

Lehrstuhl für Thermodynamik  
Technische Universität München

# Fluiddynamik von Gas-Flüssigkeits-Gemischen in Kugelhähnen

Thomas Lex

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität München  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTOR – INGENIEURS  
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Johann Stichtlmair  
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer  
2. Univ.-Prof.(komm.L.) Dr.-Ing. Dietmar Hein, i.R.

Die Dissertation wurde am 29.04.2004 bei der Technischen  
Universität München eingereicht und durch die Fakultät für  
Maschinenwesen am 09.07.2004 angenommen.



*Es ist nicht genug zu wissen,  
man muss auch anwenden;  
es ist nicht genug zu wollen,  
man muss auch tun.*

Johann Wolfgang von Goethe



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Thermodynamik der Technischen Universität München. Allen, die zu ihrem Gelingen beigetragen haben, danke ich an dieser Stelle ganz herzlich.

Besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer, der ein stets interessierter und wohlwollender Doktorvater war und mir viele wertvolle und richtungsweisende Hinweise gab, die mir eine wertvolle Hilfe waren. Darüber hinaus möchte ich mich für das mir entgegengebrachte Vertrauen sowie für die Freiheit bei meiner wissenschaftlichen Arbeit wie auch bei meiner Lehrtätigkeit bedanken. Herrn Professor Dr.-Ing. Dietmar Hein danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates und Herrn Professor Dr.-Ing. habil Johann Stichlmair für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung.

Für die kollegiale Kommunikation sowie für die freundlichen Leihgaben von Wiremesh-Messtechnik möchte ich Herrn Dr.-Ing. H.M. Prasser vom Forschungszentrum Rossendorf herzlich danken. Mein Dank gilt auch Herrn Dr.-Ing. H. Austregesilo von der GRS, der mir bei den Simulationen hilfreich zur Seite stand.

Den Damen des Sekretariats Frau Helga Bassett und Frau Sigrid Schulz-Reichwald gebührt ebenfalls besonderer Dank. Ihre freundliche und hilfsbereite Art waren mir eine große Hilfe bei der Erledigung von Verwaltungsangelegenheiten. Weiterhin danke ich den Mitarbeitern der Lehrstuhlwerkstätten, ohne die experimentelles Arbeiten nicht möglich gewesen wäre. Den Studenten und wissenschaftlichen Hilfskräften sei für ihren Einsatz und die tatkräftige Unterstützung ebenfalls herzlich gedankt.

Besonderer Dank geht auch an meine Kolleginnen und Kollegen, zum einen für die fachliche Unterstützung, zum anderen aber auch für die freundschaftliche Atmosphäre am Lehrstuhl, die sich insbesondere in den wissenschaftlichen und auch nicht-wissenschaftlichen Gesprächen in der Kaffeeküche zeigte. Dabei möchte ich insbesondere meinen beiden Bürokollegen, Frau Edurne Carpintero und Herrn

René Schneider, sowie den Damen und Herren Dr. Christoph Bartscher, Dr. Jassin Fritz, Emad Gharaibah, Dr. Annett Hartmann, Fabian Hoseit, Dr. Martin Kröner, Stephan Pettinger, Marcus Pöschl und Dr. Markus Rothenwöhrer danken. Die gemeinsame Zeit am Lehrstuhl machte uns zu Freunden. Unsere fachlichen und insbesondere freundschaftlichen Gespräche sind für mich unvergesslich.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meiner Mutter Monika, Fred, Sebastian und Elisa bedanken, die mir durch ihre Zuneigung und ihren Zuspruch eine große Stütze während der Arbeit waren.

München, im August 2004

Thomas Lex

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Ausgangssituation . . . . .	1
1.2	Aufgabenstellung . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Adiabate Flüssigkeitsströmung . . . . .	5
2.1.1	Erhaltungsgleichungen . . . . .	5
2.1.2	Reibungs- und Formverluste . . . . .	7
2.1.3	Grundlagen der Armaturenströmung . . . . .	12
2.1.3.1	Druckverlustbeiwert eines Kugelhahns . . . . .	14
2.1.3.2	Armatur im Stellbetrieb . . . . .	15
2.2	Adiabate Gas-Flüssigkeits-Gemische . . . . .	19
2.2.1	Allgemeine Definitionen . . . . .	19
2.2.2	Erhaltungsgleichungen der Zweiphasenströmung . . . . .	21
2.2.2.1	Homogener Ansatz . . . . .	22
2.2.2.2	Heterogener gemischter Ansatz . . . . .	23
2.2.2.3	Heterogener separierter Ansatz . . . . .	24
2.2.3	Strömungsformen der horizontalen Gas-Flüssigkeitsströmung . . . . .	26
2.2.4	Lokaler volumetrischer Gasgehalt $\epsilon$ und Schlupf $s$ . . . . .	29
2.2.5	Druckverlust der Zweiphasenströmung . . . . .	30
2.2.5.1	Zweiphasenmultiplikator $\Phi$ . . . . .	31
2.2.5.2	Reibungsdruckverlust . . . . .	34
2.2.5.3	Formverlust an einer stufenartigen Erweiterung und Verengung . . . . .	35
2.2.6	Ausbreitung von Druckwellen . . . . .	38
2.2.7	Fazit . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Versuchsanlage und Messtechnik</b>	<b>41</b>
3.1	Aufbau der Versuchsanlage . . . . .	41
3.2	Messstrecke und Armatur (Kugelhahn) . . . . .	43
3.3	Messtechnik und Messdatenerfassung . . . . .	45
3.3.1	Flüssigkeits- und Luftmengenströme . . . . .	45
3.3.2	Temperatur . . . . .	46

3.3.3	Absolut- und Differenzdrücke . . . . .	47
3.3.4	Lokaler Gasgehalt . . . . .	47
3.3.5	Messdatenerfassung . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Feste Ventilstellungen</b>	<b>52</b>
4.1	Flüssigkeitsströmung . . . . .	52
4.1.1	Druckverlust in Abhängigkeit vom Öffnungs- verhältnis und der Geschwindigkeit . . . . .	53
4.1.2	Druckverlauf entlang der Messstrecke . . . . .	54
4.1.3	Bestimmung des Druckverlustbeiwertes $\zeta$ . . . . .	57
4.1.4	Modellierung des einphasigen Druckverlusts . . . . .	58
4.1.4.1	Beschreibung des Modells . . . . .	58
4.1.4.2	Einfluss der Einschnürung . . . . .	64
4.2	Gas-Flüssigkeitsströmung . . . . .	68
4.2.1	Phasenverteilung am Kugelhahn . . . . .	71
4.2.1.1	Virtuelle Seitenansicht der Zweiphasenströmung	71
4.2.1.2	Lokaler volumetrischer Gasgehalt . . . . .	75
4.2.1.3	Lokale mittlere Geschwindigkeiten . . . . .	83
4.2.1.4	Phasenschlupf . . . . .	87
4.2.2	Modellierung des zweiphasigen Druckverlustes . . . . .	90
4.2.3	Druckverluste des Kugelhahns . . . . .	95
4.2.3.1	Druckverlauf entlang der Messstrecke . . . . .	95
4.2.3.2	Druckverluste – Experiment und Modell – . . . . .	96
4.2.3.3	Zweiphasen-Multiplikator des Kugelhahns . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Dynamischer Stellbetrieb</b>	<b>108</b>
5.1	Simulation mit ATHLET . . . . .	109
5.1.1	Grundlagen . . . . .	109
5.1.2	Differenzialgleichungen . . . . .	110
5.1.3	Diskretisierung und Randbedingungen . . . . .	114
5.2	Ergebnisse von Experiment und Simulation . . . . .	115
5.2.1	Versuchsbedingungen . . . . .	115
5.2.2	Versuchsergebnisse . . . . .	116
5.2.3	Simulationsergebnisse . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>132</b>



<b>Literatur</b>	<b>135</b>
<b>A Bemaßung des Kugelhahns</b>	<b>143</b>
<b>B Berechnung des Öffnungsverhältnisses <math>\omega</math></b>	<b>143</b>

## Nomenklatur

### Lateinische Buchstaben

$a$	m/s	Schallgeschwindigkeit
$A$	m <sup>2</sup>	Fläche
$B$	–	Chisholm-Koeffizient
$D$	m	Rohrdurchmesser
$I$	kg m/s	Impuls
$\dot{I}$	N	Impulsstrom
$j$	m/s	Leerrohrgeschwindigkeit
$K$	–	Strömungsfaktor
$L$	m	Rohrlänge
$\dot{m}$	kg/(m <sup>2</sup> · s)	Massenstromdichte
$M$	kg	Masse
$\dot{M}$	kg/s	Massenstrom
$p$	N/m <sup>2</sup>	Druck
$R$	–	Modifizierter Zweiphasen-Multiplikator
$s$	–	Schlupf
$t$	s	Zeit
$\Delta t_S$	s	Schließzeit
$\Delta t_W$	s	Druckwellenlaufzeit
$U$	m	Umfang
$u$	J/kg	spezifische innere Energie
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen
$\dot{V}$	m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom
$v$	m <sup>3</sup> /kg	Spezifisches Volumen
$w$	m/s	Geschwindigkeit in Strömungsrichtung
$x$	–	Massenbezogener lokaler Gasgehalt
$\dot{x}$	–	Massenbezogener Strömungsgasgehalt
$z$	m	Längskoordinate
$\tilde{z}$	–	Dimensionslose Längskoordinate L/D
$z^*$	m	Virtuelle Längskoordinate
$\tilde{z}^*$	–	Virtuelle dimensionslose Längskoordinate L/D

## Griechische Buchstaben

$\varepsilon$	–	Volumetrischer lokaler Gasgehalt
$\dot{\varepsilon}$	–	Volumetrischer Strömungsgasgehalt
$\eta$	Pa · s	Dynamische Viskosität
$\lambda$	–	Rohrreibungsbeiwert
$\kappa$	–	Isentropenexponent
$\mu$	–	Kontraktionskoeffizient
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	Kinematische Viskosität
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\omega$	–	Öffnungsverhältnis der Armatur
$\Phi$	–	Zweiphasenmultiplikator
$\tau$	N/m <sup>2</sup>	Schubspannung
$\tau_S$	–	Dimensionslose Schließzeit

## Indices

1ph	Einphasig
2ph	Zweiphasig
A	Armatur
DF	Drift-Flux
e	Verengung
Exp	Experiment
F	Flüssigkeit
Fo	Gas-Flüssigkeits-Gemisch strömt als Flüssigkeit
G	Gas
h,hom	Homogen
het	Heterogen
JOU	Joukowsky
KV	Kontrollvolumen
S	Schließen bzw. Stellen des Ventils
R	Relativ
V	Verlust
VC	Vena Contracta
W	Wandreibung
ZR	Zwischenphasenreibung

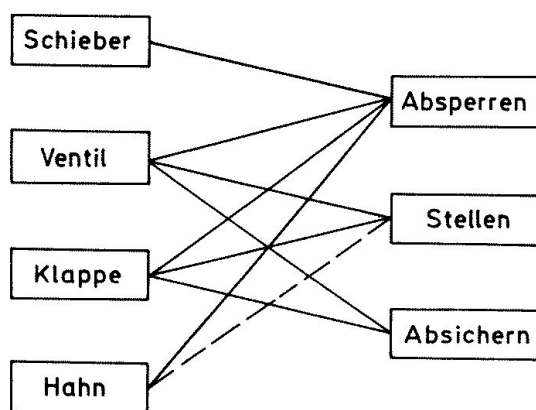


# 1 Einleitung

## 1.1 Ausgangssituation

Rohrleitungsarmaturen (lat. Armatura) sind unverzichtbare Ausrüstungen in Anlagen, in denen fluide Stoffe transportiert werden. Zu den wesentlichen Aufgaben der Armaturen gehört neben dem Absperrn und dem Regeln und Stellen von Fluidströmen die Bewältigung von Sicherheitsaufgaben, wie beispielsweise der Schutz technischer Systeme vor Überdruck. Um diesen Aufgaben gerecht zu werden, steht daher für jeden Einsatzzweck eine Vielzahl von unterschiedlichen Armaturen bzw. Ventiltypen zur Verfügung, deren konstruktive Gestaltung hinsichtlich der Strömungsführung ihrer spezifischen Aufgabe angepasst ist.

Hähne im Allgemeinen und Kugelhähne im Speziellen werden dabei, wie Abbildung 1 zeigt, zum Absperrn und Regeln von Strömungen eingesetzt. Aufgrund vielfältiger Vorteile [1], wie beispielsweise der Molchbarkeit, dem geringen Wartungsaufwand sowie den geringen Stellkräften bei hohem Dichtvermögen, sind Kugelhähne bewährte



**Abbildung 1:** Aufgabenstellung verschiedener Armaturen

und zuverlässige Stell- und Absperrarmaturen, insbesondere in Anlagen der Energie- und Verfahrenstechnik sowie bei der Förderung und dem Transport von Erdöl und Erdgas. Jedoch treten gerade in Anlagen dieser Industriezweige vorwiegend Strömungsgemische auf, die sich aus einem flüssigen und einem gasförmigen Anteil zusammensetzen. So werden beispielsweise bei der Off-Shore Erdölförderung zur Ausbeutung kleinerer Ölfelder, deren Druck im Vorkommen nicht ausreicht, um das Erdöl und Erdgas an die Oberfläche zu fördern, unterstützende Pumpstationen auf dem Meeresboden installiert [3]. Diese Pumpen fördern das Gemisch aus Öl, Seewasser und Gas [4] zur nächsten Verarbeitungsplattform bzw. zur Küste, wo das Gemisch gereinigt und in seine Bestandteile zerlegt wird. In der gesamten Förderkette liegt bis zur endgültigen Verarbeitung ein Gas-Flüssigkeitsgemisch vor. Die Kette setzt sich neben der Pumpe und den Rohren aus den verschiedensten Rohrleitungskomponenten zusammen.

Der Einfluss solcher Gas-Flüssigkeits-Gemische auf Anlagen und ihre integrierten Komponenten, wie Formstücke und Armaturen, ist sowohl quantitativ – hinsichtlich der Druckverluste sowie unterschiedlicher Phasengeschwindigkeiten – wie auch qualitativ – im Hinblick auf die Ausbildung von Strömungsformen – unterschiedlich zur reinen Flüssigkeits- oder reinen Gasströmung. Für die korrekte Auslegung und den sicheren Betrieb der Anlagen ist daher die Kenntnis der auftretenden Kräfte wie auch der zu erwartenden Druckverluste erforderlich. Vor allem Letztere gehen in die Bestimmung der Anlagenkennlinie ein, die wiederum zur exakten Dimensionierung von Pumpen und anderen Hilfsaggregaten benötigt wird. Zu groß ausgelegte Pumpen verursachen hohe Anschaffungskosten und einen ungünstigen Teillastbetrieb. Zu kleine Pumpen limitieren die Förderkapazität.

Der umfassenden und möglichst exakten Bestimmung der Anlagenkennlinie kommt daher eine besondere Bedeutung zu. Das charakteristische Verhalten einer Anlage, das durch die Anlagenkennlinie beschrieben wird, wird wesentlich durch die auftretenden Ver-

luste in Form von Rohrreibungs- und Umlenkverlusten gekennzeichnet. Für einphasige Strömungen ist das Verlustverhalten der wichtigsten Rohrleitungskomponenten, wenn nicht physikalisch fundiert, dann aufgrund empirischer Untersuchungen weitestgehend bekannt [5]. Für zweiphasige Strömungen dagegen sind sowohl die Modelle als auch die Datenbasis, auf die sich diese stützen, äußerst lückenhaft [1][6]. Um jedoch eine Anlage für einen wirtschaftlichen zweiphasigen Betrieb auslegen zu können, sind entsprechende Methoden zur exakten Abschätzung des qualitativen wie quantitativen Verhaltens des Gas-Flüssigkeits-Gemisches bei Strömung durch Rohrleitungskomponenten unverzichtbar. Insbesondere für Kugelhähne sind dabei genaue Prognosen über die zu erwartenden Druckverluste notwendig. Wobei ihre Verlustcharakteristik nicht allein von der jeweiligen Ventilstellung, sondern auch von der vorherrschenden Strömungsform des Gas-Flüssigkeits-Gemisches geprägt ist. Dabei spielen jedoch nicht nur feste Ventilstellungen eine Rolle. Auch der Einfluss der dynamischen Stellbewegung des Ventils ist für die Auslegung von Rohrleitungssystemen von Interesse. Vor allem das moderate, langsame Schließen bzw. Stellen des Kugelhahns wurde im Gegensatz zum Schnellschluss für Gas-Flüssigkeits-Gemische bisher noch nicht untersucht.

## 1.2 Aufgabenstellung

Zu den wesentlichen Zielen dieser Arbeit gehört einerseits die auf experimentellen Untersuchungen basierende, physikalisch fundierte Entwicklung eines neuen Ansatzes zu Berechnung des Druckverlustes an einem zweiphasig durchströmten Kugelhahn. Andererseits soll die Übertragbarkeit dieses Ansatzes auf dynamische Stellbewegungen sowohl theoretisch mit Hilfe des Systemcodes ATHLET als auch experimentell untersucht und überprüft werden.

Hierfür wird zunächst mittels einphasiger Experimente bei reiner adiabater Flüssigkeitsströmung (Modellfluid: Wasser) das Verlustverhalten des Kugelhahns studiert, um in einem nächsten Schritt ein

auf den Erhaltungsgleichungen basierendes eindimensionales Modell zu entwickeln. Aufbauend auf den einphasigen Untersuchungen und unterstützt durch geeignete Experimente bei adiabater Gas-Flüssigkeitsströmung (Modellfluide: Wasser/Luft) wird im Anschluss das einphasige Modell auf zweiphasige Strömungen erweitert. Überdies wird der Einfluss des Kugelhahns auf die Phasenverteilung und somit auf die Phasengeschwindigkeiten veranschaulicht. In einem weiteren Schritt wird das entwickelte zweiphasige Druckverlustmodell des Kugelhahns in den Systemcode ATHLET implementiert, um die Anwendbarkeit dieses statischen Modells auf dynamische Stellvorgänge mittels Simulation zu untersuchen. Die Ergebnisse der Rechnungen werden durch geeignete Experimente überprüft.

Für das allgemeine Verständnis der im Folgenden aufgeführten Bearbeitungsschritte werden zunächst die wesentlichen Grundlagen der adiabaten Flüssigkeitsströmung sowie der Gas-Flüssigkeitsströmung im Kapitel 2 erläutert. Ferner wird der experimentelle Versuchsaufbau samt der eingesetzten Messtechnik zusammenfassend in Kapitel 3 beschrieben. Die experimentellen Ergebnisse sowie die theoretischen Überlegungen teilen sich auf in die festen Ventilstellungen, die in Kapitel 4 diskutiert werden, und in den dynamischen Stellbetrieb, der im Kapitel 5 dargestellt wird.



## 2 Grundlagen

Die theoretische Betrachtung der adiabaten Gas-Flüssigkeitsströmung basiert stets auf den physikalischen Grundlagen der kontinuierlichen Phase, welche, je nach Gasanteil, entweder die Flüssigkeit oder das Gas sein kann. Daher werden in den nächsten Kapiteln zunächst die wesentlichen Erkenntnisse der adiabaten Flüssigkeitsströmung dargestellt, die für das Verständnis der Theorie der Gas-Flüssigkeitsgemische und deren Anwendung auf durchströmte Armaturen von Bedeutung sind. Die Grundlagen der adiabaten Gas-Flüssigkeits-Gemische werden im Kapitel 2.2 diskutiert.

### 2.1 Adiabate Flüssigkeitsströmung

Unter einer adiabaten Flüssigkeitsströmung versteht man eine einphasige Strömung, deren Temperatur im betrachteten Zeitraum konstant bleibt, da keine Wärme übertragen wird. Aufgrund von Dissipationseffekten wird die innere Energie zwar erhöht, ihre Größenordnung ist aber vernachlässigbar gering und wird daher nicht berücksichtigt. Ferner kommt es bei einer adiabaten Flüssigkeitsströmung zu keiner Änderung des Aggregatzustands, so dass das betrachtete Fluid stets im flüssigen Zustand vorliegt. Die adiabate Flüssigkeitsströmung unterliegt in ihrem Verhalten, wie alle anderen Strömungen auch, den Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie. Aufbauend auf diesen Gleichungen lassen sich Formulierungen zur mathematischen Beschreibung unterschiedlicher Strömungsphänomene ableiten.

#### 2.1.1 Erhaltungsgleichungen

Allgemein formuliert besagt ein Erhaltungssatz, dass die Differenz der ein- und austretenden Quantitätsströme gleich der im Bilanzge-

biet gespeicherten Quantität sein muss.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = - \frac{\partial \dot{Q}}{\partial z} dz \quad (1)$$

Setzt man als Quantität die Masse  $M$  bzw. als Quantitätsstrom den Massenstrom  $\dot{M}$  ein und stellt die Massenbilanz an einem differentiellen Rohrelement auf,

$$\frac{\partial(\rho A dz)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho A w)}{\partial z} dz = 0$$

so führt dies unter der Voraussetzung einer konstanten Querschnittsfläche  $A$  zur bekannten Darstellung der eindimensionalen instationären Kontinuitätsgleichung.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Für den stationären Fall ist diese Gleichung zu integrieren, was zur Beschreibung der Gleichung für die Massenerhaltung führt:

$$\dot{m} = \rho w = \text{const.} \quad \text{bzw.} \quad \dot{M} = \rho w A = \text{const.} \quad (3)$$

Analog lässt sich mittels einer Kräftebilanz an einem differentiellen Rohrelement die Erhaltungsgleichung für den Impuls in Strömungsrichtung herleiten. Die Berücksichtigung der Differenz der ein- und austretenden Impulsströme, der Speicherung des Impulses, der an den freien Systemgrenzen wirkenden Druckkräfte und der Wandreibungskräfte führt zur Impulsgleichung der horizontalen Rohrströmung:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \tau \frac{U}{\rho A} \quad (4)$$

Wird die Wandschubspannung vernachlässigt und von dem Fall einer stationären Strömung ausgegangen, so vereinfacht sich die Gleichung zu

$$w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Stellt man die Energiebilanz an einem horizontalen Rohrelement auf, wobei die am Volumenelement geleistete spezifische Verschiebearbeit  $pv$  und die spezifische innere Energie  $u$  zur spezifischen Enthalpie  $h = u + pv$  zusammengefasst sind, so leitet sich daraus die Beziehung

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( u + \frac{w^2}{2} \right) + w \frac{\partial}{\partial z} \left( h + \frac{w^2}{2} \right) = \dot{q} \frac{U}{\rho A} \quad (6)$$

ab, wenn davon ausgegangen werden darf, dass das System keine Arbeit leistet und Wärme nur über die Rohrwand übertragen wird.

Für den Fall der stationären adiabaten Flüssigkeitsströmung, bei der keine Wärme übertragen wird und somit keine Temperaturänderungen zustande kommen, vereinfacht sich obige Gleichung zu

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) = 0, \quad (7)$$

die durch Integration zur allgemeinen Form der Bernoulli-Druckgleichung führt.

$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{const.} \quad (8)$$

Die dargelegten einphasigen Erhaltungsgleichungen sind als grundlegende Beziehungen zu betrachten, die die Ausgangsbasis für die Gleichungen zur Beschreibung fluiddynamischer Vorgänge darstellen.

### 2.1.2 Reibungs- und Formverluste

Mit Gleichung (8) lassen sich Druck bzw. Geschwindigkeit entlang einer Stromröhre 1-2 berechnen. Etwaige Verluste, die entlang des Strömungsweges auftreten, werden durch Anhängen eines Druckverlustterms  $\Delta p_V$  auf der rechten Seite der Gleichung quantifiziert:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} w_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} w_2^2 + \Delta p_V. \quad (9)$$

Mit diesem Term werden sowohl Reibungs- als auch Formverluste, die infolge von Armaturen, Rohrkrümmern usw. auftreten, erfasst.

Die Druckverluste sind proportional zum dynamischen Druck und einem dimensionslosen Druckverlustkoeffizienten  $\zeta$ .

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \sum_i \zeta_i w_i^2 \quad (10)$$

Mit Kenntnis der einzelnen Druckverlustbeiwerte  $\zeta_i$  können die entlang des Strömungsweges auftretenden Verluste quantifiziert und zum Gesamtdruckverlust aufsummiert werden. Die Druckverlustkoeffizienten gerader Rohrleitungen und zahlreicher Formstücke sind weitestgehend bekannt und tabellarisiert oder durch Gleichungen bestimmbar (vgl. z.B. VDI-Wärmeatlas [7], Idelchik [5] oder Truckenbrodt [8]). Die beiden folgenden Abschnitte beschreiben die Berechnung des Reibungsverlustes und des Formverlustes eines Stufendiffusors und einer Stufendüse. Gerade die theoretische Betrachtung dieser Formverluste bildet die Grundlage für die Modellierung des einphasigen Druckverlustes am Kugelhahn, die im Kapitel 4.1.4 eingehend diskutiert wird.

## Reibungsverluste

Die Bestimmung des Reibungsdruckverlustes erfolgt gemäß Gleichung (10), wobei nur der Verlust infolge Reibung mit dem dimensionslosen Druckbeiwert  $\zeta_R$  berücksichtigt wird. Der Verlustbeiwert beinhaltet die Rohrreibungszahl  $\lambda$ , die von der Strömungsart (laminar/turbulent), also der Reynolds-Zahl und der Rohrrauigkeit abhängig ist. Ferner berücksichtigt er die Reiblänge  $\Delta L$ , die proportional zum Druckverlust ist.

$$\zeta_R = \lambda \frac{\Delta L}{D} \quad (11)$$

Je nach Strömungszustand wird der Reibbeiwert unterschiedlich berechnet. Bei laminarer Strömung ( $Re < 2300$ ) folgt er dem Ansatz nach Hagen-Poiseuille:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (12)$$

Die Rohrrauigkeit übt auf den Reibbeiwert  $\lambda$  keinen nennenswerten Einfluss [8] aus und wird daher nicht berücksichtigt.

Für den Fall der turbulenten Strömung existieren verschiedene Ansätze, deren Anwendbarkeit von der entsprechenden Rohrrauigkeit und dem Reynolds-Zahl Bereich abhängt. Im vorliegenden Fall, bei dem von hydraulisch glatten Rohren und einem Reynolds-Zahl Bereich von  $3000 < \text{Re} < 10^6$  ausgegangen werden kann, genügt der halbempirische Ansatz von Blasius zur Berechnung der Rohrreibungszahl [8].

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad (13)$$

### Formverluste

Formverluste beschreiben den Druckabfall bzw. -verlust in Rohrleitungskomponenten, der infolge von Umlenkungen, Vermischung, Einschnürung etc. entsteht. Aus einer Vielzahl existierender Formstücke werden beispielhaft eine Stufendüse und ein Stufendiffuser näher beschrieben. Die Gleichungen finden später im Kap. 4.1.4 Anwendung, in dem die Modellierung des einphasigen Druckverlustes an einem Kugelhahn erörtert wird.

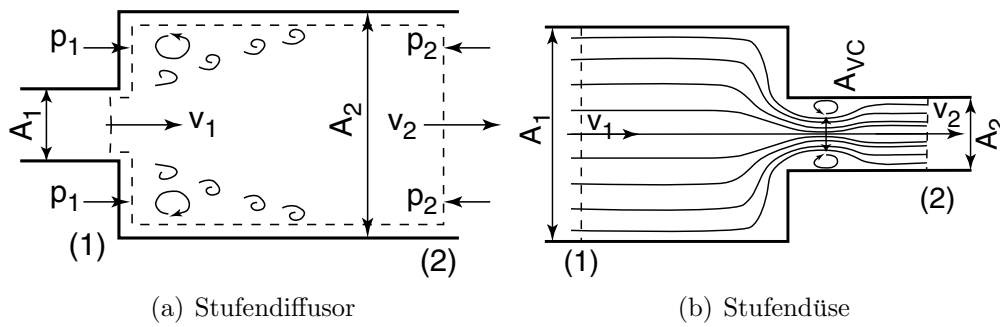
Bei einer unstetigen Erweiterung vom Querschnitt  $A_1$  auf den Querschnitt  $A_2$ , die man auch **Stufendiffuser** nennt, tritt das strömende Fluid zunächst als geschlossener Strahl in den weiten Querschnitt ein und vermischt sich weiter stromabwärts unter Wirbelbildung mit dem umgebenden Fluid (siehe Abbildung 2(a)). Die kinetische Energie der Strömung kann nur unter Verlusten durch Verzögerung in Druckenergie umgewandelt werden.

Für die Berechnung des fluidmechanischen Energieverlustes werden die Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichungen herangezogen, wobei auf die Berücksichtigung der Wandreibung verzichtet wird. Für die stationäre Strömung liefern die über den Bilanzraum 1-2 integrierten Erhaltungsgleichungen (2), (5) und (7) die Beziehungen

$$w_1 A_1 = w_2 A_2 \quad (14)$$

$$p_1 A_2 + \rho w_1^2 A_1 = p_2 A_2 + \rho w_2^2 A_2 \quad (15)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho w_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho w_2^2. \quad (16)$$



**Abbildung 2:** Stufendiffusor und Stufendüse einphasig durchströmt

Mit dem Querschnittsverhältnis  $\omega = A_1/A_2$  erhält man mit Gleichung (14) und Gleichung (15)

$$(p_2 - p_1)_{Impuls} = \rho w_1^2 (\omega - \omega^2) \quad (17)$$

den Druckaufbau stromabwärts des Stufendiffusors. Dieser ist geringer als der maximal mögliche Druckrückgewinn bei voll reversiblen Verhalten der Strömung,

$$(p_2 - p_1)_{reversibel} = \frac{1}{2} \rho w_1^2 (1 - \omega^2) \quad (18)$$

den die Energieerhaltung nach Gl. (16) voraussagt. Der Druckverlust eines Stufendiffusors bestimmt sich schließlich aus der Differenz zwischen der reversiblen Druckänderung nach Gl. (18) und dem Ergebnis des Impulssatzes Gl. (17).

$$\Delta p_V = \frac{1}{2} \rho w_1^2 (1 - \omega)^2 \quad (19)$$

In einer **Stufendüse** kommt es infolge der Verkleinerung des Strömungsquerschnitts  $A_1$  auf den Querschnitt  $A_2$  zu einer Beschleunigung des Fluids (siehe Abbildung 2(b)). Dabei sinkt der Druck entlang des Stromfadens. Zudem erzwingt die scharfkantige Geometrie des Formstücks eine Einschnürung der ankommenden Strömung auf den Querschnitt  $A_{VC}$ , die als *Vena Contracta* bezeichnet wird. Diese zunächst verengte Strömung erfährt dann stromabwärts eine Erweiterung auf den Querschnitt  $A_2$ . Zwischen dem eingeschnürten Strahl und der Rohrwand entsteht ein Totwassergebiet mit Wirbelbildung, was einen Druckverlust zur Folge hat.

Der Druckabfall zwischen den Bilanzgrenzen (1-2) wird vereinfacht mit

$$\Delta p_{12} = \Delta p_{\text{Beschleunigung}} + \Delta p_{V,\text{Einschnürung}}$$

angesetzt. Während der Beschleunigungsdruckabfall mit der Änderung des dynamischen Drucks zwischen den Bilanzgrenzen beschrieben werden kann, geht die Berechnung des Einschnürungsverlusts von einem fluidmechanischen System – bestehend aus Düse und Stufendiffusor – aus. Der Verlust wird somit mit der Verlustbeziehung eines Stufendiffusors wiedergegeben (s.o.). Als wirksames Flächenverhältnis wird hierbei das Verhältnis aus eingeschnürter zu offener Querschnittsfläche angesetzt und als Kontraktionskoeffizient  $\mu$  bezeichnet.

$$\mu = \frac{A_{VC}}{A_2} \quad (20)$$

Der Druckabfall an einer Stufendüse wird z.B. bei Mayinger [9] mit folgender Gleichung angegeben:

$$\Delta p_{12} = \frac{\rho}{2} w_2^2 \left( 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) + \frac{\rho}{2} w_2^2 \left( \frac{1 - \mu}{\mu} \right)^2 \quad (21)$$

Diese Gleichung enthält einen reversiblen und einen irreversiblen Druckanteil. Der irreversible Druckverlust

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} w_2^2 \left( \frac{1 - \mu}{\mu} \right)^2 \quad (22)$$

ist dabei vom Kontraktionsverhältnis  $\mu$  abhängig, das wiederum eine vom Flächenverhältnis  $A_2/A_1$  abhängige empirische Größe darstellt, die nach Perry [10] in Tab. 1 angegeben ist.

**Tabelle 1:** Einschnürungskoeffizienten nach Perry [10]

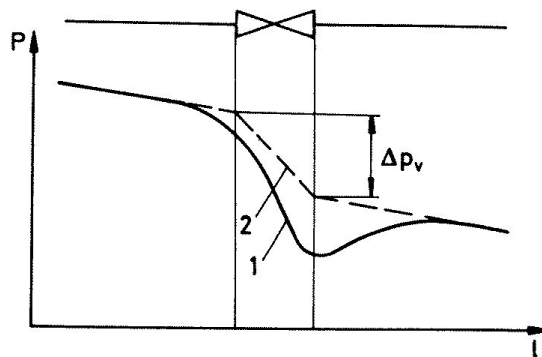
$A_2/A_1$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\mu$	0,586	0,598	0,625	0,686	0,790	1,0

### 2.1.3 Grundlagen der Armaturenströmung

Rohrleitungsarmaturen beeinflussen den Durchfluss generell über eine variable Einschnürung des Strömungskanals. Dabei sind zwei Wirkprinzipien zu unterscheiden. Für den Fall einer Ausflussarmatur am Ende einer Rohrleitung, bei der die Ausströmgeschwindigkeit bei gleichbleibenden Druckgefälle nahezu konstant ist, wie beispielsweise bei verstellbaren Düsen einer Pelton turbine, führt die Querschnittsänderung unmittelbar zu einer Massenstrombeeinflussung. Für eine Armatur dagegen, die in ein Rohrleitungssystem integriert ist, wird die Beeinflussung des Durchflusses durch Energieumwandlungen hervorgerufen, die die Exergie der Strömung verringern. Der Widerstand bei der Durchströmung der Anlage wird erhöht. Dies geschieht durch die Erhöhung des Druckverlustes mittels Energiedissipation, die durch Wirbelbildung und Reibungseffekte hervorgerufen wird. Dieser Zusammenhang wird mit

$$\Delta p_V = \zeta_A \frac{\rho}{2} w^2 \quad (23)$$

mathematisch beschrieben. Der Verlustkennwert  $\zeta_A$  der Armatur ist dabei wesentlich von der Strömungsführung und der Stellung des jeweiligen Ventils abhängig. Abbildung 3 zeigt den Verlauf des Drucks über eine beliebige Armatur. Aufgrund von Einschnürung des Strömungskanals kommt es in der Armatur, infolge der Umwandlung von statischem Druck in dynamischen Druck, zu einem starken



**Abbildung 3:** Druckverlauf über eine Armatur



Druckabfall, der stromabwärts nur zu einem geringen Anteil durch Verzögerung der Strömung wieder zurückgewonnen werden kann. Die im System zur Verfügung stehende nutzbare Energie wird daher um den Anteil  $\Delta p_V/\rho$  verringert.

Für alle Armaturen gilt der gleiche grundsätzliche Zusammenhang zwischen Druckverlust und Durchfluss.

$$\Delta p_V = f(\dot{V}) \leftrightarrow \dot{V} = f(\Delta p_V)$$

Davon ausgehend wurden verschiedene, jedoch leicht ineinander umrechenbare charakteristische Ventilkennwerte eingeführt, die eine funktionale Beschreibung des obengenannten Zusammenhangs liefern. Die beiden wichtigsten Kennwerte sollen im Folgenden erläutert werden:

**Tabelle 2:** Armaturenkenwerte

Kennwert	Definitionsgleichung
$\zeta$	$\Delta p_V = \zeta \frac{\rho}{2} w^2$
$k_v$	$\dot{V} = N_0 k_v \sqrt{2 \frac{\Delta p_V}{\rho}}$ $N_0 = 1/(5.09 \cdot 10^4)$

- Der Druckverlustbeiwert  $\zeta_A$  [-] beschreibt den Verlust an der Armatur. Er wird insbesondere zur Berechnung der Rohrleitungskennlinie genutzt, wobei alle Rohreinbauten durch einen  $\zeta$ -Wert charakterisiert werden.
- Der Einheitsdurchfluss  $k_v$  [m<sup>3</sup>/h] kennzeichnet den Volumenstrom in m<sup>3</sup>/h, der sich bei einem Druckverlust von  $\Delta p_V = 1$  bar, einer Dichte von  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> und einer kinematischen Viskosität von  $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s einstellt. Der  $k_V$ -Wert liefert eine sehr anschauliche Beschreibung der Durchflussbeeinflussung durch das Ventil.

**Tabelle 3:** Kennwert-Umrechnungen

	$\zeta$	$k_V$
$\zeta$	–	$\left(\frac{A}{N_o k_v}\right)^2$
$k_v$	$\frac{A}{N_o \sqrt{\zeta}}$	–

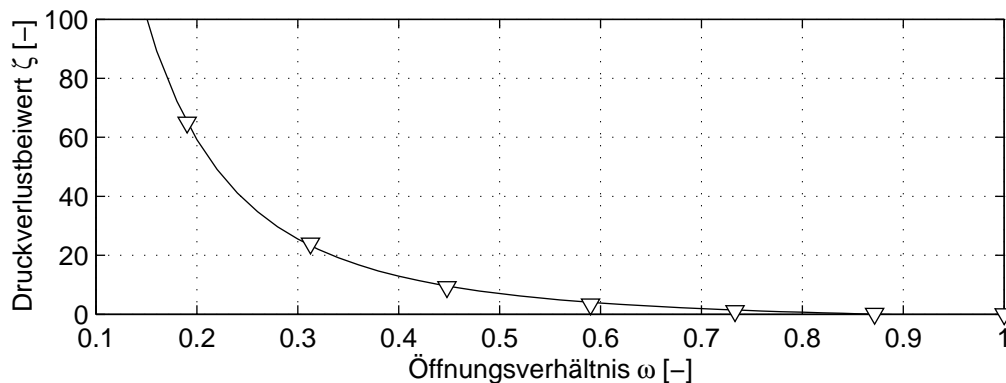
### 2.1.3.1 Druckverlustbeiwert eines Kugelhahns

Kennzeichnend für einen Kugelhahn ist der sphärische Schließkörper, der gegenüber anderen Ventilbauarten den Strömungskanal andersartig einschnürt. Demzufolge weichen die Druckverlustbeiwerte eines Kugelhahns von denen herkömmlicher Bauarten ab. Entsprechende Verlustbeiwerte in Abhängigkeit der Ventilstellung bzw. des Stellwinkels finden sich bei Idelchik [5]. Grundsätzlich ist jedoch die Beeinflussung der Strömung vom Stellwinkel  $\varphi$  des Schließkörpers sowie den geometrischen Verhältnissen des jeweiligen Kugelhahns abhängig. Eine dimensionslose Größe, die sowohl den Einfluss des Stellwinkels  $\varphi$  als auch den Einfluss des Rohr- zu Kugeldurchmessers  $D_{Rohr}/D_{Kugel}$  berücksichtigt, stellt das Öffnungsverhältnis  $\omega$  dar.

$$\omega = \frac{A_e}{A} = f(\varphi, D_{Rohr}, D_{Kugel}) \quad (24)$$

Es bezieht die für die Strömung offene, jedoch verengte Querschnittsfläche  $A_e$  auf die Rohrquerschnittsfläche  $A$  und gibt daher sehr anschaulich Auskunft über den Zusammenhang zwischen versperrtem und geöffnetem Strömungsquerschnitt. Der entsprechende funktionale Zusammenhang wird mit Gleichung (123) beschrieben. Die Herleitung dieser Gleichung ist im Anhang B zu finden.

Abbildung 4 stellt die tabellarischen Werte nach Idelchik [5] samt einer Ausgleichskurve dar. Daraus geht hervor, dass die Drosselwirkung des Ventils erst ab einem Öffnungsverhältnis von ca. 60% signifikant zunimmt. Mit zunehmender Versperrung des Strömungsquerschnitts, also abnehmendem Öffnungsverhältnis  $\omega$ , wächst der Druckverlustbeiwert und damit der Druckabfall an der Armatur exponentiell an. Der in der Darstellung gezeigte funktionale Zusam-



**Abbildung 4:** Druckverlustbeiwerte eines Kugelhahns nach Idelchik [5]

menhang zwischen dem Druckverlustbeiwert  $\zeta$  und dem Öffnungsverhältnis  $\omega$  bzw. dem Stellwinkel  $\varphi$  des Kugelhahns basiert auf empirischen Werten. Eine physikalisch fundierte, analytische Gleichung für die Berechnung des Druckverlustbeiwertes ist nicht bekannt.

### 2.1.3.2 Armatur im Stellbetrieb

Zu den grundlegenden Aufgaben einer Armatur gehört das Drosseln bzw. Regeln oder das Absperren von strömenden Fluiden. Um diesen Aufgaben gerecht zu werden, muss der Schließkörper des entsprechenden Ventils bewegt werden, um in seine finale Position zu gelangen. Die Stellbewegung der Armatur bewirkt stets eine Geschwindigkeitsänderung der Strömung und damit einhergehend eine Druckänderung im Rohrleitungssystem, die je nach Kompressibilität des Fluids und je nach Geschwindigkeit der Stellbewegung sehr ausgeprägt sein kann. Ob nun eine Flüssigkeit näherungsweise als inkompressibel betrachtet werden kann oder nicht, hängt von den jeweiligen Verhältnissen ab. Wird beispielsweise eine Rohrleitung plötzlich ( $\Delta t_s \rightarrow 0$ ) geschlossen, wird auch bei Flüssigkeiten, die annähernd inkompressibel sind, diese Näherung nicht zulässig sein. Dabei ist stets die Elastizität des Fluids zu berücksichtigen, wobei sich jede Druckänderung mit Schallgeschwindigkeit sowohl in Strömungsrichtung als auch entgegen der Strömungsrichtung ausbreitet. Damit wird die Druckänderung an jeder beliebigen Stelle

des Systems durch Überlagerung von zwei hin- und herlaufenden Druckwellen bestimmt. Bei relativ langsamer Schließbewegung dagegen kann die Flüssigkeit als inkompressibel betrachtet werden, da die Druckwellen während der Stellbewegung so oft hin- und herlaufen, dass näherungsweise von einer unendlich großen Schallgeschwindigkeit ausgegangen werden kann.

Für den Fall einer inkompressiblen Strömung bzw. einer Flüssigkeitsströmung bei langsamen Stellbetrieb kann der interessierende Druckanstieg aufgrund der Verzögerung der Flüssigkeitssäule der Dichte  $\rho$  in einem Rohr der Länge  $L$  mit dem Impulssatz Gleichung (4) unter Vernachlässigung des Reibungseinflusses folgendermaßen beschrieben werden:

$$\Delta p = \rho L \frac{dw}{dt} \quad (25)$$

Die im Rohr enthaltene Flüssigkeit der Länge  $L$  wird dabei wie ein starrer Körper behandelt.

Bei einem kompressiblen Fluid und sehr kurzer Schließzeit ( $\Delta t_S \rightarrow 0$ ) wird der Druckanstieg mit der Gleichung nach Joukowsky beschrieben [12][14]. Die Geschwindigkeit  $w_0$  wird dabei auf  $w = 0$  verzögert. Es tritt ein Druckstoß der Größe

$$\Delta p = \pm a \rho w_0 \quad (26)$$

auf. Mit  $a$  wird die Schallgeschwindigkeit bzw. die Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit bezeichnet, die sich für strömende Flüssigkeiten in elastischen Rohren zu

$$a = \sqrt{\frac{E_F}{\rho} \frac{1}{1 + \frac{D}{s} \frac{E_F}{E_R}}} \quad (27)$$

berechnet. Es bedeuten dabei  $E_F$  bzw.  $E_R$  das Elastizitätsmodul der Flüssigkeit bzw. des Rohres,  $D$  der Rohrdurchmesser und  $s$  die Rohrwandstärke.

Gleichung (26) leitet sich aus der Impulsgleichung (5) und der mit

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (28)$$

modifizierten Kontinuitätsgleichung (2) ab. Unter Voraussetzung der Reibungsfreiheit erhält man die Druckstoßgleichungen [14].

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho a} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0 \quad (30)$$

Grundsätzlich wird bei der Phänomenologie des instationären Schließvorgangs nach zwei Zeiträumen unterschieden, innerhalb derer das Ventil schließt. Das Kriterium ist die Laufzeit der Druckwelle  $2 \frac{L}{a}$ .

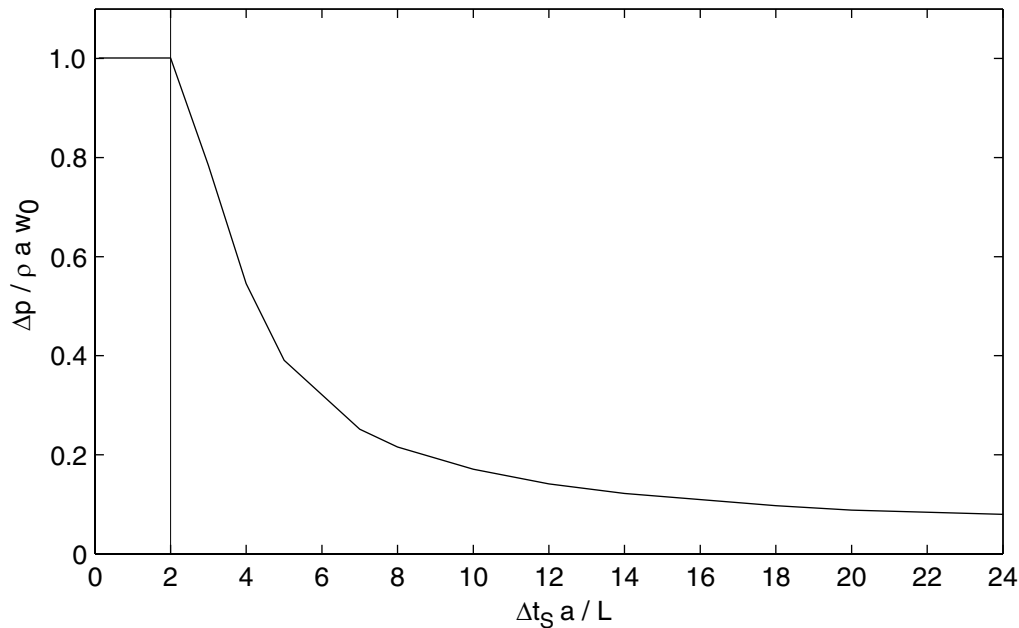
$$\Delta t_S < 2 \frac{L}{a}:$$

Wird das Ventil geschlossen, so läuft eine unmittelbar stromauf der Armatur entstandene Druckwelle mit der Geschwindigkeit  $a$  zunächst stromaufwärts bis zum Ende der Rohrleitung der Länge  $L$  bzw. zum ersten Verzweigungspunkt, wo diese Welle im Falle eines offenen Rohrendes vollständig, im Falle einer Verzweigung teilweise negativ reflektiert wird und sich als Druckentlastungswelle stromab ausbreitet. Ist die Schließzeit  $\Delta t_S$  geringer als die Laufzeit  $2L/a$  der stromauf und stromab laufenden Druck- bzw. Druckentlastungswelle, ist das Ventil bereits geschlossen, wenn die Welle wieder an der Armatur ankommt. Es kommt zum so genannten direkten Flüssigkeitsstoß, der mit Gleichung (26) berechnet werden kann.

$$\Delta t_S > 2 \frac{L}{a}:$$

Trifft dagegen die reflektierte Wellenfront wieder am Ventil ein, während sich dessen Querschnitt noch verändert, also  $\Delta t_S > 2L/a$  ist, kommt es zu einer Überlagerung der durch die Schließbewegung entstehenden Druckwelle und der negativ zurückgeworfenen Druckentlastungswelle. Man spricht vom Stoß und Gegenstoß. Die Druckhöhe vor dem Absperrorgan nimmt also nur bis zum Eintreffen der zurückgeworfenen Druckentlastungswelle genauso zu wie beim unendlich langem Rohr. Nach Eintreffen der Unterdruckwelle ist der Druckanstieg wesentlich geringer.

Diese Phänomene werden mit Abbildung 5 verdeutlicht. Bei Schließzeiten  $\Delta t_S < 2 \frac{L}{a}$  tritt der maximale Druckanstieg auf, der mit Gleichung (26) berechnet wird. Bei zunehmender Schließzeit wird der Druckanstieg wesentlich geringer und wird von den Randbedingungen geprägt.



