
Ü B U N G

M A S C H I N E N E L E M E N T E

Schraubenverbindungen:
Tragfähigkeitsnachweis nach VDI 2230

Stephan Voigt, M.Eng.

Agenda

1. Grundlagen der Berechnung
 - 1.1 Geltungsbereich
 - 1.2 Modellbildung
 - 1.3 Geometrische Größen
 - 1.4 Begleitendes Berechnungsbeispiel

2. Kraft- und Verformungsanalyse
 - 2.1 Statische Betriebskraft, Kraftverhältnis
 - 2.2 Dynamische Betriebskraft
 - 2.3 Statische oder dynamische Querkraft

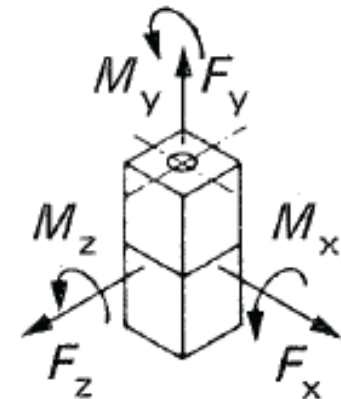
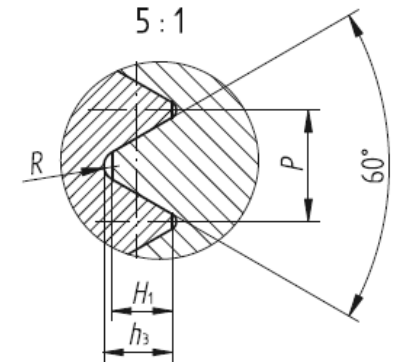
Agenda

3. Berechnungsgrößen
 - 3.1 Nachgiebigkeiten
 - 3.2 Krafteinleitungsfaktor
 - 3.3 Vorspannkraftänderungen
4. Montage von Schraubenverbindungen
 - 4.1 Montagevorspannkraft
 - 4.2 Streuung der Montagevorspannkraft, Anziehungsfaktor
5. Festigkeitsnachweis
 - 5.1 Montagebeanspruchung
 - 5.2 Festigkeitsnachweis
6. Grobdimensionierung

1. Grundlagen der Berechnung

1.1 Geltungsbereich der VDI 2230

- Stahlschrauben mit Flankenwinkel $\alpha = 60^\circ$
- Hochbeanspruchte und hochfeste Schraubenverbindungen
→ Festigkeitsklassen 8.8 bis 12.9
- Belastung
 - statisch oder dynamische Axialkraft (parallel zur Schraubenachse)
 - Biegemomente und Querkräfte (nicht Inhalt der Veranstaltung)
 - Keine stoßartigen oder stochastischen Belastungen
 - Kein Korrosions- und nur bedingter Temperatureinfluss



1.2 Modellbildung

- Modell für Schraube und Bauteile (verspannte Platten, Flansche):

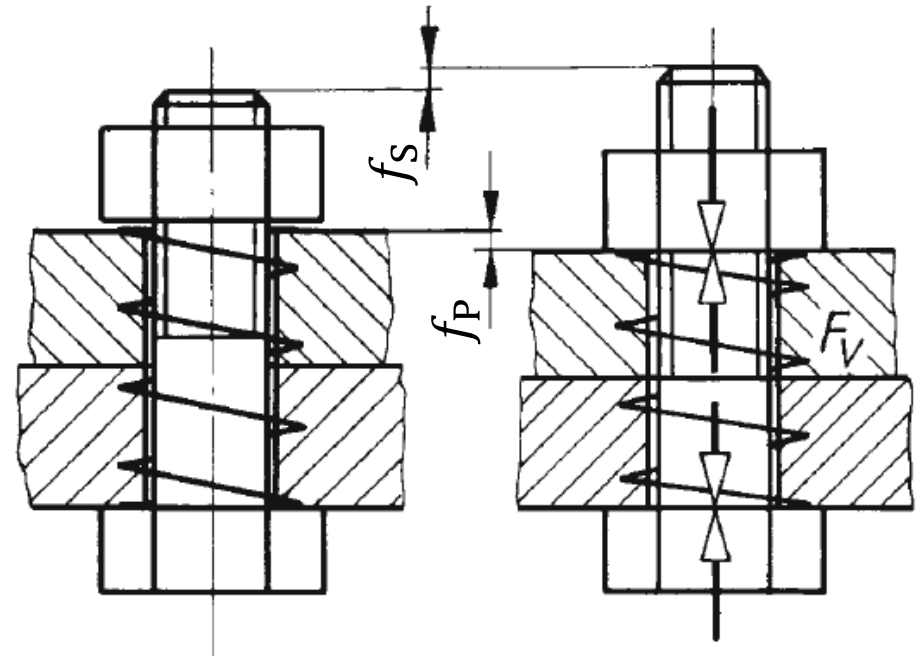
Elastische Federn

- Aus Festdrehen der Mutter (DSV) oder Festdrehen der Schraube in ein Gewinde (ESV) resultiert die Vorspannkraft F_V

→ Schraube ohne äußere Kraft bereits belastet

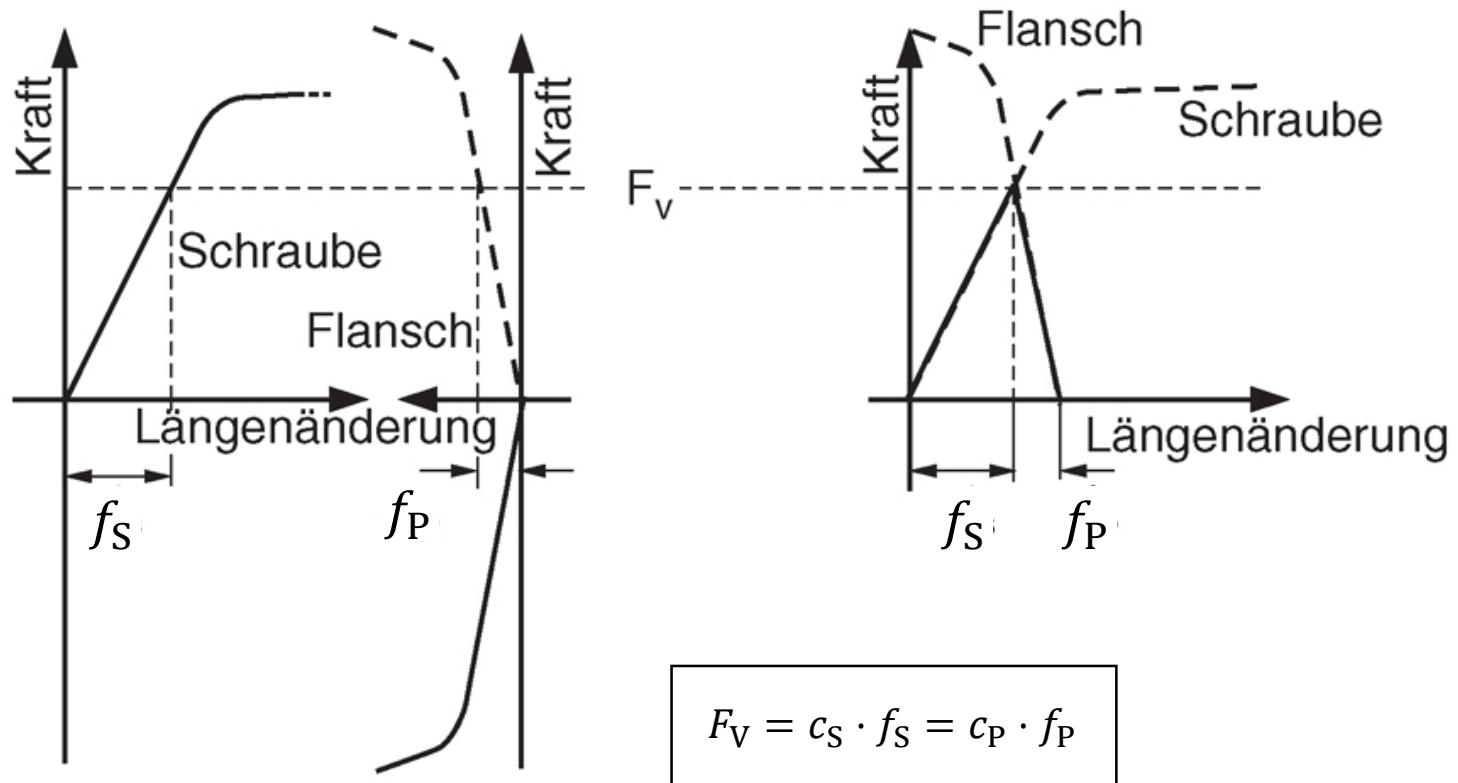
→ Vorgespannte Schraubenverbindung

- Schraube: elastische Dehnung
- Flansche: elastische Stauchung



▪ Spannungsschaubild einer Schraubenverbindung

- Darstellung der Schraubendehnung und Flanschstauchung in einem Kraft-Verformungs-Diagramm
- Verformungen ausschließlich im elastischen Bereich (Hookesche Geraden)

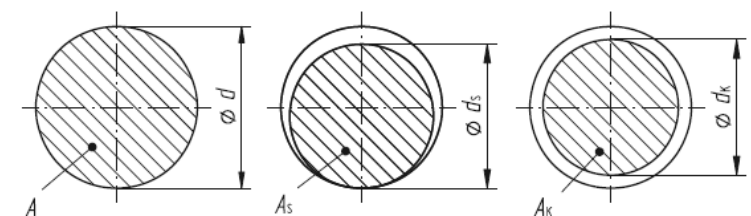
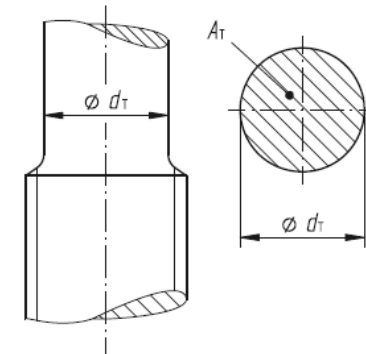
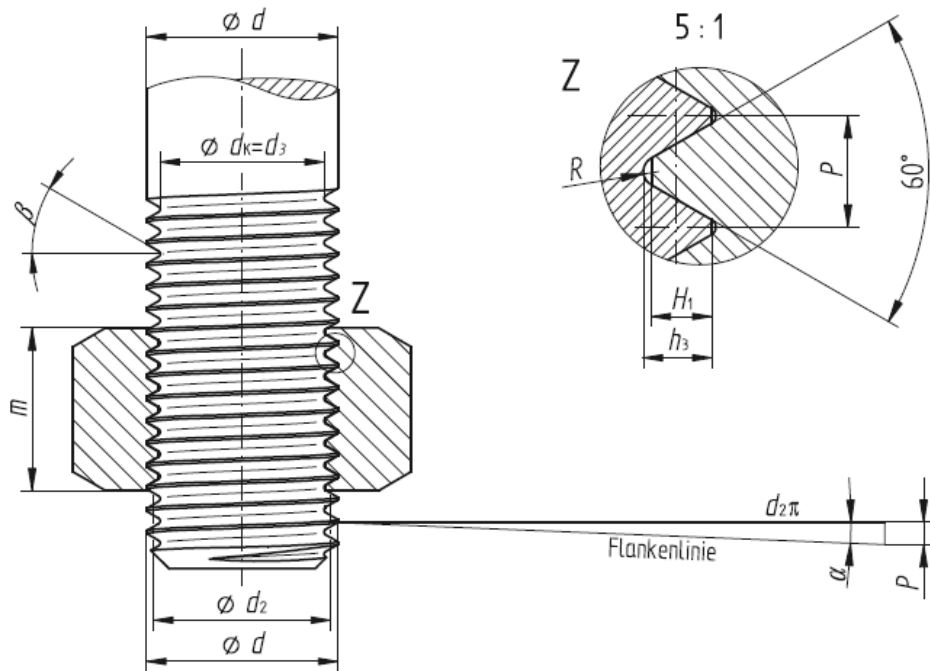


- Nicht vorgespannte Schraubenverbindungen
 - Schraube ist unbelastet, d.h. nicht fest in ein Gewinde gedreht (z.B. Mutter)
 - Vorkommen eher selten
 - Beispiel: Spanschloss



1.3 Geometrische Größen

▪ Gewinde- und Querschnittsgrößen



- α Steigungswinkel, $\tan \alpha = P / (d_2 \cdot \pi) \approx 0,32 \cdot P / d_2$
- β Teilflankenwinkel = 30° = halber Flankenwinkel
- d Außen- und Nenndurchmesser
- d_2 Flankendurchmesser = $d - 0,64952P$
- $d_3 = d_K$ Kerndurchmesser = $d - 1,22687P$

- H_1 Gewindeftragtiefe = $0,54127P$
- h_3 Gewindetiefe = $0,61343P$
- m Mutternhöhe
- P Steigung
- R Rundungsradius = $0,14434P$

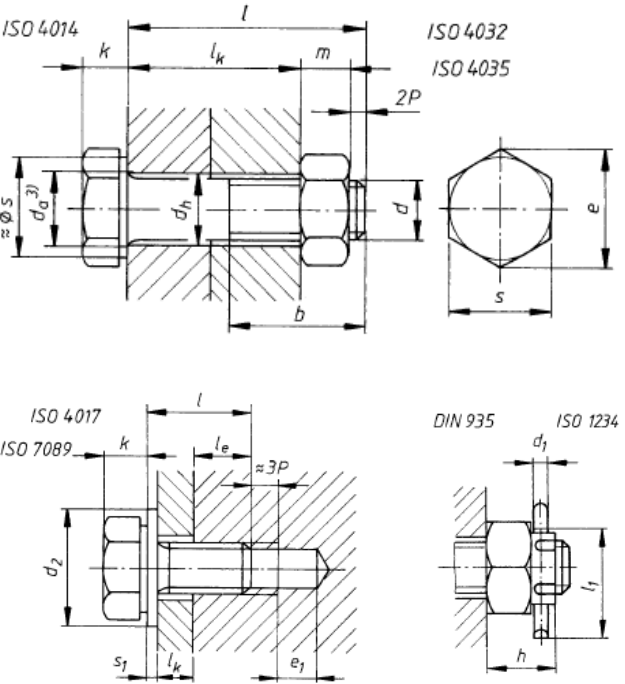
- A Schaftquerschnitt
- A_K Kernquerschnitt
- A_S Spannungsquerschnitt
- A_T Taillenquerschnitt
- d Außen- und Nenndurchmesser
- d_K Kerndurchmesser = $d - 1,22687P$
- d_S Spannungsdurchmesser = $0,5 (d_2 + d_3)$
- d_T Taillendurchmesser einer Dehnschraube = $0,9d_3$

d_S ... Bezugsgröße für Festigkeitsberechnungen

Regelgewinde											Taille	
Bezeichnung			d	P	d_2	d_K	A_K	d_s	A_s	A	d_T	A_T
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm	mm ²	mm ²	mm	mm ²
M 4	M 4,5		4	0,7	3,545	3,141	7,75	3,343	8,78	12,6	2,8	6,1
			4,5	0,75	4,013	3,580	10,0	3,797	11,3	15,9	3,2	8,0
M 5			5	0,8	4,480	4,019	12,7	4,250	14,2	19,6	3,6	10,2
M 6			6	1,0	5,350	4,773	17,9	5,062	20,1	28,3	4,3	14,5
M 8		M 7	7	1,0	6,350	5,773	26,2	6,062	28,9	38,5	5,2	21,2
		M 9	8	1,25	7,188	6,466	32,8	6,827	36,6	50,3	5,8	26,4
M 10			9	1,25	8,188	7,466	43,8	7,827	48,1	63,6	6,7	35,2
			10	1,5	9,026	8,160	52,3	8,593	58,0	78,5	7,3	41,9
M 12		M 11	11	1,5	10,026	9,160	65,9	9,593	72,3	95,0	8,2	52,8
		12	1,75	10,863	9,853	76,3	10,358	84,3	113	9	63,6	
M 16	M 14		14	2,0	12,701	11,546	105	12,124	115	154	10	78,5
	16	2,0	14,701	13,546	144	14,124	157	201	12	113		
M 20	M 18		18	2,5	16,376	14,933	175	15,655	192	254	13	133
	20	2,5	18,376	16,933	225	17,655	245	314	15	177		
M 24	M 22		22	2,5	20,376	18,933	282	19,655	303	380	17	227
	24	3,0	22,051	20,319	324	21,185	352	452	18	254		
M 30	M 27		27	3,0	25,051	23,319	427	24,185	459	573	21	346
	30	3,5	27,727	25,706	519	26,717	561	707	23	415		

Feingewinde											Taille	
Bezeichnung			d	P	d_2	d_K	A_K	d_s	A_s	A	d_T	A_T
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm	mm ²	mm ²	mm	mm ²
M 8 × 1			8	1,0	7,35	6,773	36,0	7,061	39,2	50,3	6,0	28,3
			10	0,75	9,513	9,080	64,7	9,296	67,9	78,5	8,2	52,8
M 10 × 0,75			10	1,25	9,188	8,466	56,3	8,827	61,2	78,5	7,6	45,4
			12	1,0	11,350	10,773	91,1	11,061	96,1	113	9,7	73,9
M 12 × 1			12	1,25	11,188	10,466	86,0	10,827	92,1	113	9,4	69,4
			14	1,0	13,350	12,773	128	13,061	134	154	11,5	104
M 14 × 1			14	1,5	13,026	12,160	116	12,593	125	154	11	95
			15	1,0	14,350	13,773	149	14,061	155	177	12,5	123
M 16 × 1			16	1,0	15,350	14,773	171	15,061	178	201	13	133
			16	1,5	15,026	14,160	157	14,593	167	201	12,5	123
M 18 × 1			17	1,0	16,350	15,773	195	16,061	203	227	14	154
			18	1,0	17,350	16,773	221	17,061	229	254	15	177
M 20 × 1			18	1,5	17,026	16,160	205	16,593	216	254	14,5	165
			20	1,0	19,350	18,773	277	19,061	285	314	17	227
M 22 × 1			20	1,5	19,026	18,160	259	18,593	271	314	16	201
			22	1,0	21,350	20,773	339	21,061	348	380	18,5	269
M 24 × 1,5			22	1,5	21,026	20,160	319	20,593	333	380	18	254
			24	1,5	23,026	22,160	386	22,593	401	452	20	314
M 25 × 1,5			24	2,0	22,701	21,546	365	22,123	384	452	19	283
			25	1,5	24,026	23,160	421	23,593	437	491	20,5	330
M 27 × 1,5			27	1,5	26,026	25,160	497	25,593	514	573	22,5	398
			27	2,0	25,701	24,546	479	25,123	496	573	22	380
M 30 × 1,5			30	1,5	29,026	28,160	623	28,593	643	707	25	491
			30	2,0	28,701	27,546	596	28,123	621	707	24,5	471

▪ **Konstruktionsmaße**
für Verbindungen mit
Sechskantschrauben:
 Schrauben, Scheiben und
 Muttern,
 Maße in mm



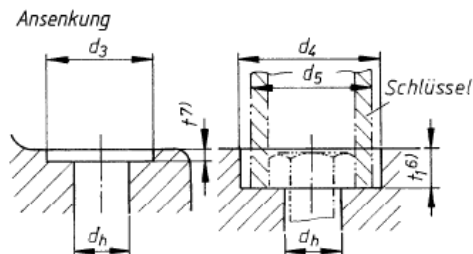
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
DIN EN ISO DIN EN DIN	4014, 4032 u.a. 475, ISO 272		4014	4014	4017	4014	4014	4032	4035		1234	7089, 7090	
Gewinde	Schlüsselweite SW	Eckenmaß	Kopfhöhe	Nennlängenbereich	Nennlängenbereich	Gewindelänge für $l \leq 125$ mm	Gewindelänge für $l > 125$ bis 200 mm	Mutterhöhe Typ 1	Mutterhöhe niedrige Form	Kronenmutter	Splint		Scheiben
d	s	e	k	$l^{1)}$	$l^{1)}$	b	b	$m^{2)}$	m	h	$d_1 \times l_1$	d_2	s_1
M 3	5,5	6,01	2	20 ... 30	6 ... 30	12	18	2,4	1,8	-	-	7	0,5
M 4	7	7,66	2,8	25 ... 40	8 ... 40	14	20	3,2	2,2	5	1 × 10	9	0,8
M 5	8	8,79	3,5	25 ... 50	10 ... 50	16	22	4,7	2,7	6	1,2 × 12	10	1
M 6	10	11,05	4	30 ... 60	12 ... 60	18	24	5,2	3,2	7,5	1,6 × 14	12	1,6
M 8	13	14,38	5,3	40 ... 80	16 ... 80	22	28	6,8	4	9,5	2 × 16	16	1,6
M10	16	17,77	6,4	45 ... 100	20 ... 100	26	32	8,4	5	12	2,5 × 20	20	2
M12	18	20,03	7,5	50 ... 120	25 ... 120	30	36	10,8	6	15	3,2 × 22	24	2,5
M14	21	23,38	8,8	60 ... 140	30 ... 140	34	40	12,8	7	16	3,2 × 25	28	2,5
M16	24	26,75	10	65 ... 160	30 ... 200	38	44	14,8	8	19	4 × 28	30	3
M20	30	33,53	12,5	80 ... 200	40 ... 200	46	52	18	10	22	4 × 36	37	3
M24	36	39,98	15	90 ... 240	50 ... 200	54	60	21,5	12	27	5 × 40	44	4
M30	46	51,28	18,7	110 ... 300	60 ... 200	66	72	25,6	15	33	6,3 × 50	56	4
M36	55	61,31	22,5	140 ... 360	70 ... 200	-	84	31	18	38	6,3 × 63	66	5

1) Stufung der Längen l : ... 6 8 10 12 16 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 ... 500.
 2) Höhere Abstreiffestigkeit durch größere Mutterhöhen nach DIN EN ISO 4033 mit $m/d \approx 1$.
 3) Übergangsdurchmesser d_a begrenzt den max. Übergang des Radius in die ebene Kopfaufgabe. Nach DIN 267 T2 gilt allgemein für die Produktklassen $A(m)$ und $B(mg)$ bis M18: $d_a =$ Durchgangsloch „mittel“ + 0,2 mm und für M20 bis M39: $d_a =$ Durchgangsloch „mittel“ + 0,4 mm. Für die Produktklasse $C(g)$ gelten die gleichen Formeln mit Durchgangsloch „grob“.
 4) Für Schrauben der hauptsächlich verwendeten Produktklasse $A(m)$ Reihe „mittel“ ausführen, damit $d_h \approx d_a$.

