:

- (1) Eine unglaubliche Präzision bei der Berechnung statischer Eigenschaften
- (2) Bei Quantenübergängen können nur statistische Aussagen gemacht werden

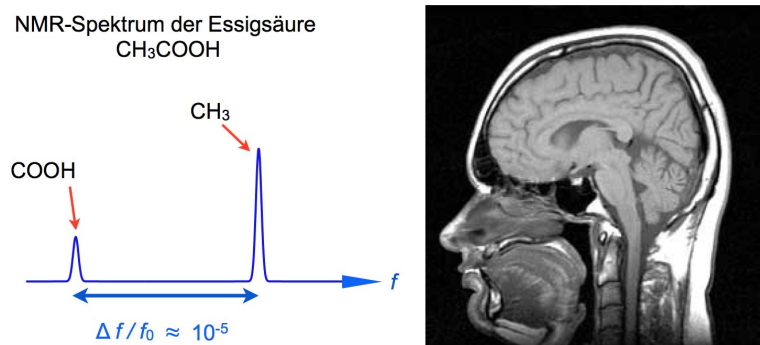
Die Quantentheorie ist präzise bei der Berechnung von *statischen Eigenschaften*; dies sind z.B. die Energieniveaus in einem Atom, das magnetische Moment des Elektrons, die Energiebänder in Halbleitern und vieles mehr. Für atomare Übergänge, radioaktive Zerfälle oder die Streuung von Teilchen an Atomkernen erlaubt die Theorie die präzise Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten (oder Wirkungsquerschnitte). Sobald es aber darum geht vorherzusagen, in welchem Interferenzmaximum des Doppelspaltexperiments ein Elektron seinen "Treffer" macht, um welchen Winkel ein  $\alpha$ -Teilchen bei der Rutherfordstreuung an einem Atomkern abgelenkt wird, zu welchem genauen Zeitpunkt sich ein Poloniumkern durch  $\alpha$ -Zerfall in einen Bleikern umwandeln wird, versagt die Quantentheorie völlig. Es sind nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich. Die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  gibt an, wann von sehr vielen Po-Kernen die Hälfte zerfallen ist. Bei einer großen Anzahl kann man recht genaue Vorhersagen machen, wobei allerdings statistische Schwankungen auftreten. Haben wir am Anfang 20 000 Kerne, so wissen wir, dass nach Ablauf einer Halbwertszeit  $10000 \pm 100$  zerfallen sind. Bei individuellen Poloniumkernen ist unsere Vorhersagekraft null.

## Magnetische Momente von Elektron und Proton

Die unglaubliche Präzision der Quantentheorie

$$\mu_e = 1,00115965218073 \mu_B$$

Die praktische Anwendung: Kernspin-Tomografie



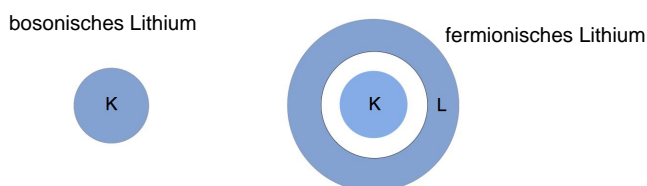
Links: magnetische Kernresonanz mit Essigsäure. Rechts: Kernspin-Tomografie eines menschlichen Kopfes. (Aus Wikipedia, Wiedergabe unter der GNU-Lizenz für freie Dokumentation).



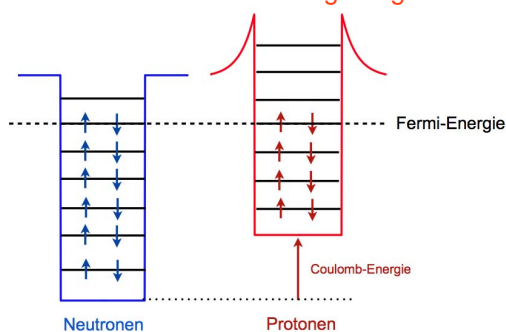
Die Erkenntnis, dass es unmöglich ist exakt vorherzusagen, wann ein Quantenübergang eintritt, hat vielen Physikern des frühen 20. Jahrhunderts großes Unbehagen bereitet, der berühmteste war Albert Einstein. Die Quantenmechanik und die Wahrscheinlichkeitsinterpretation haben sich jedoch als äußerst erfolgreich erwiesen und alle bisherigen experimentellen Tests bestanden. Daher ist es angebracht, die unanschaulichen Aspekte dieser Theorie (Teilchen-Welle-Dualismus) und den Indeterminismus zu akzeptieren. Es gibt keine bessere Theorie!

