

Kapitel 1

Statisches elektrisches Feld

1.1 Wiederholung des Grundwissens der Mittelstufe

1.1.1 Elektrisch geladene Teilchen und Körper

- Alle Körper sind aus *Atomen* bzw. *Molekülen* aufgebaut, wobei Moleküle aus zwei oder mehreren Atomen bestehen.
- Jedes Atom besteht aus einem *positiv* geladenen *Atomkern* und einer *negativ* geladenen *Atomhülle*.
- Der Atomkern enthält die positiv geladenen *Protonen* und die elektrisch neutralen *Neutronen*.
- In der Atomhülle befinden sich die negativ geladenen *Elektronen*.
- Jedes Atom und in der Regel auch jeder Körper ist elektrisch neutral, d.h. er besitzt genauso viele Protonen wie Elektronen.
- Durch
 - elektrochemische Vorgänge (z.B. $\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}^+ + \text{O}^{--}$)
 - Reiben (z.B. Kunststoffstab mit Fell; Bandgenerator)

können Elektronen von einem Atom (Körper) auf ein anderes Atom (Körper) übergehen.

- Ein Körper heißt positiv (negativ) geladen, wenn auf ihm Elektronenmangel (Elektronenüberschuss) vorliegt.

1.1.2 Die Größe der elektrischen Ladung

- Die elektrische Ladung Q eines Körpers gibt an, wie groß sein Elektronenüberschuss (-mangel) ist.
- Einheit: $[Q] = 1 \text{ C}$ („Coulomb“)
- Alle in der Natur vorkommenden Ladungen sind ganzzahlige Vielfache der Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, d.h.

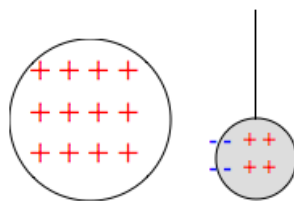
$$Q = n \cdot e; \text{ mit } n \in \mathbb{N}$$

- Je nachdem ob ein Körper positiv (negativ) geladen ist, gibt man der Ladung Q ein positives (negatives) Vorzeichen.
- Das Elektron ist Träger der negativen Elementarladung, d.h.

$$Q_{\text{Elektron}} = -e$$

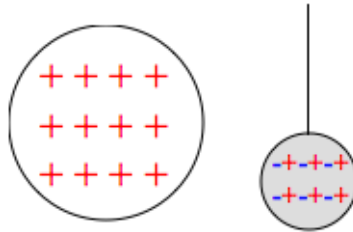
1.1.3 Verhalten geladener Körper

- Gleichnamig geladene Körper stoßen sich ab, ungleichnamig geladene Körper ziehen sich an. (Elektrisches Kraftgesetz)
- Der Betrag der Kraft zwischen zwei geladenen Körpern ist umso größer
 - je größer die Ladungen und
 - je kleiner ihr Abstand ist.
- Bringt man einen geladenen Körper in die Nähe eines leitenden, neutralen, an einem Faden aufgehängten Körpers, so wird dieser angezogen und bei Kontakt abgestoßen.



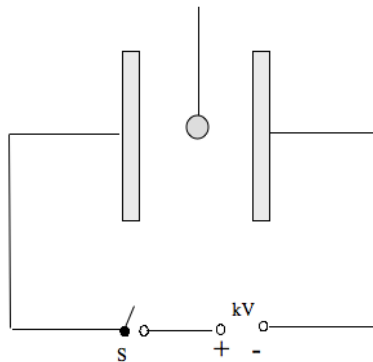
Erklärung: Die zwischen den Ladungen wirkenden Kräfte bewirken im Leiter eine Ladungstrennung (Influenz). Bei Kontakt treten die Elektronen über \implies Kugel lädt sich positiv auf und wird abgestoßen.

- Bringt man einen geladenen Körper in die Nähe eines neutralen Isolators, so wird dieser angezogen und bleibt am geladenen Körper hängen.