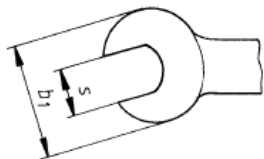
▪ **Konstruktionsmaße**
für Verbindungen mit
Sechskantschrauben:
 Bohrungen, Senkungen und
 Werkzeuge

Maße in mm

Senkungen für normale Sechskantschrauben
 und -muttern nach DIN 974 T2



DIN 3110

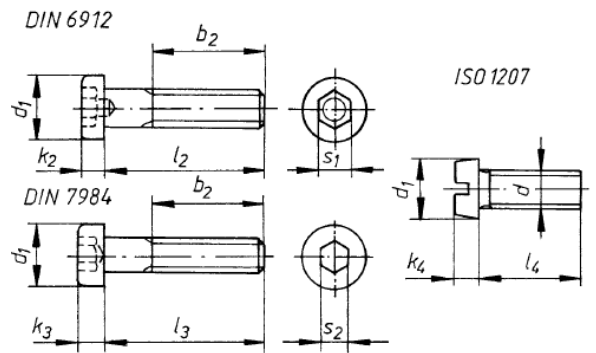
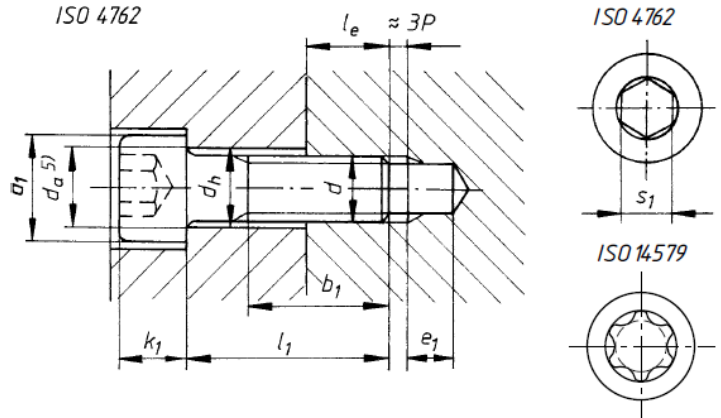


15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
20273				76	3129	3110	974T2					DIN EN ISO DIN EN DIN
Durchgangsloch ⁴⁾ Reihe							Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3			
fein	mittel	grob	Kopf- bzw. Mutterauflage- fläche in mm ²	Grundlochüberhang (Regel)	Steckschlüsseinsatz Außendurchmesser	Maulschlüsselbreite	für Steckschlüssel, Steckschlüsselein- sätze nach DIN 3124	für gekröpfte Ringschlüssel, Steckschlüsselein- sätze nach DIN 3129	für Ansenkungen bei beeinträchtigten Raumverhältnissen	für Schrauben ISO 4014 und ISO 4017 ohne Unterlegteile	für Mutterm ISO 4032 und ISO 4035 ohne Unterlegteile und Gewindeüberstand	Gewinde
d_h	d_h	d_h	A_p ⁵⁾	e_1	d_5	b_1	d_3	d_3	d_3	t_1	t_1	d
3,2	3,4	3,6	7,5	2,8	9,7	19	11	11	9	2,6	2,8	M 3
4,3	4,5	4,8	11,4	3,8	12,8	20	13	15	10	3,4	3,6	M 4
5,3	5,5	5,8	13,6	4,2	15,3	22	15	18	11	4,1	5,1	M 5
6,4	6,6	7	28	5,1	17,8	27	18	20	13	4,6	5,6	M 6
8,4	9	10	42	6,2	21,5	34	24	26	18	6,1	7,4	M 8
10,5	11	12	72,3	7,3	27,5	38	28	33	22	7,3	9	M10
13	13,5	14,5	73,2	8,3	32,4	44	33	36	26	8,4	11,4	M12
15	15,5	16,5	113	9,3	36,1	49	36	43	30	9,7	13,4	M14
17	17,5	18,5	157	9,3	42,9	56	40	46	33	10,9	15,4	M16
21	22	24	244	11,2	50,4	66	46	54	40	13,4	18,4	M20
25	26	28	356	13,1	64,2	80	58	73	48	16,1	22,3	M24
31	33	35	576	15,2	76,7	96	73	82	61	20,1	26,6	M30
37	39	42	856	16,8	87,9	-	82	93	73	23,9	32	M36

- 5) Ringförmige Auflagefläche ermittelt mit dem Minstdurchmesser d_w der Auflagefläche und dem Durchgangsloch Reihe „mittel“. Evtl. Anfassung des Durchgangsloches abziehen!
- 6) Die Senktiefe für bündigen Abschluss ergibt sich aus der Summe der Maximalwerte von Kopfhöhe der Schraube und Höhe der Unterlegteile sowie einer Zugabe von: 0,4 mm für M3 bis M6; 0,6 mm für M8 bis M20; 0,8 mm für M24 bis M27 und 1,0 mm ab M30.
Die Senktiefe auf der Mutterseite ist unter Einbeziehung des Überstandes des Schraubenendes in geeigneter Weise festzulegen.
- 7) t braucht nicht größer zu sein, als zur Herstellung einer spanend erzeugten und rechtwinklig zur Achse des Durchgangsloches stehenden Kreisfläche notwendig ist.

▪ **Konstruktionsmaße für Verbindungen mit Zylinderschrauben**

Maße in mm



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
DIN EN ISO		4762			1207	4762		¹¹⁾	4762			1207	4762 10 642		4762	
DIN			6912	7984		6912	7984			6912	7984			6912 7984	6912	
Gewinde		Kopfhöhe				Schlüsselweite			Nennlängenbereich ¹⁾							
	Kopfdurchmesser							Innensechsrund						Gewindelänge	Gewindelänge für l ≤ 125	Kopflauf- fläche in mm ²
d	d ₁	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	s ₁	s ₂	Nr.	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	b ₁	b ₂ ²⁾	A _p ³⁾	
M 3	5,5	3		2	2	2,5	2	10	5 ... 30		5 ... 20	4 ... 30	18	12	11,1	
M 4	7	4	2,8	2,8	2,6	3	2,5	20	6 ... 40	10 ... 50	6 ... 25	5 ... 40	20	14	17,6	
M 5	8,5	5	3,5	3,5	3,3	4	3	25	8 ... 50	10 ... 60	8 ... 30	6 ... 50	22	16	26,9	
M 6	10	6	4	4	3,9	5	4	30	10 ... 60	10 ... 70	10 ... 40	8 ... 60	24	18	34,9	
M 8	13	8	5	5	5	6	5	45	12 ... 80	12 ... 80	12 ... 80	10 ... 80	28	22	55,8	
M10	16	10	6,5	6	6	8	7	50	16 ... 100	16 ... 90	16 ... 100	12 ... 80	32	26	89,5	
M12	18	12	7,5	7	—	10	8	55	20 ... 120	16 ... 100	20 ... 80	—	36	30	90	
M14	21	14	8,5	8	—	12	10	60	25 ... 140	20 ... 120	30 ... 80	—	40	34	131	
M16	24	16	10	9	—	14	12	70	25 ... 160	20 ... 140	30 ... 80	—	44	38	181	
M20	30	20	12	11	—	17	14	90	30 ... 200	30 ... 180	30 ... 100	—	52	46	274	
M24	36	24	14	13	—	19	17	—	35 ... 200	60 ... 200	40 ... 100	—	60	54	421	
M30	45	30	17,5	—	—	22	—	—	40 ... 200	70 ... 200	—	—	72	66	638	

- 1) Stufung der zu bevorzugenden Längen, in () nur für DIN EN ISO 4762, DIN 7984, DIN EN ISO 1207 und DIN EN ISO 2009: 3 4 5 6 8 10 12 16 20 25 30 35 40 (45) 50 (55) 60 (65 nur DIN EN ISO 4762) 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 180 200, über l = 200 mm dann weiter von 20 zu 20.
- 2) Für l > 125 bis 200: b₂ = 2d + 12, für l > 200: b₂ = 2d + 25.
- 3) Ringförmige Auflagefläche ermittelt mit dem Mindestauflagedurchmesser des Kopfes und Durchgangsloch Reihe „mittel“. Lochanfasung ggf. abziehen!
- 4) Bis zu den Längen in () werden die Senkschrauben mit Gewinde bis Kopf gefertigt.
- 5) s. TB 8-8 unter ³⁾.
- 6) Ausführung „mittel“ (m) für Durchgangslöcher Reihe „mittel“, für s ≤ t₁ ist das Anschlussstück ggf. nachzusenden.
- 7) s. TB 8-8 unter ⁴⁾.
- 8) Reihe 1: Schrauben nach DIN EN ISO 1207, DIN EN ISO 4762, DIN 6912, DIN 7984, DIN EN ISO 14579 und DIN EN ISO 14580 ohne Unterlegteile;
Reihe 4: Schrauben mit Zylinderkopf und Scheiben DIN EN ISO 7092 und DIN EN ISO 10673 Form S;
Reihe 5: Schrauben mit Zylinderkopf und Scheiben DIN EN ISO 7089, DIN EN ISO 7090 und DIN EN ISO 10673 Form S;
Reihe 6: Schrauben mit Zylinderkopf und Spannscheiben DIN 6796 und DIN 6908.
- 9) s. TB 8-8 unter ⁶⁾.
- 10) auch für DIN EN ISO 2010, 1482, 1483, 7046, 7047, 7050, 7051, 14584, 14586, 14587, 15482, 15483
- 11) DIN EN ISO 14579: Die Abmessungen der Innensechsrundschrauben (Torx-Schrauben) sind identisch mit DIN EN ISO 4762, bis auf die Abmessungen des Innensechsrund, s. DIN EN ISO 10664.

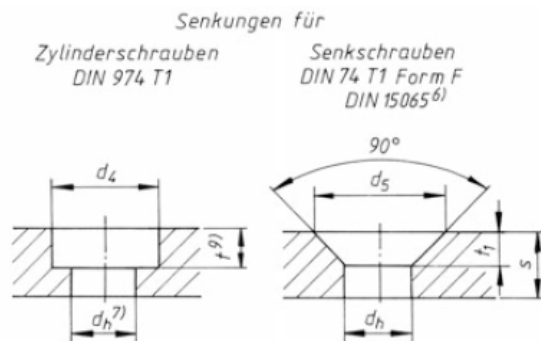
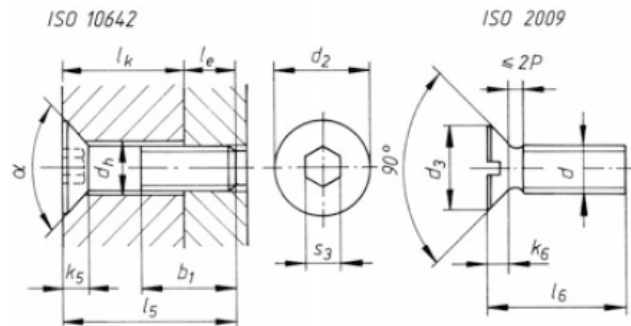
▪ **Konstruktionsmaße**
für Verbindungen mit

Senkschrauben:

Senkschrauben, Senkungen für
Zylinder- und Senkschrauben

Maße in mm

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31					
10642	2009	10642	2009	10642	10642	2009	974T1				15065	74T1	15065	74T1		DIN EN ISO DIN			
Kopfdurchmesser		Kopfhöhe		Schlüsselweite	Nennlängenbereich ^{1) 4)}		Senkdurchmesser ⁸⁾				für DIN EN ISO 2009 ¹⁰⁾		für DIN EN ISO 10642		für DIN EN ISO 2009		für DIN EN ISO 10642		Gewinde
d_2	d_3	k_5	k_6		s_3	l_5	l_6	Reihe 1	Reihe 4	Reihe 5	Reihe 6	d_5	d_5	$\approx t_1$	$\approx t_1$	d			
6,72	5,5	1,86	1,65	2	8 ... 30 (25)	5 ... 30 (30)	6,5	7	9	8	6,3	7,5	1,6	1,8	M3				
8,96	8,4	2,48	2,7	2,5	8 ... 40 (25)	6 ... 40 (40)	8	9	10	10	9,4	10	2,6	2,4	M4				
11,2	9,3	3,1	2,7	3	8 ... 50 (30)	8 ... 50 (45)	10	11	13	13	10,4	12,5	2,6	3,1	M5				
13,44	11,3	3,72	3,3	4	8 ... 60 (35)	8 ... 60 (45)	11	13	15	15	12,6	14,5	3,1	3,6	M6				
17,92	15,8	4,96	4,65	5	10 ... 80 (45)	10 ... 80 (45)	15	16	18	20	17,3	19	4,3	4,6	M8				
22,4	18,3	6,2	5	6	12 ... 100 (50)	12 ... 80 (45)	18	20	24	24	20	23,5	4,7	6	M10				
26,88	—	7,44	—	8	20 ... 100 (60)	—	20	24	26	33	—	28	—	7	M12				
—	—	8,4	—	—	25 ... 100 (65)	—	24	26	30	40	—	32	—	8	M14				
33,6	—	8,8	—	10	30 ... 100 (70)	—	26	30	33	43	—	35	—	8,5	M16				
40,32	—	10,16	—	12	35 ... 100 (90)	—	33	36	40	48	—	41,5	—	9,5	M20				
—	—	—	—	—	—	—	40	43	48	58	—	—	—	—	M24				
—	—	—	—	—	—	—	50	54	61	73	—	—	—	—	M30				



1.4 Begleitendes Berechnungsbeispiel

▪ Hydraulikzylinder mit verschraubtem Kolben

- Der Hydraulikzylinder ist Teil einer Presse mit 300 Arbeitstakten pro Stunde. Der Innendruck beträgt maximal

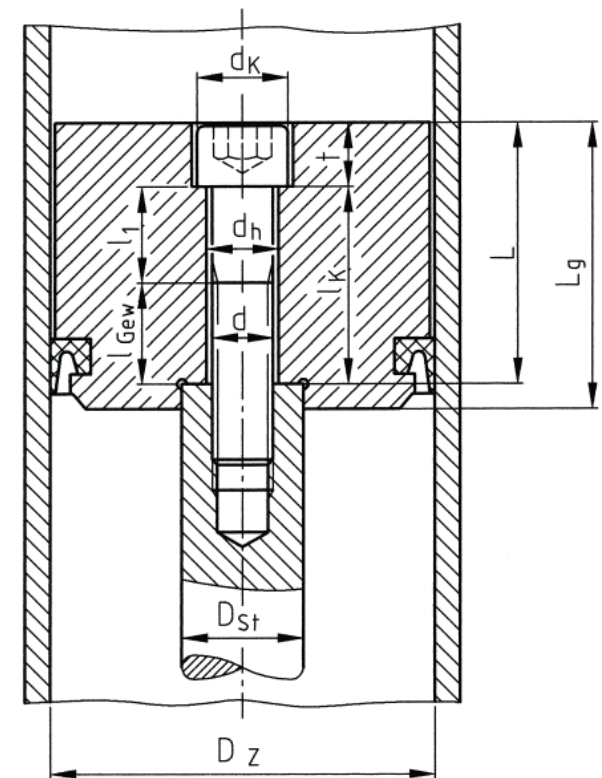
$$p_{\max} = 5,5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Bei Entlastung der Schraube soll eine Restklemmkraft von

$$F_{\text{KR min}} = 10^3 \text{ N}$$

wirken, um die Dichtfunktion sicherzustellen.

- Kolbenwerkstoff: 16MnCr5
- Kolbenstange: C45
- Oberflächenrauheiten: $R_z = 16 \mu\text{m}$
- Reibungszahl im Gewinde: $\mu_G = 0,1$
- Anziehen mit anzeigendem Drehmomentenschlüssel



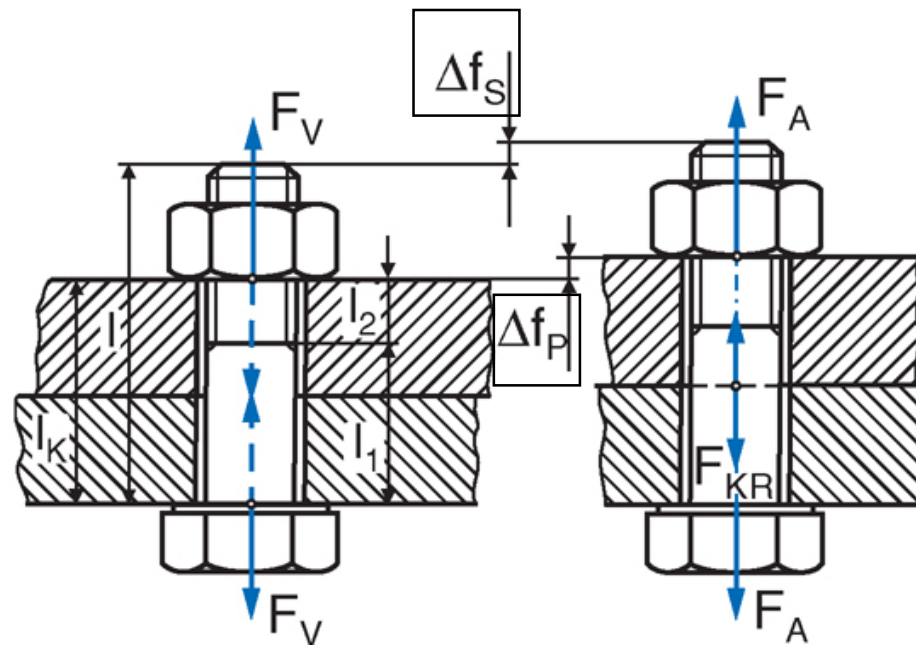
$$L_g = 60 \text{ mm} \quad D_{\text{St}} = 25 \text{ mm}$$

$$L = 55 \text{ mm} \quad D_z = 80 \text{ mm}$$

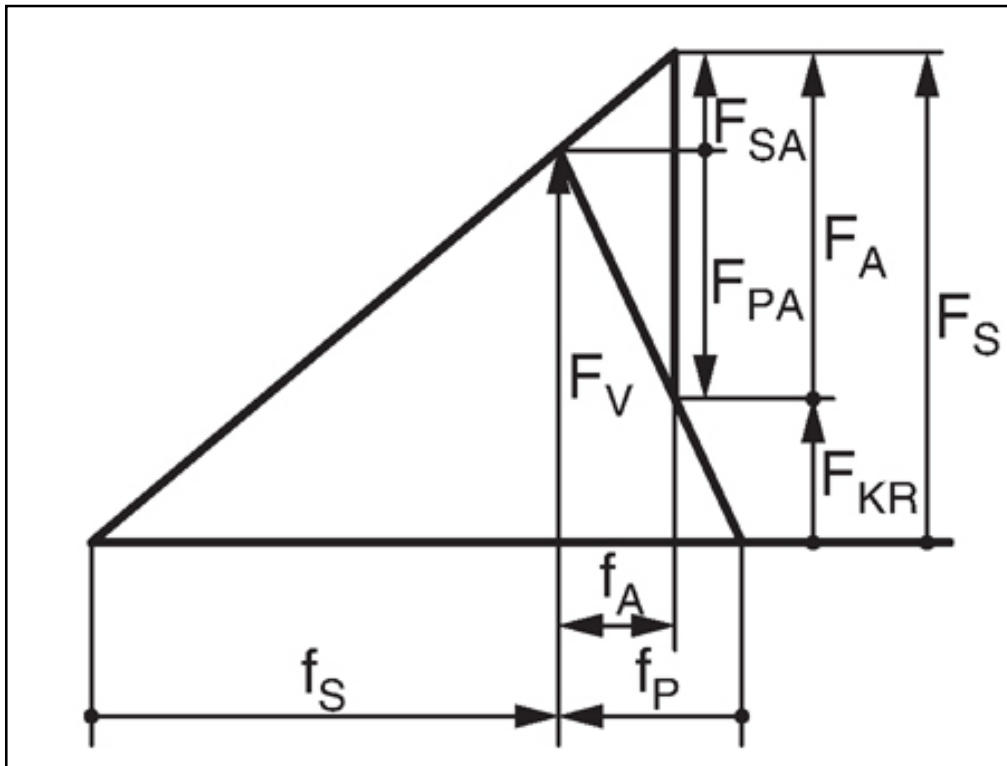
2. Kraft- und Verformungsanalyse

2.1 Statische Betriebskraft, Kraftverhältnis

- Annahme: Die Betriebskräfte wirken zunächst an den Außenflächen der verspannten Teile.
- **Zugbelastung**
 - Durch eine Zugkraft F_A wird die Schraube um f_A weiter gedehnt und die Stauchung der Platten wird um f_A verringert.