## Eine Welt ohne Pauli-Prinzip? Lieber nicht!

- 1) Alle Elektronen würden in die K-Schale gehen, schwere Atome wären sehr klein, **Materie wäre extrem dicht**



- 2) Noch viel schlimmer: in schweren Atomkernen würden sich alle Protonen durch Beta-Zerfall in Neutronen umwandeln: **es gäbe gar keine schweren Atome**



25

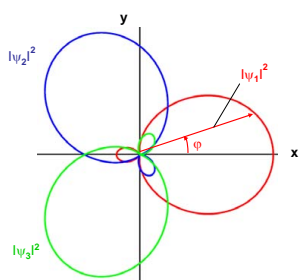
## Das Superpositionsprinzip

Beispiel: Hybridwellenfunktionen des C-Atoms

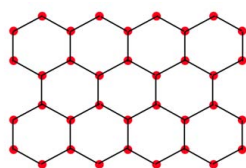
$$\psi_1(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( s + \sqrt{2} p_x(\theta, \varphi) \right),$$

$$\psi_2(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( s - \sqrt{\frac{1}{2}} p_x(\theta, \varphi) + \sqrt{\frac{3}{2}} p_y(\theta, \varphi) \right)$$

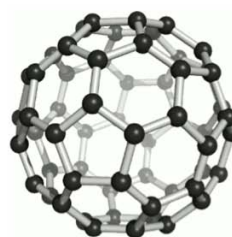
$$\psi_3(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( s - \sqrt{\frac{1}{2}} p_x(\theta, \varphi) - \sqrt{\frac{3}{2}} p_y(\theta, \varphi) \right)$$



Graphen



C<sub>60</sub>



## 4. Verschränkung, Nichtlokalität der Quantenmechanik Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

### Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

**Schlussfolgerung von EPR: nein**  
**Antwort von Niels Bohr: ja**

Sichtweise von Einstein: die Quantenmechanik ist nicht die endgültige Theorie, es muss eine **tiefer liegende deterministische Theorie** geben. Dies wäre eine Theorie mit **verborgenen Variablen** (hidden variables).

EPR betrachteten Korrelationen zwischen zwei weit voneinander entfernten Objekten, die durch eine **verschränkte** Wellenfunktion beschrieben werden.

Eine Messung an Objekt 1 hat eine **instantane** Auswirkung auf die Messung an Objekt 2. Die Relativitätstheorie scheint außer Kraft gesetzt.

Albert Einstein hielt diese **"spukhafte Fernwirkung"** für absurd.

Er glaubte deshalb an die Existenz einer uns verborgenen deterministischen Theorie, welche die Korrelation erklären kann.

**Niels Bohr hingegen war von der Richtigkeit der Quantentheorie überzeugt.**

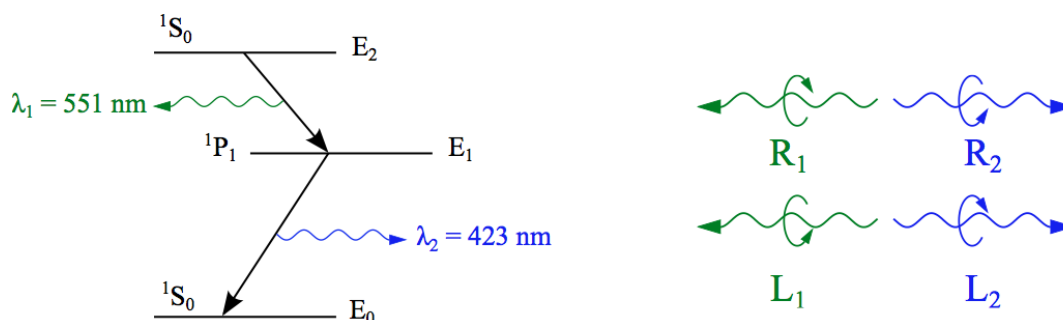
Die Kontroverse zwischen Einstein und Bohr war letztlich philosophischer Natur und konnte durch theoretische Argumente nicht geklärt werden.

Es ist das Verdienst von John Bell, die Entscheidung zwischen den zwei Denkmöglichkeiten aus dem Bereich der Philosophie in den Bereich der Experimentalphysik verlegt zu haben.