Erklärung: Durch Influenz werden die gebundenen Ladungen im Isolator verschoben und es entstehen kleinste elektrische Dipole (dielektrische Polarisierung). Da die Ladungen nicht übertreten können, bleibt die Kugel am Bandgenerator hängen.

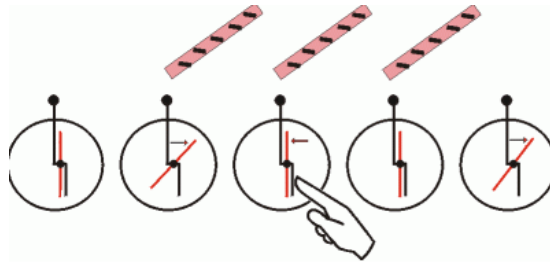
- Anwendung 1: Elektrisches Pendel:



Solange der Schalter S geschlossen ist, pendelt das Kügelchen hin und her. Nach dem Öffnen von S erfolgt durch das Kügelchen ein Ladungsausgleich \implies es pendelt aus.

- Anwendung 2: Elektroskop:

Ladungen verteilen sich gleichmäßig über das Zeigersystem \implies beweglicher Zeiger schlägt aus.



1.1.4 Nachweis und Messung der Ladung

- Qualitativer Nachweis mit Elektroskop oder Glühlampe.
- Quantitative Messung mit Elektrometer (Elektroskop mit Skala; nur für sehr große Ladungen!) oder Messverstärker oder Coulombmeter.

1.1.5 Gesetz von der Ladungserhaltung

Analog zur Energie, dem Impuls und der Masse gilt auch für die elektrische Ladung ein Erhaltungssatz:

Gesetz 1 (Ladungserhaltung). *In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtladung erhalten, d.h.:*

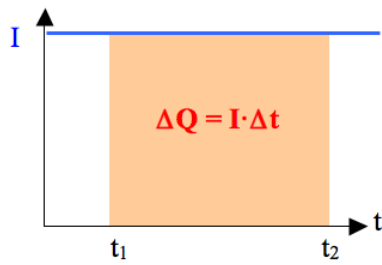
$$Q_{\text{Gesamt}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

1.1.6 Elektrischer Strom als bewegte Ladung

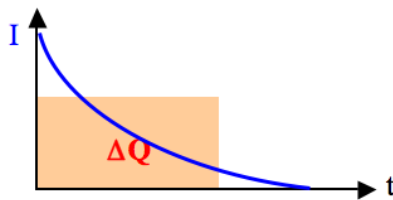
- Die Bewegung von elektrischer Ladung bezeichnet man als elektrischen Strom.
- Je länger ein Strom vorhanden ist, desto mehr Ladung wird transportiert.
- Als Stromstärke I definiert man daher den Quotienten aus transportierter Ladung ΔQ und der verfloßenen Zeitspanne Δt , d.h.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \text{ bzw. } \Delta Q = I \cdot \Delta t$$

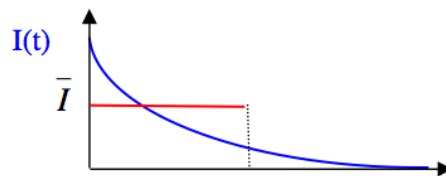
- Betrachtet man die Einheit der 2. Gleichung $\implies 1 \text{ C} = 1 \text{ As}$.
- Ist die Stromstärke I konstant, so läßt sich die transportierte Ladung als Rechteckfläche im t - I -Diagramm darstellen:



- Auch wenn die Stromstärke nicht konstant ist (z.B. beim Laden eines Akkus), ist die transportierte Ladung ebenfalls die Fläche im t - I -Diagramm:

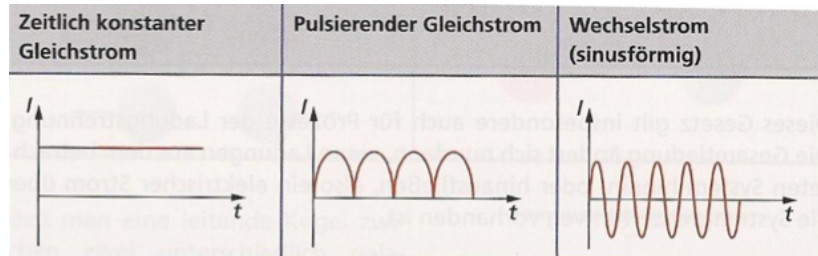


- Bei nicht konstanter Stromstärke muß man zwischen der mittleren Stromstärke \bar{I} und der Momentanstromstärke $I(t)$ unterscheiden:



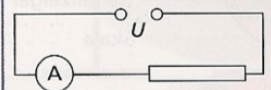
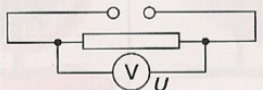
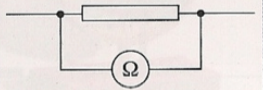
Dabei gilt: $\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ und $I(t) = \lim_{\Delta t} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$

- Fließt der Strom stets in eine Richtung, so spricht man von einem Gleichstrom. Wechselt er dagegen seine Richtung, so liegt ein Wechselstrom vor:

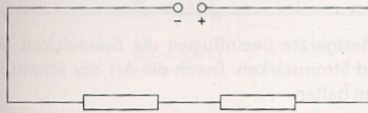
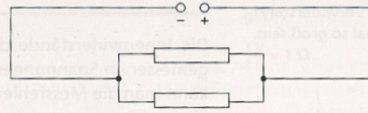


1.1.7 Größen des elektrischen Gleichstromkreises

Ein einfacher Gleichstromkreis kann durch die drei Größen *elektrische Spannung* U , *elektrische Stromstärke* I und *elektrischer Widerstand* R beschrieben werden.

Elektrische Stromstärke	Elektrische Spannung	Elektrischer Widerstand
gibt an, wie viel elektrische Ladung sich pro Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Leiters bewegt.	gibt an, wie stark der Antrieb des elektrischen Stroms ist.	gibt an, wie stark der Strom im Stromkreis behindert wird.
Formelzeichen: I Einheit: ein Ampere (1 A) Messgerät: Amperemeter	Formelzeichen: U Einheit: ein Volt (1 V) Messgerät: Voltmeter	Formelzeichen: R Einheit: ein Ohm (1 Ω) Messgerät: Ohmmeter
		
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $I = \frac{Q}{t}$ Q elektrische Ladung t Zeit	$U = I \cdot R$ I Stromstärke durch den Widerstand R Wert des Widerstands	$R = \frac{U}{I}$ $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ ρ spezifischer elektrischer Widerstand l Länge des Leiters A Querschnittsfläche

1.1.8 Gesetze des Gleichstromkreises

Reihenschaltung von Widerständen	Parallelschaltung von Widerständen
	
$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n$	$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$
$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$
$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$
$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$	$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$
$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$	$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$
Für zwei Bauelemente gilt: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ (Spannungsteilerregel)	Für zwei Bauelemente gilt: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ (Stromteilerregel)

1.1.9 Elektrische Energie und Leistung

Elektrische Energie	Elektrische Leistung
ist die Fähigkeit des elektrischen Stroms, mechanische Arbeit zu verrichten, Wärme abzugeben oder Licht auszusenden.	gibt an, wie viel elektrische Energie pro Zeiteinheit in andere Energiearten umgewandelt wird.
Formelzeichen: E Einheit: eine Wattsekunde (1 Ws) $1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$	Formelzeichen: P Einheit: ein Watt (1 W) $1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$
Für $U = \text{konstant}$ und $I = \text{konstant}$ gilt: $E = U \cdot I \cdot t$	Für $U = \text{konstant}$ und $I = \text{konstant}$ gilt: $P = \frac{E}{t} = U \cdot I$
U elektrische Spannung I elektrische Stromstärke t Zeit	E elektrische Energie t Zeit
Die Messung der elektrischen Energie erfolgt mit Elektrizitätszählern (Kilowattstundenzählern).	Die Messung der elektrischen Leistung erfolgt mit Leistungsmessern (Wattmetern).