- Verspannungsschaubild bei Zuglast



$$F_S = F_V + F_{SA}$$

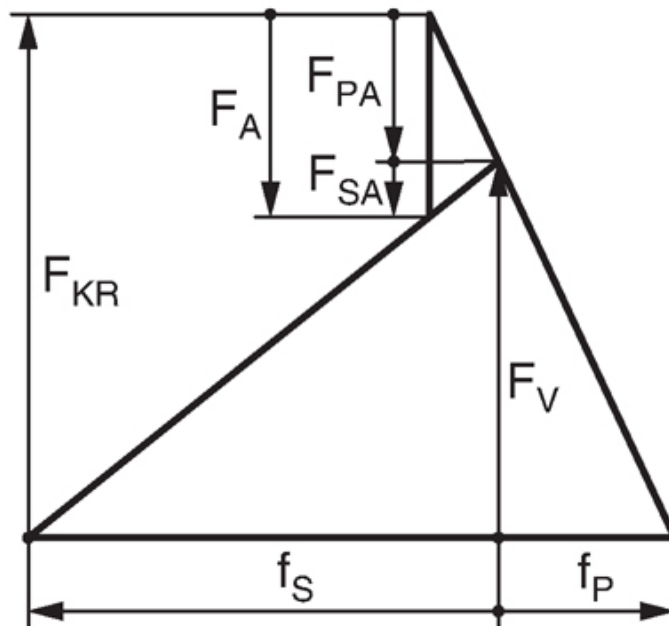
$$F_{SA} = F_A - F_{PA}$$

$$F_{KR} = F_V - F_{PA}$$

- F_S ... Gesamtschraubenkraft
 F_{SA} ... Schraubenzusatzkraft (infolge F_A)
 F_{PA} ... Plattenentlastungskraft
 F_{KR} ... Restklemmkraft

▪ Druckbelastung

- Durch eine Druckkraft F_A wird die Schraube um f_A entspannt und die Stauchung der Platten wird um f_A vergrößert.
- Es gelten dieselben Zusammenhänge wie bei Zugbelastung, nur dass nun F_A und deren Anteile F_{SA} und F_{PA} negativ eingehen.



$$F_S = F_V - F_{SA}$$

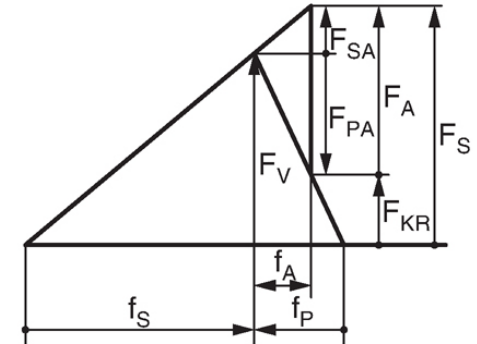
$$F_{SA} = F_A - F_{PA}$$

$$F_{KR} = F_V + F_{PA}$$

▪ Kraftverhältnis

- Es gilt nun zu ermitteln, welcher Anteil der Betriebskraft F_A auf die Schraube und welcher auf die Platten entfällt, d.h. gesucht sind F_{SA} und F_{PA} .
- Dazu wird das Kraftverhältnis Φ_K definiert:

$$\Phi_K = \frac{F_{SA}}{F_A}$$



- Die Anstiege der Geraden im Verspannungsschaubild sind die Steifigkeiten von Schraube bzw. Platten und damit der Kehrwert deren *Nachgiebigkeiten* $\delta = 1/c$. Es gilt also:

$$F_{SA} = \frac{1}{\delta_S} \cdot f_A \quad F_{PA} = \frac{1}{\delta_P} \cdot f_A \quad F_A = F_{SA} + F_{PA} \quad \Rightarrow \quad F_A = \left(\frac{1}{\delta_S} + \frac{1}{\delta_P} \right) \cdot f_A$$

- Und damit:

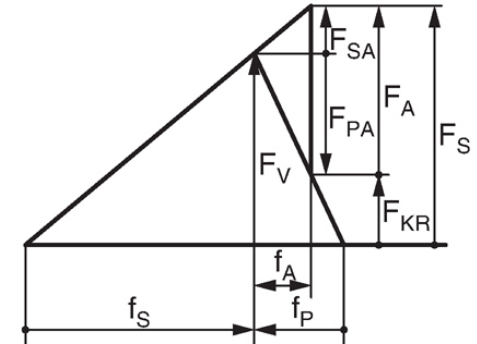
$$\Phi_K = \frac{F_{SA}}{F_A} = \frac{\frac{1}{\delta_S} \cdot f_A}{\left(\frac{1}{\delta_S} + \frac{1}{\delta_P} \right) \cdot f_A} = \frac{1}{\delta_S} \cdot \frac{\delta_S \cdot \delta_P}{\delta_S + \delta_P} = \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$$

- Es folgt also:
 - Schraubenzusatzkraft

$$F_{SA} = \Phi_K \cdot F_A$$

- Plattenentlastungskraft

$$F_{PA} = (1 - \Phi_K) \cdot F_A = F_A - F_{SA}$$



- Verwendet man anstelle der Nachgiebigkeiten δ die Steifigkeiten (bzw. Federkennraten) c , so lässt sich das Kraftverhältnis darstellen als

$$\Phi_K = \frac{1}{1 + \frac{c_P}{c_S}}$$

- Mit Kenntnis des Kraftverhältnisses Φ_K und damit der Aufteilung der Betriebslast F_A lassen sich die maximale Schraubenkraft F_S und die Restklemmkraft F_{KR} ermitteln:

$$F_S = F_V + \Phi_K \cdot F_A$$

$$F_{KR} = F_V - (1 - \Phi_K) \cdot F_A$$

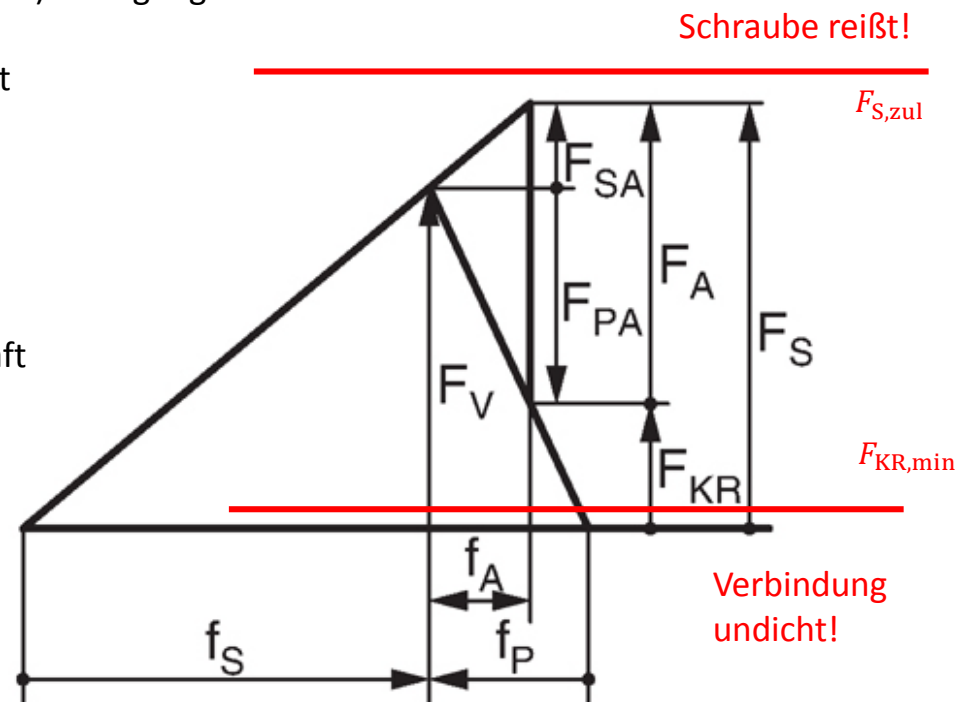
- Damit gelten bei Zugbelastung folgende (Grenz-)Bedingungen:

- Einhaltung der zulässigen Schraubenkraft

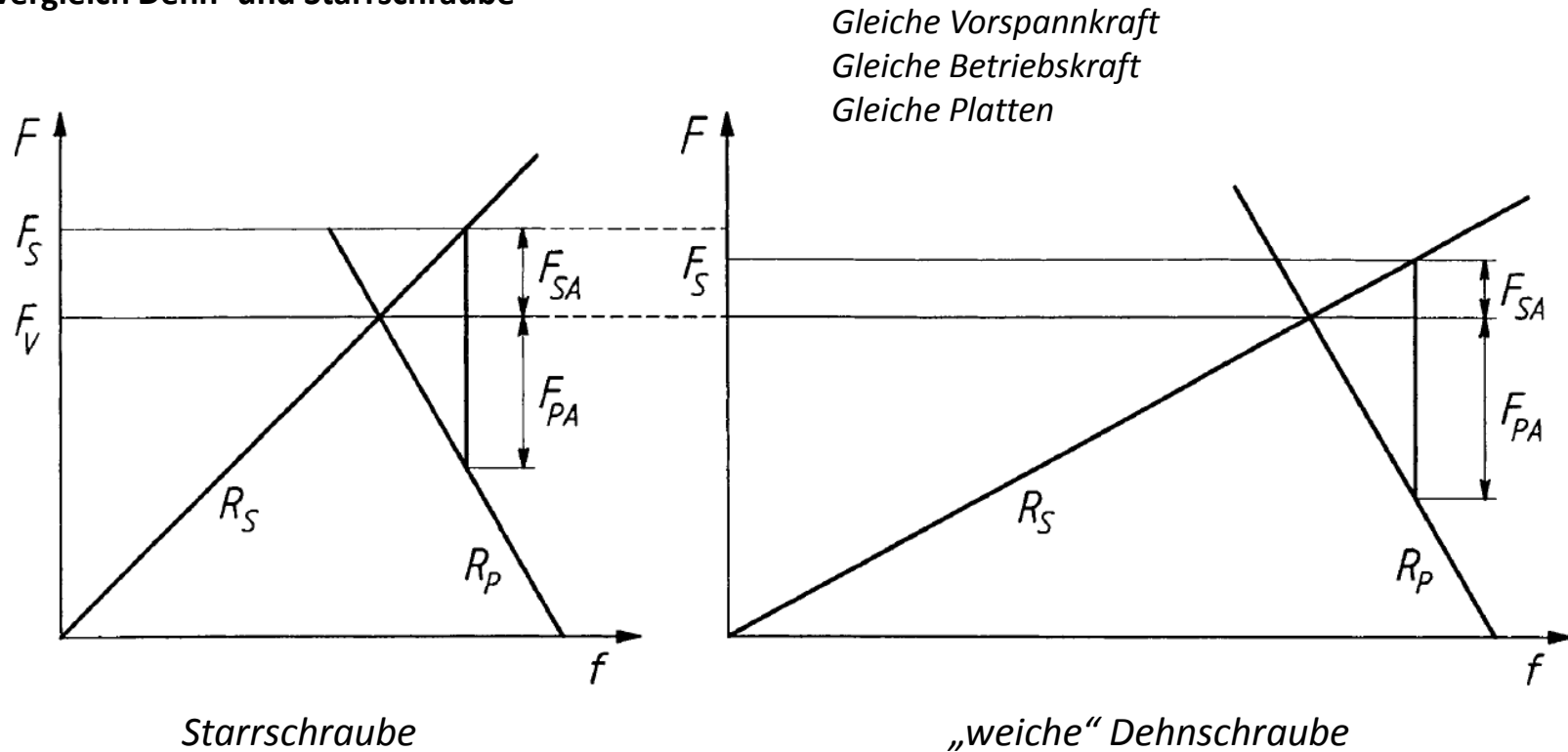
$$F_S \leq F_{S \text{ zul}}$$

- Einhaltung der minimalen Restklemmkraft
(z.B. bei Verwendung einer Dichtung)

$$F_{KR} \geq F_{KR \text{ min}}$$



▪ Vergleich Dehn- und Starrschraube



- Die Schraubenzusatzkraft F_{SA} ist bei Dehnschrauben geringer
- Weitere Möglichkeit der Reduzierung von F_{SA} : steife Platten
Aber: Restklemmkraft beachten!
- Zuordnung Schadensfall: Starrschraube → Reißen; Dehnschraube → Undichtigkeit

2.2 Dynamische Betriebskraft

▪ Grundlegendes

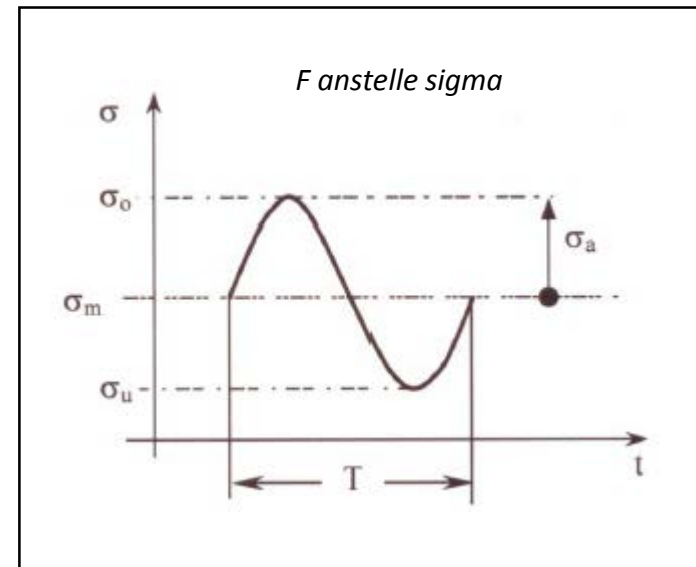
- Betriebskraft schwankt zwischen Oberlast F_{Ao} und Unterlast F_{Au}

– Mittellast

$$F_{Am} = \frac{F_{Ao} + F_{Au}}{2}$$

– Lastamplitude

$$F_{Aa} = \frac{F_{Ao} - F_{Au}}{2}$$



→ Schraubenzusatzkraft schwankt zwischen F_{SAu} und F_{SAo}

(Zusammenhang zwischen Betriebslast und Schraubenzusatzkraft wie bei statischer Last über Kraftverhältnis)

– Mittlere Schraubenzusatzkraft

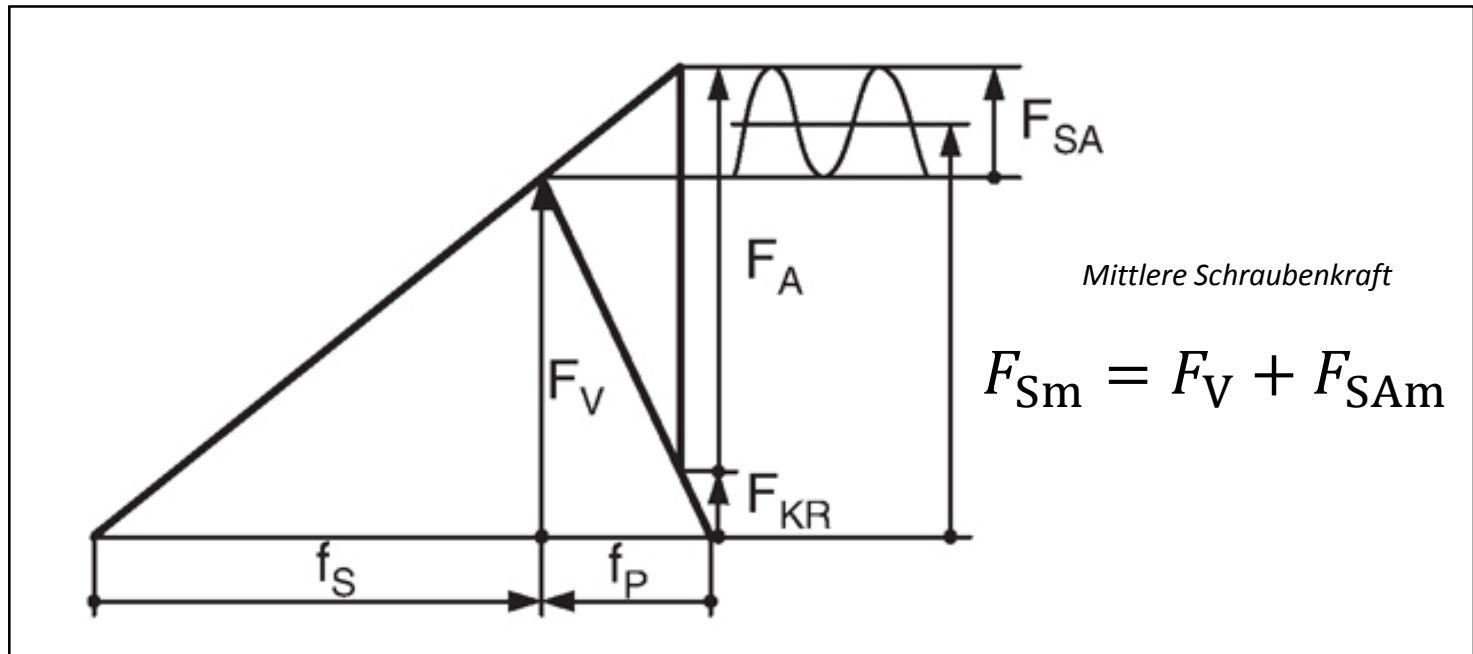
$$F_{SAM} = \Phi_K \cdot F_{Am} = \Phi_K \cdot \frac{F_{Ao} + F_{Au}}{2}$$

– Amplitude der Schraubenzusatzkraft

$$F_{SAa} = \Phi_K \cdot F_{Aa} = \Phi_K \cdot \frac{F_{Ao} - F_{Au}}{2}$$

▪ Betriebskraft im Zugschwellbereich

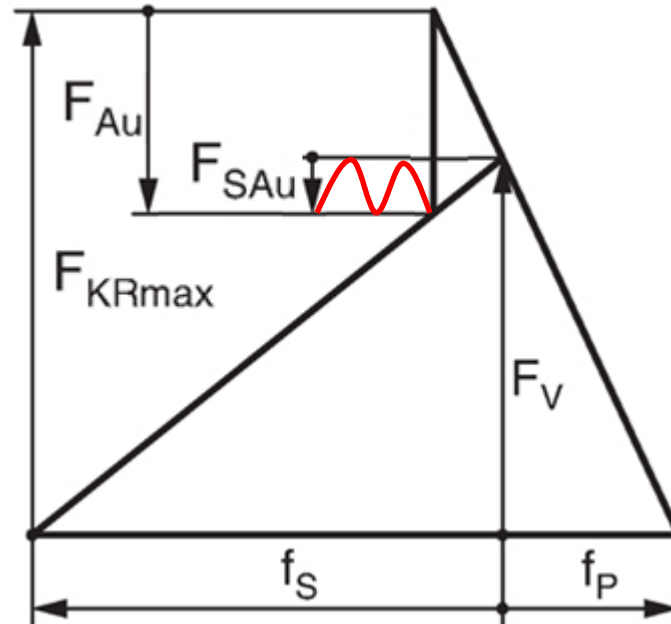
- Betriebskraft schwankt zwischen $F_{Ao} > 0$ und $F_{Au} = 0$



- Schraubenzusatzkraft schwankt zwischen $F_{SAo} > 0$ und $F_{SAu} = 0$
- Klemmkraft schwankt zwischen F_V und F_{KR}

▪ Betriebskraft im Druckschwellbereich

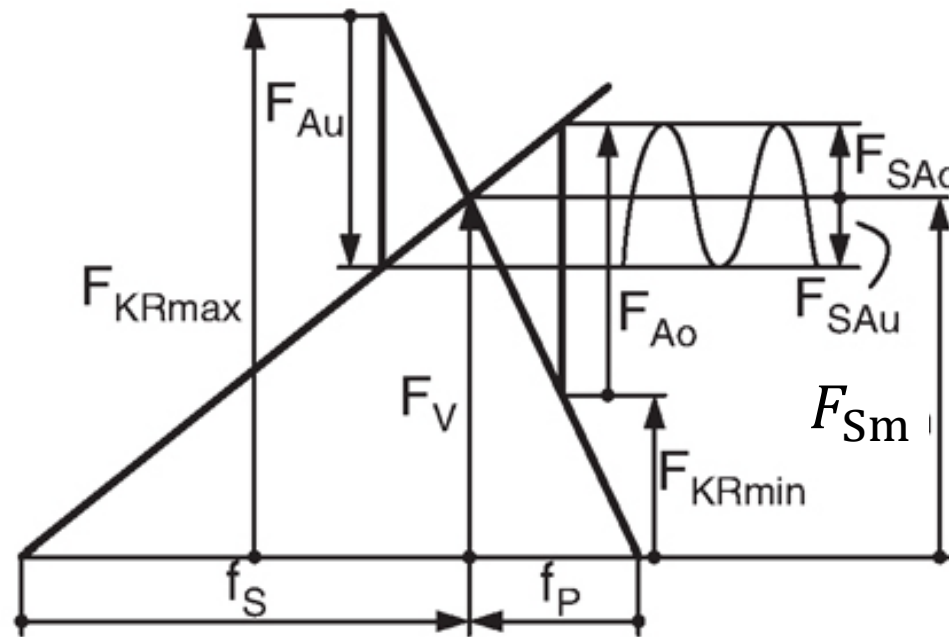
- Betriebskraft schwankt zwischen $F_{Ao} = 0$ und $F_{Au} < 0$



- Schraubenzusatzkraft schwankt zwischen $F_{SA0} = 0$ und $F_{SAu} < 0$
- Klemmkraft schwankt zwischen F_{KRmax} und F_V

▪ Betriebskraft im Wechselbereich

- Betriebskraft schwankt zwischen $F_{Ao} > 0$ und $F_{Au} < 0$ mit $F_{Am} = 0$



Mittlere
Schraubenzusatzkraft

$$F_{SAm} = 0$$

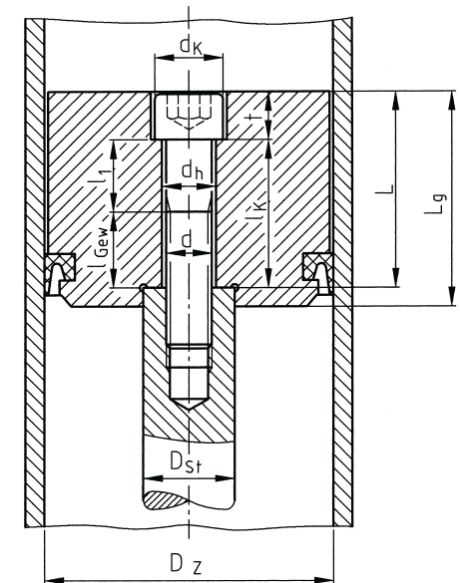
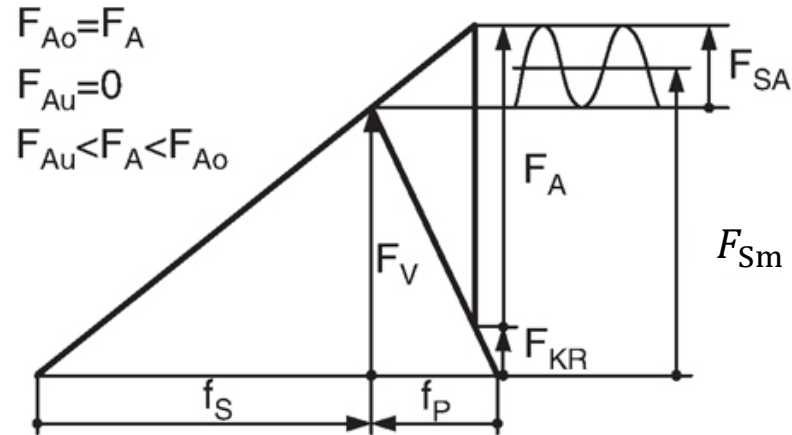
Mittlere
Schraubenzusatzkraft

$$F_{Sm} = F_V$$

- Schraubenzusatzkraft schwankt zwischen $F_{SAo} > 0$ und $F_{SAu} < 0$
- Klemmkraft schwankt zwischen F_{KRmax} und F_{KRmin}

▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

- Lastfall: schwellende Betriebslast



$$L_g = 60 \text{ mm} \quad D_{St} = 25 \text{ mm}$$

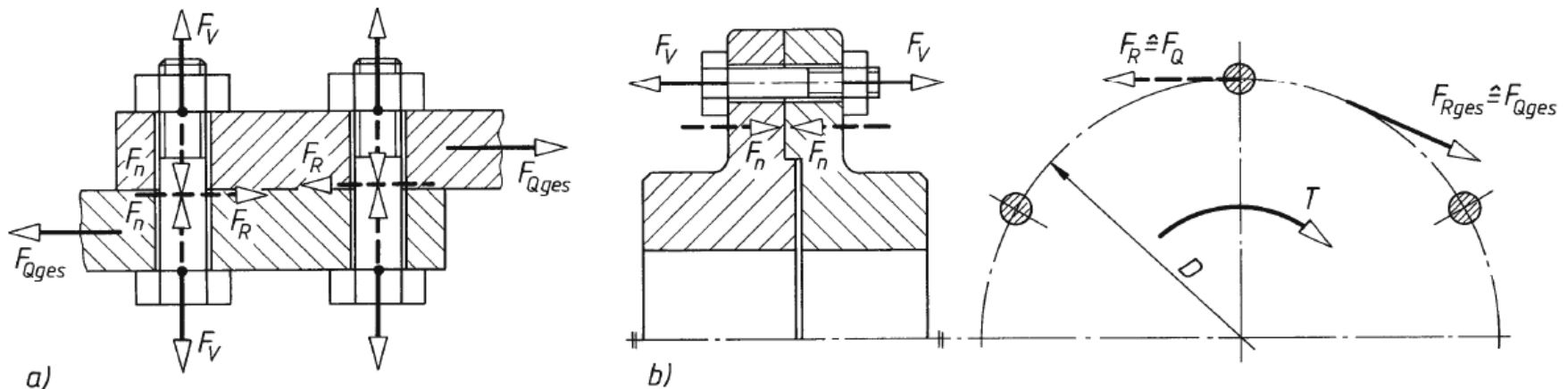
$$L = 55 \text{ mm} \quad D_z = 80 \text{ mm}$$

$$F_{A0} = p_{\max} \cdot A_{\text{wirk}} = p_{\max} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_z^2 - D_{St}^2) = 24,9 \text{ kN}$$