**Abbildung 5:** Abhängigkeit des Druckanstiegs von der Schließzeit

Die Ergebnisse der Abbildung 5 wurden mittels numerischer Berechnung der Druckstoßgleichungen (29) und (30) erzielt. Die Beschreibung des Verfahrens ist bei Thielen [14] und Liou [15] erklärt.

## 2.2 Adiabate Gas-Flüssigkeits-Gemische

Zweiphasige Rohrströmungen sind Strömungen, in denen Fluide zwei verschiedener Aggregatzustände im Gemisch vorhanden sind. Meist handelt es sich dabei um Gas-Flüssigkeits-Gemische, wobei die beiden Fluide entweder aus demselben Stoff, wie bei einem Wasser-Wasserdampf-Gemisch, oder aber aus unterschiedlichen Stoffen bestehen können, wie beispielsweise ein Wasser-Luft-Gemisch. Bei Flüssigkeits-Dampf-Gemischen kann durch Druck oder Temperaturänderungen Dampf kondensieren oder Flüssigkeit verdampfen, wodurch sich der Massenanteil der Komponenten verändert. In zweiphasigen Strömungen mit nicht kondensierbaren Gasen führen Druckänderungen zu einer Expansion oder Kompression der Gasphase, wodurch sich deren Volumenanteil zwar ändert, der Massenanteil jedoch konstant bleibt. Deshalb können Gemische aus nicht kondensierbaren Gasen und Flüssigkeiten meist ohne Berücksichtigung des thermodynamischen Gleichgewichts behandelt werden. Da die Strömung eines Wasser-Luft-Gemisches Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist, beschränken sich die folgenden Betrachtungen auf adiabate Gas-Flüssigkeits-Gemische.

### 2.2.1 Allgemeine Definitionen

In diesem Kapitel werden die wesentlichen dimensionslosen Kenngrößen und Bezeichnungen erläutert, die der Beschreibung der Zweiphasenströmung dienen und die Grundlage für das Verständnis der weiteren Erklärungen und Beschreibungen darstellen. Um unterscheiden zu können, ob sich eine Größe auf die flüssige oder gasförmige Phase bezieht, werden diese mit den Indizes  $F$  (Flüssigkeit) und  $G$  (Gas) versehen. So wird der Gesamtmassenstrom  $\dot{M}$  als die Summe der Teilmassenströme des Gases  $\dot{M}_G$  und der Flüssigkeit  $\dot{M}_F$  bezeichnet,

$$\dot{M} = \dot{M}_G + \dot{M}_F \quad (31)$$

wobei der Massenstrom jeder Phase  $k$  mit folgender Beziehung angesetzt wird:

$$\dot{M}_k = \rho_k w_k A_k \quad k = G, F \quad (32)$$

Demgemäß entspricht der Gesamtvolumenstrom  $\dot{V}$  der Summe der einzelnen Teilvolumenströme.

$$\dot{V} = \dot{V}_G + \dot{V}_F \quad (33)$$

Mit diesen beiden Gleichungen lassen sich Bezugsgrößen bilden, die den Anteil des Gasstroms am gesamten Mengenstrom entweder massenbezogen oder volumetrisch darstellen. Für den massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$ , der das Verhältnis aus Gas- und Gesamtmassenstrom bildet, gilt:

$$\dot{x} = \frac{\dot{M}_G}{\dot{M}}. \quad (34)$$

Entsprechend wird das Verhältnis aus Gasvolumenstrom  $\dot{V}_G$  und Gesamtvolumenstrom  $\dot{V}$  als volumetrischer Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  bezeichnet:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}} \quad (35)$$

In der Literatur findet sich häufig die Massenstromdichte  $\dot{m}$ , worunter der Massenstrom der jeweiligen Phase pro Querschnittsfläche zu verstehen ist.

$$\dot{m}_G = \frac{\dot{M}_G}{A} \quad (36)$$

$$\dot{m}_F = \frac{\dot{M}_F}{A} \quad (37)$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{M}}{A} \quad (38)$$

Sind die Dichten der Phasen bekannt, können mit den eben genannten Beziehungen die Leerrohr-Geschwindigkeiten, die auch als Volumenstromdichten bekannt sind, berechnet werden:

$$j_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_G} = \frac{\dot{M}_G}{\rho_G A} \quad (39)$$

$$j_F = \frac{\dot{m}_F}{\rho_F} = \frac{\dot{M}_F}{\rho_F A} \quad (40)$$



Darunter versteht man diejenigen Geschwindigkeiten, die das Gas bzw. die Flüssigkeit annehmen würde, wenn sie alleine und gleichmäßig über den Querschnitt verteilt im Rohr strömen würden. Diese Geschwindigkeiten stellen keine physikalische Größe im eigentlichen Sinne dar, sie sind vielmehr fiktive Hilfsgrößen.

Statt der durch das Bilanzgebiet strömenden Phasen werden auch die momentan in einem Bilanzvolumen vorhandenen Quantitäten betrachtet. Dies führt zur Beschreibung des lokalen volumetrischen Gasgehalts:

$$\epsilon = \frac{V_G}{V} \equiv \frac{A_G}{A} \quad (41)$$

Dieser ist bei gleicher Länge der einzelnen Volumina äquivalent der Phasenverteilung im Rohrquerschnitt. Analog dazu bezieht der lokale massenbezogene Gasgehalt die im Bilanzvolumen befindliche Gasmasse auf die Gesamtmasse, bestehend aus Gas und Flüssigkeit:

$$x = \frac{M_G}{M} \quad (42)$$

Mit Kenntnis der lokalen Größen der Gleichung (41) sind die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten aus den Massenströmen der jeweiligen Phase zu ermitteln:

$$\begin{aligned} \dot{M}_G &= \rho_G w_G A_G = \rho_G w_G \epsilon A \\ \dot{M}_F &= \rho_F w_F A_F = \rho_F w_F (1 - \epsilon) A \\ \Rightarrow w_G &= \frac{\dot{M}_G}{\rho_G \epsilon A} = \frac{j_G}{\epsilon} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\Rightarrow w_F = \frac{\dot{M}_F}{\rho_F (1 - \epsilon) A} = \frac{j_F}{1 - \epsilon} \quad (44)$$

### 2.2.2 Erhaltungsgleichungen der Zweiphasenströmung

Analog zur Flüssigkeitsströmung folgen auch die Gas-Flüssigkeits-Gemische den Gesetzmäßigkeiten der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Je nach gewählter Betrachtungsweise stellen sich jedoch die entsprechenden Gleichungen unterschied-

lich dar. Grundsätzlich wird nach dem homogenen und heterogenen Modell unterschieden. Wobei sich letzteres in einen gemischten und einen separierten Ansatz untergliedert. Im Folgenden werden die drei Ansätze vorgestellt. Der homogene und der heterogene gemischte Ansatz werden im Wesentlichen für das Verständnis der Kapitel 2.2.5 und 4.2 benötigt. Daher wurde aufgrund der dort durchgeführten stationären Betrachtungen des Gas-Flüssigkeits-Gemisches auf die instationäre Form dieser beiden Sätze an Erhaltungsgleichungen verzichtet. Der dritte Ansatz, der auf einer heterogenen Modellvorstellung, bei der beide Phasen separiert strömen, basiert, wird dagegen in seiner instationären Form vorgestellt. Diese Gleichungen stellen insbesondere die Grundlagen für die Ausführungen des Kapitels 5 dar, in dem der dynamische Ventilbetrieb untersucht wird.

### 2.2.2.1 Homogener Ansatz

Der einfachste und mathematisch am leichtesten zu handhabende Ansatz ist die Vorstellung einer homogenen eindimensionalen Zweiphasenströmung. Bei diesem Modell strömen Flüssigkeit und Gas mit derselben und darüberhinaus im gesamten Querschnitt konstanten Geschwindigkeit. Mathematisch wird das Zweiphasen-Gemisch als ein einphasiges Fluid mit der Gemisch-Dichte  $\rho_h$  behandelt.

$$\frac{1}{\rho_h} = \frac{\dot{x}}{\rho_G} + \frac{1 - \dot{x}}{\rho_F} \quad (45)$$

Die fiktive Transportgeschwindigkeit des Gas-Flüssigkeit-Gemisches  $w_h$  wird mit dem Gesamtmassenstrom  $\dot{M}$  und der Gemisch-Dichte  $\rho_h$  wie folgt bestimmt:

$$w_h = \frac{\dot{M}}{\rho_h A} = \left( \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + 1 - \dot{x} \right) \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \quad (46)$$

Ersetzt man die Dichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit  $w$  der einphasigen Erhaltungsgleichungen nach Gleichung (2)-(8) durch diese Beziehungen, erhält man damit die Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichung für ein homogen verteiltes, stationär strömendes adiabates Gas-Flüssigkeits-Gemisch.

$$\frac{\partial(\rho_h w_h)}{\partial z} = 0 \quad (47)$$

$$w_h \frac{\partial w_h}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \tau \frac{U}{A} \quad (48)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{\rho_h} + \frac{w_h^2}{2} \right) = 0 \quad (49)$$

Obwohl, wie oben erwähnt, die Betrachtung der Zweiphasenströmung als ein Pseudofluid mit phasengewichteten Stoffgrößen eine extreme Vereinfachung der physikalischen Realität darstellt, zeigt sich dennoch, dass gerade bei annähernd gleichen Transportgeschwindigkeiten der beiden Phasen – wie dies beispielsweise bei einer feindispersen Blasenströmung der Fall ist – die Nutzung der homogenen Erhaltungsgleichungen zu guten Ergebnissen führt (vgl. Wallis [20]).

### 2.2.2.2 Heterogener gemischter Ansatz

Eine detailliertere Betrachtung der Zweiphasenströmung liefert die Modellvorstellung eines heterogenen Gemisches, bei dem die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der einzelnen Phasen nicht zu einer Gemisch-Geschwindigkeit gemittelt, sondern anteilmäßig in den Erhaltungsgleichungen berücksichtigt werden. Die anteilmäßige Berücksichtigung wird mit dem lokalen volumetrischen Gasgehalt  $\epsilon$  (Gleichung(41)) ausgedrückt, da dieser per Definition die Phasenverteilung im Strömungsquerschnitt beschreibt. Jedoch werden diesem Mischungsansatz Phasenkopplungsterme, wie beispielsweise der Impulsaustausch an der Phasengrenze, nicht berücksichtigt.

Die folgenden Gleichungen sind die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie der stationären, adiabaten Zweiphasenströmung.

$$\frac{\partial}{\partial z} (\epsilon \rho_G w_G + (1 - \epsilon) \rho_F w_F) = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\epsilon \rho_G w_G^2 + (1 - \epsilon) \rho_F w_F^2) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \tau \frac{U}{A} \quad (51)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon \rho_G w_G \left( \frac{p}{\rho_G} + \frac{w_G^2}{2} \right) + (1 - \epsilon) \rho_F w_F \left( \frac{p}{\rho_F} + \frac{w_F^2}{2} \right) \right) = 0 \quad (52)$$

### 2.2.2.3 Heterogener separierter Ansatz

Im Gegensatz zum homogenen wie auch zum heterogenen Mischungsansatz, bei denen die Phasenkopplung an der Phasengrenzfläche unberücksichtigt bleibt, werden beim separierten Strömungsmodell sowohl die Gasphase als auch die Flüssigphase als getrennt voneinander fließend betrachtet. Dies hat zur Folge, dass für jede Phase ein Satz von Erhaltungsgleichungen aufgestellt wird und die Phasenkopplung, also der Austausch von Masse, Impuls und Energie an der Phasengrenze, über Quell- und Senkenterme beschrieben wird. Dieses Modell der Zweiphasenströmung kommt vor allem in numerischen Strömungs-Codes zur Anwendung, wie beispielsweise ATHLET, auf den im Kapitel 5 näher eingegangen wird. Die folgenden Gleichungen geben die Erhaltungsgleichungen für den Fall der ein-dimensionalen adiabaten Gas-Flüssigkeitsströmung wieder. Da keine Phasenübergänge stattfinden, kann der damit zusammenhängende Austausch von Masse und Energie aufgrund von Kondensation und Verdampfung an der Phasengrenze unberücksichtigt bleiben. Im Folgenden wird zur Vereinfachung der Darstellung der Erhaltungsgleichungen für Masse, Energie und Impuls der volumetrische Gas- bzw. Flüssigkeitsanteil mit  $\epsilon_k$   $k = G, F$  bezeichnet. Komponenten bezogene Größen, wie die Geschwindigkeit  $w$ , werden ebenfalls mit  $k = G, F$  indiziert.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_k \rho_k) + \nabla (\epsilon_k \rho_k \vec{w}_k) = 0 \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \epsilon_k \rho_k \left( h_k + \frac{1}{2} \vec{w}_k \vec{w}_k - \frac{p}{\rho_k} \right) \right) + \\ \nabla \left( \epsilon_k \rho_k \left( h_k + \frac{1}{2} \vec{w}_k \vec{w}_k \right) \right) = - \frac{\partial \epsilon_k}{\partial t} p + S_{E,k} \end{aligned} \quad (54)$$

Quellenterme

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_k \rho_k \vec{w}_k) + \nabla (\epsilon_k \rho_k \vec{w}_k \vec{w}_k) + \nabla (\epsilon_k p) = \quad (55)$$

Zwischenphasenreibung	∓	$\vec{\tau}_i$
Wandreibung	+	$\epsilon_k \vec{f}_W$
Quellenterme ,z.B. Pumpe, Ventil	+	$S_{I,k}$

Die aufgeführten Gleichungen sind das 6-Gleichungsmodell. Alternativ können die zwei separierten Impulsgleichungen zu einer gesamten Impulsgleichung des Zweiphasen-Gemisches kombiniert werden. Man erhält so das 5-Gleichungsmodell. Dabei werden die einzelnen Phasengeschwindigkeiten und -dichten zur homogenen Geschwindigkeit  $w_h$  (Gleichung (46)) und homogenen Dichte  $\rho_h$  (Gleichung (45)) zusammengefasst. Im Gegensatz zum 6-Gleichungsmodell, bei dem eine detaillierte Modellierung der Phasenkopplung erfolgen muss, kann beim 5-Gleichungsmodell mit einer homogenen Masse gerechnet werden. Die Phasen werden über das sog. Drift-Flux Modell [20][22] gekoppelt.

$$\frac{\partial (\rho_h \vec{w}_h)}{\partial t} - \vec{w}_h \frac{\partial \rho_h}{\partial t} + \rho_h \vec{w}_h \nabla \vec{w}_h + \quad (56)$$

$$\nabla \left( \epsilon (1 - \epsilon) \frac{\rho_G \rho_F}{\rho_h} \vec{w}_R \vec{w}_R \right) + \nabla p =$$

Wandreibung	+	$\vec{f}_W$
Sonstige Quellterme	+	$S_{I,h}$

Die Modifikation der Gleichungen des 6- wie auch des 5-Gleichungsmodells wird hinsichtlich ihrer Implementation in den Systemcode ATHLET im Kapitel 5.1 im Zusammenhang mit der Simulation des dynamischen Schließvorgangs näher beschrieben.

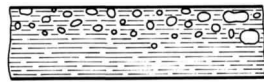
Für die Lösung der Gleichungen, die mit dem heterogenen Modell formuliert sind, ist insbesondere die Kenntnis der lokalen Phasenverteilung von Bedeutung, da mit dieser nicht nur der Anteil der jeweiligen Phase im Strömungsquerschnitt festgelegt wird, sondern auch die lokalen mittleren Geschwindigkeiten  $w_G$  sowie  $w_F$  aus den Massenströmen zu bestimmen sind. Der lokale Gasgehalt  $\epsilon = f(x, t)$  ist jedoch von Ort und Zeit und somit vor allem von der auftretenden

Strömungsform abhängig. Daher muss der Lösung der Gleichungen immer eine detaillierte Analyse der Strömungsformen der horizontalen Rohrströmung und deren Abhängigkeit von den zuströmenden Quantitäten vorausgehen.

### 2.2.3 Strömungsformen der horizontalen Gas-Flüssigkeitsströmung

Die Ausbildung der Phasengrenzen und die Verteilung der Phasen im Gemisch wird von verschiedenen Kräften beeinflusst. Dabei ist nach vertikaler und horizontaler Strömungsführung zu unterscheiden. Je nach Verhältnis der an den Phasen angreifenden Druck-, Gravitations- und Oberflächenspannungskräfte stellen sich unterschiedliche Strömungsregimes ein. Diese Kräfte werden insbesondere durch den Gasgehalt sowie die Strömungsgeschwindigkeiten beeinflusst.

Bei geringem Gasgehalt und kleinen Strömungsgeschwindigkeiten entsteht die so genannte Blasenströmung, bei der sich die Gasphase in diskontinuierlich verteilten Blasen im oberen Bereich des Rohres befindet.



**Abbildung 6:** Blasenströmung

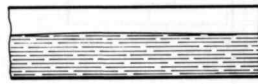
Erhöht man den Gasgehalt, koalieren die Gasblasen zu Kolbenblasen, es entsteht eine Kolbenblasenströmung.



**Abbildung 7:** Kolbenblasenströmung

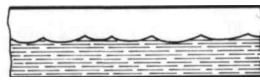
Durch eine weitere Erhöhung des Gasanteils erreicht man bei weiter-

hin geringen Strömungsgeschwindigkeiten eine nahezu vollständige Trennung der beiden Phasen, die dann in zwei übereinander liegenden Schichten strömen. Diese Strömungsform wird Schichtenströmung genannt.



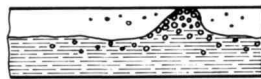
**Abbildung 8:** Schichtenströmung

Wird bei konstantem Gasgehalt die Strömungsgeschwindigkeit erhöht, beginnen sich aufgrund der Schubspannungskräfte an der Phasengrenzfläche Wellen auszubilden.



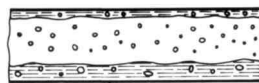
**Abbildung 9:** wellige Schichtenströmung

Bei weiterer Vergrößerung der Geschwindigkeit stellt sich eine Pfropfen- bzw. Schwallströmung ein. Dabei bauen sich die Wellen zu einem Flüssigkeitsschwall auf, der den gesamten Rohrquerschnitt einnehmen kann.



**Abbildung 10:** Pfropfen-/Schwallströmung

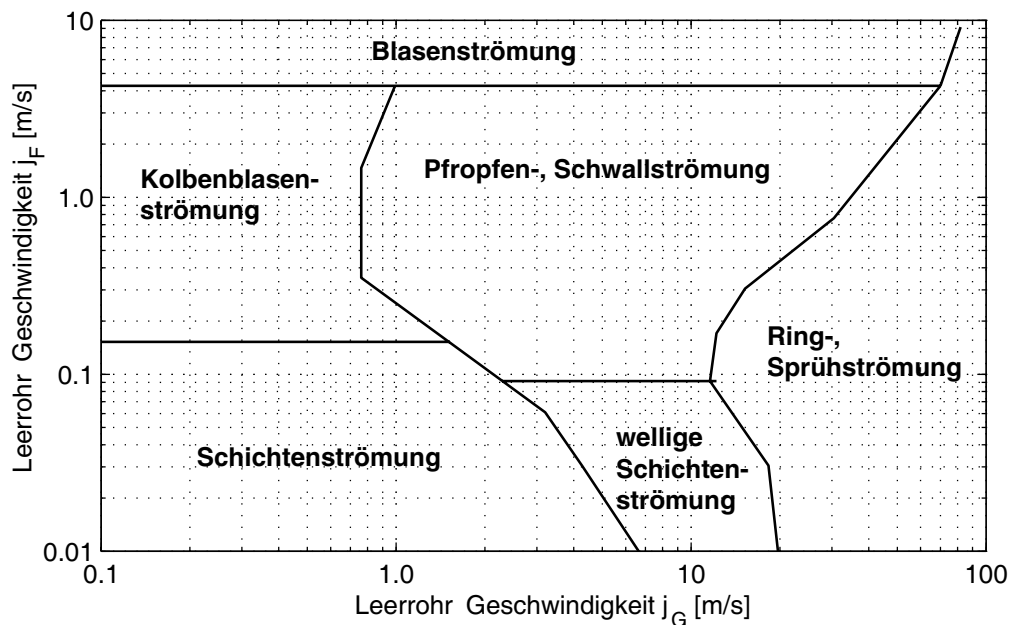
Bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten der Gasphase überwiegen die Strömungskräfte die Schwerkraft, und die flüssige Phase bildet einen ringförmigen Flüssigkeitsfilm an der Rohrwand aus.



**Abbildung 11:** Ringströmung

Bei noch geringerem Flüssigkeitsanteil und sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten des Gases löst sich der Flüssigkeitsfilm auf, und die flüssige Phase befindet sich in Form von sehr feinen Nebeltröpfchen in der Gasphase. Es wird dann von einer Nebel- oder Sprühströmung gesprochen.

Die Kenntnis der Phasenverteilung und der Strömungsform eines Zweiphasen-Gemisches ist nicht nur für theoretische Analysen von Bedeutung, für die insbesondere Informationen über die Größen der Phasengrenzflächen zur Modellierung des Massen-, Impuls- und Energieaustausches der Phasen benötigt werden. Auch für die Auslegung von Apparaten und Anlagen spielt die Vorhersage der zu erwartenden Phasenverteilung eine Rolle, da vor allem diskontinuierliche Strömungsformen wie die Pfropfen- oder Schwallströmung eine große mechanische Belastung für Armaturen und Rohrleitungskomponenten darstellen. Wissenschaftliche Arbeiten, die die horizontale Gas-Flüssigkeits-Strömung in Abhängigkeit von den zuströmenden Quantitäten in sog. Strömungsbilderkarten einordnen, wurden unter



**Abbildung 12:** Strömungsbilderkarte nach Mandhane [24] für horizontale Rohrströmung



anderem von Baker [23], Mandhane [24] und Taitel [25] veröffentlicht. Abbildung 12 zeigt die Strömungsbilderkarte nach Mandhane, in der die Leerrohr-Geschwindigkeit der Flüssigkeit der des Gases gegenüber gestellt ist. Durch Auftragen der jeweiligen Phasengeschwindigkeit lassen sich die zu erwartenden Strömungsformen bestimmen.

#### 2.2.4 Lokaler volumetrischer Gasgehalt $\epsilon$ und Schlupf $s$

Die vorausgegangenen Ausführungen machen deutlich, dass der Bestimmung des örtlichen volumetrischen Gasgehalts  $\epsilon$  eine besondere Bedeutung zukommt. Eines der ersten Rechenmodelle zur Bestimmung von  $\epsilon$ , basierend auf analytischen Überlegungen, stammt von Bankhoff [32]. Die Modellvorstellung geht von einer homogenen Geschwindigkeit des Gas-Flüssigkeits-Gemisches aus, dessen Gemischdichte von der Mitte zur Wand zunimmt. Bankhoff legt daher eine radiale Verteilung der Gemischgeschwindigkeit zugrunde.

$$\frac{w(r)}{w_{max}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (57)$$

Analog dazu wird angenommen, dass die radiale Verteilung des volumetrischen Gasgehalts  $\epsilon(r)$  durch eine ähnliche Funktion dargestellt werden kann.

$$\frac{\epsilon(r)}{\epsilon_{max}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (58)$$

Die Geschwindigkeit  $w(r)$  und der Gasgehalt  $\epsilon(r)$  sind über die Kontinuitätsgleichung miteinander verknüpft. Integriert man diese Gleichung über den Querschnitt, mündet dies in den Querschnitt gemittelten Gasgehalt  $\epsilon$  der mit der Beziehung

$$\epsilon = \frac{K}{1 + \frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \frac{\rho_G}{\rho_F}} = K \dot{\epsilon} \quad (59)$$

ausgedrückt werden kann. Der so genannte Strömungsfaktor  $K$  kann über die in Gleichung (57) und (58) getroffenen Annahmen zu

$$K = \frac{2 (m + n + m n) (m + n + 2 m n)}{(n + 1) (2 n + 1) (m + 1) (2 m + 1)} \quad (60)$$

berechnet werden. Abhängig vom zugrunde gelegten Strömungsprofil bewegt sich dieser Parameter zwischen 0.5 und 1.

Die Aussagekraft dieses Modells hängt ganz wesentlich von der richtigen Charakterisierung des Strömungsprofils ab. Nach Bankhoff bewegt sich der Parameter  $K$  für die horizontale Zweiphasenströmung zwischen 0.6 und 0.95. Wallis [20] und Chisholm [21] grenzten diesen Bereich ein und setzten den Strömungsfaktor  $K$  zu 0.84. Die Gültigkeit dieses Faktors besteht in einem weiten Bereich des volumetrischen Strömungsgasgehalts  $\dot{\epsilon}$  ( $K = 0.84$  für  $0 < \dot{\epsilon} \leq 0.9$ ). Die Gleichung zur Berechnung des lokalen volumetrischen Gasgehalts  $\epsilon$  einer horizontalen Kolbenblasen-, Pfropfen- oder Schwallströmung gibt Wallis [20] und Chisholm [21] daher an mit

$$\epsilon = 0.84 \dot{\epsilon}. \quad (61)$$

Für höhere Strömungsgasgehalte ( $\dot{\epsilon} > 0.9$ ) wird von Chisholm die Gleichung nach Massena [35] angegeben:

$$\epsilon = (K + (1 - K) \dot{x}) \dot{\epsilon} \quad (62)$$

Anstelle des volumetrischen Gasgehalts  $\epsilon$  wird häufig eine Beziehung verwendet, die den Schlupf, also das Verhältnis der Gas- und der Flüssigkeitsgeschwindigkeit,

$$s = \frac{w_G}{w_F} \quad (63)$$

beschreibt und mit dem Gasgehalt  $\epsilon$  verknüpft ist.

$$s = \frac{\dot{x}}{1 - \dot{x}} \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{\rho_F}{\rho_G} \quad (64)$$

### 2.2.5 Druckverlust der Zweiphasenströmung

Der Druckverlust wird nicht alleine durch die Schubspannung an der Rohrwand, sondern, vor allem in zweiphasigen Strömungen, auch durch Reibungsverluste innerhalb der Strömung verursacht. Durch die teils unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten der beiden

Phasen werden feine Tropfen der flüssigen Phase in der Gasströmung kurzzeitig beschleunigt. Die dabei aufgenommene Energie wird durch Dissipation in Form von Wärme abgegeben, und führt so zu einem bleibenden Druckverlust. In einer Ringströmung führt auch die ständige Kompression und anschließende Expansion der Gasphase, die durch die Welligkeit des Flüssigkeitsfilms verursacht wird, zu einer Beschleunigung mit anschließender Energiedissipation und damit zu einem Druckverlust.

### 2.2.5.1 Zweiphasenmultiplikator $\Phi$

Für diese äußerst komplexen Phänomene gibt es keine analytischen Beschreibungen. Die meisten Modelle zur Beschreibung des Druckverlustes in Zweiphasenströmungen beruhen auf dem von Martinelli und Nelson eingeführten Zweiphasenmultiplikator  $\Phi$ . Der Zweiphasenmultiplikator bezieht den Druckverlust der zweiphasigen Strömung auf den einer einphasigen Vergleichsströmung. Dabei wird zwischen einem auf eine Gasströmung bezogenen Multiplikator  $\Phi_G$  und einem auf eine Flüssigkeit bezogenen Multiplikator  $\Phi_F$  unterschieden.

$$\Delta p_{2ph} = \Delta p_{1ph,G} \cdot \Phi_G^2 \quad (65)$$

$$\Delta p_{2ph} = \Delta p_{1ph,F} \cdot \Phi_F^2 \quad (66)$$

Die Bezugsgröße, der einphasige Druckverlust, wird jeweils mit dem Massenstrom des strömenden Gases oder der Flüssigkeit berechnet. Durch die quadratische Form des Zweiphasen-Multiplikators wird die exponentielle Zunahme des zweiphasigen Druckverlustes mit steigendem Gasgehalt berücksichtigt.

In der Praxis ist es jedoch oft zweckmäßiger, den Druckabfall des Gemisches mit Hilfe des gesamten Massenstroms auszudrücken.

$$\Delta p_{2ph} = \Delta p_{1ph,Fo} \cdot \Phi_{Fo}^2 \quad (67)$$

Für die Berechnung des einphasigen Druckverlustes wird davon ausgegangen, dass der Gesamtmassenstrom des Gas-Flüssigkeits-Gemisches vollständig flüssig strömen würde. Der dieser Betrachtung

tungsweise zugrunde liegende modifizierte Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi_{Fo}^2$  wird häufig mit dem Formelzeichen  $R$  (vgl. [36][9]) dargestellt.

Auf Basis der homogenen oder der heterogenen Betrachtung der Zweiphasenströmung lassen sich Beziehungen für den Zweiphasen-Multiplikator eines beliebigen fluiddynamischen Hindernisses ableiten. Der Zweiphasen-Multiplikator steht stets im Zusammenhang mit dem fiktiven einphasigen Druckabfall  $\Delta p_{1ph,Fo}$  an einem Hindernis, der sich ergeben würde, wenn die Masse des strömenden Gas-Flüssigkeits-Gemisches – hier angesetzt mit der Massenstromdichte  $\dot{m}$  – als reine Flüssigkeit vorliegen würde.

$$\Delta p_{1ph,Fo} = \zeta \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{m}}{\rho_F} \right)^2 \quad (68)$$

Ausgehend von einer homogenen Zweiphasenströmung ist der zweiphasige Druckabfall an einem Hindernis mit folgender Gleichung zu berechnen. Die homogene Gemischdichte  $\rho_h$  bestimmt sich nach Gleichung (45).

$$\Delta p_{2ph,h} = \zeta \frac{\rho_h}{2} \left( \frac{\dot{m}}{\rho_h} \right)^2 \quad (69)$$

Unter der Voraussetzung, dass der Druckverlustbeiwert  $\zeta$  des entsprechenden Hindernisses bei einphasiger wie zweiphasiger Strömung den gleichen Wert aufweist, ergibt sich nach Umstellung von Gleichung (67) basierend auf der homogenen Modellvorstellung der homogene Zweiphasen-Multiplikator.

$$\Phi_{Fo,h}^2 = \frac{\rho_F}{\rho_h} = 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \quad (70)$$

Es fällt auf, dass der Multiplikator mit zunehmendem Gasgehalt  $\dot{x}$  steigt. Bei der Grenzwertbetrachtung für  $\dot{x} \rightarrow 1$ , also reiner Gasströmung, nähert sich der homogene Zweiphasen-Multiplikator asymptotisch dem Dichteverhältnis  $\rho_F/\rho_G$ .

$$\lim_{\dot{x} \rightarrow 1} \Phi_{Fo,h}^2 = \frac{\rho_F}{\rho_G}$$

Eingesetzt in Gleichung (67) wird aus dem zweiphasigen Druckverlust  $\Delta p_{2ph,h}$  der einphasige Druckverlust bei reiner Gasströmung. Die Formulierung des homogenen Zweiphasen-Multiplikators  $\Phi_{Fo,h}^2$  ist daher schlüssig, da gilt:

$$\begin{aligned}\lim_{\dot{x} \rightarrow 0} \Delta p_{2ph,h} &= \Delta p_{1ph,F} \\ \lim_{\dot{x} \rightarrow 1} \Delta p_{2ph,h} &= \Delta p_{1ph,G}\end{aligned}$$

Die Herleitung des modifizierten Zweiphasen-Multiplikators auf der Grundlage der heterogenen Betrachtung der Zweiphasenströmung gestaltet sich ähnlich. Der einphasige Druckverlust wird analog zur Herleitung des homogenen Zweiphasen-Multiplikators gemäß Gleichung (68) definiert. Für den zweiphasigen Druckabfall wird der Einfluss der Gas- und Flüssigkeitsphase getrennt betrachtet und über den volumetrischen Gasgehalt  $\epsilon$  gemäß des Anteils am Strömungsquerschnitt gekoppelt. Umformungen mit den Gleichungen (34) und (38) führen zum Ansatz nach Gleichung (71).

$$\begin{aligned}\Delta p_{2ph,het} &= \frac{\zeta}{2} (\epsilon \rho_G w_G^2 + (1 - \epsilon) \rho_F w_F^2) \\ &= \zeta \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{m}}{\rho_F} \right)^2 \left( \frac{\dot{x}^2}{\epsilon} \frac{\rho_F}{\rho_G} + \frac{(1 - \dot{x})^2}{1 - \epsilon} \right)\end{aligned}\quad (71)$$

Nach Umstellung von Gleichung (67) folgt mit den Gleichungen (68) und (71) der heterogene Zweiphasen-Multiplikator für ein beliebiges Hindernis. Auch hierbei wird von gleichen Druckverlustbeiwerten  $\zeta$  für die einphasige als auch für die zweiphasige Strömung ausgegangen.

$$\Phi_{Fo,het}^2 = \frac{\dot{x}^2}{\epsilon} \frac{\rho_F}{\rho_G} + \frac{(1 - \dot{x})^2}{1 - \epsilon}\quad (72)$$

Auch dieser Multiplikator steigt mit zunehmendem Gasgehalt. Jedoch im Gegensatz zum homogenen Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi_{Fo,h}$  entzieht sich der heterogene Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi_{Fo,het}$  der analytischen Grenzwertbetrachtung, da eine gegenseitige Abhängigkeit des volumetrischen Gasgehalts  $\epsilon$  und des massenbezogenen

Strömungsgasgehalts  $\dot{x}$  vorliegt. Ein allgemein gültiger expliziter Zusammenhang dieser beiden Größen ist nicht bekannt. Betrachtet man dagegen Gleichung (71), so ist mit zunehmendem Gasgehalt ( $\epsilon \rightarrow 1$ ) der zweiphasige heterogene Druckverlust  $\Delta p_{2ph,het}$  gleich dem einphasigen bei reiner Gasströmung. Es gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Delta p_{2ph,het} &= \Delta p_{1ph,F} \\ \lim_{\epsilon \rightarrow 1} \Delta p_{2ph,het} &= \Delta p_{1ph,G} \end{aligned}$$

### 2.2.5.2 Reibungsdruckverlust

In der Literatur finden sich viele Ansätze zur Berechnung des Reibungsdruckverlustes einer adiabaten Zweiphasenströmung. Das erste und nach wie vor gebräuchlichste und einfachste Verfahren beruht auf den Arbeiten von Martinelli et al. [38] [39].

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{2ph} = \begin{cases} \Phi_{G,Martinelli}^2 \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{1ph,G} \\ \Phi_{F,Martinelli}^2 \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{1ph,F} \end{cases}$$

Dabei wird der einphasige Reibungsdruckverlust nach den bekannten Methoden gemäß Kapitel 2.1.2 mit den Strömungsgrößen der jeweiligen kontinuierlichen Phase berechnet. Die Multiplikation mit dem Zweiphasen-Multiplikator nach Lockhardt-Martinelli führt zum Reibungsdruckabfall einer adiabaten Zweiphasenströmung. Bei der Bestimmung des entsprechenden Zweiphasen-Multiplikators unterscheidet Martinelli nach der Flüssigkeit oder dem Gas als kontinuierliche Phase des Gemisches und gibt folgende Gleichungen an:

$$\Phi_{G,Martinelli}^2 = 1 + C X + X^2 \quad (73)$$

$$\Phi_{F,Martinelli}^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \quad (74)$$

Der Parameter  $C$  ist eine Konstante, die vom Charakter der Strömung – laminar oder turbulent – abhängt. Der jeweilige

Strömungszustand wird durch Reynolds-Zahl charakterisiert, die sich bei alleiniger Strömung jeder Phase im Rohr ergeben würde. Die unterschiedlichen Werte von  $C$  sind in Tabelle 4 dargestellt.

**Tabelle 4:** Werte der Konstante  $C$

Flüssigkeit	Gas	$C$
turbulent	turbulent	20
laminar	turbulent	12
turbulent	laminar	10
laminar	laminar	5

Der Parameter  $X$  bezeichnet die nach Martinelli benannte Kennzahl, die er durch Ähnlichkeitsbetrachtungen und Dimensionsanalyse definierte. Für den vollturbulenten Fall – Gas und Flüssigkeit strömen turbulent – gibt Martinelli folgende Beziehung für seinen Parameter an.

$$X_{tt} = \left(\frac{\rho_G}{\rho_F}\right)^{0.5} \left(\frac{\eta_F}{\eta_G}\right)^{0.1} \left(\frac{1 - \dot{x}}{\dot{x}}\right)^{0.9} \quad (75)$$

Der Index  $tt$  weist auf den vollturbulenten Charakter des Gas-Flüssigkeits-Gemisches hin. Die Exponenten der Gleichung wurden empirisch ermittelt.

### 2.2.5.3 Formverlust an einer stufenartigen Erweiterung und Verengung

Bei der Berechnung des zweiphasigen Druckverlustes an einem Stufendiffuser bzw. einer Stufendüse [42][43][44] geht man davon aus, dass die dabei auftretenden physikalischen Phänomene der Einphasenströmung ähnlich sind. Die Aufstellung der homogenen bzw. heterogenen zweiphasigen Impuls- und Energiegleichung erfolgt daher analog der einphasigen Vorgehensweise, die bereits im Kapitel 2.1.2 phänomenologisch eingehend erläutert wurde. Die im Folgenden hergeleiteten Gleichungen werden im Kapitel 4.2.2 für die Modellierung des zweiphasigen Druckverlustes am Kugelhahn benötigt.

Für den **Stufendiffusor** werden die heterogene Impuls- und Energieerhaltungsgleichung (51) und (52) über den Bilanzraum gemäß Abbildung 13(a) zu Differenzgleichungen integriert. Dabei wird von einer inkompressiblen, reibungsfreien Zweiphasenströmung ausgegangen, deren Phasenverteilung  $\epsilon = \epsilon_1 = \epsilon_2$  am Ein- und Austritt des Bilanzraums als identisch angenommen wird. Das Flächenverhältnis wird mit  $\omega = A_1/A$  beschrieben.

$$(p_2 - p_1)_I = \epsilon \rho_G (w_{G,1}^2 \omega - w_{G,2}^2) + (1 - \epsilon) \rho_F (w_{F,1}^2 \omega - w_{F,2}^2) \quad (76)$$

$$(p_2 - p_1)_E = \frac{1}{2} \frac{\dot{x} (w_{G,1}^2 - w_{G,2}^2) + (1 - \dot{x}) (w_{F,1}^2 - w_{F,2}^2)}{\frac{\dot{x}}{\rho_G} + \frac{1-\dot{x}}{\rho_F}} \quad (77)$$

Bei vollreversiblen Verhalten der Strömung wird der theoretische maximale Druckrückgewinn mit der Energiegleichung Gleichung (77) beschrieben. Der reale Druckrückgewinn wird durch die Impulsbeziehung Gleichung (76) ausgedrückt. Die Differenz von idealem und realem Druckrückgewinn führt letztendlich zum Druckverlust des Stufendiffusors.

$$\Delta p_V = \Delta p_E - \Delta p_I$$

Ersetzt man die mittleren Phasengeschwindigkeiten in den Erhaltungsgleichungen durch die jeweiligen Massenströme

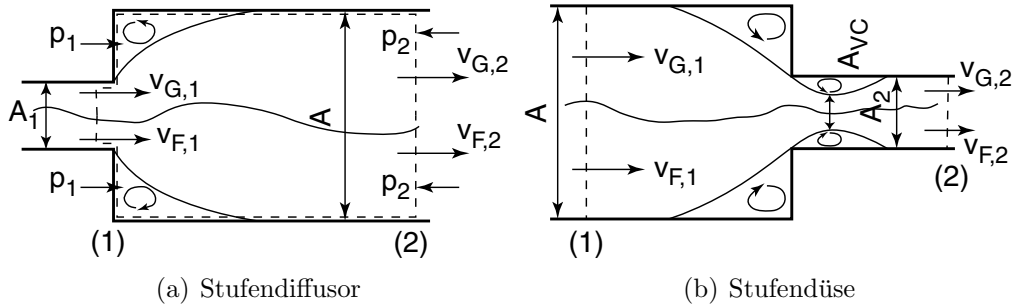
$$w_k = \frac{\dot{M}_k}{\rho_k A_k} \quad k = G, F$$

und vereinfacht diese unter Verwendung der Gleichungen (34) und (41), so führt dies zur zweiphasigen heterogenen Druckverlustbeziehung für den Stufendiffusor.

$$\begin{aligned} \Delta p_{V,het} = & \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( \frac{1 - \omega^2}{\omega^2} \right) \left[ \left( \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + 1 - \dot{x} \right)^{-1} \left( \frac{\dot{x}^3}{\epsilon^2} \left( \frac{\rho_F}{\rho_F} \right)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(1 - \dot{x})^3}{(1 - \epsilon)^2} \right) - 2 \frac{\omega}{1 + \omega} \left( \frac{\dot{x}^2 \rho_F}{\epsilon \rho_G} + \frac{(1 - \dot{x})^2}{1 - \epsilon} \right) \right] \quad (78) \end{aligned}$$

Die zweiphasige Durchströmung der **Stufendüse** wird mit dem homogenen Modell beschrieben. Aufgrund des scharfkantigen Einlaufs





**Abbildung 13:** Stufendiffuser und Stufendüse zweiphasig durchströmt

wird davon ausgegangen, dass sich das Gas-Flüssigkeits-Gemisch im Einschnürbereich gut durchmischt und daher mit gleicher, homogener Geschwindigkeit  $w_h$  strömt. Der Druckabfall setzt sich daher, analog zur einphasigen Strömung, aus dem reversiblen Beschleunigungsdruckabfall und einem homogenen Verlustterm zusammen, der die durch den scharfkantigen Einlauf hervorgerufene Einschnürung der Strömung auf die Fläche  $A_{VC}$  berücksichtigt.

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{Beschl.} + \Delta p_{V,Einschn.}$$

$$\Delta p_{12} = \frac{\rho_h}{2} (w_{h,1}^2 - w_{h,2}^2) + \zeta_E \frac{\rho_h}{2} w_{h,1}^2$$

Den zweiphasigen reversiblen Beschleunigungsdruckabfall erhält man durch Integration und Umformung der homogenen Energiegleichung (49) über die Bilanzgrenzen der Stufendüse nach Abbildung 13(b). Das entsprechende Flächenverhältnis wird mit  $\omega = A_2/A$  wiedergegeben.

$$\Delta p_{Beschl.} = \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + (1 - \dot{x}) \right) \left( \frac{1 - \omega^2}{\omega^2} \right) \quad (79)$$

Der Berechnung des Einschnürungsdruckverlustes erfolgt durch die Multiplikation des zweiphasigen dynamischen Drucks mit dem entsprechenden Verlustkoeffizienten  $\zeta_E$ . Dabei wird angenommen, dass das Gemisch hinter der Querschnittsänderung wie eine einphasige

Strömung eingeschnürt wird.

$$\Delta p_{Einschn.} = \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + (1 - \dot{x}) \right) \underbrace{\left( \frac{1 - \mu^2}{\mu^2} \right)}_{\zeta_E} \frac{1}{\omega^2} \quad (80)$$

Der Einschnürungskoeffizient  $\mu$  beschreibt das Flächenverhältnis  $A_{VC}/A_2$ , er ist damit vom Flächenverhältnis  $\omega$  abhängig. Die entsprechenden empirischen Koeffizienten sind in Tabelle 1 Seite 11 aufgelistet. Die Anwendbarkeit dieser Gleichungen ist experimentell mehrfach bestätigt und wird in der Literatur wiederholt empfohlen [44][9].

### 2.2.6 Ausbreitung von Druckwellen

Unter der Schallgeschwindigkeit versteht man die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Druckwelle. Mit der damit isentropen Dichteänderung des übertragenden Mediums lässt sie sich aus den Erhaltungssätzen ableiten:

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (81)$$

Mit der mittleren Dichte eines Zweiphasen-Gemisches

$$\rho_{2ph} = \epsilon \rho_G + (1 - \epsilon) \rho_F \quad (82)$$

und der Gleichung für strömende Fluide, die den örtlichen volumetrischen Gasgehalt  $\epsilon$  durch den massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$  ausdrückt, wobei beide Gasgehalte nach Gleichung (63) über den Schlupf  $s$  verknüpft sind,

$$\epsilon = \frac{\dot{x} \rho_F}{(1 - \dot{x}) s \rho_G + \dot{x} \rho_F} \quad (83)$$

lässt sich, eingesetzt in Gleichung (81), eine allgemeine Beziehung für die Schallgeschwindigkeit in Gas-Flüssigkeits-Gemischen ableiten.

$$a_{2ph}^2 = \left[ \left( \epsilon^2 + \epsilon(1 - \epsilon) \frac{\rho_F}{\rho_G} \right) \frac{d\rho_G}{dp} + \left( (1 - \epsilon)^2 + \epsilon(1 - \epsilon) \frac{\rho_G}{\rho_F} \right) \frac{d\rho_F}{dp} \right]$$

$$+(\rho_G - \rho_F) \frac{1 - \epsilon}{\dot{x}(1 - \dot{x})} \frac{d\dot{x}}{dp} - \epsilon(1 - \epsilon)(\rho_G - \rho_F) \frac{ds}{dp} \Big]^{-1} \quad (84)$$

In den meisten Anwendungsfällen kann die Kompressibilität der Flüssigkeit sowie druckabhängige Änderung des massenbezogenen Strömungsgasgehalts vernachlässigt werden.

$$\frac{d\rho_F}{dp} = \frac{d\dot{x}}{dp} = 0$$

Das Differenzial, das die Gasdichte nach dem Druck ableitet, wird durch den reziproken Wert der Schallgeschwindigkeit in Gasen ausgedrückt.

$$\frac{d\rho_G}{dp} = \frac{1}{a_G^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\rho_G}{p} \quad (85)$$

Das Differenzial  $\frac{ds}{dp}$  beschreibt die Impulsübertragung zwischen den Phasen und ist daher wesentlich von der Strömungsform bzw. Phasenverteilung abhängig. Für den Fall einer homogenen Zweiphasenströmung, bei der der Einfluss des Schlupfs  $s$  vernachlässigt wird, kann Gleichung (84) weiter vereinfacht werden und führt zur Beschreibung der Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit eines homogenen Gas-Flüssigkeits-Gemisches.

$$a_{2ph}^2 = \left( \epsilon^2 + \epsilon(1 - \epsilon) \frac{\rho_F}{\rho_G} \right)^{-1} a_G^2 \quad (86)$$

### 2.2.7 Fazit

Die in Kapitel 2 zusammengestellten Gleichungen zur Theorie der adiabaten Flüssigkeits- und Gas-Flüssigkeitsströmung der vorangegangenen Abschnitte sollen dem Leser ermöglichen, den Ausführungen der nun folgenden Kapitel zu folgen. Es stehen die wesentlichen Gleichungen der Zweiphasenströmung inklusive der Charakterisierung der Strömungsformen zur Verfügung, so dass die Ergebnisse der durchgeführten Messungen zu diesen in Bezug gesetzt werden

können. Überdies bauen die Kapitel 4.1.4 und 4.2.2, die sich mit der Modellierung des einphasigen und des zweiphasigen Druckverlustes beschäftigen, insbesondere auf den Beziehungen der Stufendüsen und Stufendiffusoren auf. Die Grundlage dieser Beziehungen sind die Erhaltungsgleichungen. Für die im Kapitel 5 behandelten Themen werden die zweiphasigen Erhaltungsgleichungen (Kapitel 2.2.2) sowie die Theorie zur Ausbreitung von Druckwellen (Kapitel 2.2.6) benötigt. Zudem wird dabei auf die Ausführungen des Kapitels 2.1.3.2 zurückgegriffen.

## 3 Versuchsanlage und Messtechnik

### 3.1 Aufbau der Versuchsanlage

Abbildung 14 zeigt eine schematische Darstellung der Versuchsanlage. Aus dem Wasservorratsbehälter wird durch eine Kreiselpumpe Wasser angesaugt. Der in die Messstrecke geförderte Massenstrom kann über einen Bypass-Strang stufenlos eingestellt werden. Dazu steht ein motorgetriebener 3-Wege-Differenzialmischer zur Verfügung. Der verbleibende Massenstrom wird nach dem Durchströmen eines induktiven Durchflussmessers (IDM) zum Zweiphasenmischer gefördert. Zur Erzeugung der gewünschten Strömungsform wird entweder ein einfaches T-Stück (Schichten- oder Schwallströmung) bzw. ein spezieller Mischer (Ringströmung) verwendet, der die Flüssigkeit über den gesamten Umfang in die Luftströmung einspritzt. Mit Hilfe dieses Mixers konnte bereits nach einer kurzen Anlaufstrecke eine stabile Ringströmung erzeugt werden, wie mittels visueller Beobachtungen bestätigt wurde. Das Gas-Flüssigkeits-Gemisch wird nach Durchströmen der Armatur dem Abscheider, der die flüssige Phase von der gasförmigen trennt, zugeführt. Die flüssige Phase kann in den Wasservorratsbehälter, der ca. 2 m unterhalb des Abscheiders angeordnet ist, abfließen. Im Vorratsbehälter kann das Wasser mit Hilfe eines eingebauten Wärmeübertragers zurückgekühlt werden. Somit ist es möglich, die Zuflusstemperatur konstant zu halten bzw. die gewünschte Flüssigkeitstemperatur einzustellen. Während der meisten Versuche wurde die Zuflusstemperatur auf zwischen 20 °C und 40 °C eingestellt und mit Hilfe eines PT100-Widerstandsthermometers im Ansaugbereich überwacht. Die gasförmige Phase entweicht aus dem Abscheider nach dem Durchgang durch einen Tropfenabscheider und einen Filter in die Umgebung.