1.2 Elektrische Felder

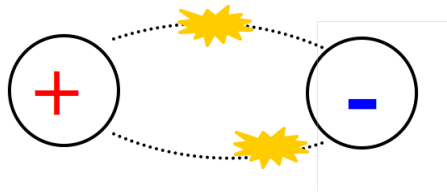
1.2.1 Einführung

Einen Raum oder Bereich, in dem Kräfte auftreten, bezeichnet man in der Physik als Feld. Innerhalb des Gravitationsfeldes wird auf eine Masse eine Kraft ausgeübt.

Ein elektrisches Feld entsteht in der Umgebung von geladenen Körpern. Innerhalb eines elektrischen Feldes wird auf eine Ladung eine Kraft ausgeübt.

1.2.2 Beschreibung elektrischer Felder

Versuch 1



Durchführung: Wir bringen einen Wattebausch zwischen zwei verschieden geladene Konduktorkugeln.

Beobachtung: Wattebausch wird influenziert und bewegt sich unter Einfluß der elektrischen Kraft und der Gewichtskraft auf gekrümmten Bahnen nach unten.

Folgerung: Der Kraftverlauf und damit die Struktur des elektrischen Feldes lassen sich durch gedachte Linien, die so genannten Feldlinien beschreiben.

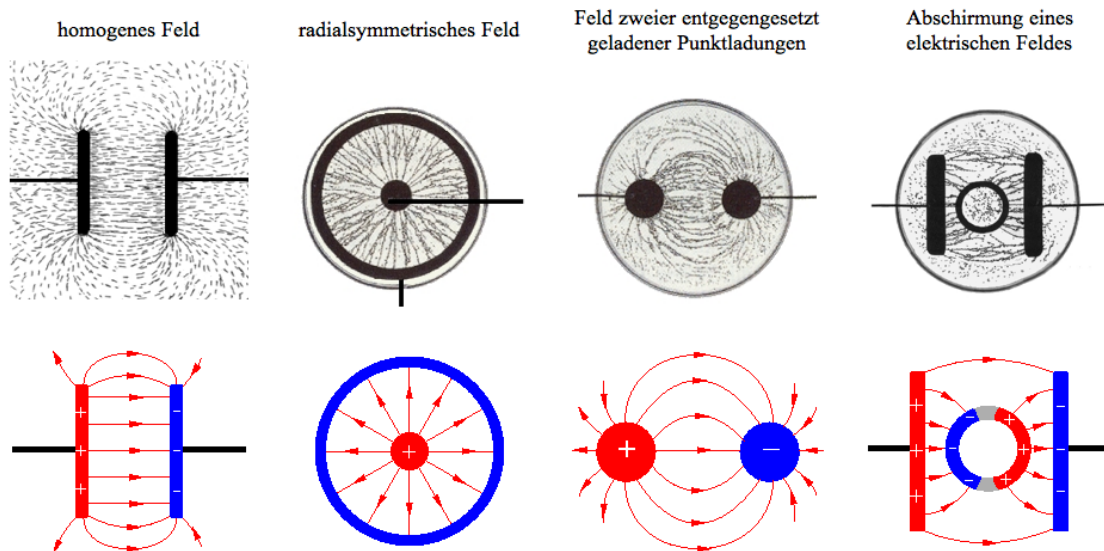
Willkürliche Festlegung: Elektrische Feldlinien verlaufen stets von der positiven zur negativen Ladung!

Versuch 2

Durchführung: Wir untersuchen die elektrischen Felder verschiedener Anordnungen, indem wir Grießkörner auf Rizinusöl streuen.

Ergebnis: Körner werden influenziert und richten sich unter Einfluß der elektrischen Kraft in Richtung der Feldlinien aus.