2.3 Statische oder dynamische Querkraft

▪ Kraftübertragung durch Reibschluss

- Anwendungsbeispiele



- Die Vorspannung der Schrauben muss so groß sein, dass die in der Trennfuge wirkende Reibkraft größer als die zu übertragende Querkraft ist.

$$F_R = \mu_{Tr} \cdot F_V > F_Q$$

μ_{Tr} ... Haftreibung in der Trennfuge

- Es wirken keine Kräfte in Schraubenlängsrichtung, d.h. keine Betriebskräfte

→ statische Schraubenbelastung

$$F_A = 0$$

→ Vorspannkraft entspricht Restklemmkraft

$$F_V = F_{KR}$$

- Aus der Forderung $F_R = \mu_{Tr} \cdot F_V > F_Q$ folgt:

$$F_V = F_{KR} = \frac{F_Q \cdot S_{H \min}}{\mu_{Tr} \cdot z}$$

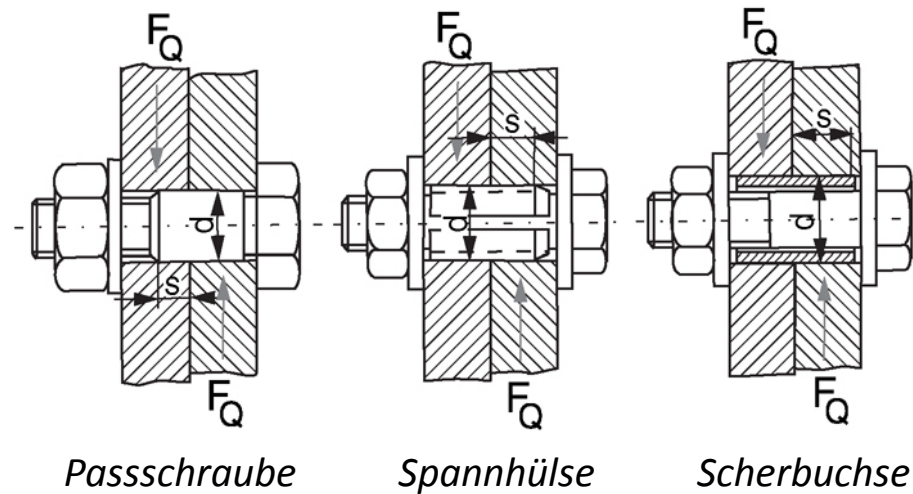
z ... Anzahl der Schrauben

$S_{H \min}$... Mindestsicherheit

Lastfall	ruhend		schwingend
Haftsicherheit S_H	$\approx 1,3$		$\approx 1,5$
Werkstoffpaarung	Stahl/Stahl	Stahl/Gusseisen Stahl/Bronze	Gusseisen/Gusseisen Gusseisen/Bronze
Haftreibungwert μ	0,15 ... 0,2	0,18 ... 0,25	0,22 ... 0,26

▪ Kraftübertragung durch Formschluss

- Alternativ zum Reibschluss kann eine Querkraft auch über Formschlusselemente übertragen werden.



- Die Auslegung erfolgt dann gegen Scherung:

$$\tau_a = \frac{F_Q}{A} \leq \tau_{a \text{ zul}}$$

- Eine Kombination aus Form- und Reibschluss ist zu vermeiden

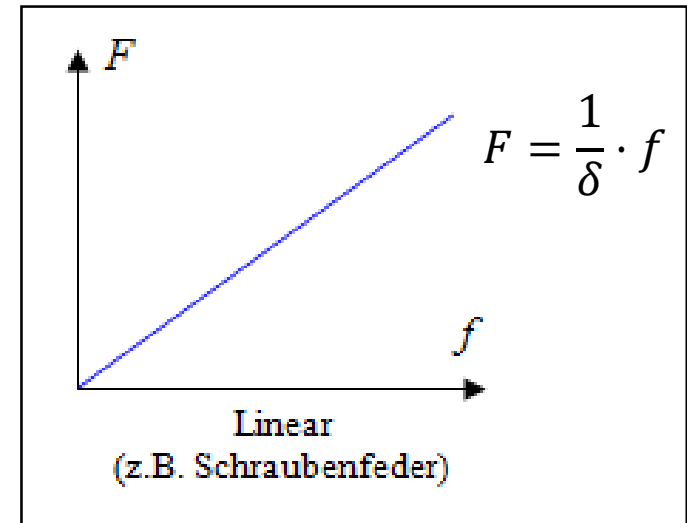
3 Berechnungsgrößen

3.1 Nachgiebigkeiten

- Hookesches Gesetz:

$$f = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{F} = \frac{1}{c} = \delta = \frac{l}{E \cdot A}$$

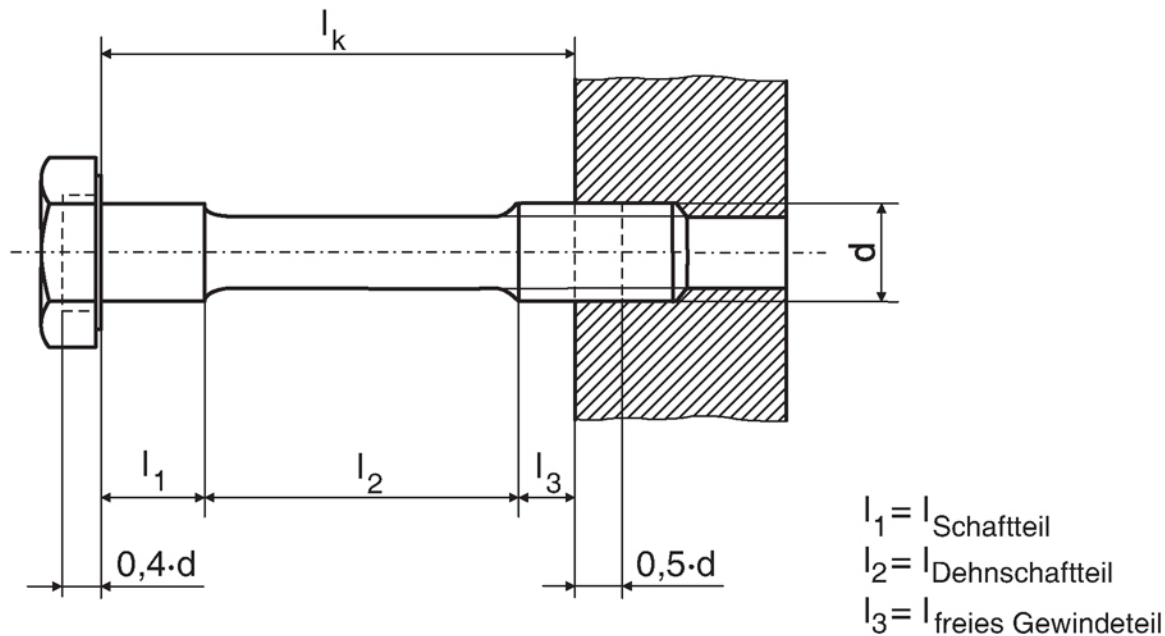
- Nachgiebigkeit δ ist Kehrwert der Dehnsteifigkeit
- E-Modul der Schraube: $E_S = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$
- Gesucht
 - Nachgiebigkeit der Schraube δ_S
 - Nachgiebigkeit der verspannten Platten δ_P



▪ Nachgiebigkeit der Schraube

→ Reihenschaltung unterschiedlicher Steifigkeiten

$$\delta_S = \delta_{\text{Kopf}} + \delta_{\text{Schaft}} + \delta_{\text{Dehnschaft}} + \delta_{\text{freiesGewinde}} + \delta_{\text{Gewindeeinschraubbereich}}$$



*Abschnitte der Schraube / Feder
innerhalb der Klemmlänge l_K*

$$\delta_{\text{Schaft}} = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}$$

$$\delta_{\text{Dehnschaft}} = \frac{l_2}{E_S \cdot A_T}$$

$$\delta_{\text{freiesGewinde}} = \frac{l_3}{E_S \cdot A_3}$$

$$A_N = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{Nennquerschnitt}$$

$$A_T = \frac{\pi}{4} d_T^2 \quad \text{Tailenquerschnitt}$$

$$A_3 = \frac{\pi}{4} d_3^2 \quad \text{Kernquerschnitt}$$

$$d_T \approx 0,9 d_3$$

- Auch die Bereiche außerhalb der Klemmlänge beeinflussen die Nachgiebigkeit der Schraube!

→ Erfahrungswerte / Versuchswerte

– Kopf

$$\delta_{K0} = \frac{l_{K0}}{E_S \cdot A_N} \quad l_{K0} = \begin{cases} 0,5 \cdot d & \text{für Sechskantschrauben} \\ 0,4 \cdot d & \text{für Innensechskantschrauben} \end{cases}$$

- Gewindeeinschraubbereich:

$$\delta_{GM} = \delta_{\text{eingeschraubtesGewinde}} + \delta_{\text{Mutter/Gewindebohrung}} = \boxed{\delta_G + \delta_M}$$

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_S \cdot A_3}$$

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}$$

$$l_G = 0,5 \cdot d$$

$$l_M = \begin{cases} 0,4 \cdot d & \text{für DSV} \\ 0,33 \cdot d & \text{für ESV} \end{cases} \quad E_M = \begin{cases} E_S & \text{für DSV} \\ E_P & \text{für ESV} \end{cases}$$

- Insgesamt

$$\delta_S = \sum_i \frac{l_i}{E_i \cdot A_i} = \frac{1}{E_S} \cdot \left(\frac{l_K}{A_N} + \frac{l_1}{A_N} + \frac{l_2}{A_T} + \frac{l_3}{A_K} + \frac{l_G}{A_K} \right) + \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}$$

▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

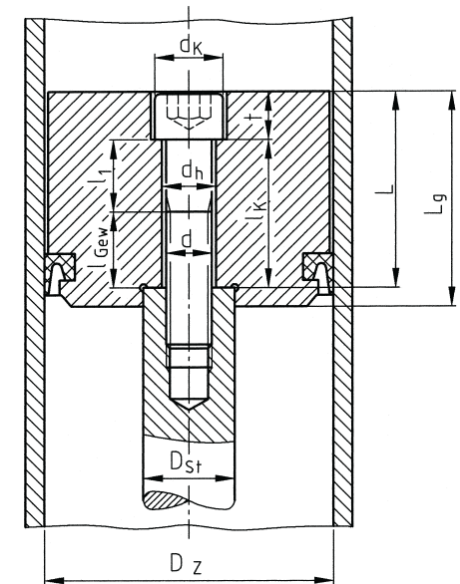
- Wahl der Schraube:

ISO 4762 – M12 x 60 – 12.9

→ Erläuterung später!

- Geometrische Größen

Einsenkung nach DIN 974	$t = 13 \text{ mm}$
Klemmlänge	$l_K = L - t = 42 \text{ mm}$
Schaftlänge	$l_1 = 24 \text{ mm}$
Länge des freien belasteten Gewindes	$l_{\text{Gew}} = l_K - l_1 = 18 \text{ mm}$
Bohrungsdurchmesser „mittel“ nach DIN ISO 273	$d_h = 13,5 \text{ mm}$
Steigung	$P = 1,75 \text{ mm}$
Flankendurchmesser	$d_2 = 10,863 \text{ mm}$
Kerndurchmesser	$d_3 = 9,85 \text{ mm}$
Kopfdurchmesser	$d_K = 18 \text{ mm}$
Auflagedurchmesser unter Kopf	$d_W = 17,23 \text{ mm}$
Kernquerschnitt	$A_{d_3} = 76,25 \text{ mm}^2$
Nennquerschnitt	$A_N = 113,1 \text{ mm}^2$
Spannungsquerschnitt	$A_S = 84,3 \text{ mm}^2$



$$L_g = 60 \text{ mm} \quad D_{\text{St}} = 25 \text{ mm}$$

$$L = 55 \text{ mm} \quad D_z = 80 \text{ mm}$$

- Nachgiebigkeit der Schraube

$$\delta_S = \delta_{\text{Kopf}} + \delta_{\text{Schaft}} + \delta_{\text{freiesGewinde}} + \delta_{\text{eingeschraubtesGewinde}} + \delta_{\text{Gewindebohrung}}$$

- Kopf

$$\delta_K = \frac{0,4 \cdot d}{E_S \cdot A_N}$$

- Schaft

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}$$

- Freies Gewinde

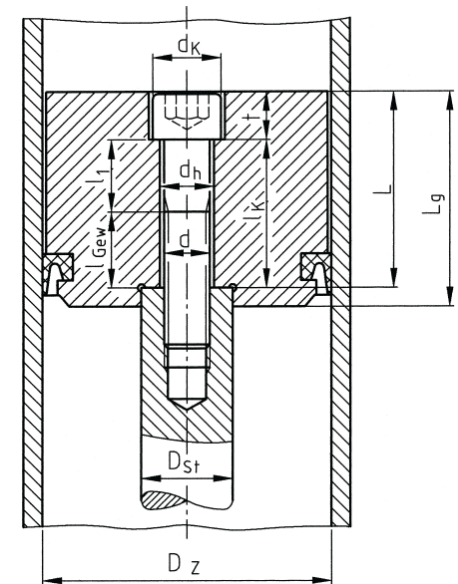
$$\delta_3 = \frac{l_{\text{Gew}}}{E_S \cdot A_3}$$

- Eingeschraubtes Gewinde + Gewindebohrung

$$\delta_{\text{GM}} = \delta_G + \delta_M = \frac{0,5 \cdot d}{E_S \cdot A_3} + \frac{0,33 \cdot d}{E_S \cdot A_N}$$

- Gesamte Schraube

$$\delta_S = 2,95 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$



▪ Nachgiebigkeit der verspannten Platten

- Analog zur Schraube ist

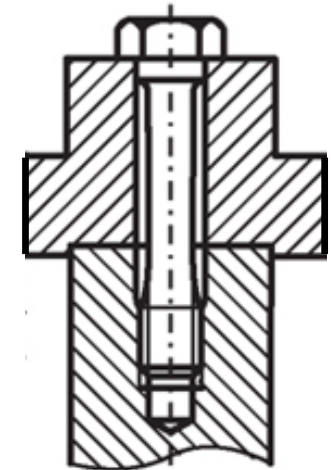
$$\delta_P = \frac{l_k}{E_P \cdot A_P}$$

E_P E-Modul Plattenwerkstoff

- Im folgenden ist

- D_A Außendurchmesser der verspannten Platten bzgl. Trennfuge
- D'_A Außendurchmesser der verspannten Platte bzgl. Grundkörper
- d_w Außendurchmesser der Kopf- bzw. Mutterauflage $\approx s$ (Schlüsselweite)
- d_h Bohrungsdurchmesser nach DIN EN 20273

D_A und D'_A
einzeichnen!



- Bei DSV: in der Regel 2 Platten
- Bei ESV: in der Regel 1 Platte

- Einfacher Fall: verspannte Hülsen

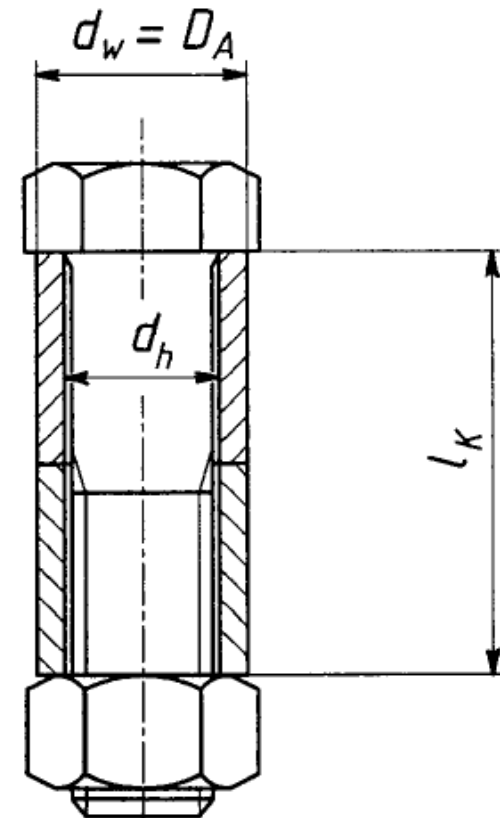
$$A_P = A_H = \frac{\pi}{4} \cdot (D_A^2 - d_h^2)$$

- Nachgiebigkeit der Hülsen

$$\delta_P = \frac{4 \cdot l_K}{E_P \cdot \pi \cdot (D_A^2 - d_h^2)}$$

- Bei Hülsen aus unterschiedlichem Werkstoff

$$\delta_P = \delta_1 + \delta_2 = \frac{4}{\pi \cdot (D_A^2 - d_h^2)} \cdot \left(\frac{l_{K1}}{E_{P1}} + \frac{l_{K2}}{E_{P2}} \right)$$



- Allgemeiner Fall: Abmessungen der verspannten Teile sind wesentlich größer als die Kopfauffläche

→ Druckspannungsverteilung bzw. Verformung besitzt Form eines Rotationsparaboloiden

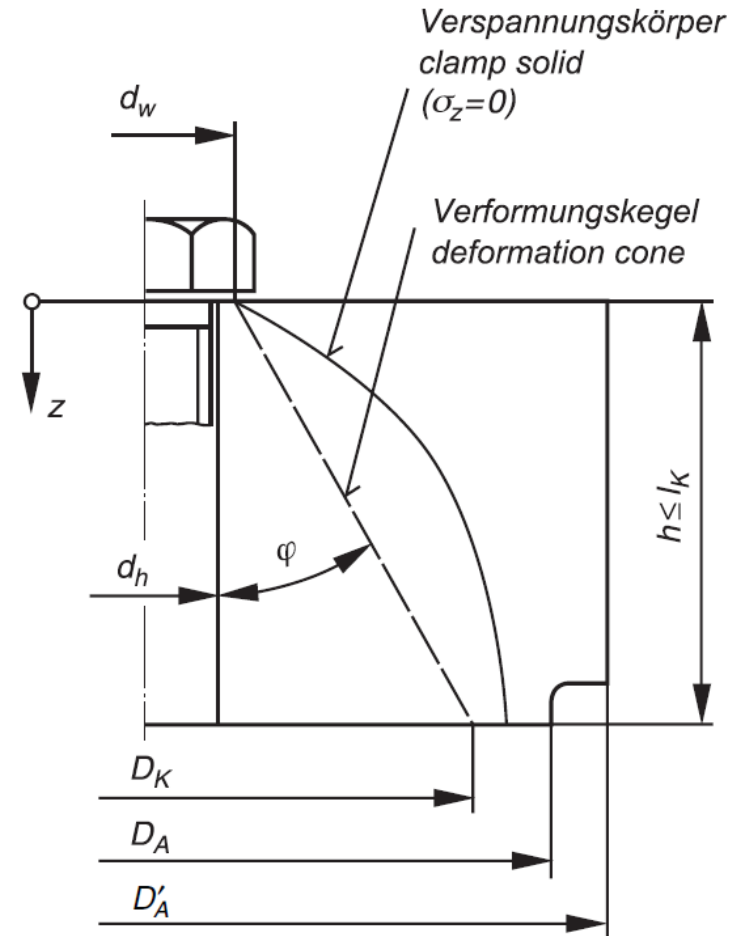
→ Definition eines Ersatz-Verformungskegels

– Es gilt

$$\delta_P = \int_{z=0}^{z=l_K} \frac{dz}{E(z) \cdot A(z)}$$

– Spezialfall der Hülse folgt mit

$$E = \text{const und } A = \text{const} = \frac{\pi}{4} \cdot d_w^2$$



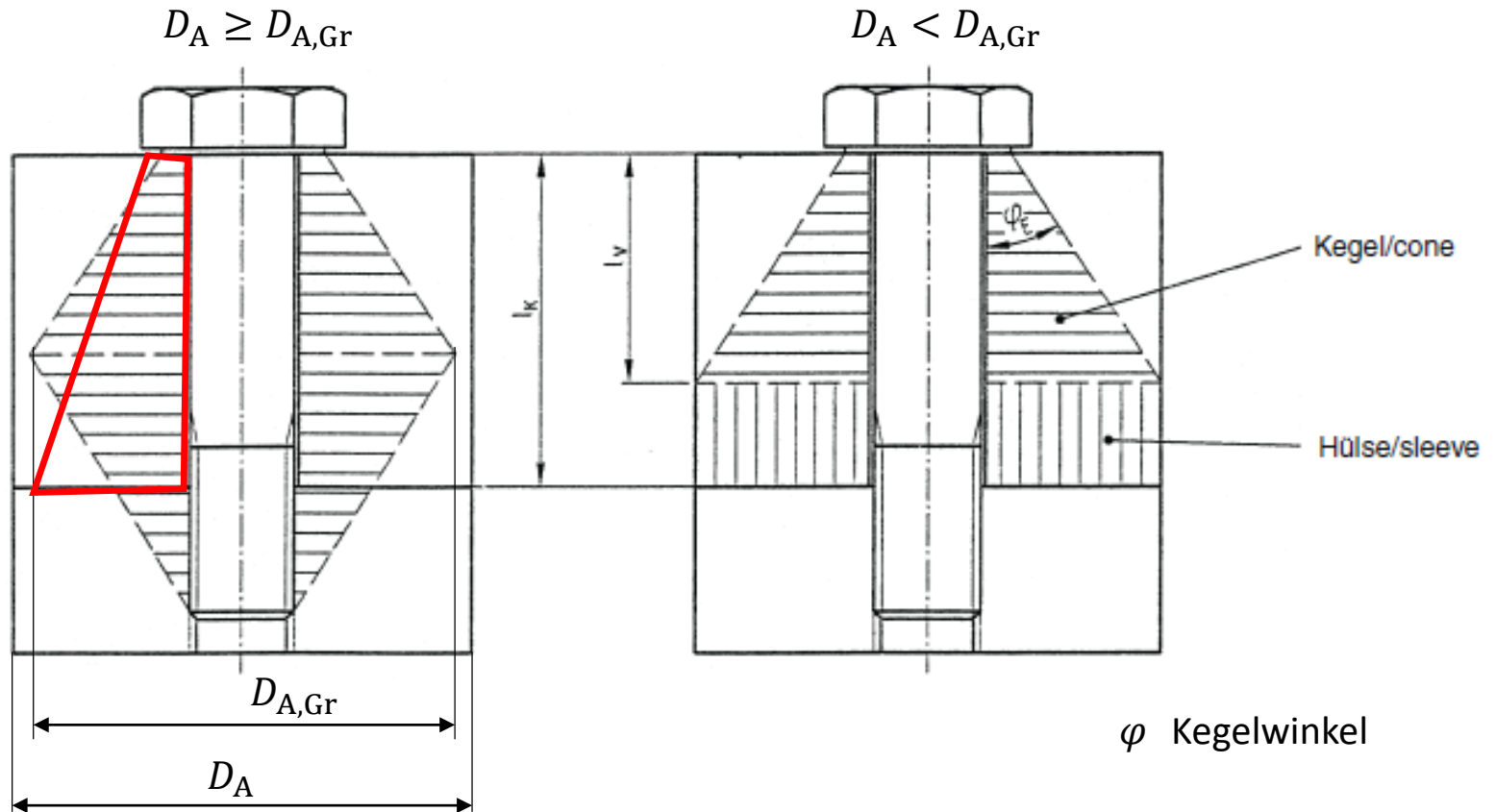
- Zu klären: Kann sich der Verspannungskegel voll ausbilden?