Im Gegensatz zum Flüssigkeitskreislauf ist der Gaskreislauf nicht geschlossen aufgeführt. Der Kompressor saugt Umgebungsluft an und verdichtet sie auf ca. 15 bar. Anschließend wird die Luft im Druck-

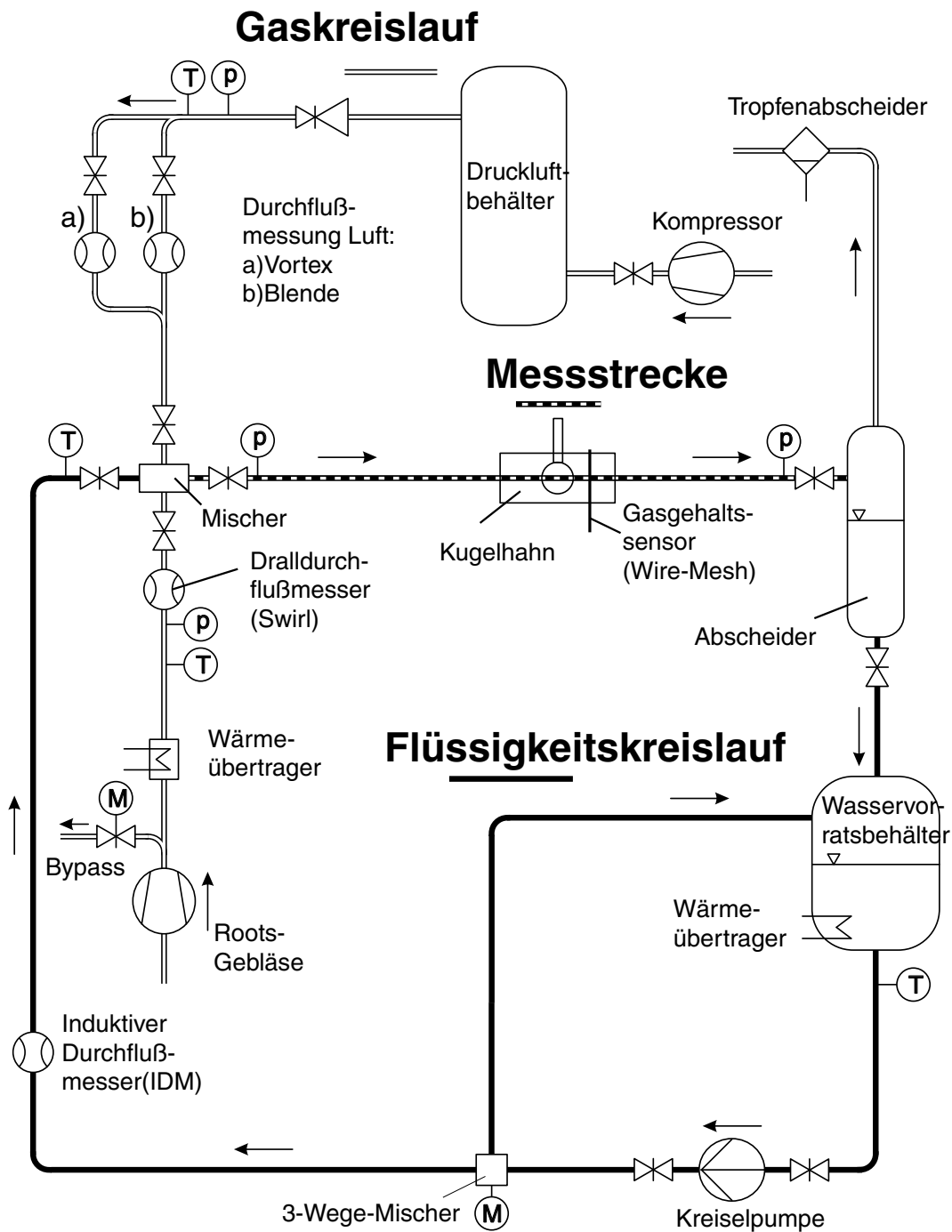


Abbildung 14: Schematische Darstellung der Versuchsanlage

luftbehälter zwischengespeichert. Dieser Vorratsbehälter erlaubt die Entnahme eines konstanten Volumenstroms über einen längeren Zeitraum, da der Kompressor bei einem Kesseldruck von ca. 12 bar au-

tomatisch wieder zugeschaltet wird. Die Luft wird zunächst durch einen Druckminderer geleitet, der in Abhängigkeit des Systemdrucks zur Einstellung des gewünschten Luftmengenstroms in der Anlage dient. Der Luftmengenstrom kann danach über zwei verschiedene, parallel angeordnete Messstrecken geleitet werden. Je nach geforderten Luftmengenstrom wird dieser entweder mit einem Vortex-Durchflussmessgerät oder einer Messblende bestimmt. Nach der Messung der Durchflussmenge wird die Luft zu dem Mischer der Messstrecke geleitet und dort mit der Flüssigkeit zum Zweiphasengemisch zusammengeführt.

An die Messstrecke kann zur Erzeugung einer Ringströmung alternativ ein Roots-Gebläse angeschlossen werden. Da aufgrund der hohen Förderleistung nur ein Teilstrom des Gebläses genutzt werden kann, wird der Förderstrom über einen Bypass aufgeteilt. Der in die Anlage geförderte Teil wird über einen Wärmetauscher rückgekühlt und durch einen Drall-Durchflussmesser zum Zweiphasenmischer geleitet.

Auf die Ausführung und den Betrieb der Durchflußmessgeräte wird im Kapitel 3.3 näher eingegangen werden.

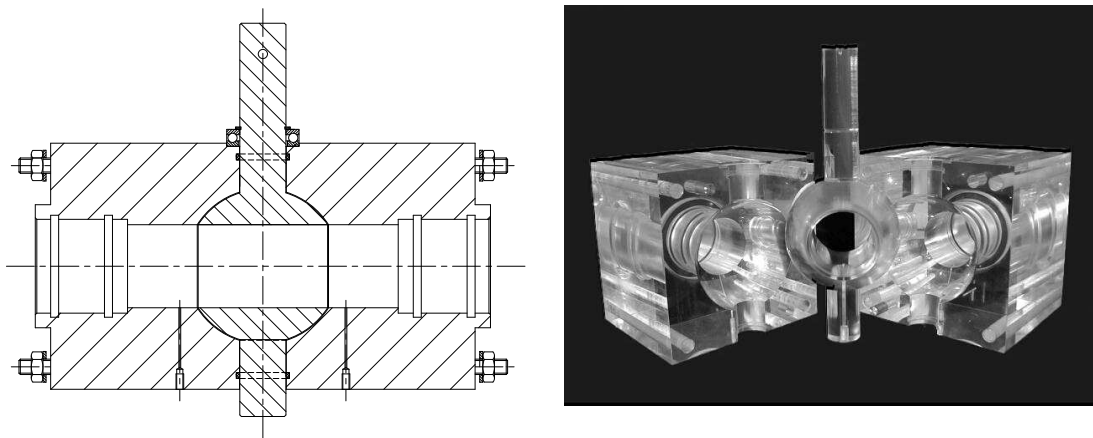
**Tabelle 5:** Übersicht der verwendeten Pumpen und Kompressoren

Medium	Komponente	Fabrikat	Typ	max. $\dot{V}$	max. Druck
Wasser	Kreiselpumpe	KSB	ETA 40-26 K	10 m <sup>3</sup> /h	9 bar
Luft	Kompressor	Kaeser	AS 35/13	30 m <sup>3</sup> /h	16 bar
Luft	Roots-Gebläse	Aerzen	GMa 13.6	900 m <sup>3</sup> /h	1 bar

### 3.2 Messstrecke und Armatur (Kugelhahn)

Zur Messung der Druckänderungen über das Ventil steht eine volltransparente Messstrecke zur Verfügung, die sich vom Mischer bis zum Ablauf in den Abscheider erstreckt. Der Zulauf hat eine Länge von ca. 4 m ( $\approx L/D = 80$  bei  $D = 0.054$  m), der Ablauf eine Länge von ca. 4 m. Die Strecken bestehen aus Acrylglas-Rohren,

die exakt horizontal ausgerichtet wurden, um eine Beeinflussung der Strömungsform auszuschließen. Der Kugelhahn ist ebenfalls aus Acrylglas und wurde aus einem Block herausgearbeitet. Für die Verbindung zwischen den Rohrleitungen und der Armatur wurde eine mit doppelten O-Ringen abgedichtete Steckverbindung gewählt, da die spröden PMMA-Rohre keine Flansch- oder Schraubverbindung zulassen. Bei der Montage wurde besonders auf die exakte Passung der Rohre in das Ventil geachtet, um eine möglichst übergangsfreie Verbindung zu gewährleisten.



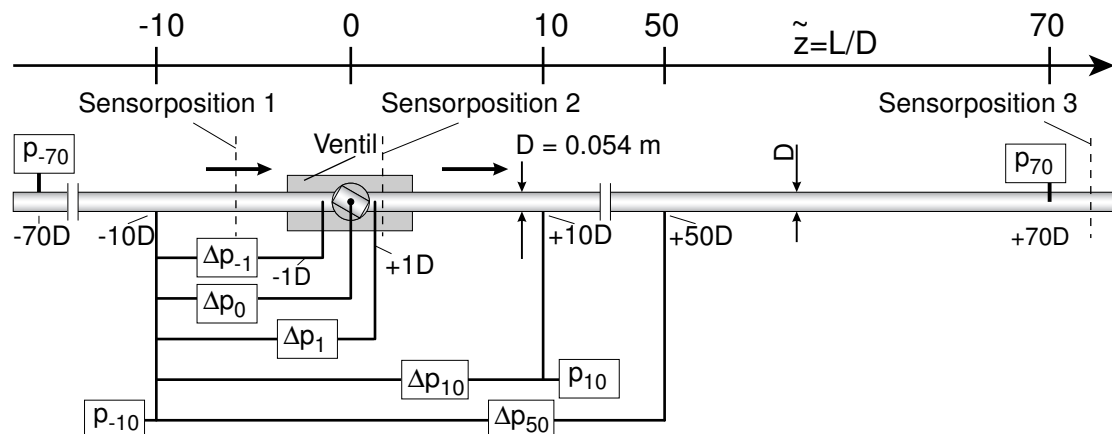
**Abbildung 15:** Verwendeter Kugelhahn

Die verwendete Armatur zeigt Abbildung 15. Die vollständige Zeichnung samt Bemaßung des Kugelhahns findet sich im Anhang A. Die volltransparente Ausführung ermöglicht die visuelle Beobachtung der Strömung während der Messungen. Zur Dokumentation der Messung wurden sowohl Videoaufnahmen wie auch Hochgeschwindigkeitsaufnahmen angefertigt.

Die Messstrecke ist mit insgesamt vier Absolutdruckaufnehmern ausgerüstet. Davon befinden sich zwei am Zu- und am Ablauf bei  $L/D = \pm 70$  relativ zur Armatur gemessen. Zwei weitere Absolutdruckaufnehmer sind stromauf und stromab der Armatur im Abstand  $L/D = \pm 10$  angebracht.

Die Messung der Druckunterschiede erfolgt mit insgesamt fünf Differenzdruckaufnehmern, die im Bereich des Kugelhahns in den





**Abbildung 16:** Lage der Absolut- und Differenzdruckmessstellen in der Messstrecke

Abständen  $L/D = \pm 1$  und  $L/D = \pm 10$  montiert sind. Ferner steht ein Differenzdruckaufnehmer zur Verfügung, der im Ablauf bis  $L/D = 50$  misst.

Für die Untersuchung der Zweiphasenströmung am Ventil, sowohl in diskreten Ventilstellungen als auch im langsamen Schließbetrieb, wurde ein Antrieb konzipiert. Die exakte Positionierung wie auch die Einstellung einer definierten Schließgeschwindigkeit wird mittels des Schrittmotors MS300 der Firma Isel gewährleistet. Da Schrittmotoren nur kleine Drehmomente haben, wird das spielarme Planetengetriebe PLE 80 der Firma Neugart mit einer Untersetzung von 1:80 eingesetzt. Neben dem Verstellen des Ventils bei hohen Momenten, die besonders bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten auftreten können, ermöglicht das Getriebe unter anderem eine feinere Auflösung der Schrittweite des Motors.

### 3.3 Messtechnik und Messdatenerfassung

#### 3.3.1 Flüssigkeits- und Luftmengenströme

Der Flüssigkeitsmengenstrom wird mit Hilfe eines magnetisch-induktiven Durchflussmesser (IDM) der Firma Fischer & Porter

durchgeführt. Für die Luftmassenstrommessung stehen zwei unabhängige Messgeräte zur Verfügung, deren Messbereiche sich etwas überschneiden (siehe Tabelle 6). Neben einer einfachen Messblende wurden Vortex-Durchflussmesser verwendet, die nach dem Prinzip der Karmanschen Wirbelstraße arbeiten und als Messgröße deren Wirbelfrequenz erfassen. Im Bereich der beiden Durchflussmesser sind außerdem Absolutdruck- (DMS P8A, 0-10 bar) und Temperaturmessstellen (PT100) angebracht, deren Messwerte über die Zustandsgleichung idealer Gase zur Berechnung des Luftmassenstroms verwendet werden.

**Tabelle 6:** Übersicht der verwendeten Durchflußmessgeräte

Messprinzip	Messbereich	Genauigkeit
Flüssigkeitsvolumenstrom		
Induktiver Durchflussmesser	0,4 - 42 m <sup>3</sup> /h	±1%
Gasvolumenstrom		
Wirbel-Durchflussmesser	max 33 m <sup>3</sup> /h	±5%
Drall-Durchflussmesser	18 - 350 m <sup>3</sup> /h	±2%
Blende	max. 11 m <sup>3</sup> /h	±5%

### 3.3.2 Temperatur

Die Temperaturen des gasförmigen und flüssigen Volumenstroms werden mit PT-100-Widerstandsthermometern gemessen. Die Messstellen für jede Phase befinden sich stromauf des Zweiphasenmischers. Die entsprechenden Positionen sind der Abbildung 14 zu entnehmen.

### 3.3.3 Absolut- und Differenzdrücke

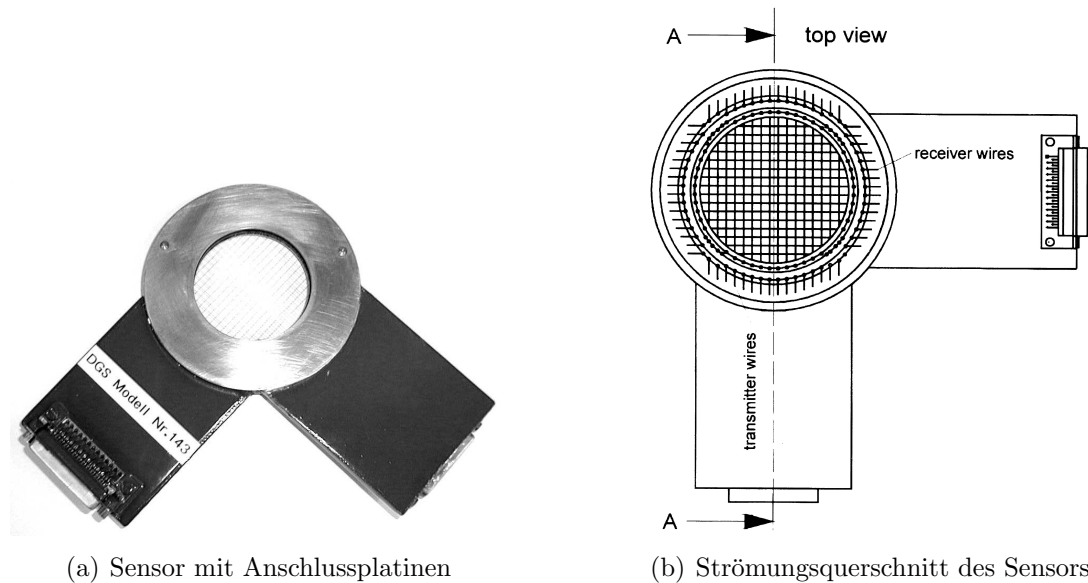
Die Druckänderungen über das Ventil wurden durch die Messung des statischen Drucks vor und nach dem Ventil ermittelt. Um die im Vergleich zum Systemdruck sehr geringen Druckdifferenzen genau messen zu können, kamen keine Absolutdruckaufnehmer, sondern Differenzdruckaufnehmer zum Einsatz. Sämtliche Differenzdrücke werden auf den Absolutdruck vor dem Ventil bezogen. Zusätzlich musste aber auch der absolute Systemdruck in der Messstrecke bekannt sein. Dieser wurde über mehrere Absolutdruckaufnehmer am Ein- und Austritt der Messstrecke sowie im Bereich des Ventils gemessen. Die genaue Anordnung der Druckmessstellen ist der Abbildung 16 zu entnehmen. Tabelle 7 listet alle verwendeten Druckaufnehmer samt Messbereich und Genauigkeit gemäß der Hersteller-Spezifikation auf.

**Tabelle 7:** Übersicht der verwendeten Druckaufnehmer zur Messung der Absolut- und Differenzdrücke

Anzahl	Messprinzip	Messbereich	Genauigkeit
Absolutdrücke			
1	Dehnmessstreifen	0-20 bar	$\pm 0,5\%$ v.E.
3	Dehnmessstreifen	0-10 bar	$\pm 0,5\%$ v.E.
Differenzdrücke			
2	induktives Prinzip	$\pm 0,5$ bar	$\pm 0,5\%$ v.E.
2	induktives Prinzip	$\pm 1,0$ bar	$\pm 0,5\%$ v.E.
1	induktives Prinzip	$\pm 2,0$ bar	$\pm 0,5\%$ v.E.

### 3.3.4 Lokaler Gasgehalt

Die Formulierung eines Modells zur Bestimmung des Druckverlusts bei zweiphasiger Durchströmung von Armaturen erfordert die genaue Kenntnis der Phasenverteilung stromauf und stromab der Armatur.



(a) Sensor mit Anschlussplatinen

(b) Strömungsquerschnitt des Sensors

**Abbildung 17:** Drahtgittersensor

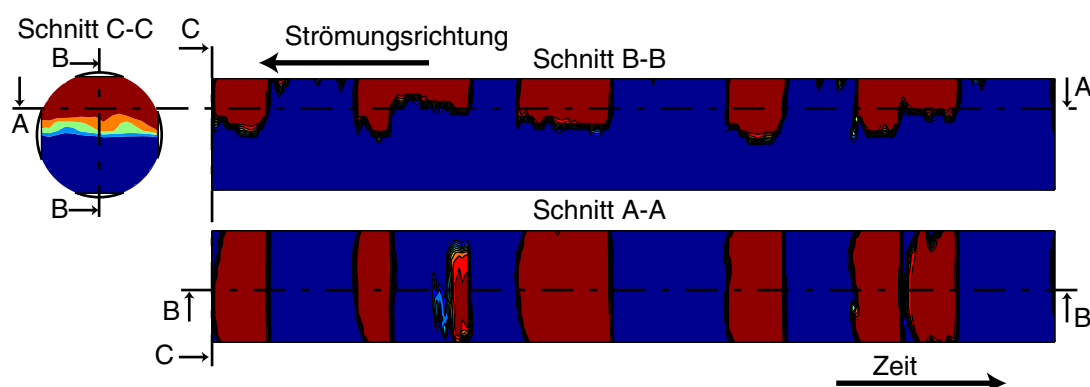
Dies kann nur über eine lokale Gasgehaltsmessung, d.h. eine zeitlich und örtlich aufgelöste Messung in einem bestimmten Rohrquerschnitt untersucht werden. Dabei haben sich in der Vergangenheit verschiedenartige Messmethoden etabliert, die sich zunächst in invasive und nicht-invasive Methoden unterteilen lassen. Der größte Vorteil einer nicht-invasiven Messmethode liegt darin, dass die Strömung nicht durch Einbauten beeinflusst wird, d.h., dass die Messung von außen erfolgen muss, wie z.B. durch radiometrische, optische, sonographische oder kapazitive Verfahren. Damit ist allerdings die genaue örtliche Auflösung des Gasgehalts nur über tomographische Methoden mit anschließender sehr aufwändiger Rekonstruktion der Phasenverteilung möglich. Die Messung kann daher nicht online erfolgen, und die Ergebnisse können erst nachträglich betrachtet werden.

Zur Bestimmung des lokalen Gasgehalts sowie der Phasenverteilung kam daher ein invasiver Drahtgittersensor zum Einsatz, der vom Forschungszentrum Rossendorf entwickelt wurde [48]. Eine Ansicht des verwendeten Sensors zeigt Abbildung 17.

Der Sensor arbeitet nach dem Prinzip der Messung der örtlichen elektrischen Leitfähigkeit des Zweiphasengemisches. Dazu werden zwei

Elektrodengitter zu jeweils 16 Drähten in die Strömung gebracht, die im Abstand von 1,5 mm senkrecht zueinander angebracht sind. Dadurch ergibt sich ein Raster von  $16 \times 16$  Messpunkten, die gleichmäßig über den Rohrquerschnitt verteilt sind. Nach Abzug der außerhalb des Rohrquerschnitts gelegenen und damit nicht nutzbaren Kreuzungspunkte verbleiben 242 Messpunkte. Die Leitfähigkeitsmessung erfolgt zwischen zwei senkrecht zueinander stehenden Drähten der beiden Drahtebenen. Damit steht der Ort der Messung fest und muss nicht nach der Messung aufwändig rekonstruiert werden. Die Drähte haben nur eine Dicke von  $120 \mu\text{m}$  und üben keinen nennenswerten Einfluss auf die Strömung aus. Die zeitliche Auflösung beträgt bis zu 1,2 kHz.

Zur Messung wird eine Drahtgitterebene als Sender und die zweite Ebene als Empfänger genutzt. Während eines Messzyklus werden die Drähte fortlaufend über eine Multiplexerschaltung aktiviert, so dass das gesamte Gitter zeilen- und spaltenweise abgetastet wird. Die gemessenen Leitfähigkeiten werden anschließend von der Auswerteeinheit über einen Messbus an einen PC übertragen und dort gespeichert. Die Messdauer ist bei Verwendung eines *Intel-Pentium* PC nur von der Größe des installierten Arbeitsspeichers abhängig, da die Daten erst nach Abschluss der Messung gewandelt und abgespeichert werden. Bei 64 MB Arbeitsspeicher lassen sich bei einer Bildrate von 1 kHz Messungen von ca. 5 s Dauer durchführen.



**Abbildung 18:** Beispiel einer Gasgehaltsmessung. Darstellung eines Querschnitts (unten) sowie einer Pseudo-Seitenansicht (oben)

Abbildung 18 zeigt beispielhaft das Ergebnis einer Messung in der horizontalen Rohrleitung bei Schwallströmung. Die Aneinanderreihung von Einzelmessungen ermöglicht eine virtuelle Seitenansicht (siehe Abschnitt 4.2.1.1 Seite 71), bei der die zeitliche Information in eine virtuelle Längsachse umgewandelt wird. Man erhält damit eine zeitlich aufgelöste Darstellung der Strömung durch den Messquerschnitt.

Um die Charakterisierung der Zweiphasenströmung entlang der Messstrecke zu ermöglichen, wurde der Sensor an insgesamt drei verschiedene Positionen eingebaut. Die örtliche und zeitliche Phasenverteilung des zulaufenden Gas-Flüssigkeits-Gemisches wurde bei  $L/D = -6$  ( $D = 0.054$  m) stromauf der Armatur bestimmt. Die Ausbildung des Rückströmgebiets nach dem Schließkörper konnte durch den Einbau des Sensors bei  $L/D = 1$  nach dem Ventil genauer untersucht werden. Die dritte Sensorposition befand sich bei  $L/D = 70$  stromab der Armatur. An dieser Stelle sollte die Rehomogenisierung der durch den Schließkörper beeinflussten Zweiphasenströmung untersucht werden (siehe Abbildung 16).

### 3.3.5 Messdatenerfassung

Die Erfassung und Speicherung der Messdaten erfolgt mit Hilfe eines Systems, das auf zwei getrennten Intel Pentium PCs basiert. Während das eine System die Prozessgrößen wie Temperatur, Druck und Massenstrom der Strömung misst, erfasst das andere den zeitlich und örtlich aufgelösten Gasgehalt. Im Einzelnen bestehen die Systeme aus folgenden Hauptkomponenten:

- Intel Pentium PC zur Steuerung der Anlage und Erfassung der Prozessgrößen
- HewlettPackard Data Acquisition Unit HP 3852A mit je einem schnellen und einem integrierenden Voltmeter
- Hottinger Baldwin Messtechnik (HBM) Messsignalverstärker mit Spannungsversorgung für die Messaufnehmer

- Intel Pentium PC zur Verarbeitung der Gasgehaltsdaten
- Teletronics Elektronikeinheit für den Betrieb des Gasgehaltssensors.

Die von den Messaufnehmern gelieferten Prozesssignale müssen, sofern der Aufnehmer nicht über einen integrierten Verstärker verfügt, zuerst verstärkt werden. Die Umsetzung der analogen Spannungssignale in digitale Daten erfolgt über einen Hochgeschwindigkeits-AD-Wandler, der in Data Acquisition Unit eingebaut ist. Die so digitalisierten Werte werden schließlich über den HP-IB Bus an den Messrechner übertragen. Zur Steuerung der Messung und zur formatierten Datenabspeicherung wurde ein Programm erstellt, das auf der graphischen Programmierumgebung HP-VEE aufbaut.

Die Bestimmung des Gasgehalts des Zweiphasen-Gemisches basiert auf der Messung der Leitfähigkeit an den Kreuzungspunkten des Elektrodengitters des Sensors. Die Ansteuerung, die Multiplexerschaltung und die Messung erfolgen mit der Elektronikeinheit, die die Daten mittels einer im PC integrierten Karte für die Weiterverarbeitung zur Verfügung stellt. Ein hierfür vom Forschungszentrum Rossendorf entwickeltes Programm steuert die Anzeige und die Messung des Gasgehalts.

## 4 Feste Ventilstellungen

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Darstellung, der Beschreibung und der Diskussion sowohl der Referenzversuche bei einphasiger Flüssigkeitsströmung als auch der Ergebnisse bei Wasser/Luft-Strömung.

Im Gegensatz zu Kapitel 5 handelt es sich hier um Experimente bei konstant eingestelltem Armaturenöffnungsverhältnis  $\omega$ . Das Öffnungsverhältnis ist die dimensionslose Stellgröße des Ventils und wurde mit Gleichung (24) bereits in Kapitel 2.1.3.1 eingeführt

$$\omega = \frac{A_e}{A}$$

Es stellt zugleich ein Maß für die Beeinflussung der Strömung durch die Armatur dar. Das Öffnungsverhältnis, im Folgenden auch als Öffnungsgrad bezeichnet, ist zudem eine Funktion des Ventilstellwinkels, der jedoch abhängig von der verwendeten Armatur ist und somit keine allgemein gültige, maßgebende Größe darstellt. Die Ableitung der funktionalen Abhängigkeit des Öffnungsverhältnisses vom Stellwinkel und von der Geometrie eines Kugelhahns findet sich im Anhang B.

Für die Experimente wurden bis zu acht verschiedene Öffnungsgrade eingestellt, die während einer Messung konstant blieben. Anschließend konnten die Massenströme der jeweiligen Phasen gemäß des gewünschten Parameterbereichs justiert werden, bevor mit der Durchführung der Messung begonnen wurde.

### 4.1 Flüssigkeitsströmung

Die nachfolgend beschriebenen Versuche mit Wasser dienen im Wesentlichen als Referenz, auf die die Ergebnisse der Gas-Flüssigkeitsströmung bezogen werden. Die Verwendung der Flüssigkeit als Referenzfluid ist nicht zwingend erforderlich, ebenso könnte das Gas

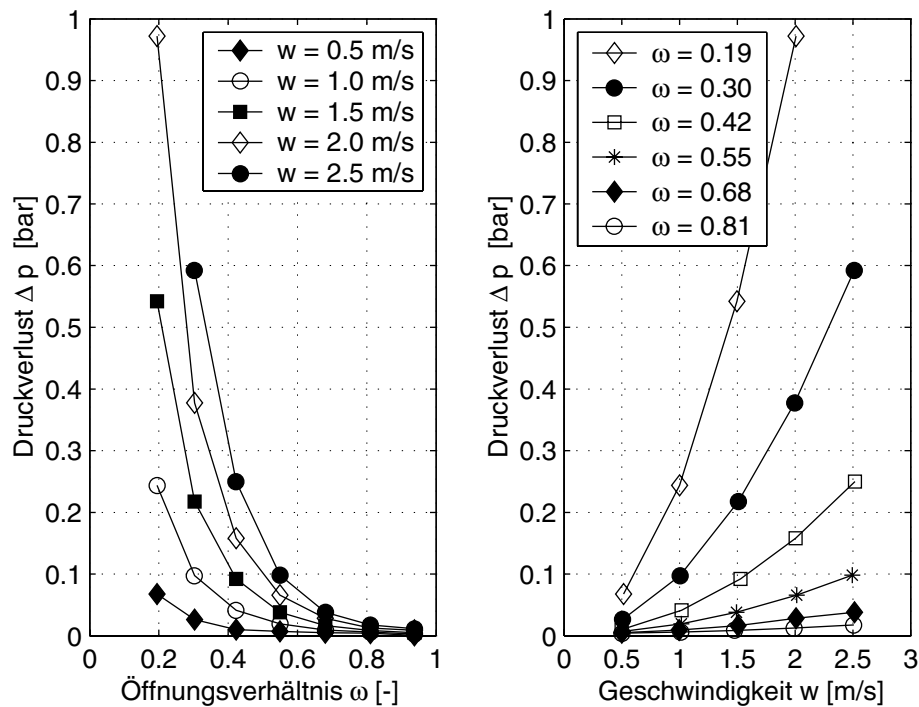


herangezogen werden. Da jedoch in der vorliegenden Arbeit insbesondere die Flüssigkeit die kontinuierliche Phase des Gas-Flüssigkeits-Gemisches darstellt, ist die Verwendung von Wasser nahe liegend. Darüberhinaus ermöglichen die einphasigen Versuche eine anschauliche Darstellung der Physik der Strömung, welche mit bekannten Gleichungen theoretisch nachvollzogen werden kann. Der Vergleich der experimentell ermittelten mit in der Literatur vorhandenen Daten liefert zudem Aussagen über die Güte der Messungen und die Qualität des gesamten Messaufbaus.

Da bei inkompressibler Flüssigkeitsströmung von einem konstanten Rohrquerschnitt  $A$  und einer konstanten Dichte  $\rho$  ausgegangen werden kann, stellen neben den Öffnungsverhältnissen des Kugelhahns die konstanten mittleren Geschwindigkeiten der Massenströme die wesentlichen Versuchsparameter dar. Im Rahmen der Möglichkeiten der Versuchsanlage konnte ein Parameterfeld je Öffnungsgrad vermessen werden, das sich von 0.5 m/s bis 2.5 m/s in Schritten von 0.5 m/s erstreckte.

#### 4.1.1 Druckverlust in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis und der Geschwindigkeit

Zunächst wird die Abhängigkeit des Druckverlustes von den Messparametern der Einphasenströmung, dem Öffnungsverhältnis und der Geschwindigkeit des strömenden Fluids dargestellt. Den beiden Diagrammen der Abbildung 19 können die eingestellten Parameterbereiche entnommen werden. Im linken Bild ist der Druckverlust über dem Öffnungsverhältnis  $\omega$  bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten aufgetragen. Der Massenstrom bzw. die Geschwindigkeit der Flüssigkeit variiert hierbei zwischen 0.5 m/s und 2.5 m/s. Der für einen Kugelhahn typische exponentielle Anstieg des Druckverlusts mit kleiner werdender Öffnung ist klar erkennbar. Ebenfalls typisch für das Verhalten des Kugelhahns ist das, gegenüber einer Armatur mit linearem Kennlinienverlauf, sehr späte Einsetzen der Drosselwirkung, die im vorliegenden Fall erst bei einem Öffnungsverhältnis



**Abbildung 19:** Einphasiger Druckverlust  $\Delta p$  in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis  $\omega$  und der Geschwindigkeit  $w$

von ca. 70% beginnt. Das rechte Diagramm stellt den Druckverlust über der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  bei unterschiedlichen Öffnungszuständen dar. Die parabelförmigen Verläufe der Kurven bestätigen die Abhängigkeit des Druckverlusts vom Quadrat der Geschwindigkeit und damit vom dynamischen Druck.

#### 4.1.2 Druckverlauf entlang der Messstrecke

Abbildung 20 kennzeichnet den Absolutdruckverlauf entlang der Messstrecke, der über dem dimensionslosen Längenparameter  $L/D$  dargestellt ist. Das Ventilöffnungsverhältnis beträgt bei dieser Messung 55%. Der Druckabfall zwischen den Messstellen  $L/D = -70$  und  $-1$  ist auf den Reibungsdruckverlust  $\Delta p_{V,Reibung}$  im Rohr zurückzuführen. Wohingegen der Druckabfall zwischen  $L/D = -1$  und  $0$  durch eine Kombination von Beschleunigung und verlustbehafteter Verzögerung des Fluids an der ersten Engstelle des Schließkörpers

hervorgerufen wird. Demgemäß wird zwischen den Messstellen  $L/D = 0$  und 1 ebenfalls ein Beschleunigungsdruckabfall an der zweiten Verengung registriert. Der dynamische Druck kann jedoch aufgrund von Verzögerung und Rehomogenisierung der Strömung zwischen den Messstellen  $L/D = 1$  und 10 verlustbehaftet in einen statischen Druck umgewandelt werden, der durch den Druckaufbau  $\Delta p_{Rück}$  gekennzeichnet ist. Die Rehomogenisierung der Strömung ist nach einer Länge von ca.  $L/D = 10$  ( $D = 0.054$  m) stromab des Ventils abgeschlossen (vgl. [1] und [11]). Übrig bleibt der irreversible Druckverlust der Armatur  $\Delta p_{V,Armatur}$ . Für den weiteren Druckabfall von  $L/D = 10$  bis 70 ist nun wieder die Rohrreibung verantwortlich.

Um den Einfluss des Öffnungsverhältnisses auf den Druckverlauf zu charakterisieren, wird auf eine dimensionslose Darstellung des Drucks mit dem dimensionslosen Druckbeiwert  $\zeta(\tilde{z})$  zurückgegriffen. Der Parameter  $\tilde{z}$  bezeichnet die dimensionslose Längskoordinate  $L/D$ .

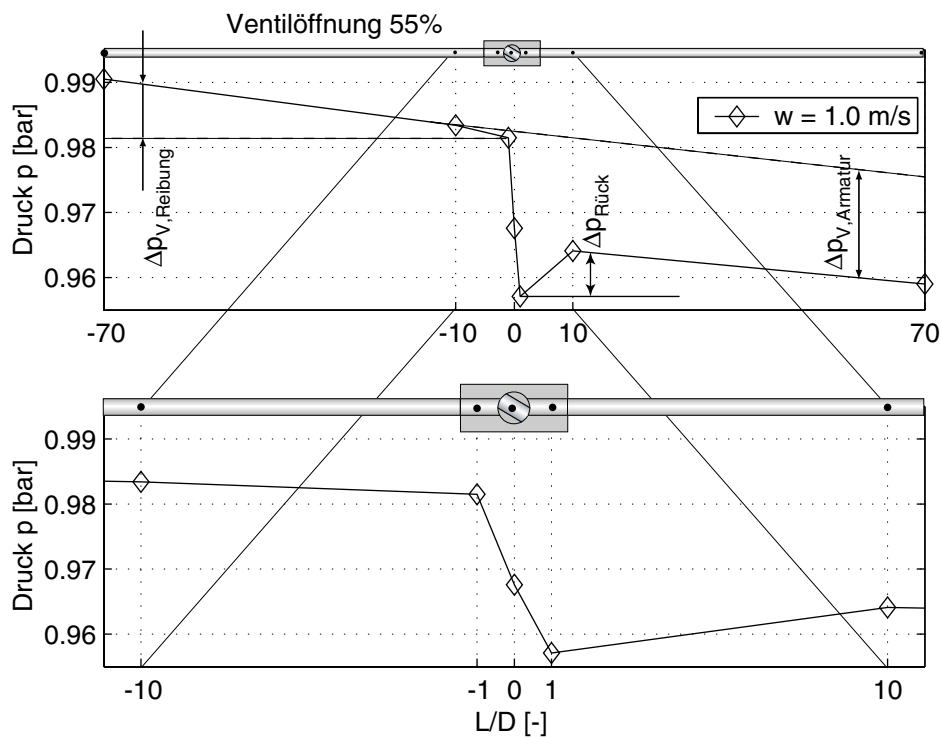
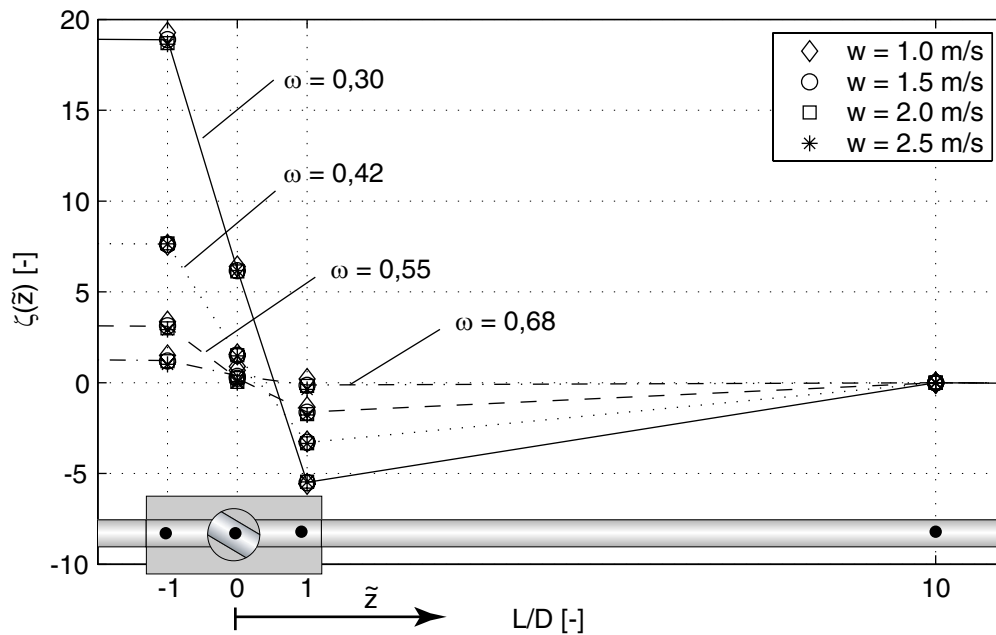


Abbildung 20: Druckverlauf entlang der Messstrecke



**Abbildung 21:** Dimensionsloser Druckverlauf entlang der Messstrecke

$$\zeta(\tilde{z}) = \frac{\Delta p(\tilde{z})}{\rho/2 w^2} = \frac{p(\tilde{z}) - p(L/D = 10)}{\rho/2 w^2} \quad (87)$$

Der Referenzdruck, der von allen Drücken  $p(\tilde{z})$  subtrahiert wird, ist der Druck  $p(\tilde{z} = 10)$  an der Stelle  $L/D=10$ . An dieser Stelle kann bei der Einphasenströmung, wie bereits erwähnt, wieder von einer homogenisierten Strömung ausgegangen werden. Die in Abbildung 21 dargestellten positiven  $\zeta$ -Werte können somit als dimensionsloser Druckverlust, die negativen als dimensionsloser Druckrückgewinn betrachtet werden. Es zeigt sich, dass der Druckverlust insbesondere eine Funktion des Öffnungswinkels der Armatur ist, da mittels der dimensionslosen Darstellung durch Division mit der Geschwindigkeit deren Einfluss nicht mehr erkennbar ist. Idelchik [5] berichtet zwar von der Abhängigkeit des Druckverlustbeiwertes  $\zeta$  von der Geschwindigkeit bzw. der Reynolds-Zahl, er zeigt jedoch, dass diese nur für Bereiche von  $Re < 10^4$  auftritt. Da sämtliche Untersuchungen in Bereichen oberhalb dieser Grenze durchgeführt wurden, wird diese Abhängigkeit im Folgenden nicht berücksichtigt. Wie Abbil-

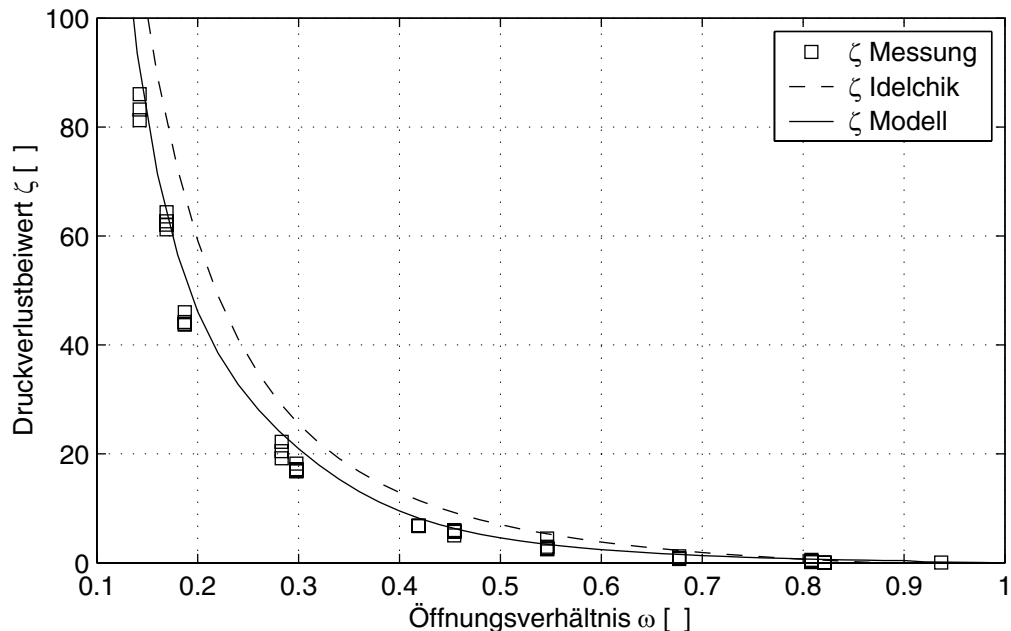
dung 21 weiter deutlich macht, wird der Druckverlust der Armatur im Wesentlichen durch das Einströmen ( $L/D = -1$  bis  $0$ ) des Fluids in den kugelförmigen Schließkörper hervorgerufen. Der Druckabfall während des Ausströmens ( $L/D = 0$  bis  $1$ ) wird größtenteils durch einen Druckrückgewinn ( $L/D = 1$  bis  $10$ ) kompensiert.

### 4.1.3 Bestimmung des Druckverlustbeiwertes $\zeta$

Die vorangegangene Diskussion führt zur Bestimmung des Druckverlustbeiwertes  $\zeta$ , der für die vorliegende Armatur mit der Gleichung (88) bestimmt wird.

$$\zeta = \frac{\Delta p_V}{\rho/2 w^2} = \frac{p(L/D = -10) - p(L/D = +10)}{8 \rho \left( \frac{\dot{V}_F}{D^2 \pi} \right)^2} \quad (88)$$

Die Werte für den Druckverlust  $\Delta p_V$  sind der Differenzdruckmessung  $\Delta p_{10}$  entnommen (siehe Abbildung 16), deren Druckentnahmestellen



**Abbildung 22:** Druckverlustbeiwerte  $\zeta$  in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis

sich jeweils in einer Entfernung von  $L/D=10$  stromauf und stromab der Armatur befinden. Die Geschwindigkeit  $w$  wird mit dem gemessenen Wasservolumenstrom  $\dot{V}_F$  berechnet.

Aufgetragen über dem Öffnungsverhältnis  $\omega$  zeigt Abbildung 22 den anhand der Messungen bestimmten Verlauf des dimensionslosen Druckverlustbeiwertes  $\zeta$  des Kugelhahns. Analog zur Abbildung 21 ist die Zunahme von  $\zeta$  mit abnehmendem Öffnungsverhältnis  $\omega$  erkennbar.

Die weiteren Kurven der Abbildung 22 stellen den Verlauf des modellierten Druckverlustbeiwertes, auf den im folgenden Abschnitt eingegangen wird, und den Verlauf des Beiwerts aus dem Standardwerk für hydraulische Widerstandsbeiwerte von Idelchik [5] dar (siehe Kapitel 2.1.3.1).

Der Vergleich der gemessenen Werte mit den Literaturdaten zeigt, dass die Verläufe zwar qualitativ übereinstimmen, sich jedoch quantitativ geringfügig unterscheiden. Sowohl der Druckverlustbeiwert nach Idelchik als auch der gemessene Verlustkoeffizient unterliegen einem gemeinsamen physikalischen Zusammenhang. Die quantitative Abweichung des Koeffizienten ist vermutlich auf geringfügige Unterschiede in der Strömungsführung (Kanten des Schließkörpers) der betrachteten Kugelhähne zurückzuführen.

#### 4.1.4 Modellierung des einphasigen Druckverlusts

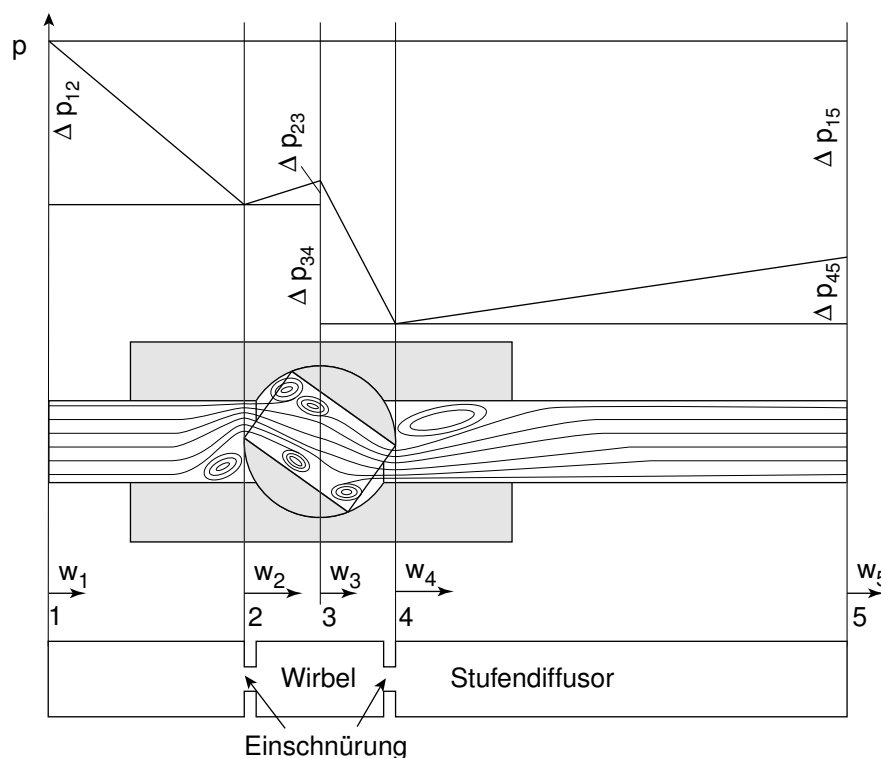
##### 4.1.4.1 Beschreibung des Modells

Die Modellierung erfordert die Aufteilung der charakteristischen Bereiche des Ventils in vier Bilanzgebiete, so dass diese mit einfachen und bekannten Formulierungen nachgebildet werden können. Die Einteilung der einzelnen Bilanzgebiete verdeutlicht Abbildung 23. Sie lassen sich folgendermaßen einordnen:

1 - 2 Das Fluid strömt mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_1$  dem Schließkörper entgegen. Aufgrund der Verengung kommt es zur Beschleunigung der Flüssigkeit auf die Geschwindigkeit  $w_2$ , was einen Druckabfall zur Folge hat. Da das Fluid dem Verlauf der Einlaufkante an der Engstelle nicht exakt folgen kann, wird die Strömung eingeschnürt. Der effektive Strömungsquerschnitt an der Engstelle wird dadurch weiter verringert.

$$\Delta p_{12} = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2) + \Delta p_{V,Einschnürung} \quad (89)$$

Die Einschnürung führt zur einer weiteren Beschleunigung der Strömung und dadurch zu einer weiteren Absenkung des Drucks. Diese ist jedoch verlustbehaftet und im Gegensatz zum vorher genannten Beschleunigungsdruckabfall nicht reversibel. Der Druckabfall dieses Bereiches kann mit dem Modell der Stufendüse (vgl. Kapitel 2.1.2) angenähert werden.



