

## Gedächtnisprotokolle zur Diplomprüfung Logik für Informatiker (Kurs 1825)

Diese Liste ist eine Zusammenfassung von vier Gedächtnisprotokollen, die im Jahr 1995 erstellt wurden.

### Aussagenlogik

- Wie ist die Menge der Aussagensymbole definiert?
- Wie ist die Menge der aussagenlogischen Formeln definiert?
- Was versteht man unter einer Belegung?
- Abbildung  $v : AS - \{0,1\}$
- Wie kann diese Funktion zu einer Auswertungsfunktion für aussagenlogische Formeln erweitert werden?
- Definition von  $\langle \cdot \rangle : AF - \{0,1\}$
- Wieso kann diese Funktion auf diese Weise rekursiv definiert werden?
- Mit der Definition geeigneter Funktionen können die aussagenlogischen Formeln mit Hilfe einer Peano-Algebra erzeugt werden. Damit läßt sich der Rekursionssatz anwenden. Die aussagenlogischen Formeln sind eindeutig zerlegbar, damit ist die Existenz der Funktion  $h$  des Rekursionssatzes intuitiv klar.
- Wie lautet der Rekursionssatz?
- Wie ist die Semantik der Aussagenlogik definiert?
- Durch die Belegung und die Auswertungsfunktion (s. o.)
- Was bedeutet im Rahmen der aussagenlogischen Formeln erfüllbar, was allgemeingültig?
- Kann die Allgemeingültigkeit einer aussagenlogischen Formel entschieden / bewiesen werden?
- Kann mit der Wahrheitstafelmethode entschieden werden.
- Ist die Menge der nicht erfüllbaren Formeln entscheidbar?
- Ja (s. o.)
- Welchen Aufwand beansprucht dies?
- Für  $n$  Aussagensymbole braucht man mindestens  $(n-1) * 2^n$  Elementaroperationen, um die Wahrheitstafel vollständig zu berechnen.
- Gibt es schnellere Verfahren?
- Wahrscheinlich nicht, da das Entscheiden der Menge der Tautologien NP-vollständig ist.
- Was heißt NP-vollständig?
- $P$  ist die Klasse aller Sprachen, die sich in polynomialer Zeit entscheiden lassen.  $NP$  ist die Klasse aller Sprachen, für die ein Beweisverfahren mit polynomialer Rechenzeit existiert. Man weiß bis heute nicht, ob  $P = NP$ , aber man glaubt es nicht. Ist das Wahrheitstafelproblem in  $P$ , so gilt  $P = NP$ .
- Wie lautet der Kompaktheitssatz der Aussagenlogik?

## Prädikatenlogik

- Was ist ein Typ?
- Was benötigt man für die Prädikatenlogik?
- Alphabet, Variablen, Funktions- und Prädikatsbezeichner.
- Wie sind die prädikatenlogischen Formeln definiert?
- Was braucht man zur Semantik der PF noch? / Wie ist die Semantik der PL1 definiert?
- Die Termauswertungsfunktion  $W$  und die Wahrheitswertfunktion  $WW$  (s. u.)
- Wie ist die Belegung definiert?
- Wie ist  $W(t)$  definiert? / Wie können Terme ausgewertet werden? / Was ist der Wert der Auswertungsfunktion für Terme?
- $W : T_m - (Bel - S)$
- Wie ist  $WW(t)$  definiert? (Genaue Definition hinschreiben)
- $WW : PF - (Bel - \{0, 1\})$
- Definieren Sie für PF die Gültigkeit in Strukturen.
- $S \models a(\ )$  für alle  
Allgemeingültigkeit erhält man durch Quantifizieren über alle Strukturen.
- Wann ist eine Formel gültig?
- Wenn es eine Struktur gibt, in der sie gültig ist.
- Wann heißt eine prädikatenlogische Formel erfüllbar?
- Ist die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln rekursiv?
- Nein.
- Wie kann man zeigen, daß diese Menge nicht rekursiv ist?
- Durch Reduktion auf das Ableitungsproblem in Semi-Thue-Systemen.
- Kann man auch etwas Positives über diese Menge sagen?
- Ja, sie ist rekursiv-aufzählbar.
- Genauer Beweis der rekursiven Aufzählbarkeit? Dazu Zwischenfragen:
- Bleibt die Allgemeingültigkeit bei der Allquantifizierung erhalten?
- Warum wird im Beweis die Nichterfüllbarkeit der negierten Formeln ( ) abgeprüft?
- Was ist eine pränex Normalform?
- Wie verhält sich eine Formel in Pränexnormalform zur Ausgangsformel?
- Wie funktioniert die Skolemisierung? (an einem Beispiel zeigen)
- Wozu wird die Skolemisierung benötigt? Ist das nicht ein großer Eingriff in die Formel?
- Die Entscheidbarkeit bleibt erhalten, und man kann sich dann auf die Untersuchung von Herbrand-Modellen beschränken.
- Wie verhält sich die skolemisierte Formel zur Ausgangsformel?

- Die beiden Formeln sind erfüllbarkeitsäquivalent (nicht äquivalent!)
- Was ist ein Herbrand-Modell, was eine Herbrand-Struktur, was ein Herbrand-Universum?
- Warum Instanzenbildung?
- Was ist der Unterschied / der Zusammenhang zwischen der Prädikatenlogik mit und ohne Gleichheit?
- Was ist eine Kongruenzrelation?

## **Theorien**

- Was ist eine Theorie?
- Nennen Sie Beispiele!
- Theorie von  $\mathbb{N}$ , Gruppenaxiome
- Wie lauten die Gruppenaxiome?
- Wie kann man Theorien erzeugen?
- Ist die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln eine Theorie?
- Ja. Die Menge der Konsequenzen einer widerspruchsfreien Menge ist eine Theorie, und die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln ist die Menge der Konsequenzen der leeren Menge (die offensichtlich widerspruchsfrei ist).
- Sind Strukturen durch eine Theorie festzulegen? (andersherum: Legen Theorien von Strukturen diese eindeutig fest?)
- Nein.
- Warum hat  $\text{Th}(\mathbb{N})$   $\mathbb{Y}$  auch ein Modell?
- Argumentation mittels des Kompaktheitssatzes der PL.