→ Grenzdurchmesser

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

Verbindungskoeffizient

$$w = \begin{cases} 1 & \text{für DSV} \\ 2 & \text{für ESV} \end{cases}$$



- Nachgiebigkeit der verspannten Teile bei $D_A \geq D_{A,Gr}$

$$\delta_P = \frac{\frac{2}{w \cdot d_h \cdot \tan \varphi} \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (D_A - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (D_A + d_h)} \right] + \frac{4}{D_A^2 - d_h^2} \left[l_K - \frac{D_A - d_w}{w \cdot \tan \varphi} \right]}{E_P \cdot \pi}$$

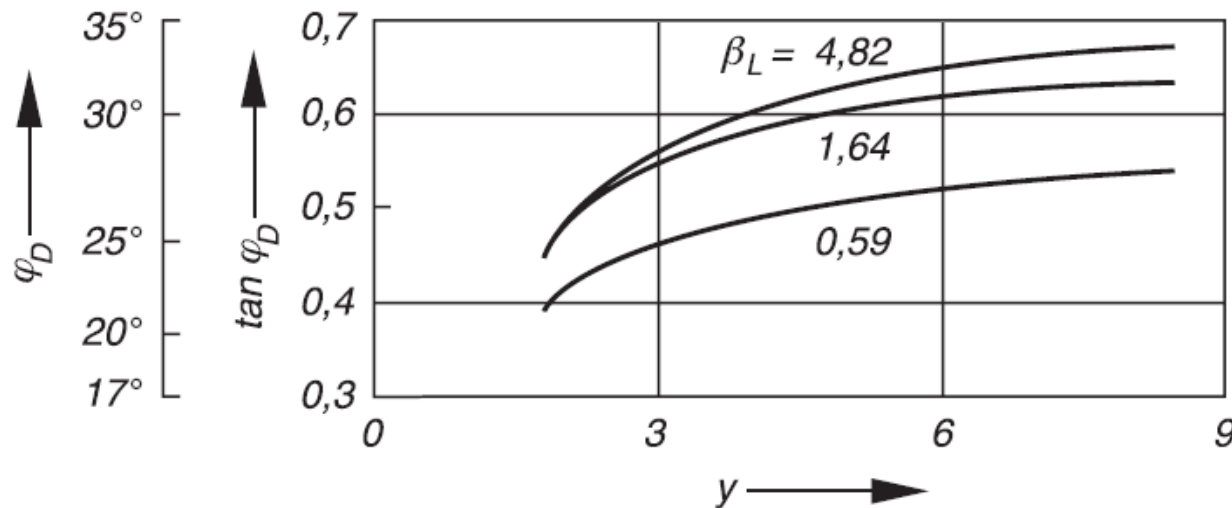
- Nachgiebigkeit der verspannten Teile bei $(d_w <) D_A < D_{A,Gr}$

$$\delta_P = \frac{2 \cdot \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_P \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi}$$

- Für den Kegelwinkel φ gilt

ESV: $\tan \varphi = 0,348 + 0,013 \cdot \ln \beta_L + 0,193 \cdot \ln y$

DSV: $\tan \varphi = 0,362 + 0,032 \cdot \ln \left(\frac{\beta_L}{2} \right) + 0,153 \cdot \ln y$



$$\beta_L = \frac{l_K}{d_w}$$

$$y = \frac{D'_A}{d_w}$$

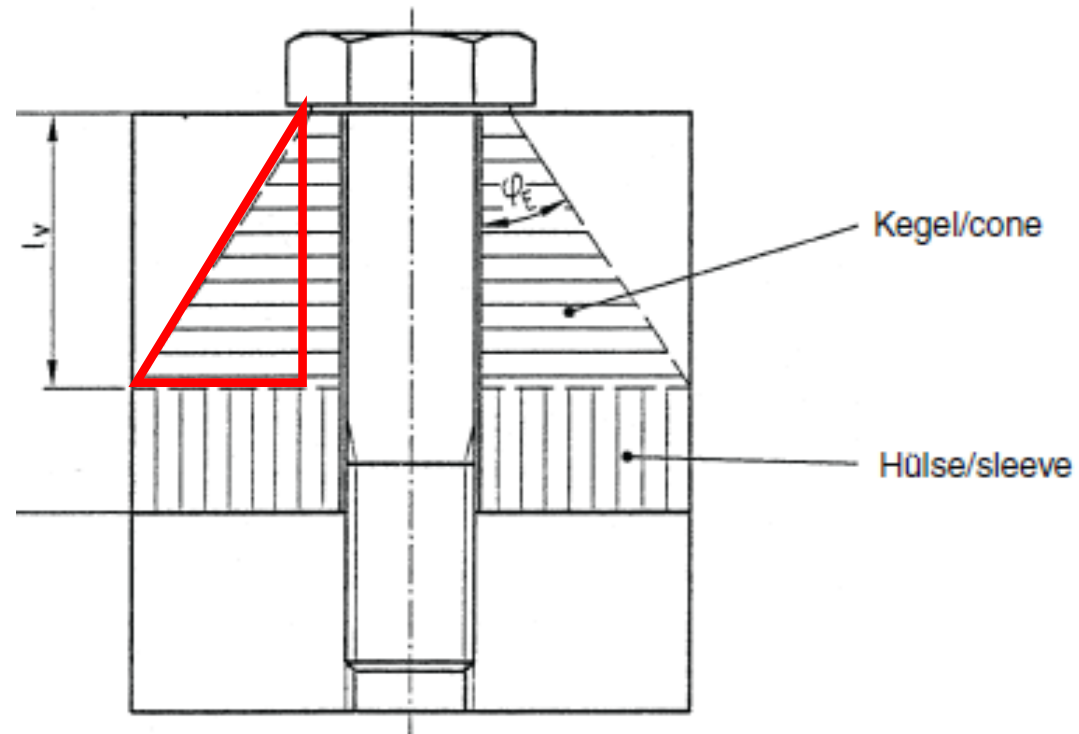
- Im Falle ($d_w < D_A < D_{A,Gr}$) können Verformungskegel und Verformungshülse auch einzeln berechnet werden:

- Zunächst Kegelhöhe l_V

$$l_V = \frac{D_A - d_w}{2 \cdot \tan \varphi}$$

- Höhe der Hülse l_H

$$l_H = l_K - \frac{2 \cdot l_V}{w}$$



- Nachgiebigkeit des Verformungskegels

$$\delta_P^V = \frac{\ln \left[\frac{(d_W + d_h) \cdot (d_W + 2l_V \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_W - d_h) \cdot (d_W + 2l_V \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{E_P \cdot d_h \cdot \pi \cdot \tan \varphi}$$

- Nachgiebigkeit der Verformungshülse

$$\delta_P^H = \frac{4 \cdot l_H}{E_P \cdot \pi \cdot (D_A^2 - d_h^2)}$$

- Gesamtnachgiebigkeit

$$\delta_P = \frac{2}{w} \cdot \delta_P^V + \delta_P^H$$

$$w = \begin{cases} 1 & \text{für DSV} \\ 2 & \text{für ESV} \end{cases}$$

- Werden Bauteile mit unterschiedlichen E-Moduli verspannt, so ist der gesamt Verformungskörper in entsprechende Teil-Verformungskörper (Kegel und Hülsen) mit gleichem E-Modul zu zerlegen.
 - Die Summe der Einzelklemmlängen ist die Gesamtklemmlänge:

$$\sum l_i = l_K$$

- Der Auflagedurchmesser d_w ergibt sich aus den Teil-Verformungskegels der vorhergehenden Abschnitte:

$$d_{w,j} = d_w + 2 \cdot \tan \varphi \cdot \sum_{i=2}^j l_{i-1}$$

- Die Gesamtnachgiebigkeit ist dann die Summe aller Teilnachgiebigkeiten:

$$\delta_P = \sum_{i=1}^j \delta_{Pi}^V + \sum_{i=j+1}^m \delta_{Pi}^H$$

- Zusammenfassung möglicher Verspannungen (idealisierte Zustände)

DSV

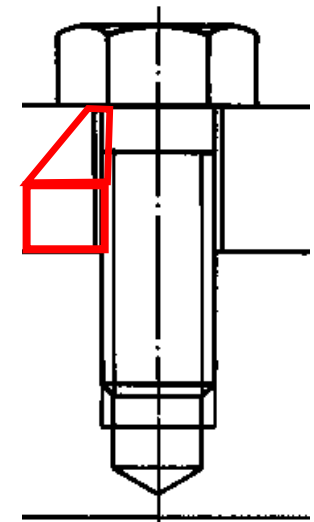
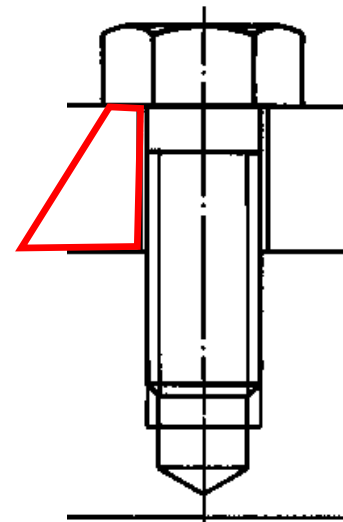
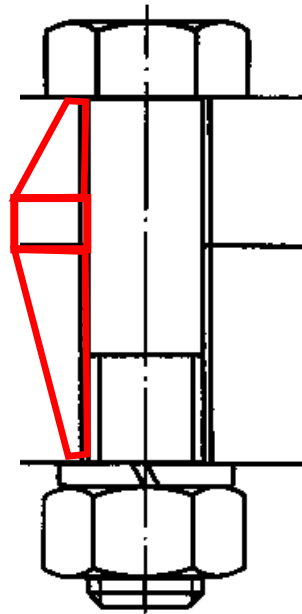
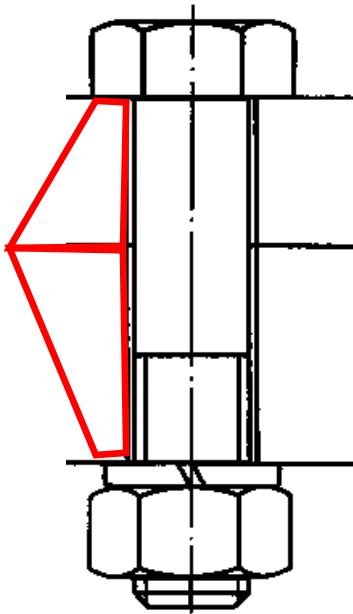
ESV

$$D_A \geq D_{A,Gr}$$

$$D_A < D_{A,Gr}$$

$$D_A \geq D_{A,Gr}$$

$$D_A < D_{A,Gr}$$



- Merke: Der Verbindungskoeffizient ist gerade *nicht* die Anzahl der Kegel!

$$w = \begin{cases} 1 & \text{für DSV} \\ 2 & \text{für ESV} \end{cases}$$

▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

- Wegen dem geringen Auflagedurchmesser D_{St} in der Trennfuge kann die Verbindung als DSV betrachtet werden.
- Dazu wird vereinfacht der mittlere Auflagedurchmesser verwendet:

$$d_{wm} = \frac{d_w + D_{St}}{2} = 21,11 \text{ mm}$$

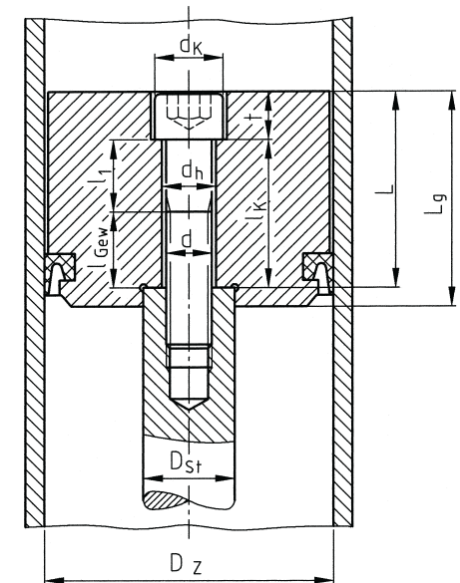
Mit dem Durchmesser der Kopfauflagefläche
 $d_w = 17,23 \text{ mm}$

- Zunächst ist die Gestalt des Verformungskörpers mithilfe des Grenzdurchmessers $D_{A,Gr}$ zu ermitteln:

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

- Verbindungskoeffizient $w = 1$ für DSV
- Kegelwinkel φ mit $\beta_L = \frac{l_K}{d_{wm}} = 1,99$ und $y = \frac{D'_A}{d_{wm}} = 3,79$

$$\tan \varphi = 0,362 + 0,032 \cdot \ln \left(\frac{\beta_L}{2} \right) + 0,153 \cdot \ln y = 0,566$$



$$L_g = 60 \text{ mm} \quad D_{St} = 25 \text{ mm}$$

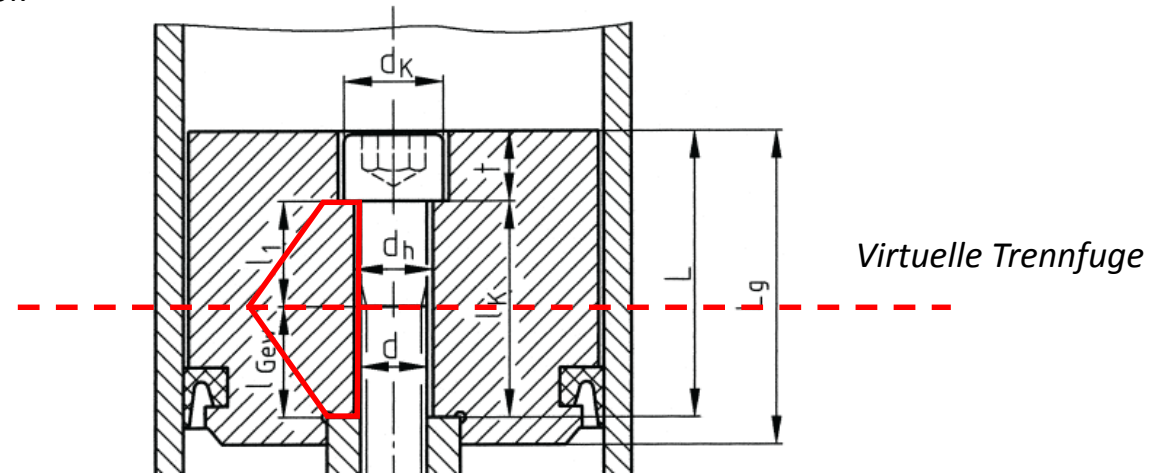
$$L = 55 \text{ mm} \quad D_z = 80 \text{ mm}$$

$$D_A = D'_A = D_z$$

- Es folgt:

$$D_{A,Gr} = 44,9 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = D_A$$

- Damit kann sich der Verformungskörper voll ausbilden und es liegen zwei rotationssymmetrische Verformungskegel vor.



- Mit $E_P = 2,1 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ergibt sich die Nachgiebigkeit des verspannten Teils zu

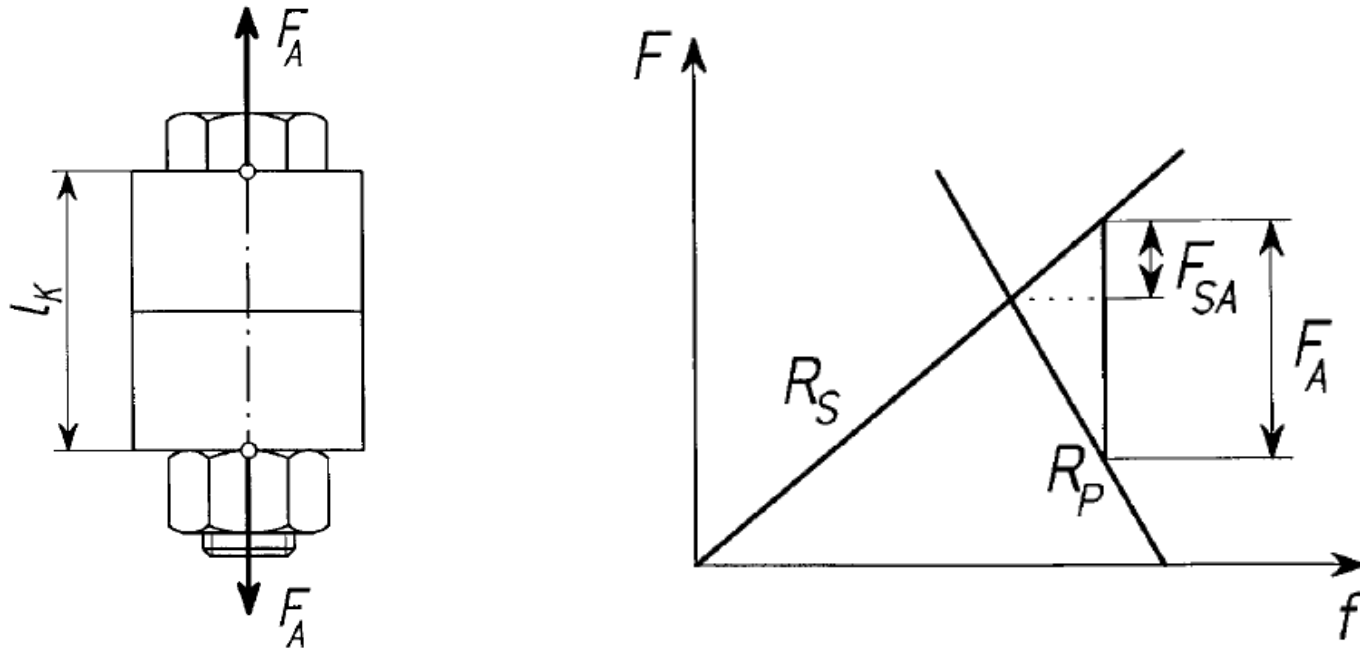
$$\delta_P = \frac{2 \cdot \ln \left[\frac{(d_{wm} + d_h) \cdot (d_{wm} + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_{wm} - d_h) \cdot (d_{wm} + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_P \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi} = 0,3546 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

- **Kraftverhältnis**

$$\Phi_K = \frac{F_{SA}}{F_A} = \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P} = 0,11 \quad \text{D.h. ca. 10\% der Betriebskraft belasten die Schraube}$$

3.3 Krafteinleitung

- Bislang wurde die Einleitung der axialen Betriebskraft F_A direkt unter der Kopf- bzw. Mutterauflage angenommen.

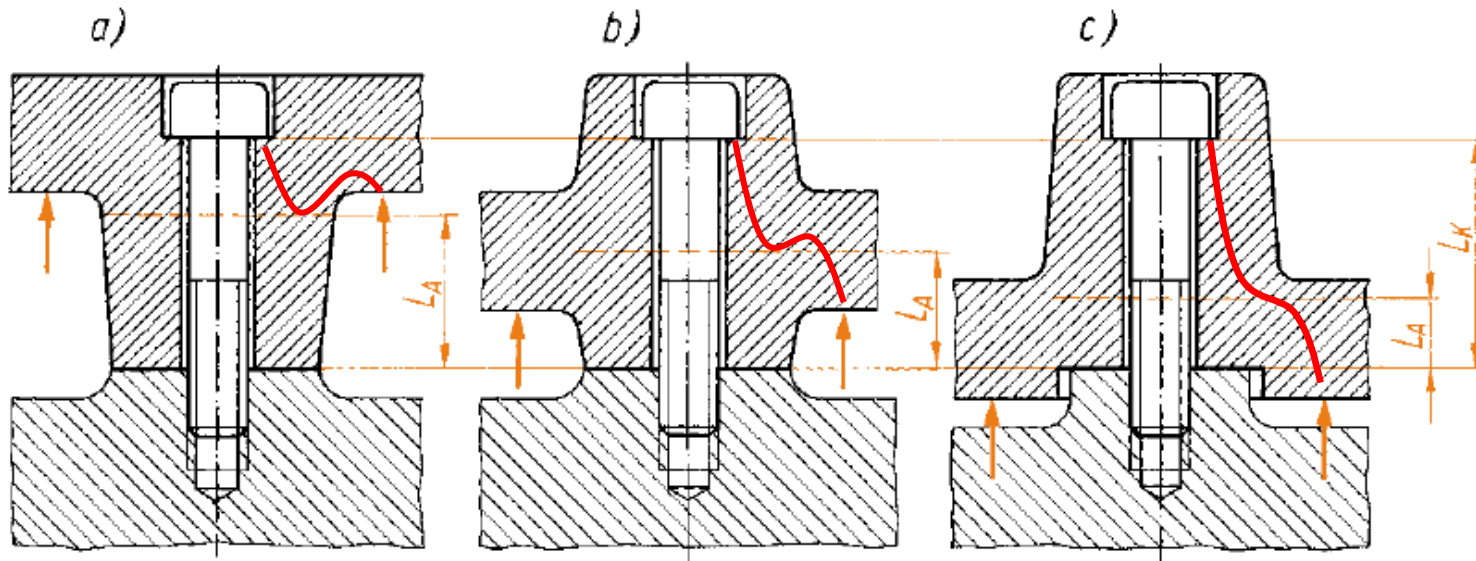


→ Entlastung der Platten und Belastung der Schraube über die gesamte Klemmlänge l_K

→ Krafteinleitungsfaktor

$$n = 1$$

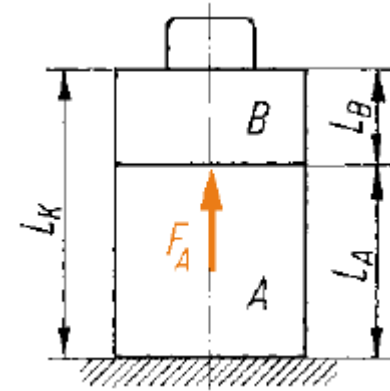
- In der Realität erfolgt die Krafteinleitung jedoch irgendwo zwischen Kopf- bzw. Mutterauflage und Trennfuge.