**Abbildung 23:** Modell der Strömung durch den Kugelhahn

**2 - 3** Nach der Engstelle weitet sich der Strömungsquerschnitt. Die Strömung wird auf die Geschwindigkeit  $w_3$  verzögert, wobei Abrisskanten und Umlenkungen in der Strömungsführung des Schließkörpers Verwirbelungen hervorrufen, die dazu führen, dass, trotz der Verzögerung der Strömung, kein nennenswerter Druckaufbau entsteht.

$$\Delta p_{23} = \frac{\rho}{2} (w_3^2 - w_2^2) + \Delta p_{V,Wirbelbildung} \quad (90)$$

**3 - 4** Die Strömung in diesem Bilanzgebiet wird auf die Geschwindigkeit  $w_4$  beschleunigt und wird analog dem Bereich, der innerhalb der Grenzen (1 - 2) liegt, beschrieben und mit dem Modell einer Stufendüse nachgebildet.

$$\Delta p_{34} = \frac{\rho}{2} (w_4^2 - w_3^2) + \Delta p_{V,Einschnürung} \quad (91)$$

**4 - 5** Ähnlich dem Bereich (2 - 3) weitet sich hier der Strömungsquerschnitt, wobei das Fluid auf die Geschwindigkeit  $w_5$  verzögert wird. Im Gegensatz zum Bereich (2 - 3) gibt es nach der Engstelle keine extremen Umlenkungen, die eine starke Wirbelbildung begünstigen, so dass die Beschreibung des Druckaufbaus nach der Engstelle dem Modell eines Stufendiffusors genügt.

$$\Delta p_{45} = \frac{\rho}{2} (w_5^2 - w_4^2) + \Delta p_{V,Stufendiffusor} \quad (92)$$

Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung Gl. (3) reduziert sich die Anzahl der Geschwindigkeiten an den Bilanzgrenzen für den Fall der inkompressiblen Strömung auf die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im offenen Rohr  $w$  und auf die Geschwindigkeit in der Verengung  $w_e$

$$w = w_1 = w_3 = w_5 \quad (93)$$

$$w_e = w_2 = w_4 \quad (94)$$



Letztere ist nur vom Öffnungsverhältnis abhängig und wird mit der Beziehung

$$\begin{aligned} A w &= A_e w_e & \text{mit } \omega &= \frac{A_e}{A} \\ w &= \omega w_e \end{aligned} \quad (95)$$

als Funktion von  $w$  beschrieben. Setzt man die Geschwindigkeiten aus den Gleichungen (93) - (95) in die Gleichungen (89) - (92) der entsprechenden Bilanzgebiete ein und summiert die einzelnen Druckdifferenzen, so folgt daraus die Formulierung für den Druckverlust der Armatur. Die reversiblen Beschleunigungs- und Verzögerungsterme werden durch die Addition eliminiert, so dass lediglich die Verlustterme übrig bleiben.

$$\begin{aligned} \Delta p_{15} = \Delta p_{V,A} &= \Delta p_{V,Wirbelbildung} + \Delta p_{V,Stufendiffusor} + \\ &+ 2 \cdot \Delta p_{V,Einschnürung} \end{aligned} \quad (96)$$

Die Beobachtung der Strömung, die Analyse der Messdaten oder auch bekannte Gleichungen für Formverluste führen zur Beschreibung der einzelnen Druckverluste. So wird unter anderem aus den Experimenten deutlich, dass nach dem Einströmen in den Schließkörper (2 - 3) starke Verwirbelungen entstehen. Für die Modellierung des Druckverlusts dieses Bereichs wird daher davon ausgegangen, dass die in den Wirbeln gespeicherte kinetische Energie trotz Verzögerung der Strömung nicht zurückgewonnen wird. Der Verlust ist folglich mit dem Betrag des Druckaufbaus, der aufgrund von Verzögerung entsteht, anzusetzen

$$\Delta p_{V,Wirbelbildung} = \left| \frac{\rho}{2} (w_3^2 - w_2^2) \right| = \frac{\rho}{2} w^2 \frac{1 - \omega^2}{\omega^2}. \quad (97)$$

Im Abströmbereich des Kugelhahns beschreibt das Modell des Stufendiffusors, welches ausführlich im Kapitel 2.1.2 diskutiert wurde, den entstehenden Druckverlust. Die folgende Formulierung entspricht der in diesem Kapitel aufgeführten Gleichung (19):

$$\Delta p_{V,Stufendiffusor} = \frac{\rho}{2} w^2 \frac{(1 - \omega)^2}{\omega^2}. \quad (98)$$

Die verlustbehaftete Einschnürung der Strömung wird mit dem Beiwert  $\zeta_E$  wiedergegeben, der gemäß Gl. (22) ausgedrückt werden kann.

$$\Delta p_{V,Einschnürung} = \zeta_E \frac{\rho}{2} w^2 = \left( \frac{1-\mu}{\mu} \right)^2 \frac{1}{\omega^2} \frac{\rho}{2} w^2$$

Der Kontraktionskoeffizient  $\mu$  ist armaturenspezifisch und daher empirisch. Addiert man nun die einzelnen Verlustgleichungen, so führt dies zu den folgenden Formulierungen, mit denen der einphasige Druckverlust bzw. der dimensionslose Druckbeiwert des Kugelhahns berechnet werden kann.

$$\Delta p_{V,A} = \frac{\rho}{2} w^2 \left( \frac{1-\omega^2}{\omega^2} + \frac{(1-\omega)^2}{\omega^2} + \frac{2}{\omega^2} \left( \frac{1-\mu}{\mu} \right)^2 \right) \quad (99)$$

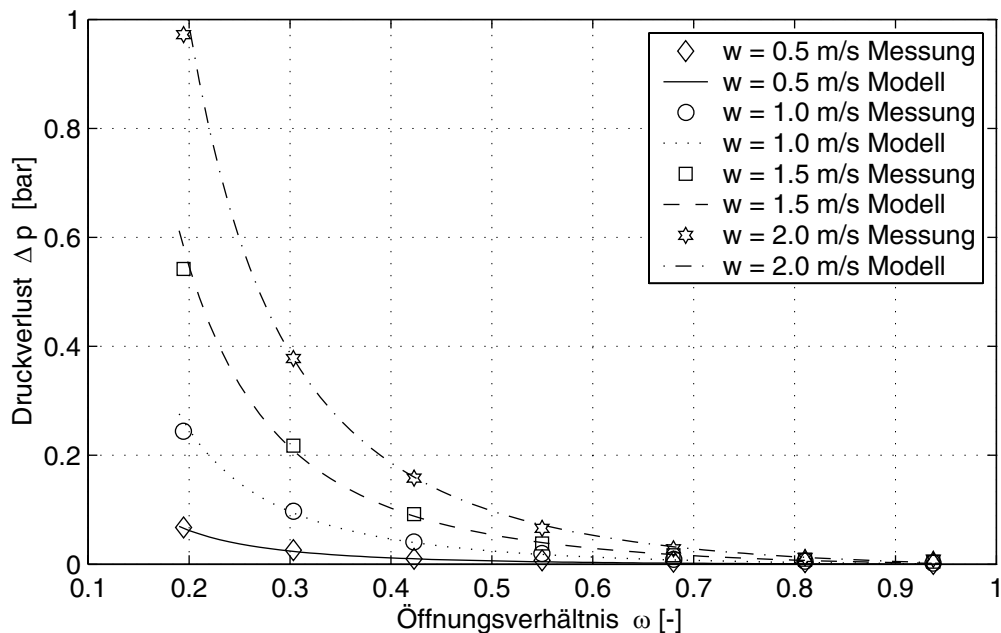
$$\zeta = \frac{2}{\omega^2} \left( 1 - \omega + \left( \frac{1-\mu}{\mu} \right)^2 \right) \quad (100)$$

Die Beschreibung des Druckverlusts basiert im Wesentlichen auf physikalischen Überlegungen, lediglich der Kontraktionskoeffizient  $\mu$ , der die armaturenspezifische Einschnürung berücksichtigt, ist empirisch ermittelt und in Tabelle 8 in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis  $\omega$  dargestellt. Diese Werte wurden durch Anwendung der Gleichung (99) aus den Messdaten extrahiert.

**Tabelle 8:** Empirische Kontraktionskoeffizienten  $\mu_{Exp}$ .

$\omega$	0.19	0.30	0.42	0.55	0.68	0.81	0.93	1.0
$\mu_{Exp}$	0.7	0.715	0.73	0.77	0.82	0.88	0.95	1.0

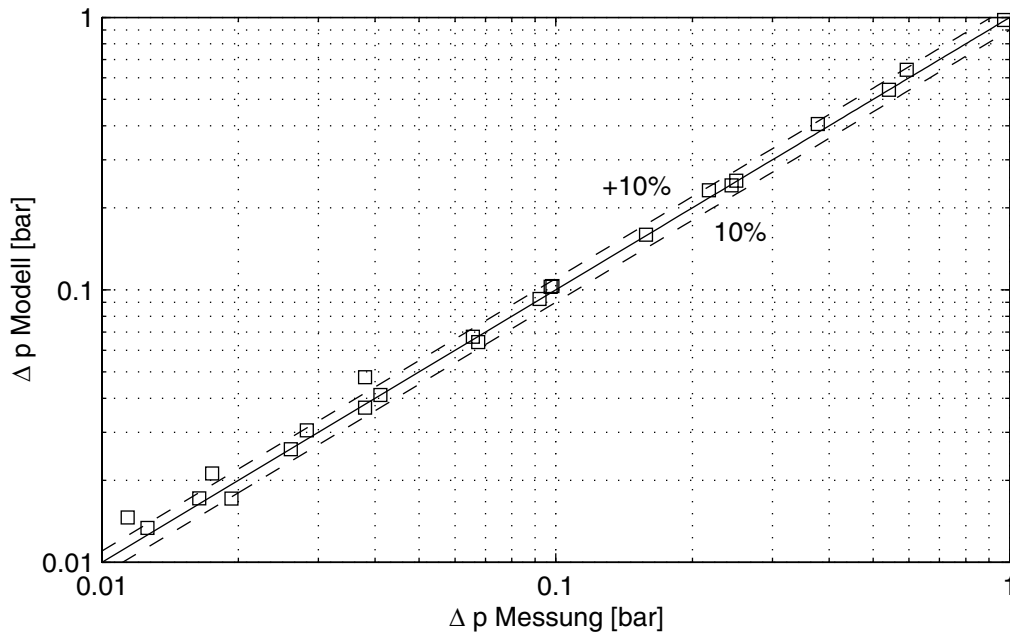
Die Gleichungen verdeutlichen, dass der modellierte Druckverlustkoeffizient  $\zeta$  der Armatur vom Öffnungsverhältnis  $\omega$  abhängig ist. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 22 auf Seite 57 ersichtlich. Der Vergleich der gemessenen Druckverlustbeiwerte mit dem Verlauf der mit Gl. (100) modellierten Koeffizienten liefert eine sehr gute Übereinstimmung. Dies wird ebenso in Abbildung 24 deutlich. In dieser Darstellung sind sowohl die gemessenen als auch die mit Gleichung



**Abbildung 24:** Modellierte und gemessene Druckverluste über dem Öffnungsverhältnis  $\omega$

(99) berechneten Druckverluste über dem Öffnungsverhältnis aufgetragen. Die Messdaten stimmen mit den berechneten Werten sehr gut überein. Eine signifikante Abweichung ist nicht erkennbar.

Zusammenfassend kann dies mit Abbildung 25 nachgewiesen werden, in der die berechneten Druckverluste den gemessenen direkt gegenübergestellt sind. Die doppelt logarithmische Darstellung ermöglicht eine gute Auflösung der Daten in einem weiten Wertebereich. Die Diagonale teilt die Abbildung in zwei Bereiche. Liegen die Datenpunkte oberhalb der Diagonalen, so sagt das Modell einen gegenüber den Messungen höheren Druckverlust voraus. Liegen sie unterhalb, ist der modellierte Druckverlust geringer als der gemessene. Die Datenpunkte befinden sich größtenteils innerhalb eines Bereiches von  $\pm 10\%$  Abweichung. Einige Ausreißer zeigen sich insbesondere bei sehr geringen Drücken. Dies ist überwiegend auf die immanente Auflösungsungenauigkeit des Messaufnehmers zurückzuführen, die gerade bei kleineren Messwerten sehr stark zum Tragen kommt.



**Abbildung 25:** Druckverlust des Modells gegenüber gemessenen Druckverlusten

#### 4.1.4.2 Einfluss der Einschnürung

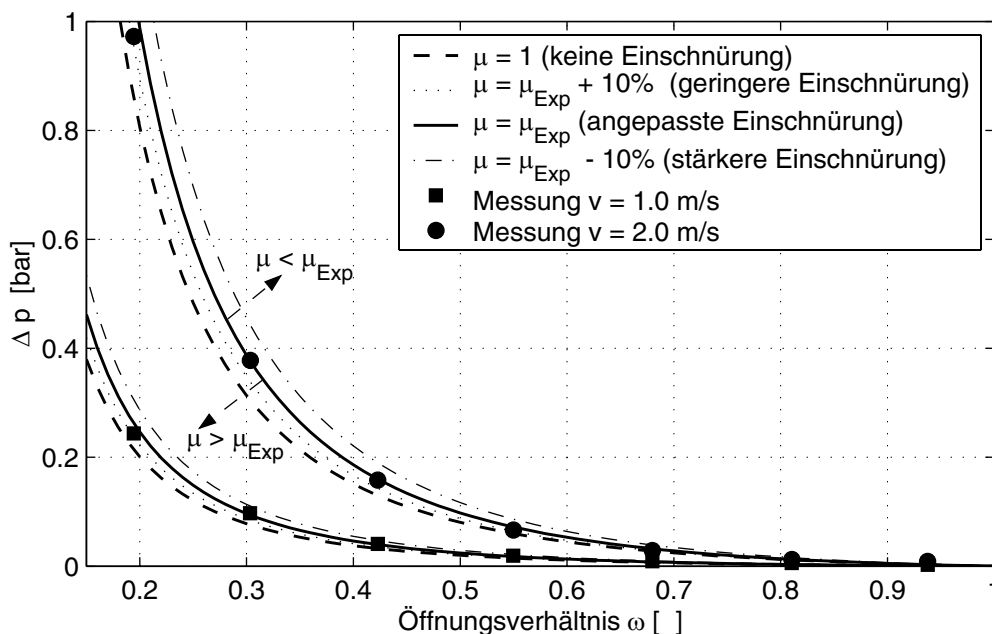
Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, ist im einphasigen Modell der empirische Kontraktionskoeffizient  $\mu$  enthalten. Hinsichtlich der Anwendung des Modells auf andere Kugelhähne, deren Einschnürungsverhalten unbekannt ist, erscheint die Analyse des Einflusses von  $\mu$  auf den Gesamtdruckverlust und den dimensionslosen Druckverlustkoeffizienten  $\zeta$  der Armatur als sinnvoll.

Nach Truckenbrodt [8] bewegt sich der theoretische Kontraktionskoeffizient innerhalb der sinnvollen Grenzen  $0.5 < \mu < 1.0$ . Die experimentell ermittelten Einschnürungskoeffizienten liegen laut Tabelle 8 ebenfalls innerhalb dieses Bereichs.

In der Diskussion über den Einfluss von  $\mu$  soll zunächst die Kontraktion außer Acht gelassen und  $\mu = 1$  gesetzt werden. Für diesen Extremfall geben Gl.(99) und Gl.(100) den Druckverlust wieder, der auf den physikalischen Überlegungen mit Hilfe der Erhaltungsgleichungen basiert und somit ohne Verwendung jeglicher empirischer Werte aus-

kommt. Die entsprechende Auswirkung auf den theoretischen Druckverlust zeigt Abbildung 26. Hinsichtlich einer besseren Vergleichbarkeit sind neben den theoretischen auch die gemessenen Druckverluste bei zwei unterschiedlichen Geschwindigkeiten dargestellt. In diesem Diagramm sind insbesondere die theoretischen Druckverläufe unter Berücksichtigung der empirisch ermittelten Kontraktion (durchgezogene Linie) und unter Vernachlässigung der Kontraktion (gestrichelte Linie) hervorgehoben. Aus ihnen wird deutlich, dass die Vernachlässigung der Einschnürung bekanntermaßen zu einem geringeren Druckverlust führt. Die entsprechende, vom Öffnungsverhältnis abhängige, prozentuale Abweichung des dimensionslosen Druckverlusts bei Vernachlässigung der Einschnürung  $\zeta(\mu = 1)$  von dem mit angepasster Kontraktion  $\zeta(\mu = \mu_{Exp.})$  kann mittels folgender Gleichung quantifiziert werden:

$$\Delta\zeta = \frac{\zeta(\mu = 1) - \zeta(\mu = \mu_{Exp.})}{\zeta(\mu = \mu_{Exp.})} \quad (101)$$



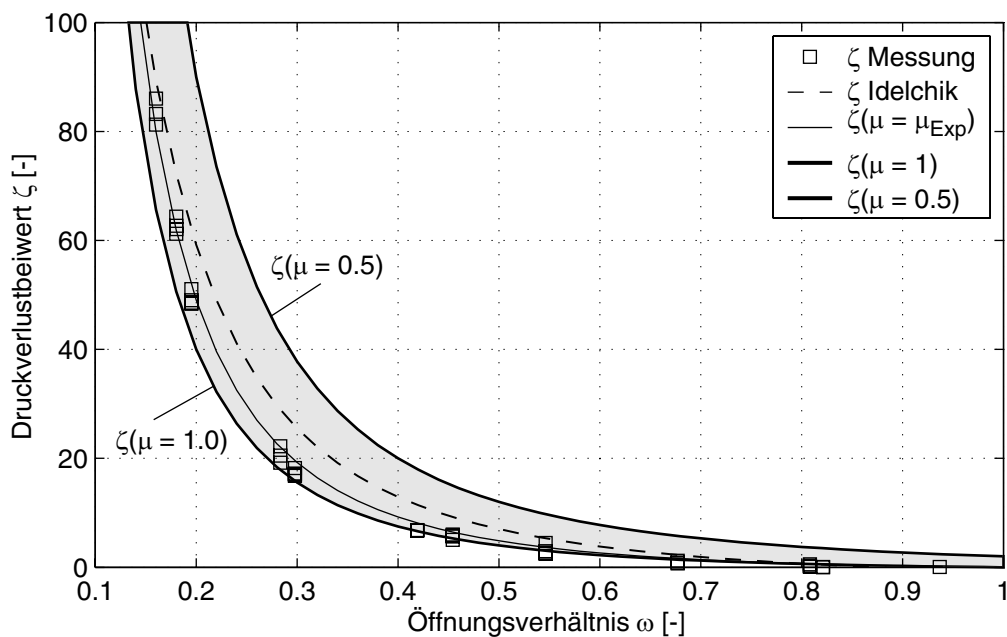
**Abbildung 26:** Einfluss des Kontraktionskoeffizienten  $\mu$  auf den Druckverlust des Kugelhahns

**Tabelle 9:** Prozentuale Abweichung des Druckverlustkoeffizienten  $\zeta$  bei Vernachlässigung der Kontraktion

$\omega$	0.19	0.30	0.42	0.55	0.68	0.81	0.93
$\Delta\zeta$	-18 %	-19 %	-19 %	-17 %	-13 %	-9 %	-3 %

Die berechneten Werte sind in Tabelle 9 zu finden. Aus diesen Werten geht hervor, dass die größte Abweichung bei kleinen Öffnungsverhältnissen auftritt. In Anbetracht der extremen Einschnürung der Strömung, die insbesondere bei kleinen Öffnungsgraden auftritt, ist die Abweichung des Druckverlustbeiwertes  $\Delta\zeta$  von ca. -19% bei Vernachlässigung der Kontraktion durchaus verständlich.

In Abbildung 26 befinden sich ferner zwei weitere berechnete Druckverluste je Geschwindigkeit, deren Verläufe über  $\omega$  durch eine Auslenkung des empirischen Kontraktionskoeffizienten  $\mu_{Exp}$  um  $\pm 10\%$  bestimmt wurden. Aus diesen Kurven geht hervor, dass eine Erhöhung des Kontraktionskoeffizienten um +10 %, was einer zunehmenden Vernachlässigung der Einschnürung gleichkommt, einen geringeren Einfluss auf den Druckverlust hat, als das die Verkleinerung von  $\mu$



**Abbildung 27:** Bereich möglicher Druckverlustbeiwerte

zur Folge hätte. Überdies geht sowohl aus der Abbildung 26 als auch aus den Werten für  $\Delta\zeta$  der Tabelle 9 hervor, dass die Einschnürung gerade bei sehr kleinen Öffnungsverhältnissen zum Tragen kommt.

Der andere Extremfall, bei dem die Strömung auf die Hälfte des verengten Querschnitts ( $\mu = 0.5$ ) eingeschnürt wird, soll nicht unberücksichtigt bleiben. Hierbei entstehen sehr hohe Druckverluste, was auf die extreme Einschnürung zurückzuführen ist. Dieser Sachverhalt wird in Abbildung 27 verdeutlicht. In diesem Diagramm sind neben den gemessenen Druckverlustbeiwerten, dem angepassten Modell und den Druckverlustbeiwerten nach Idelchik [5] ebenso die beiden Extremfälle – keine Kontraktion  $\mu = 1$  und extreme Kontraktion  $\mu = 0.5$  – dargestellt, die den Bereich der möglichen Druckverlustbeiwerte des Kugelhahns in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis aufspannen. In diesem Bereich liegt auch der Verlauf des Druckverlustbeiwertes nach Idelchik, womit die in Kapitel 4.1.3 aufgestellte These, dass die quantitative Abweichung der gemessenen Werte von den Literaturdaten in der unterschiedlichen Einschnürung an den Engstellen begründet ist, bestätigt werden konnte.

Zum Abschluss des Kapitels 4.1 kann zusammenfassend gesagt werden, dass die Experimente bei Flüssigkeitsströmung eine gute Ausgangsbasis für die Untersuchung der Armaturenströmung mit Gas-Flüssigkeits-Gemischen darstellen. Die Güte des experimentellen Aufbaus konnte verifiziert werden. Die gemessenen Ventilkennwerte halten einem Vergleich mit bekannten einphasigen Druckverlustbeiwerten der Literatur stand. Die Physik der Strömung durch den Kugelhahn wird durch das entwickelte Modell sehr genau beschrieben. Auf den gewonnenen Erkenntnissen baut insbesondere das Kapitel 4.2.2 des nächsten Abschnitts auf, das sich mit der Modellierung des zweiphasigen Druckverlusts beschäftigt.

## 4.2 Gas-Flüssigkeitsströmung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Untersuchungen am zweiphasig durchströmten Kugelhahn bei konstanten Öffnungsverhältnissen diskutiert. Bevor jedoch im Folgenden mit der Darstellung der jeweiligen Erkenntnisse begonnen wird, soll zunächst noch die Art der Zweiphasenströmung und die daraus abgeleiteten Konsequenzen für die Zuströmbedingungen erläutert werden. Zudem werden die Messbereiche der beiden Strömungsparameter, Volumendichte Flüssigkeit  $j_F$  und volumetrischer Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$ , und die dabei entstehenden Strömungsformen, die mit diesen unmittelbar zusammenhängen, aufgezeigt. Dabei sollen insbesondere die Strömungsformen (Propfen-, Schwall- und Ringströmung), die in industriellen Anwendungen des Mehrphasentransports auftreten, erzeugt werden. Ferner wird die Durchführung einer Messung beschrieben. In Anschluss daran werden die einzelnen Ergebnisse diskutiert und das Modell zur Berechnung des zweiphasigen Druckverlustes über den Kugelhahn vorgestellt.

### Zuströmbedingungen

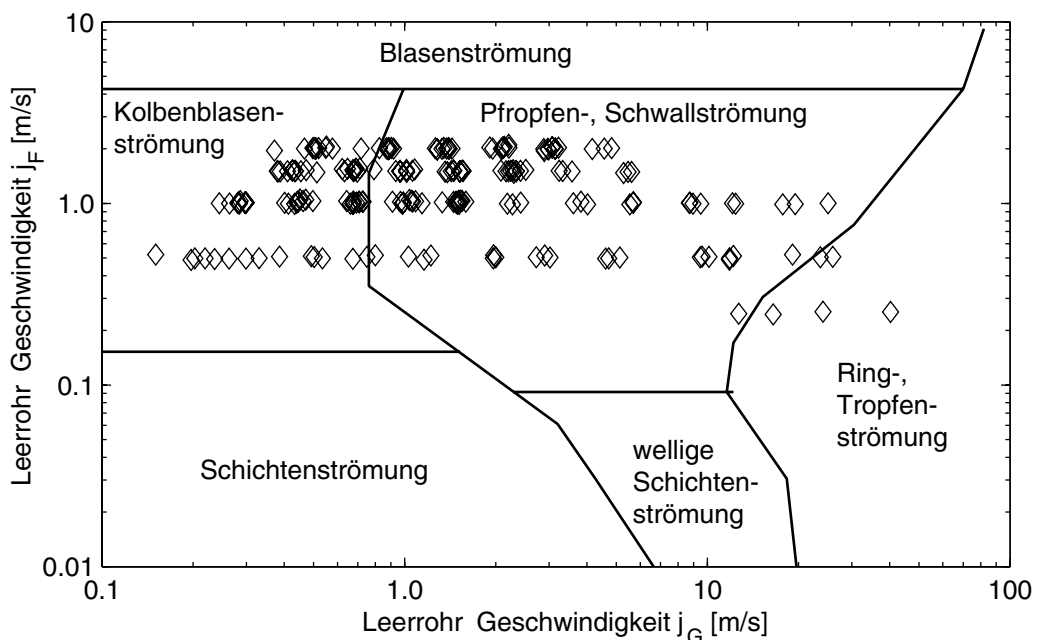
Die in den folgenden Kapiteln dargestellten Diagramme geben die Messergebnisse einer Zweiphasenströmung wieder, die aus zwei unterschiedlichen Komponenten – Luft und Wasser – besteht. Da Luft unter den vorliegenden Messbedingungen als nicht kondensierbares Gas keinen Phasenwechsel gasförmig-flüssig vollzieht, und das Wasser nicht verdampft, weil sowohl der Systemdruck als auch die Systemtemperatur sich auf einem Niveau nahe der Umgebungsbedingungen befindet, bleiben die Massenströme  $\dot{M}_G$  und  $\dot{M}_F$  jeder einzelnen Komponente und damit der massenbezogene Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$  entlang der Messstrecke im zeitlichen Mittel konstant. Die Zustandsgrößen Druck und Temperatur beider Komponenten stromauf des Kugelhahns sind ebenfalls konstant. Der volumetrische Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$ , der sich zwar mit der Gasdichte  $\rho_G$  aufgrund des Druckabfalls entlang der Messstrecke verringert, kann zumindest stromauf der Armatur als eine Konstante definiert werden, da hierbei der



Druckabfall nur durch die Rohrreibung geprägt und derart gering ist, dass der Einfluss auf die Gasdichte vernachlässigbar ist.

### Messbereiche

Der Messbereich der durchgeführten Experimente erstreckt sich von 0.25 m/s bis 2.0 m/s Leerrohr-Geschwindigkeit  $j_F$ , was einem Massenstrom  $\dot{M}_F$  von 0.56 kg/s - 4.8 kg/s gleichkommt. Dabei wird ein Bereich von 0.2 bis 0.6, teilweise sogar bis 0.98, des volumetrischen Strömungsgasgehaltes  $\epsilon$  überstrichen. Umgerechnet entspricht dies einem Gasmassenstrom  $\dot{M}_G$  von ca. 0.4 g/s bis 160 g/s. Mit diesen Strömungsparametern konnten, angefangen mit der Kolbenblasenströmung über die Pfropfen- und Schwallströmung sowie die Ringströmung die geforderten Strömungsformen erfolgreich erzeugt werden, wie Abbildung 28, die Strömungsbilderkarte nach Mandhane [24], anschaulich verdeutlicht. Hierin sind die Leerrohr-Geschwindigkeit  $j_F$  der flüssigen Phase über den Leerrohr-Geschwindigkeit  $j_G$  der gasförmigen Phase der in dieser Arbeit durch-

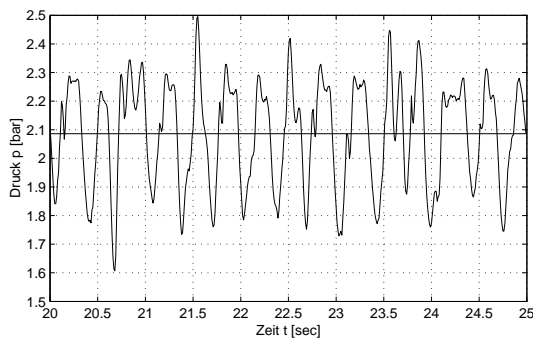


**Abbildung 28:** Einordnung der Messpunkte in die Strömungsbilderkarte nach Mandhane [24]

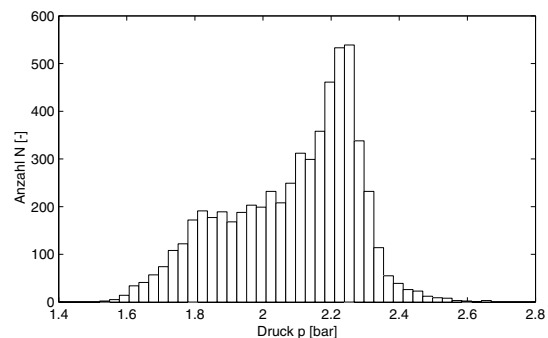
geführten Messungen aufgetragen. Die Markierungen zeigen somit die Strömungsform, die bei dem entsprechendem Experiment auftrat. Die Aussagen dieser Karte stimmen übrigens sehr genau mit den beobachteten Strömungsformen überein.

### Durchführung der Messung

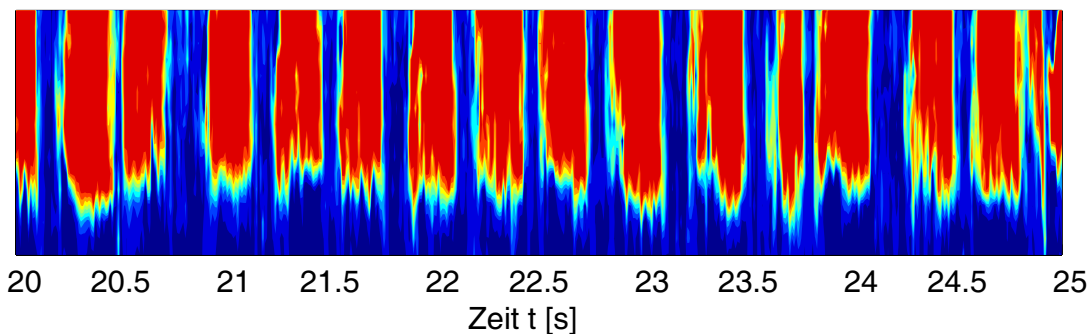
Besonders im Bereich der intermittierenden Strömungsformen, wie z.B. der Pfropfen- bzw. Schwallströmung, treten aufgrund der periodisch strömenden Flüssigkeitsschwälle besonders hohe Druckschwankungen auf. Abb 29(a) zeigt beispielhaft den Verlauf des Drucks über der Zeit stromauf des Ventils. Die Visualisierung der entsprechenden Schwallströmung wird mit den Daten der Gasgehaltsmessung ermöglicht, wie Abbildung 29(c) deutlich macht. In dieser Darstellung kennzeichnet Rot die Gaspfropfen und Blau die Flüssigkeit.



(a) Transienter Verlauf des Drucksignals



(b) Histogramm des Drucksignals



(c) Pseudo-Seitenansicht der Strömung

**Abbildung 29:** Messdaten einer Pfropfen- bzw. Schwallströmung  
Diese Periodizität macht es erforderlich, über einen ausreichend lan-

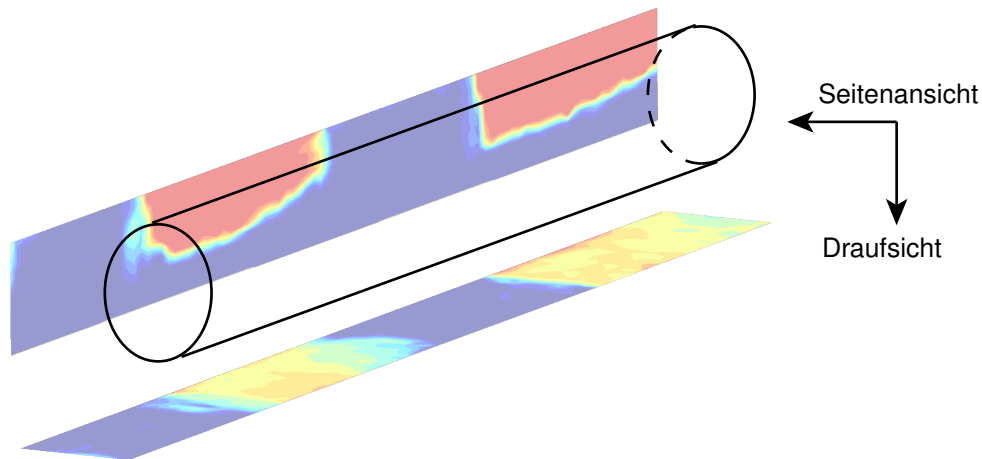
gen Zeitraum eine große Anzahl von Messwerten zu registrieren, so dass der daraus bestimmte Mittelwert gegen den wahren Wert konvergiert und der mittlere Fehler des Mittelwerts möglichst gering gehalten wird. Daher wurden für sämtliche Experimente bei stationärer Zweiphasenströmung eine Messzeit von  $t_{Mess} = 60$  s und eine Messfrequenz  $f_{Mess} = 100$  Hz zugrunde gelegt (6000 Samples/Messung).

### 4.2.1 Phasenverteilung am Kugelhahn

Zu den wesentlichen Funktionsmerkmalen einer Armatur gehören das Absperren bzw. die Drosselung der Strömung. Letztere wird insbesondere durch die gezielte Beeinflussung des Drucks bzw. des Druckverlustes der Armatur realisiert. Die wesentliche Fragestellung bei Armaturen bezieht sich daher auf die funktionale Abhängigkeit des Druckverlustes von der Stellung der jeweiligen Armatur. Im Gegensatz zur einphasigen Strömung muss jedoch bei der Zweiphasenströmung noch die Beeinflussung der Phasenverteilung durch die entsprechende Armatur berücksichtigt werden. Mit der Phasenverteilung werden die lokal vorherrschenden Geschwindigkeiten der Phasen beeinflusst, daher ist die Kenntnis der Phasenverteilung nicht nur zum Zwecke der Modellierung des Druckverlustes von besonderer Bedeutung, sondern spielt darüberhinaus eine wichtige Rolle bei der Betrachtung der Armatur im Zusammenhang mit verfahrenstechnischen Apparaten und Anlagen.

#### 4.2.1.1 Virtuelle Seitenansicht der Zweiphasenströmung

Ein sehr anschauliches Verfahren zur Darstellung der Struktur der Phasenverteilung ist die Erstellung von virtuellen Ansichten. Sie vermitteln einen qualitativen Eindruck der Zweiphasenströmung. Darüberhinaus geben sie Aufschluss über die Beeinflussung der Strömung durch den Kugelhahn. Bei diesem Verfahren werden die im Rohrquerschnitt in Form einer Matrix ermittelten lokalen Gasgehalte in der Tiefe der jeweiligen Ansicht (vgl. Abbildung 30), al-



**Abbildung 30:** Mittlere Seitenansicht und Draufsicht der Zweiphasenströmung

so spalten- oder zeilenweise pro Zeitschritt gemittelt. Durch zeitliche Aneinanderreihung der Spalten- oder Zeilenvektoren lassen sich virtuelle Schnittbilder der Strömung erzeugen, wie die Abbildungen 31(a) - 32(b) beispielhaft zeigen. Diese Schnittbilder sind über der Zeit aufgetragen, die jedoch mit Kenntnis der mittleren lokalen Gasgeschwindigkeit in eine virtuelle Längsachse  $\Delta z^*$  übergeführt werden kann.

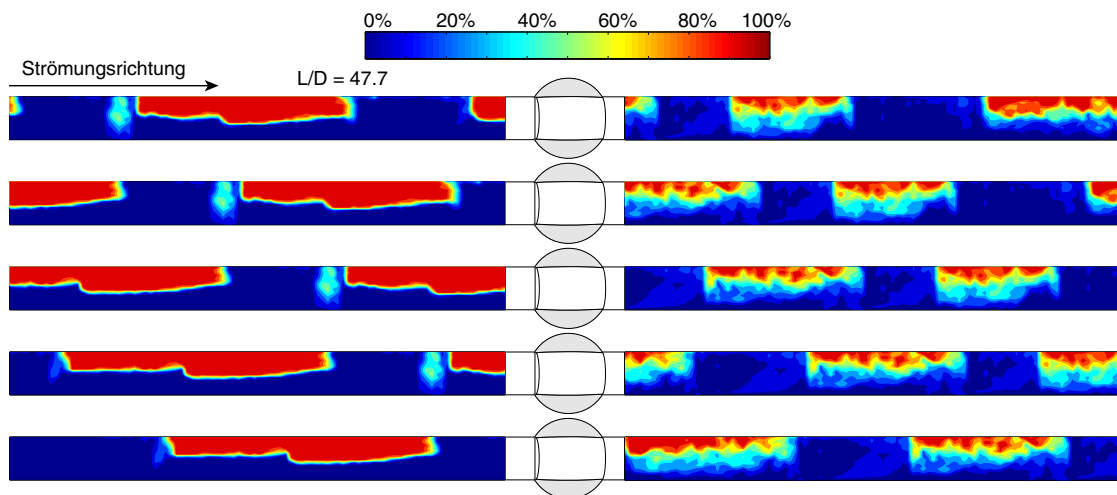
$$\Delta z^* = w_G \cdot \Delta t$$

Dies bedeutet, dass die lokale Phasenverteilung, die über einen Zeitraum  $\Delta t$  registriert wurde, die beobachtete Strömung der Länge  $\Delta z^*$  repräsentiert.

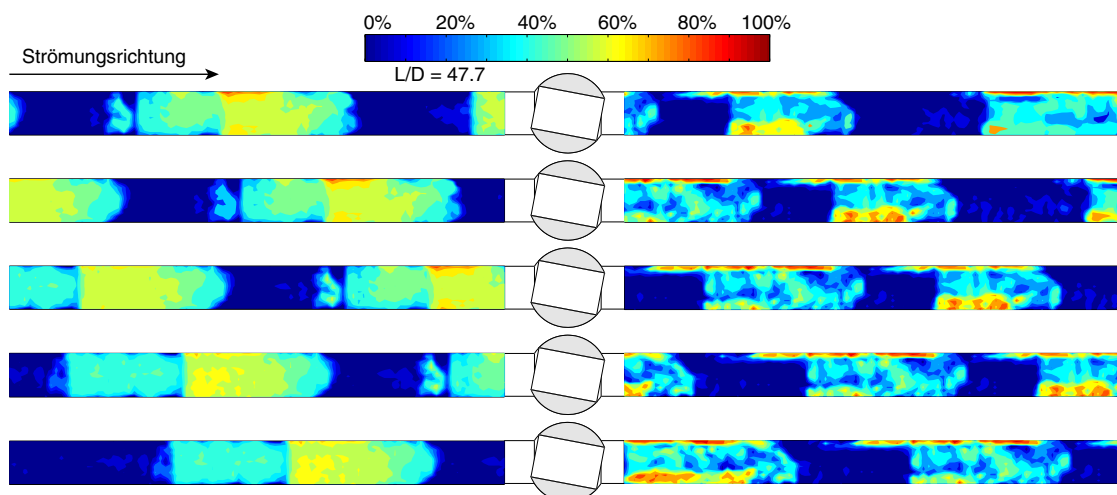
Einen qualitativen Eindruck der Zweiphasenströmung durch den Kugelhahn bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von  $j_F = 1.5 \text{ m/s}$  und einem volumetrischen Strömungsgasgehalt von  $\dot{\epsilon} = 0.4$  vermitteln die umseitigen Abbildungen, die als virtuelle Seitenansicht und Draufsicht dargestellt sind. Abbildung 31 zeigt dabei die Entwicklung der Strömung bei einem Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.81$ , Abbildung 32 bei  $\omega = 0.55$ . Innerhalb jeder dieser Abbildungen werden die jeweiligen virtuellen Ansichten zu unterschiedlichen Zeitpunkten in

Schritten von  $\Delta t = 0.2$  s gezeigt. Dadurch lässt sich die axiale Bewegung eines Gaspfropfens und dessen Beeinflussung durch die Armatur nachvollziehen.

Betrachtet man die Abbildung 31(a), die die virtuellen Seitenansichten bei  $\omega = 0.81$  zeigt, so ist daraus ersichtlich, dass die integrale Struktur eines Gaspfropfens sowie der dazwischen liegenden Flüssigkeitsbrücke erhalten bleibt. Der Einfluss des Ventils zeigt sich dabei im Wesentlichen in der Beeinflussung der Struktur der Phasengrenz-



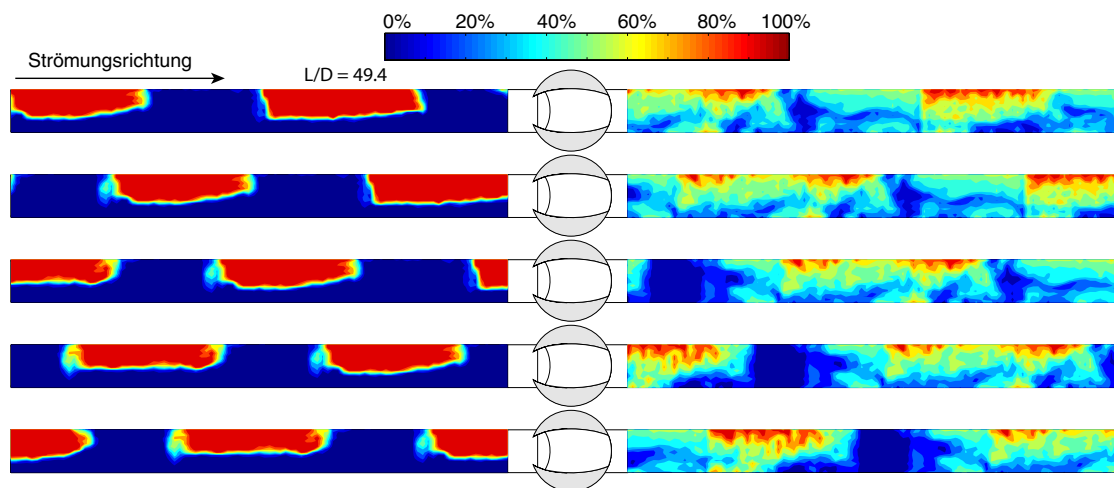
(a) Virtuelle Seitenansicht



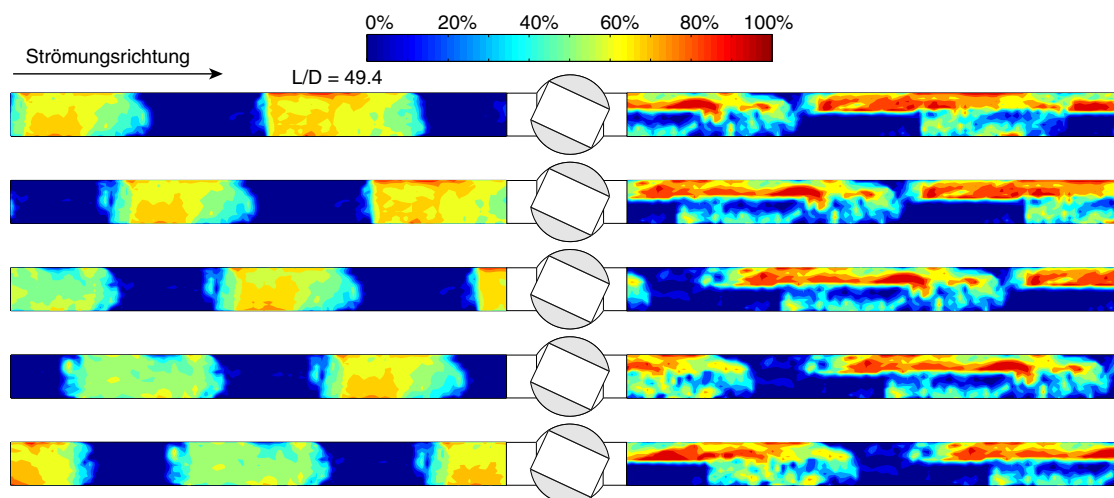
(b) Virtuelle Draufsicht

**Abbildung 31:** Virtuelle Schnittbilder bei  $\omega = 0.81$

fläche, die sich gegenüber dem Zustand stromauf des Ventils zunehmend welliger darstellt, wie Abbildung 31(a) verdeutlicht. Die gleiche Erkenntnis liefert nach Abbildung 31(b) die virtuelle Draufsicht. Aus dieser Darstellung geht insbesondere der Einfluss der Kanten des Schließkörpers hervor. Im Nachlauf dieser Kanten ist im Mittel ein erhöhter Gasanteil festzustellen, der durch Ablöseerscheinungen an den Kanten des Schließkörpers hervorgerufen wird. Die dargestellte Strömung vor dem Kugelhahn entspricht einer dimensionslosen Länge von  $L/D = 47.7$ , was bei einem Rohrdurchmesser von  $D = 0.054$  m einer Länge von 2.58 m gleichkommt.



(a) Virtuelle Seitenansicht



(b) Virtuelle Draufsicht

**Abbildung 32:** Virtuelle Schnittbilder bei  $\omega = 0.55$

Die Abbildungen 32(a) und 32(b) zeigen die virtuelle Seitenansicht bzw. Draufsicht der Zweiphasenströmung bei identischen Strömungsparametern, jedoch bei einem Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.55$ . Die dimensionslose Länge der Zweiphasenströmung stromauf der Armatur entspricht mit einem Wert von  $L/D = 49.4$  annähernd der dimensionslosen Länge  $\Delta\tilde{z}^*$  der in Abbildung 31 dargestellten Strömung. Der qualitative Vergleich der Abbildungen 31 und 32 hebt die zunehmende Beeinflussung der Zweiphasenströmung mit abnehmendem Öffnungsverhältnis deutlich hervor. Die Struktur der strömenden Gaspfropfen, wie in Abbildung 32(a) dargestellt, ist stromab der Armatur nicht mehr großräumig abgegrenzt, wie dies bei einem Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.81$  der Fall ist (vgl. Abbildung 31(a)). Die Flüssigkeitsbrücke zwischen den einzelnen Pfropfen wird in der Seitenansicht kaum beeinflusst. Sie wandert nahezu unverändert durch den Kugelhahn. In der Draufsicht dagegen ist eine geringfügige Beeinflussung der Flüssigkeitsbrücke in Form eines Versatzes erkennbar. D.h. die Flüssigkeit ist anfangs nicht gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, sondern strömt deutlich separiert neben dem Gas. Betrachtet man ferner die stromabwärts liegende Kante des Schließkörpers, so ist festzustellen, dass diese in Strömungsrichtung gesehen auf einer Linie mit der Phasengrenze liegt. Dies führt zur Vermutung, dass der Ort der Phasengrenze stromab der Armatur maßgeblich von deren Öffnungsverhältnis beeinflusst wird. Überdies ist bei einem Vergleich der Abbildungen 31(a) und 32(a) ein Unterschied in der Länge und Frequenz der Gaspfropfen vor dem Kugelhahn erkennbar. Bei annähernd gleicher virtueller dimensionsloser Länge sind die Gaspfropfen der Abbildung 32(a) bei  $\omega = 0.55$  scheinbar kürzer als die der Abbildung 31(a), obwohl die Strömungsparameter  $j_F$  und  $\dot{\epsilon}$  bei beiden Messungen identisch sind. Dies ist auf einen höheren Druck vor dem Kugelhahn zurückzuführen, der sich anlagenbedingt bei geringerem Öffnungsverhältnis einstellt.