Wenn es eine tiefer liegende deterministische Theorie gibt, muss die **Bell'sche Ungleichung** erfüllt sein (siehe z.B. Ref. [1], Anhang E.2).

## Verschränkte Photonen aus der Strahlungskaskade von Calcium

Ein Ausschnitt aus dem Niveauschema des Ca-Atoms wird in der Abbildung gezeigt. Der direkte optische Übergang  $E_2 \rightarrow E_0$  wäre ein  $(0 \rightarrow 0)$ -Übergang und würde den Drehimpulssatz verletzen, da Photonen den Spin 1 haben; er ist daher strikt verboten. Möglich ist der Kaskadenübergang  $E_2 \rightarrow E_1 \rightarrow E_0$  unter Emission zweier Photonen. Die Drehimpulserhaltung bedingt, dass diese Photonen zirkular polarisiert sind. Wenn man das Experiment so aufbaut, dass die in diametral entgegengesetzte Richtungen emittierten Photonen nachgewiesen werden, so haben die beiden Photonen die gleiche Zirkularpolarisation: beide sind rechtszirkular oder beide linkszirkular. Der Zweiphoton-Zustand ist  $|\psi(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R_1\rangle|R_2\rangle + |L_1\rangle|L_2\rangle)$ .

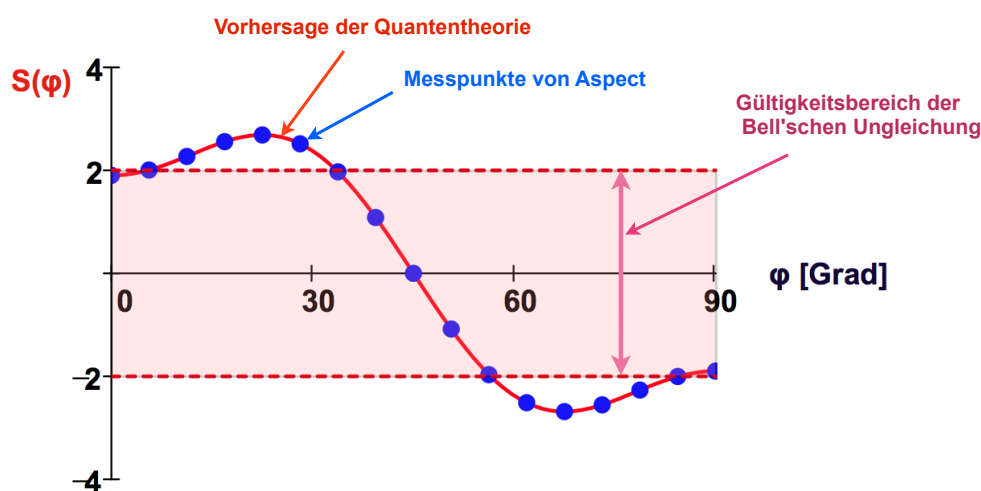


Im Experiment misst man lineare Polarisation. Umgerechnet in lineare Polarisation lautet der Zweiphoton-Zustand

$$|\psi(1,2)\rangle \frac{1}{\sqrt{2}} (|X_1\rangle|X_2\rangle - |Y_1\rangle|Y_2\rangle) .$$

Dies ist ein verschränkter Zustand. Die beiden Photonen sind in ihrer Polarisation verkoppelt, entweder sind beide in  $x$ -Richtung polarisiert oder beide in  $y$ -Richtung. Erst zum Zeitpunkt der Messung entscheidet sich, welche Polarisationsebene sie einnehmen.

### Gemessene Korrelationsfunktion von Alain Aspect



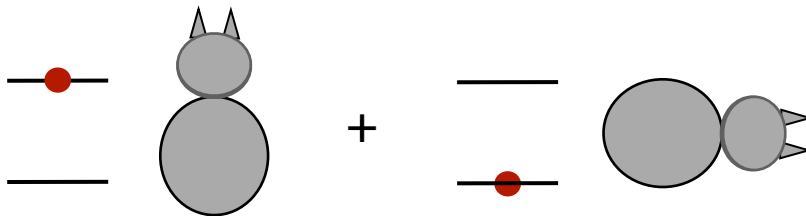
*Experimenteller Nachweis der Verletzung der Bell'schen Ungleichung. Rote Kurve: die quantenmechanisch berechnete Funktion  $S(\varphi)$ . Blaue Punkte: Lage der Messpunkte im Experiment von Aspect et al. [8]. In dem rosa schattierten Wertebereich ist die Bell'sche Ungleichung erfüllt. (Gezeichnet mit freundlicher Genehmigung nach einer Abbildung von Prof. Alain Aspect).*