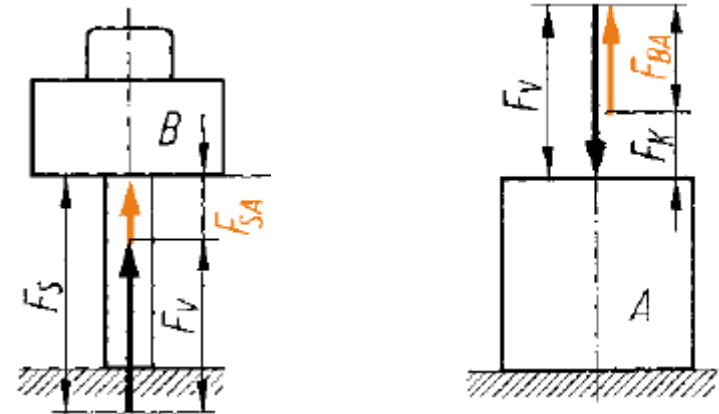
- Dann gilt für den Krafteinleitungsfaktor

$$n = \frac{L_A}{L_K} < 1$$

- Man stelle sich nun das verspannte Bauteil in zwei Teilstücke A und B zerlegt vor. Die Trennung erfolgt genau dort, wo die Betriebskraft F_A angreift.



- Auf das Teil B wirkt nun $F_S = F_V + F_{SA}$,
während auf Teil A nur noch $F_{KR} = F_V - F_{PA}$ wirkt.



- D.h. die Schraubenzusatzkraft F_{SA} wirkt auf die Schraube *und* auf Teil B → Schraube erscheint nachgiebiger.
Die Plattenentlastungskraft F_{PA} wirkt nur auf Teil A (nicht auf das vollständige Bauteil) → Platten erscheinen steifer.

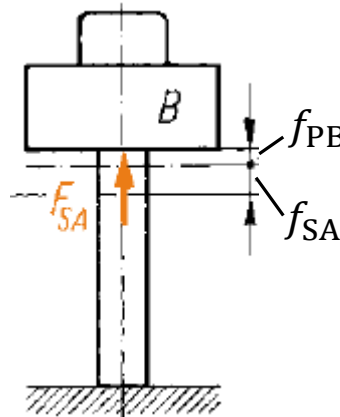
- Für die Nachgiebigkeiten der Teile A und B folgt also

$$\delta_{PA} = \frac{L_A}{L_K} \cdot \delta_P = n \cdot \delta_P \quad \delta_{PB} = \frac{L_B}{L_K} \cdot \delta_P = \frac{L_K - L_A}{L_K} \cdot \delta_P = (1 - n) \cdot \delta_P$$

- Für der Verformungen gilt

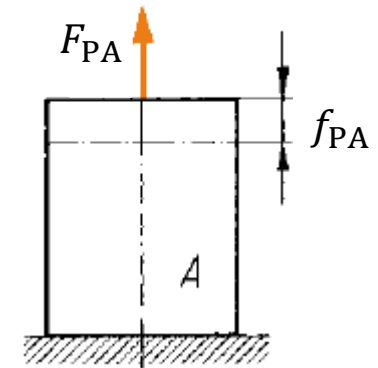
$$f_{SA} + f_{PB} = F_{SA} \cdot (\delta_S + \delta_{PB})$$

$$= F_{SA} \cdot [\delta_S + (1 - n) \cdot \delta_P]$$



$$f_{PA} = F_{PA} \cdot \delta_{PA}$$

$$= (F_A - F_{SA}) \cdot n \cdot \delta_P$$



- Wegen $f_{SA} + f_{PB} = f_{PA}$ ist schließlich

$$F_{SA} \cdot [\delta_S + (1 - n) \cdot \delta_P] = (F_A - F_{SA}) \cdot n \cdot \delta_P \quad \Rightarrow \quad F_{SA} = n \cdot \frac{\delta_P}{\delta_P + \delta_S} \cdot F_A$$

$$= n \cdot \Phi_K \cdot F_A = \Phi_n \cdot F_A$$

▪ Zusammenfassung

- Greift die Betriebskraft F_A nicht wie die Vorspannkraft F_V direkt unter Kopf- bzw. Mutterauflage an, so erscheinen die Schraube nachgiebiger und die Platten steifer, wodurch die Schraubenzusatzkraft reduziert wird.

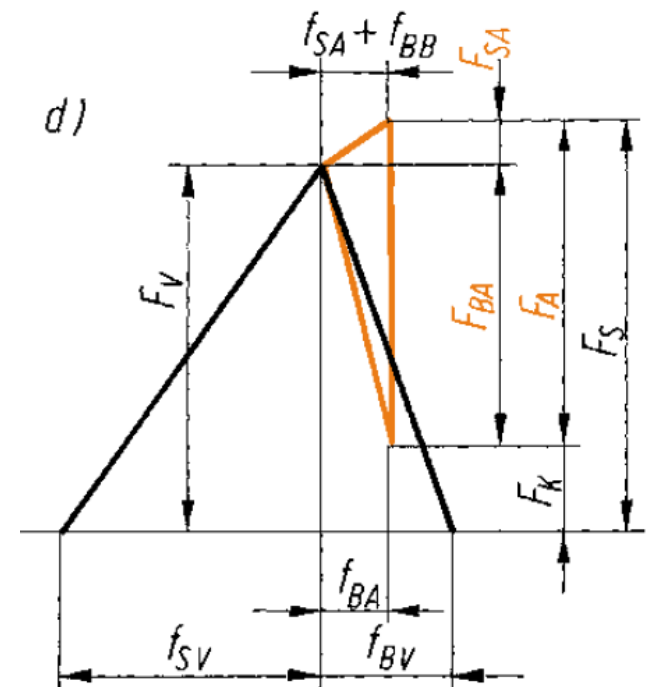
- Tatsächliches Kraftverhältnis: $\Phi_n = n \cdot \Phi_K$

- Beim theoretischen Idealfall erfolgt der Kraftangriff direkt in der Trennfuge.

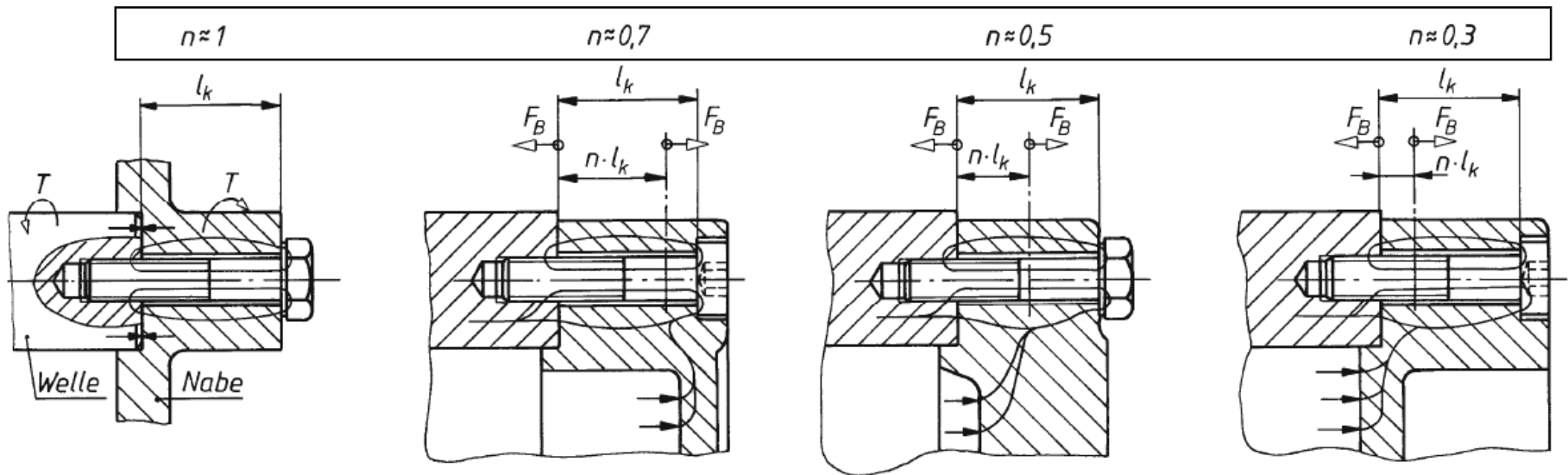
→ unendlich steife Platten

→ $n = 0$

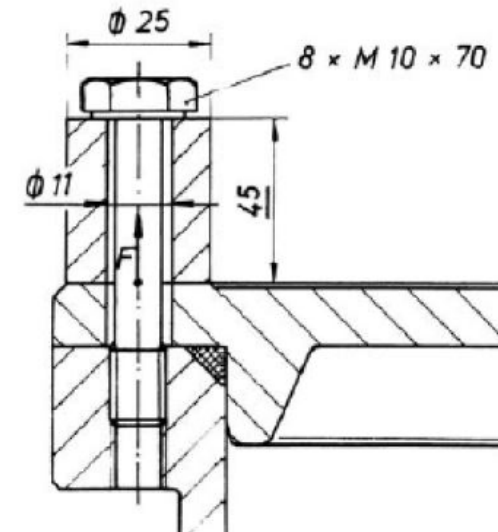
→ $F_{SA} = 0$



- Die Ermittlung des Kräfteinleitungsfaktors ist sehr aufwändig und kann mithilfe numerischer Berechnungen (z.B. FEM) erfolgen.
- In der Praxis wird er häufig anhand von Referenzfällen abgeschätzt.

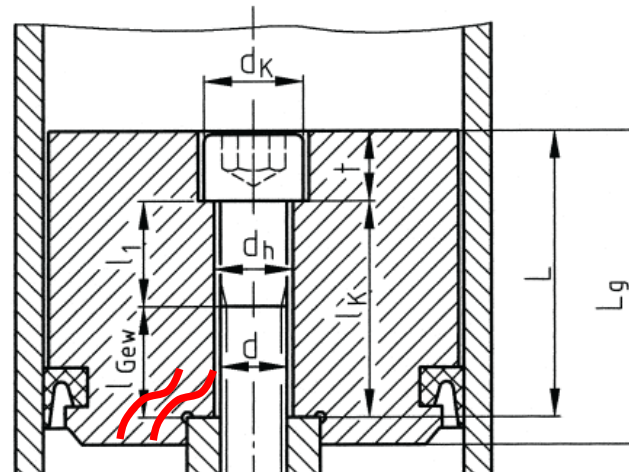


- Neben der Verwendung von Dehnschrauben zur Reduzierung der Schraubenzusatzkraft F_{SA} ist also auch die konstruktive Gestaltung der Schraubenverbindung eine Stellschraube des Konstrukteurs, die Belastung der Schraube zu minimieren.
- Bei unveränderlichem Ort der Krafteinleitung erhöht eine Hülse die Klemmlänge und führt automatisch zu einer Verringerung des Krafteinleitungsfaktors n .



▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

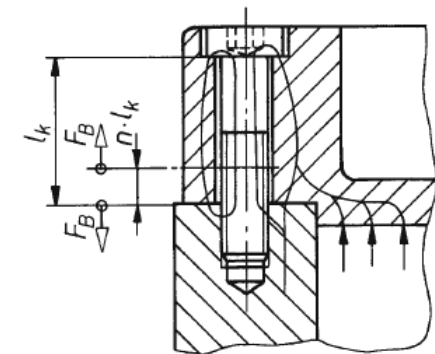
- Wegen der fugennahen Krafteinleitung wird ein günstiger Krafteinleitungsfaktor festgelegt.



- Mit
folgt

$$n = 0,3$$

$$\Phi_n = n \cdot \Phi_K = 0,033$$



3.4 Vorspannkraftänderungen

- Die Vorspannkraft F_V einer Schraube kann sich gegenüber der Montagevorspannkraft F_M durch folgende Ursachen ändern:
 - Anziehen weiterer Schrauben in der Umgebung
 - Selbsttätiges Losdrehen
 - Relaxation der Werkstoffe
 - Setzen der Kontaktflächen
 - Temperaturänderungen
 - Überlastung der Verbindung

Setzen:

Verringerung der Vorspannung durch

Plastisches Einebnen der Oberflächenrauigkeiten
in den Auflageflächen

▪ Vorspannkraftverlust durch Setzen

- Die Montagevorspannkraft F_M wird durch die nach abgeschlossener Montage auftretenden Verformungen f_Z um den Betrag F_Z verringert.

- f_Z Setzbetrag
- F_Z Vorspannkraftverlust durch Setzen

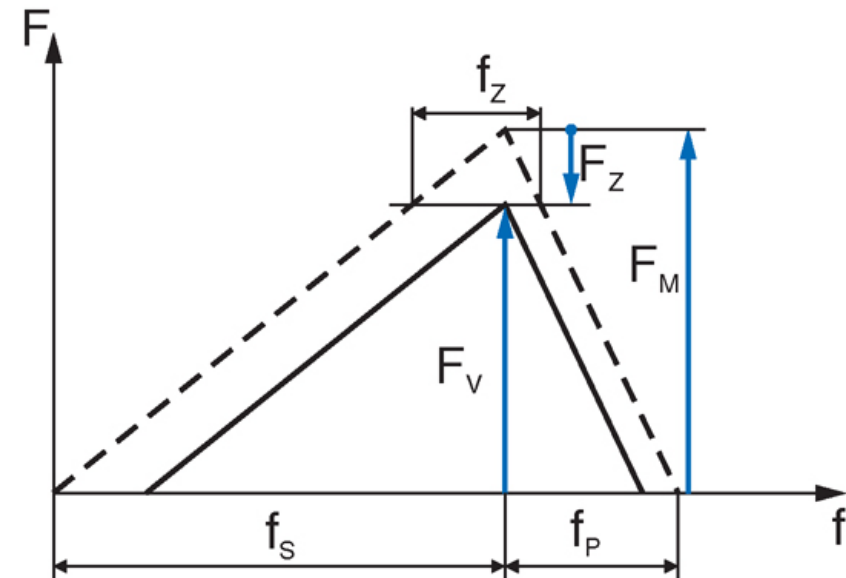
f_Z ist abhängig von

- Belastungsart
- Oberfläche der Platten
- Anzahl der Trennfugen

- Aufgrund der Ähnlichkeit der Dreiecke gilt:

$$\frac{F_Z}{F_M} = \frac{f_Z}{f_S + f_P} = \frac{f_Z}{\delta_S \cdot F_M + \delta_P \cdot F_M}$$

$$\Rightarrow F_Z = \frac{f_Z}{\delta_S + \delta_P} = \frac{f_Z \cdot \Phi_K}{\delta_P} = \frac{f_Z \cdot (1 - \Phi_K)}{\delta_S}$$



- Ermittlung des Setzbetrages f_Z
 - Nach VDI 2230
 - Tabelle gilt für verspannte Teile aus Stahl und massive zylindrische Verbindungen

Gemittelte Rautiefe R_z nach DIN 4768	Belastung	Richtwerte für Setzbeträge in μm		
		im Gewinde	je Kopf- oder Mutternauf- lage	je innere Trennfuge
< 10 μm	Zug/Druck	3	2,5	1,5
	Schub	3	3	2
10 μm bis < 40 μm	Zug/Druck	3	3	2
	Schub	3	4,5	2,5
40 μm bis < 160 μm	Zug/Druck	3	4	3
	Schub	3	6,5	3,5

- Näherungsweise gilt:

$$f_Z \approx 3,29 \cdot \left(\frac{l_k}{d}\right)^{0,34} \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

für Starrschrauben

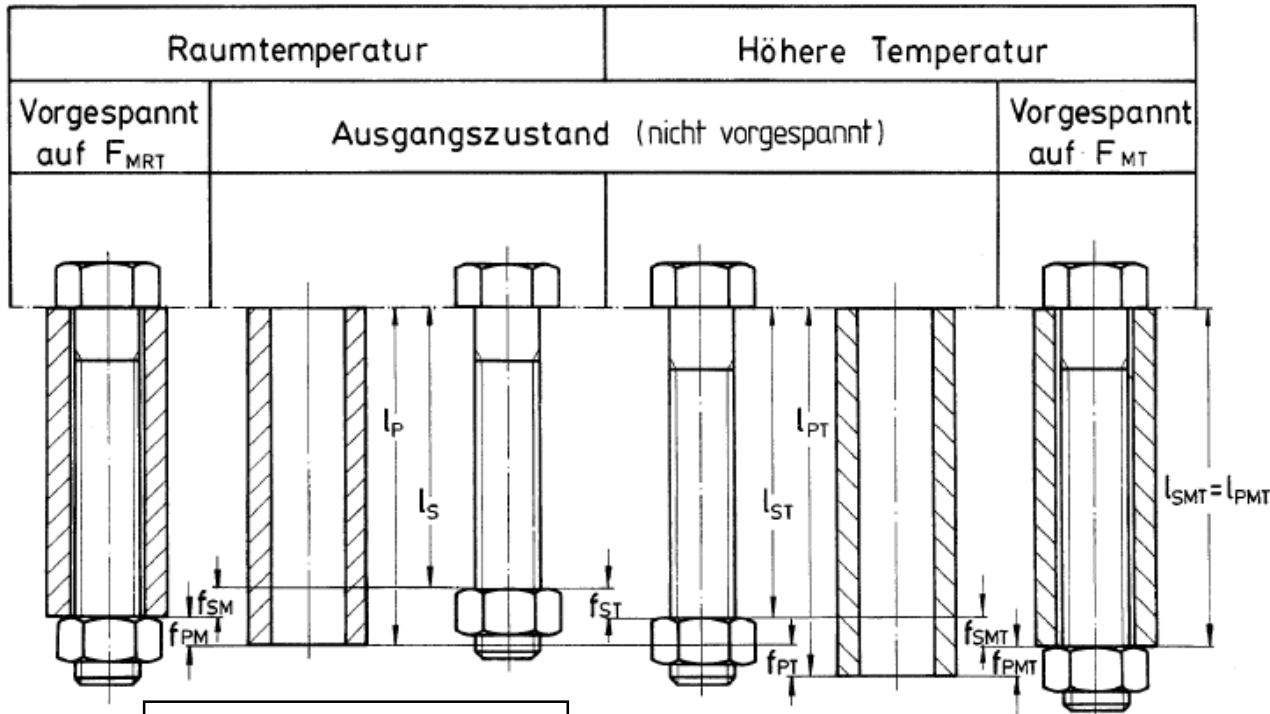
$$f_Z \approx 3,16 \cdot (l_k \cdot \delta_S \cdot E_S)^{0,17} \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

für Dehnschrauben

▪ **Temperaturbedingte Vorspannkraftänderung**

- Für das thermische Ausdehnungsverhalten einer Schraubenverbindung gilt:

$l_{SMT} = l_{PMT}$	$l_{SMT} = l_S + f_{ST} + f_{SMT}$
	$l_{PMT} = l_P + f_{PT} - f_{PMT}$



Index S: Schraube
Index P: Platte
Index M: Montage
Index T: Temperatureinfluss

$l_P - l_S = f_{SM} + f_{PM}$

- Einsetzen und Umstellen liefert:

$$l_P - l_S = \underbrace{f_{SM} + f_{PM}}_{f_{ST} + f_{PT}}$$

$$f_{ST} + f_{PT} = l_P - l_S + f_{PMT} - f_{SMT} = f_{SM} + f_{PM} + f_{PMT} - f_{SMT}$$

- Unter der Voraussetzung von temperaturunabhängigen Nachgiebigkeiten (d.h. insbesondere $E(T) = \text{const}$) folgt mit $f = F \cdot \delta$ und $f_T = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$

$$F_{MT} \cdot (\delta_S + \delta_P) = F_M \cdot (\delta_S + \delta_P) + \alpha_P \cdot l_{PMT} \cdot \Delta T_P - \alpha_S \cdot l_{SMT} \cdot \Delta T_S$$

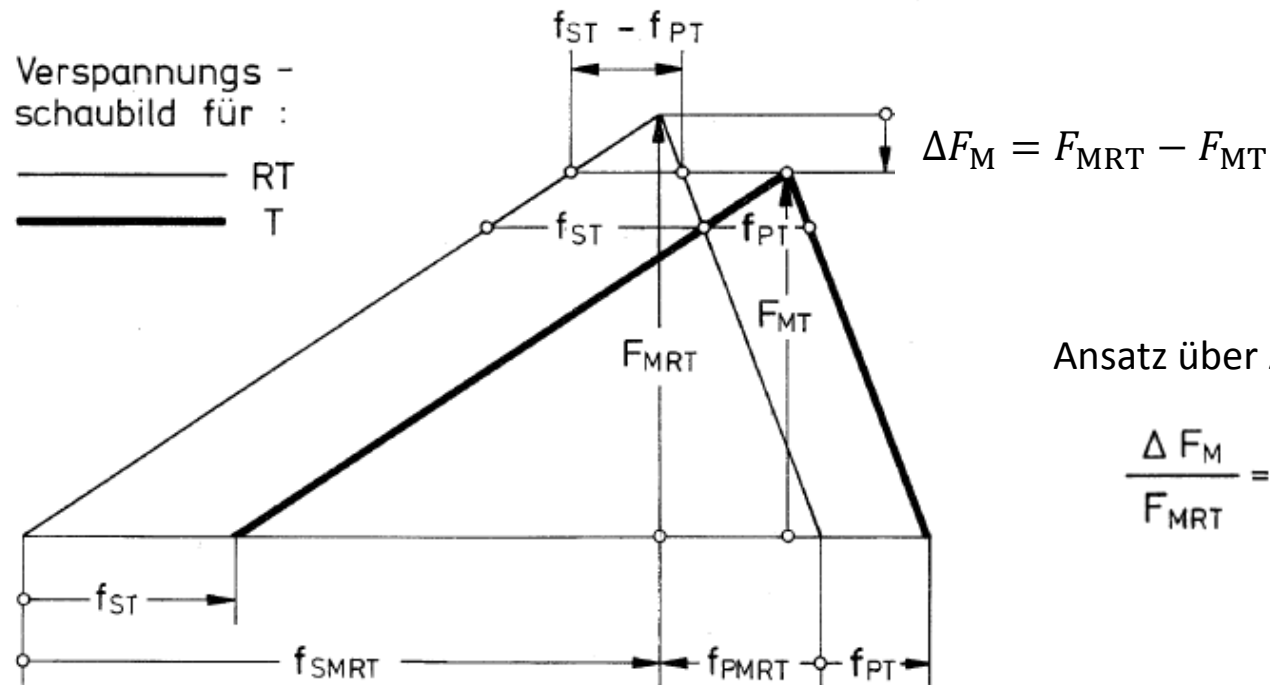
- Wegen $l_{PMT} = l_{SMT} = l_K$ und unter der Annahme, dass sowohl Schraube als auch Platten der gleichen Temperaturänderung ausgesetzt sind ($\Delta T_P = \Delta T_S = \Delta T$), ergibt sich für die Montagevorspannkraft unter Temperatureinfluss:

$$F_{MT} = \frac{F_M \cdot (\delta_S + \delta_P) - l_K \cdot \Delta T \cdot (\alpha_S - \alpha_P)}{\delta_S + \delta_P}$$