#### 4.2.1.2 Lokaler volumetrischer Gasgehalt

Das quantitative Maß für die Phasenverteilung ist der lokale volumetrische Gasgehalt, der die vom Gas belegte Querschnittsfläche auf die

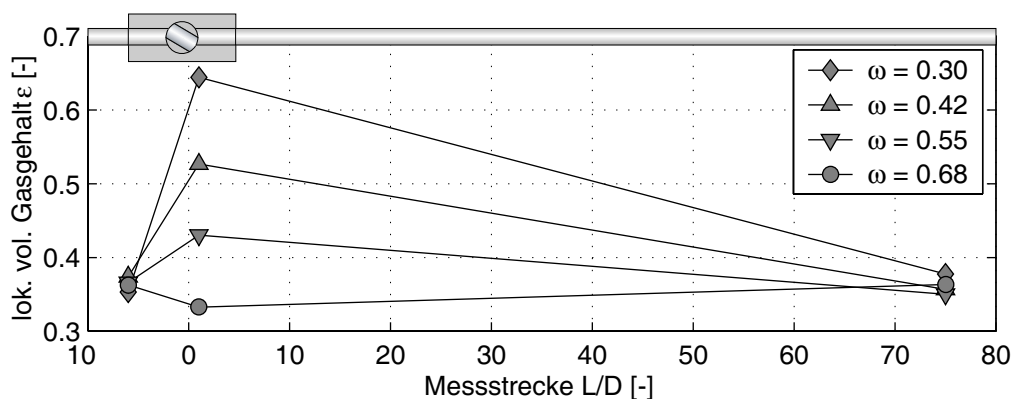
gesamte Rohrquerschnittsfläche bezieht und durch Gl. (41) eingangs definiert wurde

$$\epsilon = \frac{A_G}{A}.$$

Diese Größe kann herangezogen werden, um den Einfluss der Ventilstellung auf die Struktur der Zweiphasenströmung zu bewerten.

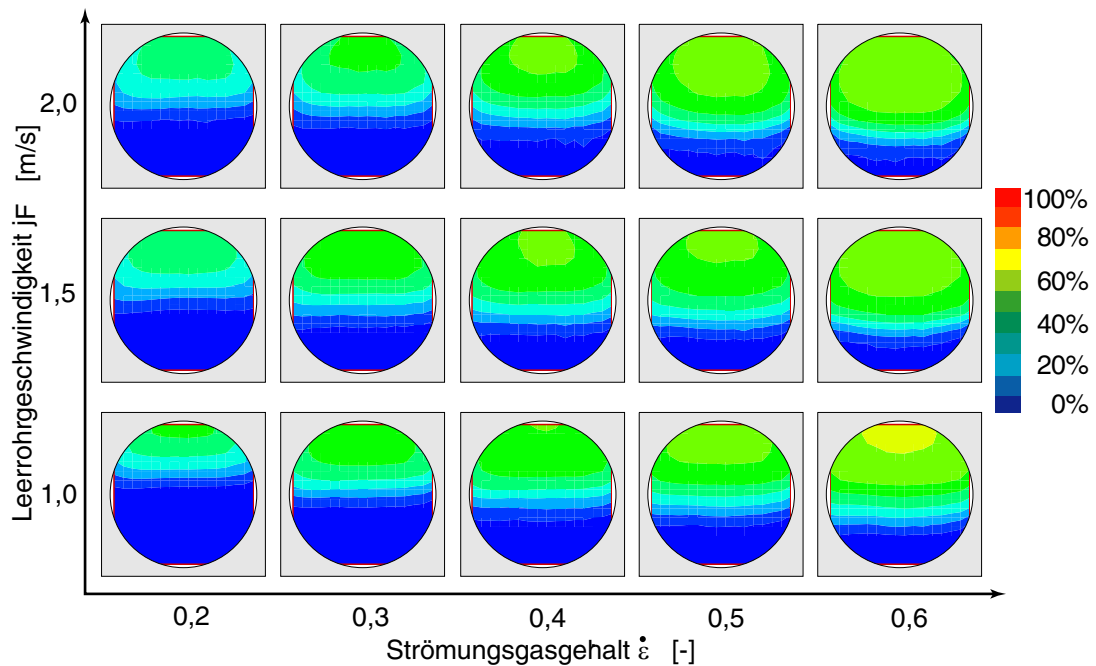
Beispielhaft soll zunächst der Verlauf des Gasgehalts an drei Stellen entlang der Messstrecke bei konstanten Strömungsgrößen  $j_F$  und  $\dot{\epsilon}$ , aber unterschiedlichen Ventilstellungen  $\omega$  dargestellt werden. Abbildung 33 zeigt den mittleren volumetrischen Gasgehalt  $\epsilon$  kurz vor dem Kugelhahn bei  $L/D = -6$ , unmittelbar stromab des Kugelhahns bei  $L/D = +1$  und am Ende der Messstrecke bei  $L/D = +75$ . Insgesamt werden vier Öffnungsgrade  $\omega$  unterschieden. Die Leerrohrgeschwindigkeit und der volumetrische Strömungsgasgehalt sind während dieser Messreihe konstant bei  $j_F = 1.5 \text{ m/s}$  und  $\dot{\epsilon} = 0.4$ . Die über der Abszisse aufgetragene dimensionslose Länge der Messstrecke hat ihren Nullpunkt im Mittelpunkt des Kugelhahns.

Festzustellen ist, dass die Ventilstellung, also das Öffnungsverhältnis  $\omega$ , keinen Einfluss auf den Gasgehalt unmittelbar vor und genügend weit stromab des Kugelhahns hat. Es kann damit gezeigt werden, dass die Rehomogenisierung der durch die Geometrie des Kugel-



**Abbildung 33:** Lokaler volumetrischer Gasgehalt  $\epsilon$  entlang der Messstrecke





**Abbildung 34:** Lokale mittlere Phasenverteilung bei  $L/D = -6$  bei unterschiedlichen Zuströmbedingungen

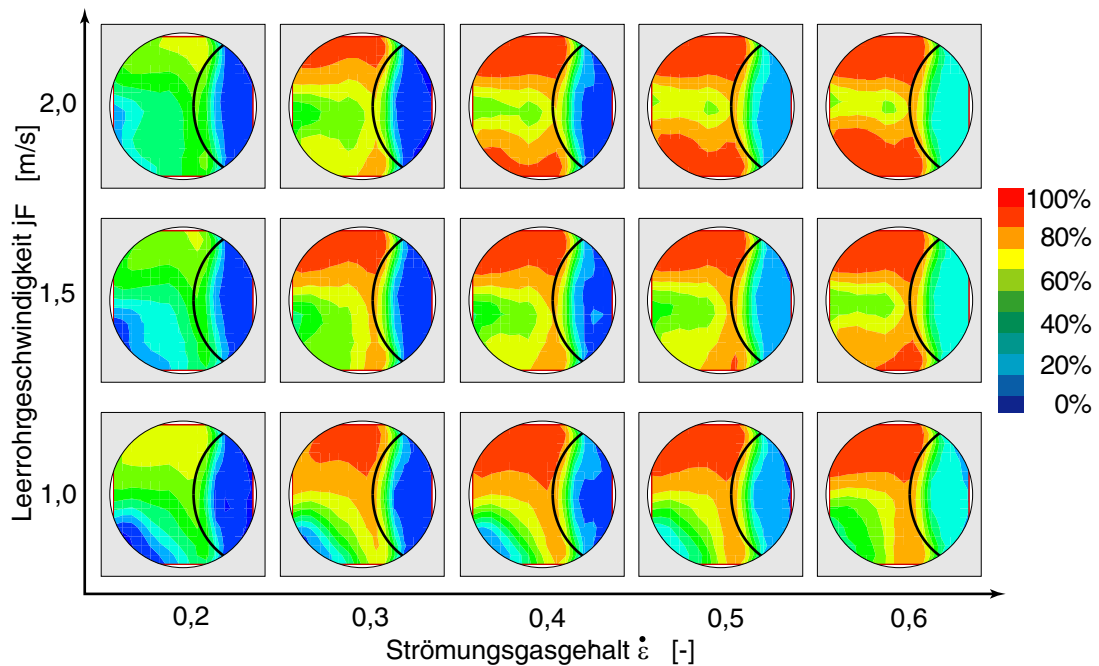
hahns beeinflussten Zweiphasenströmung innerhalb der dimensionslosen Länge  $L/D = 75$  weitestgehend abgeschlossen ist. Die Strömung hat nahezu die gleiche Form wie vor dem Ventil. Unmittelbar nach der Armatur dagegen wird der Gasgehalt ganz wesentlich durch die Ventilstellung beeinflusst. Befindet sich die Ventilstellung in einer Position mit starker Drosselwirkung, wird das Öffnungsverhältnis  $\omega$  also sehr gering, steigt der Anteil des Gases im Rohrquerschnitt unmittelbar hinter dem Kugelhahn. Bei nur geringer Drosselung, also großem Öffnungsverhältnis, nimmt dagegen der Anteil der Flüssigkeit im Querschnitt zu.

Die Phänomenologie der Zweiphasenströmung bei Durchströmen des Kugelhahns sollen die Abbildungen 34 - 35 verdeutlichen. Die Bilder zeigen bei unterschiedlichen Zuströmbedingungen die Phasenverteilungen unmittelbar stromauf und stromab der Armatur, d.h. unterschiedlicher Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  und unterschiedlichem vol. Strömungsgasgehalt  $\epsilon$ . Die Schnittpunkte von Zeile ( $j_F$ ) und Spalte ( $\epsilon$ ) kennzeichnen die zeitlich gemittelte lokale Phasenverteilung

an der jeweiligen Messstelle. Dabei werden die Gasgehalte von 0% bis 100% in Schritten von 10% durch unterschiedliche Farben markiert. Die Farbe Blau grenzt den Bereich des Strömungsquerschnitts ab, der im zeitlichen Mittel im Wesentlichen nur von Wasser belegt wird ( $\epsilon < 10\%$ ), wohingegen Rot den Bereich reiner Gasströmung ( $\epsilon > 90\%$ ) kennzeichnet.

Es wird deutlich, dass mit zunehmendem vol. Strömungsgasgehalt  $\epsilon$  der lokale Gasgehalt  $\epsilon$  in jedem Querschnitt der genannten Messstellen ebenfalls zunimmt. Die Erhöhung der Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$ , die die Bilder in jeder Spalte darstellen, weisen dagegen keine Zunahme des Flüssigkeitsanteils auf, da bei konstantem Strömungsgasgehalt mit der Erhöhung der Leerrohrgeschwindigkeit der Gasvolumenstrom ebenso zunimmt. Die lokale Phasenverteilung in jeder Spalte sollte daher nahezu konstant sein. Dennoch sind Unterschiede in jeder Spalte bei der Phasenverteilung zu erkennen. Diese beziehen sich jedoch auf die Struktur Phasengrenze und sind besonders signifikant bei den Ergebnissen der Abbildung 35 unmittelbar stromab des Kugelhahns.

Abbildung 34 stellt die noch ungestörte Phasenverteilung stromauf des Ventils dar. Setzt man die mittlere Phasengrenze bei einem Gasgehalt von  $\epsilon = 20\% - 30\%$  an, so zeigt sich die Zunahme des lokalen Gasanteils im Rohrquerschnitt mit steigendem Strömungsgasgehalt  $\epsilon$  insbesondere durch das Absenken der Phasengrenze. Alle Abbildungen haben gemein, dass sich im Bereich unterhalb der Phasengrenze ausschließlich Flüssigkeit befindet. Oberhalb der Phasengrenze lässt sich ein vorwiegend mit Gas belegter Bereich nicht abgrenzen, was bedeutet, dass sich Gas und Flüssigkeit abwechselnd im oberen Querschnitt befinden. Die Abbildungen geben daher die lokalen mittleren Phasenverteilungen einer intermittierenden Strömungsform, wie beispielsweise der Kolbenblasen- oder Schwallströmung wieder. Sie liefern ferner die Aussage, dass die Phasenverteilung und damit die Strömungsform stromauf der Armatur trotz der extremen Ventilstellung bei einem Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.30$  nicht beeinflusst wird. Die Phasengrenze weist stets eine horizontale Struktur auf.

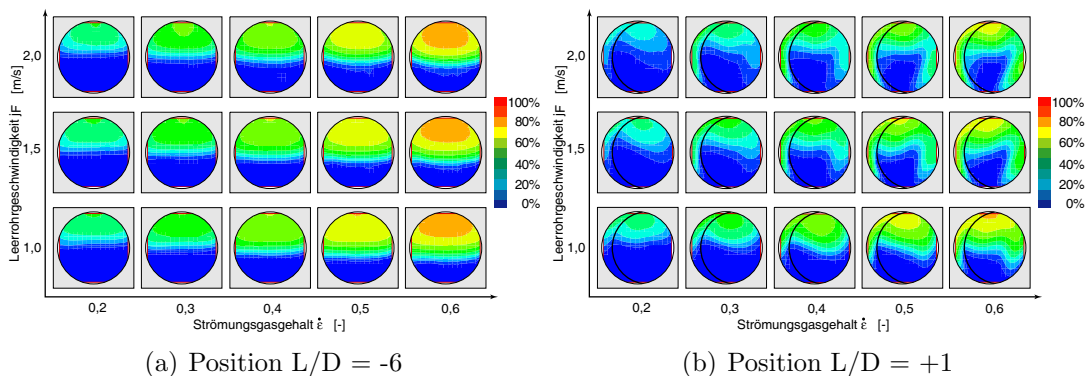


**Abbildung 35:** Lokale mittlere Phasenverteilung bei  $L/D = +1$  bei unterschiedlichen Zuströmbedingungen

Anders verhält es sich mit der Phasenverteilung unmittelbar stromab der Armatur. Abbildung 35 verdeutlicht den Einfluss der Ventilstellung auf die Struktur der Zweiphasenströmung. Der in den einzelnen Abbildungen sichtbare Kreisbogen repräsentiert den Schließkörper der Armatur, der den Rohrquerschnitt in Öffnung und Blockade unterteilt. Aufgrund der Verengung des Strömungsquerschnitts wird die Strömung derart beschleunigt, so dass diese bei Austritt aus dem Schließkörper durch Gravitation nicht beeinflusst wird. Die Trägheit der Flüssigkeit führt dazu, dass diese im Wesentlichen über den linsenförmigen Öffnungsquerschnitt verteilt an der seitlichen Rohrwand entlang strömt, anstatt sich im unteren Bereich des Rohrquerschnitts anzuordnen. Die Phasengrenze passt sich der Kontur des Schließkörpers an. Ein weiterer Anteil der Flüssigkeit befindet sich im linken Bereich des Querschnitts. Die deutliche Abgrenzung der Flüssigkeit vom Gas ist hier nur bei geringen Gasgehalten zu beobachten. Dieser Flüssigkeitsanteil wird vermutlich durch das Gas und die Kante des Schließkörpers bei Austritt aus demselben in Form

von Tropfen herausgerissen. Es entsteht eine Art Sprühströmung, die einen Teil der Flüssigkeit in den linken, durch den Schließkörper verdeckten Bereich des Rohrquerschnitts fördert. Die vertikale Verteilung dieses Anteils wird wesentlich durch die Geschwindigkeit beeinflusst. Mit Zunahme der Leerrohrgeschwindigkeit wandert der Anteil vom linken unteren in den linken mittleren Bereich des Querschnitts, was insbesondere bei mittleren bis hohen Gasgehalten zu erkennen ist. Dies bedeutet, dass die Trägheitskomponente der Tröpfchen größer ist als ihre Gravitationskomponente. Dies führt insbesondere bei sehr hohem Gasgehalt dazu, dass sich oben und unten Bereiche ausbilden, die im zeitlichen Mittel überwiegend mit Gas belegt sind und den flüssigen Anteil in der Mitte eingrenzen.

Aus dieser Darstellung und den Erklärungen lässt sich schlussfolgern, dass der bei abnehmenden Öffnungsverhältnissen vorkommende hohe Gasgehalt, wie in Abbildung 33 gezeigt, durch die Geometrie des Schließkörpers hervorgerufen wird. Es konnte gezeigt werden, dass die Flüssigkeit, bis auf einen geringen Anteil herausgerissener Tropfen, aufgrund ihrer Trägheit als Strahl aus der Armatur strömt. Da sich der Strahl der Geometrie der Öffnung anpasst, wird dem Gas der verbleibende Querschnitt zur Verfügung gestellt, der logischerweise mit abnehmenden Öffnungsverhältnis  $\omega$  zunimmt.



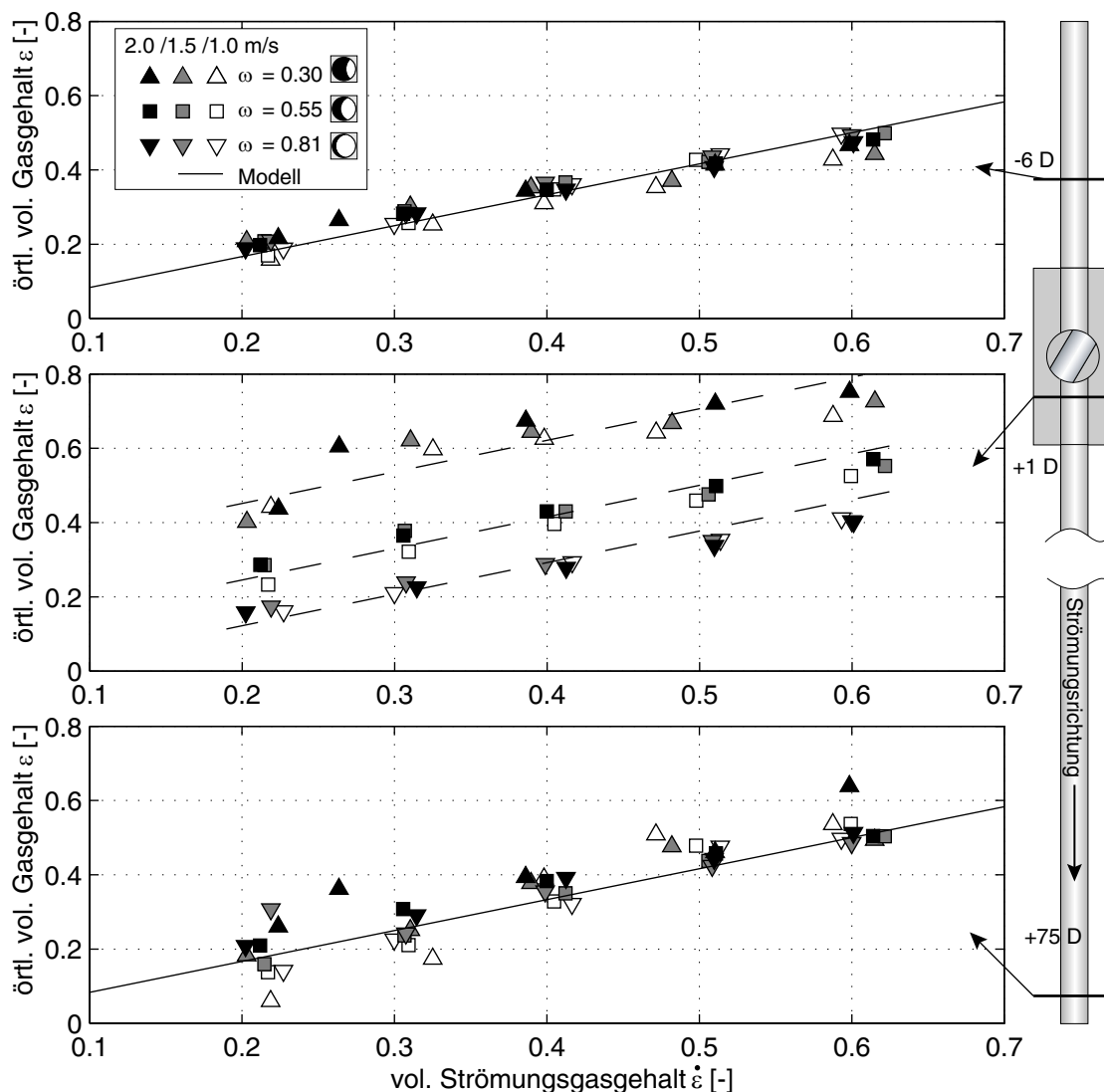
**Abbildung 36:** Lokale mittlere Phasenverteilungen unterschiedlicher Zuströmbedingungen bei einem Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.81$

Demgemäß verringert sich bei zunehmendem Öffnungsverhältnis der lokale volumetrische Gasgehalt  $\epsilon$  stromab der Armatur geringfügig, wie beispielhaft in Abbildung 33 für  $\omega = 0.81$  dargestellt ist. Der lokale Gasgehalt ist hierbei sogar geringer als der stromauf der Armatur. Dieser Sachverhalt wird mit den Abbildungen 36(a) und 36(b) verdeutlicht, die die Phasenbilder vor und nach dem Kugelhahn zeigen. Die aus dem Kugelhahn austretende Flüssigkeit passt sich der Öffnung des Schließkörpers an und belegt größtenteils die freigegebene Querschnittsfläche. Wohingegen sich das kompressible Gas auf die übrig bleibende Querschnittsfläche verteilt, die jedoch geringer ist als vor dem Kugelhahn. Auch hier ist die Anpassung der Phasengrenze an die Geometrie des Schließkörpers zu erkennen.

Eine zusammenfassende Darstellung der örtlichen volumetrischen Gasgehalte, die sowohl die unterschiedlichen Zuströmbedingungen als auch die verschiedenen Ventilstellungen berücksichtigt, zeigt Abbildung 37. Die Diagramme geben die integralen Gasgehalte an den drei genannten Positionen entlang der Messstrecke wieder. Der örtliche Gasgehalt  $\epsilon$  ist dabei über dem Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  aufgetragen, um seine im Allgemeinen lineare Abhängigkeit zu demonstrieren, die für Strömungsgasgehalte von  $\dot{\epsilon} < 0.9$  bei ungestörter Strömung mit Gleichung (61), einer einfachen Proportionalität, beschrieben werden kann.

Die örtlichen Gasgehalte vor dem Kugelhahn ordnen sich trotz unterschiedlicher Leerrohrgeschwindigkeiten  $j_F$  und Öffnungsgrade  $\omega$  linear über dem Strömungsgasgehalt an. Dies bedeutet, dass mit steigendem Gasvolumenstrom der mit Gas belegte Strömungsquerschnitt zunimmt, wie bereits die Abbildungen 34 und 36(a) deutlich machten. Überdies bestätigt das obere Diagramm der Abbildung 37, dass die lokalen Gasgehalte stromauf der Armatur in Abhängigkeit von der Strömungsgröße  $\dot{\epsilon}$  mit Gleichung (61) berechnet werden können. Dies wird durch die Gerade, die dem grafischen Verlauf dieser Gleichung über  $\dot{\epsilon}$  entspricht, angedeutet.

Das mittlere Diagramm der Abbildung 37 hebt erneut die Abhängigkeit des lokalen Gasgehalts unmittelbar stromab der Armatur von deren Öffnungsgrad hervor. Auch hier kann von einem linearen Zusammenhang des lokalen Gasgehalts  $\epsilon$  und des Strömungsgasgehalts  $\dot{\epsilon}$  ausgegangen werden. Jedoch, wie man sehen kann, sortieren sich die Werte dieser Darstellung nach dem Öffnungsverhältnis  $\omega$ . Je geringer also das Öffnungsverhältnis ist, desto größer ist der Gasgehalt. Innerhalb einer Messreihe konstanter Ventilstellung ist unmit-



**Abbildung 37:** Lokaler volumetrischer Gasgehalt  $\epsilon$  an verschiedenen Messstellen entlang der Messstrecke

telbar stromab der Armatur kein quantitativer Einfluss der Leerrohrgeschwindigkeit auf den Gasgehalt erkennbar.

Nach einer dimensionslosen Länge von  $L/D = +75$  liegen wieder Zuströmbedingungen vor, wie das untere Bild der Abbildung 37 verdeutlicht. Für den Bereich der experimentellen Daten kann daher gefolgert werden, dass die Rehomogenisierung der Strömung nach dieser Länge abgeschlossen ist. Diese Erkenntnis spielt insbesondere für die im Kapitel 4.2.2 vorgestellte Modellierung des Druckverlust eine bedeutende Rolle. Überdies zeigt die Abbildung, dass auch hier der lokale volumetrische Gasgehalt  $\epsilon$  mit Gleichung (61) in Abhängigkeit vom Strömungsgasgehalt beschrieben werden kann, wie beispielhaft durch die im Diagramm befindliche Gerade angedeutet wird.

#### 4.2.1.3 Lokale mittlere Geschwindigkeiten

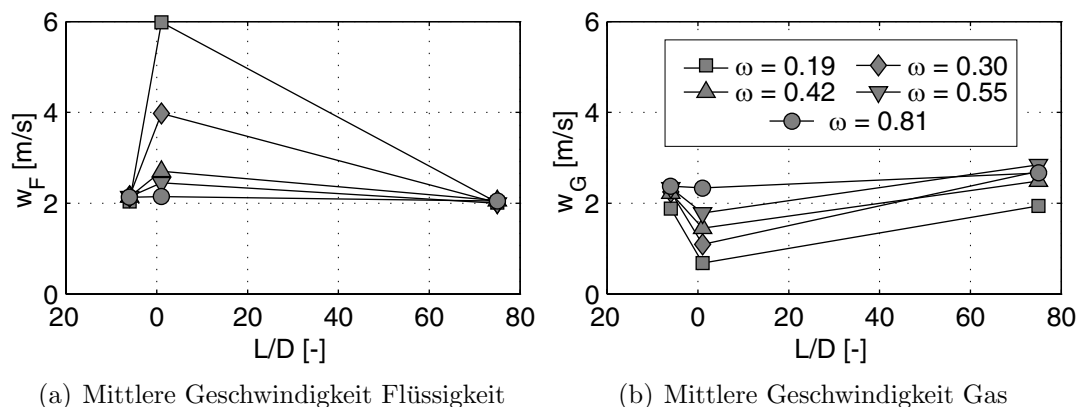
Parallel zur Diskussion des lokalen Gasgehalts sind die lokalen mittleren Geschwindigkeiten der beiden Phasen zu nennen, die mittels des lokalen Gasgehalts  $\epsilon$  und der jeweiligen Massenströme berechnet werden können

$$w_k = \frac{\dot{M}_k}{\rho_k \epsilon_k A} \quad k = F, G.$$

Die Größe  $\epsilon_k$  bezeichnet hierbei den Flüssigkeits- bzw. den Gasanteil bezogen auf die Querschnittsfläche des Rohres.

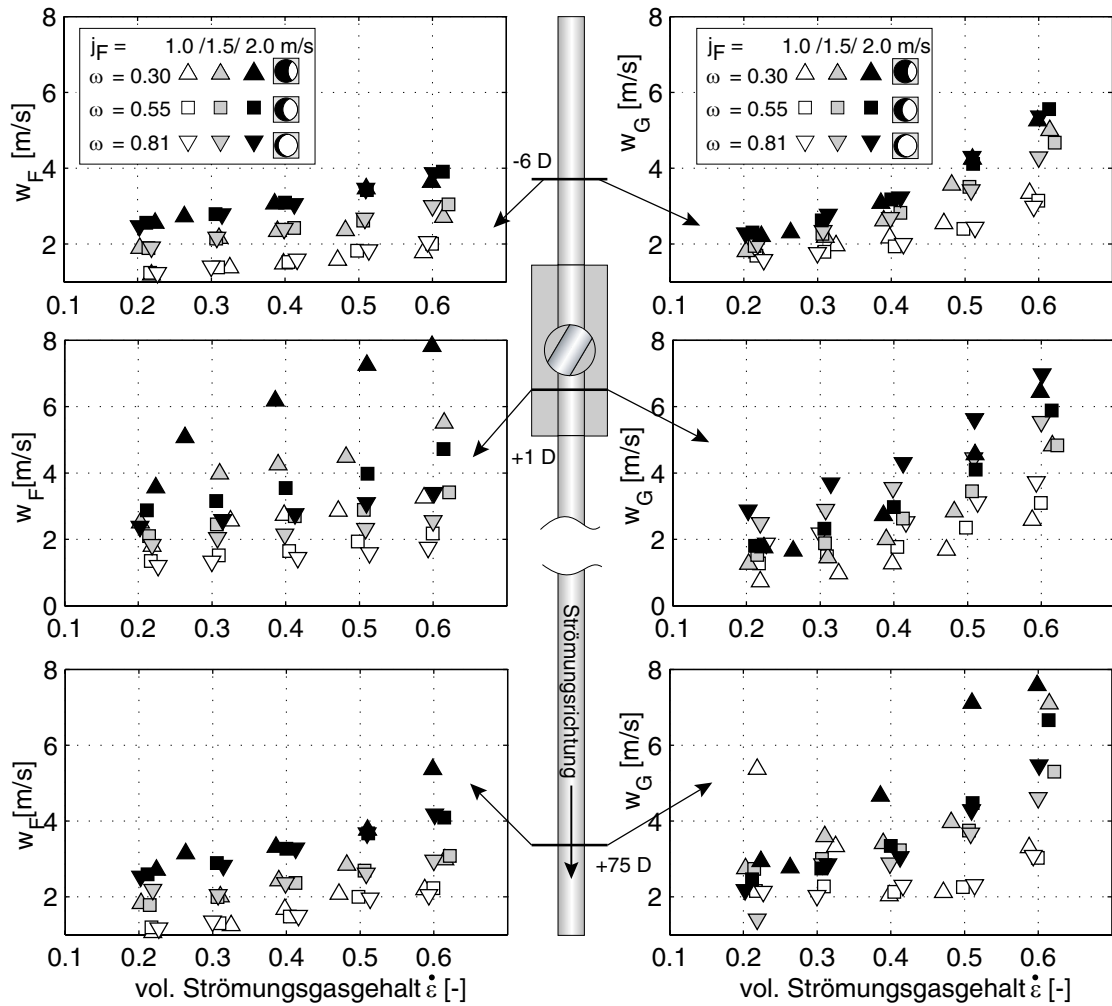
Die Abbildungen 38(a) und 38(b) zeigen beispielhaft die Entwicklung der lokalen mittleren Geschwindigkeit der Flüssigkeit  $w_F$  und des Gases  $w_G$  entlang der Messstrecke bei konstanten Zuströmbedingungen, aber unterschiedlichen Öffnungsgraden. Die Werte repräsentieren Messreihen, bei denen die Leerrohrgeschwindigkeit zu  $j_F = 1.5$  m/s und der Strömungsgasgehalt zu  $\dot{\epsilon} = 0.3$  eingestellt wurde. Festzustellen ist, dass vor und ausreichend weit stromab der Armatur wiederum die gleiche Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit vorliegt. Die des Gases nimmt stromab der Armatur anscheinend geringfügig zu. Unmittelbar hinter dem Kugelhahn jedoch steigt die

Geschwindigkeit der Flüssigkeit  $w_F$  mit sinkendem Öffnungsverhältnis, während die Gasgeschwindigkeit  $w_G$  dagegen sinkt. Dies ist wiederum auf die sich unmittelbar stromab des Kugelhahns ausbildende Phasenverteilung zurückzuführen. Wie im vorherigen Kapitel bereits anhand der Diskussion des volumetrischen örtlichen Gasgehalts beschrieben, kommt es am Austritt des Kugelhahns – insbesondere bei sehr kleinen Öffnungsverhältnissen – zur Bildung eines Flüssigkeitsstrahls, der mit Geschwindigkeiten bis zu 8 m/s (vgl. Abbildung 39) aus dem Schließkörper heraus schießt. Das Gas dagegen verhält sich bei geringem Öffnungsgrad umgekehrt, es wird durch die Aufweitung des zur Verfügung stehenden Strömungsquerschnitts gegenüber den Zuströmbedingungen verzögert. Im Gegensatz dazu wird bei moderaten Öffnungsverhältnissen das Gas beschleunigt und die Flüssigkeit verzögert. Dieser Zusammenhang geht insbesondere aus der Abbildung 39 hervor, die die lokalen mittleren Phasengeschwindigkeiten über den untersuchten Bereich der experimentell definierten Strömungsgrößen  $j_F$  und  $\epsilon$  sowie des Öffnungsverhältnisses  $\omega$  darstellt. Die Diagramme kennzeichnen wiederum die Ergebnisse an den drei unterschiedlichen Messpositionen  $L/D = -6/+1/+75$ . Die links der skizzierten Rohrleitung befindlichen Diagramme geben die mittlere Flüssigkeitgeschwindigkeit  $w_F$  wieder, die rechts davon angeordneten Diagramme zeigen die mittlere Gasgeschwindigkeit  $w_G$ . Sämtliche Geschwindigkeiten sind über dem volumetrischen



**Abbildung 38:** Mittlere Phasengeschwindigkeiten an verschiedenen Positionen entlang der Messstrecke





**Abbildung 39:** Lokale mittlere Phasengeschwindigkeiten  $w_F$  und  $w_G$

Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  aufgetragen. Innerhalb eines Diagramms wird nach der Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  und dem Öffnungsverhältnis  $\omega$  unterschieden.

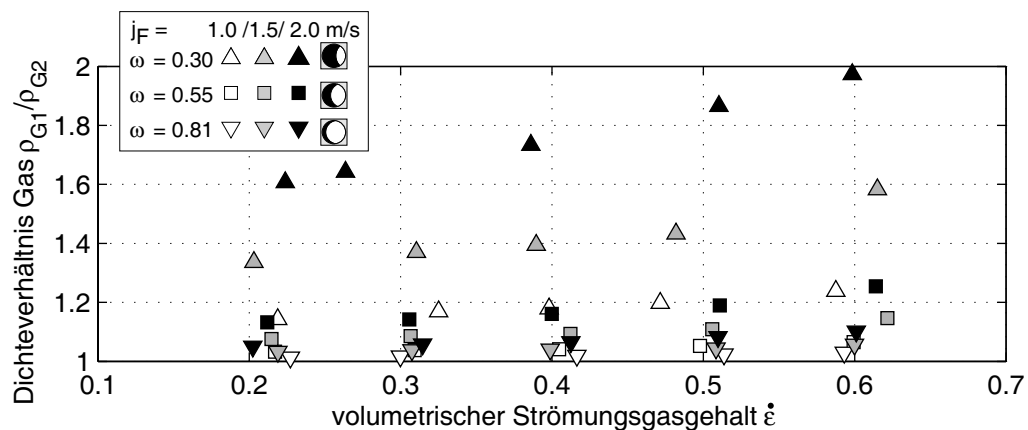
Erwartungsgemäß verhalten sich die Geschwindigkeiten stromauf des Kugelhahns entsprechend der definierenden Strömungsgrößen  $j_F$  und  $\dot{\epsilon}$ . D.h. die Erhöhung der Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  hat eine Erhöhung der lokalen mittleren Flüssigkeitsgeschwindigkeit  $w_F$  zur Folge, wie die Abbildung 39 links oben erkennen lässt. Innerhalb einer Messreihe konstanter Leerrohrgeschwindigkeit ist, wie zu erwarten war, kein Einfluss der Ventilstellung erkennbar. Dies wird

durch die unterschiedlichen Formen (Dreiecke, Quadrat) gleicher Farbe angedeutet. Der lineare Verlauf der Flüssigkeitsgeschwindigkeit  $w_F$  über dem Strömungsgasgehalt  $\epsilon$  ist mit der einhergehenden Änderung des lokalen Gasgehalts erklärbar, die im vorherigen Kapitel eingehend diskutiert wurde. Wie dargelegt, weitet sich mit zunehmendem Strömungsgasgehalt der dem Gas zur Verfügung stehende Strömungsquerschnitt stetig. Dies führt zu einer Verringerung des Strömungsquerschnitts der Flüssigkeit, was nach der Kontinuitätsbedingung eine Geschwindigkeitserhöhung mit sich bringt. Eine ähnliche Charakteristik weisen die lokalen Gasgeschwindigkeiten stromauf der Armatur auf (vgl. Abbildung 39 rechts oben). Auch hier ist kein Einfluss der Ventilstellung auf die lokale Geschwindigkeit zu erkennen. Ferner ist festzustellen, dass die Gasgeschwindigkeit sowohl mit steigender Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  als auch steigendem Strömungsgasgehalt  $\epsilon$  zunimmt.

Im Strömungsquerschnitt unmittelbar stromab des Kugelhahns, wie die beiden mittleren Diagramme der Abbildung 39 beispielhaft zeigen, zeichnet sich das bereits bekannte Verhalten der Flüssigkeits- und Gasgeschwindigkeiten ab. Die lokale mittlere Geschwindigkeit der flüssigen Phase steigt mit abnehmendem Öffnungsverhältnis stark an, während die Geschwindigkeit der Gasphase abnimmt. Das umgekehrte Verhalten tritt bei großen Öffnungsverhältnissen auf, hierbei wird die Gasphase infolge des verringerten Strömungsquerschnitts beschleunigt. Zu erkennen ist dies im rechten der beiden mittleren Diagramme, da hier insbesondere die Geschwindigkeiten bei  $\omega = 0.81$  große Werte annehmen.

Die beiden unteren Diagramme der Abbildung 39 geben die Geschwindigkeiten  $w_F$  und  $w_G$  am Ende der Messstrecke wieder. Wie bereits im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, sind die lokalen Gasgehalte stromauf und ausreichend weit stromab identisch. Für die flüssige Phase bedeutet dies, dass bei konstanter Dichte und gleichbleibendem Strömungsquerschnitt die Geschwindigkeiten die gleichen Werte annehmen wie unmittelbar vor der Armatur. Diesen Sachverhalt bestätigt der Vergleich des linken oberen und des linken unteren Dia-

gramms der Abbildung 39. Trotz des nahezu identischen Gasgehalts bei  $L/D = -6$  und  $L/D = +75$  (vgl. Abbildung 37), zeigt der Vergleich der Gasgeschwindigkeiten an diesen Positionen keine exakte Übereinstimmung. Insbesondere Geschwindigkeiten, die zu Messreihen mit kleinem Öffnungsverhältnis gehören weisen im Allgemeinen größere Gasgeschwindigkeitswerte auf als das bei moderaten Ventilstellungen der Fall ist. Dies ist auf den Dichteunterschied des Gases vor und nach der Armatur zurückzuführen. Bei gleichbleibendem Strömungsquerschnitt des Gases vor und nach der Armatur führt die Verringerung der Gasdichte konsequenterweise zur Erhöhung der Gasgeschwindigkeit  $w_G$ . Dies wird durch Abbildung 40 bestätigt, die das Verhältnis der Gasdichten vor und nach dem Kugelhahn über dem Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  zeigt. Während die Dichteverhältnisse bei Öffnungsgraden  $\omega > 0.55$  nahezu identisch sind und mit Werten nahe eins auf annähernd gleiche Gasdichten stromauf und stromab der Armatur hinweisen, sind die Dichteverhältnisse kleiner Öffnungsverhältnisse deutlich größer. Dies wird in der Abbildung 40 durch die Dreiecke verdeutlicht, die den Öffnungsgrad  $\omega = 0.30$  repräsentieren.



**Abbildung 40:** Verhältnis der Gasdichten vor und nach der Armatur

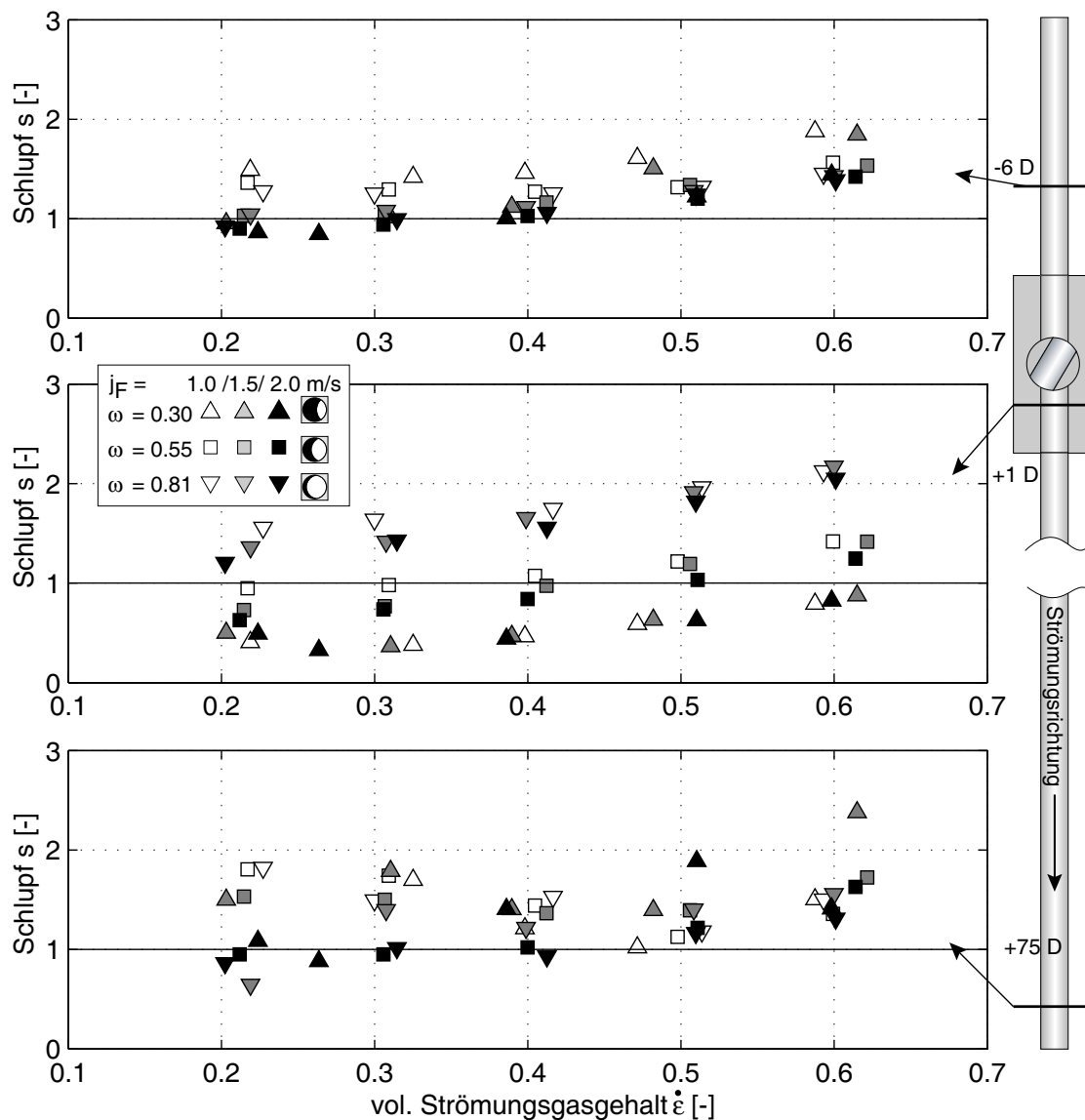
#### 4.2.1.4 Phasenschlupf

In der Literatur wird häufig der Phasenschlupf  $s$  als dimensionslose Größe zur Betrachtung der lokalen Geschwindigkeiten herangezogen.

Er wurde bereits mit Gleichung (63) im Kapitel 2.2.4 eingeführt und definiert das Verhältnis von lokaler Gasgeschwindigkeit zu lokaler Flüssigkeitsgeschwindigkeit.

$$s = \frac{w_G}{w_F}$$

Diese Größe erlaubt eine dimensionslose Betrachtung der Phasengeschwindigkeiten. Abbildung 41 zeigt den Schlupf an drei Positio-



**Abbildung 41:** Phasenschlupf  $s$  an verschiedenen Messpositionen entlang der Messstrecke

nen entlang der Messstrecke als Funktion der Strömungsparameter  $j_F$  und  $\epsilon$  sowie dem Öffnungsverhältnis  $\omega$ . In einem Messquerschnitt stromauf der Armatur ist eine Zunahme des Schlupfs mit steigendem Strömungsgasgehalt festzustellen. Die anderen Messparameter, wie Leerrohrgeschwindigkeit und Ventilstellung, haben scheinbar keinen Einfluss. Alle dargestellten Schlupfwerte haben gemein, dass sie Werte größer eins aufweisen, was auf eine gegenüber der Flüssigkeit im zeitlichen Mittel schneller strömende Gasphase schließen lässt. Dieses Verhalten verändert sich unmittelbar stromab des Kugelhahns deutlich. So ist zunächst für alle Werte des Schlupfs erkennbar, dass sie im Wesentlichen vom Öffnungsverhältnis  $\omega$  beeinflusst sind. Diese Erkenntnis wurde bereits bei der Diskussion des lokalen Gasgehalts  $\epsilon$  gewonnen. Neu dagegen ist die Unabhängigkeit des Schlupfs von der Leerrohrgeschwindigkeit und die nur geringfügige Beeinflussung desselben durch den volumetrischen Strömungsgasgehalt. D.h. unabhängig von den Strömungsgrößen wird das Verhältnis der Phasengeschwindigkeiten immer nahezu identische Werte annehmen, die im Wesentlichen nur noch vom Öffnungsgrad der Armatur abhängen. Dieser Zusammenhang geht aus dem mittleren Diagramm der Abbildung 41 hervor. Dabei wird ebenso gezeigt, dass bei geringen Öffnungsgraden der Schlupf einen Wert kleiner eins annehmen kann, was auf eine gegenüber der Gasphase schneller strömende flüssige Phase hindeutet. Das Verhalten des Phasenschlupfs weiter stromab der Armatur gleicht sich dem stromauf des Kugelhahns an. Im Allgemeinen strömt die Gasphase nun wieder schneller als die Flüssigkeit. Unterschiede in den Gasdichten vor und nach dem Kugelhahn sowie die Rehomogenisierung der Strömung auf einen Zustand, der nicht vollständig identisch mit dem vor der Armatur ist, machen sich in der unteren Darstellung der Abbildung 41 durch unterschiedliche Werte geringfügig bemerkbar.

### 4.2.2 Modellierung des zweiphasigen Druckverlustes

Bevor die Messergebnisse hinsichtlich des Druckverlustes diskutiert werden, soll mit diesem Kapitel zunächst der Modellierungsansatz vorgestellt werden.

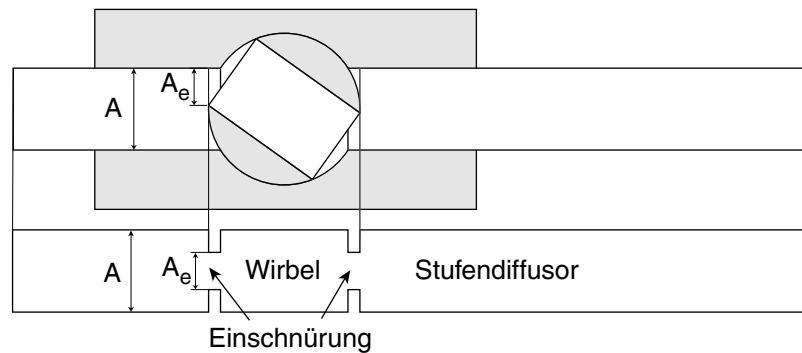
Die Modellierung des Druckabfalls der adiabaten Zweiphasenströmung basiert auf den Erkenntnissen des Kapitels 4.1.4. Insbesondere die in diesem Abschnitt vorgestellte Untergliederung des Kugelhahns in charakteristische Bilanzgebiete kommt hier zur Anwendung. Mit dieser Unterteilung lassen sich auch im zweiphasigen Fall die jeweiligen Druckverluste der einzelnen Gebiete durch Verluste bekannter Rohrleitungskomponenten modellieren. Hierfür werden die Beziehungen für die Stufendüse und den Stufendiffusor herangezogen. Die Herleitung der entsprechenden zweiphasigen Gleichungen wurde im Kapitel 2.2.5.3 erläutert. Zudem wird von einer homogenen Modellvorstellung ausgegangen, deren Eigenschaften und Gleichungen im Kapitel 2.2.2.3 erklärt wurden.

In Abbildung 42 ist die Untergliederung der Kugelhahngeometrie schematisch dargestellt. Wie in dieser Darstellung ersichtlich, ist die Armatur in zwei aufeinander folgende Kombinationen von Stufendüse und Stufendiffusor unterteilt. Das Flächenverhältnis der Düse bzw. des Diffusors entspricht dem Öffnungsverhältnis des Ventils, das über

$$\omega = \frac{A_e}{A}$$

ausgedrückt wird. Mit Hilfe dieser Vereinfachung können die realen Verhältnisse im Kugelhahn modelliert und mit bekannten Gleichungen berechnet werden.

