

**Modellstudiengang Bachelor in Informatik**  
**Fachprüfung Grundlagen der Theoretischen Informatik (Prüf.-Nr. 25310)**  
**Prüfungsinhalt Kurs 1655**

**Gedächtnisprotokoll**

Prüfer: Prof. Dr. R. Verbeek  
Beisitzer: Dr. A. Osterloh  
Datum: 29.11.2006  
Dauer: 25 Min.  
Note: 2,0

Herr Prof. Dr. Verbeek prüfte in den Bereichen Berechenbarkeitstheorie, Komplexitätstheorie und formale Sprachen.

1. Berechenbarkeitstheorie:

- Wann heisst eine Funktion berechenbar?  
Eine Zahlenfunktion  $f : \subseteq \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$  heisst berechenbar gdw. es eine  $k$ -stellige Registermaschine  $M$  gibt mit  $f = f_M$ .  
  
Eine Wortfunktion  $f : \subseteq (\Sigma^*)^k \rightarrow \Sigma$  heisst berechenbar gdw. es eine Turingmaschine  $M$  gibt mit  $f = f_M$ .
- Wann heisst eine Menge rekursiv?  
Eine Menge  $A \subseteq \mathbb{N}^k$  heisst rekursiv gdw. es eine total-berechenbare Funktion  $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$  gibt mit  $A = f^{-1} \{0\}$ .
- Wann heisst eine Menge rekursiv-aufzählbar?  
Eine Menge  $A \subseteq \mathbb{N}^k$  heisst rekursiv-aufzählbar gdw. es eine partiell-berechenbare Funktion  $f : \subseteq \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$  gibt mit  $A = \text{Def}(f)$ .
- Sind alle rekursiven Mengen auch aufzählbare Mengen? Ja.
- Sind alle aufzählbaren Mengen auch rekursiv? Nein.  
Z.B. die Menge  $K$ , die das Selbstanwendbarkeitsproblem (Menge aller Programme, die ihren eigenen Code als Eingabe erhalten) beschreibt,  $K := \{i \in \mathbb{N} \mid i \in \text{Def}(\varphi_i)\}$ , ist rekursiv-aufzählbar, aber nicht rekursiv.  
Beweis für Aufzählbarkeit von  $K$  über utm-Theorem (in diesem Zusammenhang Definition des utm-Theorems: Die Funktion  $u_\varphi : \subseteq \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ , die definiert ist durch  $u_\varphi(i, n) := \varphi_i(n)$  für alle  $i, n \in \mathbb{N}$ , ist eine berechenbare Zahlenfunktion).  
Beweis, dass  $K$  nicht entscheidbar ist, indem man zeigt, dass das Komplement von  $K$  unter Anwendung der Diagonalisierungsmethode nicht aufzählbar ist.

2. Komplexitätstheorie:

- Zeigen, dass  $\text{ZEIT}(n^2)$  echte Teilmenge von  $\text{ZEIT}(n^3)$ .  
Setze  $f(n) = n^2$ ,  $g(n) = n^3$  und wende Zeithierarchiesatz ( $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  zeitkonstruierbar,  $\forall n. g(n) \geq n$ ,  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) \cdot \log f(n) \in o(g)$ ). Dann gilt:  $\text{ZEIT}(f) \subset \text{ZEIT}(g)$ ,  $\text{ZEIT}(f)$  ungleich  $\text{ZEIT}(g)$  an.
- Kontrollturingmaschinen und nichtdeterministische Turingmaschinen erläutern.

- Was versteht man unter dem P-NP-Problem?  
Frage, ob  $P = NP$ , oder anders ausgedrückt: Lässt sich jedes Problem, das sich nichtdeterministisch in polynomieller Zeit lösen lässt, auch deterministisch in Polynomzeit lösen? Vermutung, dass  $P$  eben nicht gleich  $NP$  ist; Aussage aber bis heute weder bewiesen noch widerlegt.
- Wann heisst eine Menge NP-vollständig?  
Man nennt eine Menge NP-vollständig gdw.  $M$  NP-hart und  $M \in NP$  ist  
( $M \subseteq \Sigma$  NP-hart  $\forall L \in NP. L \leq_{\text{pol}} M$ ).

### 3. Formale Sprachen:

- Was sind reguläre Sprachen?

Da es sich um ein Gedächtnisprotokoll handelt, sind die o.a. Fragen und Antworten nur sinngemäß wiedergegeben, Vollständigkeit und absolute Richtigkeit kann ich also nicht garantieren.

Die Prüfung fand jedenfalls in einer angenehmen und entspannten Atmosphäre statt.  
Herr Prof. Dr. Verbeek ist ein freundlicher Prüfer und benotet mehr als fair, ich kann ihn daher nur weiterempfehlen. In diesem Sinne, allen in der Zukunft viel Glück bei dieser Prüfung!