- Für die (Montage-)Vorspannkraftänderung infolge Temperatureinfluss folgt schließlich:

$$\Delta F_{M \text{ th}} = F_M - F_{MT} = \frac{l_K \cdot \Delta T \cdot (\alpha_S - \alpha_P)}{\delta_S + \delta_P}$$

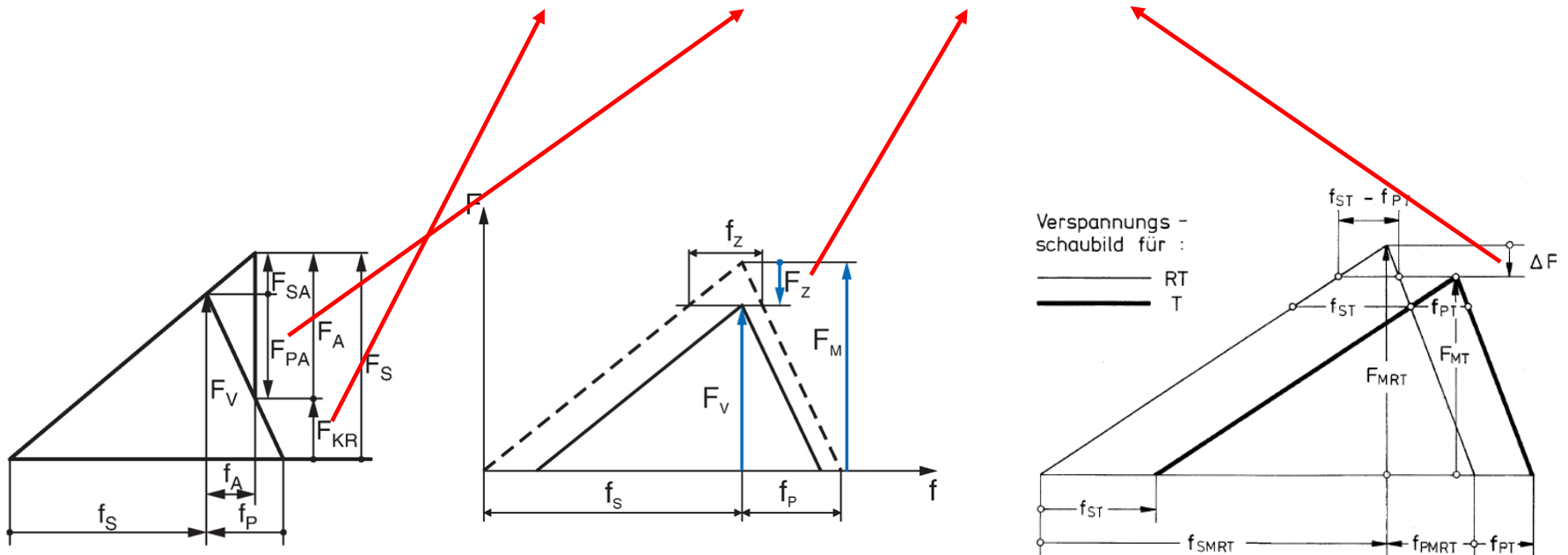
- Sofort ersichtlich ist, dass $\Delta F_M > 0$ für $\alpha_S > \alpha_P$ → Vorspannkraftverlust



▪ Mindestmontagevorspannkraft

- Nach Ermittlung der Vorspannkraftänderungen kann die erforderliche Mindestmontagevorspannkraft unter Annahme der größten Entlastung der Verbindung berechnet werden:

$$F_{M \min} = F_{KR \min} + (1 - \Phi_n) \cdot F_A + F_Z + \Delta F_{M \text{ th}}$$



- Bei der temperaturbedingten Vorspannkraftänderung sind folgende Fälle zu unterscheiden:

1) Die Schraubenbelastung F_A tritt erst nach der (zumeist konstanten) Temperaturänderung ein.

→ $\Delta F_{M\ th}$ wird als „statische“ Vorspannkraftänderung aufgefasst und fließt in die obige Formel ein.

$$F_{M\ min} = F_{KR\ min} + (1 - \Phi_n) \cdot F_A + F_Z + \Delta F_{M\ th}$$

2) Die Temperaturänderung tritt erst auf, nachdem die Schraubenbelastung F_A bereits wirkt.

→ $\Delta F_{M\ th}$ wird als (statische oder dynamische) Komponente der Betriebslast F_A aufgefasst.

In diesem Fall gilt für die Berechnung der Mindestvorspannkraft:

Wenn $\Delta F_{M\ th} < 0$, setze $\Delta F_{M\ th} = 0$

D.h. eine Vorspannkrafterhöhung infolge Temperaturänderungen wird bei der Mindestmontagevorspannung nicht berücksichtigt, sofern diese Temperaturänderung erst eintritt, nachdem die Schraube belastet ist.

▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

- Setzbetrag bei $R_z = 16 \mu\text{m}$:

$$f_z = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

- Vorspannkraftverlust durch Setzen:

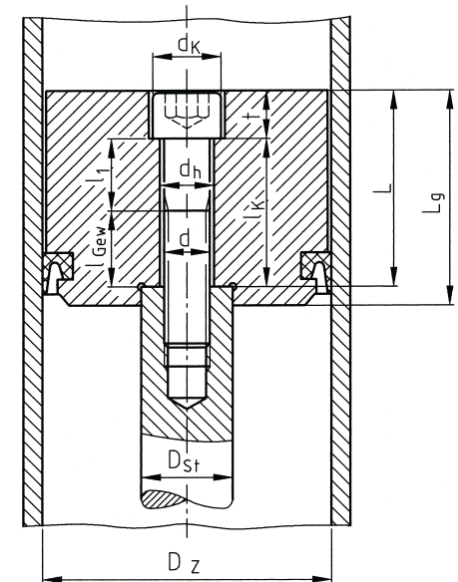
$$F_Z = \frac{f_z}{\delta_S + \delta_P} = 2,475 \cdot 10^3 \text{ N}$$

- Mindestmontagevorspannkraft:

$$F_{M \min} = F_{KR \min} + (1 - \Phi_n) \cdot F_A + F_Z$$

$$= 1 \text{ kN} + (1 - 0,033) \cdot 24,9 \text{ kN} + 2,475 \text{ kN}$$

$$= 27,6 \text{ kN}$$



Gemittelte Rautiefe	Belastung	Richtwerte für Setzbeträge		
		in μm		
R_z nach DIN 4768		im Gewinde	je Kopf- oder Mutternaufgabe	je innere Trennfuge
< 10 μm	Zug/Druck	3	2,5	1,5
	Schub	3	3	2
10 μm bis < 40 μm	Zug/Druck	3	3	2
	Schub	3	4,5	2,5
40 μm bis < 160 μm	Zug/Druck	3	4	3
	Schub	3	6,5	3,5

4. Montage von Schraubenverbindungen

4.1 Anziehdrehmoment

- Das Anziehdrehmoment zur Erzeugung der (Montage-)Vorspannkraft F_M setzt sich aus Gewindemoment und Kopf- bzw. Mutterreibungsmoment zusammen:

$$M_A = M_G + M_R$$

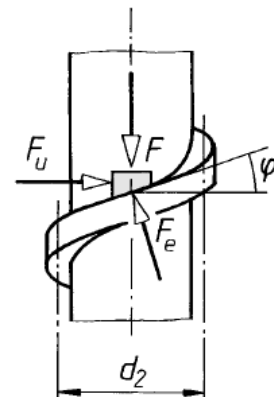
- Gewindemoment für metrisches ISO-Gewinde mit 60° Flankenwinkel:

$$M_G = F_M \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\varphi + \varrho') = F_M \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_G \right)$$

Herleitung:
Siehe Vorlesungsskript

- Flankendurchmesser d_2
- Steigungswinkel des Gewindes $\varphi = P/(\pi \cdot d_2)$ mit Gewindesteigung P
- Reibungswinkel ϱ'
- Reibungszahl im Gewinde μ_G
- Flankenwinkel $\alpha = 60^\circ$

$$\tan \varrho' = \frac{\mu_G}{\cos(\alpha/2)}$$

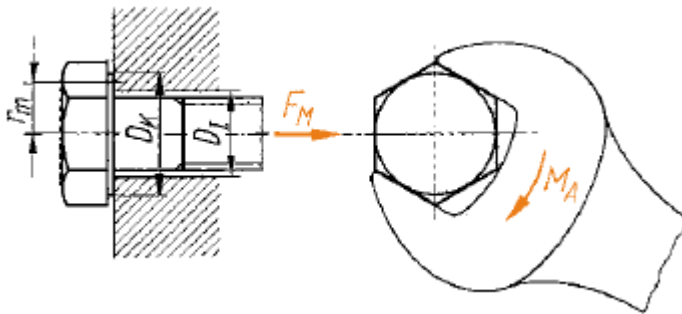


- Kopf- bzw. Mutterreibungsmoment

$$M_R = \mu_K \cdot F_M \cdot \frac{D_{Km}}{2}$$

- Reibungszahl der Kopf- bzw. Mutterauflageflächen μ_K

- Mittlerer Reibdurchmesser $D_{Km} = \frac{d_w + D_{Ki}}{2}$ $D_{Ki} = \max(D_a, d_{ha}, d_h, d_a)$



D_a ... Fasendurchmesser der Mutter

d_{ha} ... Fasendurchmesser der verspannten Teile

d_a ... Innendurchmesser der ebenen Kopfauflage

- Damit gilt für das Anziehmoment:

$$M_A = F_M \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_G + \frac{D_{Km}}{d_2} \cdot \mu_K \right) = F_M \cdot \left(0,16 \cdot P + 0,58 \cdot d_2 \cdot \mu_G + \frac{D_{Km}}{2} \cdot \mu_K \right)$$

▪ Reibungszahl im Gewinde μ_G

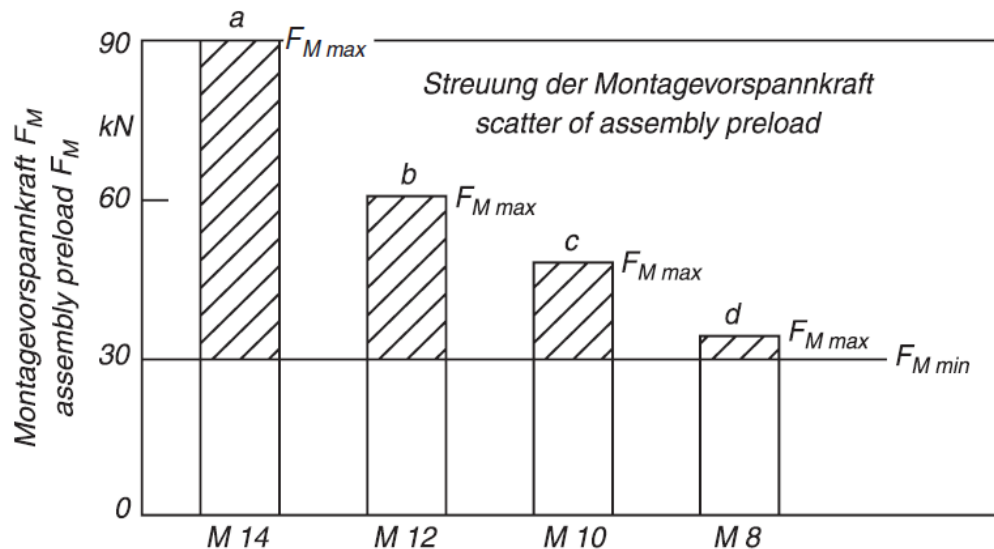
μ_G	Gewinde		Außengewinde (Schraube)								
	Gewinde	Werkstoff	Stahl								
		Werkstoff	Oberfläche	schwarzvergütet oder phosphatisiert				galvanisch verzinkt (Zn6)		Klebstoff	
			Oberfläche	Gewinde- fertigung	gewalzt			geschnitten	geschnitten oder gewalzt		
Gewinde- fertigung	Schmie- rung	trocken	geölt		MoS ₂ *	geölt	trocken	geölt	trocken		
Innengewinde (Mutter)	Stahl	blank	geschnitten	trocken	0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,16	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,16	– –	0,10 bis 0,18	0,16 bis 0,25
		galvanisch verzinkt			0,10 bis 0,16	– –	– –	– –	0,12 bis 0,20	0,10 bis 0,18	0,14 bis 0,25
	GG/GTS	blank			– –	0,10 bis 0,18	– –	0,10 bis 0,18	– –	0,10 bis 0,18	– –
	AlMg	blank			– –	0,08 bis 0,20	– –	– –	– –	– –	– –

- Reibungszahl in der Kopf bzw. Mutterauflage μ_K

μ_K	Auflagefläche		Schrauben- bzw. Mutterkopf											
	Auflagefläche	Werkstoff	Werkstoff		Stahl									
			Oberfläche		schwarz oder phosphatisiert						galvanisch verzinkt (Zn6)			
			Oberfläche	Fertigung	gepresst			gedreht		geschliffen	gepresst			
Schmierung	trocken	geölt			MoS ₂ *	geölt	MoS ₂	geölt	trocken	geölt				
Gegenlage	Stahl	blank	ge-schliffen	trocken	-	0,16 bis 0,22	-	0,10 bis 0,18	-	0,16 bis 0,22	0,10 bis 0,18	-		
					-	-	-	-	-	-	-			
		galvanisch verzinkt	spanend bearbeitet		0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	-	0,10 bis 0,18			
					0,10 bis 0,16			-	0,10 bis 0,16	-	0,10 bis 0,18	0,16 bis 0,20	0,10 bis 0,18	
		GG/GTS ¹⁾	blank		ge-schliffen	-	0,10 bis 0,18	-	-	-	0,10 bis 0,18			
					spanend bearbeitet	-	0,14 bis 0,20	-	0,10 bis 0,18	-	0,14 bis 0,22	0,10 bis 0,18	0,10 bis 0,16	
	AlMg	spanend bearbeitet	-		0,08 bis 0,10				-	-	-			

4.2 Streuung der Montagevorspannkraft, Anziehungsfaktor

- In Abhängigkeit des Montageverfahrens und den vorhandenen Reibungsverhältnissen schwankt die Montagevorspannkraft F_M zwischen den Extremwerten $F_{M \max}$ und $F_{M \min}$.



- a) Schlagschrauber
- b) Drehschrauber
- c) Drehmomentschlüssel oder Präzisionsschrauber
- d) streckgrenzgesteuerter Drehschrauber

- Das Verhältnis dieser beiden Werte ist der Anziehungsfaktor α_A :

$$\alpha_A = \frac{F_{M \max}}{F_{M \min}} > 1$$

- Richtwerte für den Anziehungsfaktor

Anziehverfahren	Streuung ¹⁾ von F_M in %	Anziehungsfaktor α_A
Längungsgesteuertes Anziehen mit Ultraschall	$\pm 2 \dots \pm 10$	1,05 ... 1,2
Drehwinkel- oder streckgrenzengesteuertes Anziehen	$\pm 9 \dots \pm 17$	1,2 ... 1,4
Drehmomentgesteuertes Anziehen mit Drehmomentenschlüssel oder Präzisionsdreherschrauber mit Drehmomentmessung, niedriges α_A bei kleinen Drehwinkeln.	$\pm 17 \dots \pm 23$	1,4 ... 1,6
Mit messendem Drehmomentschlüssel, niedriges α_A bei gleichmäßigem Anziehen oder Präzisionsdreherschrauber. μ_G und $\mu_K = 0,04 \dots 0,10$	$\pm 23 \dots \pm 33$	1,6 ... 2,0
Drehmomentgesteuertes Anziehen mit Drehschrauber, Einstellen des Schraubers mit Nachziehmoment, niedriges α_A bei großer Zahl (etwa 10) von Kontrollversuchen oder Schrauber mit Abschaltkupplung. μ_G und $\mu_K = 0,08 \dots 0,16$	$\pm 26 \dots \pm 43$	1,7 ... 2,5
Impulsgesteuertes Anziehen mit Schlagschrauber, Einstellen des Schraubers mit Nachziehmoment, niedriges α_A bei großer Zahl von Einstellversuchen.	$\pm 43 \dots \pm 60$	2,5 ... 4
Anziehen von Hand		4

¹⁾ ausgehend vom Mittelwert F_{Mm} .

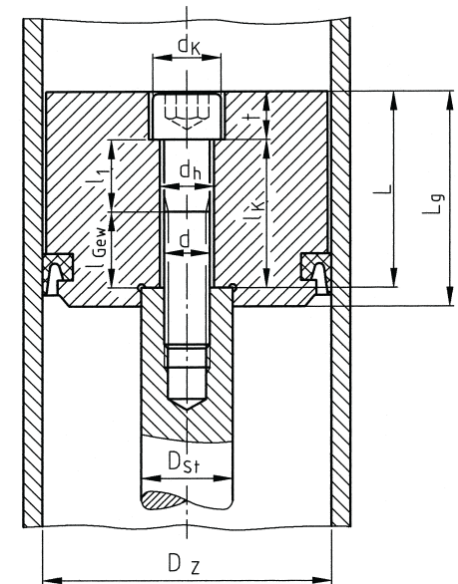
▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

- Anziehen mit anzeigendem Drehmomentenschlüssel

$$\alpha_A \approx 1,7$$

- Maximalmontagevorspannkraft

$$F_{M \max} = \alpha_A \cdot F_{M \min} = 46,9 \text{ kN}$$



5. Beanspruchungen und Festigkeitsnachweis

5.1 Montagebeanspruchung

- Zumeist wird die (Montage-)Vorspannkraft F_M durch Drehen der Schraube relativ zur Mutter bzw. zum Innengewinde aufgebracht.
→ Zugspannung infolge Vorspannkraft und Torsionsspannung infolge Gewindemoment

$$\sigma_{vGEH} = \sigma_{red M} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3 \cdot \tau_M^2}$$

- Dabei ist $\sigma_M = \frac{F_M}{A_0}$ und $\tau_M = \frac{M_G}{W_p}$ mit $A_0 = \frac{\pi}{4} \cdot d_0^2$ und $W_p = \frac{\pi}{16} \cdot d_0^3$

- Für den relevanten Durchmesser d_0 gilt:

$$d_0 = \begin{cases} d_{\min} & d_{\min} < d_S \text{ (schwächster Querschnitt im Schaft)} \\ d_S & d_S > d \text{ (schwächster Querschnitt im Gewinde)} \\ d_T & d_T < d_3 \text{ Taillenschraube} \end{cases}$$

- Die Montagebeanspruchung $\sigma_{\text{red M}}$ darf nicht größer sein als $\sigma_{\text{red M zul}}$:

$$\sigma_{\text{red M}} \leq \sigma_{\text{red M zul}} = \nu \cdot R_{p0,2 \text{ min}}$$

- $R_{p0,2 \text{ min}}$... Mindeststreck- bzw. -dehngrenze des Schraubenwerkstoffes
 - ν ... Ausnutzungsgrad, in der Regel ist $\nu = 0,9$
- Einsetzen von Zug- und Torsionsspannung in die Gleichung zur Berechnung der Vergleichsspannung $\sigma_{\text{red M}}$ liefert die *zulässige Montagezugspannung*:

$$\sigma_{\text{M zul}} = \frac{\nu \cdot R_{p0,2 \text{ min}}}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{d_2}{d_0} \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{\text{G min}} \right) \right]^2}}$$

- Für Anziehverfahren ohne Torsionsbeanspruchung (z.B. thermisches Anziehen) gilt

$$\sigma_{\text{red M}} \leq \sigma_{\text{M zul}} = \nu \cdot R_{p0,2 \text{ min}}$$

- Aus der zulässigen Montagezugspannung $\sigma_{M\text{ zul}}$ lässt sich die zulässige Montagevorspannkraft $F_{M\text{ zul}}$ ermitteln:

$$F_{M\text{ zul}} = \sigma_{M\text{ zul}} \cdot A_0$$

$$= \frac{\nu \cdot R_{p0,2\text{ min}} \cdot A_0}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{d_2}{d_0} \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{G\text{ min}} \right) \right]^2}}$$

- Damit hängt die zulässige Montagevorspannkraft von folgenden Einflussgrößen ab:
 - Schrauben- bzw. Gewindegeometrie (Steigung P , Flankendurchmesser d_2 , relevanter Durchmesser d_0)
 - Festigkeitskennwert des Schraubenwerkstoffes $R_{p0,2\text{ min}}$
 - Reibungszahl im Gewinde $\mu_{G\text{ min}}$

→ Tabelliert in der VDI 2230 → $F_{M\text{ Tab}}$ und $M_{A\text{ Tab}}$

(für Dehnschrauben mit $d_T = 0,9 \cdot d_3$)

Table with columns: Gewinde, Festig.-klasse, Montagevorspannkraft F_M,zul in N für μ_G = (0,08-0,24), Anziehmomente M_A,zul in Nm für μ_K = (0,08-0,24). Rows include grades M 4 to M 36.

Table with columns: Gewinde, Festig.-klasse, Montagevorspannkraft F_M,zul in N für μ_G = (0,08-0,24), Anziehmomente M_A,zul in Nm für μ_K = (0,08-0,24). Rows include grades M 4 to M 36.

▪ Festigkeitsklassen

Kennzeichen der Festigkeitsklasse für Schraubenstahl		3.6	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8		9.8 ²⁾	10.9	12.9
								≤M 16	>M 16 ¹⁾			
Zugfestigkeit R_m	Nennwert	300	400	400	500	500	600	800	800	900	1000	1200
	Mindestwert	330	400	420	500	520	600	800	830	900	1040	1220
Streckgrenze R_e bzw. $R_{p0,2}$ (ab 8,8)	Nennwert	180	240	320	300	400	480	640	640	720	900	1080
	Mindestwert	190	240	340	300	420	480	640	660	720	940	1100
Kennzeichen der Festigkeitsklasse für Mutterstahl	>M 16	4			5	6	8		9 ³⁾	10	12	
	≤M 16	5										

1) für Stahlbauschrauben ab M 12

2) nur für Schrauben bis M 16

3) auch für Verbindungen mit 8.8 – Schrauben >M 16

Nach DIN EN ISO 898-6 für Muttern mit Feingewinde nur die Festigkeitsklassen 5, 6, 8, 10 und 12

- Bei Festigkeitsklassen geringer als 8.8 kann die zulässige Montagevorspannkraft über folgende Verhältnisgleichung ermittelt werden:

$$\frac{F_{M \text{ Tab } (**)}}{F_{M \text{ Tab } (8.8)}} = \frac{R_e (**)}{R_{p0,2} (8.8)}$$

- Bei Nutzung der tabellierten Montagevorspannkraftwerte ist der Festigkeitsnachweis für den Montagezustand erbracht.