Mit den Worten von Alain Aspect [9]: *The experimental violation of Bell's inequality confirms that a pair of photons separated by hundreds of metres must be considered a single non-separable object - it is impossible to assign local physical reality to each photon.*

Es ist unmöglich, das sehr vernünftig erscheinende Bild Einsteins aufrecht zu erhalten, in dem die Korrelationen zwischen entfernten Teilchen (oder Quanten) dadurch erklärt werden, dass ihre Eigenschaften an der gemeinsamen Quelle festgelegt werden und dann als verborgene Parameter von den wegfliegenden Teilchen mitgeführt werden. Die Quantenmechanik kann die seltsamen Beobachtungen perfekt erklären, der Preis ist jedoch hoch: die Quantenmechanik ist notwendigerweise eine **nichtlokale Theorie**. Für mich ist die Nichtlokalität ein viel skurrilerer Aspekt der Quantenmechanik als die Teilchen-Welle-Komplementarität.

## Schrödinger's Katze

In Schrödinger's Gedankenexperiment wird eine Katze zusammen mit einem instabilen Atomkern in einen geschlossenen Kasten gesperrt. Der radioaktive Zerfall des Atomkerns werde von einem Geigerzähler detektiert und dadurch werde Giftgas freigesetzt, welches die Katze tötet. Gemäß der Quantenmechanik befindet sich der Atomkern in einer Superposition des Anregungs- und Grundzustands. Demnach sollte sich auch die Katze in einem Superpositionszustand zwischen lebendig und tot befinden, siehe das Bild. Diese Konsequenz der Quantenmechanik erschien Schrödinger absurd, denn niemand würde ernsthaft behaupten wollen, eine Katze könne einen Schwebezustand zwischen lebendig und tot einnehmen, wobei die Entscheidung, ob die Katze lebendig oder tot ist, solange offen gehalten wird, bis ein Beobachter den Deckel des Kastens öffnet.



**Schrödinger's-Katze (frei nach Serge Haroche)**

Andererseits muss man bedenken, dass makroskopische Objekte wie Katzen aus Atomen aufgebaut sind, die jedes für sich der Quantenmechanik gehorchen und auch der Verschränkung unterworfen sein können. Es bleibt demnach die wichtige Frage: warum und auf welche Weise verschwinden die Skurrilitäten der Quantenmechanik in großen Systemen?

## Dekohärenz

In großen Systeme tritt eine Dekohärenz auf, die quantenmechanische Superpositionseffekte sehr rasch zum Verschwinden bringt. Die "Umgebung" hat einen signifikanten Einfluss auf die Dekohärenz. Man kann eine Katze nicht völlig von ihrer Umgebung isolieren und beispielsweise in einen Vakuumbehälter stecken, denn dann würde sie auch ohne die Giftkapsel sterben. Daher treffen die Moleküle der Luft auf die Katze und reduzieren die Interferenzeffekte. Man kann die Katze auch nicht in einen Flüssig-Helium-Kryostaten sperren, um die thermische 300-Kelvin-Strahlung zu unterdrücken, und so treffen die zahlreichen Photonen dieser Strahlung auf das Tier. Durch die unvermeidliche Wechselwirkung mit der Umgebung sickert unweigerlich Information über das Quantensystem in die Umgebung mit der Konsequenz, dass die Quantenkohärenz beeinträchtigt wird. Genauere Analysen zeigen, dass die Dekohärenzzeit ganz rapide mit wachsender Systemgröße abnimmt. In makroskopischen Systemen sind die störenden Pro-

zesse so effektiv, dass die Quantenkohärenz in unmessbar kurzer Zeit verschwindet. Was ist die Konsequenz?