Die Modellvorstellung geht davon aus, dass das zunächst separiert zuströmende Gas-Flüssigkeits-Gemisch, beispielsweise in Form einer Pfropfenströmung, an der ersten Engstelle, ähnlich der Einphasenströmung, beschleunigt und verlustbehaftet eingeschnürt wird. Dieser Gewinn an kinetischer Energie hat einen Druckabbau zur Folge. Nach dem Durchströmen dieser Engstelle tritt das Gemisch in



**Abbildung 42:** Schematisches Modell des Kugelhahns

den erweiterten Querschnitt ein, wo es sich aufgrund starker Umlenkungen und Verwirbelungszonen derart durchmischt, dass in diesem Gebiet trotz unterschiedlicher Phasengeschwindigkeiten, die vor Eintritt in die Kombination aus Stufendüse und -diffusor herrschten, von einem vernachlässigbaren Phasenschlupf ausgegangen werden kann. Ferner ruft der Eintritt in den erweiterten Querschnitt eine Verzögerung der Strömung in axialer Richtung hervor, die analog eines Stufendiffusors bei genügend langer Homogenisierungszone zu einem Druckrückgewinn führen würde. Da diese jedoch nur wenige Zentimeter beträgt, kann die in den Wirbeln gespeicherte kinetische Energie vor der nächsten Engstelle nicht mehr in Druck umgewandelt, sondern muss als Verlust betrachtet werden. An der folgenden zweiten Engstelle wird das Gemisch erneut beschleunigt und eingeschnürt, was wiederum eine Erhöhung der kinetischen und Verringerung der Druckenergie nach sich zieht. Im folgenden zweiten Stufendiffusor, der im Gegensatz zum ersten eine ausreichend lange Rehomogenisierungsstrecke zur Verfügung hat, erfährt die Zweiphasenströmung bei Verzögerung einen Druckaufbau, der mit den Gleichungen des Stufendiffusors beschrieben werden kann.

Geht man davon aus, dass sich die Phasengeschwindigkeiten stromab der aneinander gereihten Stufenkomponenten wieder den zuströmenden Phasengeschwindigkeiten angleichen (vgl. Kapitel 4.2.1), also die reversiblen Beschleunigungs- und Verzögerungsdruckunterschiede sich gegenseitig aufheben, können die jeweiligen Druckverluste

der einzelnen Komponenten zum gesamten Druckverlust addiert werden. Der gesamte Druckverlust setzt sich zusammen aus den Einschnürungsverlusten  $\Delta p_{Einschn.}$  an den beiden Engstellen, dem Verlust der in den Wirbeln enthaltenen kinetischen Energie  $\Delta p_{Wirbel}$  und dem Verlust, der durch den nicht idealen Druckaufbau im Stufendiffuser  $\Delta p_{Stufendiff.}$  entsteht. Die Addition dieser Terme führt zur Gleichung

$$\Delta p_{V,A} = \Delta p_{V,Wirbel} + \Delta p_{V,Stufendiff.} + 2 \cdot \Delta p_{V,Einschn.},$$

die auf Seite 61 mit Gleichung (96) im Zusammenhang mit dem einphasigen Druckverlust des Kugelhahns bereits eingeführt wurde. Die einzelnen Druckverlustterme können nun mit geeigneten Modellen beschrieben werden.

Der Ansatz des „Wirbelverlustes“  $\Delta p_{Wirbel}$  verfolgt die Vorstellung, dass die kinetische Energie, die auf Kosten des Drucks durch die Beschleunigung an der ersten Engstelle zunimmt, in der folgenden Querschnittserweiterung vollständig verloren wird. Wie bereits angedeutet, ist dies auf die Wirbelbildung zurückzuführen. Der Druckverlust wird dem durch die Beschleunigung hervorgerufenen Druckabfall gleichgesetzt und mit dem Modell einer konvergenten Düse dargestellt, die das Gas-Flüssigkeits-Gemisch durch die Querschnittsänderung beschleunigt. In diesem Segment wird von einem vernachlässigbar geringem Phasenschlupf ausgegangen, daher kann der Druckverlust mit der Vorstellung der homogenen Zweiphasenströmung bestimmt werden. Die Anwendung der entsprechenden Gleichungen (45) und (46) sowie der Gleichung (97), die den Druckverlust für den einphasigen Fall wiedergibt, führen zur Gleichung

$$\Delta p_{Wirbel} = \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right) \left( \frac{1 - \omega^2}{\omega^2} \right). \quad (102)$$

Sie entspricht damit der Gleichung (79), die den Beschleunigungsdruckabfall einer zweiphasig durchströmten Düse wiedergibt. Sie beschreibt den Druckverlust in Abhängigkeit der konstanten und im Allgemeinen bekannten Größen, wie dem Gesamtmassenstrom  $\dot{M}$ ,



dem massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$ , der Rohrquerschnittsfläche  $A$ , den Dichten  $\rho_F$  und  $\rho_G$  sowie dem Öffnungsverhältnis  $\omega$ .

Der Verlust durch den nicht idealen Druckrückgewinn eines Stufen-diffusors  $\Delta p_{Stufendiff.}$  wird mit dem heterogenen Modell beschrieben. Die Herleitung der entsprechenden Gleichung ist Kapitel 2.2.5.3 zu entnehmen und wird an dieser Stelle nicht mehr diskutiert. Die hier angeführte Gleichung (103) entspricht der dort beschriebenen Gleichung (78) für den Druckverlust. Die Beziehung ist, bis auf den volumetrischen Gasgehalt  $\epsilon$ , nur von den oben genannten bekannten und konstanten Größen abhängig. Für die Größe  $\epsilon$  wird der volumetrische Gasgehalt stromauf der Armatur eingesetzt, der, sofern er nicht experimentell bestimmbar ist, mit bekannten Modellen und Gleichungen, wie beispielsweise Gl. (61) und (62), berechnet werden kann.

$$\begin{aligned} \Delta p_{Stufendiff.} = & \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( \frac{1 - \omega^2}{\omega^2} \right) \left[ \left( \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + 1 - \dot{x} \right)^{-1} \dots \right. \\ & \left. \dots \left( \frac{\dot{x}^3 \rho_F^2}{\epsilon^2 \rho_G^2} + \frac{(1 - \dot{x})^3}{(1 - \epsilon)^2} \right) - 2 \frac{\omega}{1 + \omega} \left( \frac{\dot{x}^2 \rho_F}{\epsilon \rho_G} + \frac{(1 - \dot{x})^2}{1 - \epsilon} \right) \right] \quad (103) \end{aligned}$$

Die Einschnürungsverluste an den Engstellen werden mit den bekannten, bei einphasiger Strömung quantifizierten Kontraktionskoeffizienten  $\mu$  berechnet. Hierfür wird, analog der Berechnung einphasiger Druckverluste, bei denen der dynamische Druck  $\rho/2 w^2$  mit einem Verlustkoeffizienten  $\zeta$  multipliziert wird, das Produkt aus dem Verlustkoeffizienten aufgrund der Kontraktion an den Engstellen und dem zweiphasigen homogenen dynamischen Druck gebildet.

$$\Delta p = \frac{\rho_h}{2} w_h^2 \cdot \zeta_{Einschn.}$$

Nach Umformung dieser Gleichung und Eliminierung der lokalen Geschwindigkeiten durch die korrespondierenden Massenströme mit den Gleichungen (32) (45) (46) sowie der Verwendung des einphasigen Kontraktionsdruckverlustkoeffizienten,

$$\zeta_{Einschn.} = \left( \frac{1 - \mu}{\mu} \right)^2 \frac{1}{\omega^2}$$

der in Gleichung (100) enthalten ist, erhält man die Beziehung für den Druckverlust aufgrund der Kontraktion der zweiphasigen Strömung an einer Engstelle. Da zwei Einschnürungsstellen vorhanden sind, muss diese Beziehung lediglich mit zwei multipliziert werden. Folgende Gleichung beschreibt den zweiphasigen Druckverlust, der durch die beiden Kontraktionsstellen hervorgerufen wird.

$$2 \Delta p_{Einschn.} = 2 \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right) \left( \frac{1 - \mu}{\mu} \right)^2 \frac{1}{\omega^2} \quad (104)$$

Auch diese Gleichung ist im Wesentlichen von konstanten und bekannten Strömungsgrößen abhängig.

Addiert man die einzelnen Verluste und formt die resultierende Gleichung um, erhält man eine Beziehung, die die Bestimmung des Druckverlustes eines zweiphasig durchströmten Kugelhahns erlaubt. Dies ist, wie die dargelegten Ausführungen deutlich machen, auf soliden physikalischen Überlegungen und Modellvorstellungen aufgebaut. Lediglich der Kontraktionskoeffizient  $\mu$  erweitert die Gleichung um eine empirische Größe. Die Bestimmung der Größen  $\dot{x}$ ,  $\epsilon$  und  $s$  sind Kapitel 2.2 zu entnehmen.

$$\begin{aligned} \Delta p_{gesamt} = & \frac{\rho_F}{2} \left( \frac{\dot{M}}{\rho_F A} \right)^2 \left( \frac{1 - \omega^2}{\omega^2} \right) \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right) \\ & \left[ 1 + \left( \frac{1 - \dot{x}}{1 - \epsilon} \right)^2 \frac{1 + \dot{x} (s^2 - 1)}{\left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right)^2} - \frac{2\omega}{1 + \omega} \right. \\ & \left. \left( \frac{1 - \dot{x}}{1 - \epsilon} \right) \frac{1 + \dot{x} (s - 1)}{1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right)} + \frac{2}{1 - \omega^2} \left( \frac{1 - \mu}{\mu} \right)^2 \right] \quad (105) \end{aligned}$$

### 4.2.3 Druckverluste des Kugelhahns

Gegenstand dieses Kapitels ist die Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Öffnungsgrade des Kugelhahns auf den Druck in der Messstrecke und den Druckverlust über die Armatur sowie der Vergleich mit den berechneten Werten gemäß des Modells.

#### 4.2.3.1 Druckverlauf entlang der Messstrecke

Der zweiphasige Druckverlauf entlang der Messstrecke ähnelt dem Verlauf bei einphasiger Strömung, nur dass, wie zu erwarten, neben der Flüssigkeitsgeschwindigkeit und dem Öffnungsverhältnis ein weiterer, den Druckverlauf beeinflussender Parameter – der volumetrische Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  – hinzu kommt. Dargestellt in Abbildung 43 ist der Druckverlauf bei einer Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  von 1.0 m/s und einem Öffnungsverhältnis  $\omega$  von 42 %. Der Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  variiert dabei von 0.2 bis 0.6 in Schritten von 0.2. Bei allen drei Messungen ist zu erkennen, dass im Streckenabschnitt  $L/D=-70\dots-1$  der Druckverlust aufgrund des monoton fallenden Verlaufs der Kurve von Reibungsverlusten geprägt ist, wohingegen im Bereich von  $L/D=-1\dots10$  der Verlust durch das Ventil hervorgerufen wird. Im Abschnitt  $L/D=10\dots70$  ist erneut die Reibung die Ursache für den weiteren Druckabbau. Analog zum einphasigen Druckverlauf (siehe Seite 55) ist auch beim Verlauf des zweiphasigen Druckverlustes im Bereich  $L/D=1\dots10$  nach dem Ventil ein Druck-

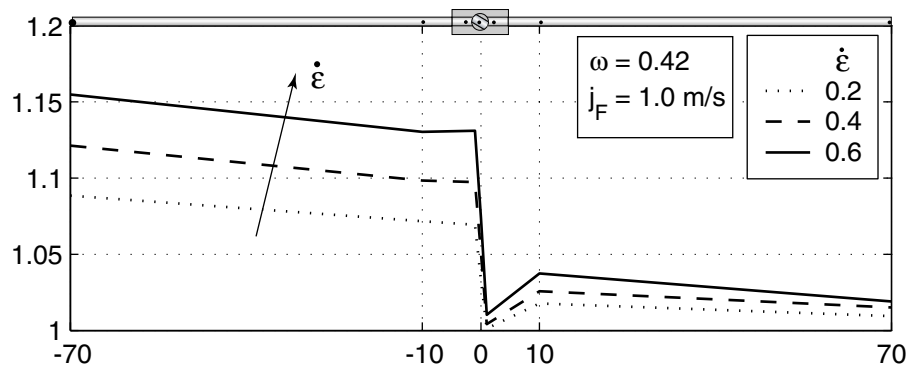


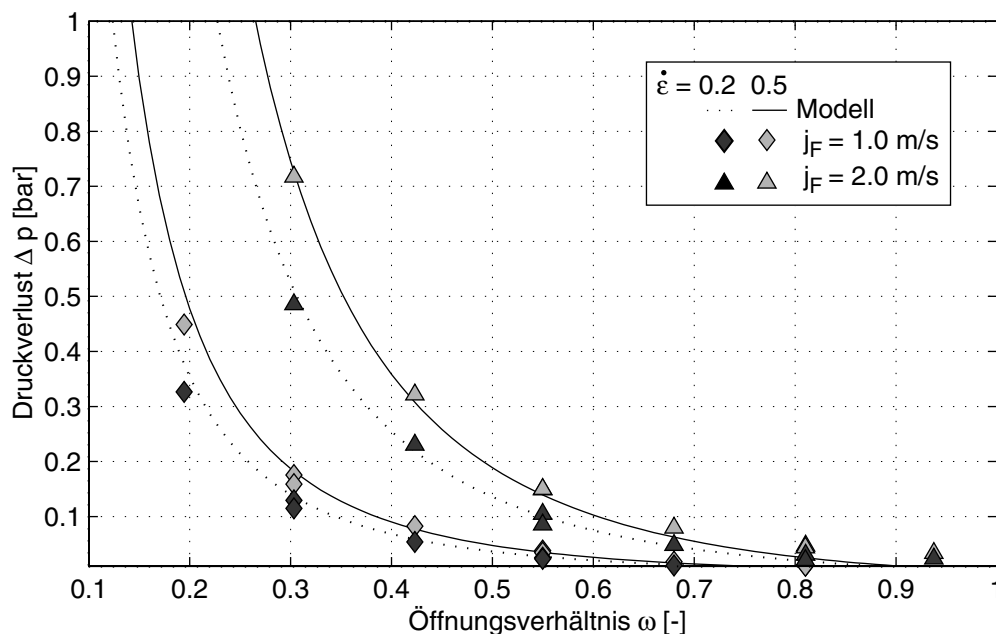
Abbildung 43: Zweiphasiger Druckverlauf entlang der Messstrecke

aufbau zu sehen. Der Einfluss des Gasgehalts auf den Druckverlauf äußert sich im höheren Vordruck am Eintritt in die Messstrecke. Am Austritt der Messstrecke herrschen Umgebungsbedingungen, daher muss zur Überwindung des durch den Kugelhahn hervorgerufenen Druckabfalls, der mit steigendem Gasgehalt der Strömung zunimmt, das Druckniveau am Eintritt ebenfalls steigen.

#### 4.2.3.2 Druckverluste – Experiment und Modell –

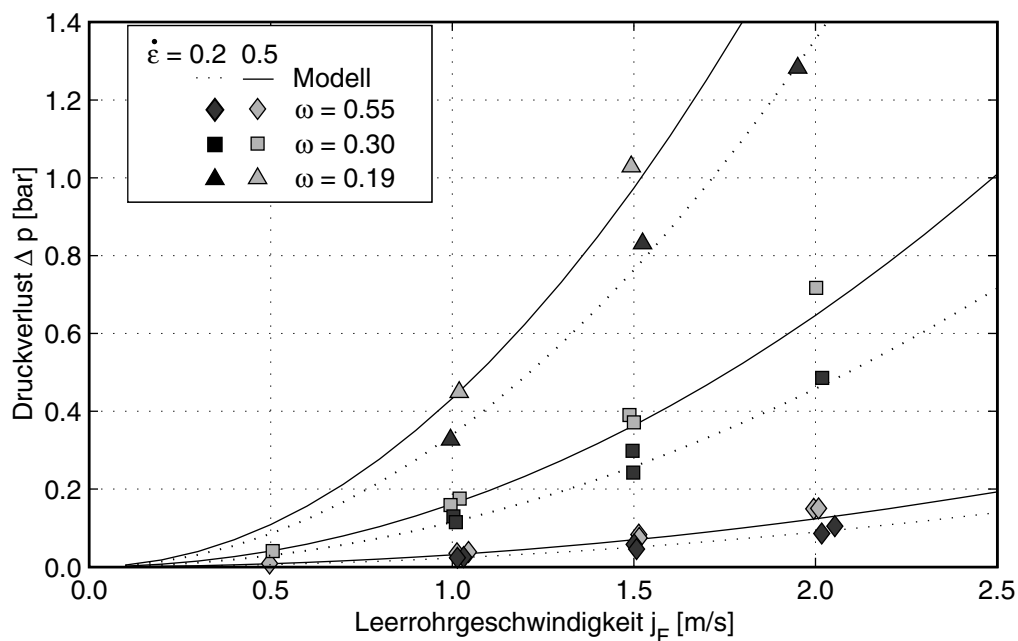
Der Druckverlust über den Kugelhahn ist von drei Parametern abhängig, dem Öffnungsverhältnis  $\omega$  und den Massenströmen der Flüssigkeit und des Gases, die über die Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  und den volumetrischen  $\dot{\epsilon}$  bzw. massenbezogenen  $\dot{x}$  Strömungsgasgehalt ausgedrückt werden. Mit den nun folgenden Abbildungen wird dieser Zusammenhang verdeutlicht. Zudem werden die mit Gleichung (105) berechneten theoretischen Druckverluste den experimentellen Werten gegenübergestellt.

Abbildung 44 zeigt die berechneten und gemessenen Druckverluste



**Abbildung 44:** Gemessener und modellierter Druckverlust  $\Delta p$  über dem Öffnungsverhältnis  $\omega$

in Abhängigkeit vom Öffnungsverhältnis  $\omega$  bei zwei unterschiedlichen Leerrohrgeschwindigkeiten und zwei unterschiedlichen Strömungsgasgehalten. Es wird deutlich, dass das Öffnungsverhältnis der dominierendste Parameter ist. In einem Bereich von 19% bis 93% Öffnung des Ventils unterscheiden sich die Druckverluste einer Messreihe bei gleichen Zuströmbedingungen –  $j_F$  und  $\dot{\epsilon}$  sind konstant – um mehrere Größenordnungen. Jedoch sind auch die Einflüsse der anderen Parameter nicht zu vernachlässigen. Die Verdopplung der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers führt ebenfalls zu einer Erhöhung des Druckverlustes. Die Steigerung des volumetrischen Strömungsgasgehalts  $\dot{\epsilon}$  zieht ebenso eine signifikante Steigerung des Druckverlustes  $\Delta p$  nach sich. Sowohl die experimentellen Daten als auch die berechneten Druckverläufe folgen dem bereits aus den einphasigen Versuchen bekannten exponentiellen Anstieg mit kleiner werdenden Öffnungsverhältnis. Dabei kann das Modell nach verschiedenen Leerrohrgeschwindigkeiten und Öffnungsverhältnissen deutlich unterscheiden. Messung und Modell stimmen sehr gut überein.



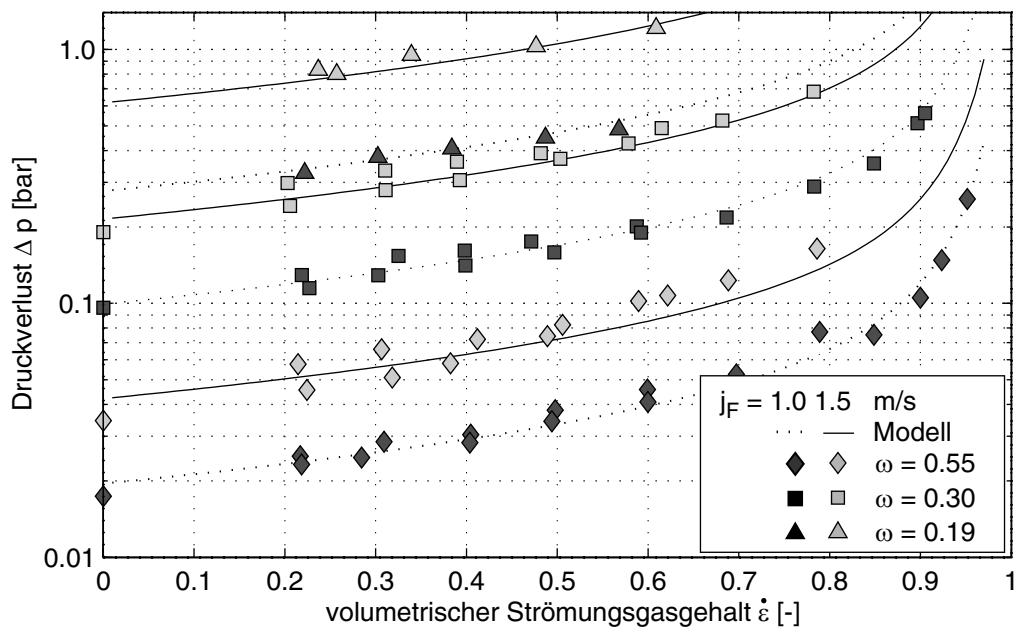
**Abbildung 45:** Gemessener und modellierter Druckverlust  $\Delta p$  über der Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$

Abbildung 45 zeigt die Abhängigkeit der Druckverluste über der Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$ . Beispielhaft wurden die Messwerte bei drei unterschiedlichen Öffnungsverhältnissen ( $\omega = 0.55/0.30/0.19$ ) und zwei unterschiedlichen Gasgehalten ( $\dot{\epsilon} = 0.2/0.5$ ) zur Illustration herangezogen und den mittels Modellgleichung (105) berechneten Druckverläufen gegenübergestellt. Der in dieser Gleichung enthaltene Term

$$\left(\frac{\dot{M}}{\rho_F A}\right)^2 = \left(\frac{j_F}{1 - \dot{x}}\right)^2$$

kann als Leerrohrgeschwindigkeit ausgedrückt werden. Die Abbildung bestätigt die im vorherigen Diagramm gezeigte Zunahme des Druckverlustes mit steigender Leerrohrgeschwindigkeit. Der quadratische Einfluss dieser Größe, die zusammen mit der Dichte  $\rho_F/2$  einen dynamischen Druck repräsentiert, geht aus den berechneten und in Abbildung 45 dargestellten Druckverläufen deutlich hervor. Die Verläufe bei unterschiedlichen Öffnungsgraden und Gasgehalten ordnen sich sinnvoll an, so dass davon ausgegangen werden kann, dass das Modell den Druckverlust richtig wiedergibt. Gestützt wird dieser Sachverhalt durch Messwerte, die die berechneten Druckverläufe bestätigen und die Fähigkeit des Modells, die Druckverluste exakt zu bestimmen, untermauern.

Abbildung 46 stellt die Druckverluste und Modellverläufe über einer weiteren Strömungsgröße, dem vol. Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$ , dar. Das Diagramm zeigt berechnete Druckverläufe und gemessene Druckverlustwerte bei zwei unterschiedlichen Leerrohrgeschwindigkeiten ( $j_F = 1.0/1.5$  m/s) und drei unterschiedlichen Öffnungsverhältnissen ( $\omega = 0.55/0.30/0.19$ ). Die Datenpunkte bei einem Strömungsgasgehalt von  $\dot{\epsilon} = 0$  kennzeichnen die Druckverluste der einphasigen Flüssigkeitsströmung bei entsprechender Fluidgeschwindigkeit und entsprechendem Öffnungsgrad. Erwartungsgemäß steigt der Druckverlust mit zunehmendem Gasgehalt. Im Bereich der Kolbenblasenströmung ( $\dot{\epsilon} < 0.5$ ) wie auch im Bereich der Pfropfen- bzw. Schwallströmung ( $0.4 < \dot{\epsilon} < 0.8$ ) ist eine stetige und gleichmäßige Zunahme des Druckverlustes zu beobachten. Diese Tendenz wird jedoch



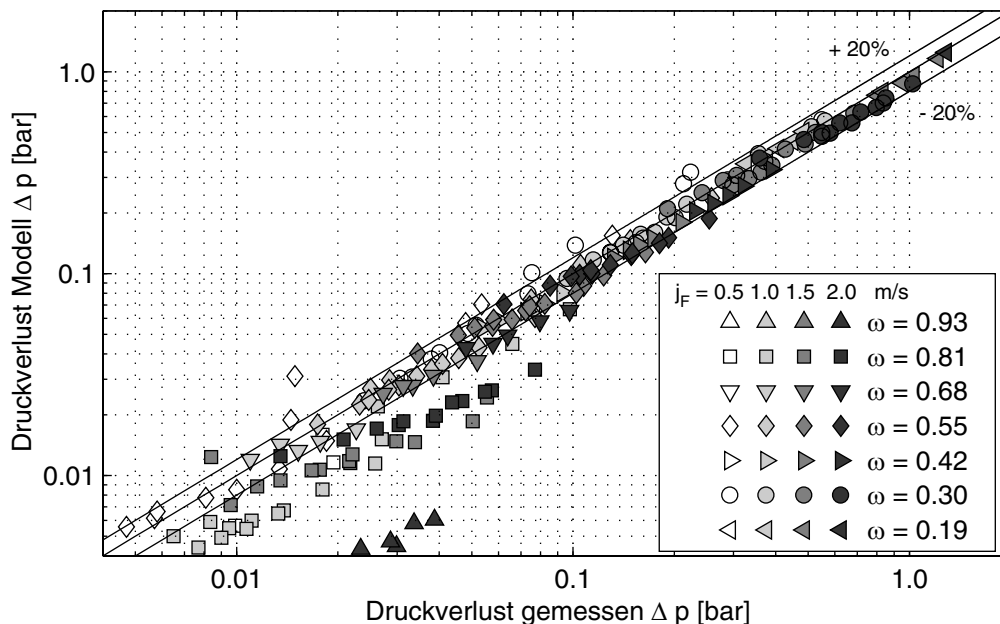
**Abbildung 46:** Gemessener und modellierter Druckverlust  $\Delta p$  über dem volumetrischen Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$

im Übergangsbereich Schwallströmung  $\rightarrow$  Ringströmung ( $\dot{\epsilon} > 0.8$ ) durchbrochen. Der Druckverlust nimmt hier mit nur geringfügiger Erhöhung des Gasgehalts sprunghaft zu.

Der Verlauf des Druckverlustes über dem Gasgehalt ist folgendermaßen erklärbar. Der Grund für die stetige, nahezu lineare, Zunahme des Druckverlustes mit steigendem Strömungsgasgehalt  $\dot{\epsilon}$  ist – im Bereich der Kolbenblasen- und Schwallströmung – auf die stetige Vergrößerung der Gasblasen zurückzuführen. Die kleineren Kolbenblasen wachsen an zu Gaspfropfen, die Flüssigkeitsbrücken zwischen den Pfropfen werden immer kleiner, es kommt zur Schwallströmung. Dieser Übergang von der einen Strömungsform zur anderen vollzieht sich mehr oder weniger kontinuierlich. Diese intermittierenden Strömungsregimes sind trotz des Ventils, das die Strömung natürlicherweise beeinflusst, stromab des Kugelhahns nach wie vor zu beobachten. Im Gegensatz dazu wird die Ringströmung, bei der beide Fluide bestrebt sind, die Energiedissipation [9] gering zu halten, von der Armatur zerstört.

Auch in dieser Darstellung werden die berechneten Druckverläufe eindeutig durch die entsprechenden Messwerte bestätigt. Es ist keine signifikante Abweichung des Modells vom Experiment zu beobachten. Überdies ist das Modell anscheinend in der Lage, die Druckverluste am zweiphasig durchströmten Kugelhahn über den gesamten Bereich des Gasgehalts vorauszusagen. Der Verlauf des theoretischen Druckverlustes folgt den Messwerten. Ausgehend von der Einphasenströmung bei  $\epsilon = 0$  bis zu einem Wert bei  $\epsilon \approx 0.8$ , der den Übergang zur Ringströmung kennzeichnet, steigt der Verlauf nahezu linear an. Im Übergangsbereich zwischen Schwall- und Ringströmung bzw. bei reiner Ringströmung ist ein exponentielles Ansteigen des Druckverlustes sowohl bei den experimentellen als auch den berechneten Daten zu beobachten.

Abbildung 47 zeigt die grundsätzliche Leistungsfähigkeit des Modells. Die doppelt logarithmische Skalierung der Diagrammachsen ermöglicht die Darstellung der Druckverluste über einen Wertebereich, der sich über drei Größenordnungen erstreckt. Wie die Abbildung zeigt, gibt das Modell den zweiphasigen Druckverlust eines Ku-



**Abbildung 47:** Gegenüberstellung von berechneten und gemessenen Druckverlusten  $\Delta p$



gelhahns innerhalb einer Abweichung von  $\pm 20\%$  sehr genau wieder. Berücksichtigt man, dass im Allgemeinen Abweichungen von  $\pm 30\%$  bei der Berechnung des zweiphasigen Reibungsdruckverlustes toleriert werden [36], so ist die Übereinstimmung von Modell und Experiment für die zweiphasigen Druckverluste eines Kugelhahns beachtlich.

Auffallend dabei ist, dass insbesondere höhere Druckverluste eine bessere Übereinstimmung mit dem Modell aufweisen, als das bei geringeren Druckverlusten der Fall ist. Dies bedeutet jedoch nicht, dass das Modell bei der Vorhersage von geringeren Druckverlusten versagt. Betrachtet man die einzelnen Datenpunkte, die außerhalb des Bereichs von  $\pm 20\%$  Abweichung liegen, so ist festzustellen, dass diese Punkte vor allem Messungen repräsentieren, die bei sehr geringer Anstellung des Schließkörpers, also bei sehr großen Öffnungsverhältnissen ( $\omega = 0.93$  bzw.  $\omega = 0.81$ ) durchgeführt wurden. Dementsprechend gering ist der durch die Armatur hervorgerufene Druckverlust. Da die gemessenen Druckdifferenzen sowohl Reibungs- als auch Armaturendruckverluste beinhalten, überwiegt insbesondere bei großen Öffnungsverhältnissen der Druckabfall infolge Reibung, der, wie in Abbildung 47 deutlich wird, in diesem Fall zu einer Überbewertung des Armaturenverlusts führt. Auf eine Korrektur des gemessenen Druckabfalls um den entsprechenden Reibungsverlust wurde bei allen Messungen verzichtet, da im Allgemeinen der durch den Kugelhahn hervorgerufene Verlust den Reibungsverlust um ein Vielfaches übersteigt.

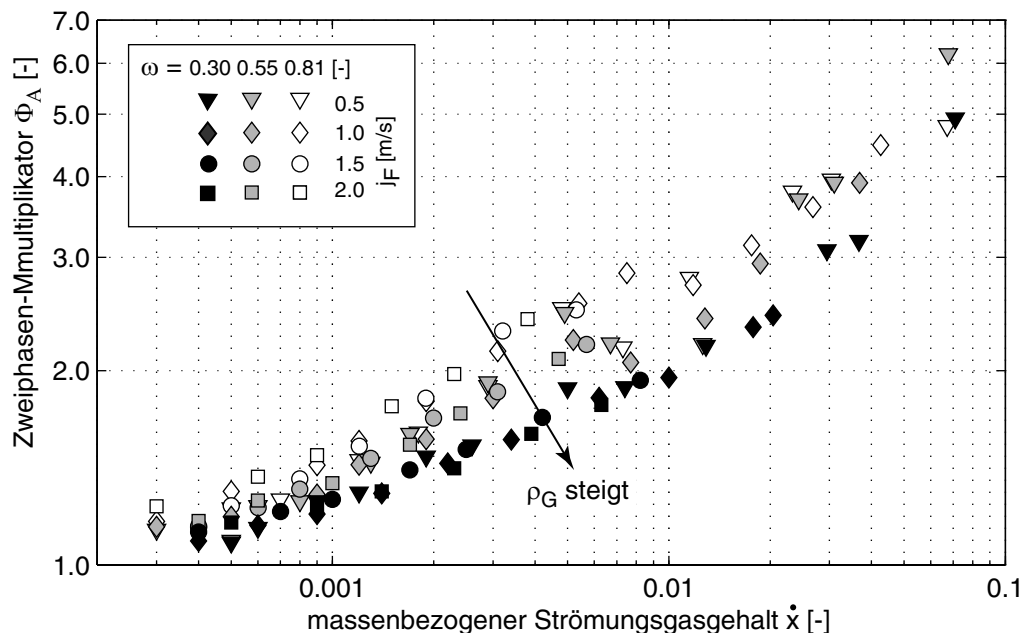
#### 4.2.3.3 Zweiphasen-Multiplikator des Kugelhahns

Der Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi$  ist eine dimensionslose Größe, die im Wesentlichen den Einfluss des Gasgehalts auf den Druckverlust beschreibt. Nach Gl. (66) wird der zweiphasige Druckverlust am Kugelhahn auf den einphasigen bezogen, um den Zweiphasenmultiplikator  $\Phi_A^2$  der Armatur zu ermitteln.

$$\Phi_A = \sqrt{\frac{\Delta p_{2ph}(j_F, \dot{\epsilon}, \omega)}{\Delta p_{1ph}(w, \omega)}}$$

Die Leerrohrgeschwindigkeit  $j_F$  der Zweiphasen-Strömung und die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $w$  der Einphasen-Strömung sind bei beiden Messungen identisch. Auch die eingestellten Öffnungsverhältnisse sind in beiden Fällen gleich. Sowohl die Fluidgeschwindigkeit als auch der Druckverlustbeiwert werden somit bereits durch den einphasigen Druckverlust berücksichtigt. Trägt man den Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi_A$  über dem massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$  auf, ergibt sich eine eindeutige Abhängigkeit des Multiplikators vom Gasgehalt.

Abbildung 48 stellt die ermittelten Zweiphasen-Multiplikatoren  $\Phi_A$  der einzelnen Messungen über dem massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$  dar. Die jeweiligen Leerrohrgeschwindigkeiten  $j_F$ , respektive die mittleren Fluidgeschwindigkeiten  $w$ , sind mit verschiedenar-



**Abbildung 48:** Zweiphasen-Multiplikator  $\Phi$  in Abhängigkeit vom massenbezogenen Strömungsgasgehalt  $\dot{x}$

tigen Symbolen gekennzeichnet. Die Zweiphasen-Multiplikatoren bei den drei Öffnungsverhältnissen 81%, 55% und 30% werden farblich unterschieden. Die berechneten Multiplikatoren werden mit steigendem Gasgehalt größer. Weiterhin hängen die Messwerte scheinbar vom Öffnungsverhältnis ab. Der Einfluss der Fluidgeschwindigkeit verschwindet dagegen bei gleicher Öffnung des Kugelhahns.

Aus Abbildung 48 geht deutlich hervor, dass der Einfluss der Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase auf den Zweiphasen-Multiplikator bereits mit dem einphasigen Druckverlust beschrieben wird. Im Gegensatz dazu zeigt die Spreizung der Messwerte mit dem Öffnungsverhältnis  $\omega$ , dass der Einfluss der durch den Kugelhahn hervorgerufenen Blockade der Strömung nicht allein durch die im einphasigen Druckverlust berücksichtigten Ventilkennwerte beschrieben werden kann. Jedoch ist die Ventilstellung nur indirekt für die Spreizung verantwortlich. Da mit sinkendem Öffnungsverhältnis der Druck stromauf der Armatur steigt, nimmt die Dichte des Gases ebenso zu.

Um nun den in Kapitel 4.2.2 vorgestellten Modellierungsansatz in Bezug zu bekannten Modellen zu setzen, müssen die Gleichung (99), die den einphasigen Druckverlust beschreibt, und die Gleichung (105), die den zweiphasigen Druckverlust wiedergibt, zum Zweiphasen-Multiplikator zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} \Phi_A^2 = & \left(1 + \dot{x} \left(\frac{\rho_F}{\rho_G} - 1\right)\right) \left(1 + \left(\frac{(1 - \dot{x})^2}{(1 - \epsilon)} \frac{1 + \dot{x} (s^2 - 1)}{\left(1 + \dot{x} \left(\frac{\rho_F}{\rho_G} - 1\right)\right)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{2\omega}{1 + \omega} \left(1 - \frac{1 - \dot{x}}{1 - \epsilon} \frac{1 + \dot{x} (s - 1)}{1 + \dot{x} \left(\frac{\rho_F}{\rho_G} - 1\right)}\right) - 1\right) \right. \\ & \left. \left(\frac{2}{1 + \omega} \left(1 + \frac{1}{1 - \omega} \left(\frac{1 - \mu}{\mu}\right)^2\right)\right)^{-1}\right) \end{aligned} \quad (106)$$

Dabei ist der volumetrische Gasgehalt  $\epsilon$  mit Gleichung (61) bzw. (62)

**Tabelle 10:** Aufistung der wichtigsten Berechnungsansätze

Autor	Zweiphasen-Multiplikator $\Phi_{Fo}^2$
<b>Homogenes Modell</b>	
siehe Gl.(70)	$1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right)$ allg. gültig
Trembley P.E. [52]	$1.025 \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right)$ Absperrarmatur
<b>Heterogenes Modell</b>	
siehe Gl. (72)	$\frac{\dot{x}^2}{\epsilon} \frac{\rho_F}{\rho_G} + \frac{(1-\dot{x})^2}{1-\epsilon}$ allg. gültig
Simpson H.C. [54]	$\left( 1 + \dot{x} \left( \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} \right)^{1/6} - 1 \right) \right) \left( 1 + \dot{x} \left( \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} \right)^{5/6} - 1 \right) \right)$
Beattie D.R.H. [53]	$\left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F \eta_G}{\rho_G \eta_F} - 1 \right) \right)^{0.2} \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right)^{0.8}$
Chisholm D. [21]	$1 + \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) (B \dot{x} (1 - \dot{x}) + \dot{x}^2)$ B = 0.5: Schieber (gr. Ø), Drosselklappe B = 1.5: Schieber (kl. Ø), Kükenhahn B = 2.3: Absperrventil
Morris S.D. [58]	$\left[ \dot{x} \frac{\rho_F}{\rho_G} + s(1 - \dot{x}) \right] \left[ \dot{x} + \frac{1-\dot{x}}{s} \left( 1 + \frac{(s-1)^2}{\left( \frac{\rho_F}{\rho_G} \right)^{0.5} - 1} \right) \right]$ Schlupfansatz $s = \left( 1 + \dot{x} \left( \frac{\rho_F}{\rho_G} - 1 \right) \right)^{0.5}$

und der Schlupf  $s$  mit Gleichung (63) zu bestimmen.

Für die Berechnung des Druckabfalls über Armaturen stehen empirische und halbempirische Beziehungen zur Verfügung. Mit diesen Ansätzen ist man in der Lage, den Zweiphasen-Multiplikator zu berechnen, der bei Kenntnis des einphasigen Druckverlustes zur Bestimmung des Druckabfalls an zweiphasig durchströmten Armaturen führt. Die den Berechnungsmethoden zugrunde liegenden Modelle bauen in der Regel auf der homogenen oder heterogenen Betrachtung

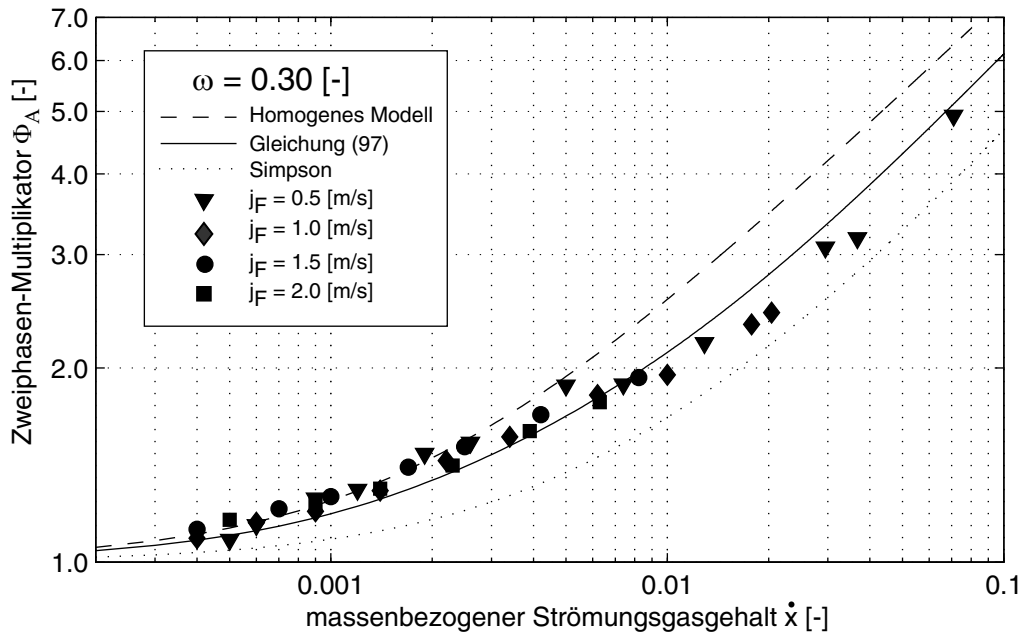
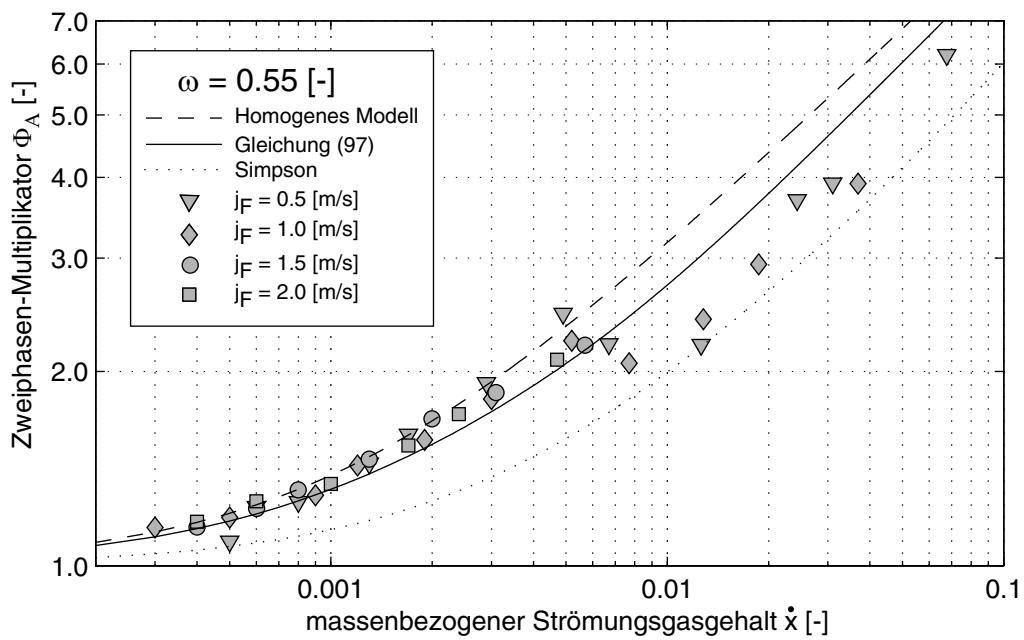
tungsweise der Zweiphasenströmung auf. Friedel [36] liefert eine sehr übersichtliche Zusammenfassung und Bewertung der Modelle und der bisher durchgeführten Experimente. Er stellt fest, dass die ca. 1300 bisher veröffentlichten Messwerte, die er bewertete, überwiegend an Schiebern und Stellventilen registriert wurden. Lediglich 30% der Werte beziehen sich auf Untersuchungen an Absperrarmaturen oder Klappen, Kugelhähne werden dabei nicht erwähnt. Es wird darauf hingewiesen, dass die Armaturen größtenteils im vollgeöffneten Zustand untersucht wurden, Untersuchungen verschiedener teilgeöffneter Zustände wurden nur ansatzweise durchgeführt. In 95% aller Fälle sind die Versuche mit einer Wasser/Luft-Strömung durchgeführt worden, der Rest erfolgte bei Wasser/Dampf-Strömung. Messdaten mit höherviskosen Fluidpaarungen sind bisher kaum vorhanden. Der Autor teilt die unterschiedlichen Berechnungsverfahren nach empirischen und theoretischen bzw. halbempirischen Beziehungen ein. Letztere gliedert er nach homogener (schlupfloser) und heterogener Betrachtungsweise der Zweiphasenströmung. Er zeigt auf, dass die auf heterogenen Strömungsbedingungen basierenden Druckabfallgleichungen die günstigsten Voraussetzungen für Allgemeingültigkeit und Zuverlässigkeit bieten. Unter diesem Aspekt hebt er insbesondere die Modelle von Morris [58], Simpson [54] und das rein theoretische Modell nach Gl. (72) hervor. Für rasche Abschätzungen empfiehlt Friedel das homogene Modell, obwohl es im Durchschnitt zu höheren Druckverlusten führt. Jedoch bemängelte er bei allen getesteten Modellen die unzufriedenstellende Qualität. Im Verhältnis zu der allgemein akzeptierten Größenordnung von  $\pm 30\%$  Abweichung für die Berechnung des Reibungsdruckabfalls bei adiabater Zweiphasenströmung, traten bei den Armaturen teilweise Abweichungen von  $\pm 60\%$  zwischen Rechnung und Experiment auf. Eine übersichtliche Zusammenfassung der wichtigsten Modelle im Hinblick auf die Anwendbarkeit für den Kugelhahn findet sich in Tabelle 10. Auf die Auflistung der rein empirischen Modelle wurde aufgrund ihrer begrenzten Allgemeingültigkeit und Zuverlässigkeit verzichtet.

Für den Vergleich der Messwerte mit den Berechnungsmethoden werden das Modell nach Simpson, das homogene Modell und die Glei-

chung (106) herangezogen. Letztere basiert auf dem im Kapitel 4.2.2 beschriebenen Modellansatz. Das Modell nach Simpson wird insbesondere von der kommerziellen Organisation EDSU (Engineering Science Data Unit) [6] für Kugelhähne empfohlen, obwohl dieses Modell anhand von Experimenten an Schiebern entwickelt wurde.

Abbildung 49 zeigt die Gegenüberstellung der Zweiphasen-Multiplikatoren, die auf den Messdaten basieren, und die Verläufe der Multiplikatoren gemäß der eben genannten Berechnungsverfahren. Aus beiden Darstellungen geht hervor, dass für Werte des Gasgehalts  $\dot{x} \leq 0.4$  das homogene wie das vorgeschlagene Modell nach Gleichung (106) den Werten des Experiments sehr gut entsprechen, wobei das letztgenannte Modell exakter ist. Das Modell nach Simpson weicht jedoch erheblich von den Messwerten ab. Die Leistungsfähigkeit des neuen Modells zeigt sich insbesondere bei hohen Gasgehalten. Während hier das homogene Modell aufgrund einer Überbewertung des zweiphasigen Druckverlustes versagt, kann das Modell nach Gleichung (106) den Ergebnissen der Experimente folgen.

Sowohl aus der Auflistung nach Tabelle 10 als auch aus der Abbildung 49 wird deutlich, dass der Einfluss des Öffnungsverhältnisses auf den Zweiphasen-Multiplikator von den genannten Modellen nicht berücksichtigt wird. Vielmehr wird bei allen Modellen davon ausgegangen, dass der Druckverlustbeiwert  $\zeta$ , der bei der Einphasenströmung seine Gültigkeit besitzt, den gleichen Wert bei der zweiphasigen Betrachtung – sei es homogen oder heterogen – aufweist (vgl. dazu Gl.(70) und Gl.(72) auf Seite 32). Bei dieser Betrachtung wird jedoch der Einfluss der Ventilstellung auf die Phasenverteilung vollständig vernachlässigt. Die fehlende Berücksichtigung der Stellung der Armatur bei den jeweiligen Modellen liegt vermutlich an den nur spärlichen Daten bei teilgeöffneten zweiphasigen Strömungszuständen.

(a) Modelle und Messwerte bei  $\omega = 0.30$ (b) Modelle und Messwerte bei  $\omega = 0.55$ 

**Abbildung 49:** Zweiphasen-Multiplikatoren und Berechnungsmodelle

## 5 Dynamischer Stellbetrieb

Da Ventile und insbesondere Absperrarmaturen nicht nur in festen Ventilstellungen betrieben werden, sondern sich oft in Bewegung befinden, widmet sich dieses Kapitel der Untersuchung des dynamischen Verhaltens des Kugelhahns bei Gas-Flüssigkeitsströmung. Im Vordergrund der Untersuchungen steht nicht der Schnellschluss von Ventilen, da dieser Extremfall bereits mehrfach und umfassend sowohl bei einphasiger [12] - [19] als auch bei zweiphasiger Rohrströmung [59] - [67] untersucht wurde. Von Interesse ist vielmehr das langsame, moderate Verstellen des Ventils und dessen Auswirkungen auf das Gas-Flüssigkeits-Gemisch. Dabei ist das Kriterium, das die Schließzeit des Ventils in „langsam“ und „schnell“ einteilt, die Laufzeit der durch den Schließvorgang ausgelösten Druckwelle. Ist die Armatur geschlossen, bevor die vollständig oder nur teilweise reflektierte Druckentlastungswelle wieder am Ventil eintrifft, spricht man von einem Schnellschluss. Ein langsamer Schließvorgang ist dadurch charakterisiert, dass die Druckentlastungswelle an der Armatur eintrifft, während diese sich noch im Schließbetrieb befindet. Es kommt zu Stoß und Gegenstoß. Der maximale Druckanstieg ist dabei wesentlich geringer als beim Schnellschluss. Die theoretischen Grundlagen dazu sind im Kapitel 2.1.3.2 zu finden.