▪ **Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder**

- Gewählte Schraube: *ISO 4762 – M12 x 60 – 12.9*
- Zulässige Montagevorspannkraft laut Tabelle bei $\mu_G = 0,1$:

$$F_{M \text{ zul } 12.9} = 71 \text{ kN}$$

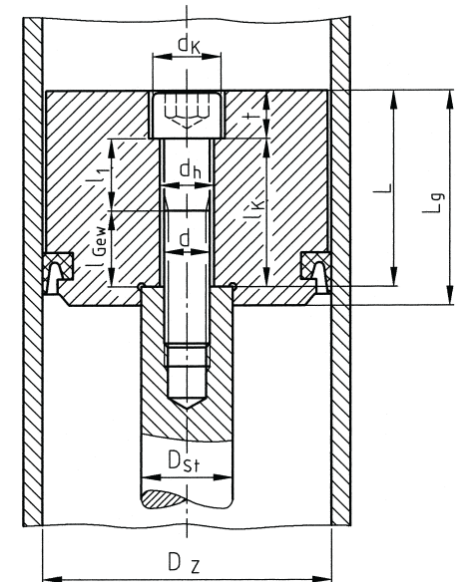
$$F_{M \text{ zul } 10.9} = 61 \text{ kN}$$

- Maximalmontagevorspannkraft

$$F_{M \text{ max}} = 46,9 \text{ kN}$$

→ Wahl wird von 12.9 auf 10.9 korrigiert werden!

$$F_{M \text{ max}} < F_{M \text{ zul } 10.9}$$



Gewinde	Festig- klasse	Montagev	
		0,08	0,10
M 4	8.8	4400	4200
	10.9	6400	6200
	12.9	7500	7300
M 5	8.8	7200	6900
	10.9	10500	10100
	12.9	12300	11900
M 6	8.8	10100	9700
	10.9	14900	14300
	12.9	17400	16700
M 7	8.8	14800	14200
	10.9	21700	20900
	12.9	25500	24500
M 8	8.8	18500	17900
	10.9	27000	26000
	12.9	32000	30500
M 10	8.8	29500	28500
	10.9	43500	42000
	12.9	50000	49000
M 12	8.8	43000	41500
	10.9	63000	61000
	12.9	74000	71000

5.2 Festigkeitsnachweis

▪ Statische Festigkeit bei Betriebsbeanspruchung

- Beim Nachweis der statischen Festigkeit einer Schraubenverbindung während des Betriebs existieren zwei Berechnungswege:

1) Man betrachtet nur die größte Schraubenzusatzkraft und fordert:

$$\frac{\Phi_n \cdot F_{A \max}}{A_0} = \frac{F_{SA \max}}{A_0} = \sigma_{sa} \leq (1 - \nu) \cdot R_{p0,2}$$

- Hier ist σ_{sa} die sogenannte Spannungsdifferenz. Mit $\nu = 0,9$ gilt: $\sigma_{sa} \leq 0,1 \cdot R_{p0,2}$
- In der Regel ist $F_{A \max} = F_{Ao}$, es sei denn, im Betrieb treten Stöße auf: $F_{A \max} = K_{A \text{ dyn}} \cdot F_{Ao}$
- Die Schraubenbelastung durch Vorspannung ist implizit enthalten, da als Festigkeit (rechte Seite der Ungleichung) nur das $(1 - \nu)$ -fache der Streck- bzw. Dehngrenze des Schraubenwerkstoffes eingeht.
- Temperaturbedingt Belastungen werden nicht berücksichtigt!

- 2) Man betrachtet Vorspannung *und* größte Schraubenzusatzkraft und fordert:

$$\sigma_{\text{red B}} = \sqrt{\sigma_{z \text{ max}}^2 + 3 \cdot (k_{\tau} \cdot \tau_{\text{M}})^2} \leq R_{p0,2}$$

- Dabei ist $k_{\tau} = 0,5$ der Reduktionskoeffizient zur Berücksichtigung der sich im Betrieb abbauenden Torsionsspannungen.

- Weiter ist

$$\sigma_{z \text{ max}} = \frac{F_{S \text{ max}}}{A_0} = \frac{F_{M \text{ zul}} + F_{SA \text{ max}} - \Delta F_{M \text{ th}}}{A_0}$$

mit dem relevanten Schraubenquerschnitt A_0 die größtmögliche Schraubenzugspannung unter Berücksichtigung von Montage, Betriebsbelastung und eventuellen Temperaturänderungen.

- Falls $\Delta F_{M \text{ th}} > 0$, dann ist $\Delta F_{M \text{ th}} = 0$ zu setzen, falls die Temperaturänderung erst nach dem Einsetzen der Betriebslast F_A eintritt.

- Man beachte den Unterschied zur Montagebeanspruchung: $\sigma_{\text{red M}} = \sqrt{\sigma_{\text{M}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{M}}^2} \leq \nu \cdot R_{p0,2}$

▪ Schwingfestigkeit, Dauerhaltbarkeit

- Wird die Schraube dynamisch belastet, d.h. bei Lastwechselzahlen größer als 10^6 , dann wird die Amplitude

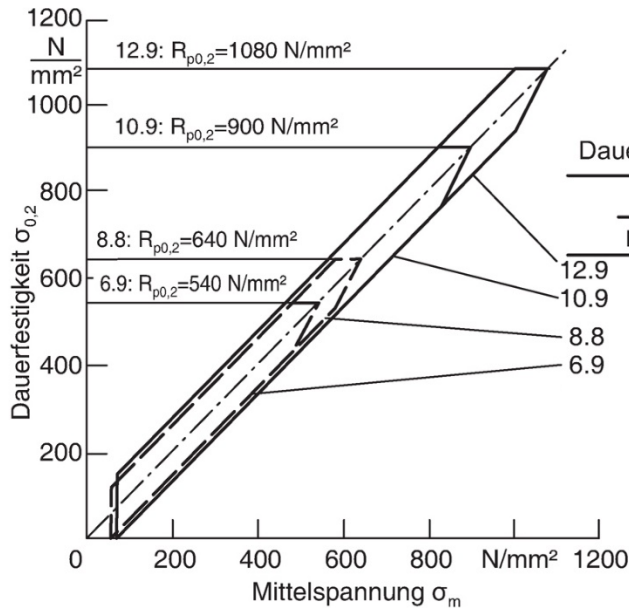
$$F_{Aa} = \frac{1}{2} \cdot (F_{Ao} - F_{Au})$$

der Betriebskraft $F_A = F_{Am} \pm F_{Aa}$ schadensfrei ertragen, sofern gilt:

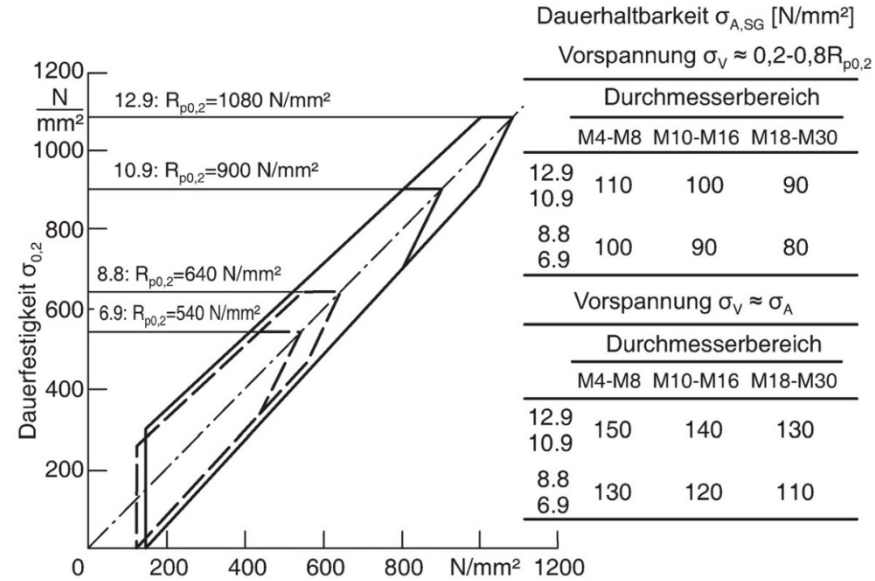
$$\sigma_a = \frac{\Phi \cdot F_{Aa}}{A_3} = \frac{F_{SAa}}{A_3} \leq \sigma_A$$

- Dabei ist σ_A die Ausschlagsfestigkeit der Schraube.
 - Nur 10 bis 25% der Dauerfestigkeit σ_D des glatten Probestabes mit gleicher Querschnittsfläche (Kerbwirkung!)
 - Größe von F_{Am} (Mittellast der Betriebskraft) spielt für σ_A keine Rolle (kein Mittelspannungseinfluss)
 - Größter Einflussfaktor ist die Art der Schraubenherstellung: schlussvergütet (SV) oder schlussgewalzt (SG)

- Smith-Diagramme von Schrauben, Ermittlung der Ausschlagsfestigkeit für $0,3 \leq F_{Sm}/F_{0,2 \min} < 1$



Dauerhaltbarkeit $\sigma_{A,SV}$ [N/mm ²]			
Durchmesserbereich			
	M4-M8	M10-M16	M18-M30
12.9	70	60	50
10.9			
8.8	60	50	40
6.9			



Dauerhaltbarkeit $\sigma_{A,SG}$ [N/mm ²]			
Vorspannung $\sigma_v \approx 0,2-0,8R_{p0,2}$			
	Durchmesserbereich		
	M4-M8	M10-M16	M18-M30
12.9	110	100	90
10.9			
8.8	100	90	80
6.9			
Vorspannung $\sigma_v \approx \sigma_A$			
	Durchmesserbereich		
	M4-M8	M10-M16	M18-M30
12.9	150	140	130
10.9			
8.8	130	120	110
6.9			

– Schlussvergütete Schrauben
 d in mm

$$\sigma_{A SV} = 0,85 \cdot \left(\frac{150}{d} + 45 \right)$$

– Schlussgewalzte Schrauben

$$\sigma_{A SG} = \left(2 - \frac{F_{Sm}}{F_{0,2 \min}} \right) \cdot \sigma_{A SV}$$

$$F_{Sm} = \frac{F_{SAo} - F_{SAu}}{2} + F_{M zul}$$

- Erforderliche dynamische Sicherheit

$$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} \geq 1,2 \dots 1,5$$

▪ Flächenpressung

- Sowohl während der Montage als auch im Betrieb darf die Flächenpressung zwischen
 - Schraubenkopf / verspannte Platten
 - Mutter / verspannte Platten

die zulässigen Werte nicht überschreiten, da sonst Kriechvorgänge einsetzen, die die Vorspannung verringern.

- Montagezustand:

$$p_{M \max} = \frac{F_{M \text{ zul}}}{A_{p \text{ min}}} \leq p_G$$

- Betriebszustand:

$$p_{B \max} = \frac{F_{V \max} + F_{SA} - \Delta F_{M \text{ th}}}{A_{p \text{ min}}} \leq p_G$$

- Bei druckbelasteten Verbindungen mit $F_{SA} < 0$ setze $F_{SA} = 0$

- Für die ebene Kreisringauflagefläche gilt:

$$A_p \min = \frac{\pi}{4} \cdot (d_w^2 - D_{Ki}^2)$$

$$D_{Ki} = \max(D_a, d_{ha}, d_h, d_a)$$

D_a ... Fasendurchmesser der Mutter

d_{ha} ... Fasendurchmesser der verspannten Teile

d_h ... Bohrungsdurchmesser

d_a ... Innendurchmesser der ebenen Kopfauflage

d_w ... Außendurchmesser der ebene Kopfauflage

- Grenzflächenpressungen

Bauteilwerkstoff		p_G in N/mm ²
Stahl	S235, C 15	300
	E295, C 35	500
	S355, C 45	600
	Stahl vergütet $R_m > 900$ N/mm ²	900
	Stahl vergütet $R_m > 1200$ N/mm ²	1200
	C 15 einsatzgehärtet 0,6 mm	1400
	16MnCr5 u. ä. einsatzgehärtet 1 mm	1800
Gusseisen	EN-GJL-250	850
	EN-GJS-500-7, EN-GJMB-450-6	500
Leichtmetall	EN AC-AMg9K, ... D	150
	EN AC-ALSi12(Cu)K, ... D	300
	EN AC-ALSi6Cu4K, ... D	250

▪ Scherfestigkeit

- Betrifft Tragfähigkeit des Innengewindes der Mutter bzw. der Gewindebohrung
- Bei Verwendung genormter Mutter ist die Verbindung tragfähig, wenn die Festigkeitsklasse der Mutter mindestens der der Schraube entspricht, bspw. Schraube 10.9 und Mutter 10.
- Beim Einschrauben in Gewindebohrungen relativ geringer Festigkeit, muss ein Abscheren des Muttergewindes ausgeschlossen werden

→ Mindesteinschraubtiefe m_{erf}

Schraubenfestigkeitsklasse	8.8	8.8	10.9	10.9
Bauteilwerkstoff	Gewindefeinheit d/P			
	<9	≥9	<9	≥9
Harte Aluminium-Legierung AlCu4Mg1 F40 1	1,1d	1,4d	–	–
Gusseisen EN-GJL-250	1,0d	1,2d	1,4d	1,4d
Baustahl S235, Einsatzstahl C15	1,0d	1,25d	1,4d	1,4d
Baustahl E295, Vergütungsstahl C35	0,9d	1,0d	1,2d	1,2d
Vergüteter Stahl $R_m > 800 \text{ N/mm}^2$, z. B. C45, 34CrMo4	0,8d	0,9d	1,0d	1,0d

▪ Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder

• Nachweis der statischen Festigkeit

- Mit $F_{S \max} = F_{M \text{ zul}} + \Phi_n \cdot F_{A \max} = 61,8 \text{ kN}$ folgt:

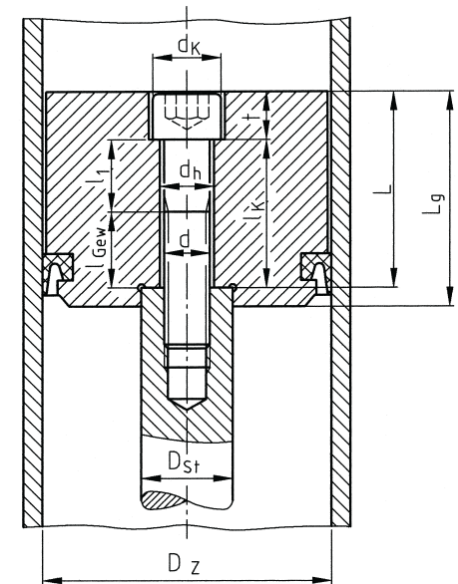
$$\sigma_{z \max} = \frac{F_{S \max}}{A_S} = 733 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Die Torsionsbeanspruchung ergibt sich zu

$$\tau_M = \frac{M_G}{W_p} = \frac{55.260 \text{ Nmm}}{218 \text{ mm}^3} = 253,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Damit ist

$$\sigma_{\text{red B}} = \sqrt{\sigma_{z \max}^2 + 3 \cdot (k_\tau \cdot \tau_M)^2} = 766 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} < R_{p02} = 940 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$



$$M_G = F_M \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_G \right)$$

$$W_p = \frac{\pi}{16} \cdot d_s^2 = \frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2$$

- Nachweis der Schwingfestigkeit

- Mit $F_{SAa} = \Phi_n \cdot (F_{Ao} - F_{Au})/2 = 410 \text{ N}$ folgt:

$$\sigma_a = \frac{F_{SAa}}{A_3} = 5,3 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Die Dauerhaltbarkeit (schlussvergütet) ergibt sich zu

$$\sigma_A = 0,85 \cdot \left(\frac{150}{d} + 45 \right) = 48,9 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

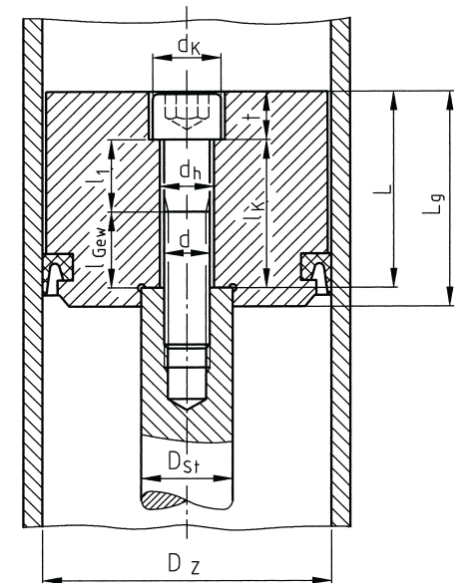
- Dauerfest, da $\sigma_a \ll \sigma_A$

- Nachweis der Flächenpressung im Montagezustand

$$p_{M \max} = \frac{F_{M \text{ zul}}}{A_{p \min}} = 720 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \leq 900 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} = p_G$$

p_G für vergüteten Stahl

- Der Nachweis im Betriebszustand kann wegen $F_Z \approx 2,5 \text{ kN} \gg F_{SAo} \approx 0,4 \text{ kN}$ entfallen.



$$A_3 = \frac{\pi}{4} \cdot d_3^2 = 76,2 \text{ mm}^2$$

$$A_{p \min} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_w^2 - d_h^2) = 90 \text{ mm}^2$$

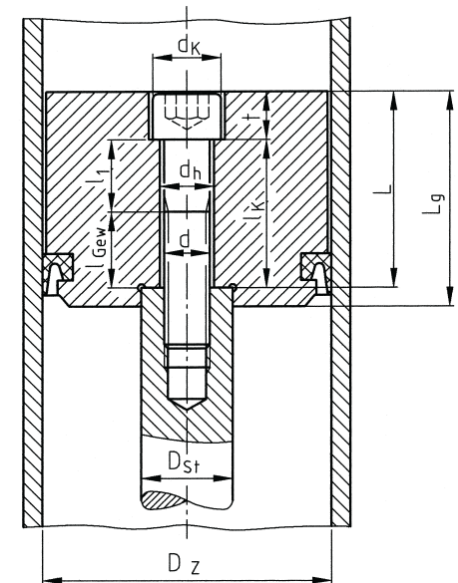
- Nachweis der Scherfestigkeit, Mindesteinschraubtiefe
 - Mit $P = 1,75 \text{ mm}$ ergibt sich eine Gewindefinheit von

$$\frac{d}{P} = 6,86$$

- Damit ist $m_{\text{erf}} = 0,9 \cdot d = 10,8 \text{ mm}$.
- Die vorhandene Einschraubtiefe ergibt sich zu:

$$m_{\text{vorh}} = l_S - l_K - \frac{d - d_3}{2} = 16,9 \text{ mm}$$

- Damit gilt $m_{\text{vorh}} > m_{\text{erf}}$



Schraubenfestigkeitsklasse	8.8	8.8	10.9	10.9
	Gewindefinheit d/P			
Bauteilwerkstoff	<9	≥ 9	<9	≥ 9
Harte Aluminium-Legierung AlCu4Mg1 F40 1	$1,1d$	$1,4d$		–
Gusseisen EN-GJL-250	$1,0d$	$1,2d$		$1,4d$
Baustahl S235, Einsatzstahl C15	$1,0d$	$1,25d$		$1,4d$
Baustahl E295, Vergütungsstahl C35	$0,9d$	$1,0d$		$1,2d$
Vergüteter Stahl $R_m > 800 \text{ N/mm}^2$, z. B. C45, 34CrMo4	$0,8d$	$0,9d$		$1,0d$

6. Grobdimensionierung

- Nach VDI 2230
- **Berechnungsbeispiel: Hydraulikzylinder**

- $F_{A \max} = 24,9 \text{ kN}$

→ Zeile 11

- Dynamische und zentrisch wirkende Axialkraft

→ +1 Zeile

- Anziehen mit anzeigendem Drehmomentenschlüssel

→ +1 Zeile

- Gesamt: Zeile 13 mit

$F = 63 \text{ kN}$

→ M12 bei Festigkeitsklasse 12.9

→ ISO 4762 – M12 x 60 – 12.9

Zeile
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

1	2	3	4	Überschlägige Bestimmung eines Schraubendurchmessers abhängig von einer gegebenen Betriebskraft nach VDI 2230	
Kraft $F_{A,Q}$ in N	Nenn Durchmesser [mm]				
	Festigkeitsklasse				
	12.9	10.9	8.8		
1	250			1. In Spalte 1 ist die Zeile für die nächst größere Kraft $F_{A,Q}$ zu wählen. 2. Diese gewählte Mindestvorspannkraft gilt für eine statisch und zentrisch angreifende Kraft. 3. Greift die Kraft nicht zentrisch an, ist von der gewählten Zahl aus um x Zeilen weiterzugehen: – 1 Zeile bei dynamischer und zentrischer Axialkraft bzw. bei statischer und exzentrischer Axialkraft – 2 Zeilen bei dynamischer und exzentrischer Axialkraft – 4 Zeilen bei statischer oder dynamischer Querkraft 4. Erfolgt das Anziehen der Schraube durch Winkel- oder Streckgrenzenkontrolle per Computer, ist das die maximale Vorspannkraft, anderenfalls ist um x Zeilen weiterzugehen: – 1 Zeile bei Anziehen mit Drehmomentenschlüssel oder Präzisionsschrauber, der mit Drehmoment- oder Längsmessung arbeitet – 2 Zeilen bei Anziehen mit einem einfachen Dreh-schrauber mit einstellbarem Nachziehmoment 5. In der so gefundenen Zeile steht in den Spalten 2 bis 4 der erforderliche Schraubendurchmesser für die gewählte Festigkeitsklasse.	
2	400				
3	630				
4	100				
5	1.600	3	3		
6	2.500	3	3		
7	4.000	4	4		
8	6.300	4	5		
9	10.000	5	6		
10	16.000	6	8		
11	25.000	8	10		
12	40.000	10	12		
13	63.000	12	14		
14	100.000	16	16		
15	160.000	20	20		
16	250.000	24	27		
17	400.000	30	36		
18	630.000	36			
Fall I (+ 4 Zeilen)		Fall II (+ 2 Zeilen)		Fall IIIa (+ 1 Zeile)	Fall IIIb (+ 1 Zeile)