Wichtige elektrische Feldformen:



Zusammenfassung

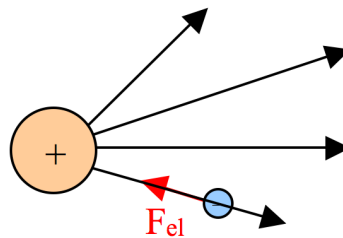
- Elektrische Feldlinien besitzen stets einen Anfang (pos. Ladung) und ein Ende (neg. Ladung), sind also im Gegensatz zu den magnetischen Feldlinien nicht geschlossen.
- In jedem Punkt der Feldlinie gibt die Tangente die Richtung der an dieser Stelle wirkenden Kraft an.
- Feldlinien schneiden sich niemals (wegen der Eindeutigkeit der Kraft).
- An allen Leiteroberflächen beginnen bzw. enden die Feldlinien senkrecht.
- Je dichter die Feldlinien in einem Raum verlaufen, desto stärker ist die elektrische Kraftwirkung.
- Ein homogenes Feld liegt vor, wenn die elektrische Kraft auf eine Probeladung an jeder Stelle gleichgroß und gleichgerichtet ist. In diesem Fall verlaufen die Feldlinien zu einander parallel.

1.2.3 Abschirmung elektrischer Felder

Da die Ladungen stets auf der Oberfläche der Leiter sitzen, lassen sich elektrische Felder durch Leiter, z.B. Metallgitter abschirmen. Eine solche Anordnung bezeichnet man als Faraday'schen Käfig.

1.2.4 Mathematische Beschreibung elektrischer Felder

Um eine quantitative Aussage über die Stärke eines elektrischen Feldes einer Ladung Q machen zu können, betrachtet man die Kraft \vec{F}_{el} , die eine Probeladung q in diesem Feld erfährt:



Der Betrag der elektrischen Kraft hängt sowohl von der Stärke des elektrischen Feldes als auch von der Ladung des Probekörpers ab. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß in jedem Punkt des elektrischen Feldes gilt:

$$F_{el} \sim q \implies \frac{F_{el}}{q} = const.$$

Definition 2 (Elektrische Feldstärke). *Der Quotient aus der Kraft auf einen geladenen Körper und seiner Ladung bezeichnet man als elektrische Feldstärke E , d.h.:*

$$E = \frac{F_{el}}{q} \tag{1.1}$$

Einheit: $[E] = 1 \frac{N}{C} = 1 \frac{J}{m \cdot C} = 1 \frac{V \cdot A \cdot s}{m \cdot A \cdot s} = 1 \frac{V}{m}$

Bemerkungen:

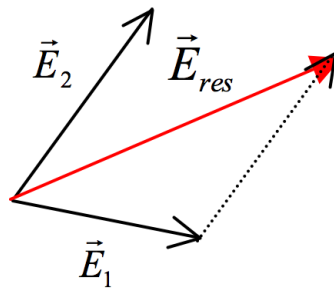
1. Da im homogenen Feld die elektrische Kraft an jeder Stelle gleich ist folgt, daß die elektrische Feldstärke E im homogenen Feld ebenfalls konstant ist!
2. Gleichung 1.1 gilt auch in vektorieller Form, d.h.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{el}}}{q}$$

wobei \vec{E} und \vec{F}_{el} für positive Probeladungen q die gleiche Richtung haben!

3. Überlagern sich die Felder verschiedener Ladungen, so erhält man die resultierende Feldstärke durch Pfeiladdition der Teilfeldstärken, d.h.:

$$\vec{E}_{\text{res}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$



1.2.5 Vergleich elektrisches Feld mit Gravitationsfeld

Feldtyp	Gravitationsfeld	Elektrisches Feld
Ursache	Masse M	Ladung Q
Was erfährt eine Kraft?	andere Masse m	andere Ladung q
Kraft	Gravitationskraft F_G	Elektrische Kraft F_{el}
Feldstärke	Fallbeschleunigung $g = \frac{F_G}{m}$	El. Feldstärke $E = \frac{F_{\text{el}}}{q}$

1.3 Arbeit im elektrischen Feld

1.3.1 Wiederholung

- Wirkt auf einen Körper längs der Wegstrecke s eine konstante Kraft F , so verrichtet diese Kraft am Körper die Arbeit W