Die Untersuchung des dynamischen Verhaltens erfolgte sowohl theoretisch als auch experimentell. Zur theoretischen Untersuchung wurde der von der Gesellschaft für Reaktor- und Anlagensicherheit (GRS) entwickelte Thermohydraulik Code ATHLET verwendet. Obwohl dieser Systemcode geschaffen wurde, um komplexe thermohydraulische Systeme dynamisch simulieren zu können, wie beispielsweise die Wasser/Dampf-Strömung im Primärkreislauf von Kernkraftwerken, eignet sich dieser Code sehr gut für die eindimensionale Modellierung der Gas-Flüssigkeitsströmung in einem Rohr mit einem Ventil. Die regulären Fluidkomponenten des Codes sind Wasser und Dampf. Ein spezielles Multikomponenten Modell ermöglicht jedoch auch die Simulation einer Wasser/Luft-Strömung. Ein Vorteil von



ATHLET ist die Möglichkeit, das eindimensionale Ventilmodell nach Gleichung (105) zu implementieren, um seine Anwendbarkeit für den dynamischen Stellbetrieb zu demonstrieren. Zur Verifikation der Rechenergebnisse werden dynamische Messungen zu den theoretischen Ergebnissen herangezogen.

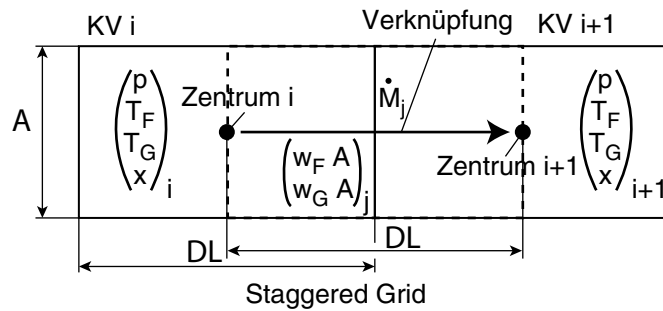
In den folgenden Abschnitten wird zunächst der ATHLET Code erklärt. Die dann folgenden Differenzialgleichungen wurden bereits für die horizontale adiabate Gas-Flüssigkeitsströmung vereinfacht, sie stellen nicht die allgemein gültigen Differenzialgleichungen von ATHLET dar. Im Anschluss daran folgt die Beschreibung der Versuche. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden die Ergebnisse der Simulationen mit den Experimenten verglichen.

## 5.1 Simulation mit ATHLET

### 5.1.1 Grundlagen

Die Grundlage des Simulationsprogramms ATHLET (**A**nalysis of **T**hermal-hydraulics of **L**eads and **T**ransients) sind die heterogen separierten Erhaltungsgleichungen. Diese Gleichungen wurden – vereinfacht auf das vorliegende Problem der horizontalen adiabaten Gas-Flüssigkeitsströmung – bereits in Kapitel 2.2.2.3 vorgestellt. Die umfassende Beschreibung der in ATHLET verwendeten Erhaltungsgleichungen inklusive aller Quellen- und Senkenterme zur Beschreibung der Phasenkopplung sind dem ATHLET Handbuch [22] zu entnehmen.

Um ein komplettes thermo-hydraulisches System zu simulieren, verwendet das Programm zur Darstellung von Systemkomponenten, wie beispielsweise einer Rohrleitung, so genannte **T**hermo-**F**luid-dynamische **O**bjekte (TFO). Diese bestehen aus zwei Elementen, den Kontrollvolumina (KV) und ihren Verknüpfungen, die die Mittelpunkte der Kontrollvolumina miteinander verbinden (Abbildung 50). Dies führt zu einem versetzten Gitter (*Staggered Grid*), bei



**Abbildung 50:** Kontrollvolumina und ihre Verknüpfung in ATHLET

dem die Massen- und Energieerhaltungsgleichungen über die räumliche Ausdehnung der Kontrollvolumina integriert werden, wohingegen die Verknüpfung den Integrationsbereich der Impulserhaltung repräsentiert. Dies führt zu einem so genannten *Lumped Parameter Code*, bei dem die volumen- bzw. verknüpfungsbezogenen physikalischen Größen räumlich gemittelt und nur von der Zeit abhängig sind. Die entsprechenden physikalischen Größen, die Lösungsvariablen, sind der massenbezogene lokale Gasgehalt  $x$ , die Temperaturen der beiden Phasen  $T_G$  und  $T_F$  und der Druck  $p$  je Volumenelement. Diese Größen werden durch Umformungen aus den Massen- und Energiebilanzen jeder Phase erhalten. Die Produkte aus Rohrquerschnittsfläche  $A$  und jeweiliger Phasengeschwindigkeit  $w_F$  bzw.  $w_G$  stellen die Lösungsvariablen der Impulsbilanz nach dem 6-Gleichungsmodell dar. Für das 5-Gleichungsmodell ist der Gesamtmassenstrom  $\dot{M}$  die entsprechende Lösungsvariable.

### 5.1.2 Differenzialgleichungen

Mittels des Integralsatzes von Gauss können die Erhaltungsgleichungen (53) - (56) über das Kontrollvolumen integriert werden. Damit lassen sich die Differenzialgleichungen der Lösungsvariablen wie folgt ansetzen. Den zeitlichen Verlauf des lokalen massenbezogenen Gas-

gehalts  $x$  eines Kontrollvolumens erhält man durch Integration von:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{M_F \frac{dM_F}{dt} - M_G \frac{dM_G}{dt}}{(M_F + M_G)^2} \quad (107)$$

$$\frac{dM_F}{dt} = \sum_{in} \dot{M}_F - \sum_{out} \dot{M}_F \quad (108)$$

$$\frac{dM_G}{dt} = \sum_{in} \dot{M}_G - \sum_{out} \dot{M}_G \quad (109)$$

Dabei wird die zeitliche Änderung der in einem Kontrollvolumen befindlichen Masse mittels der Massenbilanz berechnet.

Die Differenzialgleichung der Temperaturen  $T_k$  ( $k = G, F$ ) werden durch Umformung der Energieerhaltungsgleichung der flüssigen und gasförmigen Phase hergeleitet:

$$\frac{dT_k}{dt} = \frac{1}{c_{p,k}} \frac{\dot{E}_k}{M_k} + \frac{1}{c_{p,k}} \left( \frac{1}{\rho_k} - \frac{\partial h_k}{\partial p} \Big|_{T_k} \right) \frac{dp}{dt} \quad (110)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{E}_k &= \sum_{in} \dot{M}_k \left( h_k + \frac{w_k^2}{2} \right) - \sum_{out} \dot{M}_k \left( h_k + \frac{w_k^2}{2} \right) \\ &\quad - \frac{dM_k}{dt} \left( h_k + \frac{w_i^2}{2} \right) - M_k w_i \frac{dw_i}{dt} \end{aligned} \quad (111)$$

Die Differenzialgleichung für den Druck  $p$  wird mittels einer Linearkombination der Kontinuitätsgleichung hergeleitet, bei der von einem konstanten Kontrollvolumen ausgegangen wird, was nach Umformung zur folgenden Gleichung führt:

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{\frac{dM_G}{dt} v_G + M_G \frac{\partial v_G}{\partial T_G} \Big|_p \frac{dT_G}{dt} + \frac{dM_F}{dt} v_F + M_F \frac{\partial v_F}{\partial T_F} \Big|_p \frac{dT_F}{dt}}{M_G \frac{\partial v_G}{\partial p} \Big|_{T_G} + M_F \frac{\partial v_F}{\partial p} \Big|_{T_F}} \quad (112)$$

Bei Aufstellung der Differenzialgleichungen der noch fehlenden Lösungsvariablen wird nach dem 5- bzw. 6-Gleichungsmodell unterschieden. Letzteres stellt mit zwei getrennten Impulsgleichungen eine

weitere Gleichung je Phase zur Bestimmung der zeitlichen Abhängigkeit von  $w_k A$  ( $k = G, F$ ) zur Verfügung.

$$\frac{d(w_k A)}{dt} = A \frac{(\Delta p_{KV} + \Delta p_i + \Delta p_{W,k} + \Delta p_{Ventil} \mp \Delta p_{ZR})}{\Delta L(\rho_{k,i1} + \rho_{k,i+1})} \quad (113)$$

Da mit dem 5-Gleichungsmodell nur eine Impulsgleichung zu lösen ist, stellt sich die Differenzialgleichung für den Massenstrom  $\dot{M}$  wie folgt dar:

$$\frac{d\dot{M}}{dt} = \frac{A}{\Delta L} (\Delta p_{KV} + \Delta p_i + \Delta p_{DF} + \Delta p_W + \Delta p_{Ventil}) \quad (114)$$

Die beiden oben genannten Gleichungen (113) und (114) berücksichtigen mit  $\Delta p_{KV}$  die am Kontrollvolumen angreifenden Druckkräfte und mit  $\Delta p_i$  die Änderung des Impulsstroms entlang der Verknüpfung jeder Phase  $G, F$  beim 6-Gleichungsmodell bzw. des Gemisches  $h$  beim 5-Gleichungsmodell.

$$\begin{aligned} \Delta p_{KV} &= p_i - p_{i+1} \\ \Delta p_i &= - \int \rho_k \vec{w}_k \frac{\partial \vec{w}_k}{\partial z} dz \end{aligned}$$

Zusätzlich zur Impulsänderung  $\Delta p_i$  des Zweiphasen-Gemisches muss beim 5-Gleichungsmodell noch  $\Delta p_{DF}$ , die Änderung des Driftstroms bzw. des Drift-Flux berücksichtigt werden.

$$\Delta p_{DF} = - \int \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon(1 - \epsilon) \frac{\rho_G \rho_F}{\rho_h} \vec{w}_R \vec{w}_R \right) dz$$

Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass die für die Impulsänderung verantwortliche Gemischgeschwindigkeit  $w_h$  eine fiktive Geschwindigkeit ist und aufgrund ihrer Mittelung stets geringer ausfällt als die entsprechenden Phasengeschwindigkeiten  $w_F$  bzw.  $w_G$ . Eine Änderung dieser Geschwindigkeit respektive des entsprechenden Impulsstroms ist folglich ebenfalls geringer als die Änderung der Impulsströme beider Phasen. Der zusätzliche Term  $\Delta p_{DF}$  berücksichtigt dies. Die Relativgeschwindigkeit  $w_R$  wird mit dem Drift-Flux Ansatz wiedergegeben, der beispielhaft bei Wallis [20] erläutert wird.

Der Term  $\Delta p_W$  bzw.  $\Delta p_{W,k}$  beschreibt die Rohrwandreibung gemäß der Ausführungen des Kapitels 2.2.5.2 und wird hier nicht weiter erläutert. Mit  $\Delta p_{Ventil}$  wird der durch den Kugelhahn hervorgerufene Druckverlust berechnet. Die Ermittlung dieser Druckdifferenz wird mit der entwickelten Modellgleichung (105) durchgeführt. Zudem geht für den Fall des 6-Gleichungsmodells der mit der Modellgleichung berechnete Verlust phasengewichtet mit  $\epsilon_k$ ,  $k = G, F$  in die jeweilige Impulsbeziehung ein.

Die Impulskopplung in Form der Zwischenphasenreibung wird in Gleichung(113) mit dem Term  $\Delta p_{ZR}$  wiedergegeben und nur beim 6-Gleichungsmodell berücksichtigt.

$$\Delta p_{ZR} = \int_L \frac{\tau}{\epsilon_k} dz = \frac{1}{\epsilon_k} \tau \Delta L$$

Die Größe  $\tau$  repräsentiert dabei die an der Phasengrenze angreifenden Schubspannungskräfte. Diese werden jedoch sehr stark von der jeweiligen Strömungsform beeinflusst. Vor Berechnung der eigentlichen Schubspannungskräfte muss ATHLET daher die vorliegende Strömungsform identifizieren. Die Abgrenzung der jeweiligen Strömungsform wird mit Hilfe der von Taitel und Dukler [25] entwickelten Modelle berechnet. Für diese Modelle ist insbesondere die Gasgeschwindigkeit  $w_G$  der informationstragende Parameter, nach dem die vorliegende Strömungsform klassifiziert wird. Nach der Bestimmung der Strömungsform kann die Schubspannung mit folgendem Ansatz berechnet werden:

$$\tau \Delta L = C w_R^2 A$$

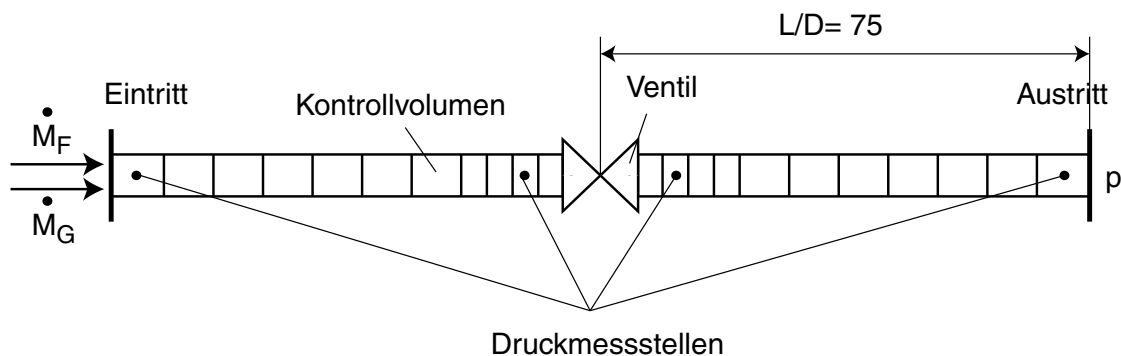
Der Parameter  $C$  bezeichnet den Zwischenphasenreibungskoeffizienten. Dieser wird in Abhängigkeit der jeweiligen Strömungsformen mittels geeigneter Korrelationen berechnet. Die Gleichung für den Koeffizient bei Schwallströmung, die von Ishii [68] entwickelt wurde, lautet beispielsweise:

$$C = 9.8 \epsilon (1 - \epsilon)^3 \frac{\rho_L}{D}$$

Die Korrelationen für andere Strömungsformen finden sich im ATHLET Handbuch [22].

### 5.1.3 Diskretisierung und Randbedingungen

Vor Durchführung der Simulation muss ein entsprechendes Rechengebiet definiert werden. Da nur in der Messstecke (siehe Abbildung 14) das Gas-Flüssigkeits-Gemisch vorhanden ist, wurde diese als Rechengebiet bestimmt. Die Strecke wurde hierfür in 24 unterschiedlich lange Volumenelemente unterteilt. Dabei wurden die Längen teilweise so gewählt, dass die Druckmessstellen der Versuchsanlage auf den Mittelpunkten der Kontrollvolumen liegen. Außerdem wurden in der Nähe des Ventils kleinere Kontrollvolumen verwendet, um eine höhere räumliche Auflösung und damit höhere Genauigkeit in diesem Streckenabschnitt zu erzielen.



**Abbildung 51:** Schematische Darstellung der Diskretisierung und der Randbedingungen

Da nicht die komplette Anlage, sondern nur die Messstrecke simuliert wird, müssen an den Systemgrenzen, am Eintritt und am Austritt der Messstrecke, Randbedingungen definiert werden. Da weder die Pumpe noch der Kompressor mit simuliert werden, stellen die zuströmenden Massenströme die Eintrittsrandbedingung dar. Als Austrittsrandbedingung wird der Druck am Ende der Messstrecke festgelegt, da dieser nahezu konstant bei Umgebungsdruck bleibt.

Die für die Simulation notwendigen Werte für die Massenstromverläufe des Gases und der Flüssigkeit sowie die Druckverläufe am Ende der Messstrecken werden vor Beginn der Rechnung durch Versuche bestimmt. Dabei befindet sich der Kugelhahn im dynamischen

Stellbetrieb. Die Durchführungen der einzelnen Messungen und die entsprechenden Parameterbereiche werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

## 5.2 Ergebnisse von Experiment und Simulation

Bevor die jeweiligen Ergebnisse des Experiments und der Simulation vorgestellt und diskutiert werden, müssen noch die Vorgehensweise bei Versuchsdurchführung und die Versuchsbedingungen erläutert werden.

### 5.2.1 Versuchsbedingungen

Sämtliche Versuche wurden mit dem experimentellen Aufbau durchgeführt, der im Kapitel 3 beschrieben ist. Während der Messungen wurde zur Vermeidung unnötiger Druckspitzen, die die transparente Plexiglasstrecke möglicherweise beschädigt hätten, der zunächst vollständig geöffnete Kugelhahn nur auf ein Öffnungsverhältnis von  $\omega = 0.15$  zugefahren. Hierbei wurden insgesamt drei verschiedene Stellzeiten  $\Delta t_S = 2/10/50$  s realisiert. Vor Beginn der Messung wurden die Massenströme bzw. die Leerrohrgeschwindigkeit der Flüssigkeit  $j_F$  und der volumetrische Strömungsgasgehalt  $\epsilon$  auf die gewünschten Werte eingestellt. Die Leerrohrgeschwindigkeit variierte dabei zwischen 1.0 m/s und 2.0 m/s. Der volumetrische Strömungsgasgehalt wurde auf die Werte 0.3, 0.5 und 0.7 eingestellt. Wird jeder der Parameter  $j_F$ ,  $\epsilon$  und  $\Delta t_S$  variiert, erhält man insgesamt 18 unterschiedliche Messungen, die damit einen weiten Bereich möglicher Parameter abdecken. Jede Parameterkombination wurde sechsmal gemessen, um eine Ensemblemittelung vornehmen zu können. Diese Mittelung hat den Vorteil, statistische Schwankungsgrößen im Messsignal zu glätten.

Zur besseren Abgrenzung der Öffnungszustände des Kugelhahns wurde die gesamte Versuchsdauer in drei Zeitperioden untergliedert. Ab-

bildung 52 verdeutlicht diese Aufteilung. Dabei beträgt für alle Messungen der Zeitraum vor Beginn des Stellvorgangs 5 s. Nach Ende des Stellvorgangs werden für weitere 10 s Messwerte registriert. Die Messdauer vor Beginn des Ventilbetriebs ermöglicht die Untersuchung der unbeeinflussten Zweiphasenströmung. Damit lässt sich die durch den dynamischen Stellbetrieb hervorgerufene Veränderung der Strömung besser von der ungestörten Strömung abgrenzen. Die zusätzliche Messdauer nach Erreichen der Kugelhahnendposition hat den Vorteil, Relaxationseffekte registrieren zu können.

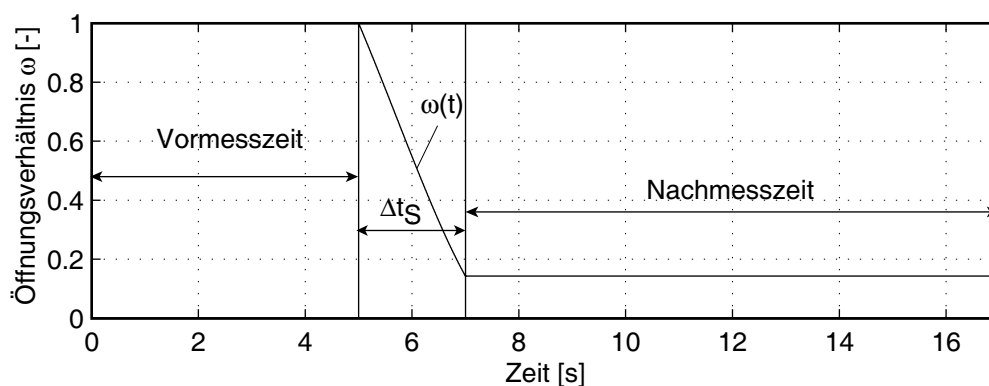


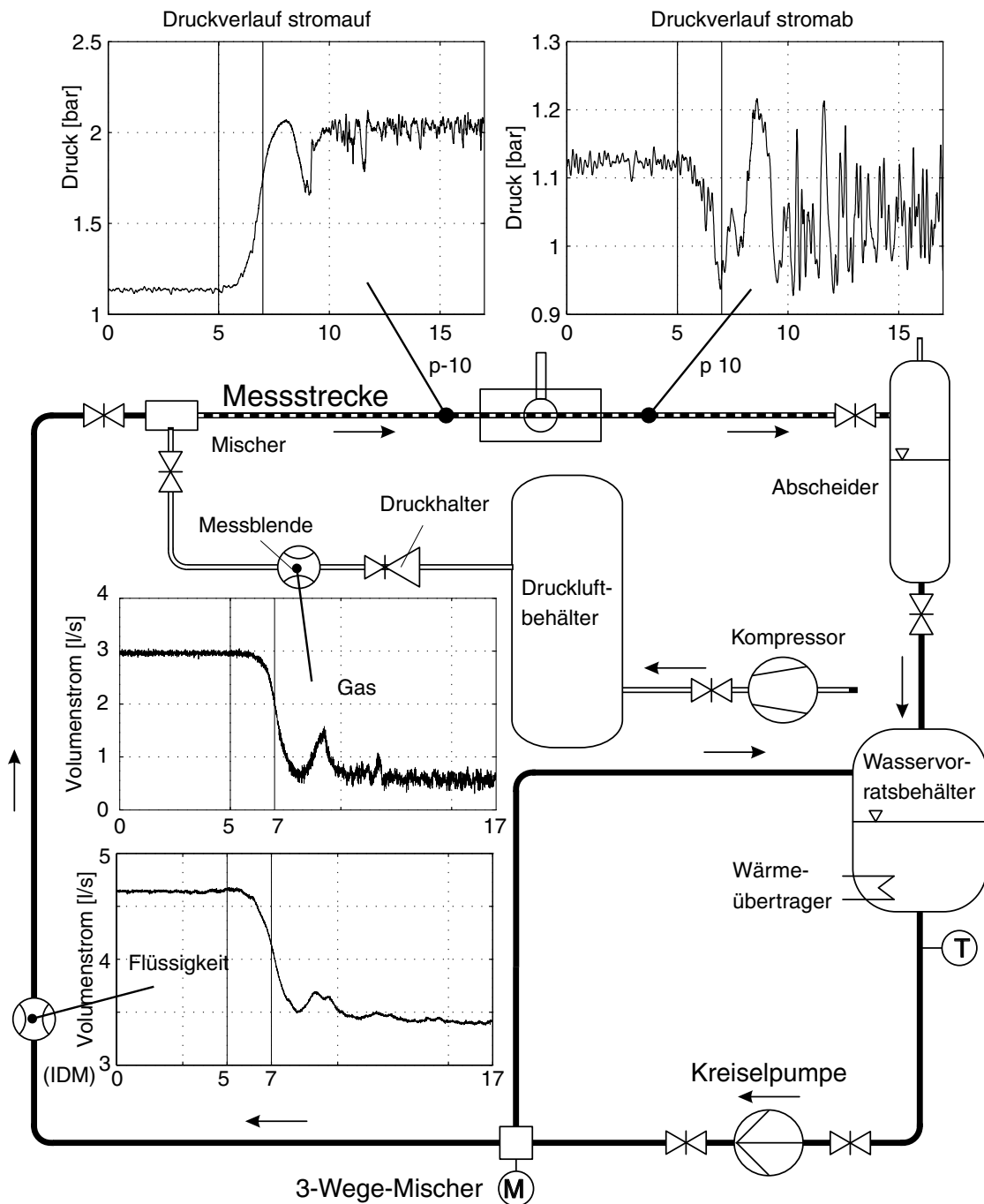
Abbildung 52: Zeitlicher Verlauf des Öffnungsverhältnisses  $\omega$

### 5.2.2 Versuchsergebnisse

Zunächst werden die Versuchsergebnisse vorgestellt und die wesentlichen physikalischen Zusammenhänge basierend auf den Messungen erklärt. Anschließend werden die Ergebnisse der Simulation den Versuchsergebnissen gegenübergestellt.

Abbildung 53 zeigt ein vereinfachtes Schema der Versuchsanlage. Zudem sind in dieser Darstellung die zeitlichen Druckverläufe sowie die Volumenstromverläufe der Flüssigkeit und des Gases aufgezeigt. Die jeweiligen Verläufe stellen die Messwerte an den entsprechenden Messstellen der Versuchsanlage dar. Die Messschriebe repräsentieren eine Messung mit einer kurzen Stellzeit von  $\Delta t_S = 2$  s. Der zeitliche Verlauf des Öffnungsverhältnisses entspricht Abbildung 52. Die





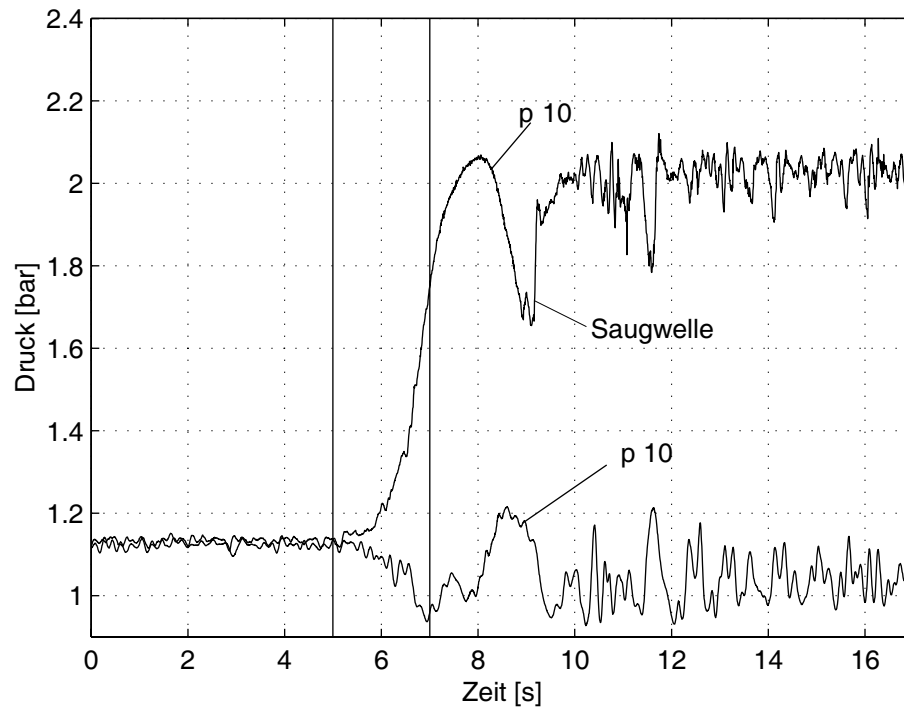
**Abbildung 53:** Zeitlicher Verlauf von Druck und Volumenstrom in der Versuchsanlage

Leerrohrgeschwindigkeit bei dieser Messung beträgt vor dem Stellen des Kugelhahns  $j_F = 2.0$  m/s, der volumetrische Strömungsgasgehalt weist dabei einen Wert von  $\epsilon = 0.5$  auf.

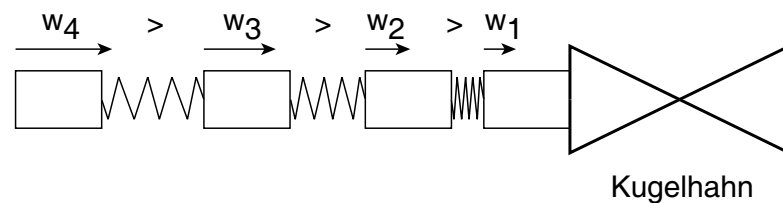
Aus dem Druckverlauf stromauf des Kugelhahns (Abbildung 53) geht hervor, dass es aufgrund der Verzögerung der Strömung und der Trägheit der bewegten Masse zu einem starken Ansteigen des Drucks stromauf der Armatur kommt, wohingegen die Rohrleitung stromab des Kugelhahns eine geringfügige Druckentlastung erfährt. Diese Druckänderungen pflanzen sich sowohl stromauf wie auch stromab der Armatur fort. Der Anstieg des Drucks wirkt sich insbesondere auf die stromauf gelegene Pumpe und die Gasförderanlage aus. Sowohl die Pumpe als auch die Gasförderanlage sehen die Druckerhöhung sehr schnell. Diese führt zu einer Abnahme des Flüssigkeits- bzw. Gasvolumenstroms noch während des Schließvorgangs. Wie sensibel die Förderung des Gasvolumenstroms reagiert, macht das lokale Maximum des Gasvolumenstroms nach Beendigung des Stellvorgangs deutlich. Dieser Peak kommt aufgrund einer stromaufwärts laufenden Unterdruckwelle zustande, die ein ausreichend großes Druckgefälle erzeugt, um den Gasvolumenstrom wieder zu erhöhen. Die Saugwelle entsteht, weil ein Teil der aufgestauten Masse stromauf des Kugelhahns aufgrund des noch geöffneten Kugelhahns und des großen Druckgefälles von über 1 bar (siehe Abbildung 54), das über dem Ventil herrscht, plötzlich abfließen kann.

Abbildung 54 zeigt die Verläufe der transienten Drucksignale stromauf ( $\tilde{z} = -10$ ) und stromab ( $\tilde{z} = 10$ ) der Armatur. Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, dass der Druckanstieg bei Erreichen der Endposition des Kugelhahns noch nicht abgeschlossen ist. Bei der exemplarisch dargestellten Messung dauert es ca. 1 s, bis der Maximalwert von ca. 2 bar erreicht ist. Der in Abbildung 54 zu beobachtende verzögerte Druckanstieg ist mit der gegenüber der Einphasenströmung erhöhten Kompressibilität der Zweiphasenströmung erklärbar. Dabei verhält sich das Gas-Flüssigkeits-Gemisch mit seiner kompressiblen Gasphase und seiner nahezu inkompressiblen Flüssigkeit ähnlich einem Feder-Masse-Schwinger.

Durch das Schließen des Kugelhahns wird das unmittelbar stromauf der Armatur befindliche Zweiphasengemisch verzögert, wohingegen die weiter stromaufwärtige Strömung noch in Bewegung ist und wei-



**Abbildung 54:** Zeitliche Druckverläufe an den stromauf ( $\tilde{z} = -10$ ) und stromab ( $\tilde{z} = 10$ ) des Kugelhahns gelegenen Messstellen

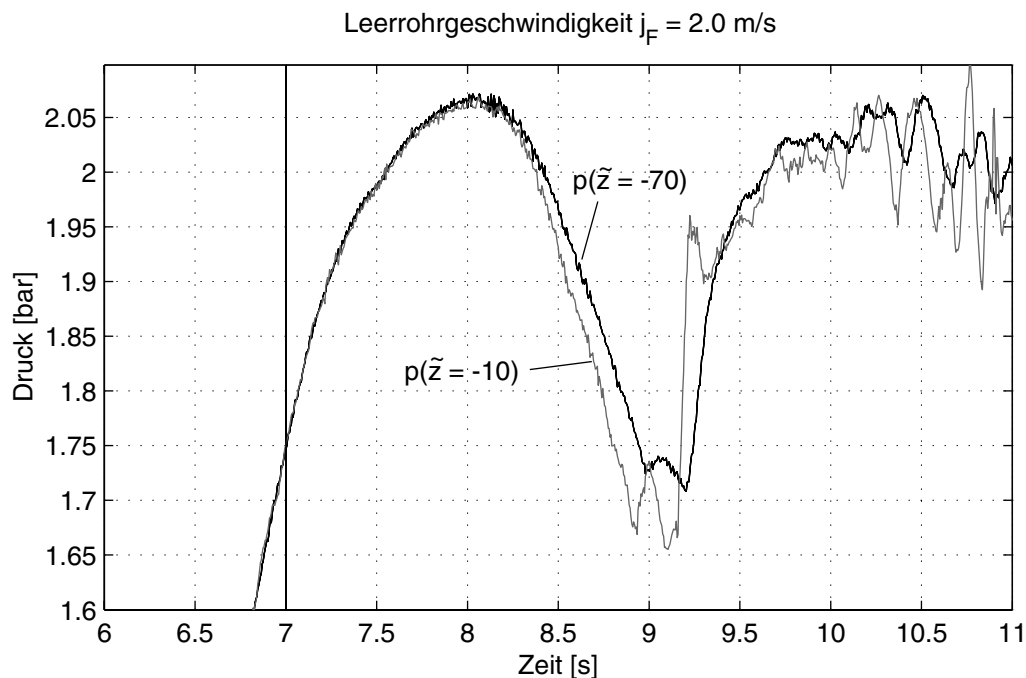


**Abbildung 55:** Modell des Feder-Masse-Schwingers

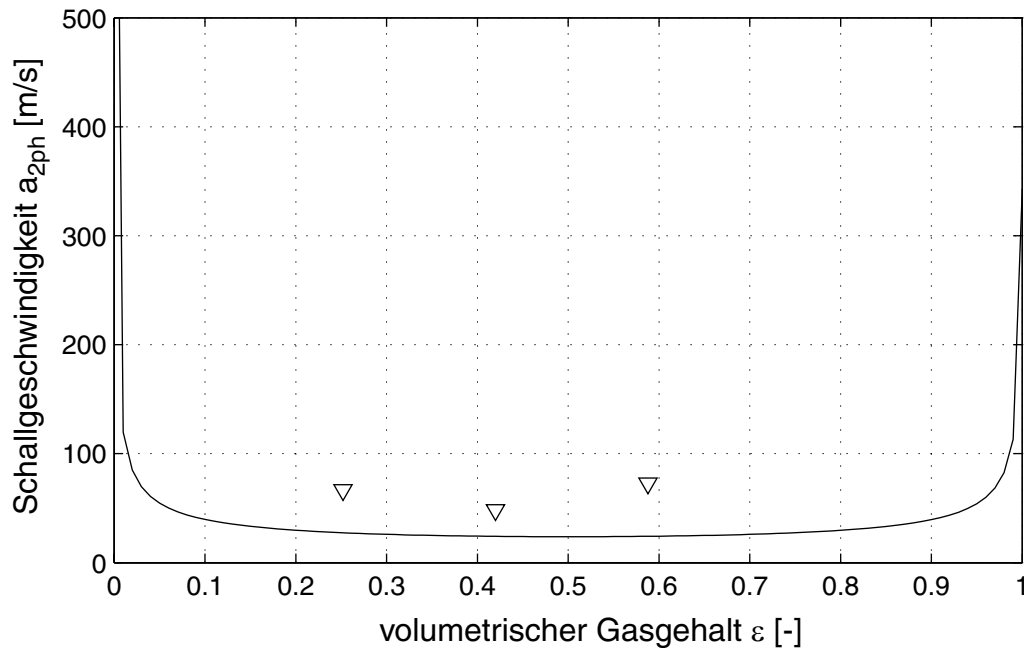
ter Masse in das System fördert, obwohl der Kugelhahn bereits seine Endposition erreicht hat. Erst wenn eine genügend hohe Druckdifferenz aufgebaut ist, um den bei Endposition hohen Druckverlust des Kugelhahns zu überwinden, kommt es wieder zu einem Abfließen des Gas-Flüssigkeits-Gemisches. Durch den plötzlichen Fluss kommt es zu einer starken Druckentlastung, die sich als Unterdruckwelle stromauf der Armatur ausbreitet. Dass es sich hierbei, wie bei der Druckstoßtheorie (siehe Kapitel 2.1.3.2), nicht um die negativ reflektierte Druckentlastungswelle handelt, die als Saugwelle stromab läuft, verdeutlicht der Vergleich der transienten Drucksignale der

Messtellen bei  $\tilde{z} = -70$  und  $\tilde{z} = -10$ . Die letztgenannte Messstelle befindet sich unmittelbar am Kugelhahn und die erstgenannte mit einem Abstand von  $L/D = 70$  stromauf der Armatur. Abbildung 56 untermauert die Vermutung, dass es sich hierbei nicht um eine stromab, sondern stromauf wandernde Druckentlastungswelle handelt. Die zeitliche Differenz der lokalen Minima der Darstellung zeigt, dass das Drucksignal  $p(\tilde{z} = -10)$  der näher bei der Armatur gelegenen Messstelle sein lokales Minimum schneller erreicht als das der weiter stromauf gelegenen Messstelle bei  $\tilde{z} = -70$ .

Den Einfluss unterschiedlicher volumetrischer Strömungsgasgehalte auf den Druckverlauf stromauf des Kugelhahns zeigt Abbildung 58. In dieser Darstellung finden sich die Drucksignale der Einphasenströmung sowie der Zweiphasenströmung mit unterschiedlichen volumetrischen Strömungsgasgehalten. Die Kurven repräsentieren Messungen bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von  $j_F = 2.0$  m/s und einer Stellzeit von  $\Delta t_S = 2$  s. Aus dieser Darstellung geht insbeson-



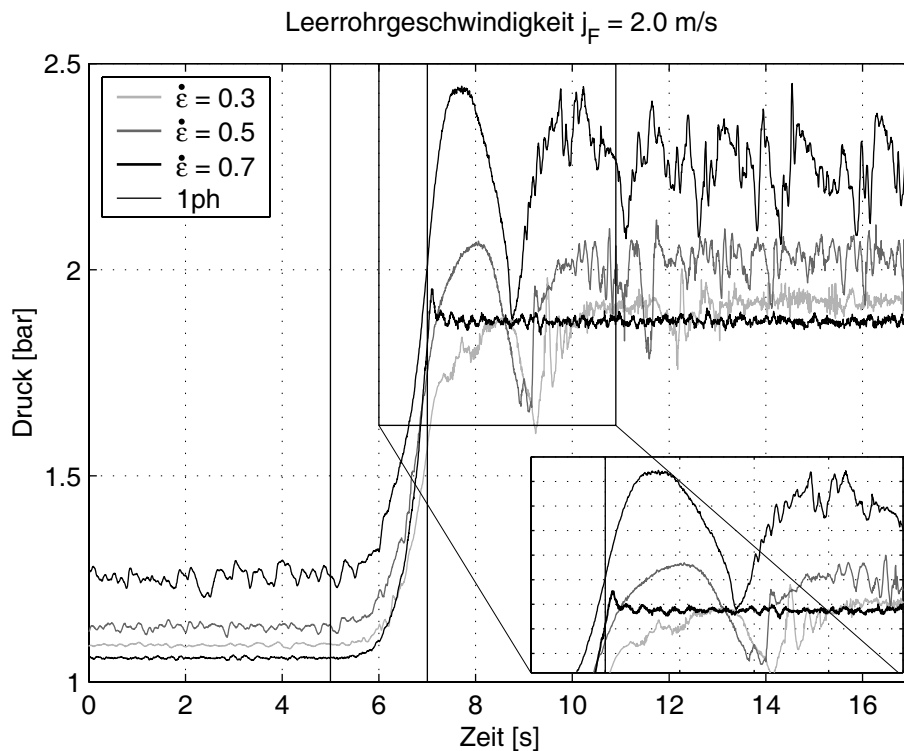
**Abbildung 56:** Vergleich der Drucksignale der Messstellen  $p(\tilde{z} = -70)$  und  $p(\tilde{z} = -10)$



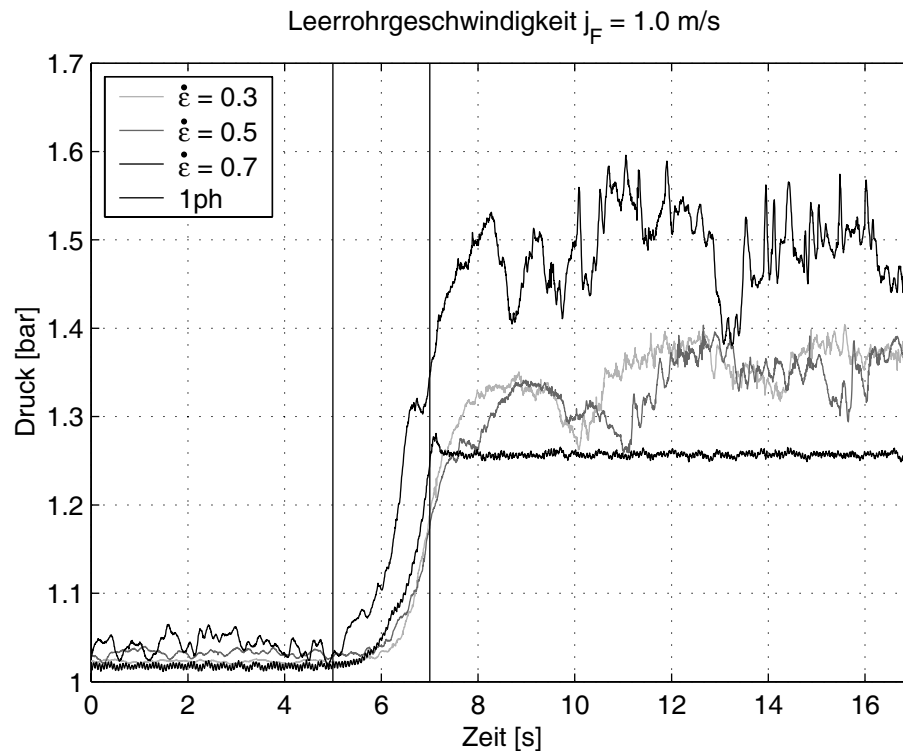
**Abbildung 57:** Schallgeschwindigkeit eines Gas-Flüssigkeit-Gemisches

dere hervor, dass das ausgeprägte Druck- und Saugverhalten nur bei Zweiphasenströmung zu beobachten ist. Betrachtet man den transienten Verlauf des Drucks der Einphasenströmung, ist weder die markante Druckerhöhung nach Beendigung des Stellvorgangs noch die anschließende Saugwelle erkennbar. Da die Flüssigkeit als inkompressibel betrachtet werden kann, breiten sich Druckänderungen und die damit einhergehenden Geschwindigkeitsänderungen um ein Vielfaches schneller aus als bei Zweiphasenströmung. Dieser Sachverhalt wird durch Abbildung 57 verdeutlicht, die die Abhängigkeit der zweiphasigen Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit  $a$  vom Gasgehalt zeigt. Der Verlauf der Kurve wurde mit Gleichung (86) berechnet. Die dargestellten Einzelwerte wurden mittels einer Analyse der Laufzeitunterschiede zweier Drucksignale gewonnen, die im Abstand von  $L/D = 60$  registriert wurden. Die Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit einer Zweiphasenströmung ist um ein Vielfaches geringer als bei einphasiger Gas- oder Flüssigkeitsströmung. Ein einphasiges System nähert sich daher zügiger einem ausgeglichenen Zustand als ein Gas-Flüssigkeits-Gemisch. Obwohl dadurch bei einem

Druckstoß, der beispielsweise durch einen Ventilschnellschluss hervorgerufen wird, das einphasige System aufgrund seiner fehlenden Elastizität eindeutig im Nachteil ist, sind je nach Länge und Geschwindigkeit der stromauf der Armatur befindlichen Gas-Flüssigkeitssäule die auftretenden hohen Druckpulsationen, die sogar schon im moderaten Stellbetrieb auftreten können, im zweiphasigen Fall nicht zu unterschätzen, wie Abbildung 58 verdeutlicht. Dass insbesondere die Masse des Gas-Flüssigkeits-Gemisch für das ausgeprägte Druckprofil verantwortlich ist, macht der Vergleich von Abbildung 58 und 59 deutlich. Abbildung 58 zeigt die transienten Druckverläufe, die bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von  $j_F = 2.0$  m/s registriert wurden, Abbildung 59 dagegen bildet die Druckverläufe der gleichen Messstelle stromauf der Armatur bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von lediglich 1.0 m/s ab. Neben dem erwartungsgemäß quantitativen



**Abbildung 58:** Zeitliche Verläufe des Drucks stromauf des Kugelhahns (Messstelle  $\tilde{z} = -10$ ) bei Einphasenströmung sowie bei drei verschiedenen volumetrischen Strömungsgasgehalten  $\dot{\epsilon}$



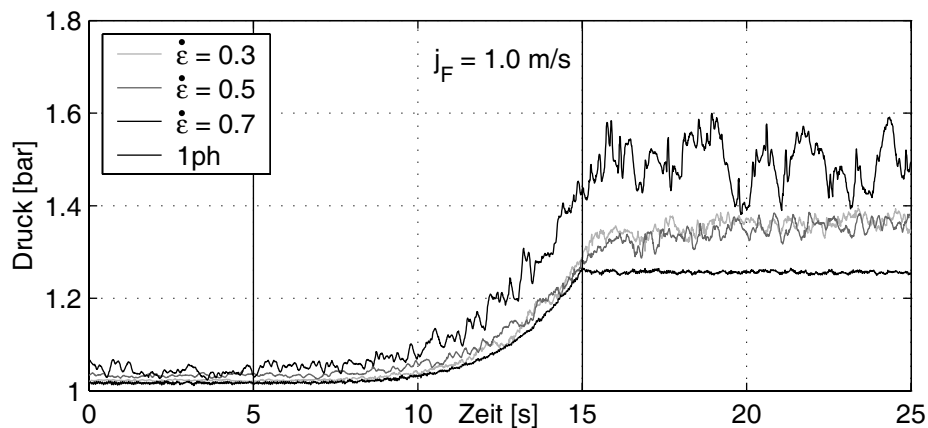
**Abbildung 59:** Zeitliche Verläufe des Drucks stromauf des Kugelhahns (Messstelle  $\tilde{z} = -10$ ) bei Einphasenströmung sowie drei verschiedenen volumetrischen Strömungsgasgehalten  $\dot{\epsilon}$

Unterschied fällt vor allem die qualitative Abweichung der zweiphasigen Drucksignale auf. Eine derart ausgeprägte Druck- und Saugwelle, wie dies bei Abbildung 58 mit einer Leerrohrgeschwindigkeit von  $j_F = 2.0 \text{ m/s}$  ersichtlich ist, kann bei Leerrohrgeschwindigkeiten von  $j_F = 1.0 \text{ m/s}$  nur näherungsweise beobachtet werden.

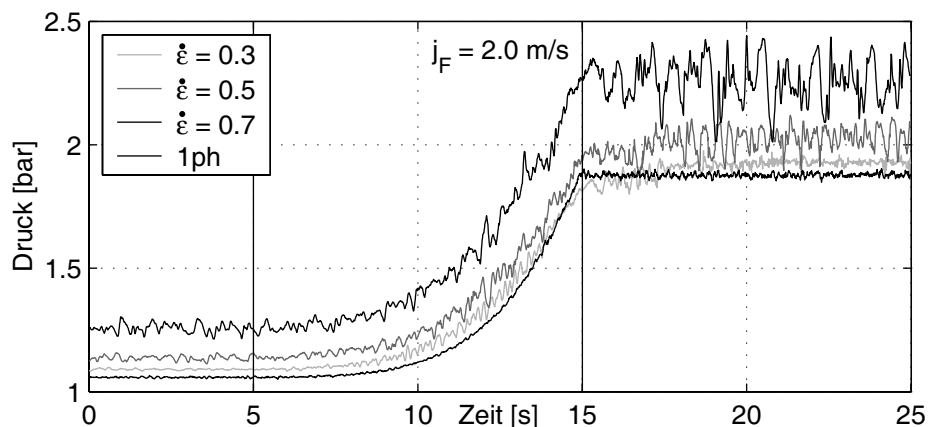
Um den Einfluss der Stellzeit auf den Druckverlauf bewerten zu können, wurden deshalb Versuche bei Schließzeiten von 10 s und 50 s durchgeführt. Die dazugehörigen transienten Drucksignale der Messstelle  $\tilde{z} = -10$ , die sich unmittelbar stromauf der Armatur befindet, zeigen die Abbildungen 60 und 61. Das obere Diagramm kennzeichnet die Druckverläufe von Messungen bei Leerrohrgeschwindigkeiten von 1.0 m/s, das untere die bei 2.0 m/s. In jeder Darstellung werden die Verläufe bei Einphasenströmung sowie bei Zweiphasenströmung mit drei unterschiedlichen volumetrischen Strömungsgasgehalten  $\dot{\epsilon}$

gezeigt.

Bei allen Diagrammen (Abbildungen 58, 59, 60 und 61) ist zunächst festzustellen, dass der Druck vor Beginn des Schließvorgangs im zeitlichen Mittel erwartungsgemäß konstant ist und für jede Schließzeit bei gleichen Strömungsgrößen  $j_F$  und  $\dot{\epsilon}$  gleiche Drücke aufweist. Dies ist auch nicht weiter verwunderlich, da in diesem Zeitraum von einer stationären Strömung ausgegangen werden kann. Unterschiede in den Druckverläufen sind vor allem während des Stellvorgangs und für den Fall der Stellzeit von  $\Delta t_S = 2$  s zu beobachten. Während bei der kurzen Stellzeit (siehe Abbildungen 58 und 59) das Drucksignal keine Schwankungen zeigt und sehr geradlinig ansteigt, sind



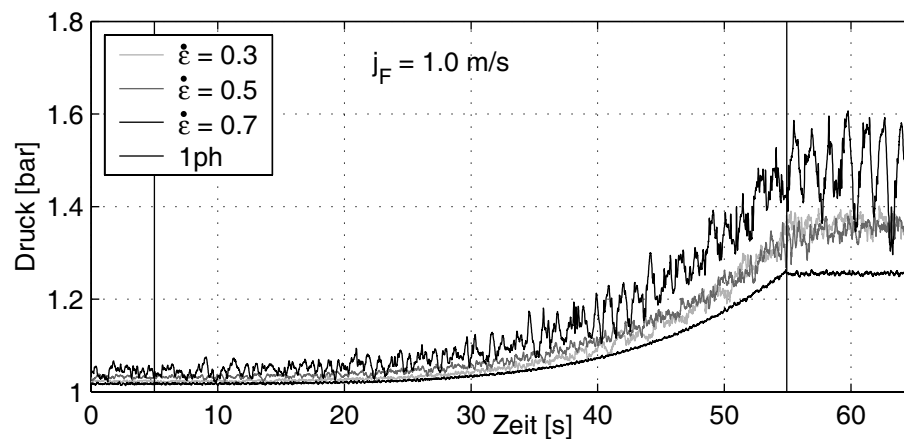
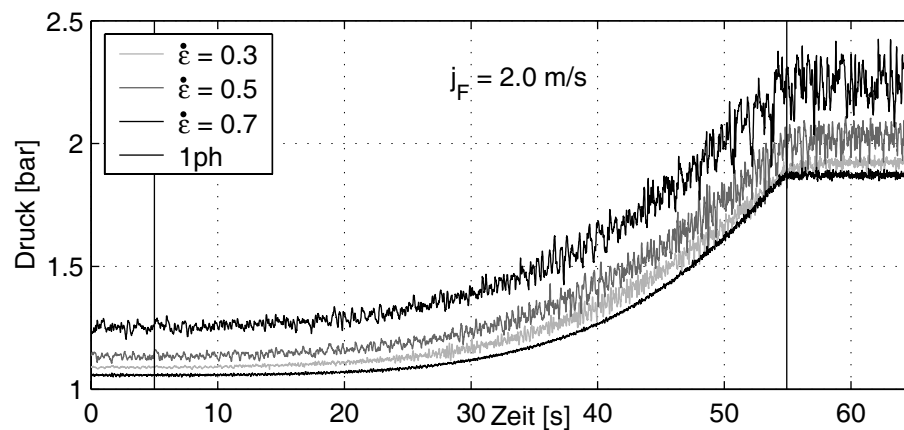
(a) Transientes Drucksignal bei  $\tilde{z} = -10$  mit  $j_F = 1.0$  m/s



(b) Transientes Drucksignal bei  $\tilde{z} = -10$  mit  $j_F = 2.0$  m/s

**Abbildung 60:** Stellzeit  $\Delta t_S = 10$  s

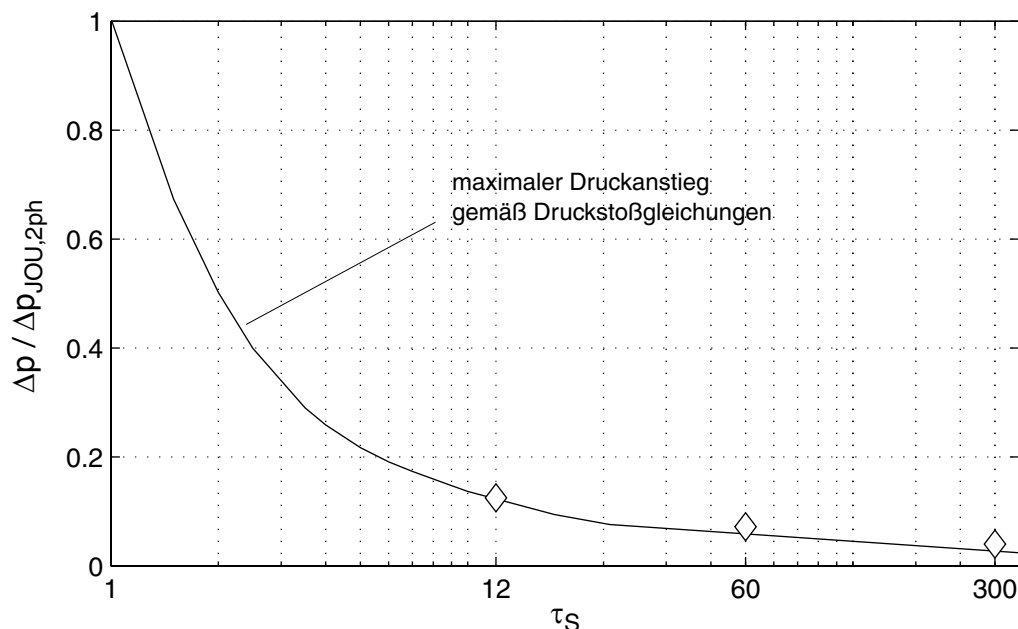


(a) Transientes Drucksignal bei  $\tilde{z} = -10$  mit  $j_F = 1.0$  m/s(b) Transientes Drucksignal bei  $\tilde{z} = -10$  mit  $j_F = 2.0$  m/s**Abbildung 61:** Stellzeit  $\Delta t_S = 50$  s

bei längeren Schließzeiten (Abbildungen 60 und 61) bereits Druckschwankungen während des Stellvorgangs zu beobachten. Verantwortlich hierfür sind wiederum die Elastizität des Gas-Flüssigkeits-Gemisches und die teilgeöffnete Ventilstellung bzw. der dadurch hervorgerufene Druckverlust des Kugelhahns. Bei einer Schließzeit von 2 s wird die teilgeöffnete Endposition des Kugelhahns sehr schnell erreicht. Die Strömung muss daher eine hohe Druckdifferenz über das Ventil aufbauen, um den Widerstand, der durch das kleine Öffnungsverhältnis hervorgerufen wird, überwinden zu können. Folglich kann es während dieser Phase nur zu einem stetigen Druckanstieg kommen. Bei längeren Stellzeiten dagegen kann der Druckaufbau stromauf des Kugelhahns dem zu überwindenden Widerstand der

allmählich schließenden Armatur folgen. Durch die allmählich zunehmende Versperrung wird die Strömung unter Druckaufbau verzögert. Das Ventil ruft einen Druckverlust hervor, den es zu überwinden gilt. Sobald sich ein ausreichend großes Druckgefälle über den Kugelhahn einstellt, wird das Gas-Flüssigkeits-Gemisch leicht beschleunigt. Der Druck stromauf der Armatur nimmt daher wieder geringfügig ab. Aufgrund des weiter schließenden Ventils nimmt der zu überwindende Widerstand weiter zu, und es kommt wiederum zu einer Verzögerung der Strömung. Lange Stellzeiten sind daher von regelmäßigen Verzögerungen und Beschleunigungen des Gas-Flüssigkeits-Gemisches geprägt, die sich in Form von periodischen Druckerhöhungen und Druckentlastungen im Messsignal zeigen.

Um die Schließzeiten von  $\Delta t_S = 2/10/50$  s einem langsamen oder einem schnellen Ventilschluss zuordnen zu können, wird die Messstrecke gemäß Kapitel 2.1.3.2 hinsichtlich möglicher Stellen, an denen Druckwellen reflektiert werden können, untersucht. Da die im Abstand von  $L = 5.0$  m stromaufwärts gelegene Gaseinspeisung eine



**Abbildung 62:** Maximaler Druckanstieg in Abhängigkeit von der Schließzeit

Verzweigung ist, stellt sie eine mögliche Reflexionstelle für Druckwellen dar. Legt man eine Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit von  $a_{2ph} = 60 \text{ m/s}$  (siehe Abbildung 57) zugrunde, so ergibt sich für die Experimente die Laufzeit einer stromauf und stromabwärts laufenden Druckwelle.

$$\Delta t_W = 2 \frac{L}{a_{2ph}} \approx 0.17 \text{ s}$$

Werden die Schließzeiten  $\Delta t_S$  auf die Reflexionszeit  $\Delta t_W$  bezogen,

$$\tau_S = \frac{\Delta t_S}{\Delta t_W}$$

ergeben sich dimensionslose Schließzeiten von  $\tau_S = 12/60/300$ . Unter Verwendung der Druckstoßgleichungen (29) und (30) sowie der zweiphasigen Druckverlustgleichung (105), kann der Verlauf des maximalen Druckanstiegs  $\Delta p/\Delta p_{JOU}$  bei unterschiedlichen Schließzeiten  $\tau_S$  für den zweiphasigen Fall abgeschätzt werden. Die entsprechende Kurve ist in Abbildung 62 ersichtlich. Setzt man die Schließzeiten des Experiments dazu in Bezug, zeigt sich, dass diese sich in einem Bereich geringen Druckanstiegs befinden und daher dem langsamen, moderaten Schließen zuzuordnen sind.

Sowohl eigene Untersuchungen als auch die Arbeiten anderer Autoren zeigen, dass die Dynamik der Strömung, also die Veränderung der zeitlichen Verläufe von Druck und Geschwindigkeit, zwar durch das Stellen des Kugelhahns hervorgerufen, jedoch im Wesentlichen durch die Eigendynamik der Rohrleitung geprägt werden. Dies bedeutet, dass zur Modellierung der Druckverläufe in der Rohrleitung der Druckverlust des Ventils nicht dynamisch modelliert werden muss. Das Ventil kann als statisches Element betrachtet werden, das aufgrund seiner Stellung einen Druckverlust hervorruft und nur so die Fluidodynamik beeinflusst.

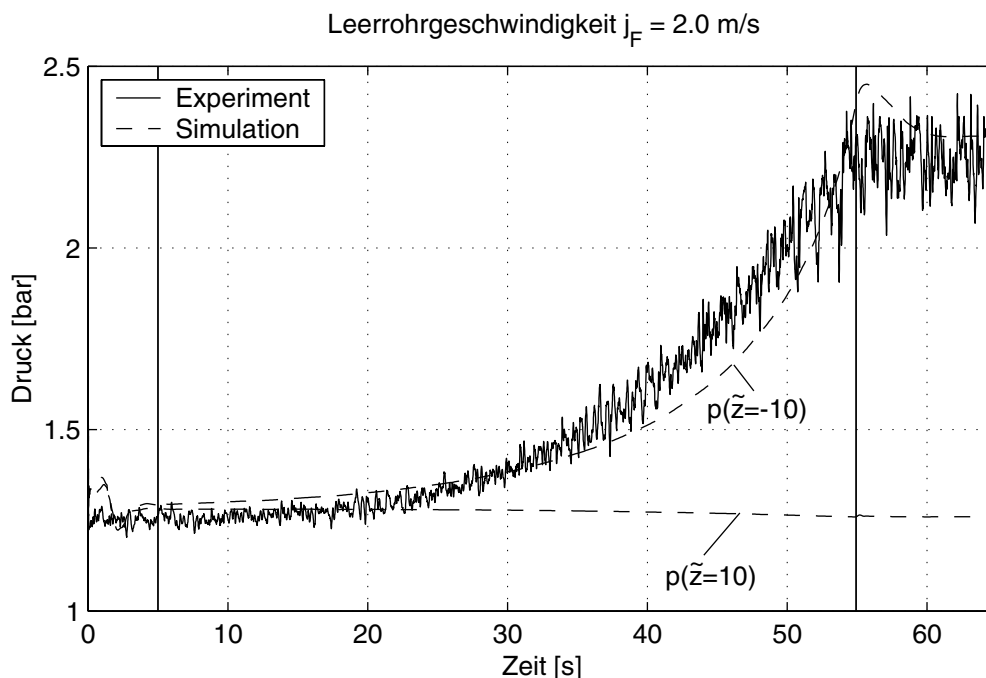
### 5.2.3 Simulationsergebnisse

Im Folgenden werden die mit dem 5-Gleichungsmodell erzielten Simulationsergebnisse diskutiert sowie mit den dazugehörigen Messun-

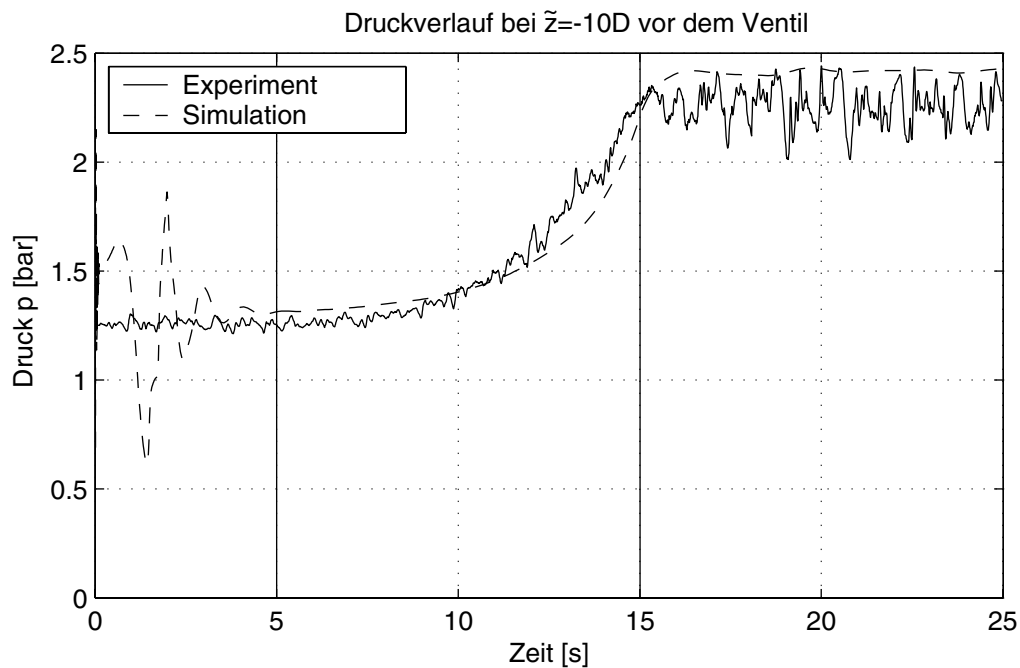
gen verglichen. Beispielhaft werden die Ergebnisse bei drei unterschiedlichen Schließzeiten gezeigt, die jeweils die gleichen Zuströmbedingungen von  $j_F = 2 \text{ m/s}$  und  $\dot{\epsilon} = 0.7$  bei vollständig geöffnetem Kugelhahn aufweisen.

Aufgrund der isobaren Austrittsrandbedingung ändert sich der berechnete Druck an der Messstelle  $\tilde{z} = 10$  stromab des Kugelhahns nur geringfügig, wie Abbildung 63 zeigt. Das Augenmerk der folgenden Diskussion liegt daher im Wesentlichen auf der Bewertung des Druckverlaufs der stromaufwärtigen Messstelle bei  $\tilde{z} = -10$ , da sich hier der Einfluss des Stellvorgangs besonders deutlich zeigt.

Die Simulation eines Stellvorgangs mit einer Stellzeit von  $\Delta t_S = 50 \text{ s}$  zeigt Abbildung 63. Das Diagramm macht deutlich, dass der berechnete Druckverlauf, der auf dem Modell nach Gleichung (105) basiert, dem Verlauf der experimentell bestimmten Druckwerte folgen kann. Die periodischen Druckerhöhungen und Druckentlastungen,



**Abbildung 63:** Messung und Simulation bei Stellzeit  $\Delta t_S = 50 \text{ s}$

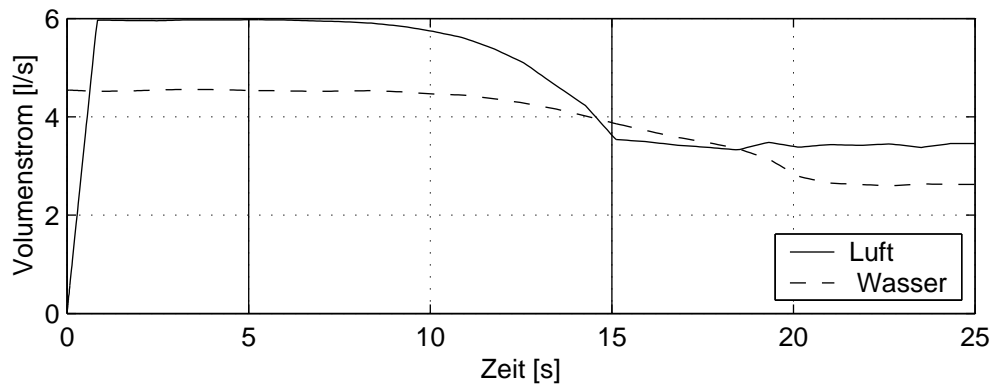


**Abbildung 64:** Messung und Simulation bei Stellzeit  $\Delta t_S = 10$  s

wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, werden von der Simulation natürlich nicht reproduziert. Auch nach Ende des Stellvorgangs folgen die berechneten Werte den Messwerten.

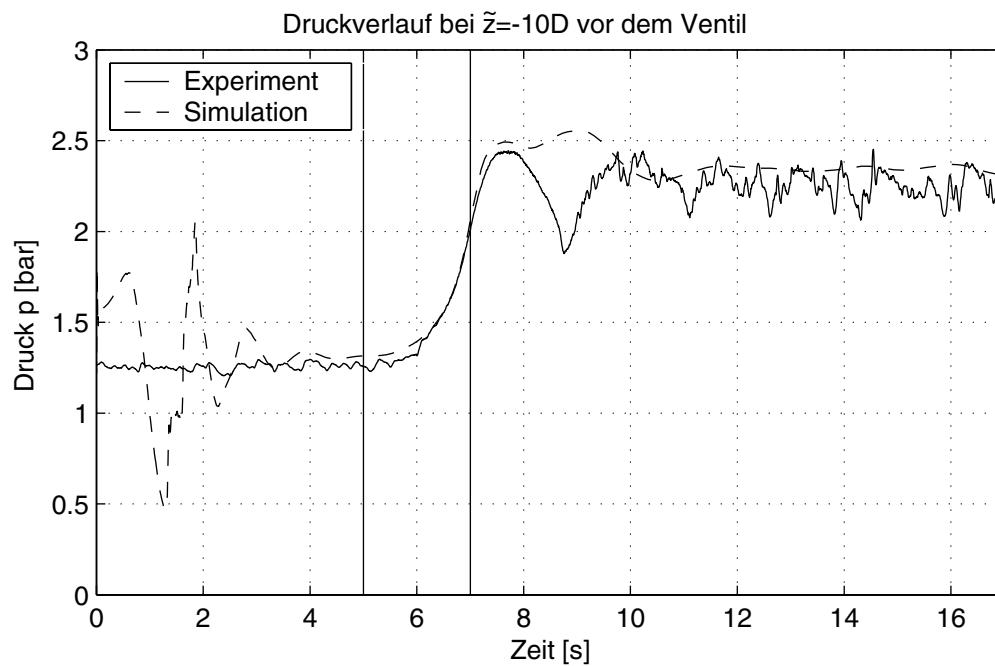
Abbildung 64 zeigt die berechneten und gemessenen Druckverläufe bei gleichen Zuströmbedingungen, jedoch kürzerer Stellzeit. Auch hier ist festzustellen, dass die Simulation dem Experiment während des Schließvorgangs folgen kann. Es kommt nur zu geringen Abweichungen. Beträchtliche Unterschiede zeigen sich jedoch während der Anlaufphase. Die Schwingung des simulierten Druckverlaufs zu Beginn der Rechnung ist auf die Einspeisung des Luftmassenstroms zurückzuführen. Bei Simulationen von Gas-Flüssigkeits-Gemischen, bei denen die gasförmige Phase nicht aus Dampf besteht, verwendet ATHLET zur Berechnung der Stoffeigenschaften das so genannte MULTICOMP Modul. Die Verwendung dieses Moduls lässt jedoch keine zeitgleiche Einspeisung des Luft- und des Wassermassenstroms zu. Der Luftmassenstrom kann erst einen Zeitschritt später in das Sy-

stem geleitet werden. Dieser abrupte Anstieg der Gasmasse führt zu Druckschwankungen, die nach ca. 3 s abgeklungen sind. Die zeitlich versetzte Einspeisung des Luftmassenstroms zeigt Abbildung 65, mit der der plötzliche Anstieg des Luftvolumenstroms deutlich wird.



**Abbildung 65:** Verlauf des Luft- und Wassermassenstroms bei Stellzeit  $\Delta t_S = 10$  s

So verhält sich die Simulation bei einer Schließzeit von  $\Delta t_S = 2$  s (Abbildung 66) ähnlich wie das Ergebnis bei 10 Sekunden Stellzeit.



**Abbildung 66:** Messung und Simulation bei Stellzeit  $\Delta t_S = 2$  s

Auch hier wird der Druckverlauf während der Stellzeit durch die Berechnung richtig wiedergegeben. Die offenkundigen Abweichungen der Simulation gegenüber dem Experiment, vor Beginn der Stellzeit dagegen, haben dieselbe Ursache, die vorangehend erklärt wurde.

## 6 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der horizontalen und adiabaten Gas-Flüssigkeits-Strömung durch Kugelhähne. Sie gliedert sich dabei in zwei wesentliche Abschnitte, in denen der qualitative sowie quantitative Einfluss der Armatur auf die Zweiphasenströmung einerseits bei unterschiedlichen konstanten Öffnungsgraden und andererseits im dynamischen Stellbetrieb untersucht wurde.

Die Ergebnisse basieren auf Experimenten, die mit einem Wasser/Luft-Gemisch bei Umgebungsbedingungen durchgeführt wurden. Hierfür kam eine Versuchsanlage mit transparenter Teststrecke zum Einsatz, deren Rohrdurchmesser  $D = 0.054$  m beträgt. Der untersuchte Parameterbereich der Gas-Flüssigkeits-Strömung erstreckte sich für die Leerrohrgeschwindigkeit der Flüssigkeit über einen Bereich von  $j_F = 0.5 - 2.0$  m/s. Der volumetrische Strömungsgasgehalt variierte dabei zwischen 20 % und 95 %. Damit konnten, ausgehend von der Kolbenblasenströmung bis hin zur Ringströmung, eine Vielzahl von möglichen Strömungsformen der horizontalen Gas-Flüssigkeitsströmung erzeugt werden.

Den zweiphasigen Experimenten und Untersuchungen gehen einphasige Versuche bei reiner Flüssigkeitsströmung voraus. Mit diesen wurde zunächst der einphasige Druckverlust am Kugelhahn bei verschiedenen Öffnungsgraden bestimmt und daraus im Anschluss die dimensionslose Druckverlustcharakteristik des Kugelhahns abgeleitet. Aufbauend auf diesen Untersuchungen und mit Hilfe der bekannten einphasigen Theorie wurde der Druckverlust am Kugelhahn beschrieben. Dazu wurde die Geometrie der Armatur in einzelne Bilanzgebiete zerlegt. Die einzelnen Bereiche konnten durch Stufendiffusoren und Stufendüsen angenähert werden. Es stellte sich heraus, dass die Modellierung mit bekannten Rohrleitungskomponenten zu einer physikalisch fundierten Gleichung zur Beschreibung des Druckverlustwertes eines Kugelhahns führt. Der Vergleich von gemessenen und berechneten einphasigen Druckverlusten bestätigte diese Modellvorstellung.



Im Anschluss an die grundlegenden einphasigen Untersuchungen wurden die Ergebnisse der Gas-Flüssigkeitsströmung bei festen Öffnungsgraden des Kugelhahns präsentiert. Dabei wurde das Verhalten der Zweiphasenströmung bei insgesamt sieben unterschiedlichen Ventilöffnungsgraden hinsichtlich des Drucks, des volumetrischen Gasgehalts und der mittleren Phasengeschwindigkeiten sowohl stromab als auch stromauf der Armatur untersucht. Mit Hilfe eines speziellen Gasgehaltssensors, dessen Messprinzip auf der unterschiedlichen elektrischen Leitfähigkeit des Gas-Flüssigkeits-Gemisches basiert, konnte die Phasenverteilung unmittelbar am Kugelhahn sowohl örtlich wie zeitlich hochauflösend gemessen werden. Mit diesen Ergebnissen war es möglich, sowohl den örtlichen volumetrischen Gasgehalt als auch die mittleren Geschwindigkeiten der Flüssigkeit und des Gases an drei verschiedenen Positionen entlang der Messstrecke zu quantifizieren. Dadurch konnte der Einfluss der Armatur auf das Verhalten des Gas-Flüssigkeits-Gemisch charakterisiert werden. Daneben wurde der zweiphasige Druckverlust am Kugelhahn in Abhängigkeit von den klassifizierenden Strömungsparametern des Gas-Flüssigkeits-Gemisches sowie bei unterschiedlichen Ventilstellungen ermittelt. Es konnte, aufbauend auf den einphasigen Ergebnissen, die Modellvorstellung des Druckverlustes am Kugelhahn um den Einfluss der Gasphase physikalisch fundiert erweitert werden. Die berechneten zweiphasigen Druckverluste stimmen mit den gemessenen Druckverlusten für den gesamten Bereich der untersuchten Strömungsgasgehalte bzw. Strömungsformen sehr gut überein.

Der zweite Abschnitt der Arbeit befasste sich mit der Untersuchung des dynamischen Stellbetriebs. Hierfür wurden sowohl Messungen als auch Simulationen durchgeführt. Ziel dieser Tätigkeiten war es einerseits, das Verhalten der Zweiphasenströmung während eines langsamen Stellvorgangs des Kugelhahns experimentell zu untersuchen. Dazu wurden die Druckverläufe entlang der Messstrecke bei drei unterschiedliche Schließzeiten  $\Delta t_S = 2/10/50$  s sowie unterschiedlichen Leerrohrgeschwindigkeiten des Gases und der Flüssigkeit registriert. Andererseits sollte das im vorangegangenen Abschnitt entwickelte statische, zweiphasige Druckverlustmodell hinsichtlich seiner Verwend-

barkeit bei einem moderanten dynamischen Ventilbetrieb getestet werden. Das Modell wurde hierfür in den Systemcode ATHLET implementiert.

Zur Diskussion der Ergebnisse wurde im Wesentlichen auf die transienten Druckverläufe stromauf des Kugelhahns zurückgegriffen, da diese die Auswirkungen des dynamischen Stellbetriebs am besten beschreiben. Je nach Stellzeit kam es zu unterschiedlichen Druckverläufen. Der Vergleich der Messergebnisse mit den Ergebnissen der Simulation bestätigte eindrücklich die Verwendbarkeit des entwickelten zweiphasigen Druckverlustmodells für den dynamischen Stellbetrieb.

## Literatur

- [1] KECKE, Hans J. ; KLEINSCHMIDT, Paul: *Industrie - Rohrleitungsarmaturen*. VDI - Verlag, 1994. – ISBN 3-18-401149-6
- [2] KIEDERLE, G. ; HOSEIT, F. ; MAYINGER, F.: Verhalten strömender Gas-Flüssigkeitsgemische in Armaturen und Formstücken: Strömungsformen und Druckstoß / Lehrstuhl A für Thermodynamik. 1994 ( Band 1). – Forschungsbericht
- [3] KIEDERLE, G. ; HOSEIT, F. ; MAYINGER, F.: Verhalten strömender Gas-Flüssigkeitsgemische in Armaturen und Formstücken: Druckverlust in Armaturen und Formstücken / Lehrstuhl A für Thermodynamik. 1994 ( Band 2). – Forschungsbericht
- [4] GIUGGIOLLI, A. ; VILLA, M. ; GHETTO, G. D. ; COLOMBI, P.: Multiphase Pumping of heavy oil: results of a field campaign. In: *SPE Journal* (2000). – SPE Paper 56464
- [5] IDELCHIK, I.E. ; SHTEINBERG, M.O. (Hrsg.): *Handbook of Hydraulic resistance*. Begell House, Inc., 1996. – ISBN 1-56700-074-6
- [6] EDSU: *Two-phase flow pressure losses in pipeline fittings*. June 1989. – EDSU 89012
- [7] Verein-Deutscher Ingenieure: *VDI-Wärmeatlas*. 7. Auflage. 1994
- [8] TRUCKENBRODT, Erich: *Fluidmechanik I*. 4. Auflage. Springer-Verlag, 1996
- [9] MAYINGER, Franz: *Strömung und Wärmeübergang in Gas-Flüssigkeits-Gemischen*. Springer-Verlag, 1982
- [10] PERRY: *Chemical Engineers Handbook*. 4. Auflage. McGraw Hill, 1963

- [11] Verein Deutscher Ingenieure: *Strömungstechnische Kenngrößen von Stellventilen und deren Bestimmung*. 1962. – VDI/VDE Richtlinie 2173
- [12] ZOEBL, Heinz ; KRUSCHIK, Julius: *Strömung durch Rohre und Ventile*. Springer-Verlag, 1982
- [13] ZOEBL, Heinz: *Ölhydraulik*. Springer-Verlag, 1963
- [14] THIELEN, H.: Darstellung Berechnung ovn Druckstößen. In: KRASS (Hrsg.) ; KNITTEL (Hrsg.) ; UHDE (Hrsg.): *Pipeline-Technik Mineralölfornleitungen*. Verlag TÜV Rheinland, Köln, 1979, S. 195–226
- [15] LIOU, C. P.: Maximum pressure head due to valve closure. In: *Power Plant Transients* Bd. FED-104. Dallas, Texas, USA, November 1990, S. 37–43
- [16] CONTRACTOR, D. N.: Minimizing Waterhammer Transients in a Series. In: *Forum on Unsteady Flow* Bd. Fed-39. Anaheim, CA, USA, Dezember 1986, S. 16–18
- [17] CONTRACTOR, D. N.: Valve Stroking to Control Water Hammer Transients Using Dynamic Programming. In: *Transactions of the ASME* 109 (1987), Februar, S. 94–100
- [18] MEDER, G. ; NGUYEN-TUONG, B.: Strukturdynamische Methoden der Druckstossberechnung von Rohrleitungen. In: *Rohrleitungstechnik* 3 (1988), S. 30–43
- [19] Kap. – In: KISTENMACHER, G.: *Simplified 'structural' hammer-blow analysis for pipelines*. Bd. 3. Vulkan Verlag, Essen, 1988, S. 44–47
- [20] WALLIS, Graham B.: *One-Dimensional Two-Phase Flow*. McGraw-Hill, Inc., 1975
- [21] CHISHOLM, D.: *Two-Phase Flow in Pipelines and Heatexchangers*. New York: Longman Inc., 1983. – ISBN 0–7114–5748–4

- [22] GRS: *ATHLET: Models and Methods*. – GRS-P-1/Vol.4
- [23] BAKER, O.: Simultaneous flow of oil and gas. In: *Oil Gas J.* 53 (1954), S. 185
- [24] MANDHANE, J. M. ; GREGORY, G.A. ; AZIZ, K.: A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes. In: *Int. J. Multiphase Flow* 1 (1974), S. 537 – 553
- [25] TAITEL, Y. ; DUKLER, A.E.: A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. In: *AIChE Journal* 22 (1976), Nr. 1, S. 47–55
- [26] TAITEL, Y. ; DUKLER, A.E.: Flow regime transition for vertical upward gas-liquid flow: a preliminary approach through physical modelling AICHE 10th Annual Meeting New York, 1977. – Session on Fundamental Research in Fluid Mechanics
- [27] TAITEL, Y. ; BARNEA, D. ; DUKLER, A.E.: Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. In: *AIChE Journal* 26 (1980), S. 345–354
- [28] BARNEA, D. ; SHOHAM, O. ; TAITEL, Y. ; DUKLER, A.E.: Flow Pattern Transition of Gas-Liquid in Horizontal and Inclined Pipes, Comparison of Experimental Data with Theory. In: *Int. J. Multiphase Flow* 6 (1980), S. 217–226
- [29] BARNEA, Dvora: A unified model for predicting flow pattern transitions for the whole range of pipe inclinations. In: *Int. J. Multiphase Flow* 13 (1987), Nr. 1, S. 1–12
- [30] TAITEL, Y. ; BARNEA, D.: Two-Phase Slug Flow. In: *Advances in Heat Transfer* 20 (1990)
- [31] ZUBER, N. ; FINDLAY, J.A.: Average volumetric concentration in two-phase flow systems. In: *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 87 (1965), S. 265–276
- [32] BANKOFF, S.G.: A variable density single-fluid model for two-phase flow with particular reference to steam-water-flow. In: *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer* 82 (1960), S. 265–276

- [33] NABIZADEH-ARAGHI, H.: *Modellgesetz und Parameteruntersuchungen für den volumetrischen Dampfgehalt in einer Zweiphasenströmung*, Technische Universität Hannover, Diss., 1977
- [34] ANDREUSSI, P. ; BENDIKSEN, H. ; NYDAL, O.J.: Void distribution in slug flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 19 (1993), Nr. 5, S. 817–828
- [35] MASSENA, W.A.: Steam-water critical flow using the separated flow model. / Hanford Atomic Products Operation. 1960 (HW-65739). – Forschungsbericht
- [36] FRIEDEL, L.: Druckabfall in Armaturen bei Zweiphasenströmung. In: *GVC-Tagung*, 1984, S. 101–135
- [37] FRIEDEL, L.: Zweiphasenströmung durch Absperrarmaturen. In: *Technische Mitteilungen* Heft 6/7 (1985), Nr. 78. Jahrg, S. 328–330
- [38] R.C., Martinelli ; D.B., Nelson: Prediction of pressure drop during forced-circulation boiling of water. In: *Trans. ASME* (1948), S. 695–702
- [39] R.W, Lockhart ; R.C., Martinelli: Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes. In: *Chem. Engng. Progr.* 25 (1949), S. 39–48
- [40] FRIEDEL, L.: Druckabfall bei der Strömung von Gas/Dampf-Flüssigkeitsgemischen in Rohren. In: *Chem. Ing. Tech.* 50 (1978), S. 167ff
- [41] LOMBARDI, C. ; CERESA, I.: A Generalized Pressure Drop Correlation in Two-Phase Flow. In: *Energia Nucleare* 25 (1978), Nr. 4
- [42] ROMIE, F. *Private Communication to P. Lottes*. American Standard Co. 1958
- [43] LOTTES, P.A.: Expansion losses in two-phase flow. In: *Nuclear Science and Engineering* vol. 9 (1961), S. 26–31

- [44] Kap. Single-Phase and Two-Phase Behaviour in Primary Circuit Components. In: COLLIER, J.G.: *Two-Phase Flows and Heat Transfer*. Bd. 1. Hemisphere Publishing Corporation, 1976, S. 313–355
- [45] NGUYEN, D.L. ; WINTER, E.R.F. ; GREINER, M.: Sonic Velocity in Two-Phase Flow. In: *Int. J. Multiphase Flow* Vol. 7 (1981), S. 311–320
- [46] FALK, Kristin ; HERVIEU, Eric ; GUDMUNDSSON, Jon S.: Pressure Pulse and Void Fraction Propagation in Two-Phase Flow: Experiments for Different Flow Regimes. In: *Two-Phase Flow Modelling and Experimentation* (1999), S. 629–636
- [47] HENRY, R.E. ; GROLMES, M.A. ; FAUSKE, H.K.: Pressure Pulse Propagation in a Two-Phase One- and Two-Component Mixtures. In: *ANL-7792* (1971)
- [48] PRASSER, H.M. ; BOETTGER, A. ; ZSCHAU, J.: A new electrode-mesh tomograph for gas-liquid flow. In: *Flow Measurement and Instrumentation* Vol. 9 (1998), S. 111–119
- [49] PRASSER, H.M.: Measurement of Gas Fraction, Gas Velocity and Volume Flow by Electrode Mesh Sensors. In: *ECCE-Second European Congress of Chemical Engineering, Montpellier, 1999*
- [50] PRASSER, H.-M. ; ET AL.: Strömungskarten und Modelle für transiente Zweiphasenströmungen. / Forschungszentrum Rossendorf e.V. Institute of Safty Research. 2003. – Forschungsbericht. Report FZR-379
- [51] FITZSIMMONS, D.E.: Two-Phase Pressure Drop in Piping Components / Hanford Atomic Operation Richland, Washington. 1964 ( HW-80970 Rev.1). – Forschungsbericht
- [52] TREMBLAY, P.E. ; ANDREWS, D.G.: Hydraulic Characteristics of a Valve in Two-Phase Flow. In: *The Canadian Journal of Chemical Engineering* Vol. 52 (1974), S. 433–437

- [53] BEATTIE, D.R.H.: A note on the calculation of two-phase pressure drop losses. In: *Nuc.Eng.Design* 25 (1973), S. 395–402
- [54] SIMPSON, H.C. ; ROONEY, D.H. ; GRATTAN, E.: Two-Phase Flow through Gate Valves and Orifice Plates. In: *Int. Conf. Physical Modelling of Multi-Phase Flow*, 1983
- [55] KIEDERLE, Günter ; MAYINGER, Franz: Pressure Loss in Valves at Horizontal Two-Phase Flow. In: *Nat. Heat Transfer Conference, Atlanta*, 1993
- [56] KISSNER, Hanns-Michael: *Modell für den Druckabfall über federbelastete Sicherheitsventile bei unterkritischer und quasi-kritischer Gas/Flüssigkeitsströmung*, Technische -Universität Hamburg-Harburg, Diss., 1995
- [57] LEX, T. ; HOSEIT, F. ; SATTELMAYER, T.: Pressure loss and void fraction of gas/liquid flow through pipeline fittings. In: MICHAELIDES, E.M. (Hrsg.): *ICMF International Conf. on Multiphase Flow, New Orleans, LA, USA*, 2001. – Paper 470
- [58] MORRIS, S.D.: Two-Phase Pressure Drop across Valves and Orifice Plates. In: *European Two-Phase Flow Group Meeting, Southampton, U.K.*, 1985
- [59] AKAGAWA, K. ; SAKAGUCHI, T. ; FUJII, T. ; FUJIOKA, S. ; SUGIYAMA, M. ; YAMAGUCHI, T. ; ITO, Y.: Shock Phenomena in Bubble and Slug Flow Regimes. In: *Two-Phase Flow Dynamics, Hemisphere Pub. Corp., Washington* (1979), S. 217 – 238
- [60] AKAGAWA, K. ; SAKAGUCHI, T. ; FUJII, T. ; FUJIOKA, S. ; SUGIYAMA, M.: Shock Phenomena in Air-Water Two Phase Flow. In: *Multiphase Transport, Hemisphere Pub. Corp., Washington* Vol. 3 (1980), S. 1673 – 1693
- [61] AKAGAWA, Koji ; FUJII, Terushige ; ITO, Yutaka ; FUKUHARA, Toshiaki Yamaguchi K.: Studies on Shock Phenomena in Two Phase Flow. In: *Bulletin of the JSME* 25 (1982), März, Nr.



- 201-12, S. 387–394. – 2nd Report, Characteristics in Slug Flow Region
- [62] AKAGAWA, K. ; FUJII, T. ; ITO, Y.: Analyses of Shock Phenomena in a Bubbly Flow by Two-Velocity Model and homogeneous Model. In: *Advances in Two-Phase Flow and Heat Transfer I* (1983), S. 79–92
- [63] AKAGAWA, Koji ; FUJII, Terushige ; TSUBOKURA, Sadao ; MATSUSHITA, Hajime ; HIRAOKA, Yoichi: Prediction of Pressure Surge in a One-Component Two-Phase Bubbly Flow. In: *Nuclear Engineering and Design* 95 (1986), Nr. 0029-5493, S. 329–341
- [64] FUJII, Terushige ; AKAGAWA, Koji ; TAKENAKA, Nobuyuki ; TSUBOKURA, Sadao ; HIRAOKA, Yoichi ; KOBAYASHI, Jun: Shock Phenomena in a One-Component Two-Phase Bubbly Flow. In: *Bulletin of the JSME* 29 (1986), Dezember, Nr. 85-0543, S. 4235–4240. – 1st Report, Experimental Results on Transient Pressure Profiles
- [65] FUJII, Terushige ; AKAGAWA, Koji: An Analysis of Water Hammering in Bubbly Flows. In: *Bulletin of the JSME* 29 (1986), November, Nr. 85-0268, S. 3744–3749. – 2nd Report, Transient Pressure Profiles in One-Component Flows
- [66] CHOHAN, R. K. ; THORLEY, A. R. D.: An Experimental Study of Transient Two-Phase Horizontal Air-Water Flow. In: *Joint Symposium on Design and Operation of Fluid Machinery*. Fort Collins, Colorado, USA, Juni 1987
- [67] CHUN, Moon-Hyun ; NAM, Ho-Yun: Analysis of Waterhammer Induced by Steam-Water Counterflow in a Long Horizontal Pipe. In: *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 19 (1992), Nr. 0735-1933, S. 507–518
- [68] ISHII, M. ; CHAWLA, T.C.: Local Drag laws in dispersed two-phase flow. In: *ANL Report, NUREG-1230, Argonne, 1979*

- 
- [69] SCHRÜFER, Elmar: *Signalverarbeitung: numerische Verarbeitung digitaler Signale*. Hanser, 1992
- [70] KUHLING, Horst: *Taschenbuch der Physik*. Fachbuchverlag Leipzig - Köln, 1991. – ISBN 3-343-00759-5
- [71] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. 25.Auflage. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart Leipzig, 1991

## A Bemessung des Kugelhahns

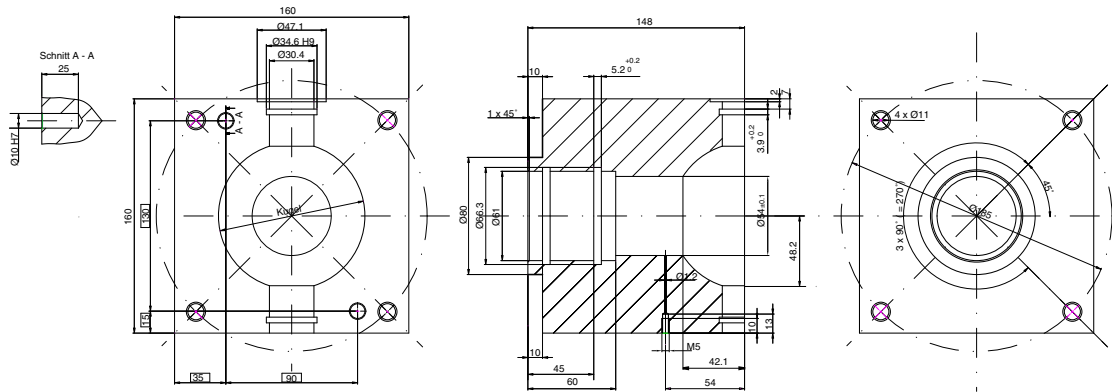


Abbildung 67: Linkes bzw. rechtes Ventilgehäuse

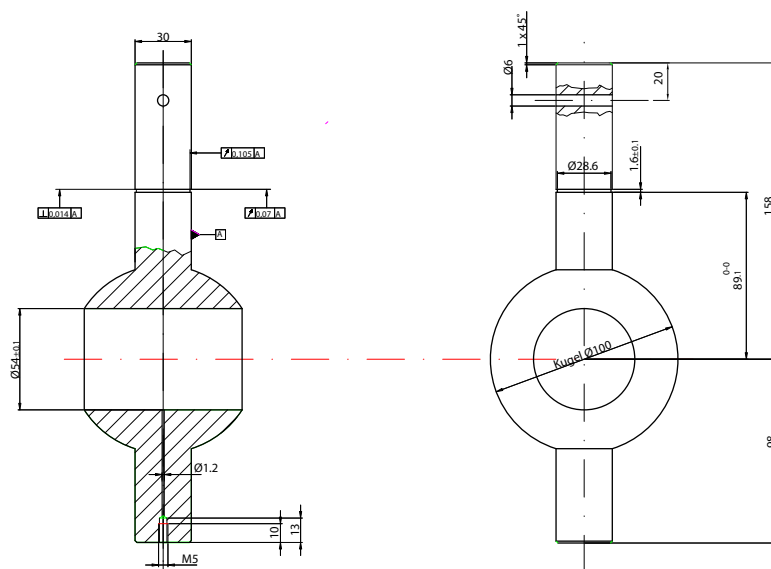


Abbildung 68: Sphärischer Schließkörper

## B Berechnung des Öffnungsverhältnisses $\omega$

Das Öffnungsverhältnis  $\omega$  bezieht die freie Druckflussfläche  $A_F$  auf die Querschnittsfläche  $A$  des Rohres.

$$\omega = \frac{A_F}{A} = \frac{A_1 + A_2}{A} \quad (115)$$

Die Strecke  $z$  wird mit Radius  $r_1$  der Zylinderbohrung und dem Radius  $r_2$  der Kugel berechnet:

$$z = \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \quad (116)$$

Wird die Kugel um den Winkel  $\varphi$  gedreht, bilden die beiden Kreise die Schnittachse  $\overline{BC}$ . Ihr Abstand von der Gehäuseachse ist  $a$ , der mit

$$a = z \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad (117)$$

berechnet wird. Damit kann man die Fläche des Kreissektors bestimmen, der durch die Strecke  $\overline{OB}$ , den Kreisbogen  $s$  und die Strecke  $\overline{CO}$  aufgespannt ist.

$$A_{\text{Sektor},OBC} = 2 \int_{\xi}^{180^\circ - \xi} \int_0^{r_1} r \, dr \, d\xi = \int_{\xi}^{180^\circ - \xi} \frac{1}{2} r_1^2 \, d\xi = \frac{1}{2} r_1^2 (\pi - 2\xi) \quad (118)$$

Der Winkel  $\xi$  wird durch den Radius  $r_1$  und den Abstand  $a$  festgelegt:

$$\xi = \arcsin\left(\frac{a}{r_1}\right) \quad (119)$$

Subtrahiert man von der Fläche des Kreissektor die Fläche des Dreiecks  $OBC$

$$A_{\text{Dreieck},OBC} = 2 \frac{a c}{2} = a c \quad \text{mit} \quad c = \sqrt{r_1^2 - a^2} \quad (120)$$

erhält man die Fläche  $A_1$

$$A_1 = A_{\text{Sektor},OBC} - A_{\text{Dreieck},OBC}. \quad (121)$$

Die Fläche  $A_2$  entspricht der um den Winkel  $\varphi$  projizierten Fläche  $A_1$ .

$$A_2 = A_1 \cos \varphi \quad (122)$$

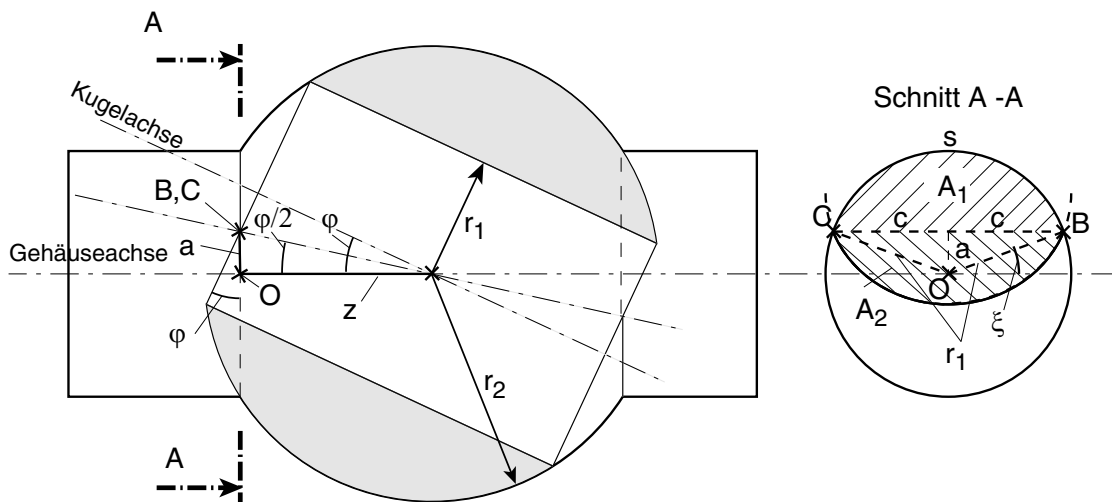


Abbildung 69: Schnittbild des Kugelhahns

Nach Zusammenfassung der obigen Gleichungen erhält man die Bestimmungsgleichung für das Öffnungsverhältnis, das vom Drehwinkel  $\varphi$  des Kugelhahns, dem Radius  $r_1$  des Rohres und dem Radius  $r_2$  der Kugel abhängt:

$$\omega(\varphi) = \frac{1 + \cos \varphi}{r_1^2 \pi} \left[ \frac{r_1^2}{2} \left( \pi - 2 \arcsin \left( \frac{1}{r_1} \tan \left( \frac{\varphi}{2} \right) \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \right) \right) - \tan \left( \frac{\varphi}{2} \right) \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \sqrt{r_1^2 - \left( \tan \left( \frac{\varphi}{2} \right) \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \right)^2} \right] \quad (123)$$

$\varphi$  Öffnungswinkel des Ventils

$r_1$  Innenradius des Rohres

$r_2$  Radius der Kugel des Schließkörpers