*Eine Katze kann nicht in einem verschränkten Zustand existieren, vielmehr ist sie - genau wie in der klassischen Physik - entweder lebendig oder tot, aber nicht beides gleichzeitig.*

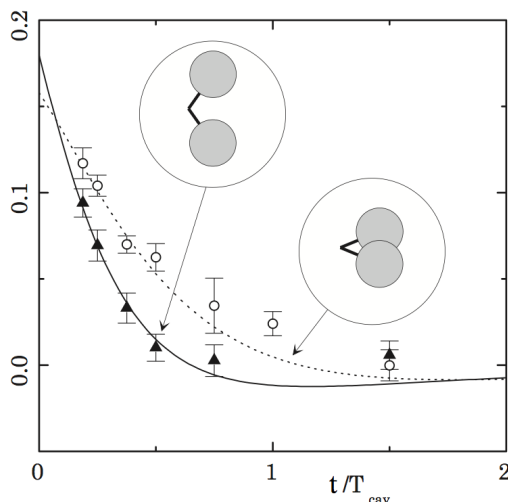
Wir können feststellen, dass die Quantenmechanik nach heutigen Erkenntnissen das Schrödinger'sche Gedankenexperiment unbeschadet "überstanden" hat.

### Messung einer Dekohärenzzeit

In einem hervorragenden Artikel [10] beschreibt Serge Haroche ein Experiment zur Dekohärenz in einem *mesoskopischen System*. Mesoskopische Systeme liegen in ihrer Größe zwischen mikroskopischen Systemen (Atomen) und makroskopischen Systemen (Katzen). Es wird ein "Schrödinger-Kätzchen" (*Schrödinger kitten*) realisiert, das aus wenigen verschränkten Mikrowellenphotonen in einem supraleitenden Mikrowellenresonator besteht. Das Experiment ist sehr anspruchsvoll, sowohl im theoretischen Hintergrund als auch in der praktischen Realisierung. Die benutzte Apparatur habe ich bereits auf Seite 8 gezeigt. Ein erstes Rubidium-Atom erzeugt einen verschränkten "Schrödinger-Katzen-Zustand" in dem supraleitenden Resonator, ein zweites, mit zeitlicher Verzögerung folgendes Atom tastet ab, ob die Verschränkung noch vorhanden ist oder ob inzwischen ein Übergang in ein inkohärentes Gemisch von Zuständen eingetreten ist. Durch Variation der Verzögerung kann die Dekohärenzzeit gemessen werden, sie genügt der Formel

$$t_{\text{decoh}} = T_{\text{cav}}/\bar{n},$$

wobei  $T_{\text{cav}} = 160 \mu\text{s}$  die Dämpfungszeitkonstante der Resonatorschwingung ist und  $\bar{n}$  die mittlere Zahl der Mikrowellenphotonen. Eine Messung wird unten gezeigt. Für  $\bar{n} = 3$  ergibt sich eine Dekohärenzzeit von etwa  $50 \mu\text{s}$ . Im makroskopischen Fall  $\bar{n} \gg 1$  wird die Dekohärenzzeit unmessbar klein: die Dekohärenz einer realen Katze erfolgt instantan.



*Gemessene zeitliche Abnahme der Kohärenz in dem "Schrödinger-Kätzchen-Experiment" von Brune et al. [5]. Die Dekohärenzzeit beträgt etwa  $50 \mu\text{s}$ . Die Abbildung wird in dem oben genannten Physics-Today-Artikel von S. Haroche [10] diskutiert. Nachdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. J.-M. Raimond und Prof. S. Haroche. Figure adapted with permission from [5]. Copyright 1996 by the American Physical Society.*

# Literaturverzeichnis

- [1] Peter Schmüser, *Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 1, Quantenmechanik*, Springer 2012
- [2] Akira Tonomura, *Electron Holography*, Springer 1994
- [3] Helmut Rauch, *Neutronen-Interferometrie: Schlüssel zur Quantenmechanik*, Physik in unserer Zeit, 29. Jahrg. 1998, Nr. 2
- [4] Richard. P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley 1965. Deutsche Ausgabe: *Vorlesungen über Physik*, Oldenbourg 1991
- [5] M. Brune et al., *Observing the Progressive Decoherence of the “Meter” in a Quantum Measurement*, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996)
- [6] Olaf Nairz, Markus Arndt, and Anton Zeilinger, *Quantum interference experiments with large molecules*, Amer. Journ. of Physics, **71** (4) 319 (2003)
- [7] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, W. Ketterle, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, SCIENCE Vol. 275, 637 (1997)
- [8] Alain Aspect, *Bell’s theorem: the naive view of an experimentalist*, Vortrag bei einer Konferenz zum Gedenken an John Bell, Wien 2000
- [9] Alain Aspect, *Bell’s inequality test: more ideal than ever*, NATURE Vol. 398, 18 March 1999
- [10] Serge Haroche, *Entanglement, Decoherence and the Quantum/Classical Boundary*, Physics Today, July 1998