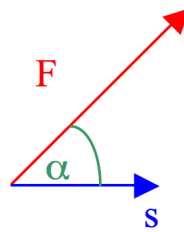
$$W = F \cdot s$$

Einheit: $[W] = 1N \cdot m = 1J$

- Wirkt die konstante Kraft F nicht längs des Weges s , so gilt:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Bemerkung:



1. Falls F in Richtung des Weges wirkt $\implies W = F \cdot s$
 2. Falls F in die entgegengesetzte Richtung des Weges wirkt $\implies W = -F \cdot s$ (z.B. Bremskraft)
 3. Steht die Kraft senkrecht zum Weg, wird physikalisch keine Arbeit verrichtet, d.h. $\implies W = 0$
- Die Energie E ist eine physikalische Zustandsgröße. Mit Energie können Körper bewegt, verformt, erwärmt oder zur Aussendung von Licht gebracht werden.
 - Verrichtet ein Körper Arbeit, so gibt er Energie ab. Wird an einem Körper mechanische Arbeit verrichtet, so nimmt er Energie auf \implies

$$W = \Delta E = E_{\text{nach}} - E_{\text{vor}}$$

1.3.2 Arbeit und Energie im homogenen elektrischen Feld

Bewegt man eine Ladung q unter Kraftaufwendung längs (bzw. gegen) die Feldlinie um die Strecke s , so wird an der Ladung die elektrische Arbeit

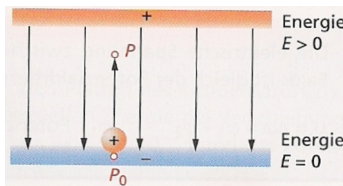
$$W_{\text{el}} = F_{\text{el}} \cdot s = q \cdot E \cdot s$$

verrichtet (bzw. die Ladung verrichtet an sich selbst diese Arbeit). Die Ladung q gewinnt oder verliert dabei potentielle Energie E_{pot} bezüglich des elektrischen Feldes:

$$\Delta E_{\text{pot}} = W_{\text{el}} = q \cdot E \cdot s \quad (1.2)$$

Bemerkung:

1. Analog zur potentiellen Energie (Lageenergie) im Gravitationsfeld wird bei der potentiellen Energie einer Ladung im elektrischen Feld ein Nullniveau (Erdung) vereinbart. In der Regel ist dies ein Punkt P_0 auf der negativ geladenen Platte. Bewegt man einen positiv geladenen Körper von P_0 nach P , so vergrößert sich seine Energie im elektrischen Feld.



2. Man muß zwischen der potentiellen Energie E_{pot} eines Körpers im elektrischen Feld und der Energie E_{el} des Feldes selbst (vergleiche Kap. 1.4) unterscheiden!
3. Bezüglich des Nullniveaus hat eine positive Ladung nach Formel 1.2 somit die potentielle Energie

$$E_{\text{pot}} - 0 = q \cdot E \cdot s \implies E_{\text{pot}} = q \cdot E \cdot s$$

1.3.3 Elektrisches Potential

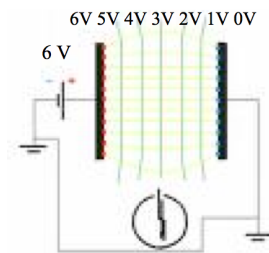
Die potentielle Energie einer Ladung q im Punkt P eines elektrischen Feldes hängt neben der Lage des Punktes auch von der Größe q der eigenen Ladung ab. Jedem Punkt P eines elektrischen Feldes wird deshalb der Quotient aus der potentiellen Energie und der Ladung q zugeordnet:

$$\varphi = \frac{E_{\text{pot}}}{q} = \frac{q \cdot E \cdot s}{q} = E \cdot s$$

Einheit: $[\varphi] = 1 \frac{\text{J}}{\text{As}} = 1 \frac{\text{VA s}}{\text{As}} = 1 \text{V}$

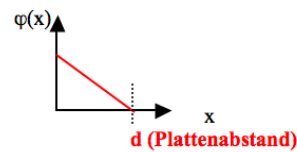
Bemerkung:

1. In jedem elektrischen Feld gibt es Punkte, die bezüglich des Nullniveaus das gleiche elektrische Potential φ besitzen. Im homogenen Feld liegen sie in einer Ebene (Äquipotentialebene) senkrecht zu den Feldlinien:

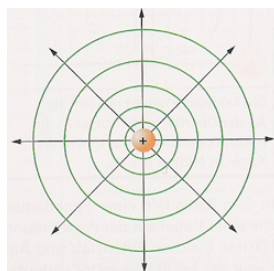


2. Im homogenen Feld des Plattenkondensators nimmt das Potential eines Punktes mit seiner Entfernung x von der positiven Platte linear ab \implies

$$\varphi(x) = E \cdot (d - x)$$



3. Im inhomogenen Radialfeld einer Punktladung sind die Äquipotentialebenen Kugeloberflächen um die Punktladung:

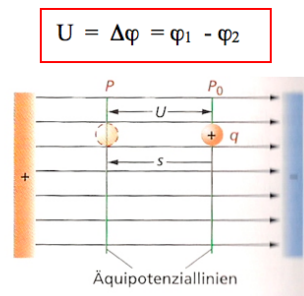


1.3.4 Elektrische Spannung

Die Gleichheit der Einheiten von elektrischem Potential und elektrischer Spannung zeigt, daß es zwischen den beiden Größen einen Zusammenhang geben muß.

Wie aus der Mittelstufe bekannt, läßt sich eine Spannung U nur zwischen zwei verschiedenen Punkten P_1 und P_2 angeben.

Man definiert daher die elektrische Spannung U zwischen zwei Punkten des elektrischen Feldes als Potentialdifferenz zwischen ihnen \implies



1.3.5 Elektrische Feldstärke im homogenen Feld des Plattenkondensators

Für die Spannung zwischen den Platten (Abstand d) des Kondensators gilt:

$$U = \Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = \varphi_+ - 0 = E \cdot d \implies$$

$$E = \frac{U}{d}$$

Beispielaufgabe

Das Feld zwischen zwei parallelen Platten (Abstand 1,8 cm) eines Kondensators hat die Feldstärke 85 kV/m. Die negative Platte sei geerdet.

- Welche Spannung liegt am Kondensator an?
- Berechne die Entfernung des Punktes P_1 von der geerdeten Platte, wenn sein Potential 255 V beträgt.
- Berechne die Überführungsarbeit, die an einer positiven Probeladung $q = 8,2 \text{ nC}$ verrichtet werden muß, um sie von einem Punkt P_2 (0,2 cm / 0,2 cm) zu dem Punkt P_3 (1,2 cm / 1,2 cm) des elektrischen Feldes zu überführen (Ursprung des KOS liegt ganz unten auf der positiven Platte). Wer bringt diese Arbeit auf?

- d) Zeige, daß sich die Überführungsarbeit im elektrischen Feld allgemein auch über $W_{\text{el}} = q \cdot U$ berechnen lässt.

Lösung:

a) $U = E \cdot d = 85 \text{ kV/m} \cdot 18 \text{ mm} = 1,53 \text{ kV}$

b) $\frac{d_1}{d} = \frac{\varphi_1}{\varphi} \implies d_1 = 18 \text{ mm} \cdot \frac{255 \text{ V}}{1530 \text{ V}} = 3,0 \text{ mm}$

c) $W = q \cdot E \cdot s = 8,2 \text{ nAs} \cdot 85 \text{ kV/m} \cdot 0,010 \text{ m} = 7,0 \mu\text{J}$. Die Arbeit wird vom el. Feld aufgebracht.

d) $W = q \cdot E \cdot s = q \cdot \varphi = q \cdot (\varphi - 0) = q \cdot U$

1.4 Der Kondensator

1.4.1 Einführung

Eine Anordnung von zwei isoliert zueinander aufgestellten oder durch einen Isolator (*Dielektrikum*) getrennten Leitern bezeichnet man als Kondensator.

Beispiele: Plattenkondensator, Folienkondensator, Elektrolytkondensator, ...

1.4.2 Kondensator als Ladungsspeicher

Versuch:

